

# SIMULAÇÃO NUMÉRICA E DESIGN CONSTRUTAL APLICADOS À FLAMBAGEM ELASTO-PLÁSTICA BIAIXIAL DE PLACAS COM PERFURAÇÕES CIRCULARES E ELIPTÍCAS

Eduardo Araujo Crestani<sup>1</sup>  
Thiago da Silveira<sup>2</sup>

## RESUMO

A placa fina é um dos elementos mais utilizados em estruturas, sendo ligadas à resistência estrutural. A placa pode ser encontrada em vários setores da indústria, como naval, aeroespacial, automotiva e civil. Normalmente estas estruturas são submetidas à cargas compressivas, o que as torna suscetíveis ao fenômeno da flambagem, uma instabilidade estrutural que provoca o deslocamento para fora do seu plano. Há dois modos de flambagem, elástica e elasto-plástica, sendo esta segunda a que determina a falha da placa, uma vez que um incremento de carga é suportado por este tipo de estruturas, a partir do início da flambagem elástica. Por vários motivos, as placas podem apresentar perfurações, sendo importante o conhecimento do que ocorre na estrutura com o acréscimo desses furos. A partir desta problemática, o presente trabalho analisa a flambagem elasto-plástica de placas finas, retangulares, com perfurações circulares e elípticas, sob solitação compressiva e biaxial. Foi usado o método de Elementos Finitos, através do software ANSYS®, bem como a utilização da técnica da Busca Exaustiva para determinação das simulações e o método de Design Construtal para a análise dos resultados. Como resultado das simulações, chegou-se à conclusão que a razão de aspecto  $b/a = 0,40$  é um ponto de mudança de comportamento. Além disso, o furo na direção  $Y$  se mostrou superior para placas menores que  $b/a = 0,40$ .

**Palavras-chaves:** Flambagem elasto-plástica, Design Construtal, Elementos Finitos.

## ABSTRACT

The thin plate is one of the most used elements in structures, being useful for structural resistance. The plate can be found in various industry sectors such as marine, aerospace, automotive and civil. Usually these structures are maintained under compressive loads, which makes the phenomenon the phenomenon of buckling, a structural instability that causes displacement out of its plane. There are two modes of buckling, elastic and elastic, the latter being the one that determines the failure of the plate, since an increment of load is supported by this type of structures, from the beginning of the elastic buckling. For various reasons, plates may have perforations. Thus, it is important to know what happens in the structure with the addition of these holes. Based on this problem, the present work analyzes the elastic-plastic buckling of thin, rectangular plates, with circular and elliptical perforations, under compressive and biaxial stress. The Finite Element method will be used, through the ANSYS® software, as well as the use of the Exhaustive Search technique for the intuition of the simulations and the Constructal Design method for the analysis of the results. As a result of the simulations, it was concluded that the aspect ratio  $b/a = 0.40$  is a behavior change point. In addition, the hole in the  $Y$  direction was superior for smaller plates  $b/a = 0.40$ .

**Keywords:** Plates, Elasto-Plastic Buckling, Constructal Design, Finite Element Method.

---

<sup>1</sup>Acadêmico de Engenharia Mecânica na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA, campus Alegrete/RS. E-mail: eduardocrestani.aluno@unipampa.edu.br

<sup>2</sup> Professor Doutor do Curso de Engenharia Mecânica na Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA, campus Alegrete/RS. E-mail: thiagods@unipampa.edu.br

## 1. INTRODUÇÃO

A resistência dos materiais é o ramo da mecânica que estuda as relações entre as cargas externas aplicadas a um corpo deformável e a intensidade das forças internas que agem no interior do corpo. Em qualquer projeto de estrutura ou máquina é essencial usar princípios de estática para determinar as forças que agem sobre vários elementos, bem como as forças do seu interior (Hibbeler, 2010). Desta forma, novas estruturas são inventadas, corrigidas ou adaptadas, sempre buscando maximizar variáveis como resistência, estabilidade e rigidez, e diminuir características como custo e peso (Da Silveira, 2021).

Atualmente, as placas são estruturas mecânicas muito utilizadas na engenharia, com contribuições na área civil, como edifícios, pontes e pavimentos, e na área mecânica como navios e aviões, além da indústria aeroespacial. Em muitos casos, estas placas estão submetidas a forças axiais compressivas que podem causar um comportamento indesejado, conhecido como flambagem. E ainda, como agravante, sabe-se que por vários motivos, estruturas de placas podem necessitar de perfurações, o que afeta diretamente o comportamento mecânico. O fenômeno da flambagem pode ocorrer de duas formas: flambagem elástica, quando a instabilidade se dá no regime elástico do material, e flambagem elasto-plástica, que ocorre quando a carga atinge o regime de deformação plástica do material (El-Sawy et al., 2004).

O custo de um projeto de engenharia é elevado. Além da mão de obra qualificada, o processo de desenvolvimento de produto é um dos mais caros. Porém, com o conhecimento dos elementos estruturais adequados, pode-se trazer uma redução significativa nesse investimento, além do tempo de processo. Desta forma, a simulação numérica se torna cada vez mais comum, devido ao seu baixo custo e alta confiabilidade, característica essa já comprovada através de estudos científicos em todas as partes do mundo. Exemplos do uso da modelagem computacional em problemas de engenharia estrutural podem ser vistos em Lorenzini et al (2016), que concluiu que a variação do formato da perfuração tem influência no comportamento da placa sob flambagem, determinando se esta será elástica ou elasto-plástica e em Mardanpour et al (2019), que avaliaram o fluxo de tensões através da asa de uma aeronave, concluindo que quando o fluxo de tensões age suavemente na asa, a estabilidade da aeronave é melhorada.

Deste modo, o objetivo geral do presente trabalho foi analisar o comportamento mecânico de placas perfuradas sob flambagem elasto-plástica. O estudo foi feito com a aplicação do Método dos Elementos Finitos (MEF), associado ao Design Construtal (DC) e à técnica da Busca Exaustiva. Para atingir o objetivo geral, definiu-se os seguintes objetivos específicos:

- Realizar simulações para flambagem em placas retangulares perfuradas variando suas dimensões;
- Avaliar o comportamento da distribuição das tensões,  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$ , decorrentes dos esforços;
- Avaliar, utilizando o método do Design Construtal, a influência das perfurações nas placas planas através do Princípio da Ótima Distribuição das Imperfeições.

O presente trabalho foi dividido em duas etapas, a primeira consistiu em efetuar verificações e validações do modelo, além de fazer teste de convergência de malha e passos. Esta primeira etapa apresentou resultados satisfatórios assegurando a confiabilidade dos resultados da próxima etapa. A segunda abordagem, presente neste trabalho, consiste em realizar a análises do comportamento das placas perfuradas sob flambagem elasto-plástica. Estas análises foram feitas através de simulações computacionais utilizando o software ANSYS®.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

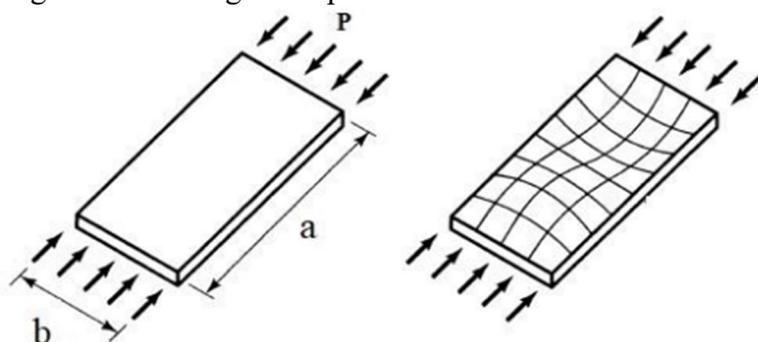
Esta seção apresenta alguns temas fundamentais para a compreensão do trabalho, bem como aborda métodos para a análise estrutural e geométrica das placas.

### 2.1 FLAMBAGEM DE PLACAS

Segundo Szilard (2004), quando uma força de pequena magnitude é aplicada sobre uma placa, as deformações são contidas no plano médio resultando em um deslocamento nulo, para fora do plano da placa. No entanto, com o aumento progressivo da magnitude da força, há uma alteração no modo de deformação. Cada placa tem seu valor de carga para começar a defletir, mudando o estado de estável para instável.

Conforme Jones (2006), uma placa comprida, plana e simplesmente apoiada tem modos de flambagem típicos da forma senoidal (ver Figura 1). Nota-se que as placas possuem ondulações em duas dimensões, e que possuem linha reta central que não se move perpendicularmente ou paralelamente à superfície.

Figura 1: Flambagem de placas.



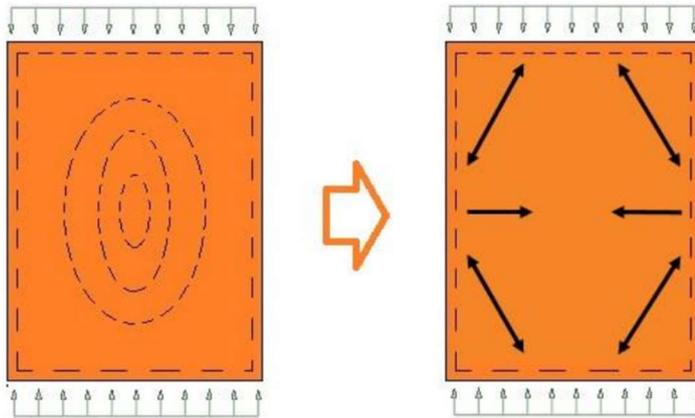
Fonte: Adaptado de Jones (2004).

