UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

EDUARDO DE VASCONCELOS MARTINS

MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE FUNÇÕES: APLICAÇÃO DE UMA ATIVIDADE PARA O ENSINO DE FUNÇÃO AFIM E EXPONENCIAL

Bagé

2022

EDUARDO DE VASCONCELOS MARTINS

MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE FUNÇÕES: APLICAÇÃO DE UMA ATIVIDADE PARA O ENSINO DE FUNÇÃO AFIM E EXPONENCIAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio: Matemática na Prática da Universidade Federal do Pampa, na modalidade EaD – Pólo São Sepé como requisito parcial para obtenção do certificado de Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.

Orientador: Prof. Dr. Leandro Blass

Coorientadora: Prof.ª Drª. Francieli Aparecida Vaz

Bagé

2022

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais).

M386m Martins, Eduardo de Vasconcelos
Modelagem matemática no ensino de funções: aplicação de uma atividade para o ensino de função afim e exponencial / Eduardo de Vasconcelos Martins.
45 p.

Trabalho de Conclusão de Curso(Especialização)-- Universidade Federal do Pampa, ESPECIALIZAÇÃO EM MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO (MATEMÁTICA NA PRÁTICA), 2022.
"Orientação: Leandro Blass".

1. Modelagem Matemática. 2. Ensino de Funções. 3. Ensino Médio. I. Título.

EDUARDO DE VASCONCELOS MARTINS

MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO DE FUNÇÕES: APLICAÇÃO DE UMA ATIVIDADE PARA O ENSINO DE FUNÇÃO AFIM E EXPONENCIAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio: Matemática na Prática da Universidade Federal do Pampa, na modalidade EaD - Pólo São Sepé como requisito parcial para obtenção do certificado de Especialista em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 14/12/2022.

Banca examinadora:

____

Prof. Dr. Leandro Blass

Orientador

UNIPAMPA

____

Prof. Dr. Anderson Luís Jeske Bihain

UNIPAMPA

____

Prof. Dr. Everson Jonatha Gomes da Silva

UNIPAMPA

Assinado eletronicamente por **LEANDRO BLASS**, **PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 06/02/2023, às 19:43, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.

Assinado eletronicamente por **EVERSON JONATHA GOMES DA SILVA**, **PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 07/02/2023, às 15:07, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.

Assinado eletronicamente por **ANDERSON LUIS JESKE BIHAIN**, **PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 08/02/2023, às 11:27, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.

A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1047930** e o código CRC **21F59087**.

RESUMO

No âmbito educacional, é preocupação dos professores de matemática o interesse dos seus estudantes pela disciplina, o que faz com que diferentes estratégias de ensino sejam exploradas, e a Modelagem Matemática é uma delas, tendo como característica a aproximação entre o cotidiano dos estudantes e a linguagem matemática. Este trabalho tem como objetivo aplicar uma aula inédita fazendo uso da modelagem para o ensino das funções afim e exponencial e comunicar a experiência do autor com uma turma de 1ª série do Ensino Médio, na cidade de Sobral, no interior do Ceará. A metodologia da pesquisa é de caráter exploratório, sendo o público alvo estudantes do primeiro ano do Ensino Médio e a coleta de dados será por meio de questionários. Faz-se uma pesquisa bibliográfica para analisar as diferentes definições de modelagem, a sua aplicação no ensino de funções e a proximidade com as habilidades apresentadas pela Base Nacional Comum Curricular. Após a análise da atividade aplicada e por meio dos resultados dos questionários, verificou-se que os estudantes interpretam a matemática como algo desnecessário e descontextualizado, mas que atividades como esta podem auxiliar a aprimorar a visão da matemática como algo conectado com a realidade. Conclui-se que a Modelagem Matemática é uma estratégia de ensino eficaz para aprimorar o interesse dos estudantes pela matemática, ao vincular a linguagem matemática com assuntos do cotidiano.

Palavras-Chave: Modelagem Matemática; Ensino de Funções; Ensino Médio.

ABSTRACT

In the educational field, Mathematics teachers are concerned about their students' interest in the subject, which means that different teaching strategies are explored, and Mathematical Modeling is one of them, having as its characteristic the approximation between the students' daily lives and the mathematical language. This work aims to apply an unprecedented class using modeling for teaching linear and exponential functions and to report the author's experience with a 1st grade high school class, in the city of Sobral, in the interior of Ceará. The research methodology is exploratory in nature, the target audience are students in the first year of high school and data collection will be through questionnaires. A bibliographical research is carried out to analyze the different definitions of modeling, its application in the teaching of functions and the proximity with the abilities presented by the Base Nacional Comum Curricular. After analyzing the applied activity and through the results of the questionnaires, it was found that students see mathematics as something unnecessary and out of context, but activities like this can help to improve the vision of mathematics as something connected with reality. It is concluded that Mathematical Modeling is an effective teaching strategy to improve students' interest in mathematics by linking mathematical language with everyday matters.

Keywords: Mathematical Modeling; Function Teaching; High School.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

O processo de ensino e aprendizagem dos estudantes, mais especificamente na disciplina de matemática, é notadamente árduo levando em consideração as visões dos estudantes sobre os conteúdos matemáticos. É muito comum o diálogo de que a matemática é desinteressante, inútil ou até mesmo não acrescenta em nada na formação humana de um cidadão. Por conta disso, os pesquisadores em educação tentam enxergar formas de trabalhar a matemática de uma maneira mais interessante, que traga mais seguidores para o "mundo" da matemática.

A Modelagem Matemática é uma das estratégias que pode ser considerada uma forma de transformar a matemática em algo atraente para os estudantes. São muitas as definições apresentadas por autores que pesquisam a modelagem como uma metodologia de ensino. Almeida, Silva e Vertuan (2020), por exemplo, atrelam à modelagem um conjunto de etapas que têm como objetivo a construção de um modelo matemático, que nada mais é do que uma estrutura que utiliza a linguagem matemática para se comunicar.

Já outros autores, como Bassanezi (2002) e Meyer, Caldeira e Malheiros (2021) consideram a modelagem um processo mais amplo do que um conjunto de etapas ou uma estratégia de ensino. O primeiro, Bassanezi (2002), por ser um matemático aplicado, acredita que a modelagem é uma arte que transforma problemas da realidade em problemas que podem ser escritos com a simbologia matemática. Os outros autores, Meyer, Caldeira e Malheiros (2021), entendem que a modelagem é um processo investigativo, que trabalha com problemas "reais" e que tem a capacidade de modificar o currículo da educação.

Sendo assim, a modelagem é, em linhas gerais, uma estratégia de ensino que tem como principal objetivo interligar, através de etapas, a realidade com a linguagem matemática, como uma tentativa de aprimorar o interesse dos estudantes. Portanto, este trabalho propõe vincular a Modelagem Matemática ao ensino de funções, um conteúdo que está presente em todo o Ensino Médio.

O presente texto é o trabalho de conclusão de curso de uma especialização em ensino de matemática para o Ensino Médio, tendo como objetivos principais: aplicar uma atividade de Modelagem Matemática para o ensino das funções afim e exponencial e analisar a percepção dos estudantes acerca da matemática trabalhada no ano letivo através da aplicação de questionários.

De maneira específica, este trabalho propõe definir de forma mais aprofundada o conceito de modelagem, além de apresentar de que maneira a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) ampara a utilização desta estratégia na educação básica. Além disso, são apresentadas sugestões de como o professor pode agir, dentro de sala de aula, durante uma atividade de modelagem.

A definição deste tema deu-se pela necessidade de aumentar cada vez mais o interesse dos estudantes pelo estudo e aprendizagem de matemática. Como considera Bassanezi (2002), o apreço dos estudantes pela matemática é aprimorado quando ela está vinculada ao cotidiano dos estudantes, ou seja, ao que eles têm contato na realidade. Sendo assim, a modelagem é uma estratégia que pode ser utilizada não apenas com o tema proposto por este trabalho, mas com quaisquer outras temáticas de interesse dos estudantes ou das turmas como um todo.

A metodologia da pesquisa é classificada como uma análise exploratória considerando a atividade de Modelagem Matemática desenvolvida e aplicada ao ensino de funções. Além disso, o trabalho se encaixa na abordagem qualitativa, que utilizou pesquisas bibliográficas e aplicação de questionários com os estudantes que participaram da atividade. O levantamento bibliográfico teve como objetivo trazer as definições de modelagem, a sua aplicação no ensino de funções e sua relação com a BNCC. O questionário visa trazer o desempenho dos estudantes na atividade e sua percepção sobre a matemática.

O trabalho está organizado da seguinte forma: no capítulo 2 está presente o referencial teórico, que apresenta definições e aprofundamentos sobre a Modelagem Matemática, além do seu vínculo com a BNCC. No capítulo 3 é apresentada a metodologia da pesquisa. No capítulo 4 são apresentados os planos de aula das duas atividades de modelagem. No capítulo 5 são apresentados os resultados dos questionários, além do relato da experiência do autor na aplicação da atividade.

