



Universidade Federal do Pampa

**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA  
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA**

**LIDIANE AZAMBUJA LEMOS**

**TÍTULO DO TRABALHO: AMORTECEDOR DINÂMICO VISCOELÁSTICO COM  
MEMÓRIA PARA VIBRAÇÕES DE UM EDIFÍCIO DE PEQUENO PORTE**

**Alegrete  
2013**

**LIDIANE AZAMBUJA LEMOS**

**AMORTECEDOR DINÂMICO VISCOELÁSTICO COM MEMÓRIA PARA  
VIBRAÇÕES DE UM EDIFÍCIO DE PEQUENO PORTE**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Engenharia da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia.

Orientador: Jorge Luis Palacios Felix

**Alegrete  
2013**

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos  
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do  
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

L557t LEMOS, LIDIANE  
TÍTULO DO TRABALHO: AMORTECEDOR DINÂMICO VISCOELÁSTICO COM  
MEMÓRIA PARA VIBRAÇÕES DE UM EDIFÍCIO DE PEQUENO PORTE /  
LIDIANE LEMOS.  
102 p.  
  
Dissertação (Mestrado) -- Universidade Federal do Pampa,  
MESTRADO EM ENGENHARIA, 2013.  
"Orientação: JORGE LUIS PALACIOS FELIX".  
  
1. SISTEMA NÃO IDEAL. 2. MATERIAL VISCOELÁSTICO. 3.  
PÓRTICOS PLANOS. I. Título.

LIDIANE AZAMBUJA LEMOS

**AMORTECEDOR DINÂMICO VISCOELÁSTICO COM MEMÓRIA PARA  
VIBRAÇÕES DE UM EDIFÍCIO DE PEQUENO PORTE**

Esta dissertação foi julgada adequada para a  
obtenção do título de Mestre em Engenharia  
e aprovada em sua forma final pelo  
Orientador e pela Banca Examinadora.

Orientador: Jorge Luis Palacios Felix

Dissertação de Mestrado defendido e aprovado em: 06, Setembro, 2013.

Banca examinadora:



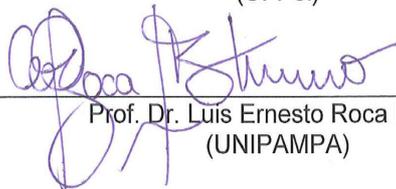
---

Prof. Dr. Jorge Luis Palacios Felix  
Orientador  
(UNIPAMPA)



---

Prof. Dr. Valdecir Bottega  
(UFPEl)



---

Prof. Dr. Luis Ernesto Roca Bruno  
(UNIPAMPA)

Dedico este trabalho aos meus pais Alcir e Neuza, pela dedicação e apoio em todos os momentos difíceis.

## AGRADECIMENTO

Agradeço em primeiro lugar a Deus por guiar-me sempre pelo caminho correto e por me dar força para superar os obstáculos.

Agradeço ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia, PPEng, pela oportunidade de realização de trabalhos em minha área de pesquisa.

Ao Prof. Dr. Jorge Luis Palacios Felix pela orientação e apoio incansável durante toda a elaboração deste projeto.

Aos colegas do PPEng pelo seu auxílio nas tarefas desenvolvidas durante o curso e apoio na revisão deste trabalho.

À CAPES pelo apoio financeiro através da bolsa de Mestrado.

Aos meus avós paternos, João (*in memorium*) e Adália (*in memorium*), e aos avós maternos José Erli (*in memorium*) e Ivone, e a toda minha família, em especial a minha tia Rejane e meu tio Gilnei pelo apoio e por acreditarem no meu sucesso.

Ao meu noivo pela paciência e companheirismo durante esta caminhada.

Encerrando faço um agradecimento especial e mais do que merecido aos meus pais Alcir e Neuza que durante toda minha caminhada acadêmica não mediram esforços para que eu pudesse alcançar meus objetivos.