De acordo com Pfeil e Pfeil (2012), flambagem é um modo de falha que se observa em estruturas sob compressão, devido à instabilidade estrutural. El-Sawy e Martini (2010) explicam que quando a placa é esbelta, sua flambagem é predominantemente elástica, e a carga que determina a sua instabilidade é a chamada carga crítica ( $P_{cr}$ ). Porém, se a placa for robusta, a flambagem ocorre no regime plástico, caracterizando a flambagem inelástica, ou elasto-plástica, tendo como característica a chamada carga última ( $P_u$ ).

Para Shanmugam e Wang (2006), a flambagem elástica é muito útil para soluções de limite superior e como parâmetro de referência. No entanto, ela não reflete o verdadeiro valor das cargas de flambagem, devido a presença do efeito inelástico. Chajes (1974) afirma que a resistência adicional após a flambagem em placas finas está relacionada a vários fatores, mas principalmente baseado na afirmação de que a forma deformada da placa flambada não pode ser desenvolvida a partir da configuração anterior a flambagem, sem que haja uma redistribuição de tensões no plano médio ao longo da placa. Essa redistribuição é ignorada pela teoria elástica, e normalmente favorece as regiões menos rígidas da placa, causando um aumento na eficiência da mesma.

Akesson (2007) reforça que a placa possui a capacidade de suportar um incremento de carga mesmo após a flambagem elástica, e ainda que a mesma não sofre colapso no ponto de equilíbrio neutro. Esse comportamento é porque quando a placa está submetida ao carregamento compressivo, há a formação de uma membrana que estabiliza a flambagem através de uma faixa de tensão transversal, conforme a Figura 2.

Figura 2: Sistema de redistribuição de carga.



Fonte: Adaptado de Akesson, 2007.

## 2.2 TEORIA DE PLACAS

De acordo com Jones (2006), a placa é um elemento plano estrutural com duas dimensões maiores, sendo elas comprimento ( $a$ ) e largura ( $b$ ), e uma dimensão menor perpendicular ao plano  $a \times b$ , nomeada espessura ( $t$ ). A placa está presente nas práticas mais comuns dentro da engenharia, como por exemplo: aba e alma de estruturas metálicas, asas e fuselagem de aviões, cascos de navios, corpo de veículos, entre outros. A Figura 3 mostra a utilização das placas na construção naval.

Figura 3: Bloco do casco de navio.



Fonte: Viga, 2022.

Segundo Timoshenko e Krieger (1959), as propriedades da flexão de placas dependem muito mais da espessura ( $t$ ) do que de suas outras dimensões. Assim, distinguem-se três tipos de placas, são elas: placas finas de pequenas deflexões, placas finas de grandes deflexões e placas espessas. Para Szilard (2004), placas com grandes deflexões são evitadas na maioria das vezes devido à complexidade dos cálculos. Porém, as engenharias aeroespaciais e submarinas precisam desenvolver conhecimento suficiente pois tais placas possuem capacidade de carga maiores. Ainda, Szilard (2004) define a classificação das placas pela relação da espessura ( $t$ ) e a largura ( $b$ ). Os tipos são:

- Placas Rígidas ( $\frac{1}{10} < \frac{t}{b} < \frac{1}{5}$ ) possuem rigidez a flexão, e suportam cargas bidimensionais.

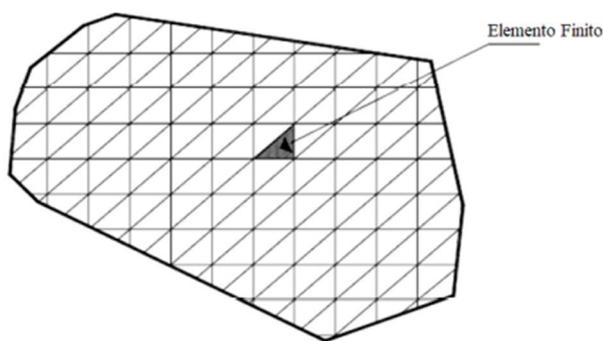
- Membranas  $\left(\frac{t}{b} < \frac{1}{50}\right)$  são placas muito finas sem rigidez à flexão.
- Placas Moderadamente Espessas  $\left(\frac{1}{10} < \frac{t}{b} < \frac{1}{5}\right)$  são muito similares às placas espessas. No entanto, deve-se considerar a influência das deformações de cisalhamento transversal.
- Placas Espessas  $\left(\frac{t}{b} > \frac{1}{5}\right)$  têm uma condição de tensão interna que se assemelha à dos contínuos tridimensionais.

A primeira teoria para o comportamento das placas sob esforços foi apresentada por Sophie Germain na Academia de Ciências de Paris, em 1811. Porém a Teoria Clássica de Kirchhoff (1850) é usada na maioria dos casos práticos atualmente. Ela considera inextensível a espessura e desprezam-se as deformações de esforço cortante, supondo que o segmento de reta normal à superfície média permaneça retilíneo e perpendicular a essa superfície após a deformação da placa (Soriano, 2003). A teoria de Kirchhoff é usada apenas para placas finas, não sendo usual para espessas.

### 2.3 MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

Os problemas de engenharia têm suas soluções baseadas em cálculos diferenciais, que de certa forma, oferecem uma boa precisão. Para problemas simples, o método analítico é eficaz. Porém, com o aumento da complexidade, a modelagem computacional oferece boas soluções, mesmo tendo métodos numéricos aproximados (Blaauwendraad, 2010). Da Silveira (2021) explica que o Método dos Elementos Finitos (MEF) é uma técnica computacional utilizada para a obtenção de soluções aproximadas para uma grande variedade de problemas da engenharia, possuindo domínio complexos e condições gerais de contorno. Madenci e Guven (2015), falam que um fenômeno físico ocorre em um meio contínuo da matéria (sólido, líquido ou gasoso) e que este tem um limite, chamado domínio. O MEF decompõe estes domínios em um número finito de subdomínios, conhecidos na literatura como elementos, sendo estes interligados por nós e para os quais a solução aproximada é construída.

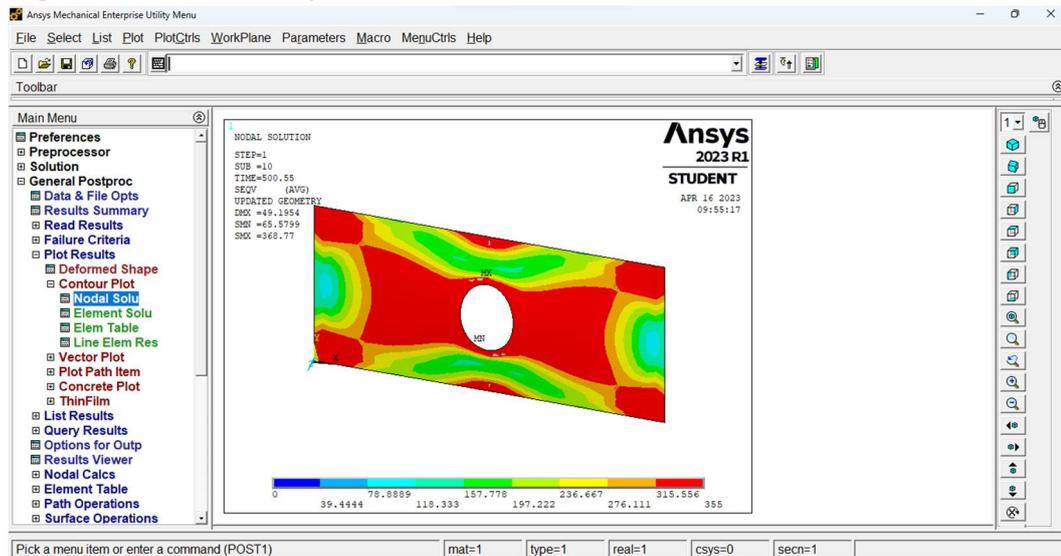
Figura 3: Malha de elementos finitos.



Fonte: Adaptado de Vanalli, 2004.

Conforme Castro (2009), grande parte dos engenheiros e cientistas utilizam o MEF para analisar não só o comportamento estrutural, mas também elétrico, mecânico e químico de sistemas, melhorando o processo de projeto e desempenho. O *Ansys Parametric Design Language* (APDL) é um programa de elementos finitos, sendo uma poderosa linguagem de script utilizada para muitas tarefas, desde a criação de geometrias para análise até mesmo configurações sofisticadas para análises altamente complexas (ANSYS, 2023). Abaixo, a Figura 4 apresenta a interface do software.

Figura 4: Interface Ansys APDL.



Fonte: Autor.

Para cada tipo de análise realizada através do MEF, um determinado elemento deve ser escolhido. O elemento SHELL281 é um dos principais elementos finitos disponíveis no software, apresentando bons resultados para análises de estruturas de placa ou cascas finas à moderadamente espessas. O SHELL281 possui oito nós e seis graus de liberdade para cada nó: três translações (ao longo de  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ ) e três rotações (em torno de  $X$ ,  $Y$  e  $Z$ ) (ANSYS, 2015).

Assim, além da teoria clássica de placas, as hipóteses de Reissner (1945) e Mindlin (1951) são importantes para a compreensão do mesmo, pois estas são as teorias de placa utilizadas pelo elemento finito SHELL281.

Conforme Szilard (2004), a teoria clássica de Kirchhoff resolve de forma eficiente os problemas de placas finas, porém no momento em que a espessura da placa começa a aumentar, a precisão dos resultados diminui. Por isso é necessário usar teorias mais sensíveis e refinadas para obter resultados coesos. Desta forma, Reissner e Mindlin desenvolveram teorias capazes de solucionar esse problema.

Além disso, Szilard (2004) destaca que a teoria de Reissner elimina parcialmente a dificuldade encontrada por Kirchhoff. De forma resumida, o cisalhamento transversal criado pelo esforço cortante e a tensão normal  $\sigma_z$  antes não considerados passam a existir. Desta forma, são necessárias três condições de contorno, ao invés de duas como na teoria clássica.