2 REVISÃO DE LITERATURA

Este capítulo está dividido em três seções: a primeira define Modelagem Matemática, trazendo algumas considerações de importantes autores da área; a segunda confirma a importância da utilização da modelagem para o ensino de funções, um dos objetivos deste trabalho; e a terceira vincula a modelagem com o documento normativo brasileiro curricular, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

2.1 Modelagem Matemática

Ao tratar de Modelagem, convém, primeiramente, definir o que seria a Modelagem no âmbito da educação matemática. Sabe-se, antes de tudo, que se trata de uma área que já vem, há alguns anos, aplicada e pesquisada no Brasil e em outros países. Neste capítulo, serão apresentadas as diferentes definições trazidas por diversos autores.

Um dos principais autores mencionados quando o assunto é Modelagem Matemática é o matemático Bassanezi. As definições trazidas por eles são bem mais amplas e repletas de significado, o que pode ser percebido quando o autor não define, a priori, a modelagem como uma estratégia de ensino, afirmando que “a Modelagem Matemática consiste na arte de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real” (BASSANEZI, 2002, p. 16). Então, para Bassanezi (2002), modelagem é uma arte.

O autor complementa a definição afirmando que a modelagem alia a teoria e a prática, sendo um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos, prevendo tendências e solucionando problemas ao transformá-los para a linguagem usual (BASSANEZI, 2002). Chamar a modelagem de um processo dinâmico concorda diretamente com Almeida, Silva e Vertuan (2020), que afirmam que uma atividade de modelagem, quando aplicada na sala de aula de matemática, acontece através de etapas não necessariamente bem definidas e que podem sofrer alterações (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2020).

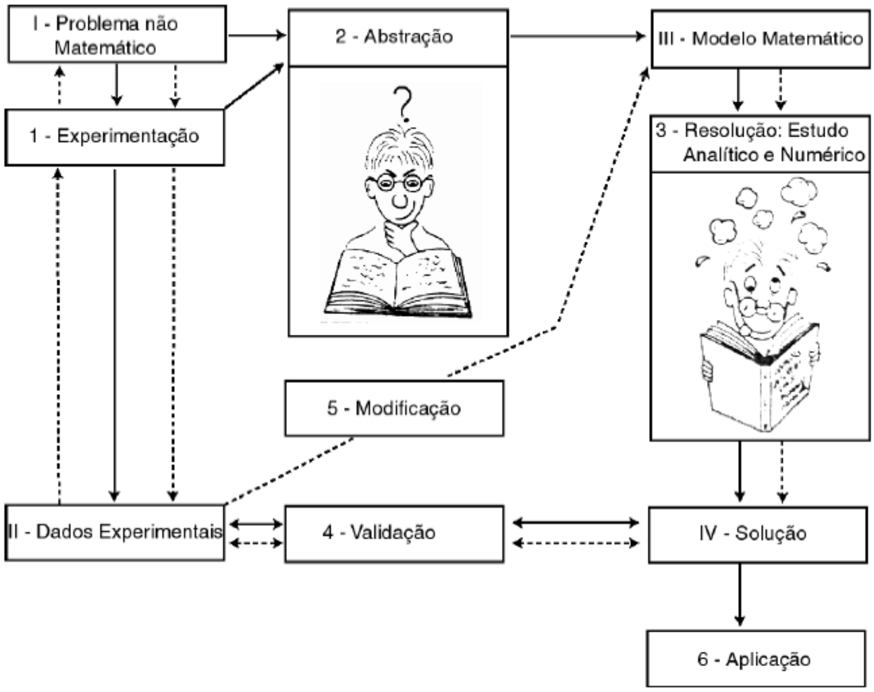
A definição para modelagem apresentada pelos autores Almeida, Silva e Vertuan (2020) é mais direta, afirmando que a Modelagem Matemática é um processo que “visa propor soluções para problemas por meio de modelos matemáticos”

(ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2020, p. 15). Percebe-se, portanto, que a definição está atrelada a modelo matemático. As etapas de uma atividade de modelagem, propostas pelos autores, ajudam exatamente a entender o que seria um modelo matemático, que segundo os mesmos autores, é “um sistema conceitual, descritivo ou explicativo, expresso por meio de uma linguagem ou uma estrutura matemática” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2020, p. 13).

As etapas são 1) inteiração, quando o indivíduo passa a conhecer o assunto através da coleta de dados e informações sobre ele; 2) matematização, quando utiliza técnicas para representar matematicamente o problema proposto; 3) resolução, quando análises e previsões são feitas através do que foi encontrado na etapa anterior; e 4) interpretação de resultados e validação, quando é verificada a viabilidade do modelo matemático e sua proximidade da realidade (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2020).

O processo de modelagem, segundo Bassanezi (2002), também deve seguir etapas para a obtenção do modelo, entretanto, as etapas recebem nomenclaturas diferentes dos apresentados por Almeida, Silva e Vertuan (2020). A etapa 1, experimentação, é quando o matemático obtém os dados necessários para o modelo. A etapa 2, abstração, é o momento em que se estabelecem hipóteses e selecionam-se as variáveis. A etapa 3, resolução, é quando o matemático coloca em prática suas habilidades para encontrar o modelo, utilizando métodos diversos. A etapa 4, validação, é o momento de testes para a aceitação ou não do modelo encontrado, o que é feito através de comparações entre a realidade e as previsões do modelo. A última etapa, modificação, serve para verificar a possibilidade de mudanças e melhorias no modelo encontrado. A Figura 1 esquematiza as etapas de Bassanezi (2002), conforme descritas neste parágrafo.

Figura 1 - Etapas da modelagem.



Fonte: Bassanezi (2002, p. 27).

O que se pode perceber até aqui é a modelagem ser um processo extremamente amplo que possui uma forte característica de tentar aliar a realidade ao “mundo da matemática”, ou seja, é a tentativa de interpretar o mundo com a utilização dos símbolos matemáticos. Entretanto, tais definições não apresentam uma ligação direta da modelagem com a educação, o que é percebido pela diferença entre as etapas de Almeida, Silva e Vertuan (2020) e Bassanezi (2002): os primeiros vinculam todas as etapas da modelagem à sua utilização na educação, enquanto o segundo atrela as etapas estritamente à utilização na matemática aplicada. Ainda assim, o que foi percebido é que a Modelagem se trata de uma forte estratégia para o ensino de matemática, pois pode ampliar o interesse dos estudantes para com a disciplina.

Para Meyer, Caldeira e Malheiros (2021) o que causa o desinteresse pela matemática é a interpretação dela como algo completamente desconectado com outros contextos, tornando-a um estigma. Para os autores, muitos a consideram inútil. Portanto, utilização da modelagem na educação tenta acabar com esta visão. Segundo Bassanezi (2002), o gosto pela matemática se aprimora quando é movido por interesses e estímulos que vêm de fora da matemática, ou seja, do “mundo real”.

A interpretação de Meyer, Caldeira e Malheiros (2021) sobre a modelagem também é mais ampla do que considerá-la uma “simples” metodologia de ensino. Os autores consideram que ela trabalha com problemas chamados “reais”, e não “teóricos”, definindo-a como “uma perspectiva de educar matematicamente, que vai problematizar também o currículo e usar as ferramentas matemáticas para aquele tipo de problema específico, que está sendo investigado naquele momento” (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2021, p. 40).

2.2 A modelagem no ensino de funções

Visto que a modelagem pode ser usada como uma estratégia de ensino de matemática, é válido vinculá-la ao objetivo deste trabalho: a utilização da modelagem para o ensino de funções. Em uma revisão de literatura feita por Cedraz et al. (2019), verificou-se que a modelagem é uma metodologia de ensino que foi amplamente pesquisada nos 10 anos anteriores à publicação do artigo. Segundo os autores, foram encontradas 20 dissertações/teses cujo tema principal era o uso da modelagem para o ensino da Álgebra.

Verificou-se que dos 20 trabalhos analisados, 16 vincularam-se ao ensino de funções, atestando a eficácia do ensino de funções através da modelagem. Segundo os autores,

> “observando os resultados das aplicações de pesquisas feitas nesse viés, foi constatado que os estudantes pesquisados despertaram para aprender com mais facilidade, sendo motivados por um trabalho diferenciado ao abordar os conceitos algébricos de maneira contextualizada” (CEDRAZ, et al., 2019, p. 128).

2.3 A Base Nacional Comum Curricular e a modelagem

A BNCC é um “documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os estudantes devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica” (BRASIL, 2018, p. 7). Sendo assim, a BNCC é um documento de grande importância para o meio educacional, visto que define a base do que deve ser desenvolvido com os estudantes da educação básica.

O documento é composto por dez competências que devem ser desenvolvidas de forma integrada aos componentes curriculares (que são as disciplinas as quais estamos habituados: língua portuguesa, artes, educação física, matemática, etc.). Todas as competências gerais estão presentes no infográfico do Anexo A, construído pelo *site* Porvir (2017). Além disso, a BNCC é dividida em quatro áreas de conhecimento, são elas: Linguagens e suas tecnologias, Matemática e suas tecnologias, Ciências da natureza e suas tecnologias e Ciências Humanas e sociais aplicadas.

Para cada uma das competências específicas de área, são associadas habilidades, “que representam as aprendizagens essenciais a ser garantidas no âmbito da BNCC a todos os estudantes do Ensino Médio” (BNCC, 2018, p. 33). Sendo assim, pode-se perceber que as habilidades são o que deve ser desenvolvido pelos estudantes no momento da oferta do Ensino Médio. Cabe verificar de que forma a BNCC contempla o que pode ser aplicado diretamente com a Modelagem Matemática para o ensino de funções.

