UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

ÂNDREA CORRÊA PORTO

CONTRIBUIÇÕES DA ROBÓTICA EDUCACIONAL PARA O ENSINO DE FUNÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

Itaqui

2023

ÂNDREA CORRÊA PORTO

CONTRIBUIÇÕES DA ROBÓTICA EDUCACIONAL PARA O ENSINO DE FUNÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título Licenciado(a) em Matemática.

Orientador: Alex Sandro Gomes Leão

Coorientador: Charles Quevedo Carpes

Itaqui

2023

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

P556c Porto, Ândrea Corrêa
CONTRIBUIÇÕES DA ROBÓTICA EDUCACIONAL PARA O ENSINO DE FUNÇÕES DO PRIMEIRO GRAU / Ândrea Corrêa Porto.
209 p.

Trabalho de Conclusão de Curso(Graduação)-- Universidade Federal do Pampa, MATEMÁTICA, 2023.
"Orientação: Alex Sandro Gomes Leão".

1. Robótica Educacional. 2. Ensino de Funções. 3. Análise de Erros. 4. Resolução de Problemas. I. Título.

ÂNDREA CORRÊA PORTO

CONTRIBUIÇÕES DA ROBÓTICA EDUCACIONAL PARA O ENSINO DE FUNÇÕES DO PRIMEIRO GRAU

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título Licenciado(a) em Matemática.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 04 de dezembro de 2023.

Banca examinadora:

gov.br Documento assinado digitalmente
ALEX SANDRO GOMES LEAO
Data: 15/12/2023 20:11:44-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

____

Prof. Dr. Alex Sandro Gomes Leão
Orientador
(UNIPAMPA)

gov.br Documento assinado digitalmente
CHARLES QUEVEDO CARPES
Data: 15/12/2023 20:52:28-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

____

Prof. Dr.Charles Quevedo Carpes
Co-orientador

gov.br Documento assinado digitalmente
WILLIAN DAMIN
Data: 15/12/2023 21:05:38-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

____

Prof. Dr.Willian Damin
(UNIPAMPA)

gov.br Documento assinado digitalmente
AILTON JESUS DINARDI
Data: 16/12/2023 13:39:56-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

____

Prof. Dr.Ailton Dinardi
(UNIPAMPA)

AGRADECIMENTO

A minha família, pelo incentivo e paciência no decorrer da minha jornada acadêmica.
Aos Professores Dr. Alex Sandro Gomes Leão e Dr. Charles Quevedo Carpes , pela orientação sábia, pelas sugestões valiosas que moldaram esse trabalho.
Aos professores que ao longo desses anos compartilharam conhecimento e inspiraram meu aprendizado.
A todos os colegas de curso com quem convivi nos últimos anos pela companhia e pela troca de experiências, que não só contribuíram para o meu crescimento pessoal, mas também para o meu desenvolvimento como estudante.
A todos que, de maneira direta ou indireta, contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho de pesquisa, enriquecendo significativamente meu processo de aprendizado

RESUMO

O presente trabalho apresenta a pesquisa desenvolvida no ano de 2023 como parte integrante de um projeto de extensão promovido pela Universidade Federal do Pampa - campus Itaqui. A iniciativa adotou o formato de uma oficina, denominada "Robomath", focalizando o uso da robótica educacional e resolução de problemas para o ensino de funções do 1º grau. O objetivo do estudo foi investigar as variantes que emergem de uma sequência de ensino com uso da robótica educacional para o ensino de funções polinomiais do 1º grau. Esta pesquisa, caracterizada qualitativa do tipo Pesquisa-ação, empregou o uso da Resolução de Problemas como Metodologia de Ensino e Pesquisa juntamente com a Análise de Erros para análise dos dados coletados. Para coletar informações foram utilizados instrumentos como coleta de registro de atividades, observação das aulas, roda de conversa e questionário on-line, os quais compuseram uma pasta de portfólio. São várias e distintas as variantes encontradas neste ambiente de robótica. É possível identificar um enorme potencial no uso da Robótica Educacional, tanto na área da pesquisa quando do ensino, já que aliada a resolução de problemas possibilita a construção de diferentes situações práticas e estimulantes para os estudantes se envolverem, é um interessante recurso motivacional, mas vai além, possibilitando diferentes possibilidades de construção de estratégias e de aplicabilidade da matemática através do ensino de robótica. Com efeito, existem muitas fragilidades a serem superadas para que seja implementada em sala de aula. A escola precisa estar melhor organizada estruturalmente, e curricularmente para o desenvolvimento de atividades mais ativas, pois com o currículo amarrado com horários fixos em determinadas disciplinas, um trabalho mais ativo fica prejudicado. A falta de familiaridade dos professores com o uso da robótica e programação também se configura como um fator limitante. Embora os *kits* robótica Mega sejam um bom ponto de partida, sua limitação ressalta a necessidade de ampliar o conjunto de ferramentas de robótica disponíveis, permitindo a abordagem de diversos conteúdos de maneira mais abrangente.

Palavras-Chave: Robótica Educacional, Resolução de Problemas, Ensino de Funções, Análise de Erros.

ABSTRACT

This work presents the research developed in 2023 as an integral part of an extension project promoted by the Federal University of Pampa - Itaqui campus. The initiative adopted the format of a workshop, called “Robomath”, focusing on the use of educational robotics and problem solving for teaching primary school functions. The objective of the study was to investigate the variants that emerge from a teaching sequence using educational robotics to teach 1st grade polynomial functions. This research, characterized as qualitative of the Action Research type, employed the use of Problem Solving as a Teaching and Research Methodology together with Error Analysis to analyze the collected data. To collect information, instruments such as collecting activity records, class observation, conversation circles and online questionnaires were used, which made up a portfolio folder. There are several and distinct variants found in this robotics environment. It is possible to identify enormous potential in the use of Educational Robotics, both in the area of research and teaching, as combined with problem solving it allows the construction of different practical and stimulating situations for students to get involved in, it is an interesting motivational resource, but it goes further, enabling different possibilities for building strategies and applicability of mathematics through robotics teaching. In fact, there are many weaknesses to be overcome so that it can be implemented in the classroom. The school needs to be better organized structurally and curricularly for the development of more active activities, as with the curriculum tied to fixed schedules in certain subjects, more active work is hampered. Teachers' lack of familiarity with the use of robotics and programming is also a limiting factor. Although Mega robotics kits are a good starting point, their limitations highlight the need to expand the set of robotics tools available, allowing diverse content to be approached in a more comprehensive way.

Keywords: Educational Robotics, Problem Solving, Function Teaching, Error Analysis.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

No ano de 2021, visando a inserção de tecnologias no ensino, o Governo do Estado distribuiu *kits* de robótica às escolas estaduais. Contudo, os professores dessas escolas, não receberam a capacitação necessária para o desenvolvimento de atividades utilizando esse material.

Com isso, no ano de 2022 o curso de Matemática-Licenciatura da Unipampa Itaqui-RS desenvolveu um projeto de extensão em parceria com as escolas estaduais de ensino médio da cidade, atendendo aos anseios dessas instituições para a utilização desse material. Para isso, desenvolvemos ações nas escolas que propuseram a utilização dos kits para ofertar aos estudantes uma introdução à programação em Arduíno[1].

Neste trabalho, iremos descrever uma segunda ação resultante desta primeira. O RoboMath foi um projeto desenvolvido para trabalhar a matemática escolar com os estudantes participantes da primeira proposta de extensão utilizando para isso a construção de sequências didáticas a partir do uso dos kits de robótica. Para tal, nosso objetivo foi investigar as variantes[2] encontradas a partir do desenvolvimento de uma sequência de ensino com uso da robótica educacional para o ensino de funções polinomiais do 1º grau.

Entendendo que os estudantes ficaram motivados com o uso dos kits educacionais, percebemos que seria o momento de desenvolver uma proposta para 2023 visando não somente o ensino de robótica e a motivação para a sala de aula, mas sim um processo que visasse melhorar esta relação, de modo que o desenvolvimento do ensino com robótica proporcione o desenvolvimento de conceitos matemáticos.

A proposta consiste na utilização da robótica educacional em conjunto com a metodologia de resolução de problemas para promover um ambiente onde a aprendizagem ocorra de modo a gerar novos significados matemáticos para os estudantes, estimulando o desenvolvimento do pensamento crítico e do raciocínio lógico.

[1] Arduíno é o nome comercial de uma plataforma de microcontroladores que foram desenvolvidos inicialmente por pesquisadores italianos para serem utilizados em tarefas de robótica educacional e pequenas automações.
[2] Entende-se neste contexto por variantes, todas as dificuldades, desafios e possibilidades encontradas que emergem deste ambiente educacional.

A metodologia utilizada compreende uma pesquisa descritiva, de abordagem qualitativa e de caráter exploratório, a partir de uma pesquisa-ação. Durante a realização desta proposta nos propomos a investigar: Quais variantes que emergem de uma sequência de ensino com uso da robótica educacional para o ensino de funções polinomiais do 1º grau?

Nesse sentido, o objetivo dessa pesquisa é investigar as variantes encontradas a partir do desenvolvimento de uma sequência de ensino com uso da robótica educacional para o ensino de funções polinomiais do 1º grau.

De forma mais específica:

- Desenvolver e aplicar uma sequência de ensino para o estudo de funções polinomiais através da Robótica Educacional e da Resolução de Problemas;
- Analisar os erros encontrados no desenvolvimento de atividades que envolvam Robótica e Resolução de Problemas para o ensino de funções;
- Analisar as dificuldades dos estudantes referente ao uso da robótica educacional;
- Verificar as variantes encontradas em sala de aula a partir da aplicação de uma sequência de ensino que busca desenvolver o conceito de função a partir do uso da Robótica Educacional e da Resolução de Problemas.

2. ROBÓTICA EDUCACIONAL

Este capítulo se dedica a inserir a robótica como um campo de aplicações na educação. Estudos apontam (SCHONS *et. al.,* 2008; KUNZLER *et. al.* 2021) que desde a década de 50 a robótica já vem sendo incorporada ao ensino. No entanto, foi somente a partir da década de 80, que ela ganhou destaque.

> [...] A robótica na educação notoriamente emergiu como um recurso tecnológico de aprendizagem, único que pode oferecer o "aprender fazendo", bem como atividades lúdicas em um ambiente de aprendizagem atrativo, que fomenta o interesse e curiosidade dos alunos.(CAMPOS, 2017, p. 2110 *apud* ALBERTONI *et.al*. , 2021, p. 116).

Albertoni *et. al.* (2021, p. 116) definem a Robótica Educacional como "a montagem, a automação e o controle de dispositivos mecânicos que podem ser controlados pelo computador, quando realizados em ambientes educativos". Entretanto, quando se trata de aproximar esta realidade ao ensino da matemática, o objetivo principal segundo o mesmo autor deve ser o de "[...] possibilitar aos estudantes maneiras diferenciadas de interação, tanto com o protótipo, quanto nas trocas advindas das discussões coletivas por meio da mediação do professor" (p.117). Objetivo este que deverá permitir relacionar o uso das tecnologias digitais, a um envolvimento com o concreto e o abstrato na construção de conceitos matemáticos e na resolução de problemas.

Já, Bieniek *et. al.* (2012, p.4), destaca os benefícios de trabalhar com a Robótica Educacional, como sendo, "a interdisciplinaridade, a ampliação dos conteúdos já trabalhados em sala de aula e, o que é mais importante, o aprendizado conquistado através do trabalho realizado em grupo, desde a etapa de estudo".

No entanto, o uso da robótica educacional deve abranger todas as áreas do conhecimento, e para esse pesquisador, este uso precisa proporcionar a criatividade, a autonomia, a compreensão de conceitos e a busca por uma melhor convivência em grupo, assim como envolver o planejamento do professor na organização dessas atividades. Desse modo,

> [...] a Robótica Educacional consiste em uma importante ferramenta interdisciplinar e motivacional que pode se constituir em importante auxílio ao processo de ensino-aprendizagem, por possibilitar a inserção tecnológica dos alunos na cultura digital e transformar informação em conhecimento (GONÇALVES e AROCA, 2014 p. 7 *apud* KUNZLER *et. al*., 2021, p. 4).

É importante destacar que a Robótica Educacional não é uma disciplina a ser trabalhada em sala de aula como a matemática, a nosso ver, deve ser vista como um apoio ao professor, uma ferramenta capaz de operar a teoria e a prática, capaz de levar os estudantes a uma aprendizagem mais crítica e criativa, movidos pelo desafio e pela resolução de problemas.

O uso da Robótica Educacional está inserido na BNCC (2018), quando aponta em umas das competências gerais que uso das tecnologias digitais deve ser motivado em sala de aula e deve ser capaz de fazer o estudante

> Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (BRASIL, 2018, p. 9).

O documento Computação na Educação Básica, complemento a BNCC, traz uma competência específica para o uso das tecnologias digitais em sala de aula: "Construir conhecimento usando técnicas e tecnologias computacionais, produzindo informação e/ou artefatos de forma criativa, com respeito às questões legais, que proporcionem experiências para si e os demais" (BRASIL, 2022, p.66). Esta competência possibilita o desenvolvimento da habilidade "(EM13CO16): Desenvolver projetos com robótica, utilizando artefatos físicos ou simuladores", é possível o desenvolvimento dessa habilidade "tanto usando kits físicos de robótica, quanto simuladores instalados em dispositivos computacionais ou online" (p. 67). Assim, o uso da plataforma Arduino[3] para a criação de projetos tem potencial para o desenvolvimento dessa habilidade.

Para Santos (2014), ao fazer uso da robótica, propondo atividades em grupo, podemos fomentar a criatividade dos estudantes, ao solicitar que busquem uma solução para determinado problema. Esta atividade promove a troca de ideias e o trabalho colaborativo, enquanto estimula "o raciocínio lógico atribuindo uma finalidade clara à aprendizagem tendo em vista a ótica do aluno" (SANTOS, 2014, p. 18).

Menezes e Santos (2002), definem a Robótica Educacional ou Robótica Pedagógica como,

---

[3] Arduino é uma plataforma eletrônica de código aberto baseada em hardware e software fáceis de usar. Fonte: https://www.arduino.cc/en/Guide/Introduction

> [...] ambientes de aprendizagem que reúnem materiais de sucata ou kits de montagem, constituídos por diversas peças, motores e sensores controláveis por computadores e softwares que permitem programar o funcionamento dos modelos montados. Em ambientes de Robótica Educacional, os sujeitos constroem sistemas compostos por modelos e programas que os controlam para que eles funcionem de uma determinada forma. (BIEHL *et. al.*, 2018, p.3)

Assim podemos dizer que a Robótica Educacional possibilita uma interação entre estudantes, professores e o material utilizado na programação, ou seja, um ambiente de ensino que possibilita um maior estímulo para que a aprendizagem ocorra.

3. RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Um dos principais objetivos da educação é a construção da criticidade e da criatividade nos estudantes envolvidos no processo de ensino e aprendizagem, este desafio é potencializado quando nos deparamos com situações problema. Os problemas nos permitem investigar a realidade, criar estratégias de solução e apontar caminhos que nos possibilitem resolver tais problemas.

Segundo Leão (2009), foi a partir do Século XX que a resolução de problemas foi inserida no contexto educacional e passou a ser vista como uma metodologia de ensino, após a publicação do livro “How to solve it” de George Polya, cuja primeira edição foi lançada em 1945.

Em seu livro, Polya (1978), faz orientações que possibilitam resolver problemas, para ele, seguindo tais orientações a aprendizagem seria facilitada, e o professor teria um papel fundamental neste processo de orientação.

Para Polya, o professor tem a função de auxiliar na condução da resolução de problemas orientando seus estudantes no caminho a ser percorrido. Ademais, o autor sugere que para ter êxito em seu trabalho o professor necessita seguir alguns mandamentos:

1) vibrar com sua matéria, pois se o professor não gosta de ensinar, seus estudantes não irão gostar de aprender;
2) ser um profundo conhecedor do que vai ensinar, caso contrário quem irá ensinar?
3) manter um bom relacionamento com os estudantes;
4) possibilitar aos estudantes compreenderem que a melhor maneira de aprender alguma coisa é por descoberta;
5) compreender que “know-how[4]” é mais importante que informação;
6) desafiar os estudantes a dar palpites e oralizar;
7) estimular os estudantes a aprenderem e demonstrarem;
8) buscar, no problema, aspectos que possam ser úteis para os problemas que virão a seguir;
9) abrir espaço para que o estudante realize sozinho e faça descobertas;
10) sugerir os problemas e não fazer os estudantes “engolir” a força;

[4] Ter atitudes mentais e hábitos de trabalho

Para Polya, ter um problema significa buscar uma ação apropriada para atingir um objetivo claramente definido, porém não imediatamente atingível. Na visão deste autor só existe problema se existe alguma dificuldade a ser atingida, não existindo dificuldades, não há problemas. Desse modo, “[...] resolver um problema é encontrar um caminho onde nenhum outro é conhecido de antemão, encontrar um caminho a partir da dificuldade, encontrar um caminho que contorne um obstáculo para alcançar um fim desejado” (POLYA, 1977, p.1).

Para que tenhamos êxito na resolução de problemas, Polya aponta quatro objetivos a serem atingidos.

1) **Compreender o problema:** é parte fundamental da resolução, neste momento é importante que o enunciado esteja claro e bem entendido. Por outro lado, o problema precisa ser instigante, nem muito fácil, nem impossível de ser realizado;
2) **Realizar um plano:** fazer um planejamento a fim de saber qual o caminho a ser seguido na busca da resposta, neste passo, exemplos podem ser sugeridos, para que o estudante crie conceitos e imagens utilizando esquemas mentais que o auxiliaram na resolução;
3) **Executar o plano:** nesta etapa, o estudante precisa pôr em prática o que foi pensado anteriormente;
4) **Analisar os resultados:** é hora realizar uma análise do que foi feito, revendo os passos, aperfeiçoando-os se necessário, verificando, corrigindo e estabelecendo relações entre os resultados obtidos.

O professor tem papel fundamental durante esta construção, auxiliando, ajudando o estudante a chegar no caminho correto à generalização do processo. No entanto, o professor não deve apenas dar respostas prontas, mas conduzir o processo de modo a instigar, questionar, auxiliar nas análises, dando exemplos fazendo o estudante compreender o não compreendido.

Ao discorrer sobre sua tese, o próprio Polya (1977, p.11) afirma que “não existe método de ensino que seja indiscutivelmente o melhor, como não existe a melhor interpretação de uma sonata de Beethoven”, porém o melhor caminho é que o professor faça um bom planejamento de sua aula traçando os objetivos a serem atingidos.

A resolução de problemas é discutida nos documentos oficiais como um método de ensino e na Base Nacional Comum Curricular - BNCC (2018), aparece em alguns momentos, um deles é quando aponta em suas competências gerais

> Exercitar a curiosidade intelectual e recorrer à abordagem própria das ciências, incluindo a investigação, a reflexão, a análise crítica, a imaginação e a criatividade, para investigar causas, elaborar e testar hipóteses, formular e resolver problemas e criar soluções (inclusive tecnológicas) com base nos conhecimentos das diferentes áreas.(BRASIL, 2018, p. 9)

Outra forma de discutir a resolução de problemas está nas competências específicas, que evocam a resolução de problemas quando apontam que o professor deve

> Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. (BRASIL, 2018, p. 531)

Ferreira (2014, p. 4), destaca a contribuição da metodologia de Resolução de Problemas no ensino-aprendizagem de matemática, pois “cria no educando a capacidade de desenvolver o pensamento crítico, podendo descobrir fatos novos sendo motivados a encontrarem várias outras maneiras de resolver o mesmo problema”.

Em nossa proposta entendemos que o trabalho com Robótica é estimulado a partir de situações problemas propostas aos estudantes, que precisam seguir os passos de Polya acima para resolver os problemas trazidos, porém fazendo uso da Robótica como ferramenta de condução deste processo. Também, usaremos a resolução de problemas em momentos pontuais quando acharmos conveniente aprofundarmos algum conceito, ou retomarmos outros não interiorizados.

4. ANÁLISE DE ERROS

Em sala de aula é perceptível o medo e/ou receio que os estudantes têm de responder uma atividade de maneira errônea, de não atender às expectativas do professor. Fato esse, que nos faz refletir sobre o que podemos fazer em relação a esta questão? Como fazer o estudante perceber que o erro é parte do processo de ensino-aprendizagem e mudar a visão que eles possuem diante disso? É possível utilizar os erros dos estudantes para que possamos identificar padrões e possíveis falhas no processo de ensino-aprendizagem? É possível identificar a(s) causa(s) dos erros?

Para tentar responder a essas indagações, utilizaremos a Metodologia de Análise de Erros da professora Helena Noronha Cury publicada, em 2008, no livro de sua autoria intitulado Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos estudantes, que nos traz indicadores de como podemos melhorar o processo de ensino-aprendizagem a partir do erro cometido pelos estudantes em sala de aula, ao proporem encontrar soluções para situações problemas.

Em seu livro Cury diz que “analisar as produções é uma atividade que traz, para o professor e para os estudantes, a possibilidade de entender, mais de perto, como se dá a apropriação do saber pelos estudantes” (p. 13). Nesse sentido, ao analisar as respostas dos estudantes é possível observar o caminho percorrido por eles e, com isso, identificar suas dificuldades diante do conteúdo e as possíveis causas de sua ocorrência.

A análise de erros é uma metodologia de pesquisa, mas pode ser uma metodologia de ensino “se for empregada em sala de aula como trampolim para a aprendizagem” (BORASI, 1985 *apud* CURY, 2008, p. 13).

Cury corrobora com Borasi, quando aponta que

> [...] a análise qualitativa das respostas dos alunos, com uma discussão aprofundada sobre as dificuldades por eles apresentadas, apoiada em investigações já realizadas é talvez, a melhor maneira de aproveitar os erros para questionar os estudantes e auxiliá-los a (re)construir seu conhecimento (CURY, 2008, p. 27).

Em provas de avaliação da aprendizagem o mais importante é o acerto em si, o que não ocorre na análise das respostas, pois a real importância se dá nas “formas de se apropriar de um determinado conhecimento, que emerge na produção escrita e que podem evidenciar dificuldades de aprendizagem” (CURY, 2008, p.63).

Nesse sentido, a autora afirma que “ao procurar entender as formas como o estudante produziu a resposta, certa ou errada, o trabalho pode contribuir para a construção de novos patamares de conhecimento” (p. 63).

Cury baseou-se na Metodologia de Análise de Conteúdos[5] de Bardin (1979), a qual envolve três etapas básicas: pré-análise, exploração do material e tratamento dos resultados. A partir da metodologia de Bardin, então, ela desenvolveu a Metodologia de Análise de Erros, voltada para a Matemática.

Em seu livro, a autora destaca as três etapas importantes que devem ser desenvolvidas para trabalhar com a metodologia de Análises de erros:

1) Escolha de questões: Deve-se escolher as questões, formular hipóteses e estabelecer objetivos. Para isso, deve-se fazer uma leitura inicial para decidir as questões que serão aproveitadas, descartando-se as que não possuírem desenvolvimento. A seguir deve-se assinalar com um código, cada tipo de resolução, separando-as dos demais dados. O uso de códigos possibilita “identificar rapidamente cada elemento da amostra de depoimentos ou documentos a serem analisados” (MORAES, 1999, p.15 *apud* CURY, 2008, p.64)

2) Construção das categorias: Este processo se dá na análise das atividades respondidas pelos estudantes. Nesta etapa, o professor deverá reagrupar as respostas relacionando as que possuem pontos em comum. Faz-se então a releitura das questões assinaladas e assim construir categorias com aquelas que possuem pontos em comum;

3) Tratamento dos dados: Nesta etapa é necessário realizar a descrição das categorias, utilizando tabelas ou quadros, indicando as distribuições de frequência. Para melhor compreensão por parte do leitor, é indicado a realização de um texto explicando o significado de cada classe.

Cury destaca que a partir da percepção obtida nas categorias é possível fazer uso dos resultados seja para responder às questões de pesquisa, seja para

---

[5] “conjunto de técnicas de análise das comunicações visando obter, por procedimentos, sistemáticos e objetivos de descrição do conteúdo das mensagens, indicadores (quantitativos ou não) que permitam a inferência de conhecimentos relativos às condições de produção/recepção (variáveis inferidas) destas mensagens”(BARDIN, 1977, p. 42 *apud* CARDOSO *et. al.*, 2021, p.100).

desenvolver abordagens de ensino que auxiliem os estudantes no enfrentamento das dificuldades encontradas.

Mas como mudar a visão que os estudantes têm sobre os erros? Acreditamos que para isso ocorra é necessário uma mudança no processo de ensino e aprendizagem como um todo. Para isso, é necessário que iniciemos essa mudança na formação dos futuros professores.

Cury conclui que

> As pesquisas sobre erros na aprendizagem de Matemática devem fazer parte do processo de formação dos futuros professores, pois, ao investigar erros, ao observar como os alunos resolvem um determinado problema, ao discutir as soluções com os estudantes, os licenciados em Matemática estarão refletindo sobre o processo de aprendizagem nessa disciplina e sobre as possíveis metodologias ensino que vão implementar no início das suas práticas, podendo ajudar seus alunos logo que detectarem alguma dificuldade (CURY, 2008, p. 93).

Nesta pesquisa utilizaremos a Análise de Erros como metodologia de pesquisa e de ensino. A metodologia será utilizada para a análise dos dados obtidos durante o processo de ensino e aprendizagem. Essa abordagem é fundamental para garantir resultados fidedignos e embasar as conclusões da pesquisa.

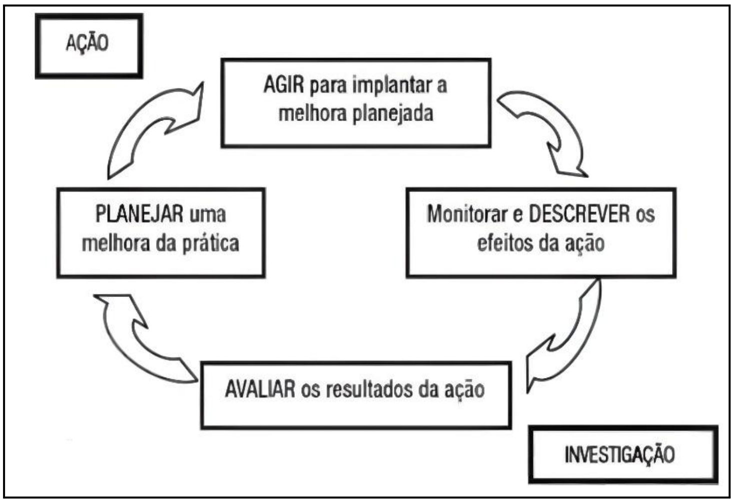
5. DELINEAMENTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo, descreveremos o caminho utilizado no desenvolvimento desta pesquisa, bem como o processo de escolha, criação, e análise das atividades, e também os indivíduos envolvidos e seus respectivos papéis.

A metodologia utilizada compreendeu uma pesquisa qualitativa, do tipo pesquisa-ação na qual "[...] os investigadores desempenham um papel ativo na solução dos problemas encontrados, no acompanhamento e na avaliação das ações desencadeadas em razão dos problemas."(PRODANOV e FREITAS, 2013, p.66).

Tripp (2005, p.445) ressalta a importância de reconhecer a pesquisa-ação como um dos tipos de investigação existentes, que deve seguir um "ciclo no qual se aprimora a prática pela oscilação sistemática entre agir no campo da prática e investigar a respeito dela". Já Brown e Dowling (2001, p.152) a definem como "[...] um termo que se aplica a projetos em que os práticos buscam efetuar transformações em suas próprias práticas." Tripp (2005) ressalta que, para que a pesquisa-ação fique bem caracterizada, deverá apresentar quatro fases as quais estão descritas na figura 1.

Figura 1: Representação das fases do ciclo básico da pesquisa-ação.



Fonte: Tripp, 2005.

Entendemos que nossa proposta se enquadra neste ciclo e para desenvolvê-la ofertamos 20 vagas para estudantes do ensino médio, em formato de um projeto de extensão, uma oficina que buscou, a partir do uso da robótica, estudar o comportamento e as propriedades das funções do 1º grau.

O projeto foi desenvolvido durante o ano de 2023, sendo dividido em cinco etapas principais conforme mostra o quadro 1:

Quadro 1: Etapas do projeto de pesquisa

Etapa	**Período**
Planejamento e construção da sequência de ensino	03/2023 e 04/2023
Inscrições	05/2023
Organização dos participantes	05/2023
Desenvolvimento da sequência de ensino	05/2023 à 06/2023
Avaliação: Organização, análise e escrita dos dados obtidos	07/2023 à 11/2023

Fonte: a autora, 2023

As vinte vagas ofertadas foram preenchidas, e por escolha da escola, com estudantes do segundo e terceiro ano do ensino médio. Em nossas análises iremos em alguns casos discutir as atividades propostas individualmente ou nos referindo a grupos, para não expor os estudantes, quando apontarmos um dos envolvidos iremos identificá-los como E1, E2, …, E20, e quando nos referirmos aos grupos G1, G2, …, G5.

Precisamos esclarecer que cada etapa da proposta será desenvolvida seguindo os passos da resolução de problemas apresentados por Polya (1978), e analisada a partir da Análise de Erros da professora Helena Cury (2008), seguindo a cada encontro dado o ciclo da pesquisa-ação.

Como instrumentos de avaliação serão utilizadas a observação participante, o material recolhido durante cada encontro das avaliações propostas, assim como um portfólio onde a professora/pesquisadora ao final de cada encontro descreveu um relato de sua experiência, confrontando suas expectativas e seus anseios com as teorias estudadas durante o curso a partir de uma reflexão sobre a prática, fazendo da pesquisa um momento de práxis docente, entre outros que serão melhor descritos na sequência.

5. 1 Elaboração da Sequência de Ensino

Esta sequência de ensino teve como objetivo desenvolver alguns conceitos de funções polinomiais do 1º grau utilizando a robótica e a resolução de problemas como metodologia de ensino. Sendo assim, o desenvolvimento da sequência era focado em atividades que envolviam programação com resolução de problemas.

O *kit* explorador Mega[6] e a plataforma Arduino, tendo como ferramenta de programação o software *ArduBlock*, foram utilizados nesta proposta para construirmos um ambiente de Robótica Educacional. Todas as atividades de programação com robótica e análise dos problemas é entendida por nós como um problema, porém, nos casos em que precisamos discutir um conceito que ainda não foi assimilado ou que precisou ser melhor construído, fizemos uso também de atividades de resolução de problemas para ajudar neste processo. As atividades de resolução de problemas foram adaptadas e/ou replicadas de Leão (2009).

Para a BNCC (2018, p.465) a escola deve "promover a aprendizagem colaborativa, desenvolvendo nos estudantes a capacidade de trabalharem em equipe e aprenderem com seus pares", então para proporcionar um ambiente colaborativo e de interação entre os estudantes, optamos pela formação de grupos para o desenvolvimento das atividades do projeto, assim os grupos utilizaram *kits* e computadores similares para realizar as atividades da sequência.

A avaliação foi um fator crucial na nossa proposta, pois ela direcionou o caminho a ser percorrido durante o planejamento e organização da sequência desenvolvida. Para que os resultados fossem os mais próximos da realidade, trabalhamos com uma avaliação diagnóstica e formativa.

Como avaliação diagnóstica, foi aplicado um teste inicial para verificar os conhecimentos prévios dos estudantes em relação ao conteúdo de função, além de identificar possíveis lacunas de aprendizagem. A partir da análise das atividades do teste diagnóstico foi possível verificar se havia necessidade ou não de uma intervenção para relembrar os conceitos necessários para a aplicação da sequência de ensino.

---

[6] No ano de 2021, foram entregues às escolas públicas do Estado, 1340 Kits de robótica Arduino mega 2560, pela Secretaria de Educação do Rio Grande do Sul, para "viabilizar a inserção de tecnologias nas escolas". (SEDUC)

Durante a realização das atividades optamos por realizar tarefas contínuas e a criação de um portfólio, o que nos ofereceu subsídios para uma avaliação formativa nos possibilitando desenvolver um acompanhamento do processo de aprendizagem da turma e suas dificuldades e também nos serviu como guia para o planejamento.

Após cada encontro foi realizada, pela professora, uma avaliação reflexiva sobre cada interação proposta, com objetivo de pontuar as facilidades e dificuldades encontradas durante a aplicação do plano de aula, bem como refletir sobre a efetividade das metodologias utilizadas.

Por fim, foi proposta uma roda de conversa para termos o olhar dos estudantes para o processo formativo. Neste momento pudemos encontrar espaço para futuros trabalhos, pois conseguimos compreender os pontos fracos e fortes desta proposta a partir deste olhar externo.

A análise dos dados foi um fator importante durante todo o processo, e para uma maior fidedignidade utilizamos como metodologia a Análise de Erros, da professora Helena Cury (2008).

A elaboração da sequência de ensino ocorreu nos meses de março e abril. Teve carga horária total de 25h, as quais foram divididas em oito encontros, durante cinco semanas, nos meses de maio e junho. Como detalha o quadro 2:

Quadro 2: Quadro de procedimentos por encontro

Semana	**Data**	**Atividade**	**Objeto de conhecimento**	**Procedimentos**
1	10/05	Plano 01: Aula introdutória	Função do 1º grau e programação	- Apresentação da proposta - Apresentação do Kit de robótica - Entrega do termo de consentimento - Aplicação do teste diagnóstico - Programação do projeto carrinho 1
2	16/05	Plano 02: Projeto carrinho 1	Função Linear	- Análise da trajetória do carrinho e coleta de dados; - Organização dos dados em tabela relacionando distância e tempo.

Semana	Data	Atividade	Objeto de conhecimento	Procedimentos
				- Representação gráfica dos dados coletados;
	18/05	Plano 03: Representação algébrica da função do 1º grau	Função Linear	- Construção da equação reduzida da reta; - Construção da equação geral da reta;
3	23/05	Plano 04: Resolução de problemas sobre função discreta e contínua	Funções discretas e contínuas	- Resolução de problema sobre função discreta; - Resolução de problema sobre função contínua.
	25/05	Plano 05: Projeto carrinho 2	Funções definidas por partes	- Programação 1 - Análise e coleta de dados da trajetória percorrida pelo carrinho. - Organização dos dados coletados em uma tabela da relação distância e tempo. - Representação gráfica dos dados coletados - Representação algébrica da função por partes; - Formalização do conteúdo.
4	30/05	Plano 06: Projeto carrinho 2	Funções definidas por partes	- Programação 2; - Análise e coleta de dados da trajetória percorrida pelo carrinho; - Organização dos dados coletados em uma tabela da relação distância e tempo; - Representação gráfica dos dados coletados; - Representação algébrica da função por partes; - Formalização do conteúdo.

Semana	Data	Atividade	Objeto de conhecimento	Procedimentos
	02/06	Plano 07: Resolução de problemas — Função por partes	Funções definidas por partes	- Desenvolvimento das atividades de resolução de problemas.
5	05/06	Plano 08: Atividade avaliativa	Funções do 1º grau	- Aplicação da atividade avaliativa final. - Roda de conversa - Avaliação do projeto pelos estudantes

Fonte: a autora,2023

A seguir traremos uma breve descrição das atividades propostas, desse modo, para proporcionar um melhor entendimento das atividades desenvolvidas, descreveremos semana a semana separadamente.

Semana 1:

Na primeira aula foi apresentada a proposta de trabalho, em seguida foi realizada uma aula de introdução à metodologia aplicada. Posteriormente aplicamos o teste diagnóstico, que nos possibilitou nivelar a turma e desenvolver o planejamento da aula seguinte, e/ou readaptar o planejamento já existente.

Após a realização do teste diagnóstico, os estudantes foram apresentados ao *kit* de robótica. Além de organizar os *kits* e verificar a presença de todos os componentes nas caixas. Por fim, foi realizada a demonstração da locomoção do carrinho, bem como a programação necessária para tal fato.

Como comentado anteriormente, o teste diagnóstico serviu de guia para o andamento das aulas. Para isso, após a primeira aula, foi realizada a análise das respostas obtidas no teste diagnóstico, onde os resultados apontaram para a necessidade de retomada de alguns pré-requisitos.

Semana 2:

Na aula 2 os estudantes, organizados em grupos, trabalharam com seus *kits* de robótica fazendo inicialmente a instalação do programa arduino. Realizado este primeiro contato com o programa, os alunos praticaram com seu *kit*, desenvolvendo uma programação com o carrinho montado.

A programação consistiu em fazer o carro se deslocar por um determinado intervalo de tempo em linha reta, em seguida os estudantes realizaram as observações e coleta de dados a fim de construir a representação gráfica desse movimento, de acordo com os seguinte critérios:

- Colocar o carrinho no chão e observar a trajetória;
- Com o auxílio de uma trena, medir a trajetória dividindo-a em cinco partes iguais e marcar esses pontos.
- Com o auxílio do cronômetro do celular marcar o tempo que o carrinho passa por cada ponto.

Os dados coletados foram anotados na tabela da folha de registro. Na etapa seguinte, foi solicitado aos estudantes que construíssem um gráfico relacionando o tempo e a distância.

A terceira aula iniciou retomando a atividade do deslocamento do carrinho desenvolvido no encontro anterior. Assim sendo, neste encontro foi realizada a construção da lei de formação da função originada pela trajetória percorrida pelo carrinho, a partir dos dados coletados anteriormente.

No primeiro momento, foi construída a lei de formação da trajetória do carrinho, utilizando o sistema de equações. Posteriormente foi contextualizado a equação da reta e o uso do *software* Geogebra[7] para testar a equação encontrada, marcando pontos no plano cartesiano e traçando a reta.

Semana 3:

A aula 4 se preocupou com a representação gráfica e algébrica de funções discretas e contínuas utilizando a metodologia de resolução de problemas. Assim foi organizada uma sequência de problemas onde, em grupos, os estudantes resolveram e discutiram.

[7] É um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatística e cálculo em um único motor.
Fonte:https://www.geogebra.org/about?lang=pt-PT#:~:text=O%20que%20%C3%A9%20o%20GeoGebra,c%C3%A1lculo%20em%20um%20%C3%BAnico%20motor.

Na aula 5, iniciamos os estudos das funções definidas por partes utilizando a programação do projeto carrinho 2. Esse projeto foi desenvolvido em duas aulas: na aula 5 onde foi realizada a programação 1 e na aula 6 a programação 2.

A partir da análise das trajetórias percorridas pelo carrinho nas duas situações realizamos o estudo da função definida por partes, representando graficamente e algebricamente a trajetória percorrida pelo carrinho.

Semana 4:

Na aula 6, foi desenvolvido a segunda parte do projeto de função por partes. Nessa aula foi proposto que os estudantes façam uma nova programação de modo que: seu carrinho se desloque por 9s para frente, pare, ande de ré por 3s, pare novamente e ande para frente durante 6s.

A exemplo da atividade desenvolvida na aula anterior, os estudantes observaram a trajetória, marcaram os pontos, registraram o tempo que o carrinho passou por cada ponto, organizaram os dados na tabela, e realizaram o registro gráfico.

A aula 7 nos concentramos em reforçar os conceitos apresentados durante as aulas anteriores através da resolução de uma situação problema.

Semana 5:

A última aula foi destinada a uma avaliação final do conteúdo trabalhado no período e da proposta desenvolvida. Para avaliação dos conteúdos foi proposta uma situação problema envolvendo a análise de uma programação e para avaliação da proposta foi realizada uma roda de conversa para *feedback* dos estudantes e identificação de pontos a serem melhorados.

5. 2 Instrumentos Avaliativos

Durante a aplicação dessa proposta, utilizamos diferentes instrumentos avaliativos, os quais discorreremos a seguir.

5. 2. 1 Portfólio dos estudantes

As atividades avaliativas realizadas pelos estudantes, após serem digitalizadas, foram organizadas em uma pasta no *Google Drive*[8], onde cada estudante possui uma pasta com seu nome. Considerando que o projeto desenvolvido faz parte de uma pesquisa, as atividades recolhidas dos estudantes devem ficar armazenadas por cinco anos, então além da pasta *on-line* temos uma pasta física onde foram armazenadas as folhas de registro.

5. 2. 2 Análise da resolução das atividades

Para análise dos dados coletados foi utilizada a metodologia de Análise de Erros da professora Helena Noronha Cury (2008). Essa metodologia possui três etapas principais a serem seguidas: Escolha das questões; Formulação das categorias; e Tratamento de dados.

Então, seguindo essas etapas analisamos as atividades desenvolvidas pelos estudantes, o que nos possibilitou identificar dificuldades de aprendizagem e assim elaborar estratégias e ações pedagógicas para sanar ou minimizar essas dificuldades.

Desse modo, conseguimos realizar uma avaliação contínua e formativa, pois realinhamos os planos de aula de acordo com as dificuldades encontradas, o que contribuiu para uma aprendizagem mais eficaz. Os resultados encontrados durante as análises das atividades serão discutidos no capítulo resultados e discussões.

5. 2. 3 Observação das aulas

A avaliação reflexiva se deu através da observação em sala de aula. Enquanto os estudantes desenvolviam as atividades, as observações eram anotadas no aplicativo *Google Keep*[9]. Após as aulas, então essas anotações eram reescritas, proporcionando uma avaliação reflexiva sobre a aula, e organizadas em um documento constituindo um portfólio da docência. Essa avaliação será relatada no capítulo dos resultados e discussões.

---

[8] é um serviço de armazenamento e sincronização de arquivos que foi apresentado pela Google. (GOOGLE,2012)

[9] é um aplicativo de anotações desenvolvido pelo Google que permite criar notas com textos, listas e imagens. Ainda é possível ainda criar anotações através de mensagem de voz, que é transformada em texto. (FOLHA DE SÃO PAULO, 2013)

5. 2. 4 Avaliação do projeto

A avaliação do projeto teve como objetivo identificar os pontos positivos e negativos dessa proposta a partir do olhar dos estudantes. Com isso, poderemos identificar espaços para novos trabalhos.

Para receber o *feedback* dos alunos sobre o projeto, optamos por dois meios de avaliação: Questionário *on-line* e Roda de conversa.

5. 2. 4. 1 Questionário on-line

Foi construído um questionário no aplicativo *Google Forms*, intitulado: Questionário de Avaliação do Projeto RoboMath, o qual foi enviado no grupo de *whatsapp* do projeto. O questionário na íntegra está disponível no apêndice B.

5. 2. 4. 2 Roda de conversa

Como o questionário *on-line* não teve a adesão de todos os participantes no último encontro, ao final da aula, foi realizada uma roda de conversa com os estudantes.

O registro da roda de conversa se deu por meio da gravação em áudio. Posteriormente foi realizada a transcrição do áudio e os participantes foram identificados da seguinte maneira: professora: P; estudantes em ordem alfabética: E1, E2, …, E20 e quando não o autor da fala não for identificado: NI.

6. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo iremos analisar e discutir os resultados encontrados nos diferentes tipos de instrumentos avaliativos utilizados.

Primeiramente, iremos apresentar os resultados obtidos na análise das respostas dos estudantes. A seguir iremos apresentar a avaliação do projeto na perspectiva dos estudantes.

6. 1 Análise das atividades

Neste tópico iremos realizar a análise das atividades realizadas durante o projeto, conforme a metodologia Análise de Erros, da professora Helena Cury (2008). Para promover uma melhor compreensão, as análises serão apresentadas por aula.

6. 1. 1 Análise aula 01

O objetivo desse encontro foi identificar os conhecimentos prévios dos estudantes a respeito do conteúdo de funções, bem como identificar possíveis lacunas de aprendizagem. Para isso, foi aplicado um teste diagnóstico composto por sete questões envolvendo funções.

A seguir, será apresentado a análise de cada questão individualmente.

Questão 1

A primeira questão a ser respondida no teste diagnóstico refere-se ao entendimento por parte dos discentes sobre funções, da análise das respostas dessa questão identificamos duas categorias:

Categoria 1: Conseguiram relacionar a dependência entre as variáveis.

Categoria 2: Não conseguiram explicar as dependências de variáveis.

O quadro 3 representa o número de ocorrências de cada categoria encontrada na questão 1:

Quadro 3: Distribuição de frequências — Questão 1

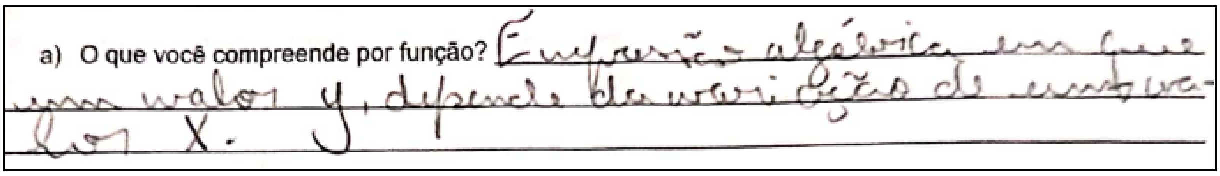
Questão	Categoria	Frequência
1	1	33,33%

Questão	Categoria	Frequência
	2	66,66%

Fonte: a autora,2023.

Esta atividade foi respondida por 12 dos alunos presentes, com isso 6 foram descartadas da análise por não possuírem o desenvolvimento. Das atividades analisadas, podemos perceber que 33,33% dos estudantes conseguiram relacionar a dependência entre duas variáveis, dando sentido de relação, por exemplo, a resolução do estudante E11 (figura 2). Já 66,66% dos estudantes não conseguiram explicar seu significado.

Figura 2: Resolução da atividade 1, por E11.


a) O que você compreende por função? Expressão algébrica em que um valor y, depende da variação de outro valor X.

Fonte: a autora, 2023.

Questão 2

A atividade 2 apresentava diferentes funções representadas geometricamente e seu objetivo era investigar se os estudantes conseguiram a partir da visualização do gráfico perceber se curvas traçadas nele representam ou não uma função.

Nesta atividade 12 estudantes responderam à atividade, sendo que 6 foram desconsiderados da análise, pois não continham resolução. Das respostas analisadas encontramos 83,33% dos estudantes que representam a categoria 1, porém devido à variedade de respostas encontradas, ela divide-se em cinco subcategorias. Já 16,66% dos estudantes não identificaram as funções corretamente.