“O sábio nunca diz tudo o que pensa, mas  
pensa sempre tudo o que diz”.

Aristóteles

## RESUMO

Neste trabalho, apresenta-se a análise numérica da eficiência de um amortecedor dinâmico de material viscoelástico com memória (ADVM) para aplicação na redução dos estados de ressonância de edifícios de pequeno porte, modelados por pórticos planos, submetidos a excitações dinâmicas de um motor elétrico com fonte de energia limitada e de velocidade angular variável (SNI – Sistema Não Ideal). Elabora-se um modelo matemático do sistema completo com quatro graus de liberdade: dois relacionados com o deslocamento horizontal e angular do pórtico plano e do motor e dois relacionados com o material ADVM. Ensaio computacionais foram realizados utilizando-se o MATLAB® em base do algoritmo de Runge-Kutta com passo adaptativo. Análises do comportamento do sistema com e sem controle foram realizadas através das ferramentas da dinâmica não linear, entre eles: planos de fase, as séries temporais, FFT e curvas de ressonância.

**Palavras-chaves:** Sistema não Ideal, Pórticos Planos, Material Viscoelástico com Memória.

## ABSTRACT

In this paper, we present the numerical analysis of the efficiency of a dynamic damper with memory viscoelastic material (VEMD) for application in the reduction of resonance states of small buildings, Modeled by plane frames subjected to dynamic excitations of an electric motor with limited power source and variable angular velocity (SNI – Non-Ideal System). Draws up a mathematical model of the complete system with four degrees of freedom: two related horizontal displacement and angular gantry plane and engine related to the two materials ADVN. Computational tests were performed using MATLAB ® based on the Runge-Kutta algorithm with adaptive step. The Analysis of the system behavior with and without control was performed using the tools of nonlinear dynamics, including: phase plane, time series, FFT and resonance curves.

**Key Words:** Non Ideal System. Portal frame. Viscoelastic Material with Memory

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Representação esquemática (a) de uma mola e (b) de um amortecedor – [19].....	31
Figura 2.2 - Variação das características de um material viscoelástico com relação à temperatura com a frequência constante. (Adaptado – [3]).....	32
Figura 2.3 - Variação das características de um material viscoelástico com relação à frequência com a temperatura constante (Adaptado – [3]).....	33
Figura 2.4 - Os três estágios da Fluência ou Deformação Lenta. (Adaptado – [4])..	35
Figura 2.5 - Tensão de Relaxação a uma Deformação Constante [4].....	36
Figura 2.6 - Fluência e reversibilidade de metais e plásticos, (Adaptada – [4]).....	37
Figura 2.7 - Representação de uma mola linear.....	38
Figura 2.8 - Representação do comportamento da mola linear [4].....	39
Figura 2.9 - Representação do modelo de um amortecedor linear.....	40
Figura 2.10 - Modelo de Maxwell (Adaptado – [19]).....	41
Figura 2.11 - Modelo de Voigt-Kelvin, [19].....	44
Figura 2.12 - Representação do modelo viscoelástico de Burgers (Adaptado – [19]).....	47
Figura 2.13 - Representação do modelo de três elementos (Adaptado – [19]).....	48
Figura 2.14 - Modelo típico de Viscoelástico - <i>Fonte</i> (< <a href="http://www.ufjf.br/lrm/projetos-de-pesquisa/projeto5/">http://www.ufjf.br/lrm/projetos-de-pesquisa/projeto5/</a> >)......	49
Figura 2.15 - World Trade Center e detalhe dos amortecedores viscoelásticos instalados - <i>Fonte</i> : (< <a href="http://www.ufjf.br/lrm/projetos-de-pesquisa/projeto5/">http://www.ufjf.br/lrm/projetos-de-pesquisa/projeto5/</a> >)......	50
Figura 2.16 - Motor de CC.....	51
Figura 2.17 - Representação esquemática do motor de CC.....	52
Figura 3.1 - Sistema Pórtico/Motor.....	53
Figura 3.2 Sistema Pórtico/Motor e ADVm.....	54
Figura 3.3 - Absorvedor Dinâmico Viscoelástico com Memória (ADVm) (Adaptada - [13]).....	55
Figura 3.4 - Modelo de um Amortecedor de Massa Sintonizado.....	60
Figura 4.1 - Curva de ressonância, Amplitudes versus frequência da excitação para ADVm- SI.....	65
Figura 4.2 - Frequências de ressonância $\Omega_1$ e $\Omega_2$ introduzidas pelo ADVm.....	66