Em uma rápida busca pela palavra “modelagem” no documento, encontramos um trecho, presente na parte voltada para o Ensino Fundamental, em que é citado que

> “Os processos matemáticos de resolução de problemas, de investigação, de desenvolvimento de projetos e da modelagem podem ser citados como formas privilegiadas da atividade matemática, motivo pelo qual são, ao mesmo tempo, objeto e estratégia para a aprendizagem ao longo de todo o Ensino Fundamental.” (BNCC, 2018, p. 266).

Percebe-se que a palavra modelagem está vinculada ao processo de resolução de problemas, de investigação e de desenvolvimento de projetos, fazendo sentido, visto que há etapas em que o indivíduo submetido a uma atividade de modelagem precisa assumir papel de investigador (primeiras etapas apresentadas tanto por Almeida, Silva e Vertuan (2020) quanto por Bassanezi (2002)). Já verificamos, assim, uma proximidade da BNCC aos conceitos de Modelagem.

Cabe, ainda, verificar seu vínculo à etapa do Ensino Médio, visto que a atividade desenvolvida neste trabalho contempla este público. No documento, as habilidades estão divididas em três grandes seções: números e álgebra, geometria e medidas e probabilidade e estatística. Ao focar a análise na seção de números e álgebra, verifica-se que há habilidades que podem ser desenvolvidas ao vinculá-las ao aprendizado de matemática baseado no uso de modelagem.

As habilidades apresentadas no Quadro 1 são aquelas que trazem diretamente o conceito de função e sua necessidade de ser trabalhada no Ensino Médio, sem apresentar a forma como ele pode ser trabalhado, ou seja, trata-se da exigência de ensinar tal conteúdo no Ensino Médio de forma puramente algébrica. Pode-se perceber que as habilidades contemplam as funções do 1° e do 2° grau (função afim e quadrática), além das funções exponencial e logarítmica.

Além de citar todos os quatro tipos de funções, verifica-se que as habilidades apoiam as diferentes formas de visualização e representação das funções, uma estratégia de ensino defendida por Almeida, Silva e Vertuan (2020), que afirmam que

> "Esta atividade de transformação representacional é fundamental, pois é ela que conduz a mecanismos subjacentes à compreensão, já que leva o aluno a refletir sobre diferentes características de um objeto matemático associadas às diferentes representações" (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2020, p. 35).

Quadro 1 - Habilidades vinculadas a funções.

Código da habilidade	**Descrição da habilidade**
(EM13MAT302)	Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT401)	Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.
(EM13MAT402)	Converter representações algébricas de funções polinomiais de 2º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais uma variável for diretamente proporcional ao quadrado da outra, recorrendo ou não a *softwares* ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica, entre outros materiais.
(EM13MAT403)	Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.

Fonte: BNCC (2018, p. 533-541).

Já o Quadro 2 apresenta outras habilidades, que além de mencionar quais funções devem ser desenvolvidas pelos estudantes, também acrescentam a necessidade de aplicá-las no contexto fora da matemática. Isso retoma o que foi defendido por vários autores na seção 2.1 deste texto: a modelagem trata da matemática de forma aplicada, em diferentes contextos do cotidiano.

Quadro 2 - Habilidades vinculadas a funções com aplicação.

Código da habilidade	**Descrição da habilidade**
(EM13MAT503)	Investigar pontos de máximo ou de mínimo de funções quadráticas em contextos envolvendo superfícies, Matemática Financeira ou Cinemática, entre outros, com apoio de tecnologias digitais.
(EM13MAT304)	Resolver e elaborar problemas com funções exponenciais nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como o da Matemática Financeira, entre outros.
(EM13MAT305)	Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.
(EM13MAT306)	Resolver e elaborar problemas em contextos que envolvem fenômenos periódicos reais (ondas sonoras, fases da lua, movimentos cíclicos, entre outros) e comparar suas representações com as funções seno e cosseno, no plano cartesiano, com ou sem apoio de aplicativos de álgebra e geometria.

Fonte: BNCC (2018, p. 536-541).

Através da análise do Quadro 2, verifica-se que diversos contextos não puramente matemáticos são defendidos pela BNCC, sendo alguns: matemática financeira, física (evidenciada pela cinemática e ondas sonoras), química (radioatividade e pH) e astronomia (fases da lua).

Com isso, fica evidenciado que a BNCC traz consigo o amparo legal para a utilização da Modelagem Matemática na sala de aula, visto que muitas das habilidades que devem ser desenvolvidas pelos estudantes do Ensino Médio estão diretamente ligadas com as características inerentes à Modelagem Matemática.

3 METODOLOGIA

O presente trabalho trata-se de uma pesquisa com abordagem qualitativa, que se difere da pesquisa quantitativa, pois se preocupa em levantar dados descritivos, que nascem do contato do pesquisador com o pesquisado, além de relatar a perspectiva dos participantes (BOGDAN; BIKLEN, 2007). A turma de aplicação foi uma de 1ª série do Ensino Médio de uma escola privada no interior do estado do Ceará.

A metodologia da pesquisa é exploratória, por se adequar à definição apresentada por Gil (2002, p. 41), que afirma que "têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a constituir hipóteses". Além disso, os métodos de coleta de dados utilizados foram os elencados por Gil (2002): levantamento bibliográfico e entrevistas (ou questionários), como explicitado nos parágrafos seguintes.

Primeiramente, foi realizada uma pesquisa bibliográfica, que segundo Severino (2017, p. 93), "é aquela que se realiza a partir do registro disponível, decorrente de pesquisas anteriores, em documentos impressos, como livros, artigos, teses etc", acerca dos trabalhos já publicados tanto em artigos científicos quanto em livros sobre a Modelagem Matemática. Alguns dos trabalhos lidos foram mencionados neste texto na Introdução e no Referencial Teórico. A busca por trabalhos que tinham como objetivo principal sugerir atividades de Modelagem Matemática utilizou como critério de escolha garantir que os estudantes tivessem o conteúdo da atividade em seu currículo.

Além disso, foi realizada uma pesquisa para coleta de dados com os estudantes através de um questionário, que segundo Severino (2017, p. 96), é um "conjunto de questões, sistematicamente articuladas, que se destinam a levantar informações escritas por parte dos sujeitos pesquisados, com vistas a conhecer a opinião destes sobre os assuntos em estudo". O objetivo do questionário que se encontra no Apêndice A é verificar:

1) O conhecimento prévio do estudante sobre o assunto principal da atividade de Modelagem aplicada (consumo de álcool e seus perigos);
2) O quanto a matemática estudada durante este ano letivo pode ser aplicada no cotidiano;
3) A importância que eles dão ao estudo da matemática;

4) O desempenho do professor na disciplina e na atividade.

O mesmo questionário será aplicado antes e depois da atividade, e espera-se que, com a aplicação da atividade de Modelagem, os estudantes apresentem resultados positivos tanto no entendimento sobre os perigos do uso do álcool quanto no seu aprendizado dos conteúdos de matemática, além da importância que atrelam à matemática e de seu interesse por estudar e aprender a disciplina.

4 PLANO DE AULA: ANÁLISE A PRIORI

Neste capítulo serão apresentados os planos de aula a serem seguidos durante a aplicação da aula inédita, a qual foi dividida em duas partes distintas. A atividade de Modelagem proposta neste trabalho foi construída com base em Helena (2016), que considera a utilização da Modelagem uma metodologia que pode dar auxílio no ensino e aprendizagem das funções afim, exponencial e logarítmica. No âmbito deste texto, a aula inédita foi aplicada em uma turma de 1ª série do Ensino Médio.

Os planos de aula foram divididos em seções, conforme explicitado por Almeida, Silva e Vertuan (2020), que são exatamente as fases da Modelagem no processo de ensino de matemática, a saber: inteiração, matematização, resolução e interpretação de resultados e validação, cujas definições foram apresentadas no capítulo anterior.

A aula inédita é dividida em duas partes, nas quais a parte 1 é destinada para elaborar um modelo que responde à pergunta “Como determinar a quantidade de gramas de álcool ingerida por um indivíduo?” (HELENA, 2016, p. 59), associando-a a uma função afim, conteúdo trabalhado na turma em questão no início do ano letivo de 2022.

A parte 2 é destinada para o estudo da função exponencial, ou seja, o objetivo é gerar um modelo com base nesta função que responde à pergunta “Qual é a chance percentual de algum indivíduo que ingeriu bebida alcoólica se envolver em um acidente?”, também com base na proposta apresentada por Helena (2016). O conteúdo de função exponencial foi estudado pela turma logo antes de a atividade de Modelagem ter sido apresentada, portanto, ela será utilizada com artifício para aprimorar o conhecimento sobre função exponencial e introduzir os conceitos de função logarítmica.

Os objetivos da aula são:

1) Aprofundar o conhecimento da função afim e de seus conceitos principais, bem como a plotagem de gráfico e como determinar a função afim que passa por dois pontos;
2) Aprimorar os conceitos da função exponencial, bem como seu gráfico e como determinar a função que aproxima um gráfico;
3) Discutir a importância da matemática no cotidiano dos estudantes, de forma a perceber que tal área de conhecimento possui aplicações diversas;

4) Incitar o estudo e a aprendizagem da matemática;
5) Alertar para os perigos associados ao uso irresponsável do álcool.