Para a teoria de Mindlin, Soriano (2003) explica que a teoria passou a considerar para cada esforço cortante uma rotação  $\beta$ , sendo esta a média das distorções das tensões cisalhantes desse esforço, de maneira semelhante à teoria de vigas de Timoshenko. Essa rotação é incluída no segmento de reta normal à superfície média da placa e, após a deformação, o segmento não permanece mais perpendicular à superfície.

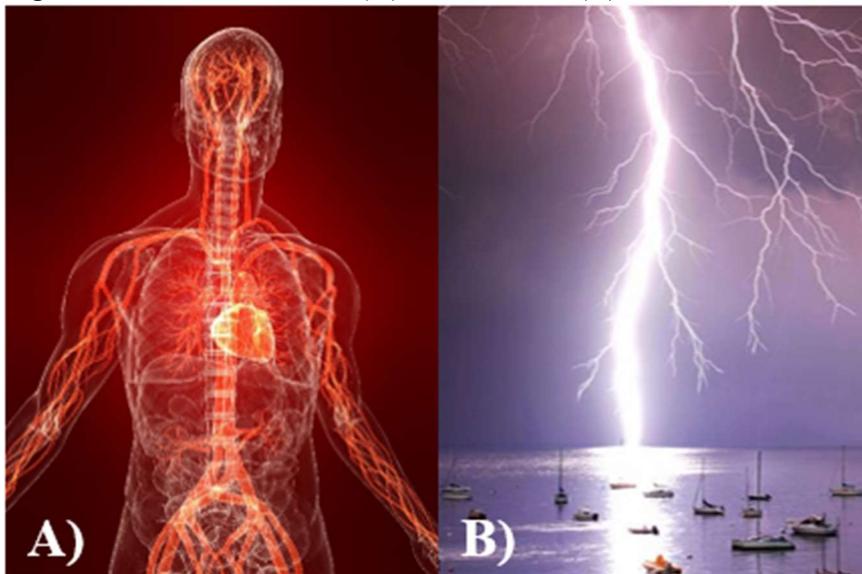
De acordo com Szilard (2004), além da aplicação das teorias de Reissner e Mindlin para placas de maior espessura, as mesmas receberam muita atenção nos últimos anos para a formulação de elementos finitos confiáveis e eficientes para placas finas. Porém, antes de serem implementadas, o problema chamado travamento cisalhante teve que ser resolvido para que, então, os tais elementos pudessem ser usados.

## 2.4 DESIGN CONSTRUTAL

Conforme Da Silveira (2021), no ano de 1997, a Teoria Construtal foi proposta como uma visualização mental de que os sistemas de fluxo animados e inanimados (ver Figura 5) seguem um princípio físico fundamental, que é a Lei Construtal. Essa lei tem três princípios fundamentais para descrever como as formas geométricas são determinadas (Bejan, 2000; Bejan e Lorente, 2008; Bejan e Zane, 2012), são elas:

- A vida é um fluxo, ou seja, todos os sistemas de fluxo e escoamento são sistemas vivos, tanto animados quanto inanimados;
- Geração de design e a sua evolução são fenômenos da física, baseados em um princípio físico fundamental;
- Os sistemas têm tendência universal para evoluir em um determinado sentido no tempo.

Figura 5: Sistema animado (A) e inanimado (B).



Fonte: Adaptado de Tongyubio, 2023 (A) e Navegação de esporte e recreio, 2023 (B).

O método utilizado para a aplicação da Lei Construtal na engenharia é denominado de Design Construtal (DC), sendo esse um método que relaciona os graus de liberdade, restrições globais e indicador de desempenho, para encontrar a geometria que proporciona um melhor desempenho do sistema quando submetido a alguma espécie de fluxo e/ou escoamento (Bejan e Zane, 2012).

Da Silveira (2021) destaca que o DC foi introduzido nas áreas térmicas e fluídicas, e que hoje tem-se muitos trabalhos nessas áreas que aplicam o DC. Porém, aos poucos começou a ser aplicado em problemas de mecânica dos sólidos. Para Lorente et al. (2010), é vantajoso utilizar a Lei Construtal para não só sistemas térmicos e fluídicos, mas também para estruturas sólidas, ou seja, as estruturas devem ser configuradas de forma a facilitar o fluxo de tensões. Da Silveira (2021) comprovou quantitativamente que a análise qualitativa utilizando o DC é efetiva para problemas de mecânica dos sólidos.

Dos Santos et al. (2017) e Rocha et al. (2018) afirmam que o DC não é um método de otimização, e sim um método de avaliação geométrica. Entretanto, pode ser utilizado em conjunto com métodos de otimização, como a técnica de Busca Exaustiva (BE).

Conforme Da Silveira (2021), a BE gera bons resultados através de uma busca sistemática, que analisa possíveis soluções geradas sucessivamente até encontrar uma solução admissível ou até mesmo quando o número máximo de tentativas chegue a um nível estipulado. Por ser um método pouco sofisticado, a Busca Exaustiva tem como vantagem a capacidade de pesquisar qualquer função, mesmo com comportamento complexo, irregular e descontínuo. O método gera bons resultados através de uma busca sistemática, que analisa possíveis soluções geradas sucessivamente até encontrar uma solução admissível (Khoury e Harder, 2016).

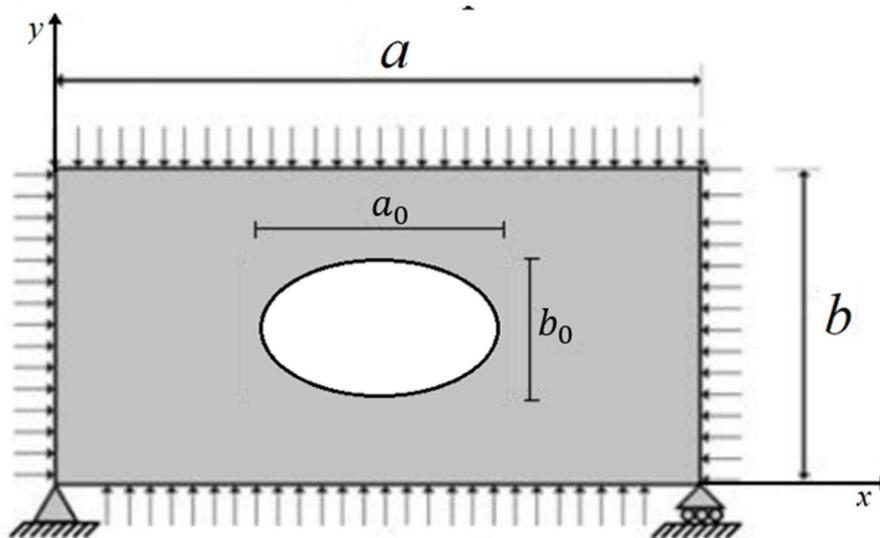
### 3. METODOLOGIA

Neste tópico será apresentada a metodologia utilizada para a realização das simulações. Desta forma, torna-se possível avaliar a influência da geometria das placas com perfurações circulares e elípticas, submetidas a carregamentos compressivos biaxiais, quando submetidas à flambagem elasto-plástica.

#### 3.1 DESCRIÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

Para o estudo da flambagem elasto-plástica e análise das componentes de tensão  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  para cada caso, será aplicada a modelagem computacional em placas finas de aço. Através de um modelo validado e verificado, e com a utilização do software ANSYS®, o estudo contemplará placas simplesmente apoiadas, com furos circulares e elípticos centralizados e com carregamentos distribuídos, compressivos e biaxiais, de mesma magnitude, aplicados nas bordas, de acordo com a Figura 6.

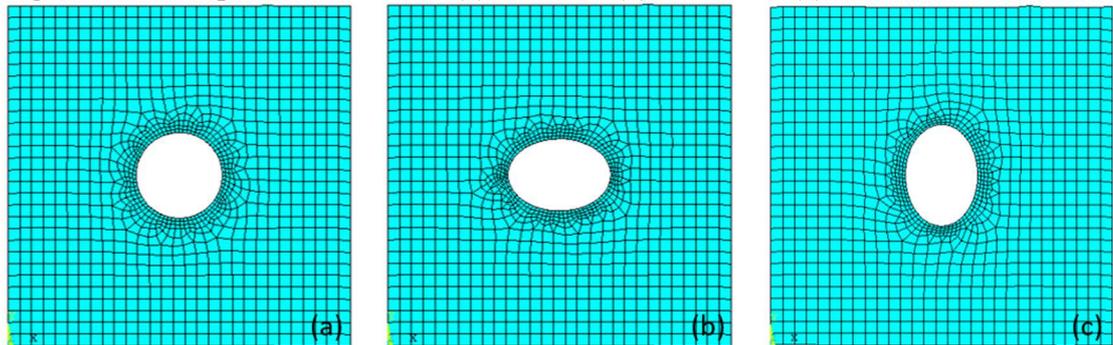
Figura 6: Características da placa.



Fonte: Autor.

As placas em questão serão divididas em três grandes grupos, sendo furos circulares, elípticos horizontais e verticais (ver Figura 7). As simulações para todos os grupos se dividem pela relação  $b/a$ , que abrangem de 1,0 até 0,25; variando em 0,05. Todas as placas terão área no plano de  $2m^2$  e espessura  $t = 12mm$ . Para mais detalhes sobre os grupos e as dimensões, ver apêndice A.

Figura 7: Placas perfuradas, sendo (a) Modo 1, (b) Modo 2 e (c) Modo 3.



Fonte: Autor.

A aplicação do DC requer a definição de graus de liberdade e restrições. Como restrição, além da espessura  $t$ , os furos serão determinados por uma fração volumétrica fixa de  $\phi = 0,05$  (Ver equações 1 e 2 do Apêndice A); ou seja: do volume total da placa será removida uma porção relativa à 5% como sendo o volume do furo inserido ao centro da placa. Como graus de liberdade têm-se a razão de aspecto da placa ( $b/a$ ) e a razão de aspecto do furo ( $b_0/a_0$ ), conforme a Figura 6. Como função objetivo, busca-se a maximização da carga última da flambagem elasto-plástica. Além deste valor de carga que leva ao colapso global da placa, as componentes de tensão  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  são estudadas para entender a influência destas componentes, individualmente, no comportamento mecânico da placa conforme varia-se a razão de aspecto  $b/a$ .