Categoria 1: Apresentaram erros na identificação das funções

Subcategoria 1.1: Identificaram as funções: afim, quadrática e modular.

Subcategoria 1.2: Identificaram as funções: logarítmica, trigonométrica, definida por partes.

Subcategoria 1.3:Não identificaram as funções: logarítmica, trigonométrica, definida por partes.

Subcategoria 1.4: Não identificaram a função constante

Subcategoria 1.5: Reconheceram a imagem 7 como uma função.

Categoria 2: Não responderam corretamente à questão.

Analisando a segunda categoria, acreditamos que muitas das respostas da primeira categoria foram aleatórias e os estudantes não lembram ou não conhecem funções mais complexas como trigonométricas, exponenciais e logarítmicas, assim como funções por partes e constantes.

O quadro 4 representa o número de ocorrências de cada categoria encontrada na questão 2:

Quadro 4: Distribuição de frequência — Questão 2

Questão	Categoria	Frequência	Subcategoria
2	1	83,33%	1.1
			1.2
			1.3
			1.4
			1.5
	2	16,66%	-

Fonte: a autora, 2023.

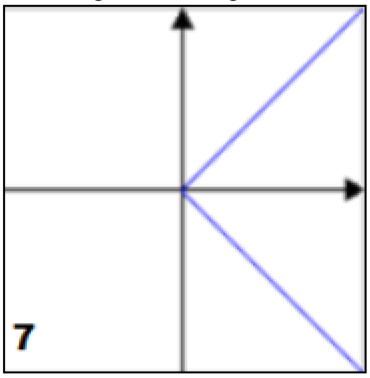
A categoria 1 é composta por aqueles estudantes que identificaram algumas das funções apresentadas. Dentro desta categoria houve aqueles que identificaram apenas a funções conhecidas possivelmente já estudadas por eles em sala de aula, como afim, modular e quadrática, não demonstrando conhecimento geométrico para qualquer tipo de função, pois não conseguiram perceber outras funções como as trigonométricas e logarítmicas. Esses estudantes compõem as subcategorias 1.1 e 1.3.

A subcategoria 1.2 é representada pelos estudantes que identificaram as funções logarítmica, trigonométrica e por partes, possivelmente estes já tenham tido contato com esses conteúdos durante as aulas.

A subcategoria 1.4 é composta por estudantes que não consideraram a função constante como sendo uma função por não depender do valor de x, porém essa interpretação está equivocada pois a função constante é um caso particular de função.

Outros, porém, identificaram como função a imagem 7 (figura 3) , a qual é uma reta espelhada no eixo x o que não representa função. Esse fato possivelmente ocorreu pelo fato do estudante conhecer uma função linear.

Figura 3: Imagem 7



Fonte: a autora,2023.

A categoria 2 é formada pelos estudantes que não conseguiram identificar corretamente as funções apresentadas.

Questão 3

A terceira questão do teste diagnóstico refere-se a análise gráfica, onde os estudantes precisariam relacionar os pares ordenados analisando dois tipos de gráficos, barras e linhas. Da análise das respostas dessa questão identificamos três categorias:

Categoria 1: Conseguiram identificar nos dois modelos de gráfico as relações existentes.

Categoria 2: Não conseguiram relacionar domínio e imagem em nenhum dos gráficos sugeridos.

Categoria 3: Conseguiram identificar os dados com maior facilidade no gráfico de barras.

O quadro 5 representa o número de ocorrências de cada categoria encontrada na questão 3:

Quadro 5: Distribuição de frequências — Questão 3

Questão	Categoria	Frequência
3	1	72,22%
	2	11,11%
	3	16,67%

Fonte: a autora,2023.

É possível perceber que 72,22% deles conseguem relacionar essas variáveis nos dois modelos sugeridos, enquanto em relação a Categoria 2, aqueles que não conseguiram relacionar os conceitos são 11,11%. A categoria 3 refere-se aqueles estudantes que conseguem fazer a leitura melhor de um modelo do gráfico que do outro, e representam 16,67%. Porém, percebe-se que todos eles conseguem interpretar gráficos com menor ou maior facilidade, e fazer relações entre pares ordenados de modo geométrico.

Questão 4

Na quarta questão foi apresentado uma situação problema que tinha por objetivo identificar se os estudantes eram capazes de ler o problema, interpretá-lo, montar a tabela com os dados fornecidos e identificar se o gráfico fornecia uma função do tipo contínua ou discreta.

Dos estudantes presentes, 16 responderam à atividade, sendo que 2 foram retirados da análise por não possuírem desenvolvimento. Da análise dos resultados obtidos identificamos três categorias:

Categoria 1: Conseguiram completar a tabela, identificar o gráfico da função justificando corretamente;

Categoria 2: Conseguiram completar a tabela, identificar o gráfico da função, mas não conseguiram justificar corretamente.

Categoria 3: Conseguiram completar a tabela, porém não conseguem relacionar com o gráfico;

O quadro 6 representa o número de ocorrências de cada categoria encontrada na questão 4:

Quadro 6: Distribuição de frequências — Questão 4

Questão	Categoria	Frequência
4	1	18,75%
	2	43,75%
	3	37,5%

Fonte: a autora,2023.

Percebemos que 18,75 % dos estudantes se enquadram na categoria 1, destinada àqueles que conseguiram completar a tabela a partir da interpretação do problema e identificar o gráfico da função, justificando corretamente. A categoria 2 representa 43,75% composta pelos estudantes que conseguiram completar a tabela a partir da interpretação do problema e identificar o gráfico da função, mas não conseguiram justificar o motivo do gráfico ser discreto. Já 37,5 % dos estudantes conseguiram completar a tabela a partir da interpretação do problema, porém não conseguiram relacionar com o gráfico, sendo representados pela categoria 3.

Questão 5

Na questão 5, foi apresentado uma situação problema para os estudantes construírem a lei da função, construírem o gráfico e identificarem se a função era discreta ou contínua. O objetivo era analisar se a partir de uma situação problema os estudantes conseguiriam construir a lei da função, representar geometricamente e identificar o tipo de função.

Analisando as respostas encontramos três categorias:

Categoria 1: Conseguiram construir a lei da função, porém não conseguem representar geometricamente a função.

Categoria 2: Não conseguiram construir a lei da função, consequentemente não conseguem construir o gráfico e identificar a função.

O quadro 7 representa o número de ocorrências de cada categoria encontrada na questão 5:

Quadro 7: Distribuição de frequências — Questão 5

Questão	Categoria	Frequência
5	1	12,5%
	2	87,5%

Fonte: a autora, 2023.

A categoria 1 é composta pelos estudantes que conseguem construir a lei da função, identificando-a como discreta, porém não conseguem representá-la geometricamente, o que representa 12,5% do total.

E 87,5% dos estudantes se enquadram na categoria 2, composta pelos estudantes que não conseguem construir a lei da função a partir da interpretação da situação problema, consequentemente não conseguem representar graficamente e distinguir entre função discreta contínua.

Questão 6

A sexta questão trouxe algumas funções do tipo afim, representadas algebricamente, para os estudantes classificá-las em crescente ou decrescente. O objetivo desta questão era verificar se os estudantes conseguiriam diferenciar algebricamente uma função crescente ou decrescente, ou seja, identificando o sinal do coeficiente angular. Ao realizar a análise dos resultados obtidos para a questão identificamos quatro categorias:

Categoria 1: Conseguiram relacionar o coeficiente angular com o crescimento e decrescimento da função, justificando corretamente.

Categoria 2: Conseguiram relacionar o coeficiente angular com as retas crescente e decrescente, porém sem justificar.

Categoria 3: Não conseguiram relacionar o coeficiente angular com as retas crescente e decrescente.

O quadro 8 representa o número de ocorrências de cada categoria encontrada na questão 6:

Quadro 8: Distribuição de frequências — Questão 6

Questão	Categoria	Frequência
4	1	46,15%
	2	46,15%
	3	7,7%

Fonte: a autora,2023.

Percebemos que 46,15% dos estudantes conseguiram relacionar que o sinal do coeficiente angular influencia sobre o crescimento ou decrescimento da reta representada por tal função, sendo colocados na categoria 1.

A categoria 2 enquadra 46,15% dos estudantes, que são aqueles que conseguiram identificar o crescimento e decrescimento da reta, porém não souberam justificar, ou seja, não souberam explicar a relação do sinal do coeficiente angular com o crescimento ou decrescimento da reta.

Na categoria 3 estão os estudantes que não conseguiram fazer a relação do coeficiente angular com o crescimento ou decrescimento da função. Na resposta pudemos perceber que o estudante inverteu a relação do sinal com o crescimento ou decrescimento da reta, ou seja, quando o coeficiente angular era negativo este identificou a reta como crescente e quando o coeficiente era positivo identificou como sendo uma reta crescente. Essa categoria representa 5,56% do total.

Questão 7

Na sétima questão foram apresentados dois gráficos de funções afim para os alunos distinguirem em crescente ou decrescente. Objetivo era verificar se os estudantes conseguem diferenciar geometricamente uma função crescente ou decrescente, ou seja, a partir da observação do gráfico da função.

Obtivemos 16 respostas à questão, destas identificamos que as respostas obtidas dividem-se em duas categorias:

Categoria 1: Conseguiram identificar o crescimento ou decrescimento da reta, porém não justificaram corretamente suas respostas.

Categoria 2: Não conseguiram relacionar as retas como crescente ou decrescente.

O quadro 9 representa o número de ocorrências de cada categoria encontrada na questão 7:

Quadro 9: Distribuição de frequências — Questão 7

Questão	Categoria	Frequência
7	1	68,75%
	2	31,25%

Fonte: a autora,2023.

A categoria 1 representa 68,75% dos estudantes, os quais conseguiram identificar o crescimento ou decrescimento da função, porém não justificaram sua resposta corretamente, ou seja, não souberam explicar a relação de dependência entre x e y, na qual na função crescente quando os valores de x aumentam os de y também aumentam e na função decrescente enquanto os valores de x aumentam, os valores de y diminuem.

Na categoria 2 estão os estudantes que conseguiram identificar na reta que quando o domínio e a imagem crescem a função é crescente, e quando o domínio cresce e a imagem diminui a função é decrescente, porém não conseguem justificar. Essa categoria representa 31,25% do total.

6. 1. 2 Análise aula 02

O objetivo desse encontro era desenvolver os conceitos de função linear a partir da análise da trajetória de um carrinho programado pelos próprios estudantes.

Assim, a primeira atividade consistia na construção de um carrinho com o *kit* de robótica mega e uma programação para que ele se deslocasse em linha reta durante 10s, de modo que posteriormente fossem coletados os dados e realizada uma análise matemática deste deslocamento.

Como os estudantes já conheciam a programação em blocos, pois já haviam participado de um projeto de extensão no ano anterior, a aula focou mais na análise matemática do problema proposto.

A figura 4 mostra a programação realizada pelos estudantes.

Figura 4: Programação realizada pelos estudantes

Fonte: a autora,2023.

Para analisar a proposta foi solicitado que os estudantes seguissem alguns passos:

a) Observar a trajetória do carrinho, coletar os dados e organizá-los em tabela.

b) Construir um gráfico a partir dos dados coletados.

Para isso deveriam seguir algumas recomendações:

1º) Colocar o carrinho no chão, apertar o botão de ligar fazendo o carrinho se deslocar por 10s;

2º) Medir e marcar a distância percorrida pelo carrinho;

3º) Dividir essa distância em 5 partes iguais, e realizar a marcação desses pontos;

4º) Voltar o carrinho a posição inicial, ligar. Registrar o tempo cada vez que o carrinho passar pelos pontos marcados.

5º) Montar uma tabela relacionando tempo e distância marcados no percurso do carrinho;

6º) Construir o gráfico.

Nesta etapa os estudantes foram divididos em grupos de 4 componentes e não tiveram problemas em realizar a proposta.

Como nosso objetivo era analisar se havia indícios de aprendizagem, optamos por entregar uma folha com a atividade e recolher para posterior análise.

A atividade 1 divide-se em construção e organização de dados na tabela (itens a) e construção gráfica (item b), devido a isso, foi analisado cada item separadamente. Ao realizar a análise das respostas do item a, da atividade 1, encontramos duas categorias:

Categoria 1: organizaram corretamente os dados coletados em formato de tabela.

Categoria 2: não organizaram corretamente os dados coletados e/ou não construíram a tabela.

Já no item b, encontramos três categorias:

Categoria 1: Construíram o gráfico desconsiderando o ponto de origem $(0; 0)$;

Categoria 2: Consideraram o ponto de origem $(0; 0)$, na construção do gráfico;

Categoria 3: Construção do gráfico sem régua e/ou escala.

O quadro 10 representa o número de ocorrências de cada categoria encontrada na atividade 1:

Quadro 10: Distribuição de frequência — Atividade 1.

Item	Categoria	Frequência
a	1	50%
	2	50%
b	1	75%
	2	25%

Item	Categoria	Frequência
	3	100%

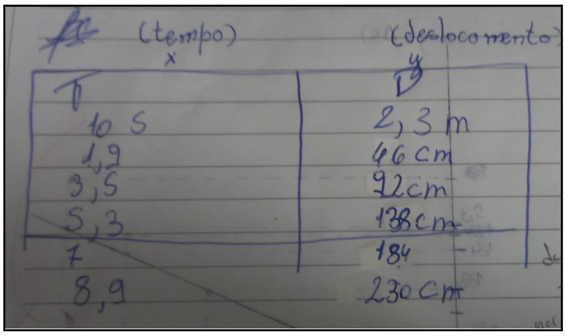
Fonte: a autora, 2023.

Analisando o contexto da sala de aula e as respostas da atividade 1 da aula 2, foi possível perceber que existem dificuldades em fazer a conversão da representação algébrica encontrada no problema para a tabela. Estudos de Schwartz e Dreyfus (1989, 1985 *apud* PELHO, 2003), já apontam tais dificuldades na transição de uma representação para outra.

Foi perceptível no desenvolvimento da proposta a dificuldade apresentada na manipulação da régua na construção do gráfico, e em alguns casos o não uso da mesma.

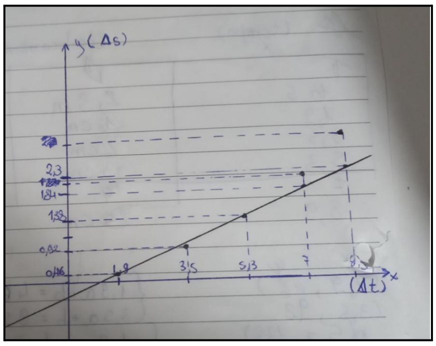
Outro problema visível foi na interpretação do problema e sua linguagem matemática. O carrinho estava parado antes de começar o seu deslocamento, e este fato não foi levado em consideração na organização da tabela e do gráfico, conforme podemos perceber nas figuras 5, 6 e 7.

Figura 5: Resolução da tabela — Atividade 1 — Grupo 1.



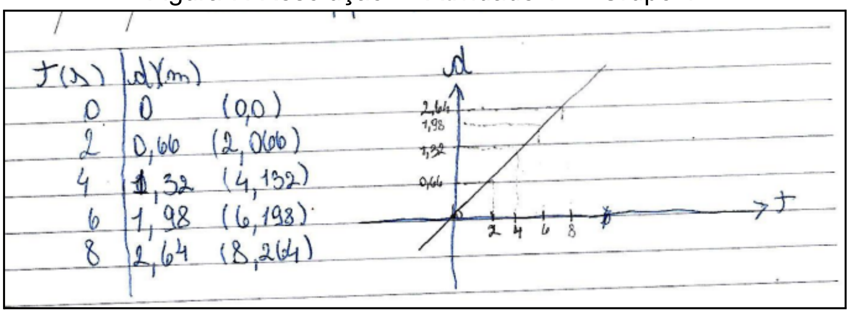
Fonte: a autora, 2023

Figura 6: Resolução do gráfico — Atividade 1 — Grupo 1.



Fonte: a autora, 2023

Figura 7: Resolução — Atividade 1 — Grupo 4.



Fonte: a autora, 2023

Após interação da professora/pesquisadora com o grupo e a correção do problema proposto, foi sugerido um novo problema semelhante ao anterior para verificar se houve assimilação por parte dos estudantes.

Ao realizar a análise das respostas do item a, da atividade proposta, encontramos duas categorias:

Categoria 1: organizaram corretamente os dados coletados em formato de tabela.

Categoria 2: não organizaram corretamente os dados coletados e/ou não construíram a tabela.

Já no item b, encontramos duas categorias principais. Devido a variedade de erros encontrados a categoria 2 subdivide-se em duas subcategorias

Categoria 1: Construíram o gráfico corretamente;

Categoria 2: Construíram o gráfico com algum erro;

Subcategoria 2.1: Construíram o gráfico sem escalas e confundiram conceitos;

Subcategoria 2.2: Inverteram os eixos x e y na construção gráfica.

O quadro 11 representa o número de ocorrências de cada categoria encontrada na atividade avaliativa:

Quadro 11: Distribuição de frequência — Atividade avaliativa — Aula 2.

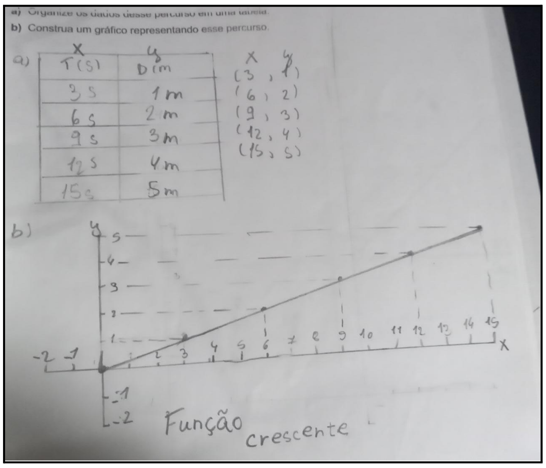
Item	Categoria	Frequência	Subcategoria	Frequências
a	1	75%	-	-
	2	25%	-	-
b	1	50%	-	-
	2	50%	2.1	50%
			2.2	50%

Fonte: a autora,2023.

Observamos uma boa evolução já que alguns erros cometidos anteriormente não voltaram a se repetir, no entanto, foram identificados três erros que não ocorreram na atividade anterior.

A figura 8 mostra a atividade resolvida pelo G1, onde é perceptível uma melhora em relação à atividade anterior.

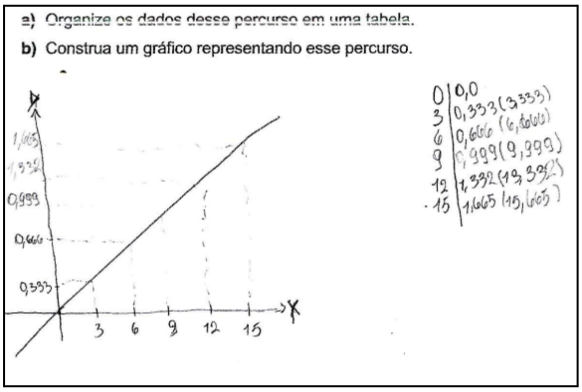
Figura 8: Resolução da atividade avaliativa — Grupo 1



Fonte: a autora,2023.

Um outro erro diz respeito à dificuldade em relação à mobilização dos conceitos ou conversões dos mesmos de uma representação para outra, neste caso em dados na tabela. Os estudantes dividiram m por s, pois consideraram a fórmula da velocidade média ao invés do da função deslocamento (figura 10).

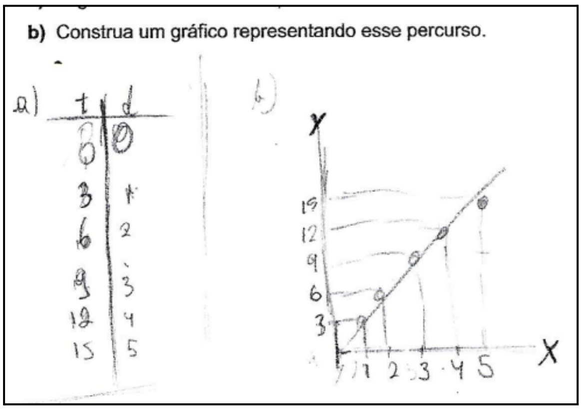
Figura 10: Resolução da atividade avaliativa — Grupo 4 — Item b: subcategoria 2.1.



Fonte: a autora,2023.

Além disso, o uso da régua para medidas de proporção e construção dos gráficos precisou ser cobrada a cada encontro, pois os estudantes continuam habitualmente traçando retas e fazendo marcações nos eixos sem levar em consideração as razões entre as distâncias no eixos, como mostra a figura 11.

Figura 11: Resolução da atividade avaliativa — Grupo 3 — Item b : subcategoria 2.2.



Fonte: autora, 2023.

Após análise das dificuldades, foi pensado e desenvolvido uma estratégia para sanar as dificuldades. Na aula seguinte foi realizada a correção do problema com o grande grupo, onde os estudantes puderam questionar sobre suas dúvidas. os problemas encontrados na avaliação foram pontuados e destacados para os estudantes.

6. 1. 3 Análise aula 03

Na aula 3 foi proposta uma atividade avaliativa a partir do que havia sido trabalhado nas aulas anteriores, assim é possível repensar a prática docente e se necessário retomar os pontos que ainda não foram superados. Para esta aula foi proposto um problema com dados onde os estudantes precisavam interpretar, criar estratégias e apresentar os resultados, a partir da análise dos dados obtidos. Ao analisarmos os resultados dessa atividade encontramos três categorias.

Categoria 1: Desenvolveu corretamente

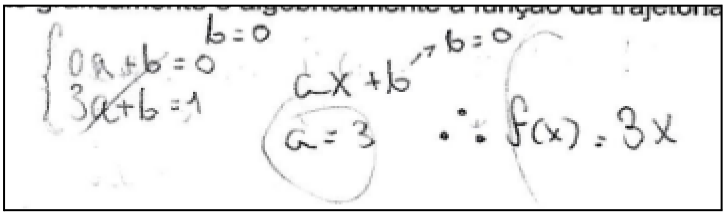
Nesta categoria se encontram aqueles estudantes que conseguiram desenvolver a atividade sem maiores dificuldades, seguindo todos os passos e trazendo a lei da função. Nesta categoria encontramos 20% dos estudantes.

Categoria 2: Erro na resolução de equações

Nesta categoria se encontram os estudantes que cometeram algum erro na resolução da equação que forma a lei da função, representando 60% dos estudantes.

A figura 12 mostra a resolução da equação pelo estudante E11, integrante do grupo G1, onde podemos observar um erro na resolução da equação, ele encontrou o valor de $b = 0$, porém não realizou o procedimento correto ao isolar o coeficiente a, pois apenas "trocou de lado" o número 3, enquanto deveria aplicado a propriedade do inverso multiplicativo, ou seja, ter multiplicado em ambos os lados por $\frac{1}{3}$, desse modo, teria encontrado o valor correto do coeficiente a e, por consequência, encontrado corretamente a lei da função. Este erro é comum já que de modo geral os estudantes são ensinados a usar regras, passar para um lado e passar para outro, quando deveriam compreender a forma correta de resolver operações utilizando de suas propriedades.

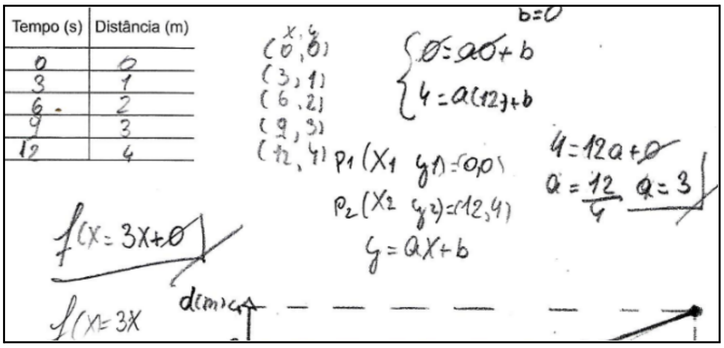
Figura 12: Resolução da atividade — Grupo 1, E11



Fonte: autora,2023

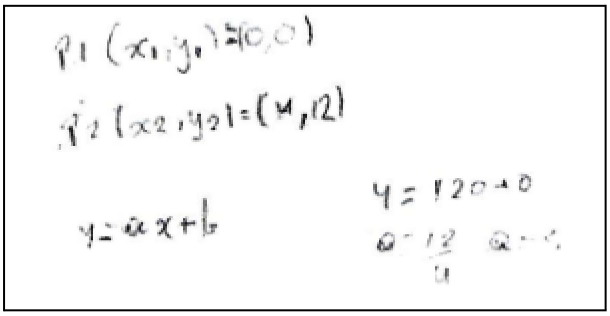
Erro semelhante ocorreu com as resoluções dos grupos G3 e G5, e com a resolução do estudante E3, integrante do grupo 1, conforme podemos observar nas figuras 13,14 e 15. Nestes casos os estudantes erraram também o procedimento de resolução da equação onde ao isolar o coeficiente a inverteram numerador e denominador, obtendo a resposta errada.

Figura 13: Resolução da atividade — Grupo 1, E3



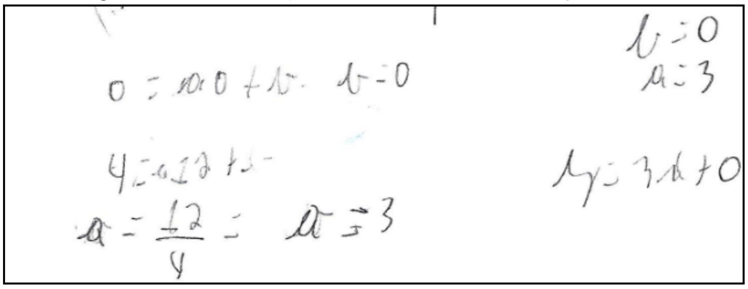
Fonte: autora,2023

Figura 14: Resolução da atividade — Grupo 3, E15



Fonte: autora,2023

Figura 15: Resolução da atividade — Grupo 5, E1.



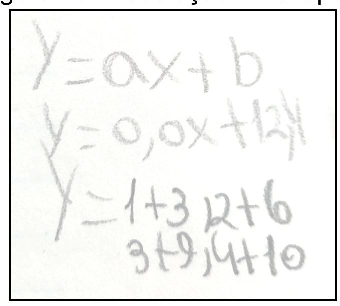
Fonte: autora,2023

Na tentativa de minimizar este tipo de erro, voltamos a explicar as operações e relacionando com as suas inversas para que, ao invés de decorar regras e "passar de uma lado para outro", entendam que o correto é usar a propriedade do inverso multiplicativo ou inverso aditivo, quando for o caso.

Categoria 3: Não compreende o significado de par ordenado

Nessa categoria encontram-se aqueles estudantes que não conseguiram encontrar a lei da função, pois, não souberam substituir os pares ordenados encontrados nos valores de x e y, conforme podemos observar na figura 16. Nesta categoria encontramos 20% dos estudantes.

Figura 16: Resolução — Grupo 4



Fonte: autora,2023

Ao final da aula, a professora/pesquisadora juntamente com os grupos explicou novamente para cada grupo seus erros e assim desenvolveu novamente as atividades com todos, a fim de sanar as dúvidas existentes.

Em seus relatos, percebemos que o grupo enquadrado na categoria 3 não havia compreendido o processo de construção da lei da função, não sabiam relacionar o par ordenado (x, y) com a lei da função $y = ax + b$, logo não conseguiram substituir os valores de x e y da tabela, na equação geral. Após, este momento e a nova explicação da professora/pesquisadora os estudantes refizeram corretamente a atividade.

O quadro 12 representa o número de ocorrências de cada categoria encontrada na atividade 1:

Quadro 12: Distribuição de frequência — atividade 1 — aula 3.

Categoria	Frequência
1	20%
2	60%
3	20%

Fonte: a autora,2023.

Neste encontro percebemos um progresso em relação ao encontro passado, apesar dos erros encontrados, já que 80% da turma conseguiu realizar a atividade corretamente, ou cometeu erros por desatenção e não por não conhecer como fazer os procedimentos solicitados. Para o encontro seguinte, verificamos a necessidade de reforçar o conceito de construção da lei da função.

6. 1. 4 Análise aula 04

Nestas aulas foram explorados os conceitos de função discreta e contínua utilizando situações problemas. Para isso, a turma foi dividida em grupos e foi distribuída uma folha com os problemas para resolverem. O primeiro problema aborda a construção de uma função discreta a partir do problema enunciado:

➢ **<u>Situação problema 1:</u>**

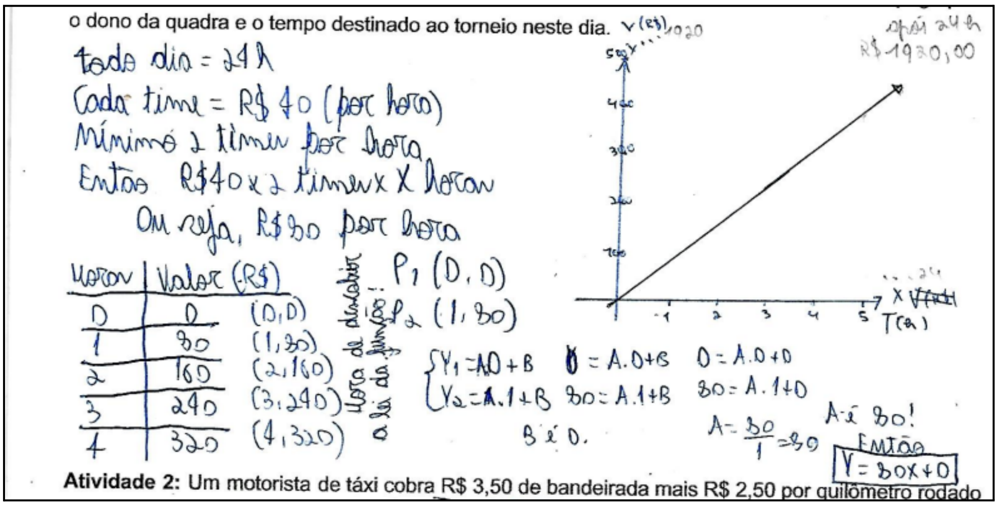
Um grupo de estudantes querendo treinar para a inter-serie municipal, decidiu alugar o Castelão e fazer um torneio de futsal durante todo dia. Sabendo que cada time pagará para jogar R$ 40,00 a hora, construa um gráfico e a lei da função, que possibilite relacionar o valor a ser pago para o dono da quadra e o tempo destinado ao torneio neste dia.

Ao analisarmos as resoluções da atividade 1, encontramos duas categorias, as quais discutiremos a seguir.

Categoria 1: Resolveram com erro de gráfico

Essa categoria corresponde a 80% dos estudantes, os quais conseguiram desenvolver as atividades propostas, usando os passos da resolução de problemas indicados pela professora, porém percebe-se uma confusão entre ser uma variável contínua ou discreta, como podemos observar na figura 17.

Figura 17: Resolução da atividade 1 — Grupo 2.



Fonte: a autora,2023.

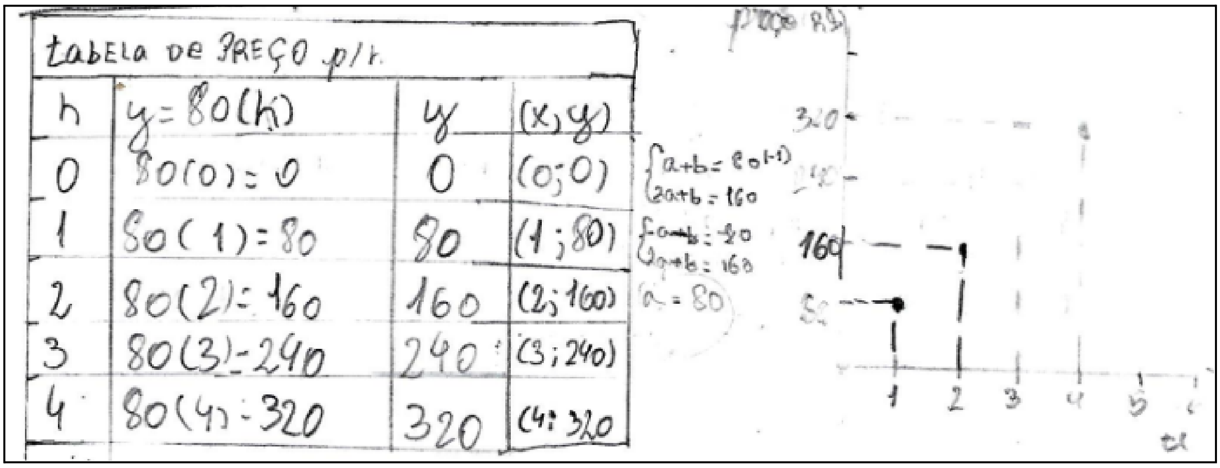
Categoria 2: Compreensão

Este grupo enquadra estudantes com dificuldades em transformar em linguagem escrita suas estratégias, o que nos fornece indício de que os estudantes ainda não dominam o conteúdo a ser utilizado. Quando a professora solicita a eles que expliquem o que pensam em fazer, o que o problema pede, como desenvolver, os estudantes conseguem explicar seu raciocínio, porém não conseguem passar essas ideias para o papel.

Um dos grandes problemas enfrentados está na compreensão do problema, para 20% dos estudantes conseguir compreender o que o problema está pedindo se torna um grande empecilho. Sem conseguir compreender o que o problema está pedindo, não é possível identificar os dados, montar estratégias nem realizar os cálculos corretamente.

Porém, com auxílio da professora/pesquisadora este grupo conseguiu montar a tabela e o gráfico, no entanto, não conseguiram representar a lei da função, embora tenham encontrado seus coeficientes, como podemos observar na figura 18.

Figura 18: Resolução da atividade — Grupo 1.



Fonte: a autora,2023.

O quadro 13 representa o número de ocorrências de cada categoria encontrada na atividade 1:

Quadro 13: Distribuição de frequência

Categoria	Frequência
1	80%
2	20%

Fonte: a autora,2023.

Nestas aulas foram propostos problemas para que os estudantes resolvessem a partir dos passos da Resolução de Problemas de Polya, 1978: compreender o problema, estabelecer um plano, executar o plano e retrospecto, onde é discutido os resultados obtidos. Ao desenvolver atividades buscando a execução dos passos da resolução de problemas percebemos a grande influência das aulas expositivas, já que os estudantes não conseguem uma organização para desenvolver tais processos.

O estímulo a pensar a partir de problemas não é algo simples e direto, já nesse encontro percebemos tais dificuldades, como a compreensão do que é solicitado no problema proposto, extração dos dados importantes do problema.

Percebe-se na turma uma enorme dependência da professora, onde a todo instante os estudantes chamam para ajudar na compreensão e resolução do problema. Percebe-se também a necessidade de dar uma resposta correta, sem preocupação com a escolha do caminho ou entendimento da mesma.

O segundo problema, tinha como propósito investigar o valor a ser pago por uma corrida de táxi e dar a lei da função.

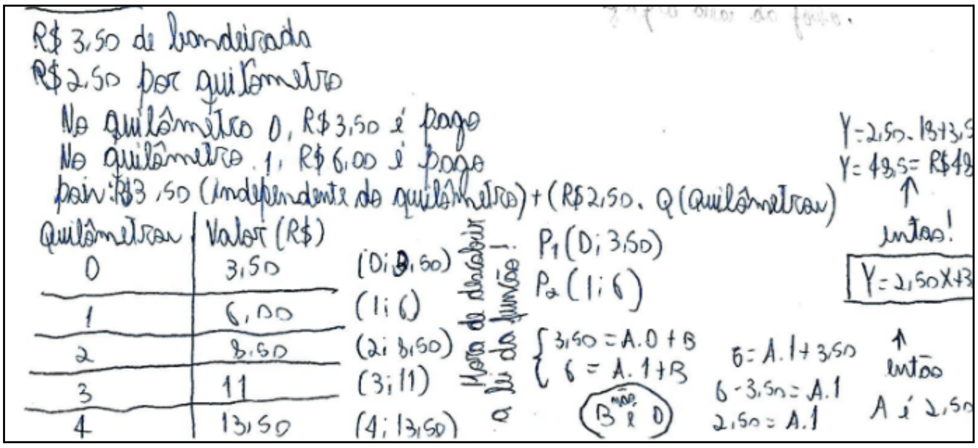
> ➢ <u>**Situação problema 2**</u>
>
> **Um motorista de táxi cobra R$ 3,50 de bandeirada mais R$ 2,50 por quilômetro rodado (valor variável). Determine o valor a ser pago por uma corrida relativa a um percurso de 18 quilômetros.**

Ao analisar os resultados obtidos nesta atividade, encontramos duas categorias. Na categoria 1, encontram-se os estudantes que resolveram todas as etapas da atividade sem dificuldades, o que representa 40% dos estudantes. Já a categoria 2, enquadra as resoluções com erros no desenvolvimento, o que representa 60% dos estudantes.

Categoria 1: Realizaram atividade corretamente.

Nesta categoria encontram-se os estudantes que realizaram corretamente a atividade, ou seja, foram capazes de interpretar o problema e realizar o que foi solicitado, como mostra a figura 19.

Figura 19: Resolução da atividade 2 — Grupo 2.

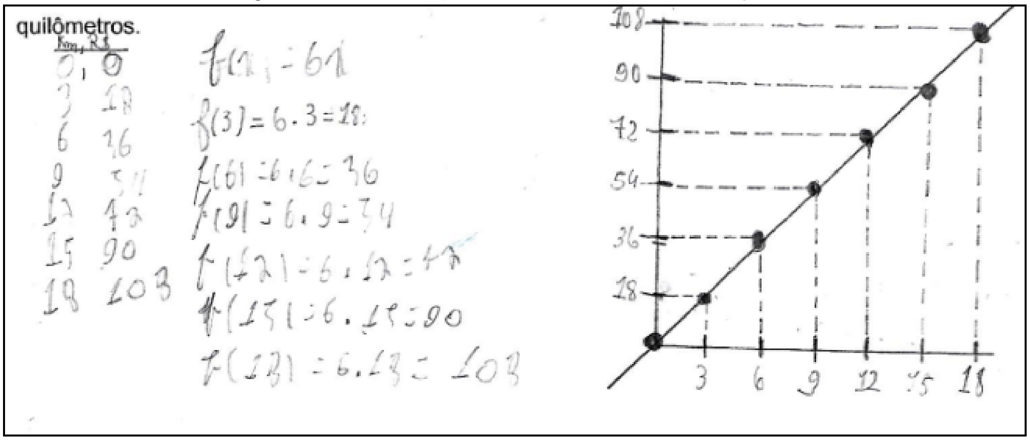


Fonte: a autora, 2023.

Categoria 2: Dificuldade na interpretação do problema

Nesta categoria encontram-se os estudantes que tiveram dificuldade na compreensão do problema, devido a isso, erram a organização dos dados na tabela, na construção do gráfico e na construção da lei da função. A exemplo utilizaremos a resolução do grupo 5 (figura 20)

Figura 20: Resolução da atividade 2 — Grupo 5.



Fonte: a autora, 2023.

Inicialmente os estudantes tentaram encontrar o valor do resultado da corrida de táxi a partir de cálculos aritméticos, porém a professora orientou que realizassem todos os passos sugeridos anteriormente, assim com ajuda da professora os estudantes começaram a desenvolver estratégias e realizar as atividades.

Os erros encontrados na grande maioria dos estudantes foi de interpretação desse modo não conseguiram criar um plano para encontrar a lei da função, lembrando que em aulas anteriores esse não foi um problema encontrado pelos estudantes já que partindo de exercícios simples conseguiram criar a lei da função, logo o problema se dá quando se deparam com problemas contextualizados que precisam de interpretação.

Ao observarmos a resolução do grupo 5, podemos perceber que houve dificuldade na compreensão do problema proposto, pois ao organizarem os dados na tabela, eles colocaram como ponto de origem $(0; 0)$, desconsiderando o valor da bandeirada. Consequentemente, eles erraram a construção do gráfico e a lei da função.

Tais erros, podem se dar devido a pressa para terminar as atividades, pois como podemos observar os estudantes não seguiram os passos solicitados para a resolução da atividade proposta.

6. 1. 6 Análise aula 05, 06 e 07

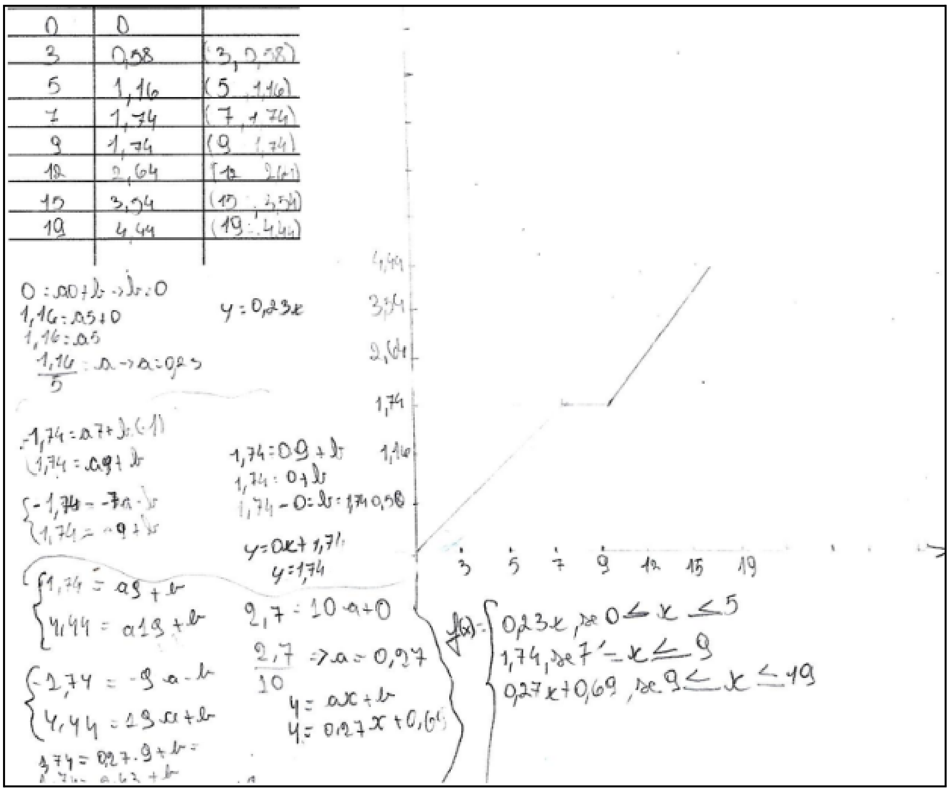
A temática das aulas era trabalhar as funções definidas por partes, a atividade exigiu que os estudantes estudassem o problema proposto, fizessem a programação do carrinho e analisassem sua trajetória, interpretando o movimento e transcrevendo-as matematicamente.

Esta atividade gerou duas categorias a serem descritas a seguir.

Categoria 1: Conseguiram matematizar o problema

Nesta categoria teve um grupo que conseguiu interpretar o problema, retirar os dados solicitados, transformar em tabela e gráfico e encontrar a função de cada um dos intervalos de tempo solicitados, escrevendo a lei da função corretamente. A figura 21, mostra a resolução da atividade pelo grupo 4.

Figura 21: Resolução da atividade — Grupo 4.

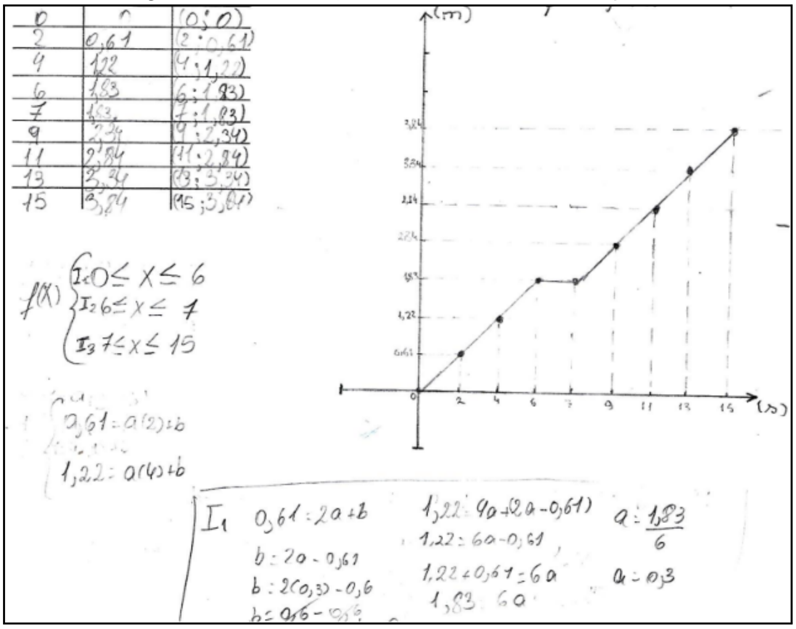


Fonte: a autora, 2023.

Categoria 2: **Não formalizaram a lei da função**

Nesta categoria encontramos os demais grupos, os quais encontraram as leis das funções em cada intervalo, porém não conseguiram formalizar a escrita da função por partes. Essa categoria compreende 75% dos estudantes. Como exemplo desta categoria, podemos observar a resolução do grupo 1 (figura 22).

Figura 22: Resolução da atividade — Grupo 1.



Fonte: a autora, 2023.

O quadro 14 representa o número de ocorrências de cada categoria encontrada na atividade 1:

Quadro 14: Distribuição de frequência — Aulas 6 e 7.

Categoria	Frequência
1	25%
2	75%

Fonte: a autora,2023.