A avaliação dos conhecimentos adquiridos pelos estudantes dar-se-á através da análise de suas posturas nas fases da Modelagem e também por testes aplicados durante e após o fim da aula inédita, para mensurar o nível de aprendizado dos estudantes. Os testes serão elaborados pelo autor deste trabalho, com base nos propostos por (HELENA, 2016).

4.1 Plano de aula 1: função afim

Nesta seção, serão apresentados os passos tomados pelo professor para o andamento da aula inédita. Todos os passos abaixo foram norteados por Helena (2016) e adaptados pelo autor deste texto.

4.1.1 Inteiração

Para a inteiração dos estudantes na temática em questão, sobre o consumo de álcool, será solicitado que os alunos leiam e levem para a sala de aula artigos ou notícias encontradas na internet sobre os efeitos do álcool sobre o corpo conforme a quantidade de álcool ingerida. Para facilitar o processo de entendimento da atividade para os estudantes, o professor pode apresentar perguntas norteadoras, como, por exemplo, “quais os efeitos da inserção do álcool no sangue?”, “com quantos ml de bebida não é mais permitido dirigir?”, “quais as características de um indivíduo alcoólatra?”, “com quantos ml de bebida o indivíduo pode chegar à inconsciência ou morte?”.

Além disso, recomenda-se que os estudantes estejam a par dos termos de teor alcoólico e concentração de álcool no sangue, além da definição matemática da densidade de um líquido. A partir da leitura dos estudantes, o professor poderá promover em sala de aula um momento de discussão e reflexão sobre o que foi aprendido pelos estudantes.

4.1.2 Matematização

Primeiro, precisamos definir as hipóteses de simplificação para o nosso modelo matemático. A primeira delas, nesse momento, é que vamos desconsiderar que somente uma fração do álcool contido em uma bebida é absorvido pelo corpo do indivíduo. Além disso, desconsideraremos também que enquanto o indivíduo consome álcool, o seu sistema eliminará certa quantidade. Com isso, o objetivo é apenas determinar a quantidade de gramas ingeridos. O Quadro 3 abaixo mostra a concentração de álcool no sangue (CAS) de um indivíduo associada aos efeitos provocados por essa quantidade no corpo.

Quadro 3 - Concentração de álcool no sangue e seus efeitos sobre o corpo.

CAS (g/100ml)	Efeitos sobre o corpo
0,01 – 0,05	Aumento do ritmo cardíaco e respiratório Diminuição das funções de vários centros nervosos Comportamento incoerente ao executar tarefas Diminuição da capacidade de discernimento e perda da inibição Leve sensação de euforia, relaxamento e prazer
0,06 – 0,10	Entorpecimento fisiológico de quase todos os sistemas Diminuição da atenção e da vigilância, reflexos mais lentos, dificuldade de coordenação e redução da força muscular Redução da capacidade de tomar decisões racionais ou de discernimento Sensação crescente de ansiedade e depressão Diminuição da paciência
0,11 – 0,15	Reflexos consideravelmente mais lentos Problemas de equilíbrio e de movimento Alteração de algumas funções visuais Fala arrastada Vômito, sobretudo se esta alcoolemia for atingida rapidamente
0,16 – 0,29	Transtornos graves dos sentidos, inclusive consciência reduzida dos estímulos externos Alterações graves da coordenação motora, com tendência a cambalear e a cair frequentemente
0,30 – 0,39	Letargia profunda Perda da consciência Estado de sedação comparável ao de uma anestesia cirúrgica Morte (em muitos casos)
0,40+	Inconsciência Parada respiratória Morte em geral provocada por insuficiência respiratória

Fonte: Bassanezi (2002, p. 273).

A seguir, criaremos uma função que associa y a quantidade de gramas de álcool ingeridas por um indivíduo em função da x quantidade de mililitros consumida. Antes de tudo, precisamos do conceito formal da densidade de um líquido, dada pela Equação 1, onde m é a massa da substância, V seu volume e d sua densidade. A bebida considerada neste estudo é a cerveja, que possui teor alcoólico de aproximadamente 4%.

$$d=\frac{m}{v} \tag{1}$$

Como apenas 4% da bebida é composta por álcool, então a quantidade de álcool será, por enquanto, dada pelo produto 0,04·x em que x é a quantidade, em ml, de bebida ingerida. Entretanto, como desejamos a quantidade de gramas, devemos retomar a densidade do álcool, o qual é de aproximadamente 0,8 g/ml. Com isso, basta multiplicar pelo produto anterior, que encontraremos a função pretendida, dada pela Equação 2.

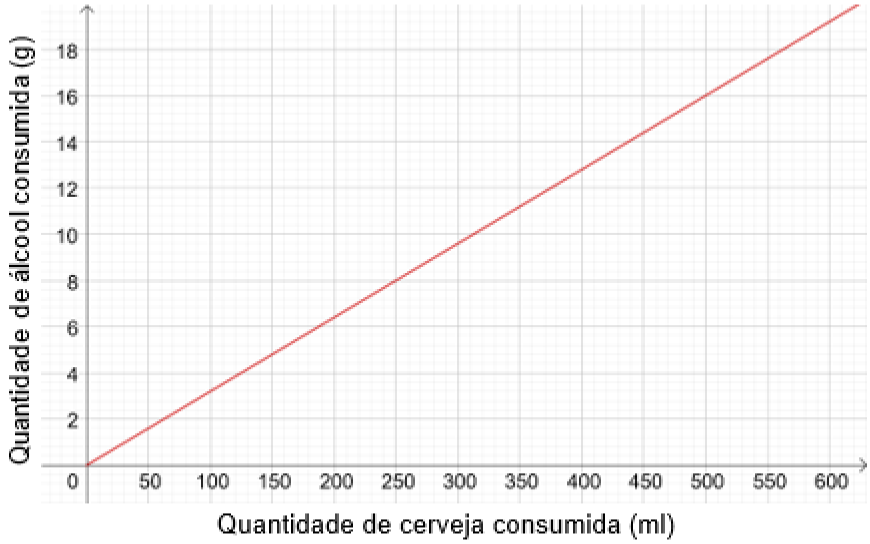
$$\begin{aligned} y&=0{,}04\cdot x\cdot 0{,}8 \\ y&=0{,}032\cdot x \end{aligned} \tag{2}$$

Tal equação que se trata de uma função afim com coeficiente positivo.

4.1.3 Resolução

O modelo matemático desenvolvido na etapa da matematização é caracterizado como uma função afim com coeficiente positivo, dada pela Equação 2. Torna-se importante, portanto, a utilização de ferramentas gráficas para a plotagem do gráfico da função. Será utilizado, neste trabalho, o GeoGebra para auxiliar nesta tarefa. A Figura 2 mostra o gráfico da função, sendo o eixo horizontal x a quantidade de mililitros de cerveja consumida e o eixo vertical y a quantidade, em gramas, de álcool ingerida pelo indivíduo.

Figura 2 - Gráfico da função y = 0,032x.



Fonte: elaborado pelo autor através do *GeoGebra*.

Para o aprofundamento do estudo em questão, o professor que aplicar esta atividade de Modelagem pode apresentar aos estudantes testes como:

1. *Qual a quantidade, em gramas, de álcool em uma latinha de cerveja?*
2. *Qual a quantidade, em gramas, de álcool em cinco latinhas de cerveja?*
3. *Quantos ml de cerveja são necessários consumir para que a quantidade de álcool ingerida seja de 15g?*
4. *Quantos gramas de álcool ingeriu um indivíduo que consumiu 600 ml de cerveja?*

As atividades acima são atividades apenas de verificação, em que o estudante pode resolver utilizando a parte algébrica da função, ou até mesmo colher resultados aproximados através da análise do gráfico. Acreditamos que tais testes são necessários para aprimorar a capacidade dos estudantes no manejo algébrico de funções afim.

4.1.4 Interpretação de Resultados e Validação

Os resultados obtidos nos testes apresentados pelo professor podem gerar discussões em sala de aula, como, por exemplo, verificar se os estudantes esperavam tais resultados ou se foram além de suas expectativas. Além disso, neste momento o professor deve também apresentar as limitações deste cálculo: relembrar que, neste modelo, desconsidera-se a ação do corpo humano de expelir o álcool presente no sangue.

Além disso, explicitar que o modelo é simples, e pretende apenas colher como resultado a quantidade, em gramas, de álcool ingerida de uma só vez. Ainda assim, é importante ressaltar ser possível fazer previsões de quais efeitos o indivíduo poderia vir a sentir caso ingerisse tais quantidades da bebida em questão, no caso, a cerveja.

4.2 Plano de aula 2: função exponencial

Na segunda parte da aula inédita, pretendemos criar um modelo que calcula o risco de um indivíduo alcoolizado ter um acidente de trânsito com base na quantidade de latinhas de cerveja ingeridas. A ideia para esta atividade de Modelagem foi proposta inicialmente por Bassanezi (2002) utilizando cálices de vinho, entretanto, utilizaremos nesta aula a adaptação feita por Helena (2016) que torna possível o uso da atividade na educação básica.

4.2.1 Inteiração

Inicialmente, é interessante que o professor apresente um motivo pelo qual foi escolhido o tema alcoolismo no trânsito para ser trabalhado em sala de aula. Recomenda-se o uso de notícias que retratam a situação das mortes no trânsito relacionadas ao uso do álcool. Para exemplificar, uma notícia do website do Centro de Informações sobre Saúde e Álcool (CISA) apresenta uma pesquisa realizada pela Organização Mundial da Saúde (OMS) em 2012 que afirma que 15% das mortes decorrentes de acidentes de trânsito no mundo têm relação com o álcool.