O material escolhido para as placas é isotrópico e tem comportamento elasto-plástico perfeito, conhecido como aço AH-36 ou aço naval. Possui módulo de elasticidade de  $E = 210\text{GPa}$ , coeficiente de Poisson de  $\nu = 0,3$  e tensão de escoamento igual à  $\sigma_e = 355\text{MPa}$ . O presente estudo será dividido em duas partes, sendo a primeira delas a validação e verificação do modelo. A segunda parte, contemplará as simulações e análises das placas sob flambagem.

Como dito acima, o modelo precisa ser validado (referência experimental) e/ou verificado (referência analítica ou numérica) para o início das simulações. Porém, antes de fazer a validação e/ou a verificação, é necessário fazer dois testes: de convergência de malha e convergência de passos.

O teste de convergência de malha resultou em um tamanho de elemento finito de 50mm, pois apresenta valores com pequena diferença em comparação com uma malha mais refinada, e por um tempo de processamento pequeno, não causando um grande esforço computacional. Já o teste de convergência de passos, resultou em um número de passos igual a 100, sendo igual à um incremento de carga de 42,68N/mm por passo, com um máximo de 200 passos e mínimo de 50 passos, com incrementos de 21,3 e 85,2N/mm, respectivamente. Os detalhes de ambos os testes estão presentes no Apêndice B. Os resultados da validação e verificação constam no Apêndice C.

Para tornar possível a simulação da flambagem elasto-plástica é necessário que uma imperfeição inicial ( $w$ ) seja aplicada à placa a partir do primeiro modo de flambagem elástica. Segundo El-Sawy et al. (2004), o valor recomendado para esta imperfeição é de  $w = b/2000$ , sendo  $b$  a largura da placa.

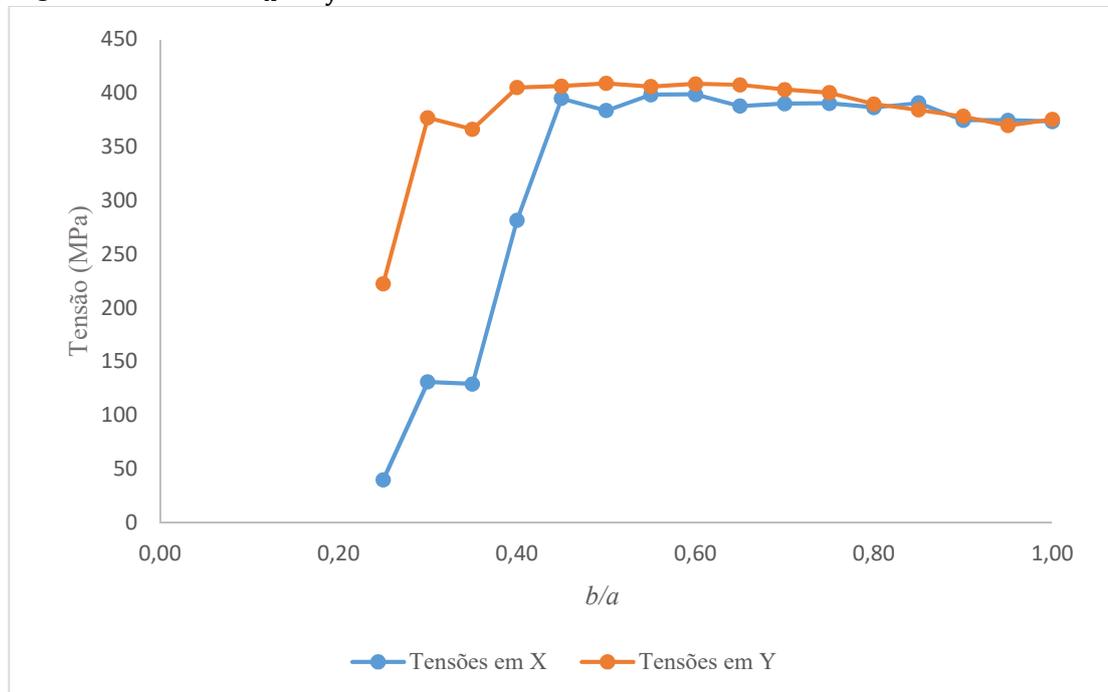
## 4. RESULTADOS

Neste t3pico ser3o apresentados os resultados gerados para a flambagem elasto-pl3stica atrav3s das simula33es num3ricas, utilizando o modelo computacional verificado e validado.

### 4.1 MODO 1 – FURO CIRCULAR ( $b_0/a_0 = 1,000$ )

O Modo 1 tem como caracter3stica a raz3o de aspecto do furo  $b_0/a_0 = 1$ , ou seja, um furo circular, com as dimens3es apresentadas na Tabela A.2 do Ap3ndice A. Sendo assim, realizaram-se as simula33es para flambagem elasto-pl3stica variando a raz3o de aspecto da placa ( $b/a$ ), conforme a Tabela A.1 do ap3ndice A que mostra o detalhamento das dimens3es utilizadas. Ap3s um tratamento de dados, chegou-se a Figura 8, a qual apresenta os resultados para as tens3es m3ximas de  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$ .

Figura 8: Tens3es  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  do Modo 1.

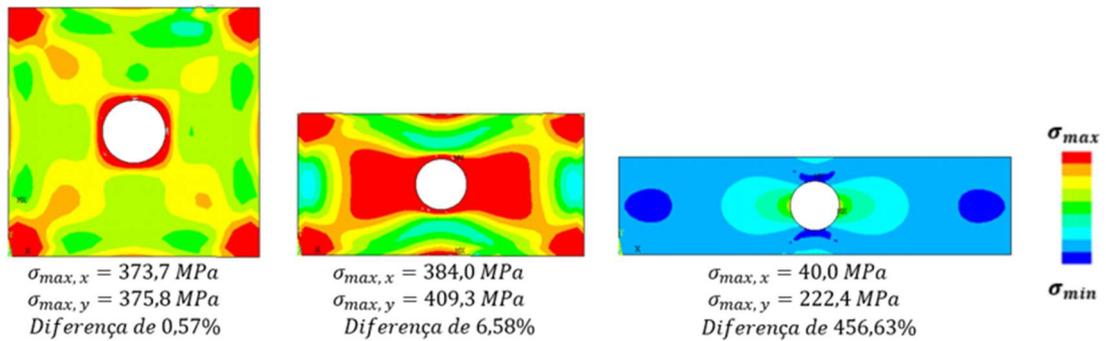


Fonte: Autor.

Nota-se que entre as raz3es de aspecto de 1,0 at3 0,45, o gr3fico se comporta de forma aproximadamente linear, e a diferen3a entre as tens3es 3 de 7,5%, em seu pior caso. No entanto, nas raz3es de aspecto abaixo de 0,40, h3 uma mudan3a de comportamento brusca, direcionando a curva para tens3es mais baixas. Nesta regi3o de  $b/a$  entre 0,25 e 0,4; a diferen3a entre as tens3es chega a 456% no caso mais discrepante, para a placa de  $b/a = 0,25$ .

Essas diferen3as ficam ainda mais claras quando essas componentes de tens3es s3o ilustradas. Desse modo, para uma melhor compreens3o, a Figura 9 apresenta a distribui33o das tens3es de von Mises sobre a 3rea da placa. Al3m disso, s3o apresentadas as tens3es m3ximas de  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  para raz3es de aspecto de placa igual 3  $b/a = 1$ ,  $b/a = 0,5$  e  $b/a = 0,25$ , respectivamente.

Figura 9: Modo 1 - Tensões de von Mises.



Fonte: Autor.

Analisando a Figura 10, pode-se observar que para a placa de  $b/a = 0,25$  a quantidade de áreas vermelhas (região com tensão máxima) é reduzida quando comparadas com as placas de  $b/a = 1$  e  $b/a = 0,5$ ; as quais apresentam máximas tensões localizadas no entorno da perfuração. Ainda, nota-se que a maioria do material da placa está submetido às distribuições de tensões baixas ou nulas (cores azuis). Neste caso, pode-se afirmar que o comportamento mecânico é definido pelo que acontece ao redor do furo. Isso explica a influência da geometria das placas e das condições de contorno em como se comportam os fluxos de tensão resultantes das flambagem elasto-plástica.

Na placa de  $b/a = 1$ , por possuir simetria geométrica, as tensões  $X$  e  $Y$  tem uma diferença mínima de 0,57% em decorrência da presença do furo. Já para a placa de  $b/a = 0,5$ ; pode-se notar uma diferença maior, porém, em termos de proporção, esta diferença não é tão significativa. Contudo, ao analisar a placa de  $b/a = 0,25$ ; onde o tamanho da borda  $a$  que recebe o carregamento distribuído é 4 vezes maior que a borda  $b$ , resultam em componentes de tensão em  $Y$  muito maiores que as componentes de tensão em  $X$ . Fazendo com que a diferença entre as tensões atinja 456%, como mostrado nas Figuras 8 e 9.