Figura 4.3 - Retratos de fase do sistema ADVMSI para $\omega=0.78$ .....	68
Figura 4.4 - Retratos de fase do sistema ADVMSI para $\omega=0.82$ .....	68
Figura 4.5 - Retratos de fase do sistema ADVMSI para $\omega=0.90$ .....	69
Figura 4.6 - Retratos de fase do sistema ADVMSI para $\omega=0.93$ .....	69
Figura 4.7 - Retratos de fase do sistema ADVMSI para $\omega=1.05$ .....	70
Figura 4.8 - Retratos de fase do sistema ADVMSI para $\omega=1.15$ .....	70
Figura 4.9 - Séries Temporais para o ADVMSI $\omega = 0.78$ .....	71
Figura 4.10 - Séries Temporais para o ADVMSI $\omega = 0.82$ .....	72
Figura 4.11 - Séries Temporais para o ADVMSI $\omega = 0.90$ .....	72
Figura 4.12 - Séries Temporais para o ADVMSI $\omega = 0.93$ .....	73
Figura 4.13 - Séries Temporais para o ADVMSI $\omega = 1.05$ .....	73
Figura 4.14 - Séries Temporais para o ADVMSI $\omega = 1.15$ .....	74
Figura 4.15 - FFTs para o ADVMSI $\omega = 0.78$ .....	75
Figura 4.16 - FFTs para o ADVMSI $\omega = 0.82$ .....	75
Figura 4.17 - FFTs para o ADVMSI $\omega = 0.90$ .....	76
Figura 4.18 - FFTs para o ADVMSI $\omega = 0.93$ .....	76
Figura 4.19 - FFTs para o ADVMSI $\omega = 1.05$ .....	77
Figura 4.20 - FFTs para o ADVMSI $\omega = 1.15$ .....	77
Figura 4.21 - Influência do parâmetro $\rho$ na amplitude de vibração do ADVMSI.....	78
Figura 4.22 - Influência do parâmetro $\alpha$ no sistema Linear e Ideal.....	79
Figura 4.23 - Influência do parâmetro $\delta$ no sistema Linear e Ideal.....	80
Figura 4.24 - Respostas com ADVMSI ativo, em azul, e sem o absorvedor ADVMSI, em preto para: Pórtico Plano.....	82
Figura 4.25 - Respostas com ADVMSI ativo, em azul, e sem o absorvedor ADVMSI, em preto para: Motor Não Ideal.....	82
Figura 4.26 - Influência do parâmetro $\rho$ na amplitude de vibração com ADVMSI: Pórtico Plano.....	83
Figura 4.27 - Influência do parâmetro $\rho$ na amplitude de vibração com ADVMSI: Motor Não Ideal.....	84
Figura 4.28 - Influência do parâmetro $\alpha$ , com o ADVMSI ativo sobre: Pórtico Plano...	85
Figura 4.29 - Influência do parâmetro $\alpha$ , com o ADVMSI ativo sobre: Motor Não Ideal.....	85
Figura 4.30 - Influência do Parâmetro adimensional $\delta$ no SNI, com o ADVMSI ativo: Pórtico Plano.....	86

Figura 4.31 - Influência do Parâmetro adimensional $\delta$ no SNI, com o ADVN ativo: Motor Não Ideal.....	87
Figura 4.32 - Comparação entre um Absorvedor Dinâmico Viscoelástico e um Amortecedor de Massa Sintonizado, para um sistema linear e não ideal: Pórtico Plano.....	89
Figura 4.33 - Comparação entre um Absorvedor Dinâmico Viscoelástico e um Amortecedor de Massa Sintonizado, para um sistema linear e não ideal: Motor Não Ideal.....	89