Outro comentário pertinente pode ser feito pelo professor tanto para gerar informação quanto discussões: a existência da Lei Seca. O professor também pode solicitar aos estudantes que realizem pesquisas sobre o histórico da Lei Seca e também como está o seu desempenho em relação ao objetivo principal: conscientizar sobre os perigos de consumir álcool quando dirigir.

4.2.2 Matematização

Para a construção do modelo da etapa 2, utilizaremos os resultados realizados por uma pesquisa nos Estados Unidos, que apresentou que indivíduos com uma média de 72 kg de massa, estando sem comer há 2 horas, estavam submetidos a um risco de acidentes automobilísticos que cresce exponencialmente com a quantidade de vinho ingerido (BASSANEZI, 2002), como mostra o Quadro 4.

Quadro 4 - Risco de acidente e cálices ingeridos.

Risco de Acidente (%)	Vinho ingerido (cálices)
1,0	0
7,3	8,5
20,0	12,0
35,0	14,6
48,5	15

Fonte: adaptado de Bassanezi (2002, p. 275).

O Quadro 4 está relacionado com a bebida vinho. Entretanto, é possível construir um parâmetro para criar outro quadro relacionando o risco de acidentes com a quantidade de cerveja (ml ou latinhas de 350 ml) ingerida. O cálculo é feito considerando cada cálice de vinho com 120 ml e o teor alcoólico do vinho de 11%. O Quadro 5 mostra a relação.

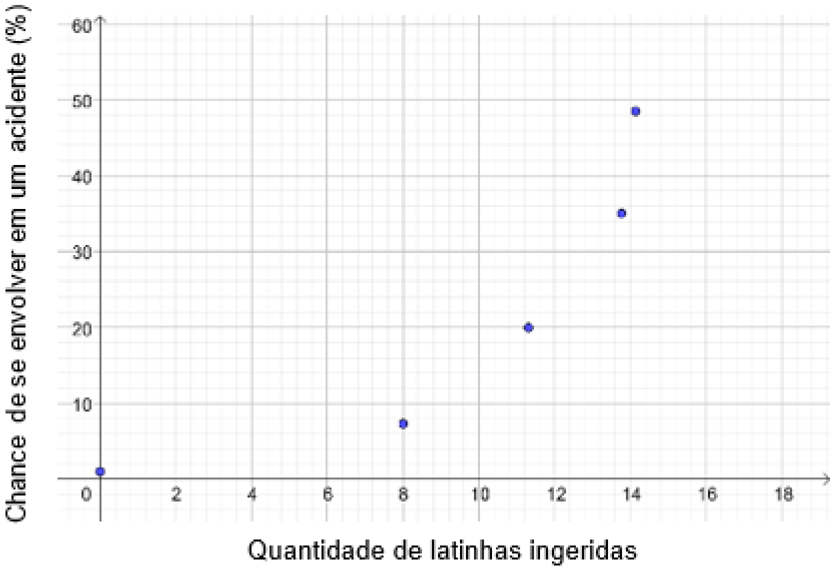
Quadro 5 - Risco de acidente conforme a quantidade de cerveja ingerida.

$y =$ Risco de acidente (%)	Cerveja ingerida (ml)	$x =$ Quantidade de latinhas
1,0	0	0
7,3	2805	8,01
20,0	3960	11,31
35,0	4818	13,77
48,5	4950	14,14

Fonte: elaborado pelo autor com base em Bassanezi (2002, p. 275).

Pretende-se, agora, criar um modelo que nos informará o risco de acidente, em percentual, de acordo com a quantidade de latinhas de cerveja de 350ml ingeridas. A Figura 3 mostra os pontos plotados de acordo com o Quadro 5, que relaciona as variáveis x (eixo horizontal) e y=f(x) (eixo vertical) que são, respectivamente, a quantidade de latinhas ingeridas e o risco percentual de acidente.

Figura 3 - Gráfico do risco de acidente pela quantidade de latinhas ingeridas



Fonte: elaborado pelo autor através do *Geogebra*.

Acredita-se que o momento de plotagem dos pontos em uma ferramenta gráfica é de grande importância no processo de aprendizado, pois evidencia, nos olhares dos estudantes, qual comportamento possui os dados que estão sendo analisados e de que forma podemos prever resultados, pois é possível relacioná-los a uma função conhecida pelos estudantes. Neste momento, o professor deve indagar qual função modelaria o comportamento dos pontos e deve aguardar que os estudantes afirmem que seja a função exponencial.

Para encontrar o modelo em questão, utilizaremos os pontos (8.01,7.3) e (11.31,20) em uma função do tipo $f(x)=a \cdot b^x$. Substituindo o primeiro ponto, temos:

$$f(8{,}01)=a.b^{8{,}01}=7{,}3 \Rightarrow b^{8{,}01}=\frac{7{,}3}{a}$$

$$\Rightarrow \log_b b^{8{,}01}=\log_b \frac{7{,}3}{a} \Rightarrow 8{,}01 = \log_b \frac{7{,}3}{a} \tag{3}$$

$$\Rightarrow 8{,}01=\log_b 7{,}3 - \log_b a$$

Substituindo, agora, o segundo ponto e obedecendo o mesmo passo-a-passo, teremos que:

$$f(11{,}31)=a.b^{11{,}31}=20 \Rightarrow b^{11{,}31}=\frac{20}{a}$$

$$\Rightarrow \log_b b^{11{,}31}=\log_b \frac{20}{a} \Rightarrow 11{,}31 = \log_b \frac{20}{a} \tag{4}$$

$$\Rightarrow 11{,}31 = \log_b 20 - \log_b a$$

Subtraindo a Equação 3 da Equação 4, tem-se:

$$11{,}31 - 8{,}01 = \log_b 20 - \log_b 7{,}3$$

$$3.3 = \log_b \frac{20}{7{,}3}$$

$$3{,}3 \approx \log_b 2{,}73$$

$$b^{3{,}3} \approx 2{,}73$$

$$b \approx 1{,}35$$

Nestes últimos passos, faz-se necessário o uso de calculadoras científicas para o cálculo de potências com expoentes fracionários. Encontrado o valor do parâmetro *b*, podemos, agora, substituí-lo em qualquer uma das equações iniciais:

$$a \cdot 1{,}35^{11{,}31} = 20$$

$$a = \frac{20}{29{,}8} \Rightarrow a \approx 0{,}67$$

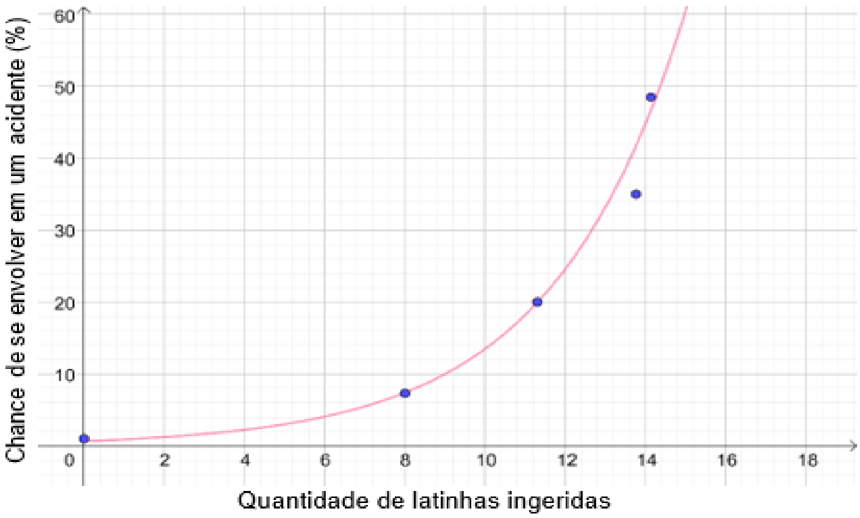
Com isso, chegamos ao modelo dado pela Equação 5.

$$f(x) = 0{,}67 \cdot 1{,}35^x \tag{5}$$

4.2.3 Resolução

O professor deve, agora que encontrou o modelo matemático que prevê os resultados em questão, mostrar o gráfico para os estudantes e validar a qualidade da função encontrada. Ao plotar a função $f(x) = 0{,}67 \cdot 1{,}35^x$ no *GeoGebra*, obtemos o gráfico apresentado na Figura 4, que está acompanhada dos pontos utilizados para obter o modelo. Pode-se perceber que a função está satisfatoriamente próxima dos pontos. Na Figura 4, o eixo horizontal é a quantidade de latinhas ingeridas e o eixo vertical trata-se da chance percentual do indivíduo que ingeriu x latinhas de cerveja se envolver em um acidente de trânsito.

Figura 4 – Modelo $f(x) = 0{,}67 \cdot 1{,}35^x$ acompanhado dos pontos.



Fonte: elaborado pelo autor através do *GeoGebra*.