#### 4.2 MODO 2 – FURO HORIZONTAL ( $b_0/a_0 = 0,707$ )

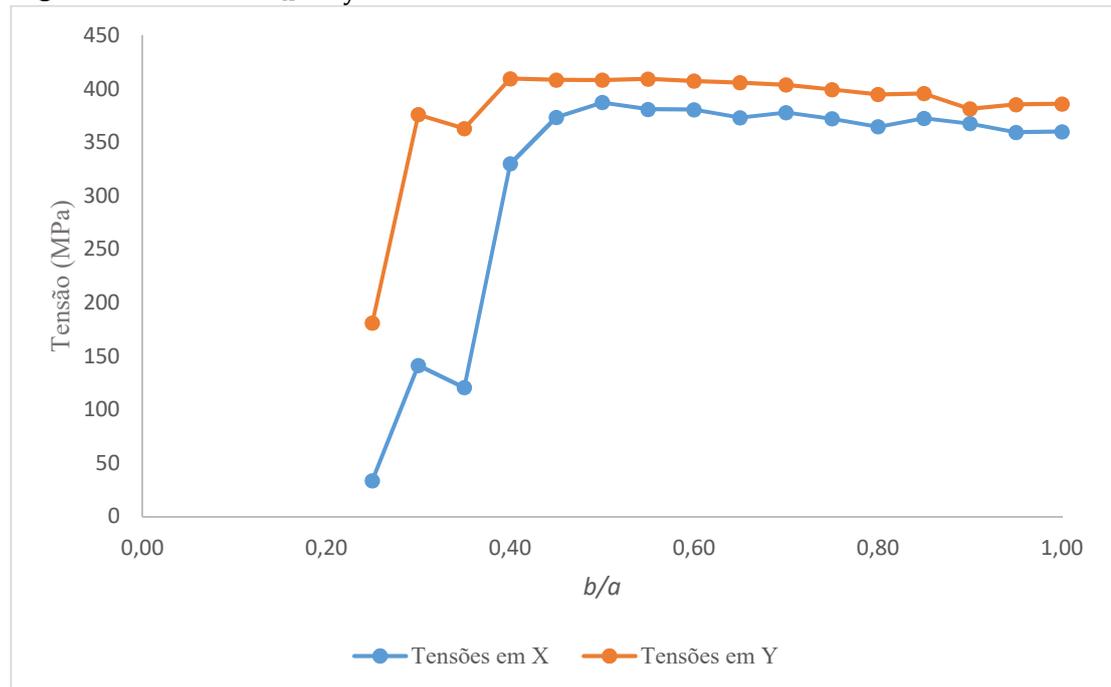
O Modo 2 tem como característica a razão de aspecto do furo ( $b_0/a_0$ ) igual a 0,707; ou seja, um furo horizontal, com dimensões presentes na Tabela A.2, no Apêndice A. Como dito na seção anterior, apresenta as mesmas propriedades que o Modo 1. Sendo a única diferença, a razão de aspecto do furo.

Desta forma, realizaram-se as simulações para a flambagem elasto-plástica variando a razão de aspecto da placa ( $b/a$ ), conforme a Tabela A.1 do apêndice A. Por fim, chegou-se à Figura 10, a qual apresenta os resultados para as tensões máximas de  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$ .

Da mesma forma que no Modo 1, nota-se que entre as razões de aspecto de 1,0 até 0,45; o gráfico se comporta de forma linear, e a diferença entre as tensões é de 9,4%, em seu pior caso. Nas razões de aspecto abaixo de 0,40, há uma mudança de comportamento acentuado, igualmente ao primeiro modo, resultando em tensões mais baixas. Baseado nos resultados obtidos, a diferença entre as tensões chega a 434,8% na placa de 0,25.

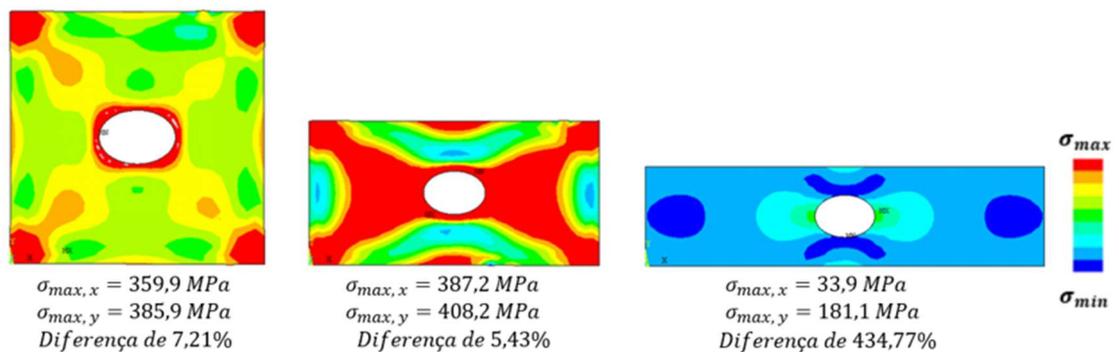
Para uma melhor compressão, a Figura 11 apresenta a tensão de von Mises sobre a área da placa. São apresentadas as tensões máximas de  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  para razões de aspecto de placa igual à  $b/a = 1$ ,  $b/a = 0,5$  e  $b/a = 0,25$ , respectivamente.

Figura 10: Tensões  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  do Modo 2.



Fonte: Autor.

Figura 11: Modo 2 - Tensões de von Mises.



Fonte: Autor.

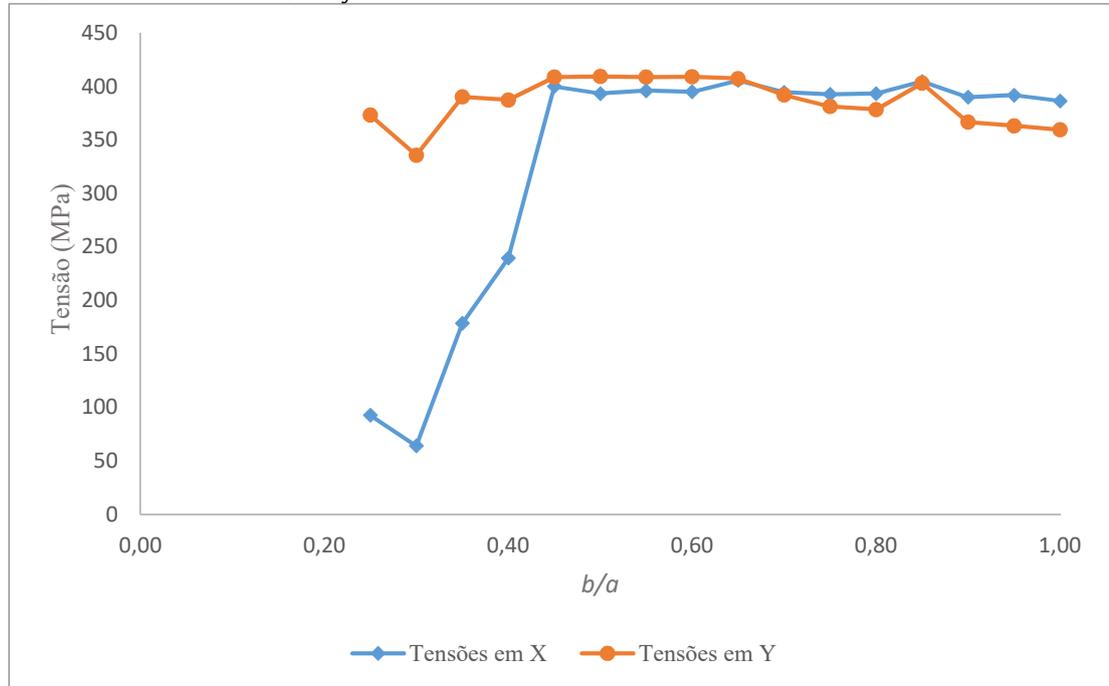
Ao analisar a Figura 11, nota-se que o comportamento é muito semelhante ao do modo anterior. Nas razões de aspecto de  $b/a = 1$ ,  $b/a = 0,5$ ; também não se nota uma predominância significativa de uma componente de tensão sobre a outra. Da mesma forma que no primeiro modo, em  $b/a = 0,25$ ; a tensão em  $Y$  é superior em relação à  $X$ . Como já dito, a geometria da placa é a principal causadora deste comportamento, fazendo com que as tensões  $\sigma_y$  sejam mais significativas que  $\sigma_x$ . Ainda, cabe destacar que a distribuição das máximas tensões de von Mises é diferente das do Modo 1, sendo esta diretamente afetada pela perfuração. Comparando as figuras 9 e 11, as três placas apresentam diferenças nas distribuições das tensões de von Mises podendo ser notadas, no Modo 2, regiões maiores e mais distribuídas pela área da placa, das máximas tensões representadas na cor vermelha.

### 4.3 MODO 3 – FURO VERTICAL ( $b_0/a_0 = 1,415$ )

O Modo 3 tem como característica a razão de aspecto do furo  $b_0/a_0 = 1,415$ ; sendo este também chamada de furo vertical, com dimensões presentes na Tabela A.2, no Apêndice A.

Realizou-se as simulações para flambagem elasto-plástica variando a razão de aspecto da placa  $b/a$ , conforme a Tabela A.1 do apêndice A. Os resultados obtidos pelas simulações, para as tensões máximas de  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$ , estão apresentados na Figura 12.

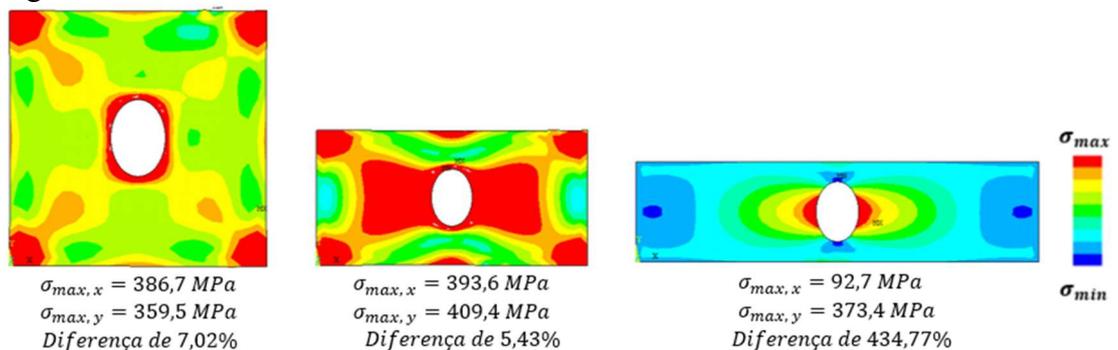
Figura 12: Tensões  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  do modo 3.