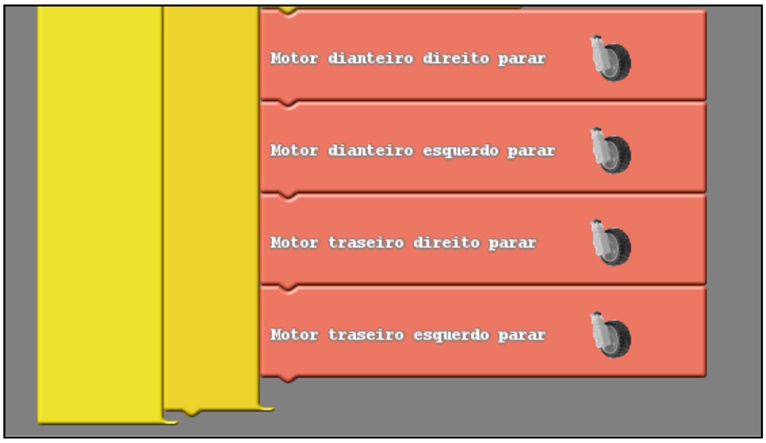
Podemos neste momento observar uma evolução dos grupos envolvidos em relação às atividades anteriores, pois todos envolvidos conseguiram realizar todas as etapas exigidas para a formalização da função, encontrando suas leis de formação.

A fim de reforçar este conhecimento um novo problema foi distribuído de modo que os grupos fizessem novamente a mesma investigação. Nesta nova situação, os problemas que se apresentaram são remanescentes de outras etapas como pressa ou falta de atenção para chegar a um resultado. As construções foram feitas corretamente e todos seus processos foram seguidos e o erro aparece apenas na resolução de uma das equações. Em outro grupo, a solução de todo o problema foi feita perfeitamente, porém o grupo não formalizou a lei da função por partes, embora tenha conseguido encontrar todas as leis isoladamente.

6. 1. 8 Análise aula 08

A atividade avaliativa constou de um situação problema na qual, individualmente, cada estudante deveria interpretá-lo seguindo as etapas propostas da resolução de problemas, conforme trabalhadas nas aulas anteriores.

Atividade avaliativa: Considerando que o carrinho robótico percorre 50 cm por segundo. Analise a programação abaixo, e seguindo os passos da resolução de problemas realize as atividades propostas:



a) Complete a tabela relacionando tempo e distância.

Tempo (s)	**Distância (m)**	**Pares ordenados**
		(0;0)
2		(2;1)
4	2	
		(6;3)
8	4	
	5	
12	4	
		(14;3)
16		
18	1	

b) Determine os intervalos da função por partes

c) Determine comportamento da função nesses intervalos:

d) Construa o gráfico que representa essa função por partes

e) Construa a lei da função por partes**:**

f) Determine o domínio e imagem da função por partes:

No dia da avaliação treze estudantes se fizeram presentes e realizaram todas as etapas da avaliação. Essas atividades foram analisadas e categorizadas a seguir.

Categoria 1: Realizaram corretamente a atividade

Nesta categoria estão quatro estudantes que conseguiram realizar todas as etapas da situação problema proposta corretamente, o que resulta em 30,76% dos participantes.

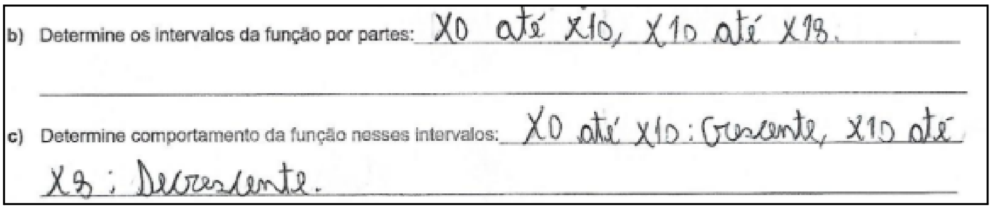
Categoria 2: Apresentaram erro em uma das etapas dos problemas

Nesta categoria encontramos 69,24% dos estudantes, os quais apresentaram algum erro em alguma etapa da resolução do problema proposto. Devido a variedade dos erros obtidos, iremos dividi-los em subcategorias, descritas a seguir.

Subcategoria 2.1: Erro na representação do comportamento da função

Essa categoria é representada por um estudante que identificou o comportamento da função em cada um dos intervalos descritos, porém não conseguiu representá-los matematicamente, que corresponde a 11,11% das respostas com erro.

Figura 23: Resolução sobre intervalos e comportamento — E7


b) Determine os intervalos da função por partes: X0 até X10, X10 até X18.

c) Determine comportamento da função nesses intervalos: X0 até X10: Crescente, X10 até X18: Decrescente.

Fonte: a autora, 2023.

A figura 23 mostra a resposta dada pelo estudante E7, analisando essa resposta podemos concluir que ele consegue identificar os intervalos que compõem a função por partes e, além disso, identificar o comportamento da função em cada um desses intervalos, no entanto, não consegue representar matematicamente esses intervalos.

Subcategoria 2.2: Erro na representação da imagem da função

Esta subcategoria corresponde a 11,11% das respostas com erros, na qual o estudante conseguiu identificar e representar a imagem da função, porém apresentou erro na definição do seu domínio.

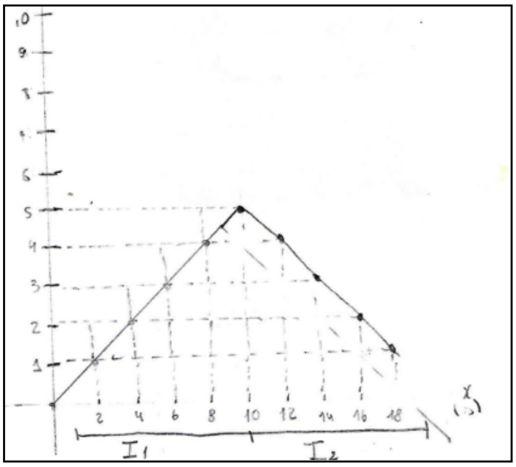
O estudante E12, conseguiu representar matematicamente a imagem da função, apesar de cometer o erro de representar a imagem em um intervalo aberto $0 < y < 5$, quando deveria considera o intervalo fechado $0 \leq y \leq 5$, pois 0 e 5 fazem parte da imagem da função, como podemos observar na figura 24.

Porém, na construção gráfica, esse estudante representou corretamente esse intervalo como sendo fechado, conforme mostra a figura 25.

Figura 24: Resolução sobre intervalos e comportamento — E7.

Fonte: a autora, 2023.

Figura 25: Resolução sobre intervalos e comportamento — E7.



Fonte: a autora, 2023

Subcategoria 2.3: Lei de formação da função por partes

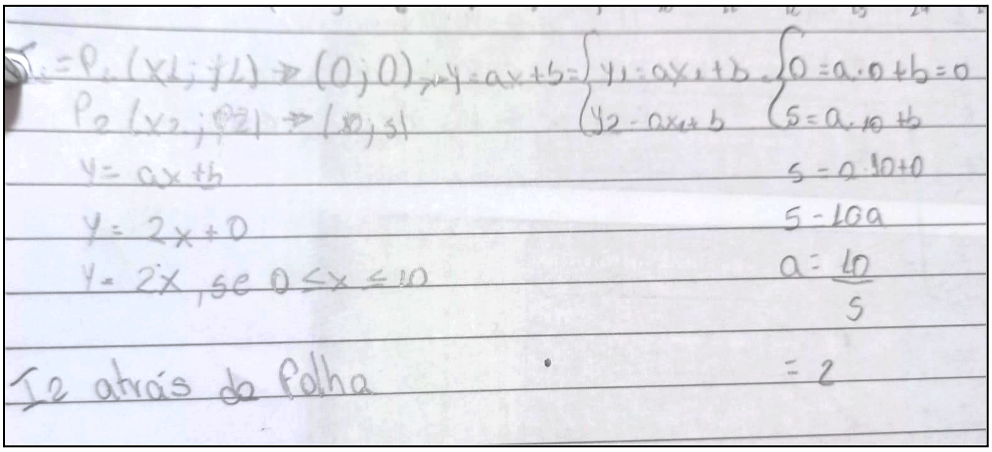
Nesta subcategoria encontram-se todos os estudantes que cometeram erros, pois todos apresentaram algum erro na formação da lei da função por partes. Devido a variedade dos erros apresentados, iremos subdividi-los, e descrevê-los a seguir.

Subcategoria 2.3.1: Erro no cálculo da lei de formação da função

Dois estudantes tiveram problemas com a construção da lei de formação da função por partes, representando 22,22 % dos erros sobre a lei de formação da função.

Nesta categoria encontramos dois erros distintos, que discutiremos a seguir. Primeiramente, iremos discutir a resposta encontrada pelo estudante E16 (figura 26).

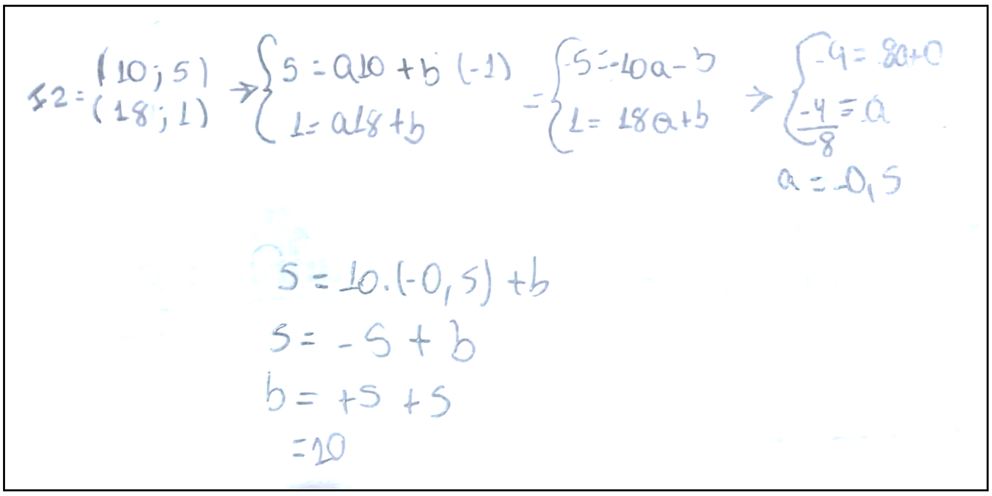
Figura 26: Resolução do cálculo da função no intervalo 1 — E16.



Fonte: a autora, 2023

O erro cometido já havia sido discutido anteriormente, creditamos esse erro a desatenção do estudante no momento de isolar o coeficiente a, pois no cálculo da função do segundo intervalo o estudante calculou corretamente a função, como podemos observar na figura 27.

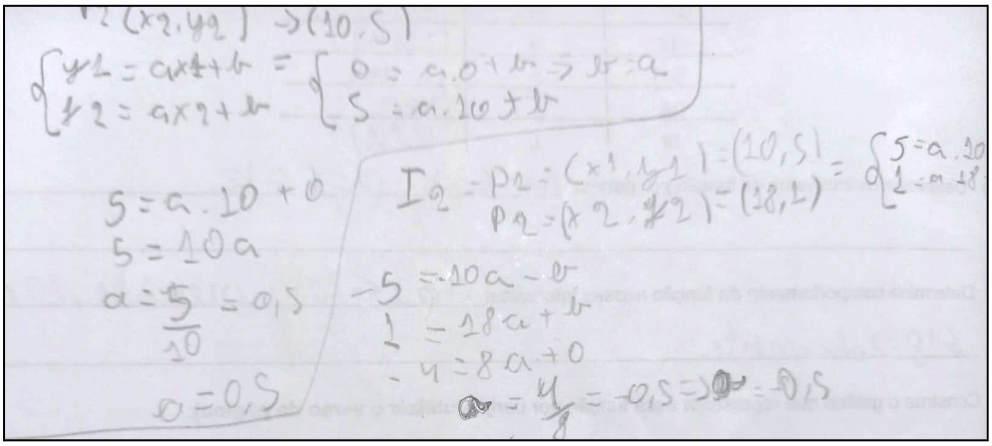
Figura 27: Resolução do cálculo da função no intervalo 2 — E16.



Fonte: a autora, 2023.

Já o erro cometido pelo estudante E18 (figura 28), foi não calcular o coeficiente b, na função do segundo intervalo, visto que diferentemente da função do primeiro intervalo, que era uma função linear, a função do segundo intervalo, era uma função afim, deslocada 10 unidades em relação ao ponto de origem. Tal fato pode ter ocorrido por falta de atenção no momento da resolução, pois em atividades anteriores esse estudante realizou corretamente o cálculo de funções semelhantes.

Figura 28: Resolução do cálculo da função — E16.



Fonte: a autora, 2023

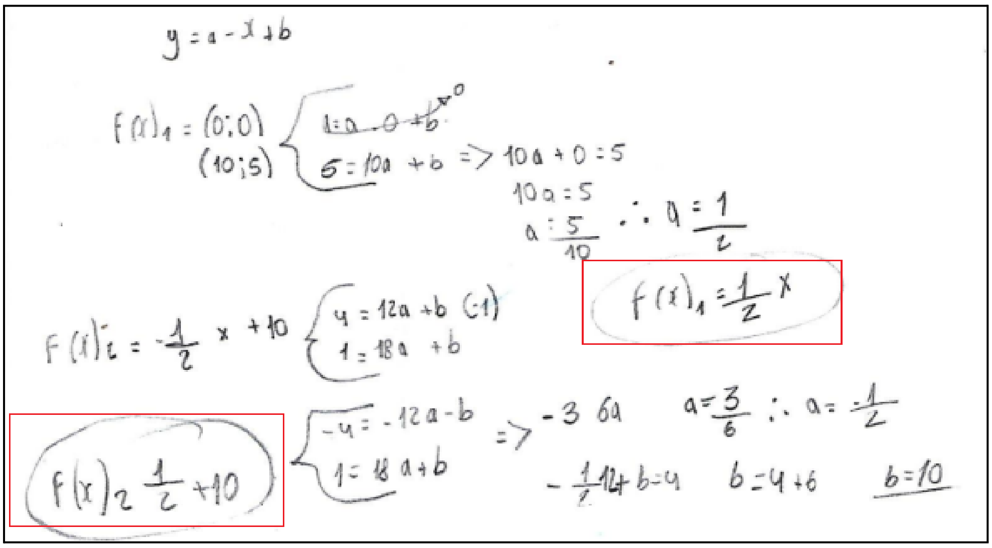
Portanto, creditamos os erros mencionados, a desatenção no momento da resolução, pois são erros pontuais e tais alunos demonstraram anteriormente o conhecimento acerca deste conteúdo.

Subcategoria 2.3.2: Erro na representação da lei geral da função por partes

Cinco estudantes conseguiram encontrar as leis de cada uma das funções que compõem a função por partes, mas não representaram a lei geral de formação da função por partes. Essa subcategoria representa 55,56% dos erros sobre a lei da função.

Os erros enquadrados nessa categoria dizem respeito a representação matemática da lei geral da função por partes. Como exemplo, podemos observar a resolução do estudante E12 (figura 29).

Figura 29: Resolução das funções nos intervalos — E12.



Fonte: a autora, 2023.

Podemos perceber que o estudante realizou corretamente o cálculo das funções no intervalo, porém não conseguiu representar matematicamente a lei geral da função por partes, a qual deveria ser escrita como:

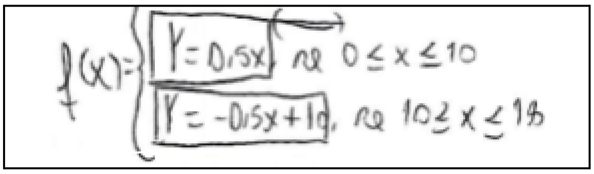
$$f(x) = \begin{cases} 0{,}5x, se\ \ 0 \leq\ x < 10 \\ -0{,}5x + 10, se\ 10 \leq\ x \leq 18 \end{cases}$$

Subcategoria 2.3.3: Erro na representação do intervalo na lei geral da função por partes

Dois estudantes identificaram o intervalo onde cada uma das funções ocorria, porém, não conseguiram representá-los matematicamente, representando 22,22% das respostas erradas relacionadas à lei de formação da função.

Como exemplo temos a resolução pelo estudante E8 (figura 30), o qual ao representar o lei geral da função utilizou o intervalo fechado em 10, nas duas equações, além de colocar $f(x) = \{\ y =$..., sendo que não é necessário escrever novamente y, pois a função já está representada por $f(x)$.

Figura 30: Representação algébrica da lei geral da função por partes — E8.



Fonte: a autora, 2023.

O quadro 15, apresenta a distribuição de frequências das categorias encontradas.

Quadro 15: Distribuição de frequência — Atividade avaliativa — Aula 8.

Categoria	Frequência	Subcategoria	Frequências	Subcategoria	Frequências
1	30,76%	-	-	-	-
2	69,24%	2.1	11,11%	-	-
		2.2	11,11%	-	-
		2.3	100%	2.3.1	22,22%
				2.3.2	55,56%
				2.3.3	22,22%

Fonte: a autora,2023.

Podemos perceber que erros individuais representam erros já observados nas aulas anteriores, porém já minimizados, de modo que uma evolução foi percebida durante as atividades propostas.

Embora os estudantes já tivessem visto este conteúdo em anos anteriores, muitos não lembravam dele no primeiro dia de encontro. Ao final do último dia podemos perceber que este conhecimento foi fortalecido e que a robótica teve um papel fundamental neste processo, já que além de uma ferramenta motivacional, foi parte integrante dos problemas propostos.

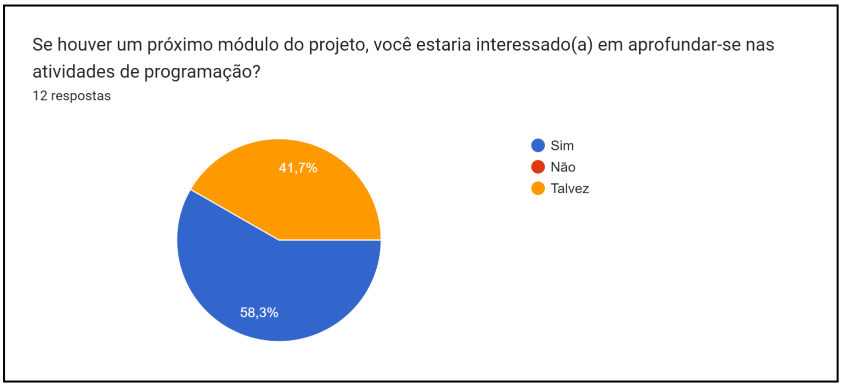
6. 2 Avaliação do projeto

Neste tópico iremos apresentar os resultados obtidos nos instrumentos utilizados para o feedback dos estudantes a respeito do projeto. A partir desse feedback estudaremos a viabilidade do projeto para trabalhar com outros conteúdos matemáticos.

6. 2. 1 Avaliação do Questionário on-line

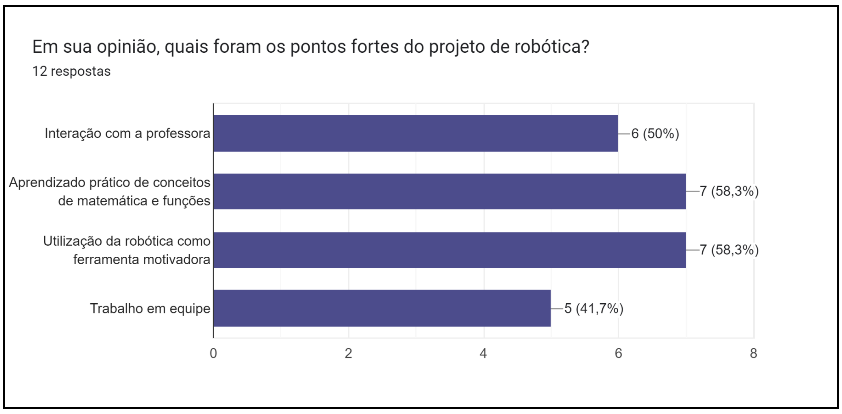
Obtivemos respostas de doze dos vinte estudantes inscritos no projeto. O questionário era composto por quinze questões, divididas em duas seções: interesse em robótica e sobre o RoboMath. As respostas obtidas em alguns dos questionamentos serão ilustradas nas figuras 45 a 49.

Figura 45: Questionário *online* — Questão 5



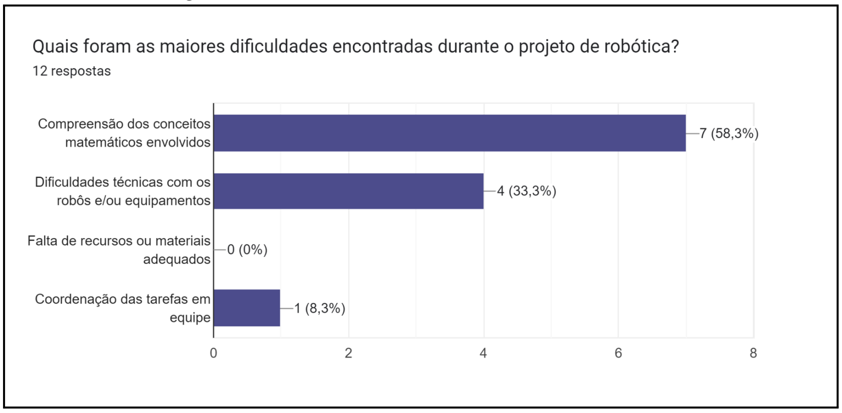
Fonte: a autora, 2023.

Figura 46: Questão 7



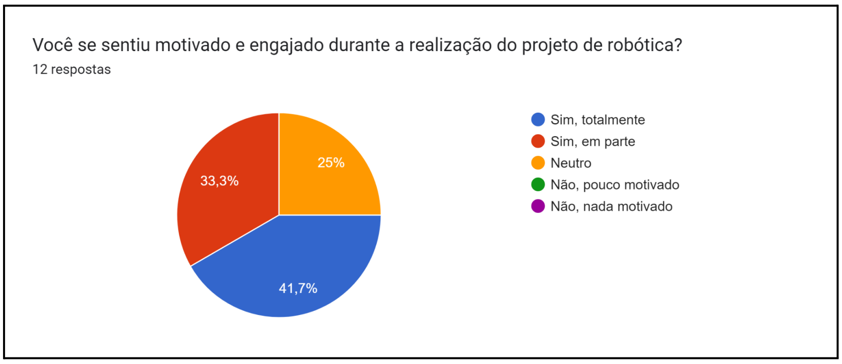
Fonte: a autora,2023.

Figura 47: Questionário *online* — Questão 8



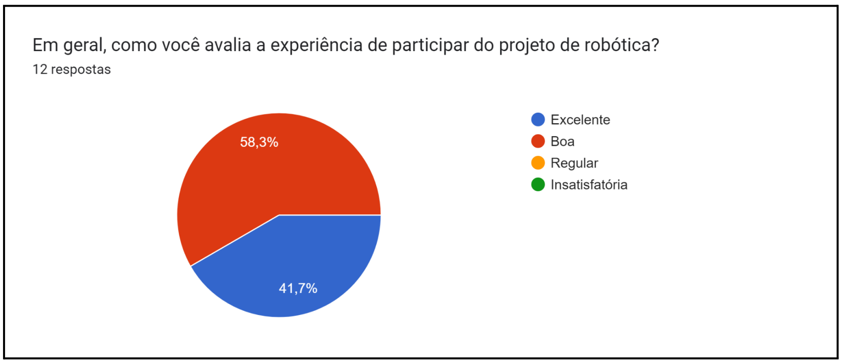
Fonte: a autora,2023.

Figura 48: Questionário *online* — Questão 11



Fonte: a autora,2023.

Figura 49: Questionário *online* — Questão 12



Fonte: a autora,2023.

6. 2. 2 Roda de conversa

Algumas das questões levantadas durante a discussão, serão apontadas na transcrição do áudio, a seguir:

P: O que vocês acharam do projeto? Vocês gostariam de sugerir algum outro conteúdo, alguma outra forma de trabalhar?

E12: Eu acho que a gente tinha que ter mais aula prática.

E15: Talvez seria mais interessante nós saber fazer os cálculos, pra poder saber como fazer o robozinho andar, do que depois de fazer o robozinho andar saber como fazer os cálculos. Talvez a gente se sinta mais motivado a querer os cálculos.

E4: aprofundar mais os projetos, usar outras coisas além só do carrinho. Usar o Bluetooth, usar o sensor.

E12: seria legal se a gente montasse algo do zero, sabe?

E7: um chão nivelado ajuda.

P: A robótica é só o carrinho, ela pode envolver outras coisas, pode envolver um programa. A construção de um jogo. Pode envolver outros conceitos que não seja função. Que conteúdos vocês gostariam de estudar?

E12: Eu acho que esse negócio da gente criar jogo, programar alguma coisa é bem da hora.

E15: Desenvolver o projeto, tipo nós tentar fazer pra onde que o robozinho vai, piscar as luzinhas.

P: Quando eu estava desenvolvendo as atividades tinha pensado, lá no começo, em fazer uma trajetória com um semáforo e programar o carrinho para andar e para conforme o sinal e depois analisar. Só que com o nosso tempo foi curto, não deu pra desenvolver essa parte que ficou apenas na minha na cabeça e não foi pro papel. A escola nos pediu uma aula de reforço, reforçar conteúdos matemáticos e usar a robótica só como uma motivação, uma ferramenta da motivação. Assim, a partir dos desenvolvimentos do projeto de robótica para vocês aprenderem um conteúdo ou relembrarem o conteúdo que já tinham visto. Mas tem várias coisas que podemos fazer a partir disso, e construir projetos do zero. Também não precisa ser exatamente com aquele carrinho, tem modelos de construção de carrinhos com material reciclado que pode ser programado. Usando a placa é possível programar eles,

E12: fazer tipo gincana, essas coisas que deixam a gente mais engajado, mais engajado. Se eu vou ganhar, então eu vou assim mais motivado

P: Que conteúdos matemáticos vocês gostariam de relacionar com a robótica?

E15: Talvez o que a gente tivesse aprendendo de manhã, pra nós poder reforçar mais.

P: É que saber o conteúdo que vocês estão trabalhando de manhã pra depois nós preparar uma aula, fica mais difícil. Então, nos baseamos nos conteúdos que são mais cobrados e que vocês vão precisar no ENEM, no vestibular, na faculdade. O nosso objetivo é o reforço de conteúdo.

E21: Trigonometria,

P: O que mais?

E21: função logarítmica e exponencial, e também a quadrática.

P: Com a função quadrática era a intenção de trabalhar agora, mas não deu tempo, porque nos aprofundamos na função afim. Nós já tínhamos um plano mais ou menos elaborado para desenvolver.

E15: As operações básicas da matemática

P: Na verdade, nós vimos as operações básicas. Quando resolvemos o sistema, estamos utilizando as operações básicas, mas de maneira diferente. Não como quando aprendemos lá no fundamental, de montar uma em cima da outra. No sistema, é somado às equações, somamos cada termos. Então é soma ou subtração, só que de maneira diferente um pouco mais aprofundado, que é para o nível que vocês estão.

P: Se tivesse agora no segundo semestre, um novo módulo do projeto vocês estariam engajados se houvesse essas mudanças?

NI: Talvez se não tivesse tanta conta assim.

P: Nosso foco é a matemática. Só que temos que relacionar os dois, podemos desenvolver mais coisas práticas, mas a matemática sempre vai estar envolvida.

Analisando as respostas obtidas nesses dois meios de avaliação, foi possível perceber que o projeto tem pontos a serem melhorados. E muitas das sugestões dos estudantes são pertinentes e serão consideradas se o projeto tiver continuidade. Contudo, consideramos que o projeto foi muito produtivo e conseguiu atingir os objetivos propostos.

7. ANÁLISE REFLEXIVA DA PESQUISADORA

A seguir será apresentado a análise reflexiva realizada pela professora/pesquisadora após cada encontro. Para facilitar a compreensão dos leitores, iremos realizar a reflexão sobre cada encontro separadamente.

7. 1 Aula 01: Aula inaugural

No dia 10 de maio de 2023, demos início às aulas do projeto. Neste primeiro encontro tivemos por objetivo familiarizar os estudantes com a proposta do projeto, bem como verificar os conhecimentos prévios dos estudantes acerca do conteúdo de funções polinomiais e organizar os *kits* de robótica. Estavam presentes 18 estudantes, dos quais a maioria do gênero masculino. A turma é mista, composta por estudantes dos 1º, 2º e 3º anos do ensino médio.

Por tratar-se da primeira aula do projeto e a primeira vez que trabalharia com o ensino médio, estava um pouco apreensiva antes de iniciar a aula. Quando cheguei à escola esse sentimento foi passando e me mantive tranquila para executar o planejamento para a aula do dia.

Iniciei a aula apresentando-me para os estudantes, indaguei sobre o que os motivou a participar do projeto? Eles então comentaram que era o "robô", ou seja, a possibilidade de trabalhar com robótica. Neste momento foi explicado para eles que a robótica será utilizada como ferramenta de motivação nas aulas, e que o foco do projeto é o ensino de funções. Também foi explicado que o conteúdo de funções é muito importante em suas vidas, tanto na vida acadêmica, pois é bastante cobrada no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) e vestibulares, quanto na sua vida cotidiana, pois podemos utilizar as funções para representar diversas situações no dia-a-dia.

Logo explanei a proposta do projeto e sua finalidade, apresentei o Termo de Consentimento Livre Esclarecido (TCLE) e orientei quanto ao seu preenchimento, solicitando que trouxessem assinado pelos responsáveis no próximo encontro. A seguir entreguei a avaliação diagnóstica e expliquei o objetivo da avaliação.

No primeiro momento foi aplicado o teste diagnóstico cujo objetivo é verificar os conhecimentos prévios dos alunos acerca do conteúdo de funções e identificar possíveis lacunas de aprendizagem.

Por se tratar de uma turma mista, esperava-se que alguns estudantes não tivessem visto ainda o conteúdo de funções. Porém, durante a realização das atividades apareceram muitas dúvidas, demonstrando que muitos não tinham aprendido efetivamente esse conteúdo. Alguns, que aparentam lembrar um pouco sobre funções, compartilhavam seus conhecimentos com os colegas.

Um estudante perguntou-me se poderia utilizar calculadora. Então perguntei em qual questão pretendia utilizar a calculadora, pois, a meu ver, não existia nenhuma atividade que necessitasse de algum cálculo que justificasse o uso da calculadora. Ele me respondeu que era para *"fazer a tabuada mesmo"* . Esse fato veio reforçar a percepção que tive durante o período dos estágios: os estudantes estão progredindo de ano sem saber o mínimo das operações básicas de matemática.

Os estudantes apresentaram dificuldades nas atividades que possuíam problemas. Nessas atividades a maioria não fez ou fez somente parte do que foi solicitado. Esse fato, deixou evidente a dificuldade de compreensão do texto pelos estudantes que não conseguem interpretar o que as atividades estão solicitando.

Figura 31: Estudantes realizando o teste diagnóstico

Fonte: arquivo pessoal da autora,2023.

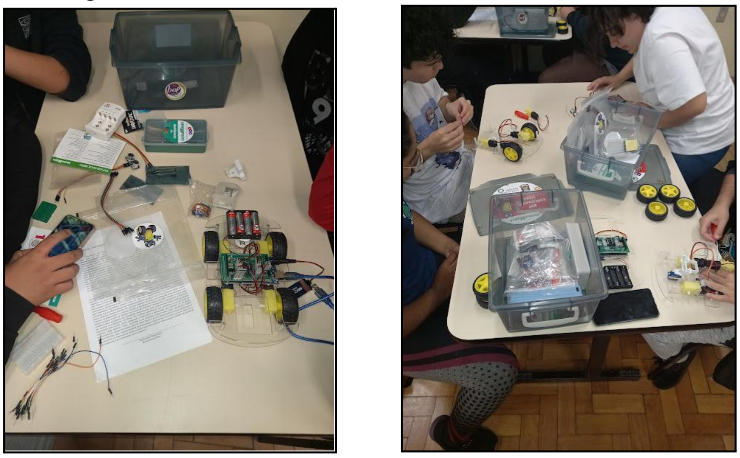
No segundo momento, nos dirigimos para a sala onde aconteceram os encontros do projeto. Os estudantes foram organizados em grupos e os kits de robótica foram distribuídos entre eles.

Nesse primeiro contato com os *kits*, eles puderam manuseá-los e conferir se todos estavam organizados para utilização nas aulas. Nesse momento tiveram bastante contato com o material, pois puderam desmontar o carrinho para arrumar algumas rodas que estavam invertidas. Por último foi apresentada a plataforma arduino e uma programação que fez o carrinho locomover-se.

Enquanto apresentava o programa alguns deles demonstraram possuir algum conhecimento em programação, citando inclusive a linguagem de programação utilizada, alguns já haviam participado da formação anterior.

A seguir, as fotos do arquivo pessoal da autora que retratam os estudantes trabalhando para montar os *kits* de robótica.

Figura 32: Estudantes montando os kits de robótica.



Fonte: arquivo pessoal da autora,2023.

A aula transcorreu de forma tranquila, todo o planejamento foi executado como previsto. Acredito ter sido uma aula proveitosa apesar das dificuldades que os estudantes apresentaram diante do conteúdo de funções.

7. 2 Aula 02: Função Linear

No dia 16 de maio de 2023, foi desenvolvido o plano de aula 2, cujo objetivo foi analisar o gráfico de funções a partir da construção de tabelas da relação tempo x distância, dando início ao primeiro projeto de robótica, que resultará no estudo das funções lineares. Neste encontro estavam presentes 17 estudantes.

Para essa aula o planejamento foi pensado a partir da análise das respostas do teste diagnóstico, onde demonstraram dificuldades com os conceitos de função, mas facilidade em coletar dados de gráficos. Pensando nisso, montamos a atividade inicial que a partir da programação do carrinho, os estudantes realizaram a medida do deslocamento do carrinho, para relacionar tempo e distância. Foi solicitado que os estudantes realizassem a programação, o teste e a coleta de dados referente a trajetória percorrida pelo carrinho. Posteriormente, foi solicitado que dividissem a trajetória em cinco pontos para registrar o tempo que o carrinho gastava para passar por esses pontos. A partir daí eles puderam construir uma tabela relacionando tempo e distância. Com os dados organizados em tabela foi realizada a construção do gráfico.

Durante a parte de programação alguns estudantes apresentaram um pouco de dificuldade, mas nada que atrapalhasse o andamento da aula. Já alguns foram mexendo no programa tentando construir programações mesmo antes da explicação. Demonstraram-se bastante interessados e curiosos nessa parte da atividade, porém como observado na aula anterior, eles têm dificuldade em trabalhar em grupo, não conseguem trabalhar colaborativamente, talvez por serem acostumados a trabalhar individualmente em sala de aula. Também têm dificuldade em parar para ouvir o que foi solicitado, sendo necessário repetir várias vezes as instruções para ser realizada a programação necessária para a realização da atividade, pois quando virava as costas alguns estavam incluindo outros comandos na programação, como uso dos leds e sensores

Foi perceptível que alguns estudantes não gostam da disciplina de matemática, pois no momento da atividade que era necessário fazer a relação entre tempo e distância demonstraram ficar desanimados. Apesar do aparente desânimo diante da atividade proposta, todos realizaram as atividades.

Os estudantes não apresentaram muitas dificuldades relacionadas ao uso do programa. Alguns contratempos aconteceram, pois as pilhas não estavam bem carregadas, fazendo com que no momento do teste da programação o carrinho não andasse. Mas esses contratempos foram solucionados trocando as pilhas.

Outro contratempo que ocorreu foi que dois carrinhos ainda estavam com as rodas invertidas, fazendo com que duas girassem para frente e duas para trás. Desse modo, não teria como o carrinho andar. A solução encontrada foi inverter a conexão dos motores, para evitar desmontar o carrinho novamente.

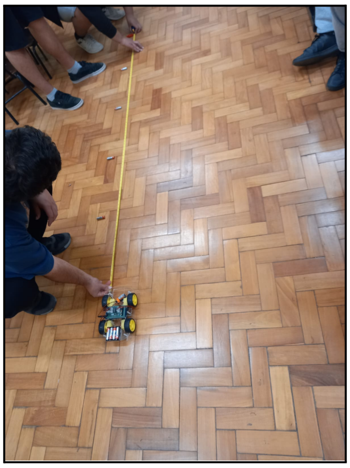
Durante a coleta dos dados da trajetória do carrinho, onde era necessário medir com a trena a distância percorrida, alguns estudantes demonstraram dificuldade em compreender o que foi solicitado e também em manusear a trena. Mas com algumas explicações conseguiram realizar a atividade normalmente.

As figuras 33 e 34 mostram os estudantes realizando as atividades.

Figura 33: Estudantes durante a programação

Fonte: arquivo pessoal da autora,2023.

Figura 34: Estudantes analisando a trajetória do carrinho.



Fonte: arquivo pessoal da autora,2023.

Após todos os grupos terminarem a atividade, foi realizada a explicação no quadro. Para isso, foi montada a tabela a partir dos dados disponibilizados por um dos grupos que se prontificou assim que questionados. Prontamente esse grupo começou a ler os dados e fomos construindo a tabela. Com a tabela pronta, foi realizada a explicação sobre a relação dependência entre as variáveis, sendo assim uma função. Esses dados formam os pares ordenados para a construção do gráfico da função.

Durante a explicação foram realizados questionamentos para estimular os estudantes a pensar e relacionar a atividade desenvolvida com os conceitos que eram explicados. Assim, foram retomados alguns conceitos de geometria, para que os estudantes compreendessem a diferença entre as diferentes funções, pois, como foi observado no teste diagnóstico, alguns estudantes apresentam o entendimento sobre funções, porém não conseguem justificar o porquê de sua utilização.

Por fim, foi realizada a explicação sobre o tipo de função, concluindo que a função do deslocamento do carrinho é uma função afim, contínua e linear. Também foi destacado a característica da função linear que sempre intercepta o ponto de origem $(0, 0)$.

Esse momento foi aproveitado para realizar o encaminhamento da próxima aula, na qual será realizado o estudo da lei de formação da função.

Após o momento de formalização do conteúdo foi entregue a atividade avaliativa para verificar se os estudantes conseguem realizar a organização dos dados em tabela e construir o gráfico representando a situação proposta.

Durante a explicação, dois grupos estavam em conversas paralelas entre os integrantes, e não prestaram a devida atenção na explicação. Com isso, tiveram dificuldade em realizar a atividade avaliativa, sendo necessário realizar novamente a explicação.

Foi possível perceber que os estudantes estão acostumados a receber as respostas prontas e não a pensar por si. Todas as atividades em que é necessário interpretar e pensar, eles apresentam dificuldade e fazem questionamentos a cada etapa.

Aos grupos que não conseguiram identificar que se tratava de uma função contínua, foi necessário que a professora/pesquisadora realizasse a explicação que os eixos representam variáveis contínuas como tempo e distância. Após essa explicação os grupos conseguiram construir os gráficos da função linear. Assim, a atividade avaliativa foi desenvolvida corretamente por 14 dos estudantes.

Apesar dos contratempos citados anteriormente, a aula transcorreu dentro da normalidade esperada, foi desenvolvido todo o planejamento da aula dentro do período estipulado.

Analisando as respostas da atividade avaliativa, foi possível perceber que os estudantes demonstraram dificuldades em: organizar os dados corretamente na tabela; identificar corretamente os eixos na representação gráfica, invertendo os eixos no momento da representação; utilizar a régua, pois, ao desenhar o gráfico não utilizaram ou não souberam utilizar corretamente , ocasionando no desenho do gráfico sem escala; perceber o ponto de origem, pois não utilizaram o ponto de partida na tabela de dados e no gráfico.

Com o intuito de minimizar essas dificuldades, no plano 3, será realizada a correção da atividade avaliativa em sala de aula e solicitado que os alunos refaçam a atividade após as intervenções. Como intervenções necessárias, destacamos:

- Trabalhar a organização dos dados na tabela;
- Ressaltar a necessidade de incluir o ponto de origem na tabela, pois é uma característica da função linear interceptar os eixos na origem além de facilitar os cálculos da equação da reta das próximas atividades;
- Realizar a explicação sobre o uso da régua e sua importância na construção do gráfico;
- Realizar a explicação sobre como construir o gráfico utilizando escala fixa nos dois eixos, para que ao traçar a reta passe por todos os pontos marcados.

7. 3 Aula 03: Lei de Formação da Função Afim

No dia 18 de maio de 2023, foi desenvolvido o plano de aula 03, cujo objetivo era representar algebricamente uma função afim, na qual estavam presentes 16 estudantes.

O planejamento original dessa aula sofreu alteração para contemplar as intervenções necessárias a partir da análise das atividades da aula anterior. Pois, optamos pela utilização da avaliação formativa, onde realizamos a análise das atividades avaliativas a cada aula, para verificar se os objetivos foram alcançados e se a aprendizagem ocorreu efetivamente. Portanto, após essas análises o plano pode sofrer alterações, para que as dificuldades identificadas sejam trabalhadas, a fim de tornar a aprendizagem efetiva.

Como relatado anteriormente, no encontro passado, sentimos que alguns dos estudantes demonstraram dificuldade em organizar os dados corretamente na tabela, inverteram os eixos no momento de representar o gráfico, não utilizaram ou não souberam utilizar corretamente a régua para desenhar o gráfico, não utilizaram escala na construção do gráfico, não identificaram os eixos, não utilizaram o ponto de partida na tabela de dados, ou seja, não consideraram o ponto de origem.

Para minimizar essas dificuldades optamos por realizar a correção da atividade avaliativa em sala de aula e solicitando que os alunos refizessem as atividades após as intervenções. Após a aplicação da atividade avaliativa ao final do encontro, foi possível perceber a evolução de alguns dos estudantes, que conseguiram desenvolver corretamente a atividade proposta, sem apresentar os erros citados acima.

No segundo momento, utilizando os dados da atividade de revisão, a professora/pesquisadora mostrou para a turma como construir a lei da função capaz de determinar o caminho percorrido pelo carrinho robótico. Para tal, apresentou a equação reduzida da reta, a partir da resolução de sistema de equações lineares. Após encontrar a equação reduzida da reta, foi utilizado o *software Geogebra* para verificar se a equação estava correta.

A professora/pesquisadora ao iniciar a atividade, perguntou aos estudantes se já haviam tido contato com o *Geogebra*. A maioria respondeu que não, porém alguns comentaram já ter tido contato com o *software* em algum momento.

Para a utilização do *Geogebra* foi solicitado aos estudantes que em seus *Chromebooks*, na página do *Google*, escrevessem no campo de pesquisa: *Geogebra Classic*.

Durante essa etapa da aula, os estudantes não demonstraram tanta dificuldade quanto o esperado, pois a maioria relatou desconhecer o *software*. Poucos tiveram dificuldade em marcar os pontos, esta dificuldade se deu pela falta de atenção na explicação, visto que para digitar os decimais deve-se utilizar o ponto e não vírgula. Alguns tiveram dificuldade em traçar a reta, pois não compreenderam que para formar a reta era necessário clicar nos pontos que foram criados a partir da digitação no campo de entrada.

Nesse momento foram realizados alguns questionamentos:

— A equação encontrada por vocês, é a mesma apresentada no *software*?

— Qual a diferença entre a equação construída com os pontos e a apresentada pelo software?

— As duas equações representam a mesma reta?

A maioria dos estudantes conseguiu perceber que a equação representa a mesma reta, só está escrita de forma diferente. A partir daí, então, foi realizada a explicação sobre a equação geral da reta, e como encontrá-la.

Foram apresentadas duas formas de encontrar a lei da função, a partir da solução de sistemas lineares e a partir do uso de matrizes. Como a maioria dos estudantes relataram não ter contato com o uso de matrizes, foi dado ênfase ao uso de sistemas de equações, para a construção de funções.

A partir da equação reduzida da reta já encontrada, foi mostrado como encontrar a equação geral da reta, assim os estudantes puderam compreender melhor o porquê do software apresentar a mesma equação com uma escrita diferente. Após, explicação, todos os estudantes relataram ter compreendido sobre a equação geral da reta e equação reduzida da reta.

No planejamento estava previsto uma atividade avaliativa que propunha que eles realizassem uma programação do robô e analisassem sua trajetória, apresentando seu gráfico e a lei da função, conforme já trabalhado em sala de aula. No entanto, devido às dificuldades encontradas, no primeiro momento da aula, e a restrição de tempo, a atividade avaliativa não foi realizada como planejado. Logo, foi proposto um problema com dados onde os estudantes precisavam interpretar, criar estratégias e apresentar os resultados.

7. 4 Aula 04: Função discreta e contínua — Resolução de problemas

No dia 23 de maio de 2023, ocorreu o quarto encontro, onde foram desenvolvidos os conteúdos função contínua e discreta utilizando a resolução de problemas. O objetivo desse encontro era desenvolver os conceitos de função discreta e contínua a partir da resolução de problemas.

No primeiro momento, como de costume, comecei a aula relembrando os conceitos apresentados na aula anterior, e comentando sobre as atividades que serão realizadas no dia. A seguir, expliquei sobre a resolução de problemas para os estudantes, apresentando para eles os 4 passos necessários para realizar as atividades conforme a metodologia.

Foi possível perceber que alguns estudantes demonstraram resistência e/ou falta de compreensão em seguir os passos para a resolução de problemas. Mesmo após explicar nesses grupos, eles não seguiram os passos para resolução. Esses estudantes preocupam-se mais em achar a resposta correta do que os procedimentos que utilizaram para chegar a tal.

Essa dificuldade e/ou resistência possivelmente se dá ao fato dos estudantes estarem acostumados à metodologia tradicional de ensino, onde é apresentado primeiramente os conceitos e depois são realizados exercícios de fixação e quando tem dúvidas recebem respostas prontas. Quando os estudantes têm que sair de sua zona de conforto, como na metodologia de resolução de problemas, onde é necessário interpretar situações problemas e utilizar o raciocínio lógico para traçar estratégias a fim de resolver aquela situação, eles tendem a ser resistentes.

Também observou-se que os estudantes, principalmente os estudantes E5 e E13, não estão acostumados a pensar por si, durante a realização das atividades, apresentaram-se inseguros, chamando a professora a todo momento na tentativa de obter a resposta da questão solicitada.

Nessas ocasiões, a professora respondia para os estudantes a partir de questionamentos, para estimular eles a pensar e também interpretar o problema.

Durante a resolução das atividades foi possível observar que os estudantes E5 e E13 conseguem identificar a variável dependente e a independente, quando questionados, mas ao identificar o gráfico invertem os eixos.

Também foi possível observar que os estudantes E1 e E10, conseguiram determinar a lei da função da atividade 1 sem utilizar o sistema de equações lineares. Eles conseguiram determinar a partir da observação dos dados que relacionam na tabela.