Após a obtenção do modelo, os estudantes, com o professor, devem destinar um tempo para explorar a função encontrada. A partir disso, o professor deve apresentar situações nas quais os estudantes aplicam os seus conhecimentos sobre a função exponencial para responder. Exemplos de testes são apresentados por Helena (2016), nos quais adaptamos e transformamos nas seguintes questões:

1. *O indivíduo que consumir 4 latinhas de cerveja estará sujeito a qual risco de acidente?*
2. *Com quantas latinhas teremos a certeza de que o indivíduo sofrerá um acidente?*

4.2.4 Interpretação de Resultados e Validação

O modelo em questão foi obtido através de dois pontos arbitrários do Quadro 5. É importante ressaltar para os estudantes que quaisquer outros dois pontos resultam em uma função exponencial, e que se pode verificar quais dos modelos encontrados adéquam-se melhor aos pontos. Outra discussão válida versa sobre a certeza de que o indivíduo se envolverá em um acidente caso consuma certa quantidade de latinhas de cerveja. É importante ressaltar que são apenas previsões, e que não é possível prever com certeza que tal indivíduo estará sujeito a um acidente de trânsito. O professor pode, neste momento, relembrar a importância de não ingerir álcool, principalmente quando se sabe que irá dirigir.

5 PLANO DE AULA: ANÁLISE A POSTERIORI

As aulas relatadas neste capítulo foram ministradas em uma turma de 1ª série do Ensino Médio, que continha um total de 15 estudantes, dividida em dois grupos, na atividade denominados de Grupo A e Grupo B. A atitude de dividir os estudantes em grupos é amparada pelos autores Almeida, Silva e Vertuan (2020), visto que:

> "Quando os alunos trabalham juntos com o mesmo objetivo e produzem um produto ou solução final comum, têm a possibilidade de discutir os méritos das diferentes estratégias para resolver um mesmo problema e isso pode contribuir significativamente para a aprendizagem dos conceitos envolvidos." (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2020, p. 33).

Os relatos seguintes referem-se a momentos, aulas com duração de 50 minutos. O cronograma seguido foi o apresentado no Quadro 6.

Quadro 6 - Cronograma de aplicação da atividade de Modelagem.

Momento	**Data**	**Objetivos principais**
01	09/11	I. discussões iniciais sobre o assunto; II. definição de teor alcoólico.
02	10/11	I. descoberta do modelo de função afim; II. resolução dos problemas propostos pelo professor.

Fonte: elaborado pelo autor.

5.1 Momento 01

Em um encontro anterior do professor com os estudantes, foi pedido que eles trouxessem para a sala de aula, notícias e/ou artigos cujo tema tivesse relação com algumas questões propostas pelo autor deste artigo, são elas:

1) Quais efeitos podem sofrer indivíduos que ingerem álcool?
2) Qual quantidade de álcool ingerida é perigosa no trânsito?
3) Qual o risco percentual de um indivíduo que ingeriu álcool se envolver em um acidente de trânsito?
4) Qual o significado de teor alcoólico? E densidade?

A partir da leitura individual das notícias encontradas, os estudantes chegaram com bastantes argumentos e conhecimentos construídos acerca do assunto, e, assim, houve discussões e conversas construtivas sobre o consumo do álcool e do perigo que pode acarretar sobre a vida de quem o ingere. Acredita-se que quanto mais conhecimento os estudantes possuírem sobre o assunto, mais incitados a participar da atividade eles estarão.

Após as conversas sobre o assunto, o professor questionou qual era a definição de teor alcoólico e densidade de um líquido, conhecimentos necessários para o entendimento correto do modelo. Foi, então, apresentado o teor alcoólico de diferentes bebidas, e principalmente o da bebida a ser estudada: a cerveja. Os estudantes discutiram bastante sobre as bebidas apresentadas e seus respectivos teores alcoólicos, pois não estava de acordo com o que eles acreditavam.

Logo em seguida, foi apresentado um quadro contendo possíveis efeitos que podem ter indivíduos que consomem certas quantidades de álcool (Quadro 1), o que também gerou discussões.

Ao saberem, de forma mais efetiva, os significados de teor alcoólico e densidade de um líquido, os estudantes foram questionados sobre “quantos gramas de álcool ingere um indivíduo que bebe 1000 ml de cerveja?”.

A resposta para a pergunta anterior foi logo alcançada pelo Grupo A, que respondeu adequadamente 32 gramas. O Grupo B também conseguiu chegar à mesma resposta, entretanto, necessitou de mais momentos de mediação do professor, que serviu como auxiliar, não informando de forma direta quais passos deveriam ser tomados, mas indagando o que eles sabiam sobre o assunto e de que foram poderiam chegar à resposta. As respostas do grupo A se encontram no Apêndice D e algumas delas são analisadas na seção seguinte.

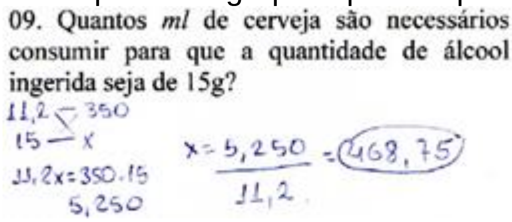
5.2 Momento 02

No segundo encontro, em outra data, a aula iniciou-se com um objetivo direto: descobrir qual é o modelo (função afim) que descreve a quantidade de gramas de álcool ingeridos conforme a quantidade de ml bebido. Antes de indagá-los sobre a função, o professor pediu, como tentativa de revisão do que foi visto no momento anterior, para que calculassem a quantidade de gramas de álcool presentes em 2000 ml de cerveja.

O restante do encontro foi destinado para que os estudantes pudessem responder às questões apresentadas pelo professor, presentes no Apêndice B. Tanto o Grupo A quanto o Grupo B conseguiram chegar ao modelo $y=0{,}032\cdot x$.

É importante mencionar que em uma das questões propostas, havia a pergunta “Quantos ml de cerveja são necessários consumir para que a quantidade de álcool ingerida seja de 15 g?”. Percebeu-se que os estudantes apresentaram várias estratégias para respondê-la. O professor esperava que eles, imediatamente, substituiriam o valor 15 na função encontrada, entretanto, essa foi apenas uma das estratégias. Outros dois estudantes decidiram resolver utilizando regra de três (que, na verdade, é o mesmo que o método da substituição) e por tentativa, arriscando várias quantidades de ml até que alguma resultasse em exatamente 15g. A resposta do Grupo A encontra-se na Figura 5, que utiliza regra de três para resolução.

Figura 5 - resposta do grupo A para a questão 09.

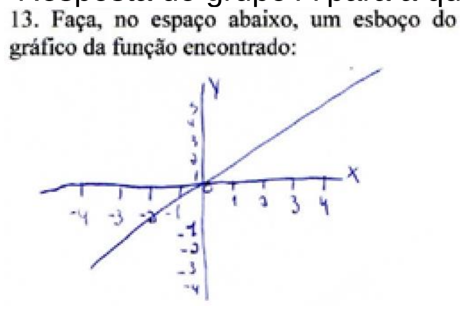


Fonte: dados da pesquisa.

O professor permitiu, para que os estudantes conseguissem resolver as outras questões propostas, que eles realizassem consultas na internet. Algumas perguntas foram destinadas aos assuntos de função afim, conteúdo visto no início do ano letivo, e assim, alguns dos estudantes não se recordavam suficientemente para responder. Nas figuras abaixo, temos algumas respostas apresentadas pelo Grupo A.

Na resolução da questão 11, os estudantes do Grupo A decidiram desenhar um gráfico de uma função afim, entretanto, não atentaram para os valores atribuídos aos eixos x e y, apenas ao comportamento linear da função afim, o que demonstra possível fragilidade na interpretação dos gráficos de funções. A Figura 6 mostra o esboço do Grupo A.

Figura 6 - Resposta do grupo A para a questão 11.



Fonte: dados da pesquisa.

Para a finalização da aula, o professor deixou claro que o modelo se trata apenas de uma aproximação da realidade, e que não tem o intuito de medir com certeza quantos gramas de álcool um indivíduo ingere, pois desconsidera completamente a capacidade humana de expelir álcool. A Figura 7 apresenta fotos dos momentos 01 e 02.

Figura 7 - Fotografias dos momentos 01 e 02.

Fonte: dados da pesquisa.

5.3 Análise dos resultados dos questionários

Antes da análise dos resultados, é importante ressaltar que o questionário foi elaborado com o intuito de verificar o aproveitamento de ambos planos de aula: o primeiro, referente à função afim, e o segundo, referente à função exponencial. Entretanto, por conta do calendário escolar, algumas aulas de matemática foram destinadas a outras atividades da escola, o que acarretou perda de oportunidade para aplicação do plano de aula 02.

Em um momento anterior, foi dado aos estudantes o questionário presente no Apêndice A. Posteriormente à aplicação da atividade de modelagem, foi dado o questionário presente no Apêndice C. Nesta seção, apresentar-se-á uma discussão acerca dos resultados encontrados.

Questão 01: quais efeitos podem sofrer pessoas que ingerem álcool?

Algumas respostas para a pergunta anterior, antes da atividade, foram: *náuseas, cirrose, perda de neurônios, lapsos de memória, problemas nos rins e fígado, acidentes, brigas, overdose, dores de cabeça e morte.* Pode-se perceber que antes da leitura sugerida pelo professor, os estudantes apresentam satisfatório conhecimento prévio.