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Valores dos parâmetros adimensionais do ADVN-SI.....	63
Tabela 2. Valores dos parâmetros adimensionais do sistema ADVN-SNI.....	63
Tabela 3. Valores apresentados para os parâmetros adimensionais para o AMS-SNI. .....	86

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

### LISTA DE ABREVIATURAS

SNI – Sistema Não Ideal

SI – Sistema Ideal

ADVM – Absorvedor Dinâmico Viscoelástico

AMS – Amortecedor de Massa Sintonizado

PSB – Princípio da Superposição de Boltzmann

### LISTA DE SÍMBOLOS

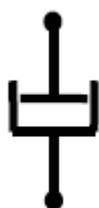
$a$	parâmetro de controle	[Nm]
$b$	coeficiente de atrito viscoso dos mancais do rotor	
$B$	módulo volumétrico	
$c_1, c_2$	constante positiva do material	[Nm/s]
$E$	constante de rigidez do material, módulo de elasticidade	
$E_a$	módulo aparente de elasticidade	
$e_a$	tensão de alimentação do motor	
$e$	força contra-eletromotriz	
$f_1$	função com amortecimento não linear	
$f_2$	função com rigidez não linear	
$G$	módulo de cisalhamento dinâmico	
$G_0$	módulo de relaxamento positivo	
$h$	altura	[m]
$I$	momento de inércia do rotor	[Kgm <sup>2</sup> ]
$k_1$	mola elástica	[N/m]
$k_e$	constante de elasticidade	[N/m]
$L$	indutância da armadura	
$L_0$	comprimento da barra viscoelástica	[m]
$m$	massa	[Kg]
$M_m$	torque gerado pelo motor	[Nm]
$m_1$	massa do pórtico	[kg]
$m_2$	massa do ADVM	[kg]

$r$	raio do motor	[m]
$R$	resistência da armadura	[ $\Omega$ ]
$S$	fator de forma	
$t$	tempo	[s]
$T$	temperatura	[K]
$x$	deformação da barra viscoelástica	
$x_1$	deslocamento horizontal	
$x_2$	deslocamento horizontal	
$V_1$	tensão aplicada através da armadura do motor de corrente continua	
$V_2$	constante inerente do modelo de motor de corrente continua considerado	
$x$	deformação	
$\varepsilon_0$	deformação inicial	
$\varepsilon^e$	deformação elástica	
$\varepsilon^M$	deformação do elemento de Maxwell	
$\varepsilon^K$	deformação do elemento de Kelvin	
$\dot{\varepsilon}$	taxa de deformação	
$\varepsilon_1$	pequeno parâmetro	
$\theta$	posição angular do eixo do motor (rotor)	

## SÍMBOLOS GRÁFICOS



comportamento elástico.



amortecedor, comportamento viscoso.

## LETRAS GREGAS

$\varphi$	deslocamento angular do motor	[rad]
$\dot{\varphi}$	velocidade angular do eixo do rotor	
$\ddot{\varphi}$	aceleração angular correspondente	
$U$	tensão elétrica	
$\sigma$	tensão	
$\sigma_0$	tensão inicial	
$\sigma_e$	tensão elástica	
$\sigma_\eta$	tensão de viscosidade	
$\alpha$	relação entre as massas	
$\delta$	relação entre a rigidez da barra viscoelástica sobre a rigidez da mola auxiliar	
$\rho$	representa a temperatura, sobre as respostas da estrutura linear e ideal	
$\omega$	freqüência natural	[rad/s]
$\mu_1$	primeiro coeficiente de amortecimento	
$\mu_2$	segundo coeficiente de amortecimento	
$\mu_3$	terceiro coeficiente de amortecimento	
$\tau$	tempo adimensional	
$\Gamma$	torque do motor elétrico desbalanceado	
$\gamma(T)$	constante dependente da temperatura	
$\zeta$	amortecimento dependente do tempo	
$\eta$	constante de viscosidade do material	
$\eta_1$	constante de interação entre motor e pórtico	
$\eta_2$	constante de interação entre motor e pórtico	
$\eta_3$	constante de interação entre motor e pórtico	