Durante o retrospecto da atividade 1, foi possível perceber que os estudantes realizaram a atividade corretamente, porém ainda confundem função discreta e contínua, no momento de representar graficamente. Diante disso, foi realizada nova explicação sobre função discreta e contínua, citando situações cotidianas, para tentar que os estudantes compreendessem sua diferença.

Os estudantes, quando questionados, conseguiram identificar que a função da questão 2 não é uma função linear, pois não intercepta os eixos no ponto de origem.

A aula ocorreu dentro da normalidade e o plano foi executado na sua totalidade.

7. 5 Aula 05: Projeto carrinho 2 — Função por partes

Em 25 de maio de 2023 ocorreu o quinto encontro do projeto. Nesse dia desenvolvemos o projeto 2, que tem como objetivo desenvolver os conceitos sobre o crescimento e decrescimento, domínio e imagem da função afim, a partir da análise da trajetória do carrinho. E com isso, desenvolver o conceito de funções definidas por partes.

No primeiro momento da aula os alunos foram organizados em grupos, e foi realizada a apresentação dos procedimentos que serão adotados no dia. Além disso, foram retomados os conceitos de aulas anteriores, principalmente a lei de formação da função afim e a equação reduzida da reta a partir de sistema de equações lineares.

No segundo momento houve a distribuição dos kits para os grupos e a folha de atividades, foi realizada a explicação, a exemplo da aula 2, será realizada a programação do carrinho robótico e será analisada sua trajetória com a finalidade de construir a lei de formação e o gráfico da função.

Figura 36: Estudantes realizando a programação.

Fonte: arquivo pessoal da autora,2023.

Durante a etapa de programação alguns problemas ocorreram como: pilhas descarregadas ou com carga baixa, erro no carregamento da programação na placa, problema no aplicativo instalado, motores invertidos. Esses problemas acarretaram atraso no andamento da aula. Devido a isso, o plano não foi executado na sua totalidade e será retomado na aula seguinte, pois a maioria dos grupos não concluiu a atividade 1.

Foi possível realizar algumas observações nas atividades dos grupos que estavam analisando os dados.

Os estudantes não consideraram o tempo parado fazendo com que a representação gráfica fosse de uma função fosse linear. Após explicação compreenderam que havia "uma parada no gráfico ".

Para um grupo que estava mais adiantado, foi realizada a explicação sobre a função por partes possibilitando que construíssem a lei da função.

Apesar da atividade ser semelhante à atividade desenvolvida na aula 2, alguns grupos tiveram dificuldade no momento de coletar os dados da trajetória do carrinho, sendo necessária a intervenção da professora para mostrar como realizar a atividade. Após a explicação, todos os grupos conseguiram coletar os dados da trajetória do carrinho.

Figura 37:Estudantes medindo o caminho percorrido

Fonte: arquivo pessoal da autora,2023.

Na próxima aula será retomada às atividades de hoje, bem como a formalização do conteúdo.

7. 6 Aula 06: Projeto carrinho 3 — Função por partes

No dia 30 de maio de 2023, ocorreu o sexto encontro do projeto. Esse encontro é a continuação das atividades da aula anterior.

Pouco antes do início da aula, nos foi avisado, pela supervisora, que iria iniciar as aulas das disciplinas eletivas para os estudantes e coincidiriam com os dias do projeto. Com isso, foi necessário mudar os dias que ocorreriam os encontros. Também devido a esse fato, nesse dia compareceram somente 10 estudantes na aula.

Considerando que na aula anterior, devido a contratempos ocorridos no segundo momento da aula, o plano de aula não foi concluído, a aula foi iniciada do ponto onde parou anteriormente: a análise da trajetória do carrinho.

No primeiro momento da aula foi comunicado aos estudantes que teríamos que mudar os dias dos encontros. Após uma conversa com os estudantes, a maioria optou que os próximos encontros deveriam ocorrer na sexta-feira e na segunda-feira subsequentes.

Após essa conversa, foram retomados os conceitos apresentados em aulas anteriores e realizada a análise da trajetória do carrinho programado na aula anterior.

Durante a observação realizada, enquanto os estudantes realizavam as atividades, foi possível observar que alguns ainda apresentavam dificuldades para montar o sistema de equações lineares para encontrar a lei da função. A partir dessas observações, foram realizadas as explicações para os grupos que apresentavam maiores dificuldades.

Enquanto tentava encontrar a lei de formação do segundo intervalo da trajetória, o estudante E7, questionou:

— "*Minha intuição me diz que a função é essa:* $y = 1,71$*, como provo isso?*"

Foi explicado, então, que para provar era necessário montar o sistema de equações lineares, o estudante apresentou dificuldades em resolver sozinho, pois diferente das atividades anteriores, o valor de b, não foi encontrado diretamente.

Então, foi explicado que era necessário multiplicar uma das equações por -1, para depois realizar a soma de equações, visando anular uma das incógnitas. Após a explicação o estudante conseguiu provar a sua "intuição". Já para encontrar a lei de formação do terceiro intervalo, o estudante não teve dificuldades.

Após explicação nos grupos, aos estudantes: E6, E7, E9 e E18, que mais apresentaram dificuldades compreenderam o conteúdo, obtendo êxito em sua resolução.

No segundo momento, foi realizada a programação 3 do carrinho, que visava introduzir os conceitos de crescimento e decrescimento da função. Alguns grupos não conseguiram realizar toda a análise da trajetória do carrinho, pois passado o tempo determinado para a realização da atividade, foi optado por contextualizar os conceitos utilizados na aula, portanto, essa atividade será retomada na próxima aula. A realização da atividade é representada pelas figuras 38 e 39.

Figura 38: Estudantes programando o carrinho

Fonte: arquivo pessoal da autora.

Figura 39: Estudantes verificando a trajetória do carrinho

Fonte: arquivo pessoal da autora,2023.

Desse modo, no terceiro momento foi realizada a formalização dos conteúdos: função por partes, função constante, crescimento e decrescimento da função afim, domínio e imagem da função afim. Para a formalização do conteúdo, foi utilizado como exemplo as resoluções das atividades realizadas, e alguns questionamentos foram feitos, como, por exemplo:

— Por que essa função é constante ?

Respostas dos estudantes:

E18: “*porque tem só número”*

E3:*“porque não tem o valor de b”*

E7: *“porque o valor de b é zero”*

— Que tipo de função é essa (mostrando uma função linear no quadro)? ”Linear”, responderam.

— Por que é uma função linear? *“Porque passa na origem”*, responderam.

Esses foram alguns dos questionamentos realizados e a participação dos estudantes, deixou esta professora, de certo modo, orgulhosa, pois foi possível perceber a evolução dos estudantes, tanto na aprendizagem, quanto na participação.

Ainda foi possível observar durante esse momento, que alguns estudantes, E11, E16 e E21, sabem o conteúdo, mas tem vergonha de responder em voz alta, respondendo de maneira quase inaudível.

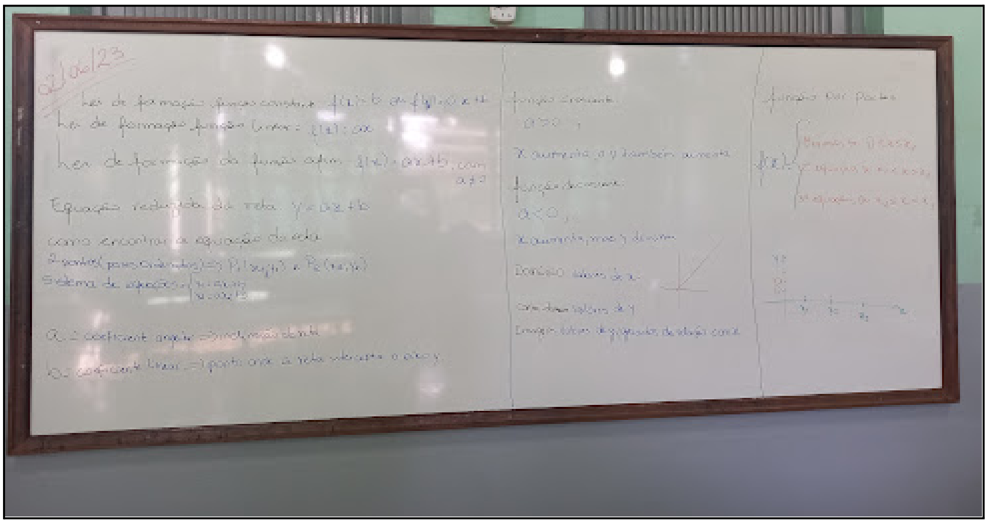
Nesta aula, a avaliação ocorreu a partir da observação das atividades realizadas, e do registro dos relatos de aula.

7. 7 Aula 07: Função por partes — Resolução de Problemas

No dia 02 de junho, foi aplicado o plano de aula 07 cujo objetivo foi reforçar os conceitos apresentados na aula anterior através da resolução das atividades propostas. Como foi alterado o dia dos encontros, alguns estudantes não puderam comparecer e outros tinham compromissos, tendo que se ausentar antes do final da aula. Com isso, no primeiro momento da aula estavam presentes 11 estudantes, após permaneceram na aula apenas 8.

No primeiro momento da aula, foi relembrando todos os conceitos apresentados durante as aulas, onde a partir das anotações feitas no quadro (figura 40) foram realizados questionamentos sobre os conceitos já estudados. Além da explicação para relembrar os passos a serem seguidos para a resolução de problemas.

Figura 40: Revisão dos conteúdos



Fonte: arquivo pessoal da autora,2023.

No segundo momento, foi realizada a análise da trajetória do carrinho programado na aula anterior.

No terceiro momento, foi proposto um problema que para sua resolução foi necessário que os estudantes utilizassem todos os conceitos de função, já apresentados durante as aulas, como: lei de formação da função, equação reduzida da reta, domínio e imagem da função, crescimento e decrescimento da função, representação algébrica e gráfica da função. Além de conceitos já abordados durante a trajetória escolar dos estudantes, como: regra de três, conversão de unidades de medidas, operações matemáticas com números decimais.

A figura 41 retrata o momento onde os estudantes discutiam estratégias para a resolução da situação-problema.

Figura 41: Estudantes discutindo a situação-problema

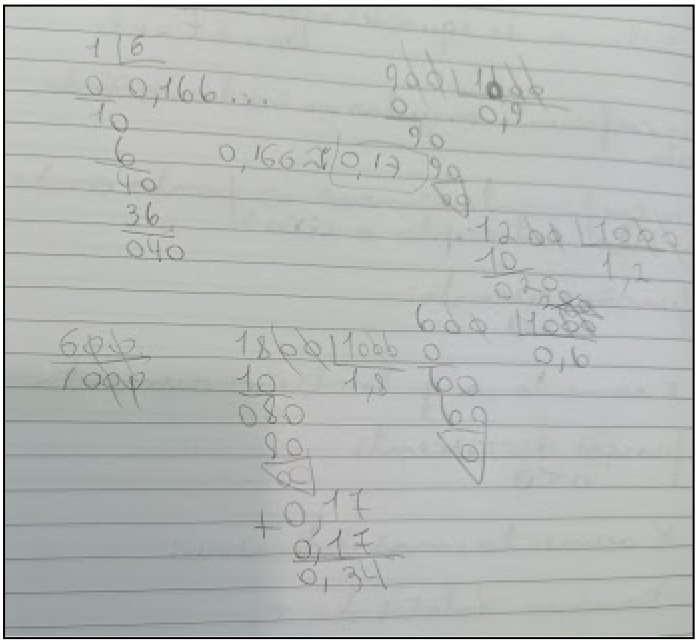
Fonte: arquivo pessoal da autora,2023.

Nesta aula, como havia menos estudantes, foi possível realizar explicações individuais, como para o estudante E9, que nas aulas anteriores estava bem disperso. Foi necessário retomar alguns conceitos da matemática básica, para que esse estudante conseguisse resolver a questão. Com o auxílio individualizado ele conseguiu compreender os conceitos apresentados.

O estudante apresentou certa dificuldade para realizar cálculo mental, como, por exemplo, a tabuada. Foi necessário "montar" as contas para que ele conseguisse compreender (figura 42). Também foi necessário a explicação da fração como parte de um todo para que o estudante compreendesse que metade é igual a

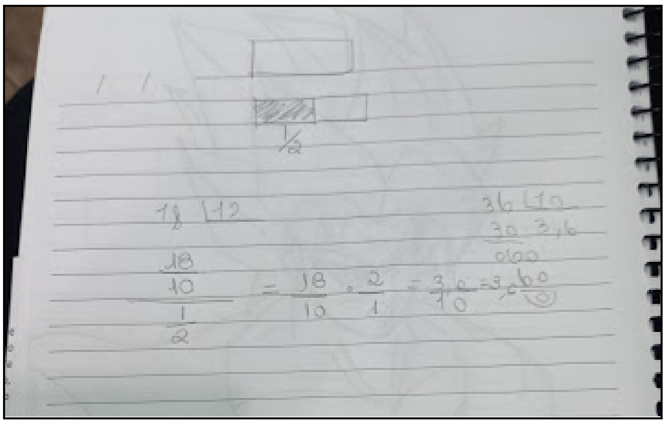
$\frac{1}{2}$, e assim também que metade é 0,5 (figura 43).

Figura 42: Cálculos realizados pelo estudante E9



Fonte: arquivo pessoal da autora,2023.

Figura 43: Explicação de fração como parte de um todo para A9.



Fonte: arquivo pessoal da autora,2023.

Os estudantes E5, E9 e E15 não lembravam de regra de três, foi realizada a explicação individual para esse grupo, o que fez com que compreendessem esse conteúdo.

Os estudantes E3 e E11, compreendem bem os conceitos sobre funções, porém se perderam durante a realização dos cálculos. Como por exemplo ao construírem a tabela, confundiram tempo (x) e espaço (y) , o que acarretou erro para encontrar a lei da função do segundo intervalo, que era uma constante ou ainda na equação do terceiro intervalo, que resolveram o sistema por substituição e se perderam durante o cálculo. Quando tentaram pelo método da adição, não multiplicaram o a por $-\ 1$, o que resultou em uma função crescente, quando seria decrescente. Esses erros, se dão pela afobação para terminar logo a atividade.

Como havia um número reduzido de estudantes, nesse dia a aula foi bem proveitosa, pois foi possível sanar as dúvidas dos alunos a partir de uma atenção mais individualizada, fato que dificilmente é posto em prática em uma turma com muitos estudantes .

Sabemos da realidade das escolas públicas, de todas as dificuldades de aprendizagem enfrentadas pelos estudantes e dos desafios enfrentados pelos professores para minimizá-las, diante disso, o atendimento individualizado seria uma maneira de sanar tais dificuldades apresentadas pelos estudantes. Contudo em uma sala de aula com mais de trinta estudantes é inviável essa atenção individualizada, precisamos buscar meios para que essa atenção seja disponibilizada aos estudantes. Uma possibilidade seria parcerias entre a universidade e as escolas por meio de projetos de extensão que visem o reforço escolar, além do fortalecimento dos programas já existentes, como o Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência (Pibid) e o Residência Pedagógica.

Na próxima aula será realizada a atividade avaliativa final. Porém como esta aula contou com a presença de poucos estudantes optamos em realizar inicialmente a correção da atividade desta aula a fim de revisar os conteúdos apresentados durante o projeto.

7. 8 Aula 08: Avaliação Final

No dia 05 de junho, ocorreu a último encontro do projeto, no qual foi aplicado o plano de aula 08 que tinha por objetivo verificar a aprendizagem dos conceitos:
Função por partes; crescimento e decrescimento da função; domínio e imagem da função; representação algébrica da função; representação gráfica da função. Além de realizar uma roda de conversa com os participantes, para avaliação do projeto.

No primeiro momento foi realizada a revisão de conteúdos a partir da resolução da atividade 2 da aula anterior. A atividade foi desenvolvida no quadro ao mesmo tempo, em que a professora/pesquisadora ia realizando questionamentos para os estudantes sobre os conceitos apresentados anteriormente. Nesse momento, a maioria dos estudantes deu sua contribuição respondendo aos questionamentos, no entanto, alguns estavam dispersos e sem interesse na atividade.

Após esse momento, foram revisados alguns conceitos e distribuída a atividade avaliativa.

Durante a resolução o estudante E7 percebeu pela programação que havia um erro na digitação da tabela. Esse erro fazia com que pela tabela a trajetória de deslocamento compreendesse três intervalos. A professora, então, desculpou-se pelo erro e corrigiu a tabela de todos os estudantes.

A atividade avaliativa foi elaborada reunindo todos os conceitos desenvolvidos em aula, e com isso, esperava-se que os estudantes não tivessem dificuldades na sua resolução. Alguns estudantes, como E3 e E21 concluíram a atividade após 20 minutos, porém, a maioria utilizou todo o tempo destinado à atividade.

Como eles iam terminando e entregando a atividade, a professora conseguiu avaliar as resoluções e apontar alguns pontos em que os alunos demonstraram dificuldades.

Após todos entregarem a atividade, foi realizada a discussão das respostas encontradas, onde foram reforçados os pontos identificados pela professora, tais como: representação algébrica da função por partes; representação dos intervalos; a descrição do comportamento da função e a representação do domínio e imagem da função.

Ao analisar as atividades, foi possível perceber que ainda há pontos a serem melhorados, mas a evolução é notória quando comparamos com a resolução das primeiras atividades.

A figura 44, mostra os estudantes durante a realização da atividade avaliativa.

Figura 44: Estudantes resolvendo a atividade avaliativa.

Fonte: arquivo pessoal da autora,2023.

O último momento da aula foi dedicado a uma roda de conversa, onde foi possível receber o *feedback* dos alunos sobre o projeto. Foi realizado o registro de áudio dessa discussão, para que possamos avaliar a execução do projeto e uma possível continuidade do mesmo.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O cenário global está em contínua transformação, refletindo o constante processo de evolução que todos nós enfrentamos. Em uma era em que a informação está instantaneamente acessível na tela do celular, é imprudente acreditar que podemos manter o engajamento dos estudantes empregando as mesmas metodologias tradicionais do passado.

Em uma nova realidade pós-pandemia observamos uma mudança abrangente, onde tudo parece ter perdido o sentido. A escola, em particular, parece ter ficado perdida no sentido de existir, é preciso recuperar este status e posicionar a escola no lugar que lhe é devido.

É crucial iniciarmos esse processo imediatamente e a chave para isso está nos estudantes, é necessário motivá-los e instigá-los a pensar. Uma abordagem inicial pode ser a proposição de atividades desafiadoras, em que eles consigam relacionar o conteúdo matemático com situações cotidianas. Ou ainda desenvolver atividades práticas onde esses estudantes possam relacionar o conteúdo matemático, antes visto de maneira abstrata, com experimentos ou experiências concretas. Nesse sentido, trabalhar com a tecnologia em sala de aula, não como apenas um recurso motivacional, mas como um método de ensino que faça sentido, e que ganhe destaque perante os estudantes, fazendo parte do seu vivenciar no seu cotidiano escolar.

A Robótica Educacional tem esse papel e pudemos perceber esse potencial durante esta proposta, no entanto, para ser implementada e melhor aproveitada nas escolas são necessárias muitas mudanças: os professores precisam de formação para adquirir habilidades no uso da tecnologia, as instituições de ensino precisam de infra-estrutura para desenvolver este trabalho, os professores precisam de tempo para o planejamento e parcerias que os auxiliem na construção propostas educativas usando novas ferramentas e metodologias.

Nossa proposta buscou aliar o conhecimento científico a partir do uso da resolução de problemas e análise de erros para desenvolver uma proposta onde a Robótica tivesse lugar de destaque e fosse usada como método de ensino junto a resolução de problemas, não apenas como uma ferramenta auxiliar. Neste contexto foi desenvolvido o projeto que consiste na exploração do comportamento e das propriedades da função do primeiro grau, a partir da análise da trajetória do carrinho do *kit* explorador mega, o qual foi programado pelos próprios estudantes.

O uso da resolução de problemas juntamente com a robótica nos proporcionaram construir atividades com potencial de desenvolver a criticidade, criatividade e o raciocínio lógico nos estudantes, que constantemente durante as aulas eram instigados a pensar estratégias de resolução para atividades propostas.

Embora a metodologia utilizada tenha se mostrado com grande potencial de desenvolvimento, alguns fatores mostraram-se limitantes, como a infra-estrutura, a limitação do *kit* de robótica, e a falta de conhecimento de programação por parte dos estudantes, mas esta última pode ser facilmente resolvida com o desenvolvimento de novas propostas.

Já a análise de erros, nos proporcionou a identificação das dificuldades dos estudantes e com isso, foi possível desenvolver ações pedagógicas para saná-las, proporcionando uma avaliação contínua e formativa. Nesse sentido, ao analisarmos os erros encontrados nas respostas dos estudantes foi possível perceber que a maioria deles é por falta de atenção ao realizar as atividades. Além disso, foram observados erros relacionados a conteúdos de anos anteriores e até mesmo erros de matemática básica do ensino fundamental, como, por exemplo, cálculos envolvendo frações e resolução de equações.

Além da análise das respostas das atividades, a avaliação se deu também por meio das observações durante as aulas, onde a partir das reflexões feitas no portfólio da docência foi possível perceber que a busca por encontrar uma resposta rápida aos problemas limita os estudantes na criação de estratégias para solucioná-los.

Assim, percebemos que ao longo do processo muitos estudantes apresentaram uma boa evolução, já alguns precisam de mais tempo para se readaptar. Essa readaptação não é um processo fácil ou rápido, pois os alunos, durante toda a sua jornada escolar, estão acostumados ao ensino tradicional. Porém, essa mudança se faz necessária e a robótica educacional surge como uma alternativa ao ensino tradicional e abstrato.

Olhando para o futuro e a partir dos dados aqui coletados, e usando as sugestões dos estudantes, buscarei assim construir e apresentar uma proposta de mestrado para dar andamento a este trabalho, aprimorando a metodologia e meu conhecimento sobre pesquisa, visando contribuir na minha formação e para o ensino de matemática na minha região.

REFERÊNCIAS

ABERTONI, N. R. M. et. al.. Robótica Educacional: Uma Abordagem Voltada Para o Ensino de Matemática. **Educação Matemática em Pesquisa:** Perspectivas e Tendências - Volume 2 [livro eletrônico]. Organização: Eloisa Rosotti Navarro e Maria do Carmo de Sousa. Guarujá- SP: Científica Digital, 2021. Disponível em: https://downloads.editoracientifica.org/books/978-65-87196-76-3.pdf. Acesso em : 05 de junho de 2023.

A Influência das Redes Sociais e Aplicações na Vida dos Jovens. **Instituto de Administração e Saúde.** Disponível em : https://iasaude.pt/index.php/informacao-documentacao/recortes-de-imprensa/919-a-influencia-das-redes-sociais-e-aplicacoes-na-vida-dos-jovens. Acesso em: 05 de junho de 2023.

BIEHL,R.; MARTINS, S. N.; GONZATTI, S. E. M.. Robótica Educacional: Um Recurso Para Abordar os Conceitos de Movimento e Velocidade no Ensino Fundamental. **Novas Tecnologias na Educação**.CINTED-UFRGS. V. 16 Nº 1, julho, 2018.(Disponível em: https://seer.ufrgs.br/renote/article/viewFile/85927/49308. Acesso em: 20 de junho de 2023.

BIENIEK, G. B. et al. **Robótica como alternativa nos processos educativos da Educação Infantil e dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. In: XVIII Congresso Argentino de Ciências de la Computación. 2012. Disponível em: http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/23849/Documento_completo.pdf?sequence=1&isAllowed=y. Acesso em: 04 de junho de 2023.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018.

_____. **Base Nacional Comum Curricular:** Computação complemento à BNCC**.** Brasília, 2022. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/fevereiro-2022-pdf/236791-anexo-ao-parecer-cneceb-n-2-2022-bncc-computacao/file . Acesso em 10 de abril de 2023.

CARDOSO, M. R. G.; OLIVEIRA, G. S.; GHELLI, K. G. M. Análise de Conteúdo: Uma Metodologia de Pesquisa Qualitativa. **Cadernos da Fucamp**, v.20, n.43, p.98-111/2021. Disponível em:https://revistas.fucamp.edu.br/index.php/cadernos/article/view/2347/1443. Acesso em: 21 de junho de 2023.

COSTA, D.. Seduc investe R$ 3,8 milhões na entrega de kits de robótica e materiais escolares no início do ano letivo de 2021. **RS.GOV.BR**/Secretaria de Educação. 2021. Disponível em:https://educacao.rs.gov.br/seduc-investe-r-3-8-milhoes-na-entrega-de-kits-de-robotica-e-materiais-escolares-no-inicio-do-ano-letivo-de-2021. Acesso em 08 de junho de 2023.

CUCH,L. R.; MEDEIROS, L. F.. Robótica Educacional e a sua Contribuição para Desenvolvimento da Atenção Concentrada. **Formação no contexto do pensamento computacional, da robótica e da inteligência artificial na**

educação.[recurso eletrônico] / organização, João Batista Bottentuit Junior... [et al.]. - São Luís: EDUFMA, 2020. Disponível em: https://www.edufma.ufma.br/wp-content/uploads/woocommerce_uploads/2020/12/Livro-Rob%C3%B3tica.pdf.Acesso em 10 de abril de 2023.

CURY, H. N.. **Análise de erros:** o que podemos aprender com as respostas dos alunos. Belo Horizonte, MG: Autêntica, 2008. 116 p. (Tendências em Educação Matemática)

_____; RIBEIRO, A. J. **Álgebra para a formação do professor**. Belo Horizonte, MG. Autêntica, 2015. E-book. ISBN 9788582176214. Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788582176214/. Acesso em: 15 mai. 2023.

FERREIRA, M. R.. **Um Caminho Estratégico para a Resolução de Problemas na Sala de Aula para Alunos do 6º Ano do Ensino Fundamental**. Os Desafios da Escola Pública Paranaense na Perspectiva do Professor PDE- Artigos-2014. [ebook], Governo do Estado do Paraná - Secretaria da educação.. Paraná, 2014. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2014/2014_uenp_mat_artigo_meryellen_roberta_ferreira.pdf Acesso em : 04 de junho de 2023.

IEZZI, G.. **Fundamentos de matemática elementar**, 1: conjuntos, funções / Gelson Iezzi, Carlos Murakami. — 9. ed. — São Paulo : Atual, 2013.

KUNZLER, O. J. et. al..Robótica no ensino de matemática. **Revista Brasileira da Educação Profissional e Tecnológica**,[S.l.], v. 1, n. 20, p. e8761, jan. 2021. ISSN 2447-1801. Disponível em:<http://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/RBEPT/article/view/8761> .Acesso em :

LEÃO, A. S. G.. **Metodologia de Resolução de Problemas:** Ensino e Aprendizagem de Funções no Ensino Fundamental. 234f. Dissertação (Mestrado) - Centro universitário Franciscano, Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática. Santa Maria, 2009. Disponível em: http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/bitstream/UFN-BDTD/436/1/Alex%20Sandro%20Gomes%20Leao.pdf. Acesso em:17 de abril de 2023.

O QUE É ARDUINO? **Arduino.cc,** 2023. Disponível em: https://www.arduino.cc/en/Guide/Introduction . Acesso em: 08 de junho de 2023.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas:** um novo enfoque do método matemático. Rio de Janeiro: Interciência, 1994.

_____. **A arte de resolver problemas.** Tradução: Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.

PELHO, E. B. B.. **Introdução ao conceito de função: a importância da compreensão das variáveis. 2003**. 146 f. Dissertação (Mestrado em Educação) - Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2003. Disponível em: https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/11179/1/dissertacao_edelweiss_pelho.pdf. Acesso em: 09 de novembro de 2023.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C.. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. 2. ed. Novo Hamburgo: Feevale, 2013

SANTOS, C. L. et. al. Impacto da Pandemia na Aprendizagem da Matemática nas Turmas de 9º Ano de 2021 da Rede Municipal de Canindé. **Revista Missioneira**, v. 24, n. 1, p. 21-33, 18 jul. 2022.Disponível em: https://san.uri.br/revistas/index.php/missioneira/article/view/901. Acesso em: 04 de junho de 2023.

SANTOS, F. M.. **Robótica Educacional** : Potencializando o Ensino da Matemática. 74 fls. Dissertação (Mestrado). Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro - UENF. Campos dos Goytacazes - RJ, 2014. Disponível em: https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/09/29072014Flavio-Miranda-dos-Santos.pdf. Acesso em: 05 de junho de 2023.

SILVA, R. C. C. et. al.. Obstáculos no ensino-aprendizagem da matemática nos anos finais do ensino fundamental. **Revista Ciência e Saberes, Série Científica**. Versão on-line,v. 4, n. 4.2018. Disponível em: http://www.facema.edu.br/ojs/index.php/ReOnFacema/article/view/625/276 . Acesso em 13 de agosto de 2022.

TRIPP,David . Pesquisa-ação: uma introdução metodológica. **Educação e Pesquisa**, São Paulo, v. 31, n. 3, p. 443-466, 2005. Disponível em: https://www.scielo.br/j/ep/a/3DkbXnqBQqyq5bV4TCL9NSH/?format=pdf&lang=pt. Acesso em: 01 ago. 2023.

APÊNDICE A — Sequência de ensino

PLANO DE AULA 1 — Aula inaugural	
Universidade Federal do Pampa – Unipampa, Campus Itaqui/RS	
Professor (a) Regente: Denise	
Professor (a) Estagiário: Ândrea Corrêa Porto	
Disciplina: **Matemática**	
Ano: 2° ano médio	Turma:
Data: 10/05/2023	Duração total da aula: 180 min

UNIDADE TEMÁTICA: Álgebra

OBJETOS DE CONHECIMENTO:

- Funções
- Programação com Ardublock

PRÉ-REQUISITOS: Resolução de equações do primeiro grau. Plano cartesiano.

PROCEDIMENTO:

TEMPO	**OBJETIVOS ESPECÍFICOS**	**PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS**
30 min	- Conscientizar os participantes sobre as atividades do projeto - Assinar o Termo de Livre Consentimento	Explanação sobre o projeto
75 min	- Verificar os conhecimentos prévios dos estudantes sobre funções polinomiais do 1º grau. - Reconhecer as habilidades e competências a respeito de funções polinomiais do 1º grau.	Aplicação do teste diagnóstico
75 min	- Familiarizar os estudantes com os componentes do kit de robótica	Apresentação e organização dos kits de robótica

DESENVOLVIMENTO:

1° Momento: **Apresentação da proposta**

- **Comentar com os estudantes:**
  - a finalidade do projeto;
  - a importância do projeto para os estudantes;
  - distribuir e explicar sobre o TCE;
  - explicar sobre as atividades que serão desenvolvidas nesta aula;

2º momento: Aplicação do teste diagnóstico

- **Distribuir os testes diagnóstico:**
  - Explicar para os estudantes que o teste será guia que norteará nossas aulas:

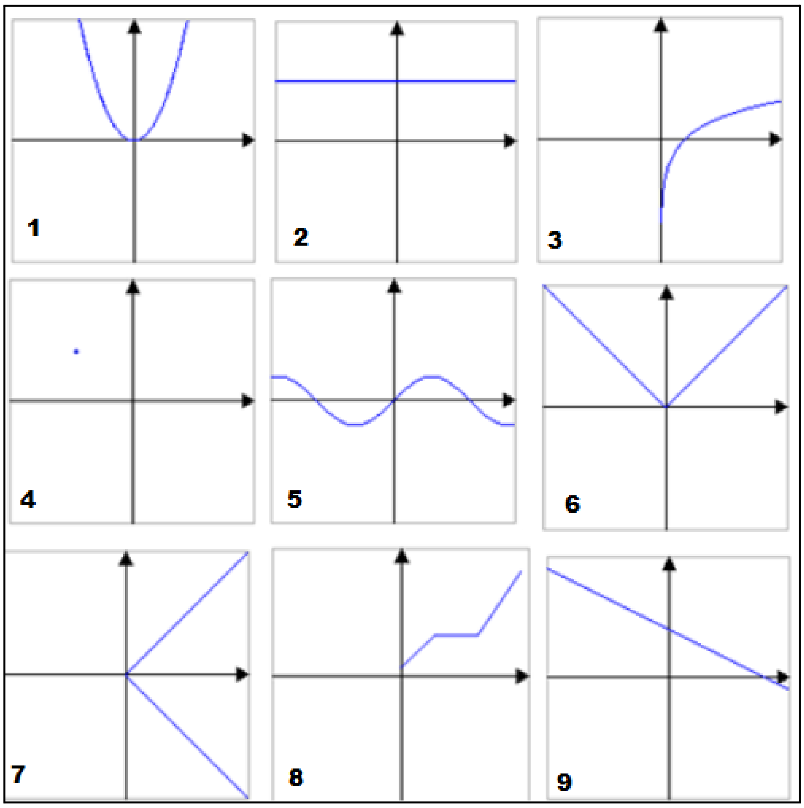
> — Iremos analisar suas respostas e com isso identificar os conhecimentos que vocês possuem sobre o conteúdo da função, além de identificar possíveis lacunas de aprendizagem. A partir da análise realizada iremos verificar de que parte do conteúdo necessitamos iniciar.

Teste diagnóstico

Atividade 1: Responda as questões abaixo: a) O que você compreende por função? b) Cite exemplos de situações cotidianas que podemos representar utilizando as funções?
Objetivo: Analisar a interpretação que os estudantes têm sobre o conceito de função.
Expectativa: Espera-se que os estudantes consigam descrever, mesmo que com suas palavras, que função é a relação entre os elementos de dois conjuntos, que possam caracteriza-la de diferentes formas: geométrica, algébrica, aritmética, em forma de palavras, …

Fonte:CARVALHO, 2017, p. 141

Atividade 2: Assumindo que o eixo dos y é o eixo vertical.Observe os gráficos abaixo:



a) Quais os gráficos que indicam que y é uma função de x sobre o sistema de coordenadas cartesianas.

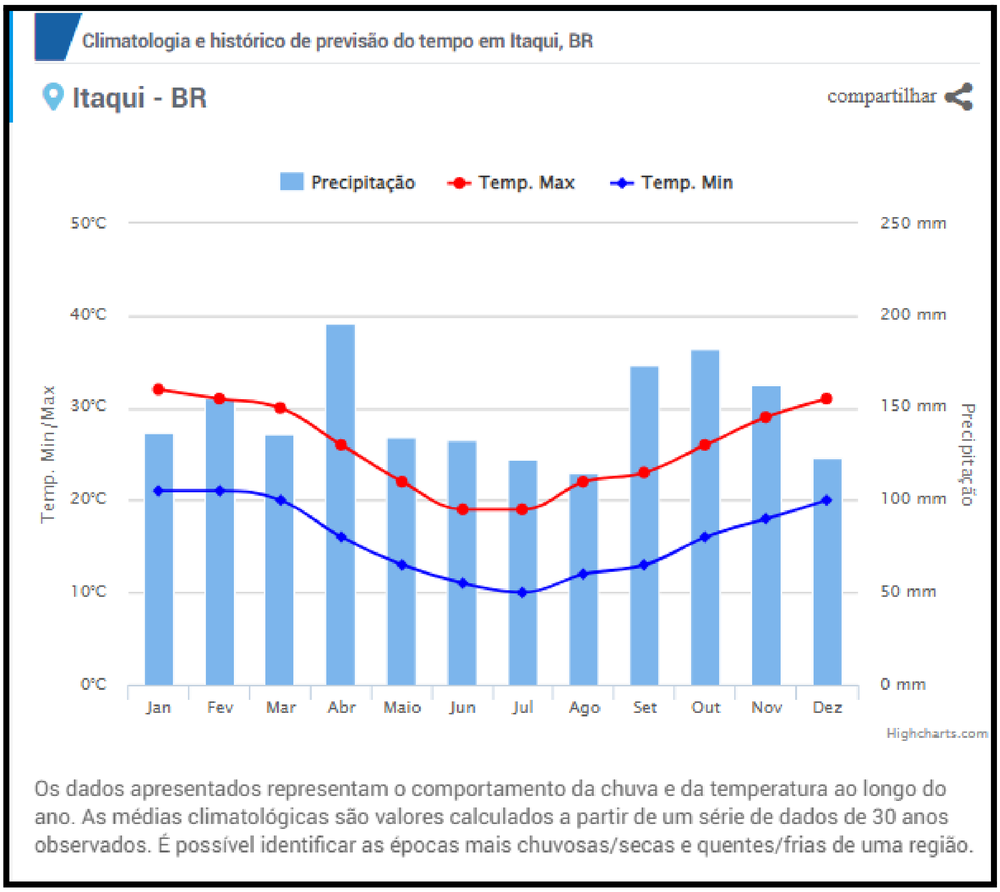
b) Qual(is) o(s) gráfico(s) não representa(m) uma função? Justifique.

Objetivo: Analisar se os estudantes conseguem identificar os gráficos que representam funções.

Expectativa: Espera-se que os estudantes identifiquem que apenas o gráfico 7 não representa uma função, pois os cada valor do domínio de x possui mais de uma imagem distinta em y.

Fonte:CARVALHO, 2017, p. 141(adaptada pela autora)

Atividade 3: Abaixo temos um gráfico que mostra as médias de chuva e temperaturas máximas e mínimas registradas nos últimos 30 anos. Observe o gráfico e responda aos questionamentos.



Fonte: Climatempo

a) Quais os meses mais chuvosos?

b) Qual a média de precipitação dos meses mais chuvosos?

c) Qual o mês mais seco? Por quê?

d) Quais os meses mais quentes do ano?

e) Qual a temperatura média mais elevada do ano? Em que mês ocorre?

f) Qual o mês mais frio do ano? Qual a média de temperaturas registradas neste mês?

Objetivo: Verificar se o estudante consegue, a partir da observação, interpretar e coletar dados de um gráfico.
Verificar se consegue relacionar domínio e imagem no plano cartesiano

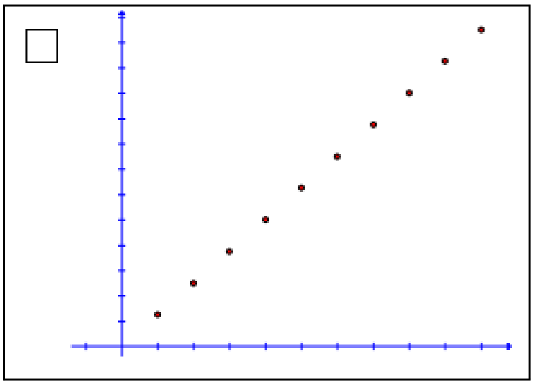
Expectativa: Espera-se que os estudantes consigam identificar a relação de dependência entre domínio e imagem a partir da análise do gráfico.	
Fonte: LEÃO, 2009, p.46. (atividade adaptada pela autora)	

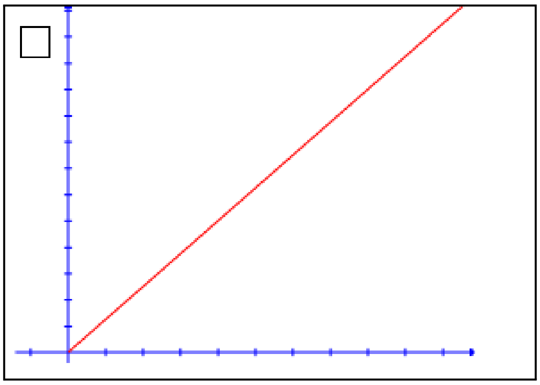
Atividade 4: Para comprar um fardamento para o time da escola, os estudantes decidiram realizar uma rifa, onde todos os jogadores devem participar. Eles então realizaram um orçamento no comércio local. A tabela abaixo relaciona o valor de ingressos vendidos individualmente e o valor arrecadado para a compra do fardamento.

Valor do fardamento (R$)				**100**						**250**
Quantidade de números vendidos por jogador	**1**	**2**		**4**	**5**	**6**	**7**		**9**	**10**

a) Complete a tabela acima.

b) Qual dos gráficos abaixo pode melhor representar a situação acima? Justifique sua resposta.





Objetivo: Identificar se os estudantes conseguem distinguir uma função discreta de uma função contínua a partir da análise da tabela.

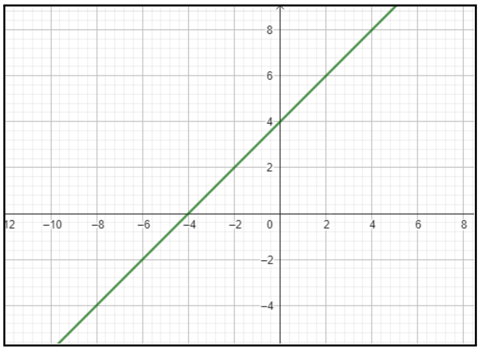
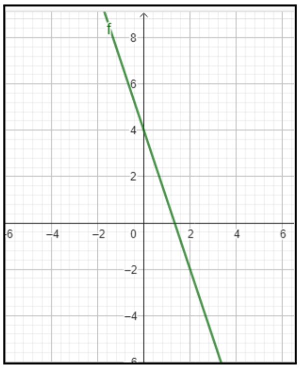
Expectativa: Espera-se que os estudantes consigam identificar a função discreta no gráfico, justificando que o fardamento não pode ser fracionado, com isso é representado por um número inteiro.

Fonte: LEÃO, 2009, p.106 (adaptada pela autora)

Atividade 5: O time de futsal da escola decidiu participar de um torneio, cuja inscrição custa R$ 20,00 para 5 jogadores titulares e a cada jogador reserva inscrito custa mais R$ 2,00. **a)** Escreva uma expressão que relacione o valor a ser pago por uma equipe que inscreveu n jogadores. **b)** Construa o gráfico da situação acima. **c)** A função que representa essa situação é discreta ou contínua? Justifique.
Objetivo: Analisar se a partir de uma situação problema os estudantes conseguem construir a lei da função, construir o gráfico que representa essa função e identificar o tipo de função.
Expectativa: Espera-se que os estudantes consigam identificar na situação problema proposta que o valor pago pelo time é o valor fixo, e o valor por reserva é o valor variável, ou seja, a inscrição custará o valor fixo mais duas vezes o valor de reserva: $y = 20 + 2n$. Com a construção do gráfico espera-se que os estudantes consigam identificar que trata-se de uma função discreta, pois cada jogador é representado por uma valor inteiro, não podemos ter uma fração de jogador.
Fonte: LEÃO, 2009, p.129 (adaptada pela autora)

Atividade 6: Classifique cada função em crescente ou decrescente, justifique sua resposta. $a)\ y = 2x + 3$ $b)\ y =- 8x + 1$ $c)\ y =- \frac{x}{2} - 5$ $d)\ y = 6x + \frac{3}{4}$
Objetivo: Verificar se os estudantes conseguem diferenciar algebricamente uma função crescente ou decrescente.

Expectativa: Espera-se que os estudantes consigam diferenciar as funções crescentes e decrescentes a partir do coeficiente angular a.
Fonte: a autora

Atividade 7: Classifique cada função em crescente ou decrescente, justifique sua resposta. a)  b) 
Objetivo: Verificar se os estudantes conseguem diferenciar geometricamente uma função crescente ou decrescente.
Expectativa: Espera-se que os estudantes consigam diferenciar as funções crescentes e decrescentes conforme a inclinação da reta.
Fonte: a autora

3º Momento: Apresentação e organização dos Kits de robótica:

- **Apresentar os componentes presentes no kit de robótica:**
  - Organizar os estudantes em grupos e distribuir os kits;
  - Identificar os componentes do kit de robótica que serão utilizados durante as atividades.

OBS: Mostrar os componentes e solicitar que os estudantes os encontrem em seus respectivos kits.

- **Organizar os Kits:**
  - Verificar se os carrinhos estão bem montados;

    - Arrumar os que estiverem com as rodas invertidas;
    - Verificar se os Kits possuem os itens necessários para a utilização na próxima aula:
        - carrinho;
        - carregador;
        - pilhas;
        - cabo usb;

- **Realizar uma demonstração do carrinho andando:**
    - Baixar a programação e fazer o carrinho andar.

AVALIAÇÃO:

A avaliação dar-se-á pela análise das atividades realizadas na folha de registro, com objetivo de verificar os conhecimentos prévios dos estudantes diante do conteúdo, assim como, identificar possíveis lacunas de aprendizagem. Desse modo, a avaliação terá caráter diagnóstico e, consequentemente, formativo.

RECURSOS DIDÁTICOS:

- Kit de robótica mega
- Notebook ou chromebook
- Programa arduino
- Quadro branco e marcador
- Lápis, borracha, régua, folha de registro,

REFERÊNCIAS:

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018.

_____. **Base Nacional Comum Curricular:** Computação complemento à BNCC**.** Brasília, 2022. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/fevereiro-2022-pdf/236791-anexo-ao-parecer-cneceb-n-2-2022-bncc-computacao/file. Acesso em 10 de abril de 2023.

CARVALHO, Lidiane Pereira de. **Um estudo das concepções de estudantes do ensino médio sobre o conceito de função com base na teoria dos registros de representações semióticas.**151f.Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. Caruaru,2017. Disponível em:https://attena.ufpe.br/bitstream/123456789/27592/1/DISSERTA%C3%87%C3%83O%20Lidiane%20Pereira%20de%20Carvalho.pdf. Acesso em: 14 de abril de 2023.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar**, 1: conjuntos, funções / Gelson Iezzi, Carlos Murakami. — 9. ed. — São Paulo : Atual, 2013.

LEÃO, Alex Sandro Gomes. **Metodologia de Resolução de Problemas:** Ensino e Aprendizagem de Funções no Ensino Fundamental. 234f. Dissertação (Mestrado) - Centro universitário Franciscano, Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática. Santa Maria, 2009. Disponível em: http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/bitstream/UFN-BDTD/436/1/Alex%20Sandro%20Gomes%20Leao.pdf. Acesso em:17 de abril de 2023.