Fonte: Autor.

Diferente dos outros, o Modo 3 tem um comportamento particular. As tensões em  $\sigma_x$  são semelhantes aos 2 primeiros, apresentando uma mudança de comportamento acentuada para valores menores de  $b/a$ . Por outro lado, as tensões  $\sigma_y$  não apresentam uma queda tão acentuada, mantendo um comportamento similar em todas as razões de aspecto da placa. A Figura 13 apresenta as distribuições das tensões de von Mises e as diferenças das componentes de tensão  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  com razões de aspecto igual à  $b/a = 1$ ,  $b/a = 0,5$  e  $b/a = 0,25$ , respectivamente.

Figura 13: Modo 3 - Tensões de von Mises.

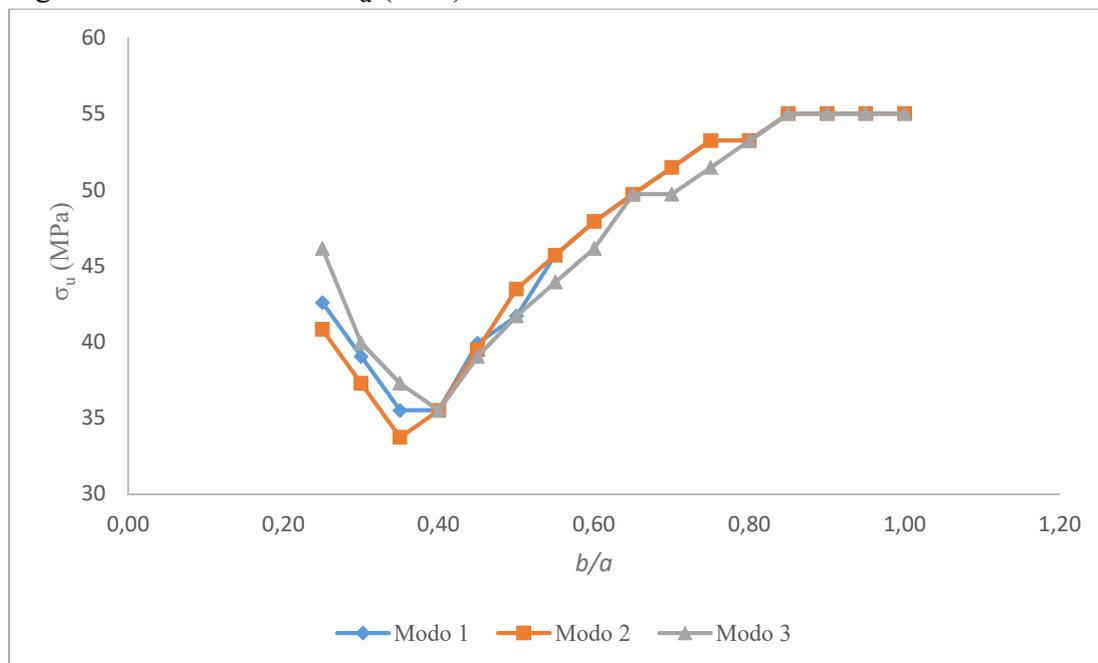


Fonte: Autor.

Da mesma forma que os modos anteriores, há uma predominância da tensão  $\sigma_y$  para razões de aspecto da placa menores que  $b/a = 0,40$ . Conforme mostra a Figura 14, para  $b/a = 0,25$  a diferença entre tensões é 434,77%, por consequência da geometria da placa.

A tensão  $\sigma_y$  no Modo 3 não apresenta uma redução brusca nos seus valores, igual ao que pode ser visto para os outros dois modos de perfuração. Nesse caso, fez-se mais uma investigação a partir do entendimento de que a tensão última  $\sigma_u$  é a tensão que conduz ao colapso global pela flambagem elasto-plástica. Sendo assim, resolveu-se avaliá-la para todos os modos, e os resultados estão dispostos na Figura 14.

Figura 14: Tensão última  $\sigma_u$  (MPa).



Fonte: Autor.

De acordo com a Figura 14, fica evidente que o Modo 3 possui uma superioridade quando se trata de suportar uma tensão última maior, para placas com razão de aspecto menores que 0,40. Se for feito um paralelo do resultado apresentado na Figura 14 com o Princípio da Ótima Distribuição das Imperfeições, no qual o método Design Construtal se baseia, fica evidente a influência do formato do furo na melhor distribuição das máximas tensões, sendo essas as imperfeições do sistema analisado.

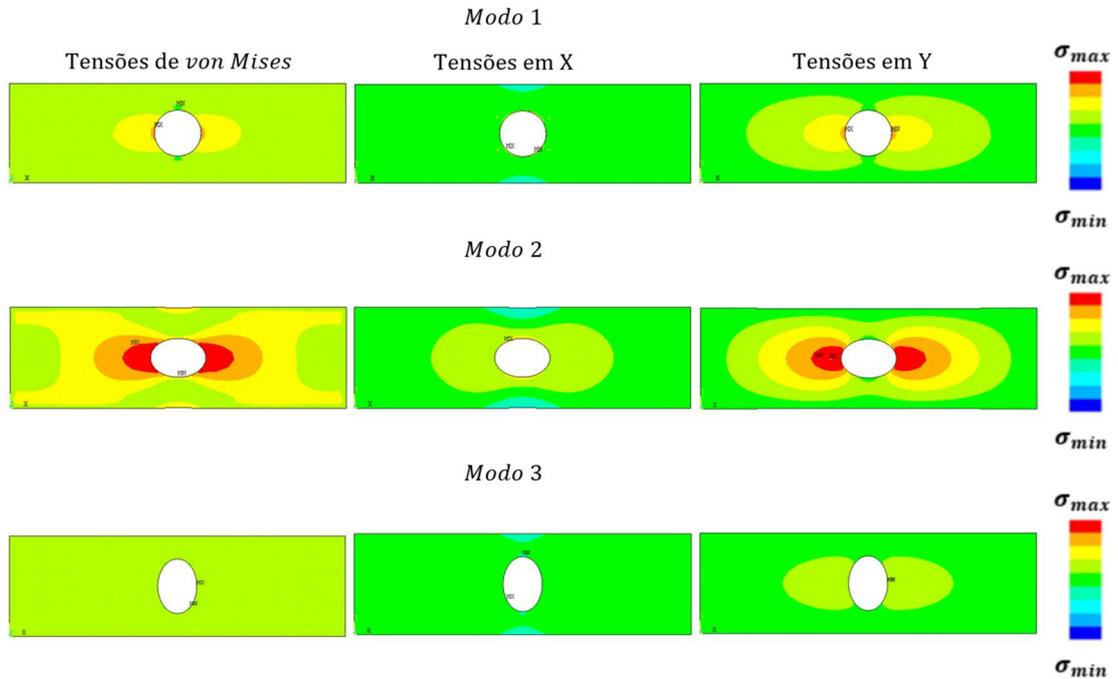
Uma vez que, para razões  $b/a$  menores, a carga compressiva está distribuída ao longo de um  $a$  muito maior do que  $b$ , entende-se que a força resultante no sentido  $Y$  também será maior, resultando em uma tensão  $\sigma_y$  sensivelmente superior à  $\sigma_x$ , para a mesma placa, como foi visto nas Figuras 9, 11 e 13. No Modo 3, a geometria alongada em  $Y$  facilita o fluxo de tensões nessa direção, sendo estas as mais significativas, fazendo com que a placa suporte maiores cargas e conseqüentemente maiores tensões, diferentemente dos outros modos em que a geometria dificulta o fluxo das tensões mais significativas ( $\sigma_y$ ) gerando mais concentração de tensões em torno do furo e piorando a performance da placa.

Para placas com razão de aspecto maior que 0,40; vale destacar que quanto mais próximos forem os valores de  $a$  e  $b$ , melhor será o comportamento mecânico da placa. Isso se confirma ao analisar a Figura 14, em que a tensão última suportada aumenta de forma semelhante a uma função linear conforme a razão de aspecto da placa aumenta.

Como último ponto, para confirmar a superioridade do Modo 3 para razões de aspecto menores que 0,40; fez-se mais uma avaliação. Desta vez, resolveu-se comparar os três furos para uma mesma tensão última e uma mesma razão de aspecto de placa ( $b/a$ ). A razão escolhida

foi a de 0,30 com uma tensão última de 37,2MPa. Além disso, para determinar a geometria que conduz ao melhor comportamento mecânico, foi utilizado o Método do Design Construtal para uma análise qualitativa das distribuições de tensões. As distribuições de tensões são apresentadas na Figura 15.

Figura 15: Relação Tensão última x Modo.



Fonte: Autor.

Na Figura 15, ao padronizar uma mesma escala de cores para todas as placas, pode-se ver claramente como as tensões se distribuem de formas diferentes e com diferentes magnitudes para cada furo imposto às placas. Considerando uma mesma carga distribuída aplicada, observa-se que o Modo 2 é o mais afetado pela perfuração, possuindo regiões com alta concentração de tensões em volta do furo. O Modo 1, também é afetado, porém não na mesma criticidade que o segundo modo. Ao analisar o Modo 3, nota-se que é o menos afetado, uma vez que é o furo vertical o que mais facilita o fluxo das tensões em  $Y$ , predominantes para esta razão de aspecto  $b/a$  como já apresentado anteriormente. Esta constatação vai ao encontro do Princípio da Ótima Distribuição das Imperfeições, do Design Construtal, assumindo que a geometria ótima é aquela que melhor distribui as tensões máximas ao longo do plano da placa, sendo estas tensões as imperfeições do sistema analisado.