## SUMÁRIO

<b>AMORTECEDOR DINÂMICO VISCOELÁSTICO COM MEMÓRIA PARA VIBRAÇÕES DE UM EDIFÍCIO DE PEQUENO PORTE</b> .....	2
<b>1.1 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO</b> .....	22
<b>1.2 OBJETIVOS</b> .....	23
<b>1.3 METODOLOGIA</b> .....	24
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	25
<b>2.1 SISTEMAS DINÂMICOS DO TIPO IDEAL E NÃO IDEAL</b> .....	25
<b>2.1.1 SISTEMA DINÂMICO IDEAL</b> .....	25
<b>2.2 PASSAGEM E CAPTURA PELA REGIÃO DE RESSONÂNCIA</b> .....	28
<b>2.3 CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS VISCOELÁSTICOS</b> .....	29
<b>2.3.1 VARIAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS VISCOELÁSTICOS EM FUNÇÃO DA FREQUÊNCIA E DA TEMPERATURA.</b> .....	30
<b>2.3.1.2 TEMPERATURA E FREQUÊNCIA DE TRANSIÇÃO</b> .....	30
<b>2.4 COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS VISCOELÁSTICOS</b> .....	33
<b>2.4.1 FLUÊNCIA OU DEFORMAÇÃO LENTA</b> .....	34
<b>2.4.2 RELAXAÇÃO</b> .....	35
<b>2.4.3 REVERSIBILIDADE DA FLUÊNCIA</b> .....	36
<b>2.5 VISCOELASTICIDADE LINEAR</b> .....	37
<b>2.5.1 MOLA E AMORTECEDOR</b> .....	37
<b>2.5.2 MODELO DE MAXWELL</b> .....	39
<b>2.5.3 MODELO DE VOIGT-KELVIN</b> .....	42
<b>2.5.4 MODELO DE BURGERS</b> .....	44
<b>2.5.5 MODELO DE TRÊS ELEMENTOS</b> .....	45
<b>2.6 APLICAÇÕES DE CONTROLADORES VISCOELÁSTICOS</b> .....	46
<b>2.7 MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA</b> .....	48
<b>3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA</b> .....	51
<b>3.1 MOTIVAÇÃO</b> .....	51
<b>3.2 SISTEMAS PÓRTICO PLANO E MOTOR</b> .....	51
<b>3.3 SISTEMAS DO PÓRTICO PLANO/MOTOR E ADV M</b> .....	52
<b>3.4 EQUAÇÃO DE MOVIMENTO QUE GOVERNAM O SISTEMA COMPLETO</b> .....	54
<b>3.5 SISTEMA PÓRTICO PLANO/MOTOR E AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO – AMS</b>	58
<b>4 RESULTADOS NUMÉRICOS</b> .....	62

<b>4.1 COMPORTAMENTO DINÂMICO DO ADVM-SI</b> .....	63
<b>4.2 COMPORTAMENTO DINÂMICO DO SISTEMA ADVM-SNI</b> .....	79
<b>4.3 INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS NO SISTEMA NÃO IDEAL COM O ABSORVEDOR DINÂMICO VISCOELÁSTICO ADVM-SNI</b> .....	81
<b>4.4 COMPORTAMENTO DO AMS EM COMPARAÇÃO COM O ADVM</b> .....	86
<b>CONCLUSÕES</b> .....	89
<b>SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b> .....	90
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	91
<b>APÊNDICES</b> .....	94

## 1 INTRODUÇÃO

A implementação teórica e os estudos com ensaios numéricos para reduzir os efeitos das vibrações e o efeito de Sommerfeld para um sistema não ideal teve início pelo pesquisador Felix (2002), que estudou vários tipos de dispositivos de controle, sendo alguns deles os seguintes: um absorvedor não-linear de vibrações que usa o fenômeno por saturação em base de ressonância externa e interna; um amortecedor líquido em tubo de tipo U; um oscilador essencialmente não-linear e um absorvedor eletrodinâmico de circuito RLC não linear.