PLANO DE AULA 2 — Programação	
Universidade Federal do Pampa – Unipampa, Campus Itaqui/RS	
Professor (a) Regente: Denise	
Professor (a) Estagiário: Ândrea Corrêa Porto	
Disciplina: **Matemática**	
Ano: 2° ano médio	Turma:
Data: 16/05/2023	Duração total da aula: 180 min

UNIDADE TEMÁTICA: Álgebra

OBJETOS DE CONHECIMENTO:

- Função do 1º grau
- Programação com Ardublock
- Organização de dados em tabelas
- Representação geométrica da função linear
- Representação algébrica da função linear
- Lei de formação da Função linear

PRÉ-REQUISITOS: Resolução de equações do primeiro grau. Plano cartesiano.

PROCEDIMENTO:

TEMPO	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS
30 min	- Conscientizar os participantes das atividades do projeto - Recolher o Termo de Livre Consentimento assinado	Apresentação da proposta
30 min	-Realizar a instalação do programa Arduino	Instalação do programa Arduino

TEMPO	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS
30 min	- Familiarizar os estudantes com o programa e a linguagem de programação	Programação
60 min	- Construir tabela e gráfico para relacionar tempo e distância percorrida pelo carrinho - Desenvolver a noção de função linear; - Analisar o gráfico para identificar se a função é crescente ou decrescente;	Representação tabular e gráfica dos dados
30 min	- Verificar através da análise da resolução da atividade se os estudantes conseguiram assimilar os conteúdos apresentados na aula, tais como: - Organizar dados em tabela - Construir gráfico da função	Avaliação

DESENVOLVIMENTO:

1° Momento: **Apresentação da proposta**

- ➢ **Organizar os estudantes :**
  - ○ Formar grupos de X estudantes:
    - ■ Cada grupo deverá possuir:
      - ● um computador para realizar a programação do carrinho
      - ● um kit de robótica **"Explorador mega"**
- ➢ **Apresentar a proposta**
  - ○ Utilizar slides para auxiliar na apresentação. Destacar os seguintes tópicos:
    - ■ O cronograma do projeto com seus objetivos;
    - ■ Modelo de avaliação utilizado no decorrer do projeto;

OBS: Ressaltar sobre a necessidade da frequência nas aulas para a obtenção do certificado.

2º Momento: Instalação do programa arduino

➢ **Instalar o programa arduino nos computadores dos grupos:**

- Antes de iniciar a instalação do programa Arduino:
  - Passar o pendrive para os alunos;
  - Solicitar que copiem a pasta: Instalação do Arduino em seus notebooks;

- Para **instalação do programa arduino** seguir os passos abaixo:

1. Na pasta baixada, abrir o arquivo **1 CH341SER;**
2. Poderá abrir a janela de permissão da instalação, clicar em **SIM;**
3. Abrirá a janela de instalação, clicar em **INSTALL;**

OBS: Caso não abra a janela de instalação: retornar ao passo 1 e clicar no arquivo com o botão direito do mouse: **executar como administrador;**

4. Após a instalação irá abrir a janela de conclusão;
5. Abrir o arquivo: **2 arduino-1.8.7-windows.exe;**
6. Poderá abrir a janela de permissão da instalação, clicar em **SIM;**
7. Abrirá a janela de instalação, clicar em: **NEXT,** depois em **INSTALL** e por fim em **CLOSE;**
8. Na área de trabalho irá aparecer o ícone: 

OBS: Caso não apareça o atalho do programa na área de trabalho: encontrar o programa no **menu iniciar**

9. Abrir o programa;

OBS: Caso apareça a solicitação para atualização do programa: Rejeitar atualização da versão do programa.

10. Clicar em **Ferramentas/Placa**
11. Selecionar a placa **Mega 2560**
12. Conectar o carrinho com o cabo USB
13. Clicar em **Ferramentas/porta**
14. Selecionar a porta **(COM…)**

OBS: A seleção da porta não é automática, deve ser realizada toda vez que desconectar o cabo USB.

○ Para a **instalação do Ardublock**, em sistema operacional 64bits, seguir os passos abaixo:

1. Na pasta baixada, abrir o arquivo **3 ArduBlockTool.exe**

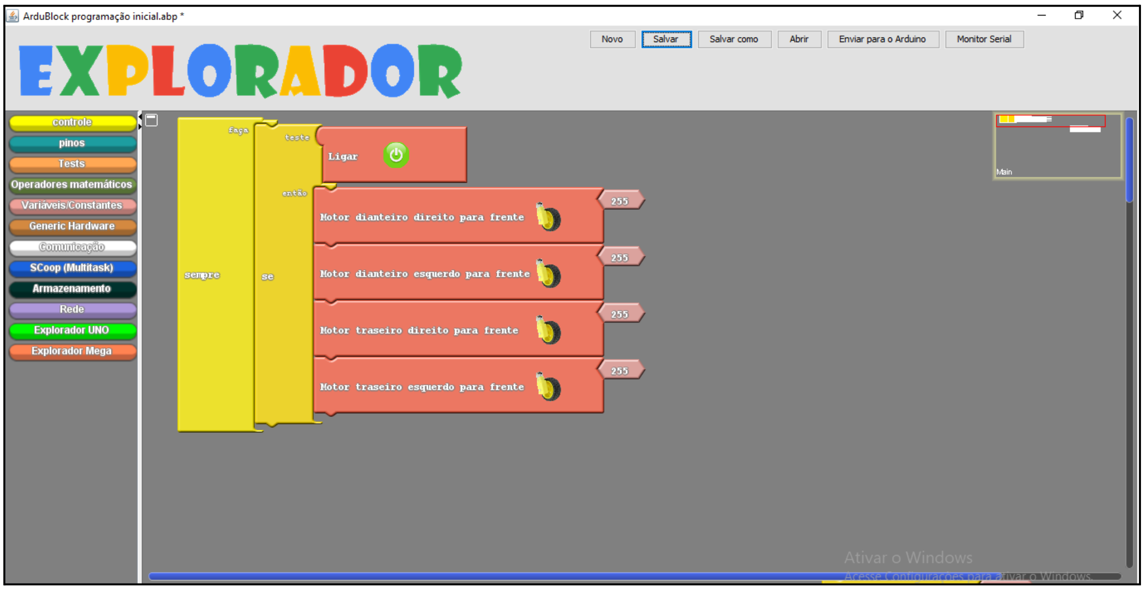
OBS: Poderá abrir a janela do antivírus, clicar em **SIM** e finalizar a instalação.

2. Abrir o programa Arduino
3. Clicar em **Ferramentas/ Ardublock**
4. Irá abrir a janela **Ardublock Explorador**

3º Momento: **Programação**

➢ **Atividade: Programar o carro para andar em uma velocidade constante durante 10s:**

1. Abrir o programa Arduino;
2. Clicar em ferramentas/ardublock. Irá abrir a janela: ArduBlock Explorador, para programação em blocos;
3. O bloco **sempre faça**, já estará na janela de programação. A partir dele conecte os blocos para programar o carrinho;
4. Clique em **controle** e encontre o bloco: **se, teste, então,** arraste e encaixe no bloco **sempre faça**;
5. Clique em **explorador mega** e encontre o bloco **ligar**, arraste e encaixe no bloco **se,teste, então**, na espaço **teste**.
6. Clique no **explorador mega** e encontre os blocos: **motor dianteiro direito para frente, motor dianteiro esquerdo para frente, motor traseiro direito para frente,motor traseiro esquerdo para frente,** arraste cada um deles para a janela de programação, encaixe no bloco **se,teste, então**, na espaço **então**;



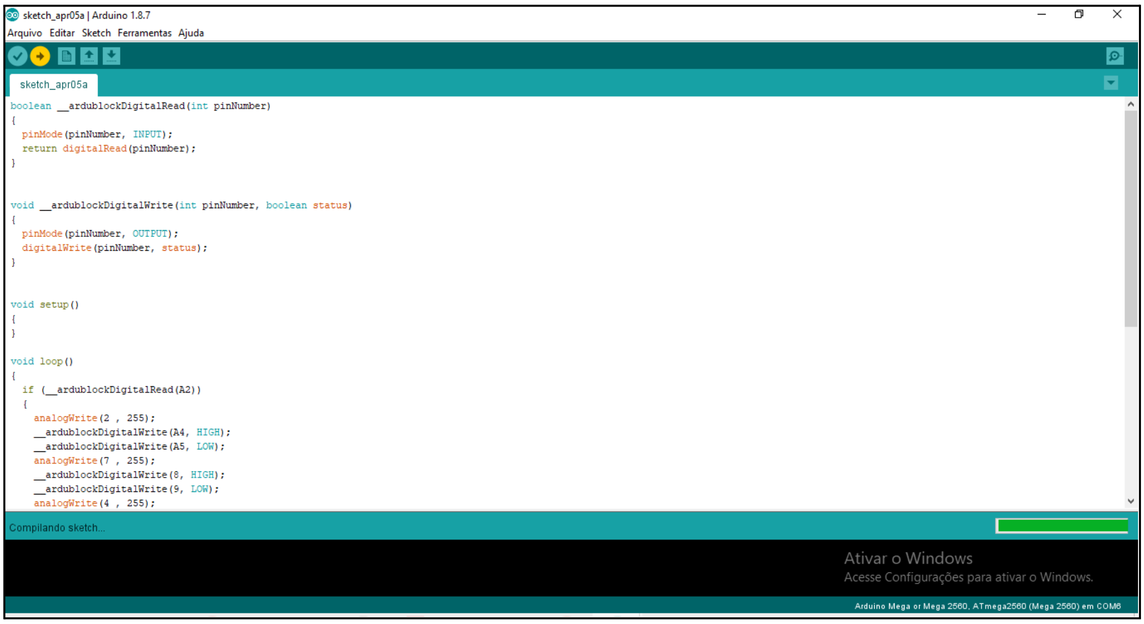
7. Clique em **controle** e encontre o bloco: **delay millis,** arraste e encaixe no bloco abaixo do último bloco dos motores;
8. Mude o valor que está no bloco **delay millis** para **10000**;

OBS: Essa ação irá programar o tempo que os motores ficarão ligados

9. Clique no **explorador mega** e encontre os blocos: **motor dianteiro direito parar, motor dianteiro esquerdo parar, motor traseiro direito parar, motor traseiro esquerdo parar,** arraste cada um deles para a janela de programação e encaixe no bloco abaixo **delay millis;**

10. Clicar em **salvar como** , para salvar o projeto. Salvar com o nome : **<u>projeto função linear;</u>**
11. Clicar em **enviar para o arduino;**

OBS: Essa ação irá converter a linguagem de programação em blocos na linguagem por códigos, que será enviada ao carrinho.Acompanhar na barra de progresso na parte de baixo da tela.



12. Testar a programação,colocando o carrinho no chão e apertando o botão ligar no carrinho.

4º momento: Representação tabular e gráfica dos dados

Atividade 1: Observar a trajetória do carrinho, coletar os dados e organizá-los em tabela. Construir um gráfico a partir dos dados coletados.

1º) Colocar o carrinho no chão, apertar o botão de ligar fazendo o carrinho se deslocar por 10s;

2º) Medir e marcar a distância percorrida pelo carrinho;

3º) Dividir essa distância em 5 partes iguais, e realizar a marcação desses pontos;

4º) Voltar o carrinho a posição inicial, ligar. Registrar o tempo cada vez que o carrinho passar pelos pontos marcados.

5º) Montar uma tabela relacionando tempo e distância marcados no percurso do carrinho;

6º) Construir o gráfico.

OBS: O deslocamento do carrinho robótico pode variar conforme o atrito com o piso e também conforme a carga das baterias, portanto apesar da programação ser a mesma para todos os grupos, os dados coletados podem ser diferentes. A seguir segue um exemplo de resolução, com os dados coletados pela professora/pesquisadora quando realizou os testes para a elaboração da atividade.

➢ **Resolução da atividade:**

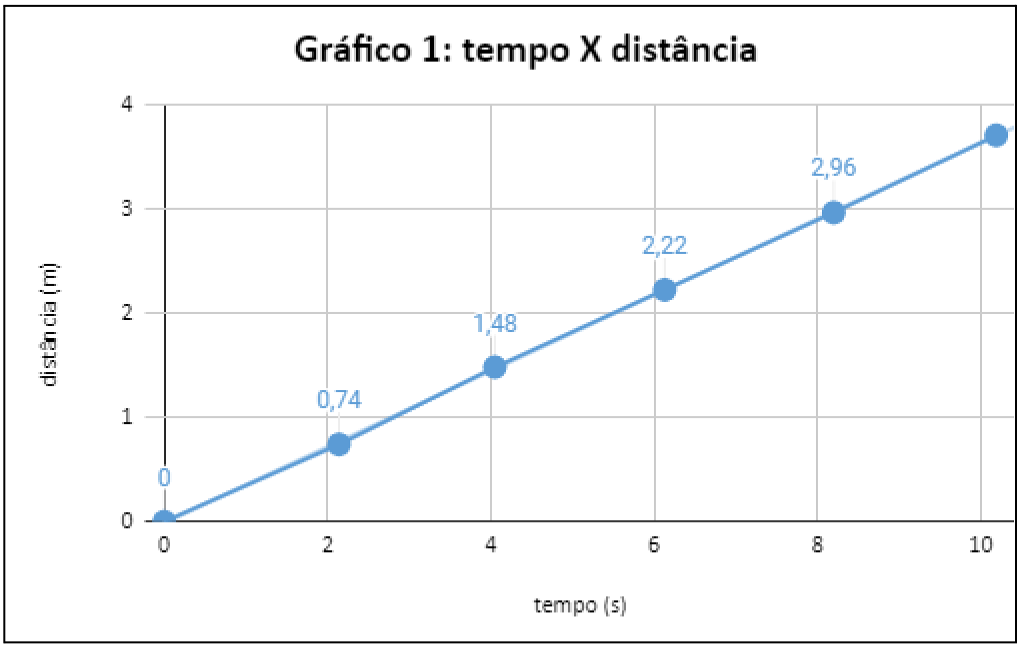
Após a programação, a distância percorrida pelo carrinho em 10s será aproximadamente 3,7m. Essa distância será dividida em 5 partes de 0,74 m cada. Para facilitar a visualização do gráfico, arredondar os tempos deixando o valor exato em segundos.

Organizar os dados como mostra a tabela a seguir:

tempo (s)	distância (m)
0	0
2	0,74
4	1,48

tempo (s)	distância (m)
6	2,22
8	2,96
10	3,7

Após a construção da tabela, realizar a representação gráfica, como pode ser observado no gráfico abaixo:



Atividade avaliativa: Um estudante programou o carrinho para andar por 15s e percorrer uma distância de 5m. Vamos estudar a trajetória percorrida por esse carrinho, para isso:

a) Organize os dados desse percurso em uma tabela.

b) Construa um gráfico representando esse percurso.

OBS: Recolher a folha de registro e anexar no portfólio dos alunos.

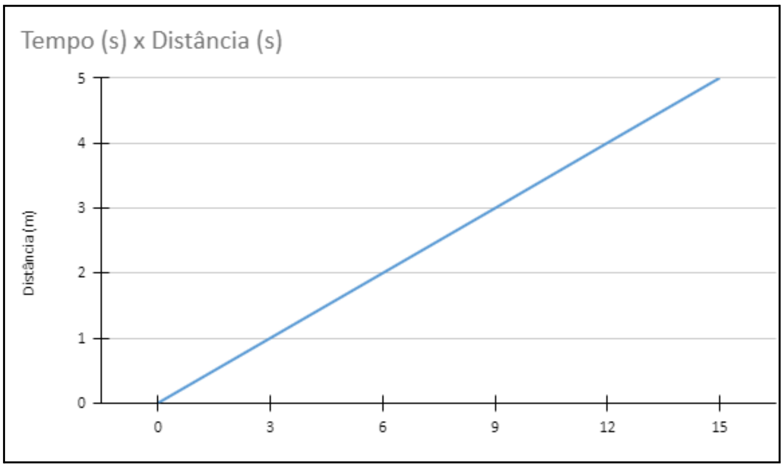
Resolução da atividade:

Tabela:

Tempo (s)	Distância (m)
0	0
3	1
6	2

9	3
12	4
15	5

Gráfico:



AVALIAÇÃO:

A avaliação dar-se-á durante a aula, observando a realização, participação, e por meio de questionamentos, além da análise das atividades realizadas na folha de registro. Desse modo, será verificado se os objetivos propostos serão alcançados. Desse modo, a avaliação terá caráter diagnóstico e, consequentemente, formativo.

RECURSOS DIDÁTICOS:

- Kit de robótica mega
- Notebook ou chromebook
- Programa arduino
- Projetor
- Quadro branco e marcador
- Lápis, borracha, régua,trena, folha de registro,

REFERÊNCIAS:

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018.

_____. **Base Nacional Comum Curricular:** Computação complemento à BNCC**.** Brasília, 2022. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/fevereiro-2022-

pdf/236791-anexo-ao-parecer-cneceb-n-2-2022-bncc-computacao/file. Acesso em 10 de abril de 2023.

CARVALHO, Lidiane Pereira de. **Um estudo das concepções de estudantes do ensino médio sobre o conceito de função com base na teoria dos registros de representações semióticas.**151f.Dissertação (Mestrado) – Universidade Federal de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática. Caruaru,2017. Disponível em:https://attena.ufpe.br/bitstream/123456789/27592/1/DISSERTA%C3%87%C3%83O%20Lidiane%20Pereira%20de%20Carvalho.pdf. Acesso em: 14 de abril de 2023.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar**, 1: conjuntos, funções / Gelson Iezzi, Carlos Murakami. — 9. ed. — São Paulo : Atual, 2013.

LEÃO, Alex Sandro Gomes. **Metodologia de Resolução de Problemas:** Ensino e Aprendizagem de Funções no Ensino Fundamental. 234f. Dissertação (Mestrado) - Centro universitário Franciscano, Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática. Santa Maria, 2009. Disponível em: http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/bitstream/UFN-BDTD/436/1/Alex%20Sandro%20Gomes%20Leao.pdf. Acesso em:17 de abril de 2023.

PLANO DE AULA 3 - Representação algébrica da função afim	
Universidade Federal do Pampa – Unipampa, Campus Itaqui/RS	
Professor (a) Regente: Denise Bortolotto	
Professor (a) Estagiário: Ândrea Corrêa Porto	
Disciplina: Matemática	
Ano: 2° ano médio	Turma:
Data: 18/05/2023	Duração total da aula: 180 min

UNIDADE TEMÁTICA: Álgebra

OBJETOS DE CONHECIMENTO:

- Organização de dados em tabelas
- Representação geométrica da função linear
- Representação algébrica da função linear
- Lei de formação da Função linear
- Equação geral da reta

PRÉ-REQUISITOS: Resolução de equações do primeiro grau. Plano cartesiano.

PROCEDIMENTO:

TEMPO	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS
20 min	- Relembrar os conceitos apresentados na aula anterior	Revisão do conteúdo
40 min	- Representar algebricamente os dados, de modo a calcular a equação reduzida reta que representa a trajetória do carrinho; - Interpretar o gráfico e construir a lei de formação a partir dos pares ordenados;	Representação algébrica dos dados

TEMPO	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS
	- Explorar as estratégias utilizadas durante a realização da atividade	
60 min	- Encontrar a equação geral da reta utilizando o software Geogebra. - Encontrar a equação geral da reta por meio de matrizes;	Equação geral da reta
60 min	- Verificar através da análise da resolução da atividade se os estudantes conseguiram assimilar os conteúdos apresentados na aula, tais como: - Organizar dados em tabela - Construir gráfico da função - Construir a equação da reta	Avaliação

DESENVOLVIMENTO:

1° Momento: **Retomada da aula anterior**

➢ Explanar as atividades que serão realizadas;

➢ Relembrar os conceitos apresentados na aula anterior;

➢ **Intervenção após análise da atividade avaliativa da aula anterior:**
- ○ Trabalhar a organização dos dados na tabela;
- ○ Incluir o ponto de origem na tabela, pois facilitará os cálculos da equação da reta nas próximas atividades;
- ○ Explicar o uso da régua e sua importância na construção do gráfico;
- ○ Construir o gráfico utilizando escala fixa nos dois eixos;

➢ Relembrar os dados organizados sobre a trajetória do carrinho da atividade 1 da aula anterior;

2º momento: Representação algébrica da função do 1º grau

- **Solicitar que os alunos encontrem a lei de formação da função que representa a trajetória do carrinho.**

Resolução: Sendo a lei de uma função do 1º grau igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da reta em questão, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $(x_1, y_1) = (0, 0)$ e $(x_2, y_2) = (10, 3.7)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 0 = a \cdot 0 + b \Rightarrow 0 = b$$

(1)

$$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 3,7 = a \cdot 10 + b$$

(2)

Substituindo o valor de b na equação 2, teremos:

$$3,7 = a \cdot 10 + b$$
$$3,7 = 10a + 0$$
$$10a = 3,7$$
$$\frac{1}{10} \cdot 10a = 3,7 \cdot \frac{1}{10}$$
$$a = \frac{3,7}{10} = 0,37$$

Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$y = 0,37x + 0$ ou $f(x) = 0,37x$

Explicação: Após um período para a realização dessa parte da atividade, discuta as possíveis soluções com os estudantes, caso não encontrar a equação da reta realizar a resolução da atividade no quadro, instigando aos estudantes para contribuir com a solução.

Após a solução , diga que essa é a equação que passa por aqueles pontos, e é denominada **Equação da Reta ou a lei de formação daquela função,** ou seja, é um **caso específico**, não serve para qualquer função.. Relembrando os conceitos de geometria: uma reta é um conjunto de pontos, dois pontos formam uma reta e a reta é infinita em qualquer direção.

A equação reduzida da reta é dada pela expressão:

$$y = ax + b$$

em que x e y são ponto pertencentes à reta, onde a **será o coeficiente angular** da reta e o b **é o coeficiente linear**. Essa forma reduzida da equação da reta expressa uma função entre x e y, isto é, as duas variáveis possuem uma relação de dependência. No caso dessa expressão, ao atribuímos valores a x obtemos valores correspondentes em y. No caso das funções do primeiro grau, estamos relacionando domínio de uma função com sua imagem.

O coeficiente angular (a) representa a inclinação da reta em relação ao eixo das abcissas (x)

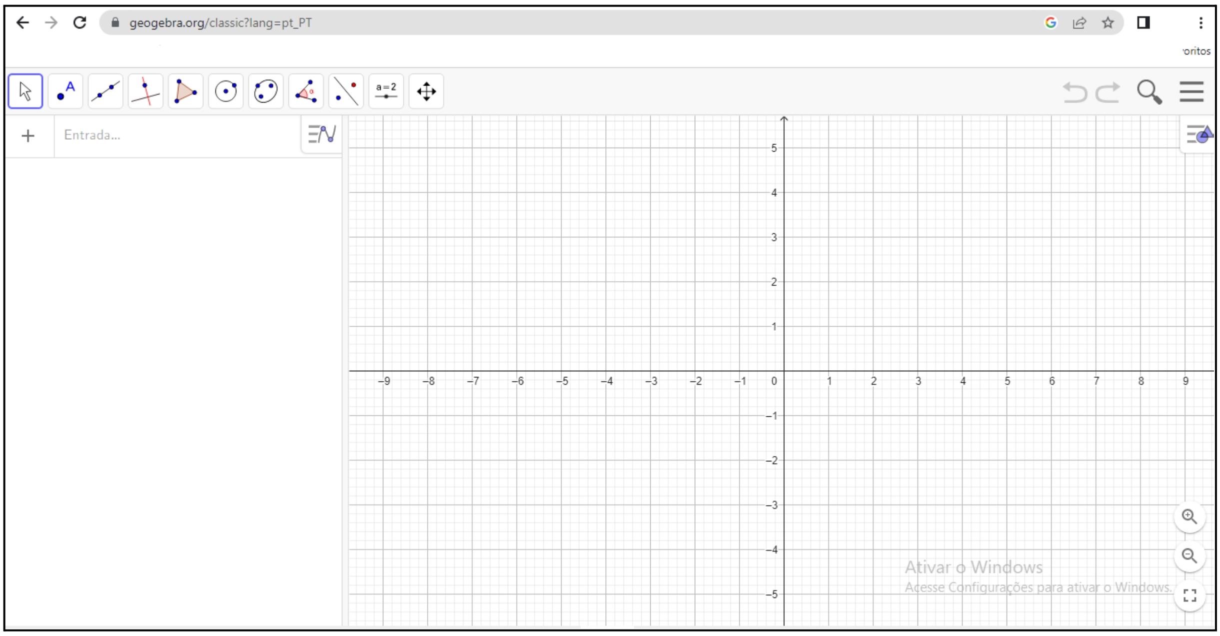
O coeficiente linear (b) representa o valor numérico por onde a reta intercepta o eixo das ordenadas(y).

3º momento: Equação geral da reta

- **Testar a equação : Na versão on-line do Geogebra[10], testar se a equação da reta é a mesma encontrada manualmente:**

1. No Google Chrome, no campo de pesquisa, digite Geogebra Classic;
2. Clique na primeira opção;
3. Abrirá a página do Geogebra:

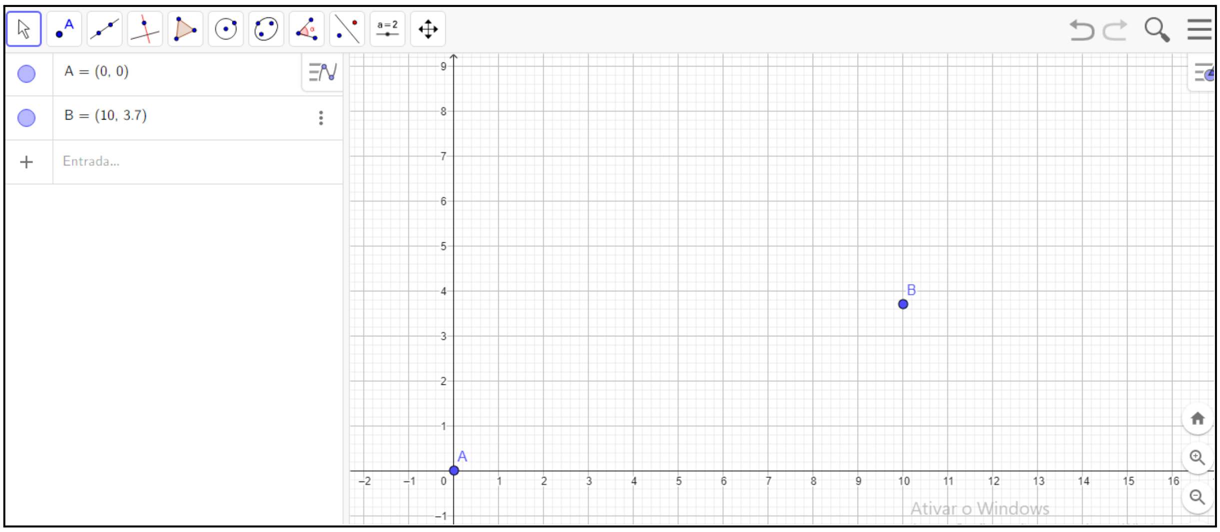
[10] É um software de matemática dinâmica para todos os níveis de ensino que reúne geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatística e cálculo em um único motor. Fonte:https://www.geogebra.org/about?lang=pt-PT#:~:text=O%20que%20%C3%A9%20o%20GeoGebra,c%C3%A1lculo%20em%20um%20%C3%BAnico%20motor.



Fonte: https://www.geogebra.org/classic?lang=pt_PT

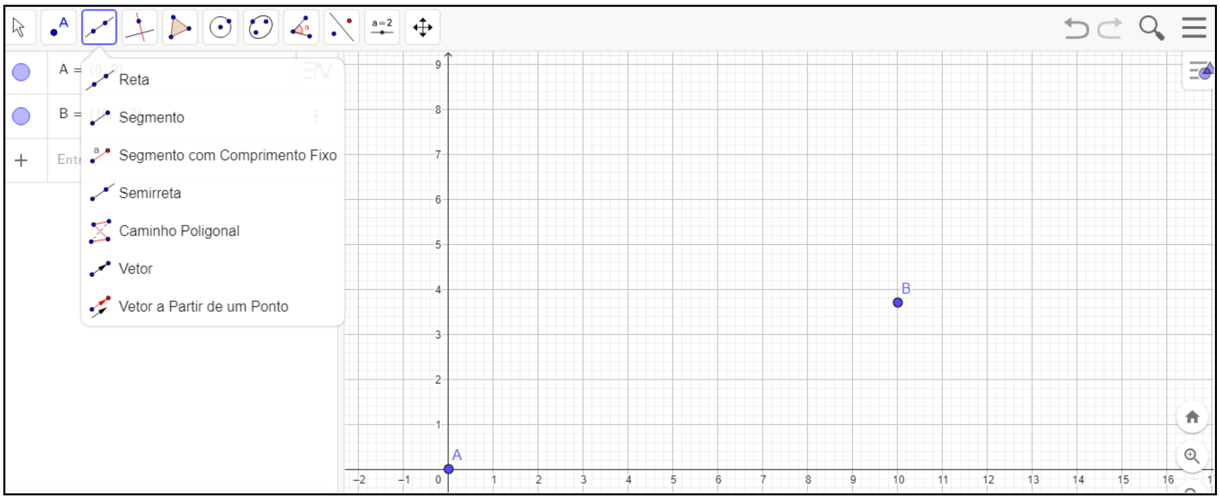
4. No campo de entrada digite os pontos utilizados para encontrar a equação da reta: A=(0,0) e B=(10,3.7).

OBS: Os pontos serão marcados automaticamente na janela de visualização:

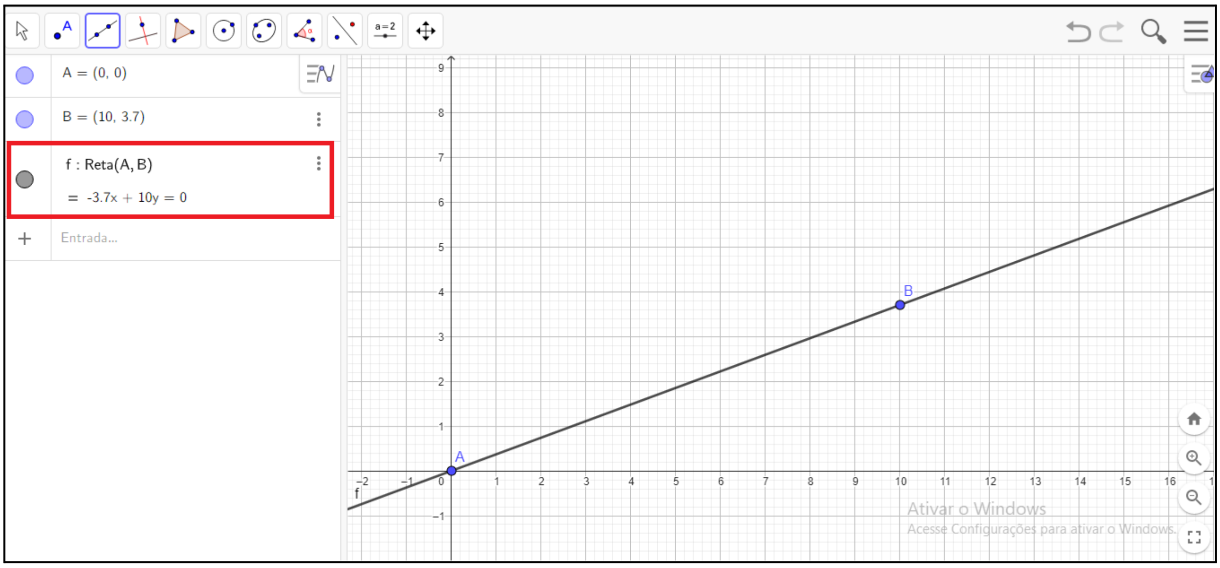


OBS: Clique no botão mover, para ajustar o gráfico de modo que os pontos apareçam na janela de visualização.

5. Clique no terceiro botão, a esquerda, para marcar uma reta;



6. Clique nos pontos A e B para marcar a reta;



Recomendações:

➢ Questione os alunos:

— Vocês perceberam que a equação da reta apareceu na janela de visualização?

— Por que essa equação está escrita de maneira diferente da equação que encontramos? Essa equação que aparece no Geogebra está escrita na sua forma geral : $ax + by + c = 0$ e a que encontramos está escrita de forma reduzida, ou seja, é a equação reduzida da reta.

— Agora vamos encontrar a equação geral da reta a partir de dois pontos:

Vamos montar a matriz utilizando dois pares ordenados da tabela:

$$\begin{bmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{bmatrix} = 0$$

Substituindo os pontos na matriz acima encontraremos a equação geral da reta:

$$\begin{bmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 10 & 3{,}7 & 1 \end{bmatrix} = 0$$

Aplicando a Regra de Sarrus na matriz acima:

$$\begin{bmatrix} x & y & 1 & x & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 10 & 3{,}7 & 1 & 10 & 3{,}7 \end{bmatrix} = 0$$

$$[(x \cdot 0 \cdot 1) + (y \cdot 1 \cdot 10) + (1 \cdot 0 \cdot 3,7)] - [(y \cdot 0 \cdot 1) + (x \cdot 1 \cdot 3,7) + (1 \cdot 0 \cdot 10)]$$

$$[(0) + (10y) + (0)] - [(0) + (3,7x) + (0)] = 0$$

$$[10y] - [3,7x] = 0$$

$$10y - 3,7x = 0$$

Encontraremos equação geral da reta: $10y - 3,7x = 0$

— Essa é a única maneira de encontrar a equação geral da reta?

Espera-se que os estudantes percebam que as duas equações são a mesma, porém escrita de forma diferente.A equação reduzida da reta está com o y isolado. Ao igualá-la a 0 encontraremos a equação geral da reta. Assim:

A equação reduzida da reta é $y = 0,37x$, então:

Sabendo que $0,37 = \frac{3,7}{10}$ temos:

$y = \frac{3,7}{10}x$, multiplicando ambos os lados por 10:

$10 \cdot y = \frac{3,7}{10}x \cdot 10$, realizando a multiplicação:

$10 \cdot y = \frac{3,7 \cdot 10}{10}x$, resolvendo a divisão:

$10y = 3,7x$, subtraindo $3,7x$ de ambos os lados:

$10y - 3,7x = 3,7x - 3,7x$ logo:

$$10y - 3,7x = 0$$

Atividade avaliativa: Programe seu robô para se deslocar durante **12s** em linha reta. Organize os dados na tabela abaixo. Represente graficamente e algebricamente a função da trajetória do robô

Adaptação conforme o tempo restante de aula: Um carrinho robótico percorre 4m e 12s.Organize os dados na tabela abaixo. Represente graficamente e algebricamente a função da trajetória do robô.

Tempo (s)	Distância (m)

Resolução:

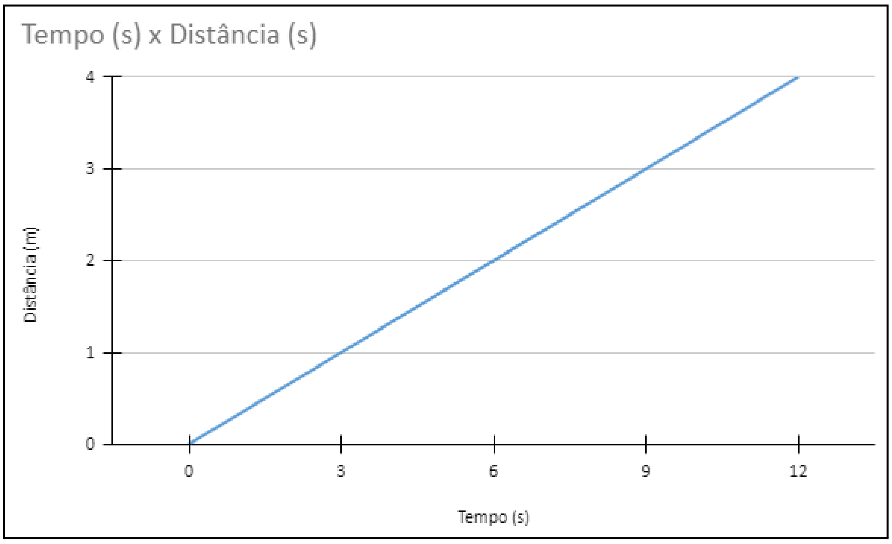
Supondo que o robô percorra 4m em 12 s, teremos:

Representação tabular:

Tempo (s)	Distância (m)
0	0
3	1
6	2
9	3

12	4

Representação gráfica:



Representação algébrica: Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da reta em questão, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $(x_1, y_1) = (0, 0)$ e $(x_2, y_2) = (12,\ 4)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 0 = a \cdot 0 + b \Rightarrow 0 = b \qquad (1)$$

$$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 4 = a \cdot 12 + b \qquad (2)$$

Substituindo o valor de b na equação 2, teremos:

$$4 = a \cdot 12 + b$$
$$4 = 12\,a + 0$$
$$12a = 4$$
$$\frac{1}{12} \cdot 12a = 4 \cdot \frac{1}{12}$$
$$a = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} = 0,333$$

Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$$y = \frac{1}{3}x + 0 \text{ ou } y = 0,33x$$

$$f(x) = \frac{1}{3}x \text{ ou } f(x) = 0,33x$$

Para encontrar a equação geral da reta: Vamos montar a matriz utilizando dois pares ordenados da tabela:

$$\begin{bmatrix} x & y & 1 \\ x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \end{bmatrix} = 0$$

Substituindo os pontos na matriz acima encontraremos a equação geral da reta:

$$\begin{bmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 4 & 12 & 1 \end{bmatrix} = 0$$

Aplicando a Regra de Sarrus na matriz acima:

$$\begin{bmatrix} x & y & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 4 & 12 & 1 \end{bmatrix}\begin{matrix} x & y \\ 0 & 0 \\ 4 & 12 \end{matrix}\Bigg] = 0$$

$$[(x \cdot 0 \cdot 1) + (y \cdot 1 \cdot 12) + (1 \cdot 0 \cdot 4)] - [(y \cdot 0 \cdot 1) + (x \cdot 1 \cdot 4) + (1 \cdot 0 \cdot 12)] = 0$$

$$[(0) + (12y) + (0)] - [(0) + (4x) + (0)] = 0$$

$$[12y] - [4x] = 0$$

$$12y - 4x = 0$$

Encontraremos equação geral da reta: $12y - 4x = 0$

Recomendação: recolher a folha de registro e anexar ao portfólio dos alunos.

AVALIAÇÃO:

A avaliação dar-se-á durante a aula, observando a realização, participação, e por meio de questionamentos, além da análise das atividades realizadas na folha de registro. Desse modo, será verificado se os objetivos propostos serão alcançados. Desse modo, a avaliação terá caráter diagnóstico e, consequentemente, formativo.

RECURSOS DIDÁTICOS:

- Kit de robótica mega
- Notebook ou chromebook
- Programa arduino
- Projetor
- Quadro branco e marcador
- Lápis, borracha, régua, folha de registro, trena.

REFERÊNCIAS:

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018.

_____. **Base Nacional Comum Curricular:** Computação complemento à BNCC**.** Brasília, 2022. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/fevereiro-2022-pdf/236791-anexo-ao-parecer-cneceb-n-2-2022-bncc-computacao/file. Acesso em 10 de abril de 2023.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar**, 1: conjuntos, funções / Gelson Iezzi, Carlos Murakami. — 9. ed. — São Paulo : Atual, 2013.

PLANO DE AULA 4 - Estudo da função linear	
Universidade Federal do Pampa – Unipampa, Campus Itaqui/RS	
Professor (a) Regente: Denise	
Professor (a) Estagiário: Ândrea Correa Porto	
Disciplina: **Matemática**	
Ano: 2° ano médio	Turma:
Data: 23/05/2023	Duração total da aula: 180 min

UNIDADE TEMÁTICA: Álgebra

OBJETOS DE CONHECIMENTO:

- Função discreta e contínua;
- Representação geométrica e algébrica das funções discretas e contínuas.

PRÉ-REQUISITOS: Resolução de equações do primeiro grau. Plano cartesiano.

PROCEDIMENTO:

TEMPO	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS
10 min	- Reforçar conceitos apresentados nas aula anteriores, em particular a lei de formação da função; - Familiarizar os estudantes com a metodologia utilizada;	Retomada da aula anterior; Explicação sobre a metodologia Resolução de problemas
55 min	- Resolver o problema utilizando a metodologia Resolução de problemas, - Representar graficamente uma função discreta	Resolução de um problema de função discreta pela metodologia de resolução de problemas
55 min	- Resolver o problema utilizando a	Resolução de um problema de função discreta

TEMPO	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS
	metodologia Resolução de problemas, - Representar graficamente uma função discreta	pela metodologia de resolução de problemas
30 min	- Apresentar os conceitos de função discreta e função contínua.	Formalização do conteúdo
30 min	- Verificar se os estudantes conseguem aplicar os passos de Resolução de problemas para solucionar a questão; - Verificar se os estudantes conseguem extrair os dados da questão; - Verificar se os estudantes conseguem representar graficamente esses dados;	Avaliação

DESENVOLVIMENTO:

1° Momento: **Retomada da aula anterior**

- ➢ **Relembrar os conceitos apresentados nas aulas anteriores.**
- ➢ **Explanar as atividades que serão realizadas.**
- ➢ **Explicar a metodologia de Resolução de Problemas.**

1° passo: Compreender do problema:

Realizar a leitura do problema e retirar as informações importantes.

2º passo: Estabelecer um plano:

Relacione os dados com a problemática solicitada

3° passo: Executar o plano:

Execute o plano traçado para a resolução do problema de maneira detalhada

4º passo: Retrospecto

Verificação dos resultados

2° Momento: **Resolvendo um problema de função discreta**

➢ <u>**Situação problema 1:**</u>

Um grupo de estudantes querendo treinar para a inter-serie municipal, decidiu alugar o Castelão e fazer um torneio de futsal durante todo dia. Sabendo que cada time pagará para jogar R$ 40,00 a hora, construa um gráfico e a lei da função, que possibilite relacionar o valor a ser pago para o dono da quadra e o tempo destinado ao torneio neste dia.

Encaminhamento:

1° passo: Compreender do problema:

Neste momento, o professor como mediador do processo irá incentivar os estudantes a realizarem a leitura do problema e retirarem as informações importantes para que consigam estabelecer um plano.

2º passo: Estabelecer um plano:

Após interpretarem e discutirem sobre os dados do problema, agora é hora de relacionarem os dados com a problemática solicitada a fim de conseguirem resolver o problema.

3° passo: Executar o plano:

Neste momento, é preciso executar o plano traçado para a resolução do problema de maneira detalhada, para isso será solicitado que façam o passo-a-passo da resolução para que consigam enxergar os procedimentos a alinharem uma solução de forma racional. Assim que uma proposta seria a construção de tabelas, do gráfico e por fim da lei da função.

4º passo: Retrospecto

Com os resultados em mãos é hora de verificar se os resultados estão corretos, o professor então irá na lousa questionar cada grupo sobre seus resultados e como chegaram a ele; ajudando aqueles que tiverem dificuldades e/ou não conseguiram chegar a uma solução viável.

Solução: Este passo exige a interpretação da estratégias acima podendo ela ser diferente em cada grupo, porém vamos sugerir uma solução;

1º passo: compreender o problema:

- Retirar os dados do problema: cada time paga R$ 40,00 a hora
- Interpretando o problema: Como para jogar é necessário 2 times, o valor pago por hora será R$ 80,00,

  Logo,

  Se não houver jogo: tempo 0 e valor pago 0

  Se houver 1 jogo: tempo 1h e valor pago R$ 80,00

  Se houver dois jogos: tempo 2h e valor pago R$160,00

  se houver 3 jogos: tempo 3h e valor pago R$ 240,00

  se houver 4 jogos: tempo 4h e valor pago R$ 320,00
- Organizando os dados em tabela:

tempo (h)	valor pago pela quadra (R$)
0	0
1	80
2	160
3	240
4	320

2º passo: Elaborar um plano:

- Organizar os pares ordenados para encontrar a lei da função utilizando sistema de equações lineares:
- Sendo a variável x o tempo de utilização da quadra e a variável dependente y o valor pago pela quadra, temos a seguinte organização:

tempo (h)	valor pago pela quadra (R$)	Par ordenado
0	0	(0;0)
1	80	(1;80)
2	160	(2;160)
3	240	(3;240)
4	320	(4;320)

3° passo: Executar o plano:

❖ **Representação algébrica:** Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da tabela, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $P_1 = (x_1 ; y_1) = (0 ; 0)$ e $P_2 = (x_2 ; y_2) = (3 ; 240)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 0 = a \cdot 0 + b \Rightarrow 0 = b \quad (1)$$

$$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 240 = a \cdot 3 + b \quad (2)$$

Substituindo o valor de b na equação 2, teremos:

$$240 = a \cdot 3 + b$$
$$240 = 3 \cdot a + 0$$
$$3 \cdot a = 240$$
$$\frac{1}{3} \cdot 3a = 240 \cdot \frac{1}{3}$$
$$a = \frac{240}{3} = 80$$

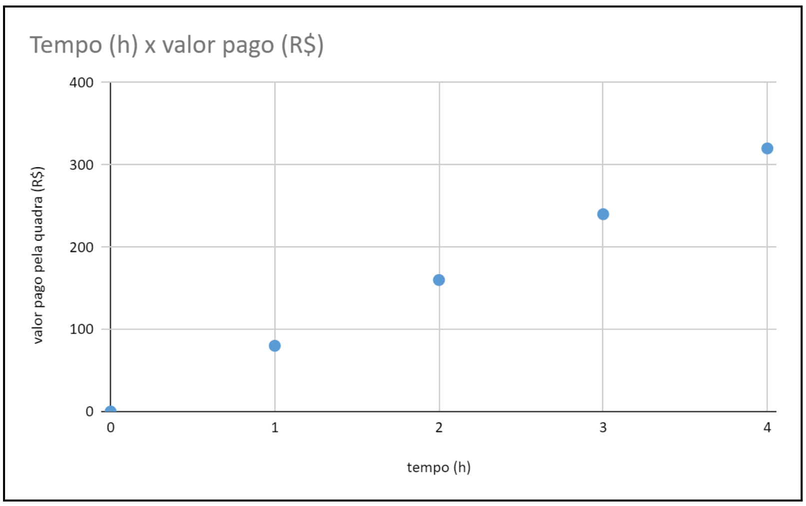
Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$y = 80\,x + 0$ ou $y = 80x$

ou ainda:

$f(x) = 80x$ ou $f(x) = 80x$

Representando graficamente:



4º Retrospecto: verificação dos resultados

Escolher dois pares ordenados para substituir na função encontrada:

Pontos: $P = (x \ ; y \ ) = (2 \ ; \ 160)$

Substituindo na função $y = \ 80x$ temos:

$160 \ = \ 80 \cdot 2$

$160 \ = 160$, como a sentença é verdadeira, logo

É a função $y = 80x$ que representa a situação proposta.