Após a atividade mantiveram-se algumas respostas, entretanto, apareceram novos efeitos: *imponência sexual, falha no equilíbrio, euforia, aumento da pressão sanguínea, desmaios, alucinações e fraquezas.* Pode-se perceber que após a atividade e discussões, os estudantes modificaram algumas das respostas, confirmando que houve influência da atividade em seu conhecimento.

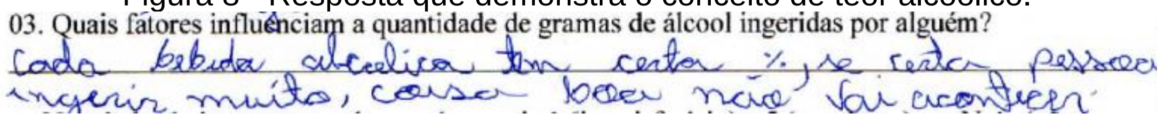
Questão 02: quais fatores influenciam a chance de uma pessoa se envolver em um acidente ao ingerir bebida alcoólica?

Algumas respostas foram: a grande quantidade ingerida de álcool, a falta de atenção de uma pessoa que ingeriu, perda das funções cognitivas e velocidade.

Questão 03: quais fatores influenciam a quantidade de gramas de álcool ingeridas por alguém?

Exemplos de respostas apresentadas pelos estudantes antes da atividade de modelagem: *vício, problemas pessoais, o tipo de bebida, o estado mental da pessoa, influência de terceiros e o estado emocional*. Uma das respostas esperadas pelo professor, no questionário aplicado após a aplicação da atividade, é a citação do termo teor alcoólico, o que realmente aconteceu. Alguns dos estudantes citaram que diferentes bebidas têm diferentes percentuais (referindo-se ao teor alcoólico) e que isso influenciaria na quantidade de gramas ingeridos. A Figura 8 apresenta um dos estudantes que respondeu assim.

Figura 8 - Resposta que demonstra o conceito de teor alcoólico.


03. Quais fatores influenciam a quantidade de gramas de álcool ingeridas por alguém?

Cada bebida alcolica tem certa %, se certa pessoa ingerir muito, coisa boa não vai acontecer

Fonte: dados da pesquisa.

No questionário aplicado após a atividade, foi questionado aos alunos quais eram os pontos fortes e os pontos a melhorar em relação à atividade de Modelagem. Algumas respostas apresentadas pelos estudantes são mostradas no Quadro 7.

Quadro 7 - Respostas dos estudantes sobre a avaliação da atividade.

Aluno	Pontos fortes	Pontos a melhorar
A	“conteúdo interessante, conteúdo diferente mais aplicado em situações do dia-a-dia”.	“complicação na resolução de questões, difícil achar a resposta”
C	“ensinar como função afim se encaixa no cotidiano de forma didática”	
G	“estimulou o aprendizado”	“explicar melhor o conteúdo”
H	“foi importante para ver as consequências do álcool”	

Fonte: dados da pesquisa.

Verifica-se proximidade do que consideram os autores mencionados no referencial teórico deste trabalho: a Modelagem Matemática pode aprimorar o interesse dos estudantes pela matemática.

Na última pergunta, foi pedido aos estudantes que apontassem pontos fortes e pontos a melhorar especificamente sobre a disciplina de matemática deste ano letivo (2022). O Quadro 8 apresenta algumas das respostas dos estudantes.

Quadro 8 - Respostas dos estudantes sobre a matemática.

Aluno	Pontos fortes	Pontos a melhorar
A	“os professores ajudavam muito para o conteúdo ser mais claro”	“conteúdo chato e alguns não são importantes”
C		“as disciplinas são inúteis no dia-a-dia. Ex.: log, função seno, função quadrática”
I	“apresenta conteúdo importante que pode ser preciso futuramente”	
L	“simples de se compreender”	“utilidade na vida, não somente profissional, mas na vida em geral”

Fonte: dados da pesquisa.

Como pode ser visto, alguns dos estudantes atrelam a matemática a algo negativo, confirmando o que afirmam Meyer, Caldeira e Malheiros (2021). O estudante C chega até a afirmar que os conteúdos de matemática são inúteis, citando alguns dos exemplos como logaritmo, função seno e função quadrática.

Visto que os pontos a melhorar são bastante urgentes, acredita-se que é dever do professor de matemática fazer com que opiniões como estas não se repitam em sua prática pedagógica. Durante todo o ano letivo antes da atividade relatada, em nenhuma ocasião foi utilizada a modelagem, e sim apenas os conteúdos trazidos pelo livro didático, o que pode explicar tais respostas. Logo, a utilização da modelagem pode sim modificar esse contexto, fazendo com que os estudantes consigam vincular a matemática (principalmente funções) ao seu cotidiano.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, foi verificado que a Modelagem é um processo que possui diversas definições, sendo considerada tanto um conjunto de etapas quanto uma arte que transforma problemas reais em simbologia matemática. Independente da forma como a modelagem é classificada, fica claro que ela possui sua importância e eficácia quando é utilizada no ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos.

Através da análise de um trabalho que continha uma revisão bibliográfica sobre Modelagem Matemática (CEDRAZ et al., 2019), verificou-se que a modelagem é amplamente utilizada para o ensino de álgebra, mais especificamente o ensino de funções, o principal foco deste trabalho. Na BNCC, a modelagem é citada no documento na parte destinada ao Ensino Fundamental. Ademais, várias habilidades do Ensino Médio foram vinculadas ao uso da modelagem na educação, visto que tais habilidades citam o uso de diferentes contextos através do ensino de funções.

A partir de então, este trabalho teve como objetivos aplicar uma atividade de Modelagem Matemática para o ensino das funções afim e exponencial e também relatar a experiência do autor na aplicação da atividade de função afim. A temática da atividade versava principalmente sobre o uso indiscriminado do álcool e como isso pode influenciar nos efeitos que os indivíduos sentem ao ingerir bebidas desse tipo e quais suas chances de causar um acidente.

Verificou-se, pela análise dos resultados dos questionários, que após a atividade aplicada, os estudantes aprimoraram seus conhecimentos sobre a temática. Além disso, foi constatado que eles consideram a matemática inútil e descontextualizada, visto que atividades como esta não foram realizadas durante o ano letivo. Considera-se, portanto, que tais respostas fazem sentido, visto que a forma como estudaram a matemática foi puramente algébrica.

Pode-se concluir que o professor, ao aplicar atividades como a que é sugerida neste trabalho, poderá aprimorar o interesse dos estudantes pela matemática, visto que os insere em contextos além da álgebra pura. Assim, os estudantes percebem uma relação entre a matemática e a realidade, fazendo com que consigam enxergar que é possível estudar e aprender matemática sem o enfoque considerado por eles “inútil”.

Recomenda-se que outras atividades, tais como essas, sejam elaboradas por estudantes de cursos de pós-graduação e sejam disponibilizadas para professores que cotidianamente têm contato com estudantes desmotivados, para que os mesmos criem mais interesse pela arte sendo o processo de Modelagem Matemática.

REFERÊNCIAS

Álcool e trânsito. **CISA**, 2014. Disponível em <https://cisa.org.br/pesquisa/artigos-cientificos/artigo/item/79-alcool-e-transito>. Acesso em: 09/10/2022.

ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina Pessôa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Básica**, São Paulo: Contexto, 2020.

BASSANEZI, Rordney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018.

BOGDAN, Roberto; BIKLEN, Sari Knopp. **Qualitative research for education:** an introduction to theories and methods. Boston: Allyn and Bacon, 2007.

CEDRAZ, Camilla et al. **Álgebra e Modelagem Matemática:** um panorama das pesquisas brasileiras nos últimos anos. Educação Matemática Debate, v. 3, n. 8, p. 119-130, 2019.

Entenda as 10 competências gerais que orientam a Base Nacional Comum. **Porvir**, 2017. Disponível em <https://porvir.org/entenda-10-competencias-gerais-orientam-base-nacional-comum-curricular/> . Acesso em 26/11/2022.

GIL, Antonio Carlos et al. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.

HELENA, Aline Fernanda Faquini. **Modelagem Matemática no Ensino Médio**: Uma abordagem para o ensino de funções exponenciais e logarítmicas. Dissertação (mestrado). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista. Rio Claro. 2016.

MEYER, João Frederico da Costa de Azevedo; CALDEIRA, Ademir Donizeti; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2021.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. São Paulo: Cortez editora, 2017.

APÊNDICE A – Questionário de Análise a Priori

Figura 9 - questionário de análise a priori.

QUESTIONÁRIO DE ANÁLISE A PRIORI

Atividade de Modelagem Matemática

Conhecimento prévio sobre o assunto

01. Quais efeitos podem sofrer pessoas que ingerem álcool?

____

02. Quais fatores influenciam a chance de uma pessoa se envolver em um acidente ao ingerir bebida alcoólica?

____

03. Quais fatores influenciam a quantidade de gramas de álcool ingeridas por alguém?

____

Sobre o desempenho do professor nas aulas de matemática, preencha a tabela:

Pontos fortes	Pontos a melhorar

Sobre a disciplina de matemática deste ano letivo, preencha a tabela:

Pontos fortes	Pontos a melhorar

Fonte: dados da pesquisa.

APÊNDICE B – Relatório de atividades do momento 01

Figura 10 - relatório de atividade.