Recentemente foi estudado um absorvedor de vibração linear e não linear eletromecânico para reduzir o efeito Sommerfeld o fenômeno de salto e captura por ressonância (FELIX, 2009, p. 1-11).

Quando sobre um sistema mecânico atua uma força cujo espectro apresenta valores significativos em uma certa faixa de frequência e nesta região de altos valores espectrais situam-se frequências naturais do sistema, este pode responder com vibrações excessivas.

Algumas técnicas básicas utilizadas para reduzir essas vibrações a níveis aceitáveis são: (BAVASTRI, 1997)

- atuar sobre a excitação, reduzindo sua amplitude e/ou alterando o espectro;
- atuar sobre a estrutura, seja pela variação de rigidez, massa, ou introduzindo amortecimento;
- fixar um, ou mais sistemas secundários ao sistema vibrante (também conhecido como sistema principal, sistema primário ou estrutura), cuja vibração deseja-se reduzir.

Ao sistema secundário dá-se o nome de neutralizador dinâmico de vibrações ou absorvedor de vibrações. Estes são fixados ao sistema principal, ou estrutura, ou sistema primário, com o propósito de reduzir ou controlar as vibrações, aplicando forças de reação e/ou dissipação da energia vibratória.

Nos últimos anos o estudo de controle de vibrações de estruturas usando amortecedores ou absorvedores ou neutralizador dinâmico com materiais viscoelástico tem sido motivo de grandes pesquisas, no entanto, neste trabalho foi introduzido um modelo de um amortecedor dinâmico de material viscoelástico com memória (ADVM) e linear baseado no trabalho do Fossdick. (FOSDICK, 1998, v. 65. p. 17-24).

Ele investigou a redução das vibrações de um oscilador linear sob excitação ideal, usando um Absorvedor Dinâmico Viscoelástico com Memória (ADVM), ou seja, considerando o amortecimento de maneira dinâmica dependente da variação da temperatura no estado de ressonância.

Com base no trabalho de Fosdick, e como comprovação dos resultados obtidos nesta dissertação tem-se a publicação do trabalho que foi apresentado no *VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (CONEM2012)*, intitulado como: CHAOTIC SUPPRESION OF NON-IDEAL PORTAL FRAME (NPF) USING A VISCOELASTIC DYNAMIC VIBRATION ABSORBER (VDVA), que segue em anexo no Apêndice desta dissertação.

Os ADVM são considerados também como materiais inteligentes, ou seja, são aqueles cuja geometria e/ou propriedades físicas (mecânicas, elétricas, térmicas, etc.) podem ser variadas de forma controlada, mediante a variação das condições ambientais (Temperatura, Campo elétrico, Campo magnético, etc.). Dentre esses materiais inteligentes os mais conhecidos são: Materiais Viscoelásticos, Amortecedor Magneto Reológico e SMA (Ligas com Memória de Forma).

Os materiais viscoelásticos se caracterizam por apresentar uma resposta de deformação em função do tempo para uma determinada tensão aplicada, e por este motivo também são conhecidos como materiais dependentes do tempo. A denominação *viscoelasticidade* aplica-se aos materiais que apresentam um comportamento elástico, através de uma deformação imediata, combinado com o comportamento viscoso, que se apresenta ao longo do tempo para uma tensão constante aplicada. Os materiais viscoelásticos podem ser utilizados para o controle de vibrações em pontes, edifícios e etc. (BAVASTRI, 1997 e DO VALE, 2006)