Para a verificação pode-se testar outros pontos.

Questionar os estudantes:

— Que tipo de função é essa?

Espera-se que os estudantes respondam que trata-se de uma função discreta.

— Por quê trata-se de uma função discreta e não contínua?

Espera-se que os alunos concluam que o valor cobrado pelo aluguel da quadra depende do tempo em que a quadra é alugada e o valor está estabelecido em um intervalo de inteiros, ou seja, de hora em hora, o que caracteriza uma variável discreta.

3° Momento: **Resolvendo um problema de função contínua**

➢ **Situação problema[11] 2**

Um motorista de táxi cobra R$ 3,50 de bandeirada mais R$ 2,50 por quilômetro rodado (valor variável). Determine o valor a ser pago por uma corrida relativa a um percurso de 18 quilômetros.

Encaminhamento:

1° passo: Compreender do problema:

Neste momento, o professor como mediador do processo irá incentivar os estudantes a realizarem a leitura do problema e retirarem as informações importantes para que consigam estabelecer um plano. Ou seja, o estudantes deverá compreender que o valor fixo será constante e que o valor que irá ser multiplicado é o R$2,50 assim montando uma tabela ficará melhor a interpretação

[11] LEÃO,2009 p.117

2º passo: Estabelecer um plano:

Após interpretarem e discutirem sobre os dados do problema, agora é hora de relacionarem os dados com a problemática solicitada a fim de conseguirem resolver o problema.

Após os dados retirados cada grupo deverá montar um plano para que seja executado, podendo este estar relacionado com os valores obtidos na construção da tabela e do gráfico.

3° passo: Executar o plano:

Neste momento, é preciso executar o plano traçado para a resolução do problema de maneira detalhada, para isso será solicitado que façam o passo-a-passo da resolução para que consigam enxergar os procedimentos a alinharem uma solução de forma racional. Assim que uma proposta seria a construção de tabelas, do gráfico e por fim da lei da função.

Solução: Este passo exige a interpretação da estratégias acima podendo ela ser diferente em cada grupo, porém vamos sugerir uma solução;

1º passo: compreender o problema:

- Retirar os dados do problema:
    - Valor da bandeirada: R$ 3,50
    - valor por Km: R$ 2,50
    - Qual o valor para percorrer 18 km?
- Interpretando o problema: A valor da corrida depende de dois fatores:
    - o valor da bandeirada, que sempre a mesma, ou seja o valor fixo de R$ 3,50
    - o valor por km rodado, ou seja o valor variável, nesse caso R$ 2,50 por km
- Organizando os dados em tabela:

distância (km)	cálculo	valor total da corrida (R$)
0	$3,50 + 2,50 \cdot 0$	3,50
1	$3,50 + 2,50 \cdot 1$	6,00
2	$3,50 + 2,50 \cdot 2$	8,50
3	$3,50 + 2,50 \cdot 3$	11,00
4	$3,50 + 2,50 \cdot 4$	13,50

2º passo: Elaborar um plano:

- Organizar os pares ordenados para encontrar a lei da função utilizando sistema de equações lineares:
- Sendo a variável independente x a distância percorrida em km e a variável dependente y o valor pago corrida, temos a seguinte organização:

distância (km)	valor total da corrida (R$)	Pares ordenados
0	3,50	(0 ; 3,5)
1	6,00	(1 ; 6)
2	8,50	(2 ; 8,5)
3	11,00	(3 ; 11)
4	13,50	(4 ; 13,5)

3° passo: Executar o plano:

- ❖ **Representação algébrica:** Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da tabela, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $P_1 = (x_1 ; y_1) = (0 ; 3,5)$ e $P_2 = (x_2 ; y_2) = (3 ; 11)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 3,5 = a \cdot 0 + b \Rightarrow 0 = b$ (1)

$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 11 = a \cdot 3 + b$ (2)

Substituindo o valor de b na equação 2, teremos:

$$11 = a \cdot 3 + b$$
$$11 = 3 \cdot a + 3,5$$
$$3,5 + 3 \cdot a = 11$$
$$3,5 - 3,5 + 3 \cdot a = 11 - 3,5$$
$$3 \cdot a = 7,5$$
$$\frac{1}{3} \cdot 3a = 7,5 \cdot \frac{1}{3}$$
$$a = \frac{7,5}{3} = 2,5$$

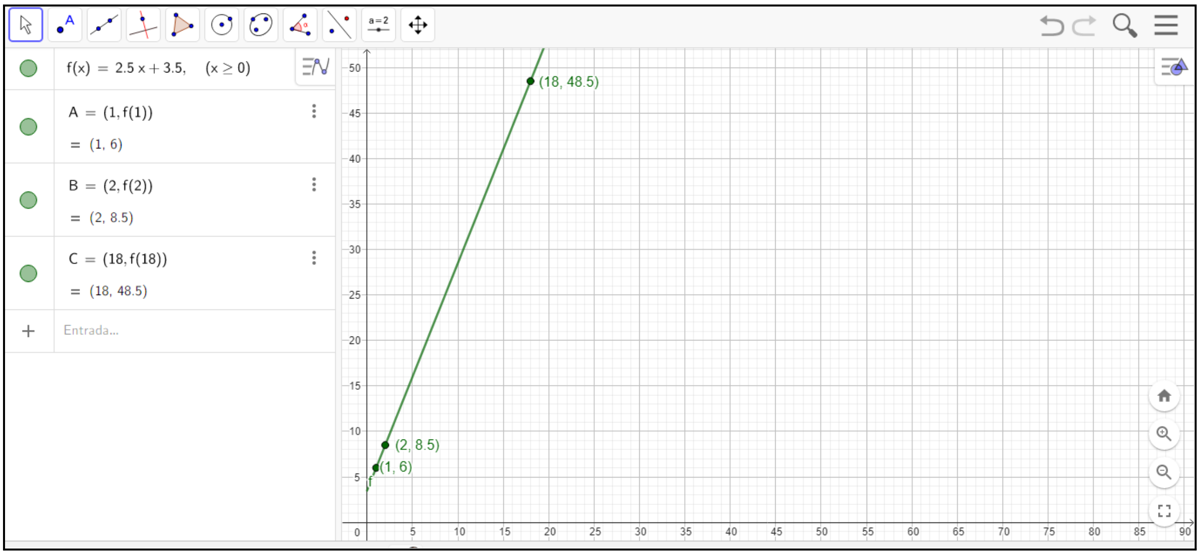
Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$$y = 2,5\,x + 3,5$$

ou

$$f(x) = 2,5x + 3,5$$

Representando graficamente:



Respondendo a questão: Como a função é $y = 2,5x + 3,5$ onde x é o valor de km percorridos, e y o valor a ser pago pela corrida temos

$y = 2,5x + 3,5$, substituindo o valor de x por 18

$y = 2,5 \cdot 18 + 3,5$ logo,

$y = 45 + 3,5$

$y = 48,50$

Portanto, para percorrer 18 km pagaremos R$ 48,50.

4º Retrospecto: verificação dos resultados

Escolher dois pares ordenados para substituir na função encontrada:

Pontos: $P = (x\ ;\ y\ ) = (1\ ;\ 6)$

Substituindo na função $y = 2,5x + 3,5$ temos:

$6 = 2,5 \cdot 1 + 3,5$

$6 \ = 6$, como a sentença é verdadeira, logo

É a função $y = 2,5x + 3,5$ que representa a situação proposta.

Questionar os estudantes:

— Que tipo de função é essa?

Espera-se que os estudantes respondam que trata-se de uma função contínua.

— É uma função linear? Por quê?

Espera-se que os estudantes consigam identificar, pois já foi trabalhado em aulas anteriores, que não se trata de uma função linear, pois para ser uma função linear é necessário que a reta intercepte o ponto de origem, e o coeficiente linear deve ser igual a zero.

— Por quê trata-se de uma função contínua e não discreta?

Espera-se que os alunos concluam que o valor pago pela corrida varia conforme a distância percorrida pelo táxi, sendo seu domínio reais.Caracterizando assim, uma variável contínua.

Formalização sobre função discreta e contínua:

Variáveis Quantitativas[12] são as características que podem ser medidas em uma escala quantitativa, ou seja, apresentam valores numéricos que fazem sentido. Podem ser contínuas ou discretas.

Variáveis contínuas: são características mensuráveis que assumem valores em uma escala contínua (na reta real), para as quais valores fracionais fazem sentido. Usualmente devem ser medidas através de algum instrumento. Exemplos: peso (balança), altura (régua), tempo (relógio), pressão arterial, idade.

Iezzi define a função afim como:

83. Uma aplicação de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de **função afim** quando a cada $x \in \mathbb{R}$ associa sempre o mesmo elemento $(ax + b) \in \mathbb{R}$, em que $a \neq 0$ e *b* são números reais dados.

$$\boxed{f(x) = ax + b} \quad (a \neq 0)$$

Fonte:Iezzi, 2013.

[12] http://leg.ufpr.br/~silvia/CE055/node8.html

Variáveis discretas: são características mensuráveis que podem assumir apenas um número finito ou infinito contável de valores e, assim, somente fazem sentido valores inteiros. Geralmente são o resultado de contagens. Exemplos: número de filhos, número de bactérias por litro de leite, número de cigarros fumados por dia, número de ingressos vendidos.

Então, podemos dizer que:

Uma aplicação de $\mathbb{Z}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de função discreta quando a cada $x \in \mathbb{Z}$ associa sempre o mesmo elemento $(ax + b) \in \mathbb{R}$, em que $a \neq 0$ e b são números reais dados.

AVALIAÇÃO:

A avaliação dar-se-á durante a aula, observando a realização, participação, e por meio de questionamentos, além da análise das atividades realizadas na folha de registro. Desse modo, será verificado se os objetivos propostos serão alcançados. Assim, a avaliação terá caráter diagnóstico e, consequentemente, formativo.

RECURSOS DIDÁTICOS:

- Quadro branco e marcador;
- Lápis, borracha, régua, folha de registro.

REFERÊNCIAS:

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018.

_____. **Base Nacional Comum Curricular:** Computação complemento à BNCC**.** Brasília, 2022. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/fevereiro-2022-pdf/236791-anexo-ao-parecer-cneceb-n-2-2022-bncc-computacao/file. Acesso em 10 de abril de 2023.

BRASIL, Ministério da Educação.**INEP - Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. Ministério da Educação:** Exame Nacional do Ensino Médio**.**. Disponível em: https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/enem/provas-e-gabaritos. Acesso: 19 de maio de 2023

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar**, 1: conjuntos, funções / Gelson Iezzi, Carlos Murakami. — 9. ed. — São Paulo : Atual, 2013.

LEÃO, Alex Sandro Gomes. **Metodologia de Resolução de Problemas:** Ensino e Aprendizagem de Funções no Ensino Fundamental. 234f. Dissertação (Mestrado) - Centro universitário Franciscano, Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática. Santa Maria, 2009. Disponível em: http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/bitstream/UFN-BDTD/436/1/Alex%20Sandro%20Gomes%20Leao.pdf. Acesso em:17 de abril de 2023.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas:** um novo enfoque do método matemático.. Rio de Janeiro: Interciência, 1994.

PLANO DE AULA 5 - Projeto carrinho 2: estudo da função por partes	
Universidade Federal do Pampa – Unipampa, Campus Itaqui/RS	
Professor (a) Regente: Denise	
Professor (a) Estagiário: Ândrea Correa Porto	
Disciplina: **Matemática**	
Ano: 2° ano médio	Turma:
Data: 23/05/2023	Duração total da aula: 180 min

UNIDADE TEMÁTICA: Álgebra

OBJETOS DE CONHECIMENTO:

- Função por partes

PRÉ-REQUISITOS: resolução de equações do primeiro grau.

PROCEDIMENTO:

TEMPO	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS
60 min	- Desenvolver a linguagem de programação em blocos	Programação do carrinho
90 min	- Construir tabela e gráfico para relacionar tempo e distância percorrida pelo carrinho - Desenvolver a noção de função por partes - Construir o gráfico da função por partes. - Encontrar a lei de formação da função por partes que representa a trajetória do carrinho.	Análise das trajetórias

TEMPO	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS
30 min	- Avaliar se os os estudantes conseguem compreender a função por partes, a partir da análise gráfica, descrevendo a trajetória percorrida pelo carrinho.	Avaliação

DESENVOLVIMENTO:

A partir do deslocamento do carrinho do kit robótica realizar o estudo da função por partes

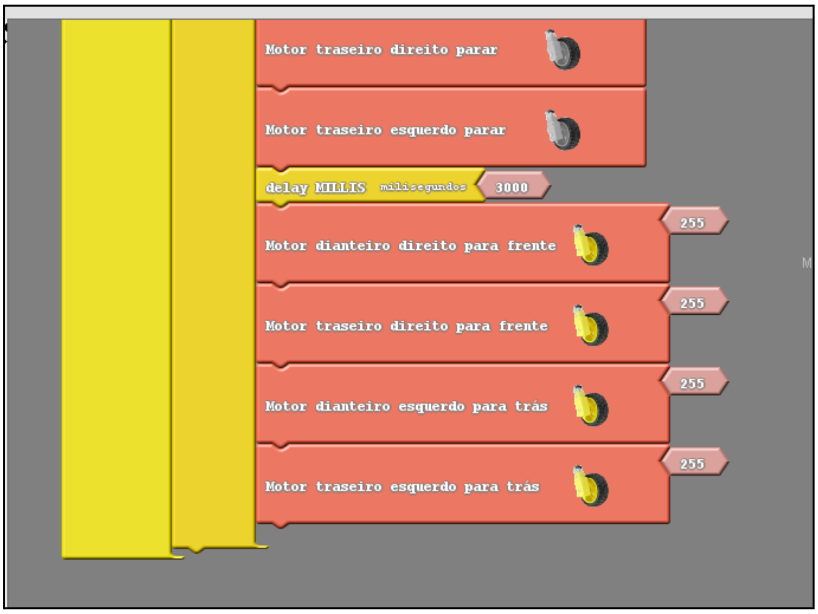
1° Momento: Programação 1

➢ **Formar grupos de x elementos.**
  - Cada grupo deverá ter:
    - um celular para cronometrar o tempo;
    - um computador para realizar a programação do carrinho
    - trena para medir a distância percorrida;
    - lápis e folha de registro para anotações;

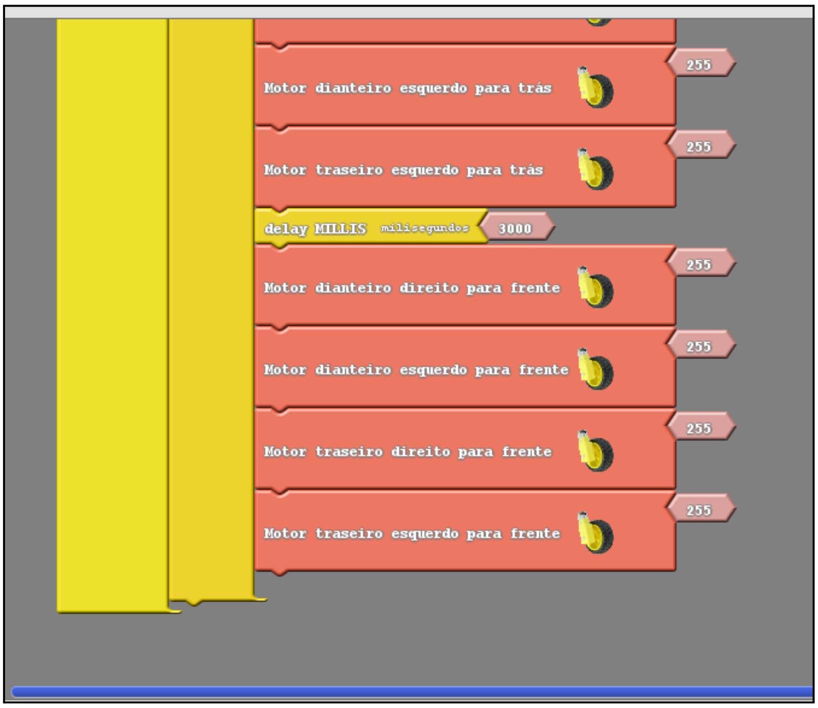
➢ **Atividade 1: Programar o carrinho para andar 6s, parar 2s, virar a esquerda e andar 9s. Analise a trajetória, colete os dados, organize em tabela, construa a lei da função e o gráfico.**

1. Abrir o programa Arduino;
2. Clicar em ferramentas/ardublock. Irá abrir a janela: ArduBlock Explorador, para programação em blocos;
3. Clicar em abrir e encontrar o projeto da primeira aula: **projeto função linear**;
    - A partir da programação realizada na primeira aula, será realizada nova programação sobre função por partes.
4. Mudar o tempo que que o carrinho irá se deslocar no **delay millis** para **6000**.
5. Com o botão direito clicar em cima do bloco **delay millis** para duplicá-lo. Descarte os blocos que não irá ocupar, nesse momento, arrastando para o lado esquerdo;
6. Mude o tempo para 2000 e encaixe abaixo do último bloco;

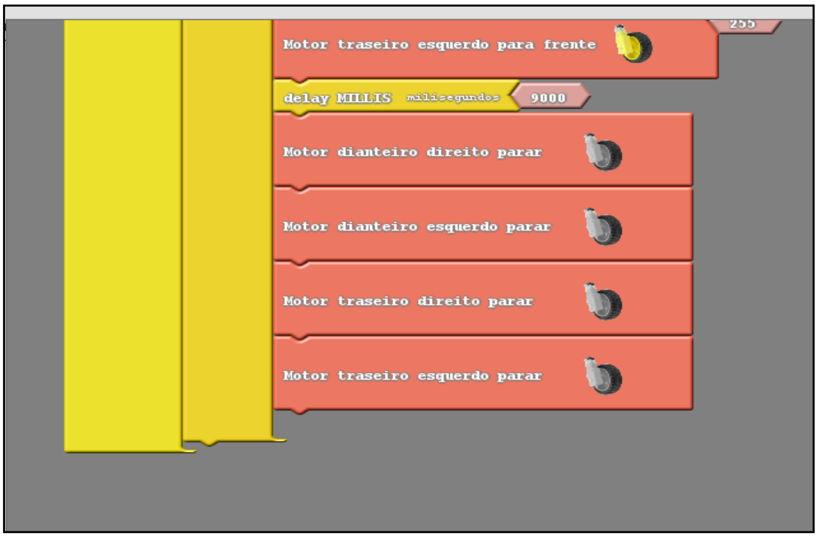
7. Clique no **explorador mega** e encontre os blocos: **motor dianteiro direito para frente, motor traseiro direito para frente, motor dianteiro esquerdo para trás,motor traseiro esquerdo para trás,** arraste cada um deles para a janela de programação e encaixe no bloco abaixo **delay millis;**



8. Conecte um bloco de tempo, programado com 900
   - Essa ação fará com que o carro vire à esquerda, levando aproximadamente 1s para virar.
9. Duplique os primeiros blocos de motor, Separe os quatro primeiros e descarte o restante.
10. Conecte abaixo do último bloco.
11. Conecte um bloco de tempo, programado com 9000
    - Essa ação fará com que o carro ande por 9s após virar.



12. Duplique os blocos que param os motores e conecte abaixo do último bloco.



13. Clique em **salvar como** , para salvar o projeto. Salvar com o nome : **<u>projeto função por partes;</u>**
14. Clicar em **enviar para o arduino;**

2° Momento: **Análise da trajetória da programação 1**

➢ **Encaminhamento:**

Após a programação os alunos deverão:

1º) Colocar o carrinho no chão, apertar o botão de ligar fazendo com que o carrinho se deslocar;

2º) Medir e marcar a distância percorrida pelo carrinho;

3º) Dividir e marcar a primeira distância em 3 partes iguais;

4º) Dividir e marcar a segunda parte do percurso em 5 partes iguais;

5º) Voltar o carrinho a posição inicial, ligar. Registrar o tempo cada vez que o carrinho passar pelos pontos marcados.

6º) Cronometrar a distância percorrida em relação ao tempo;

7º) Montar uma tabela relacionando tempo e distância marcados no percurso do carrinho;

8º) Construir o gráfico e a lei da função.

- ❖ **Resolução:** O deslocamento do carrinho robótico pode variar conforme o atrito com o piso e também conforme a carga das baterias, portanto apesar da programação ser a mesma para todos os grupos, os dados coletados podem ser diferentes. A seguir segue um exemplo de resolução, com os dados coletados pela professora/pesquisadora quando realizou os testes para a elaboração da atividade
    - **Tabela:**

tempo (s)	distância (m)
0	0
2	0,7
4	1,4
6	2,1
8	2,1
10	2,8
12	3,5
14	4,2

- ❖ **Representação algébrica:**

Uma função definida por partes é uma função que é definida em "partes" separadas ou intervalos. Para cada região de um intervalo, a função pode ter uma equação ou regra diferente que a descreve. Sendo assim, ao analisar o gráfico conseguimos identificar três situações:

- Quando $0 \leq x \leq 6$ a função apresenta crescimento linear
- Quando $6 \leq x \leq 8$ a função apresenta comportamento constante
- Quando $8 \leq x \leq 14$ a função apresenta crescimento linear

Então para resolver a equação da função utilizaremos os intervalos:

- $I_1 = \{x \in R \mid 0 \leq x \leq 6\}$:
  - Organizando os dados em tabela:

x	y	Pares ordenados
0	0	(0 ; 0)
2	0,7	(2 ; 0,7)
4	1,4	(4 ;1,4)
6	2,1	(6 ; 2,1)

Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da tabela, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $P_1 = (x_1 ; y_1) = (0 ; 0)$ e $P_2 = (x_2 ; y_2) = (6 ; 2,1)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 0 = a \cdot 0 + b \Rightarrow 0 = b \qquad (1)$$

$$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 2,1 = a \cdot 6 + b \qquad (2)$$

Substituindo o valor de b na equação 2, teremos:

$$2,1 = a \cdot 6 + b$$
$$2,1 = 6 \cdot a + 0$$
$$6 \cdot a = 2,1$$
$$\frac{1}{6} \cdot 6a = 2,1 \cdot \frac{1}{6}$$
$$a = \frac{2,1}{6} = 0,35$$

Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$$f(x) = 0,35x, \text{ se } 0 \leq x \leq 6$$

- $I_2 = \{x \in R \mid 6 \leq x \leq 8\}$

Organizando os dados em tabela:

x	y	Pares ordenados
6	2,1	(6 ; 2,1)
7	2,1	(7 ; 2,1)
8	2,1	(8 ;2,1)

Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da tabela, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $P_1 = (x_1 ; y_1) = (6 ; 2,1)$ e $P_2 = (x_2 ; y_2) = (8 ; 2,1)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 2,1 = a \cdot 6 + b$ (1)

$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 2,1 = a \cdot 8 + b$ (2)

multiplicando a equação 1, por (-1), teremos:

$-2,1 = - a \cdot 6 - b$, somando as equações 1 e 2, teremos

$0 = a \cdot 2 + 0$

$2a = 0$ como não podemos dividir 0 por qualquer número , temos que

$a = 0$

Substituindo o valor de a na equação 1, teremos:

$$2,1 = a \cdot 0 + b$$
$$2,1 = 0 + b$$
$$b = 2,1$$

Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$$f(x) = 0\,x + 2,1$$

ou seja,

$$f(x) = 2,1, \text{ se } 6 \leq x \leq 8$$

- $I_3 = \{x \in R \mid 8 \leq x \leq 14\}$

Organizando os dados em tabela:

x	y	Pares ordenados
8	2,1	(8 ; 2,1)
10	2,8	(10 ; 2,8)
12	3,5	(12 ;3,5)
14	4,2	(14 ;4,2)

Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da tabela, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $P_1 = (x_1 ; y_1) = (8 ; 2,1)$ e $P_2 = (x_2 ; y_2) = (14 ; 4,2)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 2,1 = a \cdot 8 + b$ (1)

$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 4,2 = a \cdot 14 + b$ (2)

multiplicando a equação 1, por (-1), teremos:

$-2,1 = -a \cdot 8 - b$, somando as equações 1 e 2, teremos

$2,1 = a \cdot 6 + 0$, isolando a , teremos:

$6a = 2,1$, multiplicando pela inverso de 6 em ambos os lados, teremos

$\frac{1}{6} \cdot 6a = 2,1 \cdot \frac{1}{6}$

$\frac{6}{6}a = \frac{2,1}{6}$, logo

$a = 0,35$

Substituindo o valor de a na equação 1, teremos:

$$2,1 = 0,35 \cdot 8 + b$$
$$2,1 = 2,8 + b$$

$b + 2,8 = 2,1$, somando o oposto de 2,8 em ambos os lados, teremos

$b + 2,8 - 2,8 = 2,1 - 2,8$, logo

$b =- 0,7$

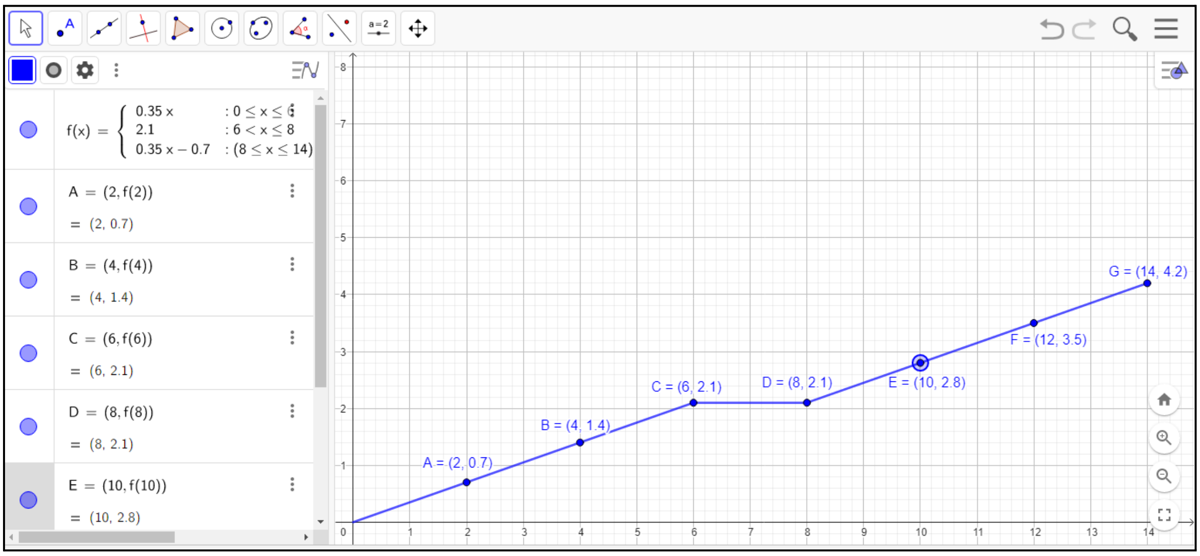
Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$$f(x) = 0,35x - 0,7, \text{ se } 8 \leq x \leq 14$$

Portanto:

$$f(x) = \begin{cases} 0{,}35\, x \, , se\ 0 \leq x \leq 6; \\ 2{,}1, se\ 6 \leq x \ \leq 8; \\ 0{,}5x - 0{,}7 \, , se\ 8 \leq x \leq 14 \end{cases}$$

- **Representação gráfica:**



Fonte: a autora

3° Momento: Formalização do conteúdo

Função por partes

11.9 Função definida por partes

Definição 11.9.1. Uma função $f : A \to \mathbb{R}$, para $A \subset \mathbb{R}$, é dita ser definida por partes, quando particionamos o domínio A em subconjuntos U_i tais que $A = \bigcup_i U_i$, e para cada U_i a função é dada por uma regra diferente.

Fonte[13]:UFRGS - IME - Recursos Educacionais Abertos de Matemática

Domínio e imagem de funções[14]

Considerando que toda função f de A em B é uma relação binária, então f tem um **domínio** e uma **imagem.**

Chamamos de **domínio** o conjunto D dos elementos $x \in A$ para os quais existe $y \in B$ tal que $(x, y) \in f$. Como, pela definição de função, todo elemento de A tem essa propriedade, temos nas funções:

domínio $=$ **conjunto de partida**

isto é,

$$D = A$$

D é o conjunto das abscissas dos pontos tais que as retas verticais conduzidas por esses pontos interceptam o gráfico de f isto é, é o conjunto formado por todas as abscissas dos pontos do gráfico de f.

Chamamos de **imagem** o conjunto Im dos elementos $y \in B$ para os quais existe $x \in A$ tal que $(x, y) \in f$, portanto:

imagem é subconjunto do contradomínio

isto é,

$$Im \subset B$$

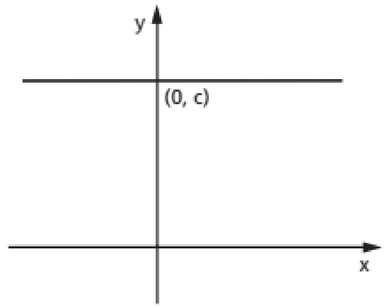
Im é o conjunto das ordenadas dos pontos tais que as retas horizontais conduzidas por esses pontos interceptam o gráfico de f, isto é, é o conjunto formado por todas as ordenadas dos pontos do gráfico de f.

[13] Disponível em: https://www.ufrgs.br/reamat/PreCalculo/livro/ixf-funx00e7x00e3o_dexfb01nida_por_partes.html
[14] IEZZI, 2013, pg. 88.

I. Função constante

80. Uma aplicação f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de **função constante** quando a cada elemento $x \in \mathbb{R}$ associa sempre o mesmo elemento $c \in \mathbb{R}$.

$$\boxed{f(x) = c}$$



O gráfico da função constante é uma reta paralela ao eixo dos x passando pelo ponto (0, c).

A imagem é o conjunto Im = {c}.

Fonte: IEZZI, 2013, pg.97

Crescimento ou decrescimento da função afim:

Recomendação: Questione os estudantes:

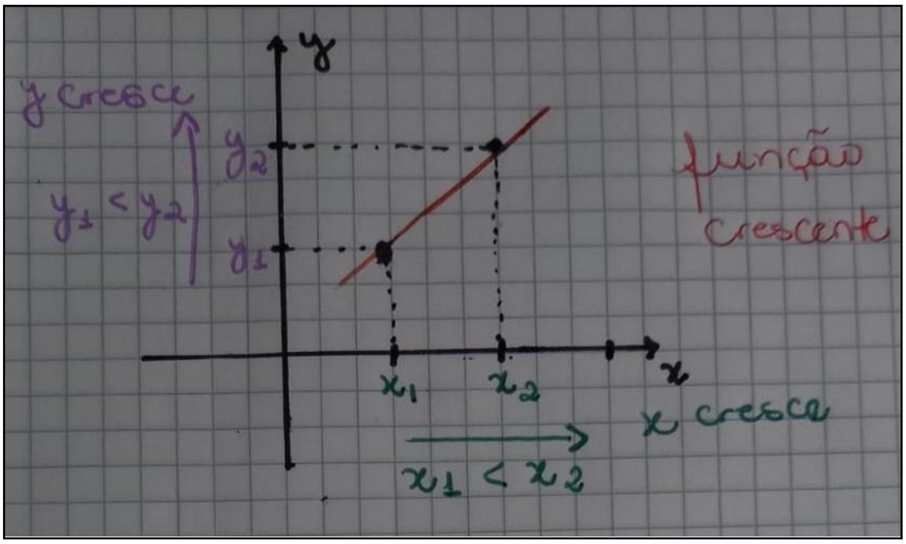
— Analisando somente o gráfico da função, podemos dizer se a função é crescente ou decrescente?

- Caso a resposta seja positiva, questione como chegaram a essa conclusão.
- Caso seja negativa realizar a explicação sobre crescimento e decrescimento da função afim:

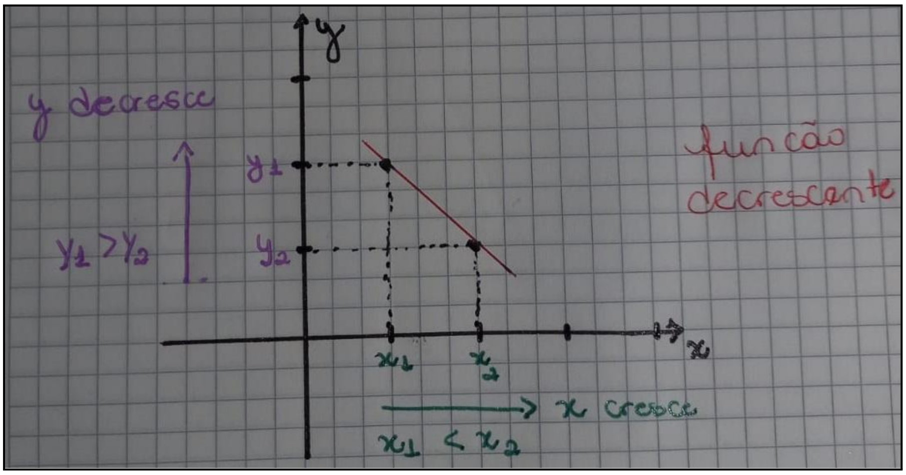
Se $x_1 < x_2$ **então** $y_1 < y_2$ $\Leftrightarrow$ **crescente**

Se $x_1 < x_2$ **então** $y_1 > y_2$ $\Leftrightarrow$ **decrescente**

Se $x_1 < x_2$ **então** $y_1 = y_2$ $\Leftrightarrow$ **constante**



Fonte: a autora



Fonte: a autora

— E olhando somente a representação algébrica, equação da reta, podemos identificar o crescimento ou decrescimento da função?

- Caso a resposta seja positiva, questione como chegaram a essa conclusão.
- Caso seja negativa realizar a explicação sobre crescimento e decrescimento da função afim:

Se $a > 0$ então a função é crescente
Se $a < 0$ então a função é decrescente
Se $a = 0$ então a função é constante

AVALIAÇÃO:

A avaliação dar-se-á durante a aula, observando a realização, participação, e por meio de questionamentos, além da análise das atividades realizadas na folha de registro. Desse modo, será verificado se os objetivos propostos serão alcançados. Assim, a avaliação terá caráter diagnóstico e, consequentemente, formativo.

RECURSOS DIDÁTICOS:

- Kit de robótica mega
- Notebook ou chromebook
- Programa arduino
- Quadro branco e marcador
- Lápis, borracha, régua, folha de registro,giz, trena.

REFERÊNCIAS:

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018.

_____. **Base Nacional Comum Curricular:** Computação complemento à BNCC**.** Brasília, 2022. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/fevereiro-2022-pdf/236791-anexo-ao-parecer-cneceb-n-2-2022-bncc-computacao/file. Acesso em 10 de abril de 2023.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar**, 1: conjuntos, funções / Gelson Iezzi, Carlos Murakami. — 9. ed. — São Paulo : Atual, 2013.

PLANO DE AULA 6 - Projeto carrinho 3: estudo da função por partes	
Universidade Federal do Pampa – Unipampa, Campus Itaqui/RS	
Professor (a) Regente: Denise	
Professor (a) Estagiário: Ândrea Correa Porto	
Disciplina: **Matemática**	
Ano: 2° ano médio	Turma:
Data: 30/05/2023	Duração total da aula: 180 min

UNIDADE TEMÁTICA: Álgebra

OBJETOS DE CONHECIMENTO:

- Função por partes;
- Função constante;
- Domínio e imagem da função;
- Crescimento e decrescimento da função afim.

PRÉ-REQUISITOS: Resolução de equações do primeiro grau.Plano cartesiano.

PROCEDIMENTO:

TEMPO	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS
45 min	- Construir tabela e gráfico para relacionar tempo e distância percorrida pelo carrinho - Desenvolver a noção de função por partes - Construir o gráfico da função por partes. - Encontrar a lei de formação da função por partes que representa a trajetória do carrinho.	Retomada da aula anterior

TEMPO	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS
30 min	- Desenvolver a linguagem de programação em blocos	Programação do carrinho
45 min	- Construir tabela e gráfico para relacionar tempo e distância percorrida pelo carrinho - Desenvolver a noção de função por partes - Construir o gráfico da função por partes. - Encontrar a lei de formação da função por partes que representa a trajetória do carrinho.	Análise das trajetórias
30 min	- Apresentar os conceitos matemáticos de: ● Função por partes; ● Função constante; ● Domínio e imagem da função; ● Crescimento e decrescimento da função afim.	Formalização do conteúdo
30 min	- Avaliar se os os estudantes conseguem compreender os conceitos apresentados na aula, a partir da análise gráfica, descrevendo a trajetória percorrida pelo carrinho.	Avaliação

DESENVOLVIMENTO:

1° Momento:

- ➢ **Formar os mesmos grupos da aula anterior.**
  - ○ Cada grupo deverá ter:
    - ■ um celular para cronometrar o tempo;
    - ■ um computador para realizar a programação do carrinho
    - ■ trena para medir a distância percorrida;
    - ■ lápis e folha de registro para anotações;

Na aula anterior, devido a contratempos ocorridos no segundo momento da aula, o plano de aula não foi concluído. Portanto iniciaremos a aula de hoje a partir do ponto onde paramos na aula anterior. Assim:

Atividade 1: Programar o carrinho para andar 6s, parar 2s, virar a esquerda e andar 9s. Analise a trajetória, colete os dados, organize em tabela, construa a lei da função e o gráfico.

Qual a distância total percorrida?___________________________

Qual o tempo final do deslocamento? _______________________

Qual a distância percorrida em 9s? _________________________

Qual a distância percorrida em 6s? _________________________

tempo (s)	distância (m)	pares ordenados

- **Resolução da atividade da aula anterior:** O deslocamento do carrinho robótico pode variar conforme o atrito com o piso e também conforme a carga das baterias, portanto apesar da programação ser a mesma para todos os grupos, os dados coletados podem ser diferentes. A seguir segue um exemplo de resolução, com os dados coletados pela professora/pesquisadora quando realizou os testes para a elaboração da atividade
- **Tabela:**

tempo (s)	distância (m)
0	0
2	0,7
4	1,4
6	2,1

tempo (s)	distância (m)
8	2,1
10	2,8
12	3,5
14	4,2

- **Representação algébrica:**

Uma função definida por partes é uma função que é definida em "partes" separadas ou intervalos. Para cada região de um intervalo, a função pode ter uma equação ou regra diferente que a descreve. Sendo assim, ao analisar o gráfico conseguimos identificar três situações:

- Quando $0 \leq x \leq 6$ a função apresenta crescimento linear
- Quando $6 \leq x \leq 8$ a função apresenta comportamento constante
- Quando $8 \leq x \leq 14$ a função apresenta crescimento linear

Então para resolver a equação da função utilizaremos os intervalos:

- $I_1 = \{x \in R \mid 0 \leq x \leq 6\}$:
  - Organizando os dados em tabela:

x	y	Pares ordenados
0	0	(0 ; 0)
2	0,7	(2 ; 0,7)
4	1,4	(4 ;1,4)
6	2,1	(6 ; 2,1)

Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da tabela, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $P_1 = (x_1 ;\ y_1) = (0 ;\ 0)$ e $P_2 = (x_2 ; y_2) = (6 ; 2,1)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 0 = a \cdot 0 + b \Rightarrow 0 = b \qquad (1)$$

$$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 2,1 = a \cdot 6 + b \qquad (2)$$

Substituindo o valor de b na equação 2, teremos:

$$2,1 = a \cdot 6 + b$$
$$2,1 = 6 \cdot a + 0$$
$$6 \cdot a = 2,1$$
$$\frac{1}{6} \cdot 6a = 2,1 \cdot \frac{1}{6}$$
$$a = \frac{2,1}{6} = 0,35$$

Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$$f(x) = 0,35x, \text{ se } 0 \leq x \leq 6$$

- $I_2 = \{x \in R \mid 6 \leq x \leq 8\}$

 Organizando os dados em tabela:

 ○

x	y	Pares ordenados
6	2,1	(6 ; 2,1)
7	2,1	(7 ; 2,1)
8	2,1	(8; 2,1)

Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da tabela, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $P_1 = (x_1 ; y_1) = (6 ; 2,1)$ e $P_2 = (x_2 ; y_2) = (8 ; 2,1)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 2,1 = a \cdot 6 + b$ (1)

$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 2,1 = a \cdot 8 + b$ (2)

multiplicando a equação 1, por (-1), teremos:

$-2,1 = - a \cdot 6 - b$, somando as equações 1 e 2, teremos

$0 = a \cdot 2 + 0$

$2a = 0$ como não podemos dividir 0 por qualquer número , temos que

$a = 0$

Substituindo o valor de a na equação 1, teremos:

$$2,1 = a \cdot 0 + b$$
$$2,1 = 0 + b$$
$$b = 2,1$$

Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$$f(x) = 0\,x + 2,1$$

ou seja,

$$f(x) = 2,1, \text{ se } 6 \leq x \leq 8$$

- $I_3 = \{x \in R \mid 8 \leq x \leq 14\}$

Organizando os dados em tabela:

x	y	Pares ordenados
8	2,1	(8 ; 2,1)
10	2,8	(10 ; 2,8)
12	3,5	(12 ;3,5)
14	4,2	(14 ;4,2)

Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da tabela, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $P_1 = (x_1 ; y_1) = (8 ; 2,1)$ e $P_2 = (x_2 ; y_2) = (14 ; 4,2)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 2,1 = a \cdot 8 + b$ (1)

$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 4,2 = a \cdot 14 + b$ (2)

multiplicando a equação 1, por (-1), teremos:

$-2,1 = -a \cdot 8 - b$, somando as equações 1 e 2, teremos

$2,1 = a \cdot 6 + 0$, isolando a , teremos:

$6a = 2,1$, multiplicando pela inverso de 6 em ambos os lados, teremos

$\frac{1}{6} \cdot 6a = 2,1 \cdot \frac{1}{6}$

$\frac{6}{6}a = \frac{2,1}{6}$, logo

$a = 0,35$

Substituindo o valor de a na equação 1, teremos:

$$2,1 = 0,35 \cdot 8 + b$$
$$2,1 = 2,8 + b$$

$b + 2,8 = 2,1$, somando o oposto de 2,8 em ambos os lados, teremos

$$b + 2,8 - 2,8 = 2,1 - 2,8, \text{ logo}$$
$$b =- 0,7$$

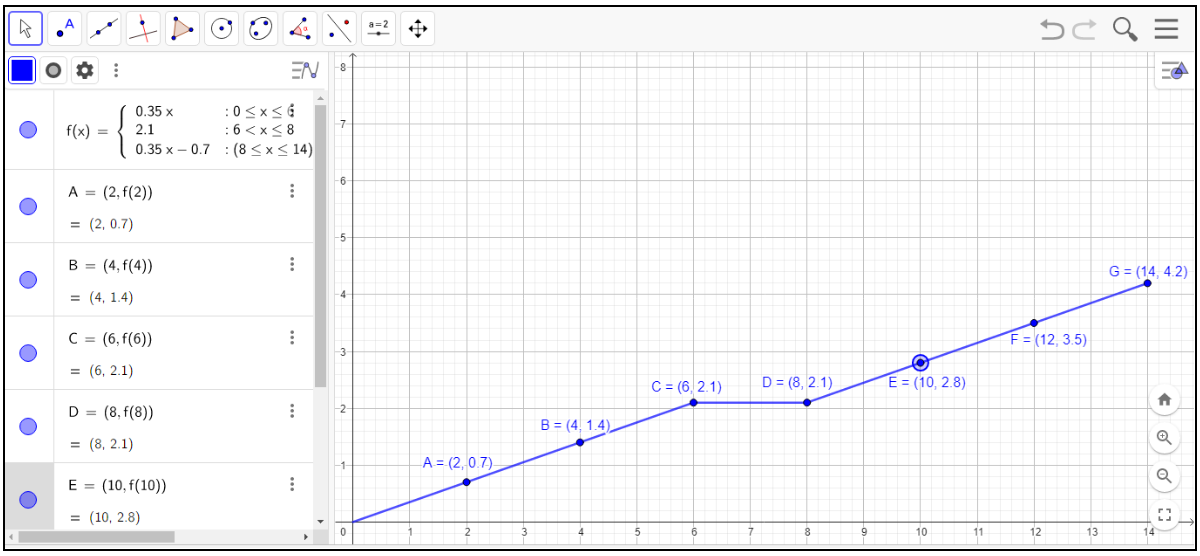
Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$$f(x) = 0,35x - 0,7 \text{ , se } 8 \leq x \leq 14$$

Portanto:

$$f(x) = \begin{cases} 0{,}35\, x \,, se\; 0 \leq x \leq 6; \\ 2{,}1, se\; 6 \leq x \leq 8; \\ 0{,}35x - 0{,}7 \,, se\; 8 \leq x \leq 14 \end{cases}$$

- **Representação gráfica:**



Fonte: a autora

2° Momento: **Programação 2**

- **Atividade 2: Programar o carrinho para: andar 9s, parar, andar de ré por 3s, parar, andar para frente por 6s. Analise a trajetória como na atividade anterior: organize os dados em tabela, determine a lei da função e construa o gráfico que representa essa trajetória.**

Qual a distância total percorrida?___________________________

Qual o tempo final do deslocamento? ________________________

Qual a distância percorrida em 9s? _________________________

Qual a distância percorrida em 3s? _________________________

Qual a distância percorrida em 6s? _________________________

tempo (s)	distância (m)	pares ordenados

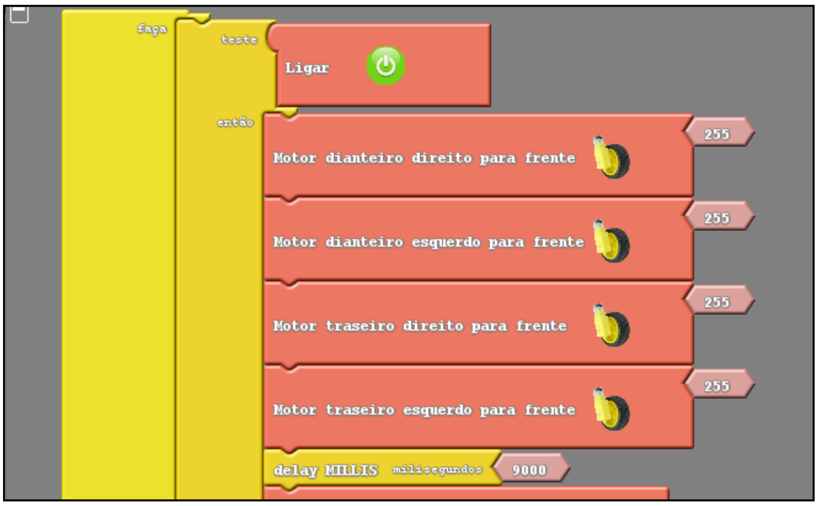
Encaminhamento: Instruir os alunos a seguirem os mesmos passos utilizados na aula anterior.