Ainda, cabe destacar que na Figura 15 fica evidente a predominância das tensões em  $Y$  para determinar o comportamento mecânico da placa quando para razões de aspecto menores. Isso pode ser visto facilmente nas placas de furos com Modo 1 e Modo 2, onde a distribuição das tensões de von Mises são definidas, maioritariamente, pelo comportamento das componentes de tensão  $\sigma_y$ .

## 5. CONCLUSÃO

A flambagem elasto-plástica de placas ganha mais importância para projetos onde a resistência elevada e um peso reduzido são necessários, visto que quando comparada com a flambagem elástica, proporciona um acréscimo na carga suportada. Além disso, a análise de

placas finas perfuradas está intimamente ligada à engenharia, pois podem ser utilizadas como elementos estruturais, ou complemento destes, em várias aplicações da engenharia. Como ferramentas do presente estudo, foi utilizada a Modelagem Computacional, através do Método dos Elementos Finitos, associado ao Design Construtal e à Busca Exaustiva, com a finalidade de estudar o comportamento das placas finas perfuradas sujeitas a flambagem elasto-plástica variando sua razão de aspecto além do formato do furo.

Através das análises referentes à variação da razão de aspecto  $b/a$  da placa, pode-se concluir que a mesma afeta diretamente o comportamento mecânico da placa. No entanto, também é visível que há uma mudança de comportamento a partir de razões de aspecto menores que 0,40. Nota-se, que a distribuição de tensões também muda para placas com  $b/a$  menor do que 0,40; tendo o desempenho mecânico definindo pelo que acontece no entorno da perfuração, região que possui a maior concentração de tensões. Essa mudança se dá pela geometria da placa, como por exemplo a placa de  $b/a = 0,25$ ; onde o tamanho da borda  $a$  que recebe o carregamento distribuído é 4 vezes maior que a borda  $b$  resultam em componentes de tensão em  $Y$  muito maiores que as componentes de tensão em  $X$ , chegando a 456,63% de incremento das tensões em  $Y$  se comparadas às de  $X$ .

Por fim, sobre o desempenho dos modos de perfuração, fica evidente a superioridade do Modo 3, mais alongado na vertical, para razões de aspecto menores que 0,40. O Modo 3 facilita o fluxo de tensões na direção  $Y$ , fazendo com que o mesmo consiga suportar carregamentos maiores e apresentando uma melhor distribuição de tensões para uma mesma tensão última, indo ao encontro do Princípio da Ótima Distribuição das Imperfeições do Design Construtal.

Nota-se a importância da análise da geometria das placas furadas, pois tanto o furo quanto as dimensões das placas alteram o comportamento mecânico do material. Por fim, o Método DC, associado ao MEF e à BE mostrou-se efetivo no estudo da flambagem elasto-plástica em placas simplesmente apoiadas, com furos circulares e elípticos centralizados e com carregamentos distribuídos, compressivos e biaxiais.

## REFERÊNCIAS

ÅKESSON, B. **Plate Buckling in Bridges and Other Structures**. London, UK: Taylor & Francis, 2007. ISBN 978-0-415-43195-8.

ANSYS MECHANICAL APDL. **Version 15.0 – User’s Guide**, ANSYS Inc. 2015.

ANSYS MECHANICAL APDL. **Version 18.1 – User’s Guide**, ANSYS Inc. 2018.

ANSYS. **User’s Manual: Analysis Systems**. ANSYS Inc., 2009.

APDL: A LINGUEGEM DA SIMULAÇÃO. **Ansys**, 2023. Disponível em: <<https://www.ansys.com/blog/what-is-apdl>>. Acessado em: 05/01/2023.

BEJAN, A. **Shape and Structure, From Engineering to Nature**. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 2000. ISBN 0521793882.

BEJAN, A.; LORENTE, S. **Design with constructal theory**. New Jersey: John Wiley Sons, 2008.

BEJAN, A.; ZANE, J. P. **Design in Nature. How the Constructal Law Govern Evolution in Biology, Physics, and Social Organization**. New York, USA: Doubleday, 2012.

BLAAUWENDRAAD, J. **Plates and FEM: Surprises and Pitfalls**. London, UK: Springer, 2010.

CASTRO, J. T. P., Meggiolaro, M. A. (2009) **Fadiga - Técnicas e Práticas de Dimensionamento Estrutural sob Cargas Reais de Serviço**. Vol II. 1ª ed., CreateSpace, 2009.

CHAJES, A. **Principles of Structural Stability Theory**. New Jersey, USA: Prentice-Hall, 1974.

CONSTRUÇÃO NAVAL E MONTAGEM DE NAVIOS. **Viga**, 2023. Disponível em:<[https://viga.ind.br/produto/construcao\\_naval\\_fabrica\\_montagem\\_de\\_navios/](https://viga.ind.br/produto/construcao_naval_fabrica_montagem_de_navios/)>. Acesso em: 04/01/2023.

DA SILVEIRA, T. **Simulação numérica e design construtal aplicado à flambagem biaxial elasto-plástica de placas perfuradas**. Tese (Doutorado em Modelagem Computacional) – Universidade Federal do Rio Grande. Rio Grande. 2021.

EL-SAWY, K. M.; NAZMY, A. S.; MARTINI, M. I. **Elasto-Plastic Buckling of Perforated Plates under Uniaxial Compression**. *Thin-Walled Structures*, v. 42, n. 8, p. 1083-1101, 2004. ISSN 0263-8231.

EL-SAWY, K. M.; MARTINI, M. I. **Stability of biaxially loaded square plates with single central holes**. *Ship and Offshore Structures*, v. 5, n.4, p. 283-293, 2010.

HIBBELER, Russell. C. **Resistência dos Materiais**. 7ª ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

JONES, R. M. **Buckling of bars, plates and shells**. Blacksburg, USA: Bull Ridge Publishing, 2006. ISBN 0978722302

LORENTE, S.; LEE, J.; BEJAN, A. **The “flow of stresses” concept: the analogy between mechanical strength and heat convection**. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, v. 53, n. 15, p. 2963-2968, 2010. ISSN 0017-9310.f

LORENZINI, G.; HELBIG, D.; DA SILVA, C.C.C.; REAL, M.V.; DOS SANTOS, E.D.; ISOLDI, L.A.; ROCHA, L.A.O. **Numerical evaluation of the effect of type and shape of perforations on the buckling of thin steel plates by means of the constructal design method**. *Heat and Technology*, v. 34, p. S9-S20, 2016.

MADENCI, E. e GUVEN, I. **The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS**. New York, USA: Springer, 2015. ISBN 978-1-4899-7549-2.

MARDANPOUR, P.; IZADPANAHI, E.; RASTKAR, S.; LORENTE, S.; BEJAN, A. **Constructal design of aircraft: flow of stresses and aeroelastic stability**. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*, v. 57, n. 10, p. 1-13, 2019.

MINDLIN, R. D. **Influence of rotatory inertia and shear on flexural motions of isotropic, elastic plates**. *ASME Journal of Applied Mechanics*, v. 18, p. 31-38, 1951.

NARAYANAN, R.; CHOW, F. **Strength of Biaxially Compressed Perforated Plates**. In: International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures. p. 55-73. Missouri S&T, 1984.

RAIOS – DICAS DE SEGURANÇA NA TERRA E NO MAR. **Navegação de Esporte e Recreio**, 2023. Disponível em: < [Navegação de Esporte e Recreio: RAIOS - DICAS DE SEGURANÇA NA TERRA E NO MAR. \(navegacaodeesporteerecreio.blogspot.com\)](http://navegacaodeesporteerecreio.blogspot.com) >. Acessado em: 16/04/2023.

PFEIL, W.; PFEIL, M. **Estruturas de Aço: Dimensionamento Prático**. Rio de Janeiro, Brasil: LTC, 2012.

PINTO V.T.; ROCHA L.A.O.; FRAGASSA C.; DOS SANTOS E.D.; ISOLDI L.A. **Multiobjective Geometric Analysis of Stiffened Plates under Bending through Constructal Design Method**. Journal of Applied and Computational Mechanics, v. 6, n. SI, p. 1438-1449, 2020.

REISSNER, E. **The Effect of Transverse Shear Deformation on the Bending of Elastic Plates**. Journal of Applied Mechanics, v. 3, p. 69-77, 1945.

ROCHA L.A.O.; LORENTE S.; BEJAN A. **Constructal Theory in Heat Transfer**. In: Kulacki F. (eds) Handbook of Thermal Science and Engineering, Springer, Cham, 2018.

SHANMUGAM, N. E.; THEVENDRAN, V.; TAN, Y. H. **Design formula for axially compressed perforated plates**. Thin-Walled Structures, v. 34, p. 1-20, 1999.

SHANMUGAM, N. E.; WANG, C. M. **Analysis and design of plated structures – Volume1: Stability**. New York, USA: CRC Press, 2006.

SORIANO, H. L. **Método dos Elementos Finitos em Análise de Estruturas**. São Paulo, Brasil: Edusp, 2003.

SZILARD, R. **Theories and Applications of Plate Analysis: Classical Numerical and Engineering Methods**. New Jersey, USA: John Wiley & Sons, 2004. ISBN 0471429899.

TIMOSHENKO, S. P.; GERE, J. M. **Theory of Elastic Stability**. New York, USA: Engineering Societies Monographs. McGraw-Hill, 1963.

TIMOSHENKO, S. P.; WOINOWSKY-KRIEGER, S. **Theory of Plates and Shells**. New York, USA: McGraw-Hill, 1959. ISBN 0070858209.

BLOOD SYSTEM. **Tongyubio**, 2023. Disponível em: <[blood-system.jpg \(1500×2000\)](http://blood-system.jpg) ([tongyubio.com](http://tongyubio.com)) >. Acessado em: 16/04/2023.