RELATÓRIO DE ATIVIDADE

Grupo: ___

Integrantes:

01. O que é teor alcoólico?

02. O que é a concentração de álcool no sangue?

03. Cite pelo menos três efeitos que sofre um indivíduo que consome álcool.

04. Qual o teor alcoólico da cerveja, em média?

05. Quantos gramas de álcool ingere um indivíduo que bebe 1 000 ml de cerveja? *(Escreva os cálculos utilizados)*

06. Quantos gramas de álcool ingere um indivíduo que consome x ml de cerveja? *(Escreva o modelo e os cálculos feitos)*

07. Qual a quantidade, em gramas, de álcool em uma latinha de cerveja?

08. Qual a quantidade, em gramas, de álcool em cinco latinhas de cerveja?

09. Quantos *ml* de cerveja são necessários consumir para que a quantidade de álcool ingerida seja de 15g?

10. Quantos gramas de álcool ingeriu um indivíduo que consumiu 500 *ml* de cerveja?

11. Quais efeitos sofrerá um indivíduo que ingerir 10 latinhas de cerveja?

12. Qual a classificação da função encontrada na questão 06? Quais são seus coeficientes?

13. Faça, no espaço abaixo, um esboço do gráfico da função encontrado:

Fonte: dados da pesquisa.

APÊNDICE C – Questionário de análise a posteriori

Figura 11 - questionário de análise a posteriori.

QUESTIONÁRIO DE ANÁLISE A POSTERIORI

Atividade de Modelagem Matemática

Conhecimento sobre o assunto

01. Quais efeitos podem sofrer pessoas que ingerem álcool?

____

02. Quais fatores influenciam a chance de uma pessoa se envolver em um acidente ao ingerir bebida alcoólica?

____

03. Quais fatores influenciam a quantidade de gramas de álcool ingeridas por alguém?

____

Sobre a atividade realizada, preencha a tabela:

Pontos fortes	Pontos a melhorar

Sobre o desempenho do professor, preencha a tabela:

Pontos fortes	Pontos a melhorar

Sobre a disciplina de matemática deste ano letivo, preencha a tabela:

Pontos fortes	Pontos a melhorar

Fonte: dados da pesquisa.

APÊNDICE D – Respostas do grupo A das atividades

Figura 12 - respostas do Grupo A.

RELATÓRIO DE ATIVIDADE

Grupo: A

Integrantes:

[redacted]

01. O que é teor alcoólico?

Expressa a quantidade de álcool presente em um líquido.

02. O que é a concentração de álcool no sangue?

Quantidade de grama de álcool no sangue do indivíduo que ingeriu bebida alcoólica.

03. Cite pelo menos três efeitos que sofre um indivíduo que consome álcool.

aumento do ritmo cardíaco e respiratório, leve sensação de euforia, relaxamento e prazer, reflexos consideravelmente mais lentos.

04. Qual o teor alcoólico da cerveja, em média?

em média 4%

05. Quantos gramas de álcool ingere um indivíduo que bebe 1 000 ml de cerveja? *(Escreva os cálculos utilizados)*

1º Para descobrir a massa usa a fórmula $d = \frac{m}{v}$. 2º a densidade do álcool é de 800kg/m³

3º 800 kg/m³ → 0,8 g/ml

4º Volume de álcool de 100 ml de cerveja é 40 e em 1000, 40ml

5º. $d = \frac{m}{v}$: $0{,}8\,g/ml = \frac{m}{40ml}$ ∴ m = 32 g

06. Quantos gramas de álcool ingere um indivíduo que consome *x* ml de cerveja? *(Escreva o modelo e os cálculos feitos)*

$\frac{4}{100} \cdot x$

$0{,}04 \cdot x$

$d = \frac{m}{v}$

$0{,}8 = \frac{m}{0{,}04 \cdot x}$

$0{,}04 \cdot x \cdot 0{,}8 = m$

$0{,}032 \cdot x = m$

$\boxed{f(x) = 0{,}032\,x}$

07. Qual a quantidade, em gramas, de álcool em uma latinha de cerveja?

$f(x) = 0{,}032\,x$

$f(350) = 0{,}032 \cdot x$

$0{,}032 \cdot 350$

11,2

08. Qual a quantidade, em gramas, de álcool em cinco latinhas de cerveja?

$11{,}2 \cdot 5$

56 g

09. Quantos *ml* de cerveja são necessários consumir para que a quantidade de álcool ingerida seja de 15g?

11,2 — 350

15 — x

11,2x = 350 . 15

5,250

$x = \frac{5{,}250}{11{,}2} = 468{,}75$

10. Quantos gramas de álcool ingeriu um indivíduo que consumiu 500 *ml* de cerveja?

500 — x

1000 — 32

1000 ml = 32g

500 : 16g

11. Quais efeitos sofrerá um indivíduo que ingerir 10 latinhas de cerveja?

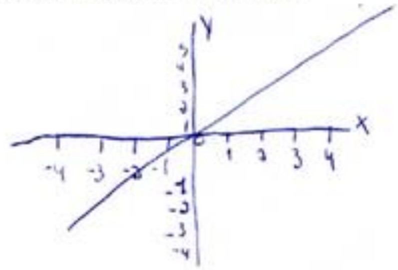
12. Qual a classificação da função encontrada na questão 06? Quais são seus coeficientes?

função afim   coeficiente angular: 0,032

coeficiente linear: 0

variável: x

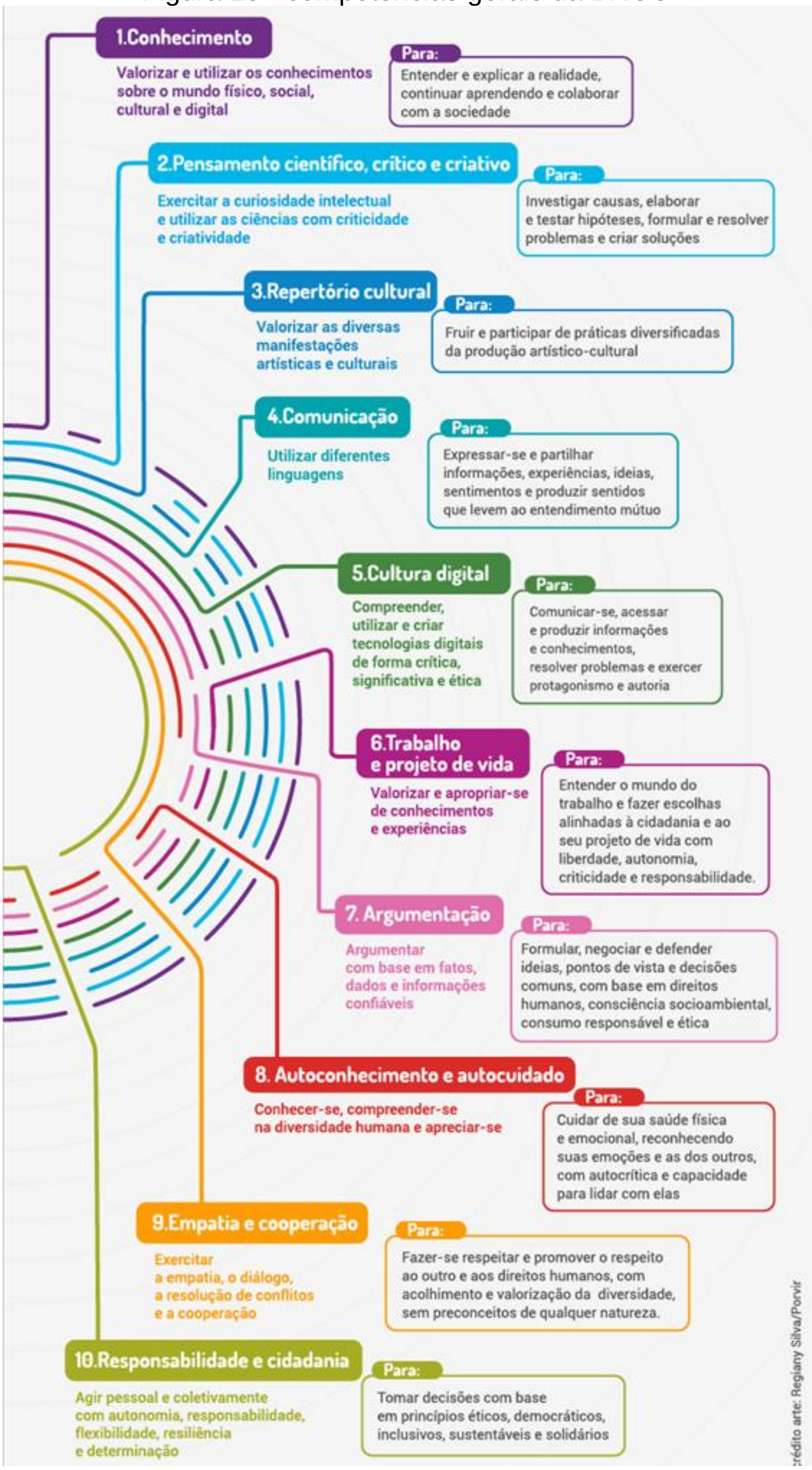
13. Faça, no espaço abaixo, um esboço do gráfico da função encontrado:



Fonte: dados da pesquisa.

ANEXO A – Competências gerais da BNCC

Figura 13 - competências gerais da BNCC.



Fonte: Porvir (2017).