- **Programação:**

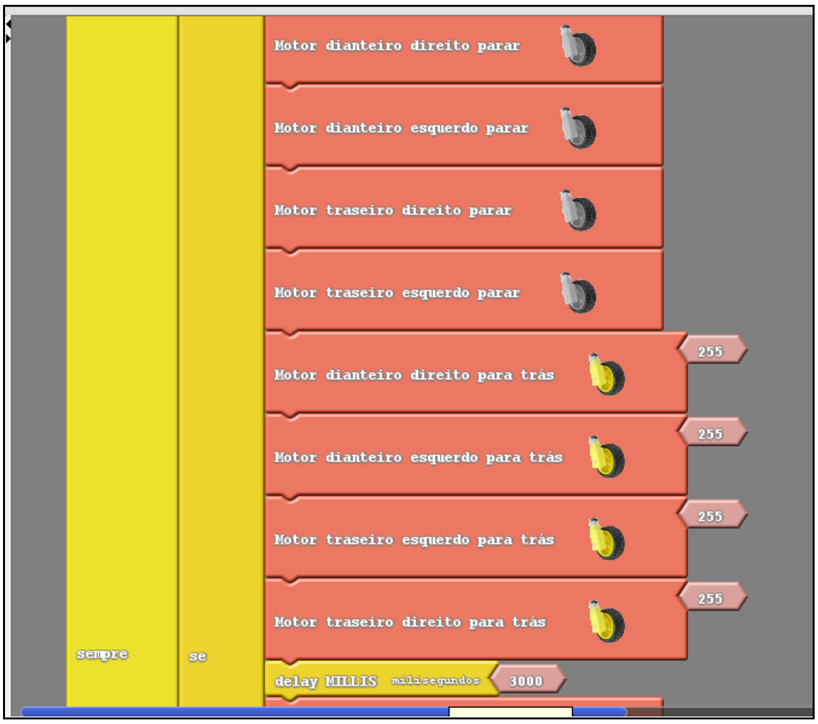
1. Abrir o programa Arduino;
2. Clicar em ferramentas/ardublock. Irá abrir a janela: ArduBlock Explorador, para programação em blocos;
3. O bloco **sempre faça**, já estará na janela de programação. A partir dele conecte os blocos para programar o carrinho;
4. Clique em **controle** e encontre o bloco: **se, teste, então,** arraste e encaixe no bloco **sempre faça**;

5. Clique em **explorador mega** e encontre o bloco **ligar**, arraste e encaixe no bloco **se,teste, então**, na espaço **teste**.
6. Clique no **explorador mega** e encontre os blocos: **motor dianteiro direito para frente, motor dianteiro esquerdo para frente, motor traseiro direito para frente,motor traseiro esquerdo para frente,** arraste cada um deles para a janela de programação, encaixe no bloco **se,teste, então**, na espaço **então**;
7. Clique em **controle** e encontre o bloco: **delay millis,** arraste e encaixe no bloco abaixo do último bloco dos motores;
8. Mude o valor que está no bloco **delay millis** para **9000**;

OBS: Essa ação irá programar o tempo que os motores ficarão ligados**.**

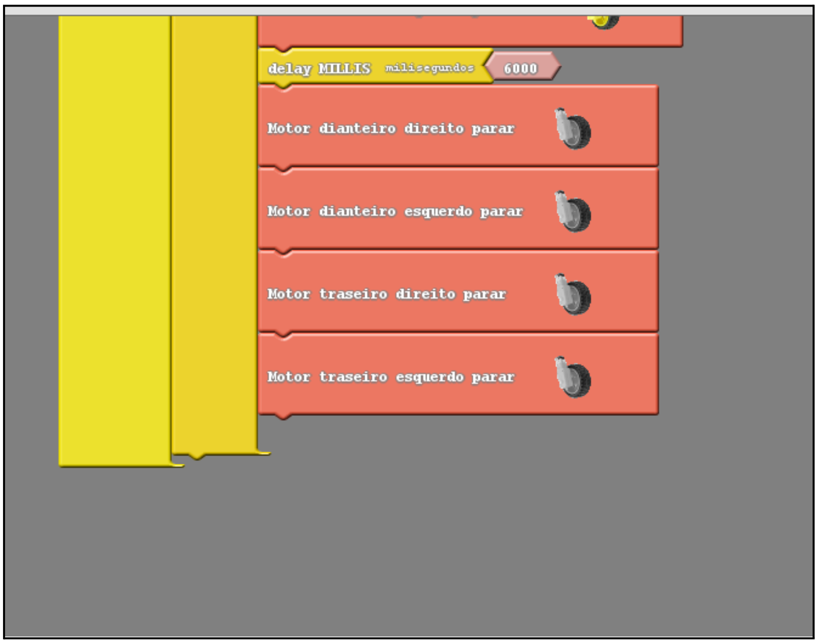


9. Clique no **explorador mega** e encontre os blocos: **motor dianteiro direito parar, motor dianteiro esquerdo parar, motor traseiro direito parar, motor traseiro esquerdo parar,** arraste cada um deles para a janela de programação e encaixe no bloco abaixo **delay millis;**
10. Clique no **explorador mega** e encontre os blocos: **motor dianteiro direito para trás, motor dianteiro esquerdo para trás, motor traseiro direito para trás,motor traseiro esquerdo para trás,** arraste cada um deles para a janela de programação, encaixe no último bloco;
11. Clique em **controle** e encontre o bloco: **delay millis,** arraste e encaixe no bloco abaixo do último bloco dos motores;
12. Mude o valor que está no bloco **delay millis** para **3000**;



13. Clique no **explorador mega** e encontre os blocos: **motor dianteiro direito parar, motor dianteiro esquerdo parar, motor traseiro direito parar, motor traseiro esquerdo parar,** arraste cada um deles para a janela de programação e encaixe no bloco abaixo **delay millis;**
14. Clique no **explorador mega** e encontre os blocos: **motor dianteiro direito para frente, motor dianteiro esquerdo para frente, motor traseiro direito para frente,motor traseiro esquerdo para frente,** arraste cada um deles para a janela de programação, encaixe no bloco anterior;

15. Clique em **controle** e encontre o bloco: **delay millis,** arraste e encaixe no bloco abaixo do último bloco dos motores;
16. Mude o valor que está no bloco **delay millis** para **6000**
17. Clique no **explorador mega** e encontre os blocos: **motor dianteiro direito parar, motor dianteiro esquerdo parar, motor traseiro direito parar, motor traseiro esquerdo parar,** arraste cada um deles para a janela de programação e encaixe no bloco abaixo **delay millis;**



➢ **Resolução:**O deslocamento do carrinho robótico pode variar conforme o atrito com o piso e também conforme a carga das baterias, portanto apesar da programação ser a mesma para todos os grupos, os dados coletados podem ser diferentes. A seguir segue um exemplo de resolução, com os dados coletados pela professora/pesquisadora quando realizou os testes para a elaboração da atividade

❖ **Tabela:**

tempo (s)	distância (m)
0	0
2	0,7
4	1,4
6	2,1
8	2,8
10	2,1
12	2,8
14	3,5
16	4,2

❖ **Representação algébrica:**

Uma função definida por partes é uma função que é definida em "partes" separadas ou intervalos. Para cada região de um intervalo, a função pode ter uma equação ou regra diferente que a descreve. Sendo assim, ao analisar o gráfico conseguimos identificar três situações:

- Quando $0 \leq x \leq 8$ a função apresenta crescimento linear
- Quando $8 \leq x \leq 10$ a função apresenta decrescimento linear
- Quando $10 \leq x \leq 16$ a função apresenta crescimento linear

Então para resolver a equação da função utilizaremos os intervalos:

- $I_1 = \{x \in R \mid 0 \leq x \leq 8\}$:
  - Organizando os dados do intervalo em tabela:

x	y	Pares ordenados
0	0	(0 ; 0)
2	0,7	(2 ; 0,7)

4	1,4	(4 ;1,4)
6	2,1	(6 ; 2,1)
8	2,8	(8;2,8)

Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da tabela, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $P_1 = (x_1 ;\ y_1) = (0 ;\ 0)$ e $P_2 = (x_2 ; y_2) = (8 ; 2,8)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 0 = a \cdot 0 + b \Rightarrow 0 = b \qquad (1)$$

$$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 2,8 = a \cdot 8 + b \qquad (2)$$

Substituindo o valor de b na equação 2, teremos:

$$2,8 = a \cdot 8 + b$$
$$2,8 = 8 \cdot a + 0$$
$$8 \cdot a = 2,8$$
$$\frac{1}{8} \cdot 8a = 2,8 \cdot \frac{1}{8}$$
$$a = \frac{2,8}{8} = 0,35$$

Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$$f(x) = 0,35x, \text{ se } 0 \leq x \leq 8$$

- $I_2 = \{x \in R \mid 8 \leq x \leq 10\}$

Organizando os dados do intervalo do intervalo em tabela:

x	y	Pares ordenados
8	2,81	(8 ; 2,8)
10	2,1	(10; 2,1)

Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da tabela, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $P_1 = (x_1 ;\ y_1) = (8 ;\ 2,8)$ e $P_2 = (x_2 ; y_2) = (10 ; 2,1)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 2,8 = a \cdot 8 + b$ (1)

$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 2,1 = a \cdot 10 + b$ (2)

multiplicando a equação 2, por (-1), teremos:

$-2,1 = - a \cdot 10 - b$, somando as equações 1 e 2, teremos

$0,7 =- a \cdot 2 + 0$, isolando a, teremos

$2a =- 0,7$, multiplicando pela inverso de 2 em ambos os lados, teremos

$\frac{1}{2} \cdot 2a = - 0,7 \cdot \frac{1}{2}$

$\frac{2}{2}a = \frac{-0,7}{2}$, logo

$a = - 0,35$

Substituindo o valor de a na equação 1, teremos:

$2,8 =- 0,35 \cdot 8 + b$
$2,8 =- 2,8 + b$
$- 2,8 + b = 2,8$, somando o inverso de -2,8 em ambos os lados, termos
$- 2,8 + 2,8 + b = 2,8 + 2,8$
$0 + b = 5,6$, logo
$b = 5,6$

Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$$f(x) =- 0,35x + 5,6 \text{ , se } 8 \leq x \leq 10$$

- $I_3 = \{x \in R \mid 10 \leq x \leq 16\}$

Organizando os dados do intervalo em tabela:

x	y	Pares ordenados
8	2,1	(8 ; 2,1)
10	2,8	(10 ; 2,8)
12	3,5	(12 ;3,5)
14	4,2	(14 ;4,2)

Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da tabela, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $P_1 = (x_1\,;\, y_1) = (10\,;\, 2,1)$ e $P_2 = (x_2\,; y_2) = (16\,; 4,2)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 2,1 = a \cdot 10 + b \quad (1)$$

$$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 4,2 = a \cdot 16 + b \quad (2)$$

multiplicando a equação 1, por (-1), teremos:

-$2,1 = \; - a \cdot 10 - b$, somando as equações 1 e 2, teremos

$2,1 = a \cdot 6 + 0$, isolando a , teremos:

$6a = 2,1$, multiplicando pela inverso de 6 em ambos os lados, teremos

$\frac{1}{6} \cdot 6a = 2,1 \cdot \frac{1}{6}$

$\frac{6}{6}a = \frac{2,1}{6}$, logo

$a = 0,35$

Substituindo o valor de a na equação 1, teremos:

$$2,1 = 0,35 \cdot 10 + b$$
$$2,1 = 3,5 + b$$

$b + 3,5 = 2,1$, somando o oposto de 3,5 em ambos os lados, teremos

$$b + 3,5 + (-3,5) = 2,1 + (-3,5), \text{ logo}$$
$$b = -1,4$$

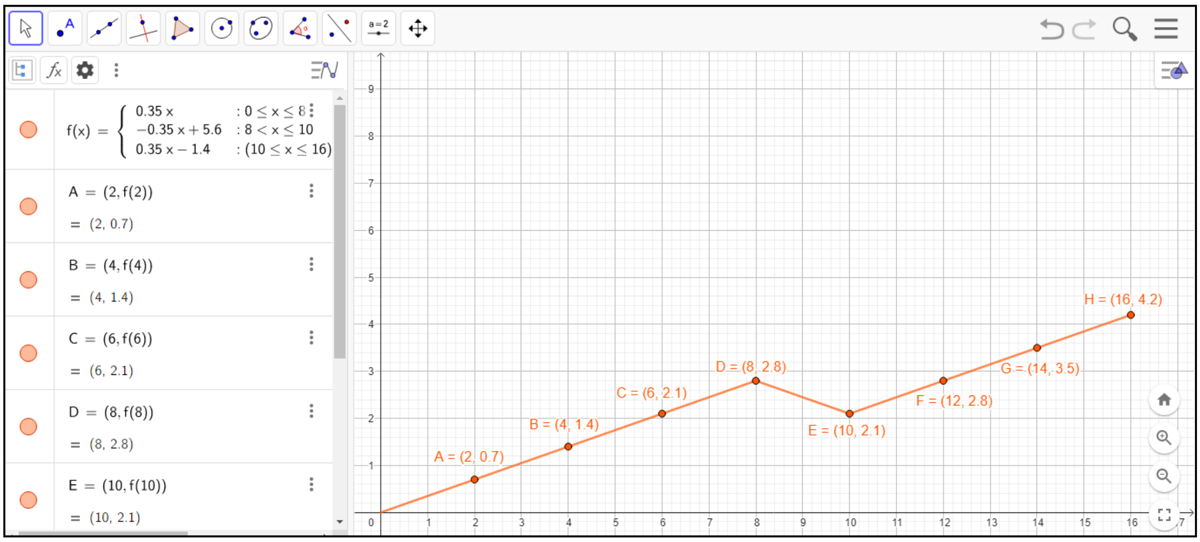
Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$$f(x) = 0,35x - 1,4 \text{ , se } 10 \leq x \leq 16$$

Portanto:

$$f(x) = \begin{cases} 0{,}35\,x \,, se\ 0 \leq x \leq 8; \\ -0{,}35x + 5{,}6, se\ 8 \leq x \leq 10; \\ 0{,}35x - 1{,}4 \,, se\ 10 \leq x \leq 16 \end{cases}$$

❖ **Representação gráfica:**



Fonte: a autora

3º momento: Formalização do conteúdo

Função por partes

> ## 11.9 Função definida por partes
>
> Definição 11.9.1. Uma função $f : A \to \mathbb{R}$, para $A \subset \mathbb{R}$, é dita ser definida por partes, quando particionamos o domínio A em subconjuntos U_i tais que $A = \bigcup_i U_i$, e para cada U_i a função é dada por uma regra diferente.

Fonte[15]:UFRGS - IME - Recursos Educacionais Abertos de Matemática

Domínio e imagem de funções[16]

Considerando que toda função f de A em B é uma relação binária, então f tem um **domínio** e uma **imagem.**

Chamamos de **domínio** o conjunto D dos elementos $x \in A$ para os quais existe $y \in B$ tal que $(x, y) \in f$. Como, pela definição de função, todo elemento de A tem essa propriedade, temos nas funções:

domínio $=$ **conjunto de partida**

isto é,

$$D = A$$

[15] Disponível em: https://www.ufrgs.br/reamat/PreCalculo/livro/ixf-funx00e7x00e3o_dexfb01nida_por_partes.html
[16] IEZZI, 2013, pg. 88.

D é o conjunto das abscissas dos pontos tais que as retas verticais conduzidas por esses pontos interceptam o gráfico de f isto é, é o conjunto formado por todas as abscissas dos pontos do gráfico de f.

Chamamos de i**magem** o conjunto Im dos elementos $y \in B$ para os quais existe $x \in A$ tal que $(x, y) \in f$,portanto:

imagem é subconjunto do contradomínio

isto é,

$$Im \subset B$$

Im é o conjunto das ordenadas dos pontos tais que as retas horizontais conduzidas por esses pontos interceptam o gráfico de f, isto é, é o conjunto formado por todas as ordenadas dos pontos do gráfico de f.

Encaminhamento: Questione os estudantes:

— Agora que vimos o que é domínio e imagem da função, qual o domínio e imagem das funções das atividades 1 e 2?

Espera-se que após a formalização sobre domínio e imagem os alunos consigam identificar o domínio e imagem das funções.

Atividade 1: $D(f) = \{x \in R \mid 0 \leq x \leq 14\}$, pois delimitamos o intervalo de tempo.

$$Im(f) = \{y \in R \mid 0 \leq y \leq 4,2\},$$

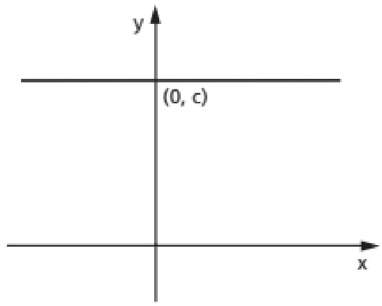
Atividade 2: $D(f) = \{x \in R \mid 0 \leq x \leq 16\}$, pois delimitamos o intervalo de tempo.

$$Im(f) = \{y \in R \mid 0 \leq y \leq 5,1\},$$

I. Função constante

80. Uma aplicação *f* de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ recebe o nome de **função constante** quando a cada elemento $x \in \mathbb{R}$ associa sempre o mesmo elemento $c \in \mathbb{R}$.

$$\boxed{f(x) = c}$$



O gráfico da função constante é uma reta paralela ao eixo dos *x* passando pelo ponto (0, c).

A imagem é o conjunto Im = {c}.

Fonte: IEZZI, 2013, pg.97

Crescimento ou decrescimento da função afim:

Encaminhamento: Questione os estudantes:

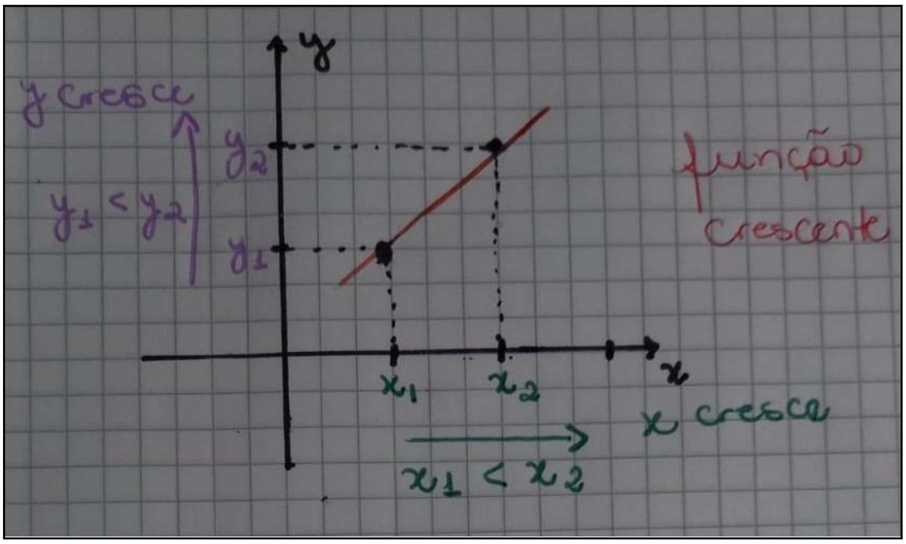
— Analisando somente o gráfico da função, podemos dizer se a função é crescente ou decrescente?

- Caso a resposta seja positiva, questione como chegaram a essa conclusão.
- Caso seja negativa realizar a explicação sobre crescimento e decrescimento da função afim:

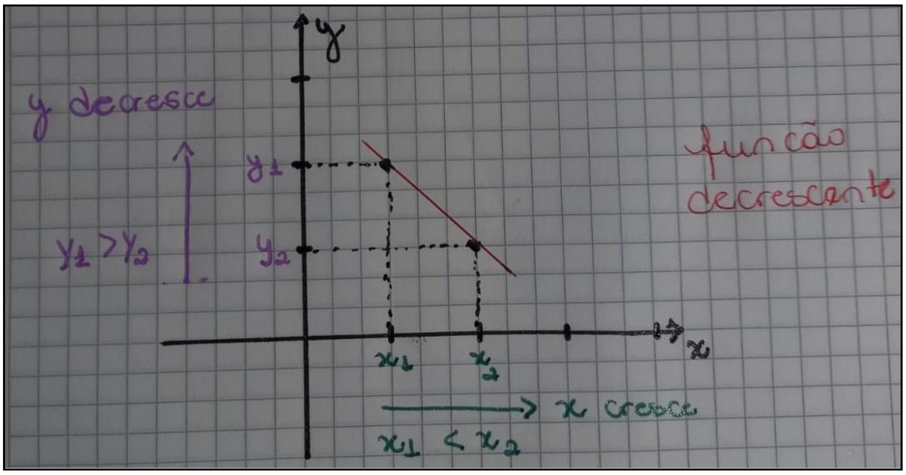
Se $x_1 < x_2$ **então** $y_1 < y_2$ $\Leftrightarrow$ **crescente**

Se $x_1 < x_2$ **então** $y_1 > y_2$ $\Leftrightarrow$ **decrescente**

Se $x_1 < x_2$ **então** $y_1 = y_2$ $\Leftrightarrow$ **constante**



Fonte: a autora



Fonte: a autora

— E olhando somente a representação algébrica, equação da reta, podemos identificar o crescimento ou decrescimento da função?

- Caso a resposta seja positiva, questione como chegaram a essa conclusão.
- Caso seja negativa realizar a explicação sobre crescimento e decrescimento da função afim:

Se $a > 0$ então a função é crescente

Se $a < 0$ então a função é decrescente

Se $a = 0$ então a função é constante

AVALIAÇÃO:

A avaliação dar-se-á durante a aula, observando a realização, participação, e por meio de questionamentos, além da análise das atividades realizadas na folha de registro. Desse modo, será verificado se os objetivos propostos serão alcançados. Desse modo, a avaliação terá caráter diagnóstico e, consequentemente, formativo.

RECURSOS DIDÁTICOS:

- Kit de robótica mega
- Notebook ou chromebook
- Programa arduino
- Quadro branco e marcador
- Lápis, borracha, régua, folha de registro,giz, trena.

REFERÊNCIAS:

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018.

_____. **Base Nacional Comum Curricular:** Computação complemento à BNCC**.** Brasília, 2022. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/fevereiro-2022-pdf/236791-anexo-ao-parecer-cneceb-n-2-2022-bncc-computacao/file. Acesso em 10 de abril de 2023.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar**, 1: conjuntos, funções / Gelson Iezzi, Carlos Murakami. — 9. ed. — São Paulo : Atual, 2013.

PLANO DE AULA 7 - Função por partes: resolução de problemas	
Universidade Federal do Pampa – Unipampa, Campus Itaqui/RS	
Professor (a) Regente: Denise	
Professor (a) Estagiário: Ândrea Correa Porto	
Disciplina: **Matemática**	
Ano: 2° ano médio	Turma:
Data: 01/06/2023	Duração total da aula: 210 min

UNIDADE TEMÁTICA: Álgebra

OBJETOS DE CONHECIMENTO:

- Função por partes;
- Função constante;
- Domínio e imagem da função;
- Crescimento e decrescimento da função afim.

PRÉ-REQUISITOS: Resolução de equações do primeiro grau. Plano cartesiano. Lei de formação da função afim. Sistema de equações lineares.

PROCEDIMENTO:

TEMPO	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS
20 min	- Reforçar conceitos apresentados nas aula anteriores, em particular a lei de formação da função; - Relembrar os alunos dos passos da metodologia utilizada;	Retomada da aula anterior; Explicação sobre a metodologia Resolução de problemas
70 min	- Concluir as atividades da aula anterior	Conclusão das atividades da aula anterior
90 min	- Resolver o problema utilizando a	Resolução de um problema de função por

TEMPO	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS
	metodologia Resolução de problemas, - Representar graficamente e algebricamente uma função função por partes	partes pela metodologia de resolução de problemas

DESENVOLVIMENTO:

1° Momento:

➢ **Relembrar os conceitos apresentados nas aulas anteriores.**

➢ **Explanar as atividades que serão realizadas.**

➢ **Relembrar os passos da metodologia de Resolução de Problemas.**

1° passo: Compreender do problema:

Realizar a leitura do problema e retirar as informações importantes.

2º passo: Estabelecer um plano:

Relacione os dados com a problemática solicitada

3° passo: Executar o plano:

Execute o plano traçado para a resolução do problema de maneira detalhada.

4º passo: Retrospecto

Verificação dos resultados

2° Momento: **Resolução das atividades da aula anterior.**

➢ **Atividade 2: Programar o carrinho para: andar 9s, parar, andar de ré por 3s, parar, andar para frente por 6s. Analise a trajetória como na atividade anterior: organize os dados em tabela, determine a lei da função e construa o gráfico que representa essa trajetória.**

Qual a distância total percorrida?______________________________

Qual o tempo final do deslocamento? _________________________

Qual a distância percorrida em 9s? ___________________________

Qual a distância percorrida em 3s? ___________________________

Qual a distância percorrida em 6s? ___________________________

tempo (s)	distância (m)	pares ordenados

➢ **Resolução:**O deslocamento do carrinho robótico pode variar conforme o atrito com o piso e também conforme a carga das baterias, portanto apesar da programação ser a mesma para todos os grupos, os dados coletados podem ser diferentes. A seguir segue um exemplo de resolução, com os dados coletados pela professora/pesquisadora quando realizou os testes para a elaboração da atividade

❖ **Tabela:**

tempo (s)	distância (m)
0	0
2	0,7
4	1,4
6	2,1
8	2,8
10	2,1
12	2,8
14	3,5
16	4,2

❖ **Representação algébrica:**

Uma função definida por partes é uma função que é definida em "partes" separadas ou intervalos. Para cada região de um intervalo, a função pode ter uma equação ou regra diferente que a descreve. Sendo assim, ao analisar o gráfico conseguimos identificar três situações:

- Quando $0 \leq x \leq 8$ a função apresenta crescimento linear
- Quando $8 \leq x \leq 10$ a função apresenta decrescimento linear
- Quando $10 \leq x \leq 16$ a função apresenta crescimento linear

Então para resolver a equação da função utilizaremos os intervalos:

- $I_1 = \{x \in R \mid 0 \leq x \leq 8\}$:
  - Organizando os dados do intervalo em tabela:

x	y	Pares ordenados
0	0	(0 ; 0)
2	0,7	(2 ; 0,7)
4	1,4	(4 ;1,4)
6	2,1	(6 ; 2,1)
8	2,8	(8;2,8)

Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da tabela, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $P_1 = (x_1 ; y_1) = (0 ; 0)$ e $P_2 = (x_2 ; y_2) = (8 ; 2,8)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 0 = a \cdot 0 + b \Rightarrow 0 = b \quad (1)$$

$$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 2,8 = a \cdot 8 + b \quad (2)$$

Substituindo o valor de b na equação 2, teremos:

$$2,8 = a \cdot 8 + b$$
$$2,8 = 8 \cdot a + 0$$
$$8 \cdot a = 2,8$$
$$\frac{1}{8} \cdot 8a = 2,8 \cdot \frac{1}{8}$$
$$a = \frac{2,8}{8} = 0,35$$

Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$$f(x) = 0,35x, \text{ se } 0 \leq x \leq 8$$

- $I_2 = \{x \in R \mid 8 \leq x \leq 10\}$

  Organizando os dados do intervalo do intervalo em tabela:

x	y	Pares ordenados
8	2,81	(8 ; 2,8)
10	2,1	(10; 2,1)

Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da tabela, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $P_1 = (x_1 ;\ y_1) = (8 ;\ 2,8)$ e $P_2 = (x_2 ; y_2) = (10 ; 2,1)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 2,8 = a \cdot 8 + b$ (1)

$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 2,1 = a \cdot 10 + b$ (2)

multiplicando a equação 2, por (-1), teremos:

$-2,1 = -a \cdot 10 - b$, somando as equações 1 e 2, teremos

$0,7 = -a \cdot 2 + 0$, isolando a, teremos

$2a = -0,7$, multiplicando pela inverso de 2 em ambos os lados, teremos

$\frac{1}{2} \cdot 2a = -0,7 \cdot \frac{1}{2}$

$\frac{2}{2}a = \frac{-0,7}{2}$, logo

$a = -0,35$

Substituindo o valor de a na equação 1, teremos:

$2,8 = -0,35 \cdot 8 + b$

$2,8 = -2,8 + b$

$-2,8 + b = 2,8$, somando o inverso de -2,8 em ambos os lados, termos

$-2,8 + 2,8 + b = 2,8 + 2,8$

$0 + b = 5,6$, logo

$b = 5,6$

Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$$f(x) = -0,35x + 5,6 \text{ , se } 8 \leq x \leq 10$$

- $I_3 = \{x \in R \mid 10 \leq x \leq 16\}$

Organizando os dados do intervalo em tabela:

x	y	Pares ordenados
8	2,1	(8 ; 2,1)
10	2,8	(10 ; 2,8)
12	3,5	(12 ;3,5)
14	4,2	(14 ;4,2)

Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da tabela, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $P_1 = (x_1 ; y_1) = (10 ; 2,1)$ e $P_2 = (x_2 ; y_2) = (16 ; 4,2)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 2,1 = a \cdot 10 + b$ (1)

$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 4,2 = a \cdot 16 + b$ (2)

multiplicando a equação 1, por (-1), teremos:

$-2,1 = -a \cdot 10 - b$, somando as equações 1 e 2, teremos

$2,1 = a \cdot 6 + 0$, isolando a , teremos:

$6a = 2,1$, multiplicando pela inverso de 6 em ambos os lados, teremos

$\frac{1}{6} \cdot 6a = 2,1 \cdot \frac{1}{6}$

$\frac{6}{6}a = \frac{2,1}{6}$, logo

$a = 0,35$

Substituindo o valor de a na equação 1, teremos:

$$2,1 = 0,35 \cdot 10 + b$$
$$2,1 = 3,5 + b$$

$b + 3,5 = 2,1$, somando o oposto de 3,5 em ambos os lados, teremos

$$b + 3,5 + (-3,5) = 2,1 + (-3,5)\text{, logo}$$
$$b = -1,4$$

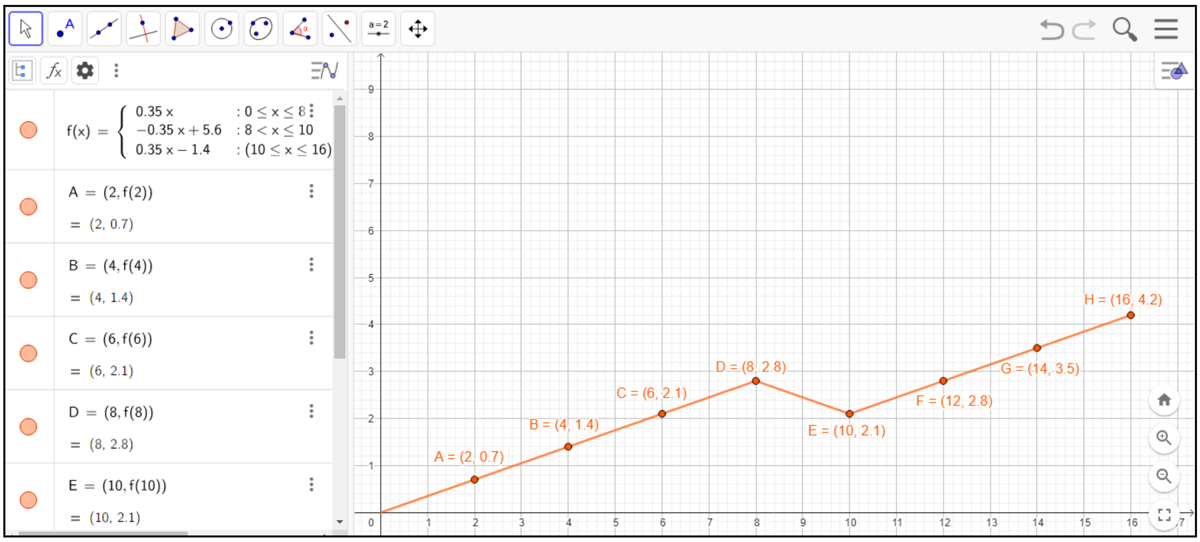
Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$$f(x) = 0,35x - 1,4 \text{ , se } 10 \leq x \leq 16$$

Portanto:

$$f(x) = \begin{cases} 0{,}35\,x\,,se\;0 \le x \le 8; \\ -0{,}35x + 5{,}6, se\;8 \le x \;\le 10; \\ 0{,}35x - 1{,}4\,,se\;10 \le x \le 16 \end{cases}$$

❖ **Representação gráfica:**



Fonte: a autora

3° Momento:

Atividade 1: Resolva a seguinte situação problema[17], seguindo os passos da resolução de problemas:

Marcos sai a pé de casa para o treino, e no final do treino volta de carona para casa. A tabela abaixo representa o tempo gasto por Marcos desde o instante em que saiu até o instante em que retornou para a sua casa.

Distância de sua casa até o local de treino (m)	**0**	**600**	**1200**	**1800**	**1800**	**1800**	**1800**	**1800**	**1800**	**900**	**0**
Tempo (horas e minutos)	**14:00**	**14:10**	**14:20**	**14:30**	**15:00**	**15:30**	**16:00**	**16:30**	**17:00**	**17:10**	**17:20**

a) Analise a tabela, encontre a lei da função e construa o gráfico para representar esse deslocamento.

[17] Questão adaptada de LEÃO,2009 p.117

b) Determine o comportamento da função nos intervalos, indicando onde ela é crescente, decrescente ou constante.
c) Indique seu domínio e imagem.

Resolução:

1º passo: compreender o problema:

- Retirar os dados do problema e interpretar problema: Espera-se que os estudantes percebam que o eixo x, tempo, possui 2 unidades de medidas, então para desenhar o gráfico será necessário unificar essas unidades de medida, ou seja, utilizar somente minutos ou somente horas. Na resolução abaixo, optou-se trabalhar com horas no eixo x e km no eixo y, pois facilitará a representação geométrica.
- Observando a tabela,conseguimos perceber que:
  - Marcos saiu do ponto de origem percorrendo 1,8 km em 30 min.
  - Ficou parado por 2h e 30.
  - Retornou em direção ao ponto de origem, levando 20 min para retornar até o ponto 0.

2º passo: Elaborar um plano:

1) Converter o tempo em horas:

$$60\ min : 10min = 1h : x$$

aplicando a propriedade fundamental das proporções, temos:

$60\ min \cdot x = 10\ min \cdot 1h$, isolando o x ,temos:

$$\frac{1}{60\ min} \cdot 60\ min \cdot x = 10\ min \cdot 1h \cdot \frac{1}{60\ min}$$

$$\frac{60\ min}{60\ min} \cdot x = \frac{10\ min \cdot 1h}{60\ min}$$

$$1 \cdot x = \frac{1 \cdot h}{6}$$

$$x = 0,166..\ h$$

$$x \simeq 0,17\ h$$

Sabendo que 10 min corresponde a aproximadamente 0,17h, basta utilizar esse valor para encontrar as outras relações:

$10\ min \simeq 0,17$, então $20\ min = 2 \cdot 10\ min \Rightarrow 0,34\ h$

Sabendo que 1h tem 60 min então 30 min corresponde a 0,5h

2) Convertendo m em km:

Sabendo que 1km corresponde a 1000 m, basta dividirmos a distância em metros por 1000.

Com esses dados conseguimos construir a tabela relacionando tempo (h) e distância (km).

3) Organizando os dados em tabela:

tempo (h)	Distância (km)
0	0
0,17	0,6
0,34	1,2
0,5	1,8
1	1,8
1,5	1,8
2	1,8
2,5	1,8
3	1,8
3,17	0,9
3,34	0

4) Organizar os pares ordenados para representar graficamente a função.

- Sendo a variável independente x o tempo de deslocamento de Marcos e a variável dependente y a distância percorrida, temos a seguinte organização:

tempo (h)	Distância (km)	Pares ordenados
0	0	(0 ; 0)
0,17	0,6	(0,17 ; 0,6)
0,34	1,2	(0,34 ; 1,2)
0,5	1,8	(0,5 ; 1,8)
1	1,8	(1 ; 1,8)
1,5	1,8	(1,5 ; 1,8)
2	1,8	(2 ; 1,8)
2,5	1,8	(2,5 ; 1,8)
3	1,8	(3 ; 1,8)
3,17	0,9	(3,17 ; 0,9)
3,34	0	(3,34 ; 0)

5) Definir os intervalos da função:

Espera-se aqui que o estudante compreenda que

- Quando $0 \leq x \leq 0,5$ a função apresenta crescimento linear
- Quando $0,5 \leq x \leq 3$ a função apresenta comportamento constante
- Quando $3 \leq x \leq 0,34$ a função apresenta decrescimento linear

Portanto, trata-se de uma função por partes

Deste modo que a partir deste entendimento que ele crie alternativas para construir e analisar o gráfico, e construir a lei da função

3° passo: Executar o plano:

- **Representação algébrica:**

Para resolver a equação da função utilizaremos os intervalos:

- $I_1 = \{x \in R \mid 0 \leq x \leq 0,5\}$:

Organizando os dados do intervalo em tabela:

x	y	Pares ordenados
0	0	(0 ; 0)
0,17	0,6	(0,17 ;0,6)
0,34	1,2	(0,34 ;1,2)
0,5	1,8	(0,5 ;1,8)

Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da tabela, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $P_1 = (x_1 ; y_1) = (0 ; 0)$ e $P_2 = (x_2 ; y_2) = (0,5 ; 1,8)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 0 = a \cdot 0 + b \Rightarrow 0 = b \qquad (1)$$

$$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 1,8 = a \cdot 0,5 + b \qquad (2)$$

Substituindo o valor de b na equação 2, teremos:

$$1,8 = a \cdot 0,5 + b$$
$$1,8 = 0,5 \cdot a + 0$$
$$0,5 \cdot a = 1,8$$
$$\frac{1}{0,5} \cdot 0,5a = 1,8 \cdot \frac{1}{0,5}$$
$$a = \frac{1,8}{0,5} = 3,6$$

Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$$f(x) = 3,6x, \text{ se } 0 \leq x \leq 0,5$$

- $I_2 = \{x \in R \mid 0,5 \leq x \leq 3\}$

  Organizando os dados do intervalo em tabela:

x	y	Pares ordenados
0,5	1,8	(0,5 ;1,8)
1	1,8	(1 ;1,8)
1,5	1,8	(1,5 ;1,8)
2	1,8	(2 ;1,8)
2,5	1,8	(2,5 ;1,8)
3	1,8	(3 ;1,8)

Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da tabela, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $P_1 = (x_1 ; y_1) = (0,5 ; 1,8)$ e $P_2 = (x_2 ; y_2) = (3 ; 1,8)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 1,8 = a \cdot 0,5 + b \quad (1)$$

$$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 1,8 = a \cdot 3 + b \quad (2)$$

multiplicando a equação 1, por (-1), teremos:

$-1,8 = - a \cdot 0,5 - b$, somando as equações 1 e 2, teremos

$0 = - 2,5 \cdot a + 0$

$- 2,5 \cdot a = 0$ como não podemos dividir 0 por qualquer número , temos que $a = 0$

Substituindo o valor de a na equação 2, teremos:

$$1,8 = 0 \cdot 3 + b$$
$$1,8 = 0 + b$$
$$b = 1,8$$

Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$$y = 0x + 1,8$$

ou seja,

$$y = 1,8, \text{ se } 0,5 \leq x \leq 3$$

- $I_3 = \{x \in R \mid 3 \leq x \leq 3,34\}$

Organizando os dados do intervalo em tabela:

x	y	Pares ordenados
3	1,8	(3 ; 1,8)
3,17	0,9	(3,17;0,9)
3,34	0	(3,34 ; 0)

Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da tabela, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $P_1 = (x_1 ; y_1) = (3 ; 1,8)$ e $P_2 = (x_2 ; y_2) = (3,34 ; 0)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 1,8 = a \cdot 3 + b$ (1)

$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 0 = a \cdot 3,34 + b$ (2)

multiplicando a equação 1, por (-1), teremos:

$-1,8 = -a \cdot 3 - b$, somando as equações 1 e 2, teremos

$-1,8 = a \cdot 0,34 + 0$, isolando a , teremos:

$0,34 \cdot a = -1,8$, multiplicando pela inverso de 0,34 em ambos os lados, teremos

$\frac{1}{0,34} \cdot 0,34 \cdot a = -1,8 \cdot \frac{1}{0,34}$

$\frac{0,34}{0,34} a = \frac{-1,8}{0,34}$, logo

$a = -5,29$

Substituindo o valor de a na equação 2, teremos:

$0 = -5,29 \cdot 3,34 + b$

$0 = -17,67 + b$

$b - 17,67 = 0$, somando o oposto de -17,67 em ambos os lados, teremos

$b + 17,67 - 17,67 = 17,67$

$b + 0 = 17,67$, logo

$b = 17,67$

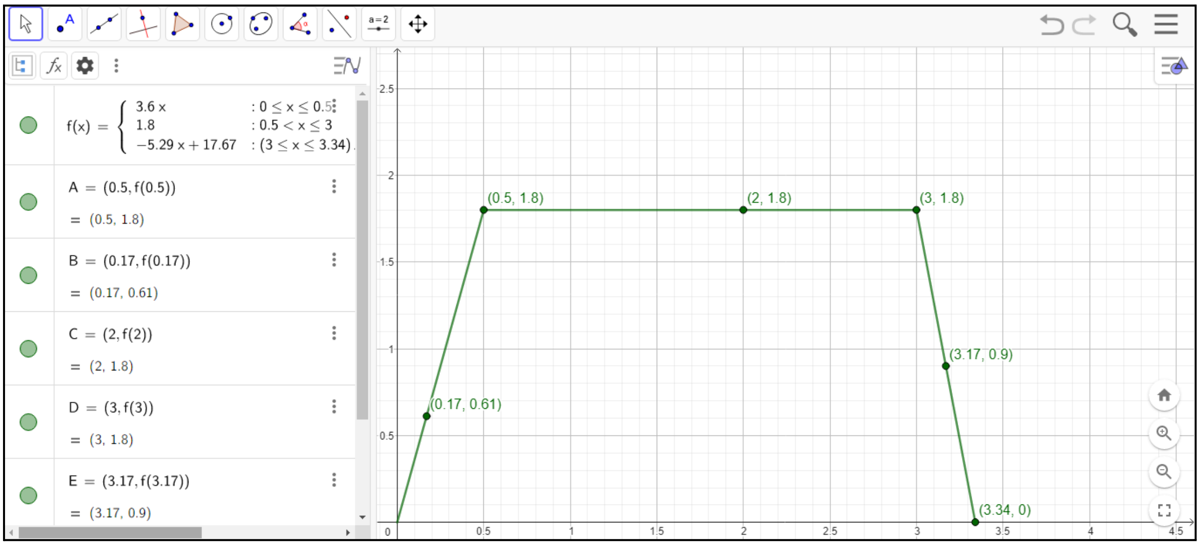
Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$$f(x) \;=-\; 5,29x + 17,67, \text{ se } 3 \leq x \leq 3,34$$

Portanto:

$$f(x) = \begin{cases} 3{,}6\,x\,, & se\; 0 \leq x \leq 0{,}5 \\ 1{,}8, & se\; 0{,}5 \leq x \leq 3 \\ -5{,}29x + 17{,}67, & se\; 3 \leq x \leq 3{,}34 \end{cases}$$

- **Representação gráfica:**



Fonte: a autora

4º Retrospecto: verificação dos resultados

Escolher um par ordenado de cada intervalo para substituir em suas respectivas funções encontradas:

- Função 1: Pontos: $P = (x\;;\;y\;) = (0,17\,;\;0,61)$

Substituindo na função $y = 3,6x$ temos:

$0,61 \;= \;3,6 \cdot 0,17$

$0,61 \;= 0,61$, como a sentença é verdadeira, logo

É a função $y = 3,6x$ que representa o primeiro intervalo da situação proposta.

- Função 2: Pontos: $P = (x\;;\;y\;) = (1\,;\;1,8)$

Substituindo na função $y = 0\,x + 1,8$ temos:

$1,8 = \ 0 \cdot 1 + 1,8$

$1,8 \ = 0 + 1,8$

$1,8 = 1,8$, como a sentença é verdadeira, logo

É a função $y = 1,8$ que representa o segundo intervalo da situação proposta.

- Função 3: Pontos: $P = (x \ ; y \ ) = (3,34 ; 0)$

Substituindo na função $y =- 5,29x + 17,67$ temos:

$0 \ = \ \ - 5,29 \cdot 3,34 + 17,67$

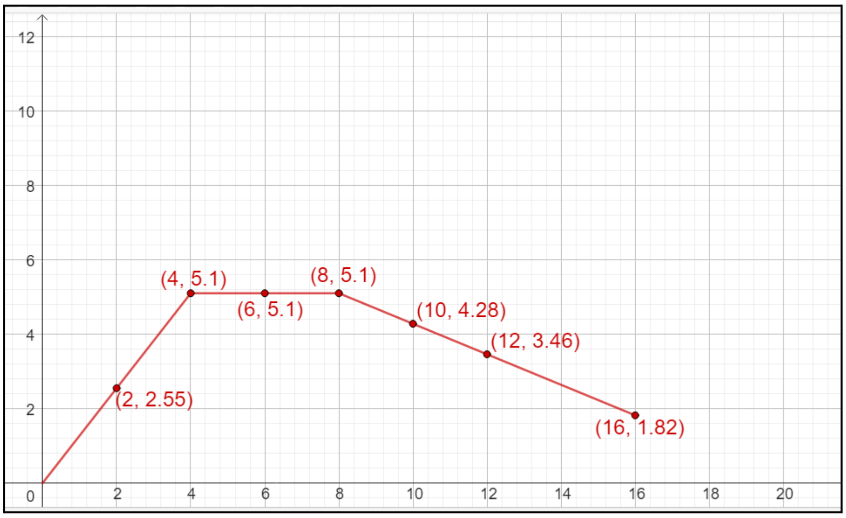
$0 \ =- 17,67 + 17,67$

$0 = 0$, como a sentença é verdadeira, logo

É a função $y =- 5,29x + 17,67$ que representa o terceiro intervalo da situação proposta.