## APÊNDICE A

As placas que serão simuladas seguem o modelo presente na Figura 6. O estudo contemplará placas com furos circulares e elípticos centralizados, com carregamentos compressivos biaxiais iguais e simplesmente apoiada.

O comprimento e largura das placas variam conforme a relação  $b/a$ . As dimensões são mostradas na Tabela A.1. A área se mantém em 2 m<sup>2</sup> para todas as placas.

Tabela A.1: Dimensões.

$b/a$	$a$ (mm)	$b$ (mm)	Área (mm <sup>2</sup> )
1,000	1414,214	1414,214	2000000,000
0,950	1450,953	1378,405	2000000,000
0,900	1490,712	1341,641	2000000,000
0,850	1533,930	1303,840	2000000,000
0,800	1581,139	1264,911	2000000,000
0,750	1632,993	1224,745	2000000,000
0,700	1690,309	1183,216	2000000,000
0,650	1754,116	1140,175	2000000,000
0,600	1825,742	1095,445	2000000,000
0,550	1906,925	1048,809	2000000,000
0,500	2000,000	1000,000	2000000,000
0,450	2108,185	948,683	2000000,000
0,400	2236,068	894,427	2000000,000
0,350	2390,457	836,660	2000000,000
0,300	2581,989	774,597	2000000,000
0,250	2828,427	707,107	2000000,000

Fonte: Autor.

O volume de material retirado das placas é de 5%. A fração volumétrica da perfuração circular é dada pela equação (1) e da perfuração elíptica pela equação (2).

$$\phi_{\text{cir}} = \frac{V_{\text{perf}}}{V_{\text{total}}} = \frac{\pi a_0^2 t}{a b t} \quad (1)$$

$$\phi_{\text{elip}} = \frac{V_{\text{perf}}}{V_{\text{total}}} = \frac{\pi a_0 b_0 t}{a b t} \quad (2)$$

As placas que serão simuladas dividem-se em 3 grupos, são eles: circular, elíptico horizontal e elíptico vertical, conforme mostrado na figura 7. As dimensões das perfurações estão presentes na tabela A.2.

Tabela A.2: Grupos.

Grupos	$b_0/a_0$	$b_0$	$a_0$
1	1,000	356,83	356,83
2	0,707	300	424,426
3	1,415	424,426	300

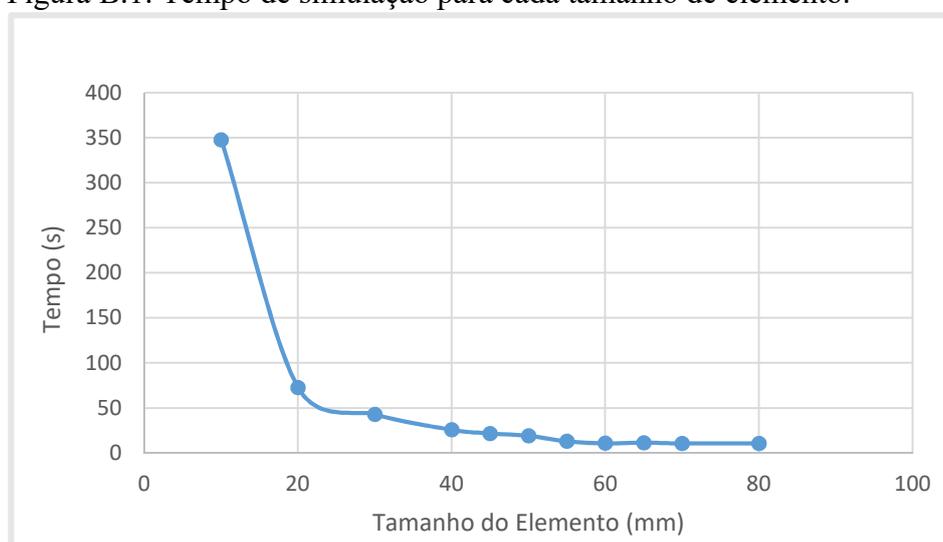
Fonte: Autor.

## APÊNDICE B

### TESTE DE CONVERGÊNCIA DE MALHA

Utilizou-se uma placa de referência para a realização do teste de convergência de malha, baseada nas que serão posteriormente simuladas. A placa é retangular com furo circular no centro, e possui as seguintes dimensões (Ver figura A.1):  $a = 2000$  mm,  $b = 1000$  mm,  $t = 12$  mm,  $a_0 = b_0 = 250$  mm. Assim, a malha foi gerada ao longo do domínio da placa variando-se o tamanho dos elementos e obtendo-se os valores para a tensão última  $\sigma_u$ . Além disso, fez-se um refino de malha ao redor do furo circular, visando uma melhor discretização na região afetada pela variação da geometria. A Figura B.1 apresenta os valores obtidos com o teste da placa citada acima.

Figura B.1: Tempo de simulação para cada tamanho de elemento.



Fonte: Autor.

Com base nos resultados apresentados na figura B.1, nota-se que os elementos de tamanho 50 e 60 mm apresentam um bom resultado com uma pequena diferença percentual em relação às malhas mais refinadas. Ainda, a partir do tamanho de elemento finito de 40 mm há um aumento expressivo no tempo de processamento da simulação. Sendo assim, decidiu-se pelo elemento de tamanho 50 mm, pois apresenta valores com pequena diferença em comparação com uma malha mais refinada, e por um tempo de processamento pequeno, não causando um grande esforço computacional.

### TESTE DE CONVERGÊNCIA DE PASSOS

O valor de carga limite é decorrente do produto entre a tensão de escoamento do material e a espessura ( $t$ ), sendo igual a 4260 N/mm ( $\sigma_e = 355$  MPa e  $t = 12$  mm). As dimensões e propriedades do material da placa são as mesmas do teste de malha. Da Silveira (2021) explica que os incrementos de carga são definidos a partir da escolha de uma quantidade inicial, pelos quais a carga será dividida, bem como de valores máximos e mínimos de passos de carga. A Tabela B.1 apresenta as simulações para a escolha do número de passos.

Tabela B.1: Número de passos.

Simulação	Início	Máximo	Mínimo	Tempo (s)	N/mm	Erro
1	25	50	12,5	12,75	426	23,08
2	35	70	17,5	14,13	486,857	12,09
3	40	80	20	18,68	532,5	3,85
4	50	100	25	20,3	532,5	3,85
5	100	200	50	24,41	553,8	0,00
6	200	400	100	21,3	553,8	0,00
7	400	800	200	32,04	559,125	-0,96
8	800	1600	400	42,23	561,787	-1,44
9	1600	3200	800	78,35	564,45	-1,92
10	4800	9600	2400	199	564,894	-2,00

Fonte: Autor.

Nota-se que a partir da simulação número 5 há uma estabilização dos resultados da tensão última com um aumento considerável do tempo de simulação, sendo esta a escolhida para a continuidade do trabalho. A simulação 5 possui um número de passos igual a 100, resultando em um incremento de 42,6 N/mm por passo, com um máximo de 200 passos e mínimo de 50 passos, com um incremento de 21,3 e 85,2 N/mm, respectivamente.

## APÊNDICE C

### VERIFICAÇÃO DO MODELO COMPUTACIONAL

O primeiro modelo a ser verificado foi a flambagem elástica. Utilizando a proposta de Timoshenko e Gere (1964), uma placa simplesmente apoiada de dimensões  $a = 2000$  mm,  $b = 1000$  mm,  $t = 14$  mm e com propriedades do material como módulo de elasticidade de  $E = 210$  GPa e coeficiente de Poisson de  $\nu = 0,3$  foi analisada analiticamente e apresentou o resultado de carga crítica  $P_{cr} = 651,014$  N/mm. A simulação numérica proposta por esse trabalho resultou em 646,718 N/mm, o que representa uma diferença de 0,66%.

O segundo modo a ser verificado foi a flambagem elasto-plástica biaxial. O estudo utilizado foi o de Shanmugam et al. (1999). Fez-se a análise de uma placa quadrada com um furo centralizado simplesmente apoiada de dimensões  $a = b = 125$  mm,  $t = 6,25$  mm e  $a_0 = b_0 = 25$  mm. As propriedades do material são tensão de escoamento de  $\sigma_e = 323,3$  MPa, módulo de elasticidade de  $E = 205$  GPa e coeficiente de Poisson  $\nu = 0,3$ . O valor obtido para tensão última pela solução analítica foi de  $\sigma_u = 257,13$  MPa, enquanto o modelo computacional proposto apresentou o resultado de  $\sigma_u = 276,42$  MPa, representando uma diferença de 7%.

A verificação seguinte foi o estudo feito por Da Silveira (2021), o qual propõe um modelo computacional para flambagem elasto-plástica de placas com furos centralizados. As dimensões e propriedades do material utilizadas foram  $a = 2000$  mm,  $b = 1000$  mm,  $t = 12$  mm,  $a_0 = 900$  mm,  $b_0 = 282,95$  mm,  $\sigma_e = 355$  MPa,  $E = 210$  GPa e  $\nu = 0,3$ . O resultado obtido da simulação é de  $\sigma_u = 36,83$  MPa enquanto para o presente modelo foi de 36,83 MPa, representando um erro de 0%.

### VALIDAÇÃO DO MODELO COMPUTACIONAL

O estudo utilizado para a validação deste modelo numérico foi o de Narayanan e Chow (1984) feito para a flambagem elasto-plástica. As dimensões e propriedades do material da

placa foram  $a = b = 125$  mm,  $t = 1,625$  mm, com furo circular de  $a_0 = b_0 = 25$  mm,  $\sigma_e = 323,3$  MPa,  $E = 205$  GPa e  $\nu = 0,3$ . O resultado obtido do experimento é de  $\sigma_u = 73,8$  MPa enquanto para o presente modelo foi de  $80,8$  MPa, representando um erro de  $8,7\%$ .