Para a verificação pode-se testar outros pontos.

Atividade 2: Analise o gráfico abaixo e realize as atividades propostas:



Fonte: a autora

a) Utilize os passos da resolução de problemas para descrever o comportamento do carrinho que seguiu a trajetória representada no gráfico acima:

b) Quais os intervalos e o comportamento da função em cada intervalo de tempo?

c) Construa a lei de formação da função representada no gráfico acima, informando seu domínio e imagem

RESOLUÇÃO:

a) Espera-se que os estudantes consigam compreender observando o gráfico que:

- O carrinho saiu do ponto de origem percorrendo 5,1m em 4s.
- Ficou parado por 5 segundos.
- Retornou em direção ao ponto de origem, levando 8s para retornar até o ponto 1,8m.

b) Uma função definida por partes é uma função que é definida em "partes" separadas ou intervalos. Para cada região de um intervalo, a função pode ter uma equação ou regra diferente que a descreve. Sendo assim, ao analisar o gráfico conseguimos identificar três situações:

   - Quando $0 \leq x \leq 4$ a função apresenta crescimento linear
   - Quando $4 \leq x \leq 8$ a função apresenta comportamento constante
   - Quando $8 \leq x \leq 16$ a função apresenta decrescimento linear

c) **para resolver a equação da função utilizaremos os intervalos:**

- $I = \{x \in R \mid 0 \leq x \leq 4\}$:
   - Organizando os dados do intervalo em tabela:

x	y	Pares ordenados
0	0	(0 ; 0)
4	5,1	(4 ;5,1)

Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da tabela, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $P_1 = (x_1 ; y_1) = (0 ; 0)$ e $P_2 = (x_2 ; y_2) = (4 ; 5,1)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 0 = a \cdot 0 + b \Rightarrow 0 = b \qquad (1)$$

$$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 5,1 = a \cdot 4 + b \qquad (2)$$

Substituindo o valor de b na equação 2, teremos:

$$5,1 = a \cdot 4 + b$$
$$5,1 = 4 \cdot a + 0$$
$$4 \cdot a = 5,1$$
$$\frac{1}{4} \cdot 4a = 5,1 \cdot \frac{1}{4}$$
$$a = \frac{5,1}{4} = 1,28$$

Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$f(x) = 1,28x$, se $0 \leq x \leq 4$

- $I_2 = \{x \in R \mid 4 \leq x \leq 8\}$

Organizando os dados do intervalo em tabela:

x	y	Pares ordenados
4	5,,1	(4 ; 5,1)
8	5,1	(8 ; 5,1)

Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da tabela, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $P_1 = (x_1 ; y_1) = (4 ; 5,1)$ e $P_2 = (x_2 ; y_2) = (8 ; 5,1)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 5,1 = a \cdot 4 + b$ (1)

$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 5,1 = a \cdot 8 + b$ (2)

multiplicando a equação 1, por (-1), teremos:

-$5,1 = - a \cdot 4 - b$, somando as equações 1 e 2, teremos

$0 = a \cdot 4 + 0$

$4a = 0$ como não podemos dividir 0 por qualquer número , temos que

$a = 0$

Substituindo o valor de a na equação 1, teremos:

$$5,1 = a \cdot 0 + b$$
$$5,1 = 0 + b$$
$$b = 5,1$$

Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$$f(x) = 0\,x + 5,1$$

ou seja,

$$f(x) = 5,1, \text{ se } 4 \leq x \leq 8$$

- $I_3 = \{x \in R \mid 8 \leq x \leq 16\}$

Organizando os dados do intervalo em tabela:

x	y	Pares ordenados
8	5,1	(8 ; 5,1)
16	1,8	(16 ; 1,8)

Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da tabela, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $P_1 = (x_1 ; y_1) = (8 ; 5,1)$ e $P_2 = (x_2 ; y_2) = (16 ; 1,8$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 5,1 = a \cdot 8 + b$ (1)

$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 1,8 = a \cdot 16 + b$ (2)

multiplicando a equação 1, por (-1), teremos:

$-5,1 = -a \cdot 8 - b$, somando as equações 1 e 2, teremos

$-3,3 = a \cdot 8 + 0$, isolando a , teremos:

$8a =- 3,3$, multiplicando pela inverso de 8 em ambos os lados, teremos

$\frac{1}{8} \cdot 8a = -3,3 \cdot \frac{1}{8}$

$\frac{8}{8}a = \frac{-3,3}{8}$, logo

$a = -0,41$

Substituindo o valor de a na equação 1, teremos:

$5,1 = -0,41 \cdot 8 + b$
$5,1 = -3,28 + b$
$b - 3,28 = 5,1$, somando o oposto de -3,28 em ambos os lados, teremos
$b + 3,28 - 3,28 = 5,1 + 3,28$, logo
$b = 8,38$

Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$$f(x) = -0,41x + 8,38, \text{ se } 8 \leq x \leq 16$$

Portanto:

$$f(x) = \begin{cases} 1,28\,x\,, se\ 0 \leq x \leq 4; \\ 5,1, se\ 4 \leq x \leq 8; \\ -0,41x + 8,38\,, se\ 8 \leq x \leq 16 \end{cases}$$

- $D(f) = \left\{x \in R \mid 0 \leq x \leq 16\right\}$, pois delimitamos o intervalo de tempo.
- $Im(f) = \left\{y \in R \mid 0 \leq y \leq 5,1\right\}$

AVALIAÇÃO:

A avaliação dar-se-á durante a aula, observando a realização, participação, e por meio de questionamentos, além da análise das atividades realizadas na folha de registro. Desse modo, será verificado se os objetivos propostos serão alcançados. Desse modo, a avaliação terá caráter diagnóstico e, consequentemente, formativo.

RECURSOS DIDÁTICOS:

- Quadro branco e marcador
- Lápis, borracha, régua, folha de registro.

REFERÊNCIAS:

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018.

_____. **Base Nacional Comum Curricular:** Computação complemento à BNCC**.** Brasília, 2022. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/fevereiro-2022-pdf/236791-anexo-ao-parecer-cneceb-n-2-2022-bncc-computacao/file. Acesso em 10 de abril de 2023.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar**, 1: conjuntos, funções / Gelson Iezzi, Carlos Murakami. — 9. ed. — São Paulo : Atual, 2013.

LEÃO, Alex Sandro Gomes. **Metodologia de Resolução de Problemas:** Ensino e Aprendizagem de Funções no Ensino Fundamental. 234f. Dissertação (Mestrado) - Centro universitário Franciscano, Curso de Mestrado Profissionalizante em Ensino de Física e de Matemática. Santa Maria, 2009. Disponível em: http://www.tede.universidadefranciscana.edu.br:8080/bitstream/UFN-BDTD/436/1/Alex%20Sandro%20Gomes%20Leao.pdf. Acesso em:17 de abril de 2023.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas:** um novo enfoque do método matemático.. Rio de Janeiro: Interciência, 1994.

PLANO DE AULA 8 - Avaliação	
Universidade Federal do Pampa – Unipampa, Campus Itaqui/RS	
Professor (a) Regente: Denise	
Professor (a) Estagiário: Ândrea Correa Porto	
Disciplina: **Matemática**	
Ano: 2° ano médio	Turma:
Data: 05/06/2023	Duração total da aula: 210 min

UNIDADE TEMÁTICA: Álgebra

OBJETOS DE CONHECIMENTO:

- Função linear;
- Função por partes;
- Função afim;
- Domínio e imagem da função;
- Crescimento e decrescimento da função afim.

PRÉ-REQUISITOS: Lei de formação da função afim; Crescimento e decrescimento da função. Domínio e imagem da função. Função por partes.

PROCEDIMENTO:

TEMPO	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS
30 min	Verificar as soluções encontradas. Reforçar os conceitos apresentados em aulas anteriores	Retrospecto da atividade 2 da aula anterior
150 min	Verificar a aprendizagem sobre os conceitos : - Função por partes; - Crescimento e decrescimento da	Atividade avaliativa

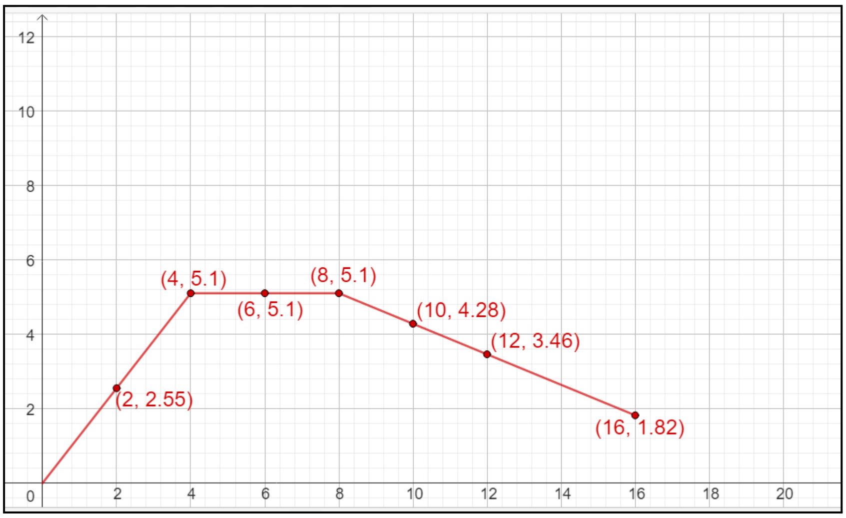
TEMPO	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS
	função; - Domínio e imagem da função; - Representação algébrica da função; - Representação gráfica da função;	
15 min	- Discutir as soluções da atividades avaliativas - Reforçar conceitos que necessitam atenção, identificados a partir da observação da resolução da atividade avaliativa	Discussão das soluções
15 min	- Avaliar a execução do projeto	Roda de conversa

DESENVOLVIMENTO:

1° Momento: **Realização do retrospecto da atividade 2 da aula anterior.**

Encaminhamento: Discutir com os alunos os resultados obtidos da atividade 2, da aula anterior. Reforçando, quando necessário, os conceitos apresentados em aulas anteriores.

Atividade 2: Analise o gráfico abaixo e realize as atividades propostas:



Fonte: a autora

a) Utilize os passos da resolução de problemas para descrever o comportamento do carrinho que seguiu a trajetória representada no gráfico acima:

b) Quais os intervalos e o comportamento da função em cada intervalo de tempo?

c) Construa a lei de formação da função representada no gráfico acima, informando seu domínio e imagem

RESOLUÇÃO:

a) Espera-se que os estudantes consigam compreender observando o gráfico que:

- O carrinho saiu do ponto de origem percorrendo 5,1m em 4s.
- Ficou parado por 5 segundos.
- Retornou em direção ao ponto de origem, levando 8s para retornar até o ponto 1,8m.

b) Uma função definida por partes é uma função que é definida em "partes" separadas ou intervalos. Para cada região de um intervalo, a função pode ter uma equação ou regra diferente que a descreve. Sendo assim, ao analisar o gráfico conseguimos identificar três situações:
   - Quando $0 \leq x \leq 4$ a função apresenta crescimento linear
   - Quando $4 \leq x \leq 8$ a função apresenta comportamento constante
   - Quando $8 \leq x \leq 16$ a função apresenta decrescimento linear

c) **para resolver a equação da função utilizaremos os intervalos:**

- $I = \{x \in R \mid 0 \leq x \leq 4\}$:
   - Organizando os dados do intervalo em tabela:

x	y	Pares ordenados
0	0	(0 ; 0)
4	5,1	(4 ;5,1)

Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da tabela, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $P_1 = (x_1 ; y_1) = (0 ; 0)$ e $P_2 = (x_2 ; y_2) = (4 ; 5,1)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 0 = a \cdot 0 + b \Rightarrow 0 = b \quad (1)$$

$$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 5,1 = a \cdot 4 + b \quad (2)$$

Substituindo o valor de b na equação 2, teremos:

$$5,1 = a \cdot 4 + b$$
$$5,1 = 4 \cdot a + 0$$
$$4 \cdot a = 5,1$$
$$\frac{1}{4} \cdot 4a = 5,1 \cdot \frac{1}{4}$$
$$a = \frac{5,1}{4} = 1,28$$

Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$$f(x) = 1,28x, \text{ se } 0 \leq x \leq 4$$

- $I_2 = \{x \in R \mid 4 \leq x \leq 8\}$

Organizando os dados do intervalo em tabela:

x	y	Pares ordenados
4	5,,1	(4 ; 5,1)
8	5,1	(8 ; 5,1)

Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da tabela, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $P_1 = (x_1 ; y_1) = (4 ; 5,1)$ e $P_2 = (x_2 ; y_2) = (8 ; 5,1)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 5,1 = a \cdot 4 + b \quad (1)$$

$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 5,1 = a \cdot 8 + b$ (2)

multiplicando a equação 1, por (-1), teremos:

$-5,1 = - a \cdot 4 - b$, somando as equações 1 e 2, teremos

$0 = a \cdot 4 + 0$

$4a = 0$ como não podemos dividir 0 por qualquer número , temos que

$a = 0$

Substituindo o valor de a na equação 1, teremos:

$$5,1 = a \cdot 0 + b$$
$$5,1 = 0 + b$$
$$b = 5,1$$

Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$$f(x) = 0\,x + 5,1$$

ou seja,

$$f(x) = 5,1, \text{ se } 4 \leq x \leq 8$$

- $I_3 = \{x \in R \mid 8 \leq x \leq 16\}$

Organizando os dados do intervalo em tabela:

x	y	Pares ordenados
8	5,1	(8 ; 5,1)
16	1,8	(16 ; 1,8)

Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da tabela, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $P_1 = (x_1 ; y_1) = (8 ; 5,1)$ e $P_2 = (x_2 ; y_2) = (16 ; 1,8)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 5,1 = a \cdot 8 + b$ (1)

$$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 1,8 = a \cdot 16 + b \qquad (2)$$

multiplicando a equação 1, por (-1), teremos:

$-5,1 = -a \cdot 8 - b$, somando as equações 1 e 2, teremos

$-3,3 = a \cdot 8 + 0$, isolando a , teremos:

$8a = -3,3$, multiplicando pela inverso de 8 em ambos os lados, teremos

$\frac{1}{8} \cdot 8a = -3,3 \cdot \frac{1}{8}$

$\frac{8}{8}a = \frac{-3,3}{8}$, logo

$a = -0,41$

Substituindo o valor de a na equação 1, teremos:

$5,1 = -0,41 \cdot 8 + b$
$5,1 = -3,28 + b$
$b - 3,28 = 5,1$, somando o oposto de -3,28 em ambos os lados, teremos
$b + 3,28 - 3,28 = 5,1 + 3,28$, logo
$b = 8,38$

Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$$f(x) = -0,41x + 8,38, \text{ se } 8 \leq x \leq 16$$

Portanto:

$$f(x) = \begin{cases} 1,28\,x\,, se\ 0 \leq x \leq 4; \\ 5,1, se\ 4 \leq x \leq 8; \\ -0,41x + 8,38\,, se\ 8 \leq x \leq 16 \end{cases}$$

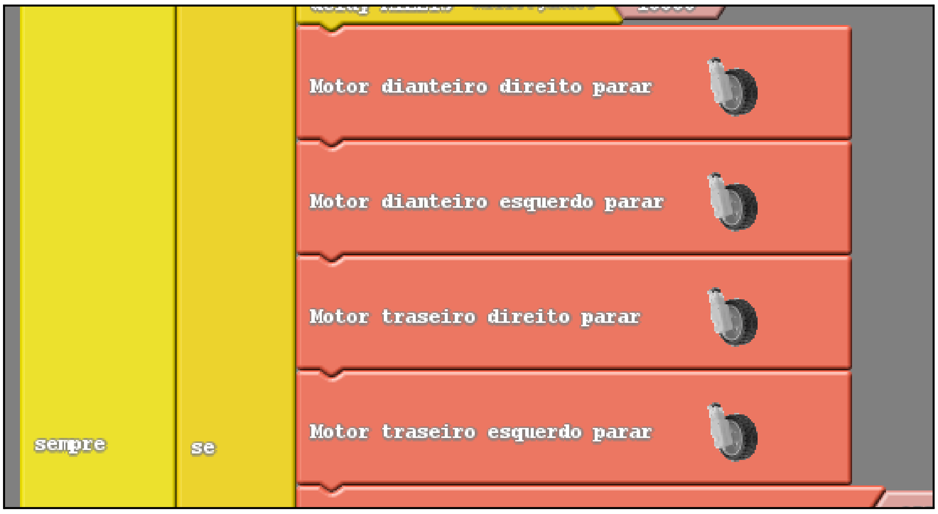
- $D(f) = \{x \in R \mid 0 \leq x \leq 16\}$, pois delimitamos o intervalo de tempo.
- $Im(f) = \{y \in R \mid 0 \leq y \leq 5,1\}$

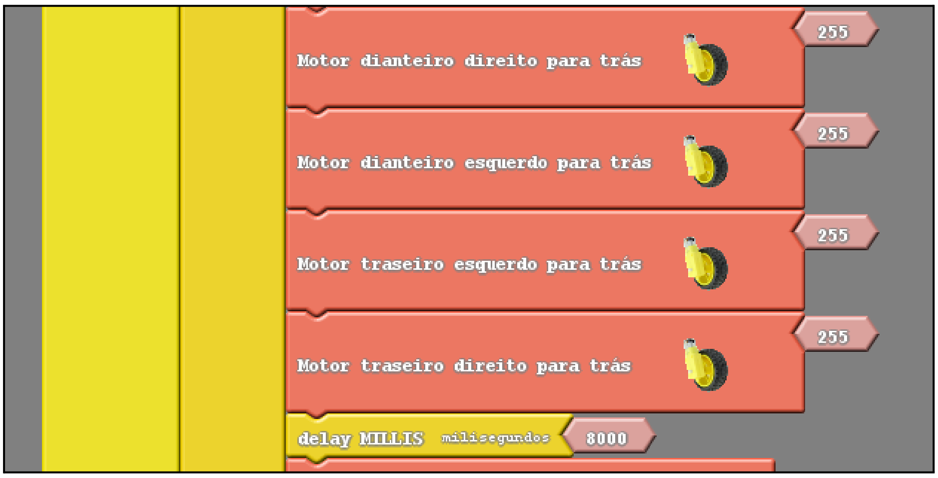
2º momento: Atividade avaliativa

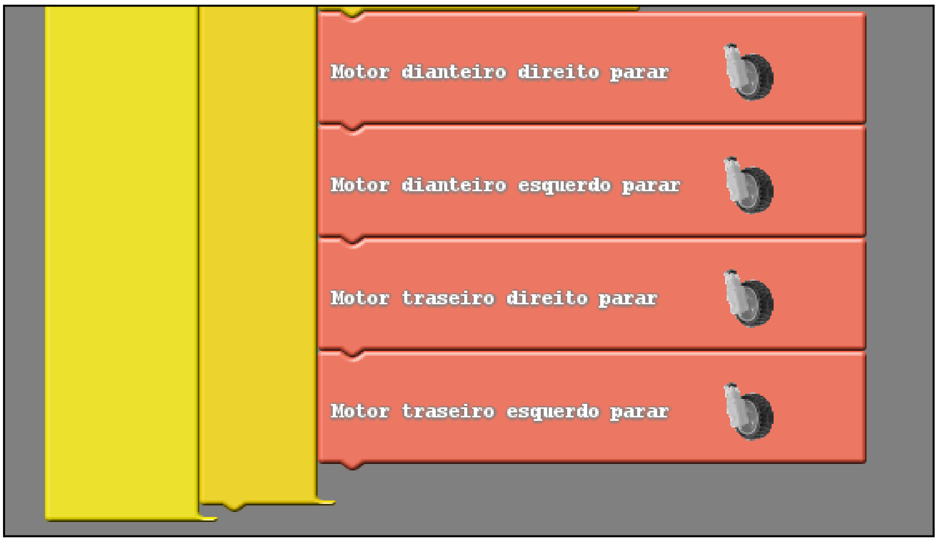
Encaminhamento: Será realizada uma avaliação para diagnosticar se houve avanço na aprendizagem dos estudantes.

Para avaliação será dado uma situação problema onde os estudantes deverão interpretar e resolver

Atividade avaliativa: Considerando que o carrinho robótico percorre 50 cm por segundo. Analise a programação abaixo, e seguindo os passos da resolução de problemas realize as atividades propostas:







a) Complete a tabela relacionando tempo e distância.

Tempo (s)	Distância (m)	Pares ordenados
		(0;0)
2		(2;1)
4	2	
		(6;3)
8	4	
	5	
12	4	
		(14;3)
16		
18	1	

b) Determine os intervalos da função por partes:

c) Determine comportamento da função nesses intervalos:

d) Construa o gráfico que representa essa função por partes:

e) Construa a lei da função por partes:

f) Determine o domínio e imagem da função por partes:

❖ **Resolução:**

a) Tabela

Tempo (s)	Distância (m)	Pares ordenados
0	0	(0;0)
2	1	(2;1)
4	2	(4;2)
6	3	(6;3)
8	4	(8;4)
10	5	(10;5)
12	4	(12;4)
14	3	(14;3)
16	2	(16;2)
18	1	(18;1)

b) Intervalos da função:

$$I_1 = 0 \leq x \leq 10$$

$$I_1 = 10 \leq x \leq 18$$

c) Comportamento da função nos intervalos:

No intervalo I_1 a função é crescente, pois enquanto os valores de x aumentam os de y também aumentam.

No intervalo I_2 a função é decrescente, pois enquanto os valores de x aumentam os de y diminuem.

d) Representação algébrica da função:

Uma função definida por partes é uma função que é definida em "partes" separadas ou intervalos. Para cada região de um intervalo, a função pode ter uma equação ou regra diferente que a descreve. Sendo assim, ao analisar a tabela conseguimos identificar duas situações:

- Quando $0 \leq x \leq 10$ a função apresenta crescimento linear
- Quando $10 \leq x \leq 18$ a função apresenta decrescimento linear

Então para resolver a equação da função utilizaremos os intervalos:

- $I_1 = \{x \in R \mid 0 \leq x \leq 10\}$:

Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da tabela, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $P_1 = (x_1 ; y_1) = (0 ; 0)$ e $P_2 = (x_2 ; y_2) = (10 ; 5)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 0 = a \cdot 0 + b \Rightarrow 0 = b \qquad (1)$$

$$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 5 = a \cdot 10 + b \qquad (2)$$

Substituindo o valor de b na equação 2, teremos:

$$5 = a \cdot 10 + b$$
$$5 = 10 \cdot a + 0$$
$$10 \cdot a = 5$$
$$\frac{1}{10} \cdot 10 \cdot a = 5 \cdot \frac{1}{10}$$
$$\frac{10}{10} \cdot a = \frac{5}{10}$$
$$a = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$$f(x) = 0,5x \text{ ou } f(x) = \frac{1}{2}x, \text{ se } 0 \leq x \leq 10$$

- $I_2 = \{x \in R \mid 10 \leq x \leq 18\}$

Sendo a lei de uma função afim igual : $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, escolhendo dois pontos da tabela, podemos resolver utilizando sistemas de equações:

Pontos: $P_1 = (x_1 ; y_1) = (10 ; 5)$ e $P_2 = (x_2 ; y_2) = (18 ; 1)$

Substituindo os pontos na lei de formação da função, teremos:

$y_1 = a \cdot x_1 + b \Rightarrow 5 = a \cdot 10 + b$ (1)

$y_2 = a \cdot x_2 + b \Rightarrow 1 = a \cdot 18 + b$ (2)

multiplicando a equação 1, por (-1), teremos:

-$5 = - a \cdot 10 - b$, somando as equações 1 e 2, teremos

$- 4 = a \cdot 8 + 0$, isolando a, teremos

$8\, a =- 4$, multiplicando pela inverso de 2 em ambos os lados, teremos

$\frac{1}{8} \cdot 8 \cdot a = - 4 \cdot \frac{1}{8}$

$\frac{8}{8} a = \frac{-4}{8}$, logo

$a =- \frac{1}{2} =- 0,5$

Substituindo o valor de a na equação 2, teremos:

$1 =- \frac{1}{2} \cdot 18 + b$

$1 =- \frac{18}{2} + b$

$- 9 + b = 1$, somando o inverso de - 9 em ambos os lados, termos

$- 9 + 9 + b = 1 + 9$

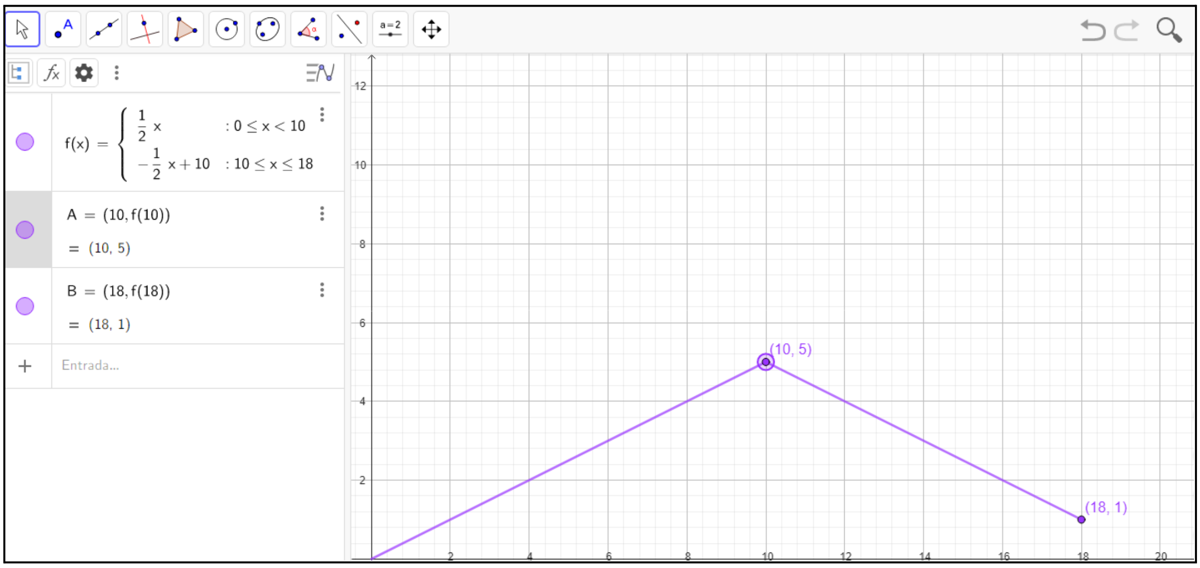
$0 + b = 10$, logo

$b = 10$

Substituindo os valores de a e b na lei de formação da função, teremos a equação reduzida da reta:

$$f(x) =- \frac{1}{2} x + 10 \; ou \; f(x) =- 0,5x + 10 \text{ , se } 8 \leq x \leq 10$$

e) Representação gráfica da função:



f) Domínio e imagem da função:

$$D(f) = \{x \in R \mid 0 \leq x \leq 18\}$$

$$Im(f) = \{y \in R \mid 0 \leq x \leq 5\}$$

3º momento:Discussão das soluções

Encaminhamento: Discuta com os estudantes as soluções apresentadas. Reforçe, caso necessário, os conceitos onde os estudantes apresentam erros na resolução da atividade.

4º momento: Roda de conversa

Encaminhamento: Organize uma roda de conversa com os estudantes a fim de avaliar o projeto.

AVALIAÇÃO:

A avaliação dar-se-á durante a aula, observando a realização, participação, e por meio de questionamentos, além da análise da atividade realizada na folha de registro. Desse modo, será verificado se os objetivos propostos serão alcançados. Desse modo, a avaliação terá caráter diagnóstico e, consequentemente, formativo.

RECURSOS DIDÁTICOS:

- Quadro branco e marcador

- Lápis, borracha, régua, folha de registro.

REFERÊNCIAS:

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular.** Brasília, 2018.

_____. **Base Nacional Comum Curricular:** Computação complemento à BNCC**.** Brasília, 2022. Disponível em: http://portal.mec.gov.br/docman/fevereiro-2022-pdf/236791-anexo-ao-parecer-cneceb-n-2-2022-bncc-computacao/file. Acesso em 10 de abril de 2023.

IEZZI, Gelson. **Fundamentos de matemática elementar**, 1: conjuntos, funções / Gelson Iezzi, Carlos Murakami. — 9. ed. — São Paulo : Atual, 2013.

APÊNDICE B _ Termos de assentimento e de consentimento livre e esclarecido

TERMO DE ASSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (PARA MENORES DE 18 ANOS - Resolução 466/12)

Convidamos você ____, após autorização dos seus pais (ou dos responsáveis legais) para participar como voluntário (a) da pesquisa: **Ensino-aprendizagem-avaliação: atividades envolvendo robótica e resolução de problemas para o desenvolvimento do conceito de funções**. Esta pesquisa é da responsabilidade da pesquisadora Ândrea Corrêa Porto, telefone: (55) 9938-6742, e-mail (andreaporto.aluno@unipampa.edu.br). Também participam desta pesquisa os pesquisadores: Professor Dr. Alex Sandro Gomes Leão, telefone: (55) 98469-4142, e-mail (alexleao@unipampa.edu.br) e Professor Dr. Charles Quevedo Carpes, telefone (55) 99920-3637, e-mail (charlescarpes@unipampa.edu.br). Caso este Termo de Assentimento contenha informação que não lhe seja compreensível, as dúvidas podem ser tiradas com a pessoa que está desenvolvendo a atividade e apenas ao final, quando todos os esclarecimentos forem dados e seu responsável concorde com sua participação no estudo, pedimos que ele rubrique a folha e assine ao final deste documento, que está em duas vias, uma via que será entregue ao seu responsável para que possa guardá-la e a outra ficará com a pesquisadora responsável. Você será esclarecido (a) sobre qualquer dúvida e estará livre para decidir participar ou recusar-se bem como seu responsável. Caso não aceite participar ou seu responsável não autorize sua participação, não haverá nenhum problema, desistir é um direito seu. Ressaltamos ainda, que esse consentimento pode ser retirado a qualquer momento, sem nenhum prejuízo.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

Essa pesquisa tem o objetivo de investigar as variantes encontradas em um ambiente robótico para o ensino de funções. A coleta de dados será realizada através das atividades e anotações realizadas durante a situação didática registrada em papel ou fotografias. As atividades acontecerão em 10 (dez) aulas que serão realizadas nos meses de maio e junho no Colégio Estadual São Patrício (CESP), endereço:Rua Tiradentes, 1865. Bairro: Cidade Alta. Itaqui/RS – Cep 97650-000, com os estudantes do segundo ano do Ensino Médio, selecionados a partir de seu interesse em participar da pesquisa. A participação nessa pesquisa possibilitará momentos de aprendizagem para a disciplina de matemática, proporcionando aos sujeitos desenvolverem suas habilidades cognitivas e sociais, tendo em vista que o aprofundamento dos conceitos de funções permitindo que os sujeitos utilizem os conceitos aprendidos tanto para o seu desenvolvimento escolar, quanto para a aplicação desses conceitos em sua vida cotidiana. Os riscos na participação dessa pesquisa é um eventual constrangimento ou cansaço durante a realização de alguma atividade. Ambos os riscos serão sempre evitados a partir de debates que tornem as atividades interessantes e propiciem um ambiente de confiança para o participante. As informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre a participação do/a voluntário (a). Os dados coletados nesta pesquisa (fotos, anotações e as atividades desenvolvidas pelos estudantes), ficarão armazenados em (pastas de arquivo, para os dados físicos e em um armazenador de dados digitais para os dados multimídia), sob a responsabilidade da pesquisadora, pelo período mínimo de cinco anos. Nem você e nem seus pais (ou responsáveis legais) pagarão para você participar desta pesquisa, também não receberão pagamento para a sua participação, pois é voluntária.

____

Pesquisador Responsável
Ândrea Corrêa Porto

\- -

ASSENTIMENTO DO (DA) MENOR DE IDADE EM PARTICIPAR COMO VOLUNTÁRIO (A)

Eu, ____, portador (a) do documento de Identidade ______________________, abaixo assinado, concordo em participar do estudo: **Ensino-aprendizagem-avaliação: atividades envolvendo robótica e resolução de problemas para o desenvolvimento do conceito de funções**, como voluntário(a). Fui devidamente informado (a) e esclarecido (a) pela pesquisadora sobre a pesquisa, que vai ser feito, assim como os possíveis riscos e benefícios que podem acontecer com a minha participação. Foi-me garantido que posso desistir de participar a qualquer momento, sem que eu ou meus pais precise pagar nada.

Itaqui, em _____/ _____/ __________.

____

Assinatura do (da) menor

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (PARA RESPONSÁVEL LEGAL PELO MENOR DE 18 ANOS - Resolução 466/12)

Solicitamos a sua autorização para convidar o (a) seu/sua filho (a) (ou menor que está sob sua responsabilidade) ____ ___________________________ para participar, como voluntário (a), da pesquisa: **Ensino-aprendizagem-avaliação: atividades envolvendo robótica e resolução de problemas para o desenvolvimento do conceito de funções**. Esta pesquisa é da responsabilidade da pesquisadora Ândrea Corrêa Porto, telefone: (55) 99938-6742, email: andreaporto.aluno@unipampa.edu.br). Também participam desta pesquisa os pesquisadores: Professor Dr. Alex Sandro Gomes Leão, telefone: (55) 98469-4142, e-mail: alexleao@unipampa.edu.br e Professor Dr. Charles Quevedo Carpes, telefone (55) 99920-3637, e-mail : charlescarpes@unipampa.edu.br. Caso este Termo de Assentimento contenha informação que não lhe seja compreensível, as dúvidas podem ser tiradas com qualquer um dos pesquisadores acima mencionados e apenas ao final, quando todos os esclarecimentos forem dados, caso concorde que o (a) menor faça parte do estudo, pedimos que rubrique as folhas e assine ao final deste documento, que está em duas vias, uma via que lhe será entregue e a outra ficará com a pesquisadora responsável. Caso não concorde, não haverá penalização nem para o (a) Sr.(a) nem para o/a voluntário/a que está sob sua responsabilidade, bem como será possível ao Sr. (a) retirar o consentimento a qualquer momento, também sem nenhuma penalidade.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

Essa pesquisa tem o objetivo de investigar as variantes encontradas em um ambiente robótico para o ensino de funções. A coleta de dados será realizada através das atividades e anotações realizadas durante a situação didática registrada em papel ou fotografias. As atividades acontecerão em 10 (dez) aulas que serão realizadas nos meses de maio e junho no Colégio Estadual São Patrício (CESP), endereço:Rua Tiradentes, 1865. Bairro: Cidade Alta. Itaqui/RS – Cep 97650-000, com os estudantes do segundo ano do Ensino Médio, selecionados a partir de seu interesse em participar da pesquisa. A participação nessa pesquisa possibilitará momentos de aprendizagem para a disciplina de matemática, proporcionando aos sujeitos desenvolverem suas habilidades cognitivas e sociais, tendo em vista que o aprofundamento dos conceitos de funções permitindo que os sujeitos utilizem os conceitos aprendidos tanto para o seu desenvolvimento escolar, quanto para a aplicação desses conceitos em sua vida cotidiana. Os riscos na participação dessa pesquisa é um eventual constrangimento ou cansaço durante a realização de alguma atividade. Ambos os riscos serão sempre evitados a partir de debates que tornem as atividades interessantes e propiciem um ambiente de confiança para o participante. As informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre a participação do/a voluntário (a). Os dados coletados nesta pesquisa (fotos, anotações e as atividades desenvolvidas pelos estudantes), ficarão armazenados em (pastas de arquivo, para os dados físicos e em um armazenador de dados digitais para os dados multimídia), sob a responsabilidade da pesquisadora, pelo período mínimo de cinco anos. Nem você e nem seus pais (ou responsáveis legais) pagarão para você participar desta pesquisa, também não receberão pagamento para a sua participação, pois é voluntária.

____

Pesquisador Responsável
Ândrea Corrêa Porto

- -

CONSENTIMENTO DO RESPONSÁVEL PARA A PARTICIPAÇÃO DO/A VOLUNTÁRIO

Eu, ____, CPF________________________________, abaixo assinado, responsável por ____, autorizo a sua participação no estudo: **Ensino-aprendizagem-avaliação: atividades envolvendo robótica e resolução de problemas para o desenvolvimento do conceito de funções**, como voluntário(a). Fui devidamente informado (a) e esclarecido (a) pela pesquisadora sobre a pesquisa, os procedimentos nela envolvidos, assim como os possíveis riscos e benefícios decorrentes da participação dele (a). Foi-me garantido que posso retirar o meu consentimento a qualquer momento, sem que isto leve a qualquer penalidade para mim ou para o (a) menor em questão.

Itaqui, em _____/ _____/ __________.

____

Responsável Legal do Participante Voluntário

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Convidamos você ____, para participar como voluntário (a) da pesquisa: **Ensino-aprendizagem-avaliação: atividades envolvendo robótica e resolução de problemas para o desenvolvimento do conceito de funções**. Esta pesquisa é da responsabilidade da pesquisadora Ândrea Corrêa Porto, telefone: (55) 9938-6742, e-mail (andreaporto.aluno@unipampa.edu.br). Também participam desta pesquisa os pesquisadores: Professor Dr. Alex Sandro Gomes Leão, telefone: (55) 98469-4142, e-mail (alexleao@unipampa.edu.br) e Professor Dr. Charles Quevedo Carpes, telefone (55) 99920-3637, e-mail (charlescarpes@unipampa.edu.br). Caso este Termo de Assentimento contenha informação que não lhe seja compreensível, as dúvidas podem ser tiradas com a pessoa que está desenvolvendo a atividade. Caso concorde com a participação no estudo, pedimos que rubrique a folha e assine ao final deste documento, que está em duas vias, uma via que será entregue a você para que possa guardá-la e a outra ficará com a pesquisadora responsável. Você será esclarecido (a) sobre qualquer dúvida e estará livre para decidir participar ou recusar-se. Caso não aceite participar não haverá nenhum problema, desistir é um direito seu. Ressaltamos ainda, que esse consentimento pode ser retirado a qualquer momento, sem nenhum prejuízo.

INFORMAÇÕES SOBRE A PESQUISA:

Essa pesquisa tem o objetivo de investigar as variantes encontradas em um ambiente robótico para o ensino de funções. A coleta de dados será realizada através das atividades e anotações realizadas durante a situação didática registrada em papel ou fotografias. As atividades acontecerão em 10 (dez) aulas que serão realizadas nos meses de maio e junho no Colégio Estadual São Patrício (CESP), endereço:Rua Tiradentes, 1865. Bairro: Cidade Alta. Itaqui/RS – Cep 97650-000, com os estudantes do segundo ano do Ensino Médio, selecionados a partir de seu interesse em participar da pesquisa. A participação nessa pesquisa possibilitará momentos de aprendizagem para a disciplina de matemática, proporcionando aos sujeitos desenvolverem suas habilidades cognitivas e sociais, tendo em vista que o aprofundamento dos conceitos de funções permitindo que os sujeitos utilizem os conceitos aprendidos tanto para o seu desenvolvimento escolar, quanto para a aplicação desses conceitos em sua vida cotidiana. Os riscos na participação dessa pesquisa é um eventual constrangimento ou cansaço durante a realização de alguma atividade. Ambos os riscos serão sempre evitados a partir de debates que tornem as atividades interessantes e propiciem um ambiente de confiança para o participante. As informações desta pesquisa serão confidenciais e serão divulgadas apenas em eventos ou publicações científicas, não havendo identificação dos voluntários, a não ser entre os responsáveis pelo estudo, sendo assegurado o sigilo sobre a participação do/a voluntário (a). Os dados coletados nesta pesquisa (fotos, anotações e as atividades desenvolvidas pelos estudantes), ficarão armazenados em (pastas de arquivo, para os dados físicos e em um armazenador de dados digitais para os dados multimídia), sob a responsabilidade da pesquisadora, pelo período mínimo de cinco anos. Você não pagará nada para participar desta pesquisa, também não receberá pagamento para a sua participação, pois é voluntária.

____

Pesquisador Responsável
Ândrea Corrêa Porto

- -

CONSENTIMENTO EM PARTICIPAR COMO VOLUNTÁRIO (A)

Eu, ____, portador (a) do documento de Identidade ______________________, abaixo assinado, concordo em participar do estudo: **Ensino-aprendizagem-avaliação: atividades envolvendo robótica e resolução de problemas para o desenvolvimento do conceito de funções**, como voluntário(a). Fui devidamente informado (a) e esclarecido (a) pela pesquisadora sobre a pesquisa, que vai ser feito, assim como os possíveis riscos e benefícios que podem acontecer com a minha participação. Foi-me garantido que posso desistir de participar a qualquer momento, sem que precise pagar nada.

Itaqui, em _____/ _____/ __________.

____

Assinatura do voluntário (a)

APÊNDICE C — Questionário de avaliação

Questionário de Avaliação do Projeto RoboMath

Olá, aluno! Este é o Questionário de Avaliação do Projeto RoboMath, que faz parte de uma pesquisa que visa investigar as variantes encontradas em um ambiente robótico para o ensino de funções . Queremos saber sua opinião sobre projeto, identificar pontos positivos e desafios, e entender como ele contribuiu para despertar o interesse em matemática e funções. Suas respostas nos ajudarão a melhorar o projeto.

Queremos garantir que todas as informações fornecidas serão mantidas em total anonimato.

Desde já, agradecemos imensamente por compartilhar suas opiniões e experiências!

* Indica uma pergunta obrigatória

Interesse em Robótica

Nesta seção, queremos saber sobre o seu interesse em robótica! Queremos descobrir se já teve experiências anteriores com robótica e o quanto está motivado em aprender mais sobre ela. Além disso, queremos saber se você acredita que a robótica pode ser uma forma interessante de aplicar conceitos matemáticos. Suas respostas nos ajudarão a adaptar futuras atividades do projeto às suas preferências e expectativas. Compartilhe suas opiniões e experiências com a gente. Estamos ansiosos para ouvir o que você tem a dizer sobre a robótica!

1. Em uma escala de 1 a 5, sendo 1 para "pouco interesse" e 5 para "muito interesse", qual é o seu nível de interesse pela robótica? *

Marcar apenas uma oval.

- 1
- 2
- 3
- 4
- 5

2. Você já teve algum contato anterior com projetos de robótica? *

Marcar apenas uma oval.

- Sim
- Não

3. Caso tenha respondido *SIM* na pergunta anterior, descreva brevemente essa experiência: *

4. Você vê a robótica como uma ferramenta que pode auxiliar no ensino de conteúdos matemáticos? *

Marcar apenas uma oval.

- Sim
- Não
- Talvez

5. Se houver um próximo módulo do projeto, você estaria interessado(a) em aprofundar-se nas atividades de programação? *

Marcar apenas uma oval.

- Sim
- Não
- Talvez

Sobre o RoboMath

Nesta seção, queremos ouvir a sua opinião sobre o projeto de robótica. Queremos saber o que vocês acharam da organização, os pontos fortes e dificuldades encontradas, o suporte da professora, se o projeto despertou um maior interesse em matemática e funções, e como vocês se sentiram motivados e envolvidos. Sua percepção geral e sugestões de melhoria são muito importantes para nós. Contamos com a participação de todos vocês para tornar o projeto ainda melhor!

6. Como você avalia a organização do projeto de robótica? *

Marcar apenas uma oval.

- Excelente
- Boa
- Regular
- Precisa melhorias

7. Em sua opinião, quais foram os pontos fortes do projeto de robótica? *

Marque todas que se aplicam.

- [ ] Interação com a professora
- [ ] Aprendizado prático de conceitos de matemática e funções
- [ ] Utilização da robótica como ferramenta motivadora
- [ ] Trabalho em equipe
- [ ] Outro: ____________________

8. Quais foram as maiores dificuldades encontradas durante o projeto de robótica? *

Marque todas que se aplicam.

- [ ] Compreensão dos conceitos matemáticos envolvidos
- [ ] Dificuldades técnicas com os robôs e/ou equipamentos
- [ ] Falta de recursos ou materiais adequados
- [ ] Coordenação das tarefas em equipe
- [ ] Outro: ____________________

9. Em uma escala de 1 a 5, sendo *1 muito fácil* e *5 muito difícil*, como você classificaria o nível de dificuldade das atividades de programação de robôs realizadas no projeto? *

Marcar apenas uma oval.

( ) 1
( ) 2
( ) 3
( ) 4
( ) 5

10. Como você avalia o suporte oferecido pela professora durante o projeto? *

Marcar apenas uma oval.

- Muito satisfatório
- Satisfatório
- Neutro
- Insatisfatório

11. O projeto de robótica contribuiu para o seu interesse em matemática e funções? *

Marcar apenas uma oval.

- Sim, bastante
- Sim, em certa medida
- Não fez diferença
- Não, diminuiu meu interesse

12. Você se sentiu motivado e engajado durante a realização do projeto de robótica? *

Marcar apenas uma oval.

- Sim, totalmente
- Sim, em parte
- Neutro
- Não, pouco motivado
- Não, nada motivado

13. Em geral, como você avalia a experiência de participar do projeto de robótica? *

Marcar apenas uma oval.

- Excelente
- Boa
- Regular
- Insatisfatória

14. Estamos considerando a possibilidade de desenvolver um segundo módulo. Você estaria interessado em continuar participando do projeto? *

Marcar apenas uma oval.

- Sim
- Não
- Talvez

15. Você tem alguma sugestão ou recomendação para melhorar o projeto de robótica no futuro? *