A exploração dos sistemas não ideais (SNI) equipado de estruturas sob a excitação de um motor de corrente contínua de potência limitada ou de um sistema eletrodinâmico de circuito RLC não linear (utilizado como excitador ou absorvedor dinâmico) tem contribuído na área da engenharia. O SNI consiste da influência recíproca das respostas dinâmicas acopladas entre um motor de corrente contínua de potência limitada desbalanceada e uma estrutura suporte (vigas, pórtico plano, plataformas, etc.). Nota-se que do ponto de vista matemático trata-se do acoplamento da equação de movimento da estrutura suporte (ver a primeira

equação da Eq. 1) e da equação de movimento do motor (ver a segunda equação da Eq. 1), como se mostra na seguinte formulação:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} + f_1\left(x, \frac{dx}{dt}\right) + f_2(x, t) &= Q\left(x, \frac{dx}{dt}, \varphi, \frac{\partial\varphi}{\partial t}\right) \\ \frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} &= \Gamma_1\left(\varphi, \frac{\partial\varphi}{\partial t}\right) + R\left(\varphi, \frac{\partial\varphi}{\partial t}, x, \frac{dx}{dt}\right) \end{aligned} \quad (1)$$

onde a primeira equação é a modelagem matemática de uma estrutura suporte com amortecimento não-linear representada pela função  $f_1\left(x, \frac{dx}{dt}\right)$  que na prática da engenharia são considerados alguns modelos como do tipo Van der Pol e Rayleigh e com rigidez não-linear representada pela função  $f_2(x, t)$  onde são considerados os modelos de tipo Duffing e Mathieus. A segunda equação é a modelagem matemática de um motor elétrico desbalanceado com potência limitada cujo torque é dado pela função  $\Gamma\left(\varphi, \frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)$ . A influência recíproca entre a fonte excitante e a resposta da estrutura suporte é considerada através das funções  $Q\left(x, \frac{dx}{dt}, \varphi, \frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)$  e  $R\left(\varphi, \frac{\partial\varphi}{\partial t}, x, \frac{dx}{dt}\right)$  que caracteriza o sistema não-ideal.

No SNI está presente o chamado efeito Sommerfeld: este que surge ao se elevar continuamente a tensão de alimentação do motor, estando esse com frequência de rotação próxima a região de ressonância do sistema, provoca-se o aumento da sua rotação, até o momento que essa se estabiliza em torno de um determinado valor (igual a da frequência natural do sistema). A partir deste instante, sucessivos acréscimos da tensão somente elevam a potência elétrica absorvida pelo motor, que não é mais canalizada para alterar a sua rotação, mas sim para aumentar as amplitudes de vibração da estrutura. O processo possui um limite: quando a estrutura não é mais capaz de absorver a energia cedida pelo motor, a rotação dispara, atingindo, após certo período, valores estáveis e proporcionais a tensão de alimentação (BALTHAZAR, 2003, v. 38, p. 613-621 e FELIX, 2002).

Diversos controles de vibrações de estruturas nos últimos anos são introduzidos na literatura com ensaios computacionais e experimentais com características passiva ou ativa – as vibrações ocorrem devido a excitações de sismos, ventos ou de máquinas rotativas com desbalanceamento.

O AMS é um destes controles de vibrações. Um AMS é um sistema massa, mola e amortecedor. Geralmente o dispositivo de controle é fixo a um sistema vibrante para reduzir a demanda de dissipação de energia nos membros estruturais primários sob a ação de forças externas (LARA V., 2007).

Segundo Zuluaga 2007, o AMS é um dispositivo de controle de vibração e é um dos mais utilizados na prática, este dispositivo se encontra sintonizado em uma frequência específica da estrutura e reduz eficientemente a resposta para carregamentos com aquela frequência. O AMS apresenta a vantagem de não requerer o uso de fontes externas de energia, nem o uso de alta tecnologia e sua manutenção é mínima.

A frequência natural do AMS é sintonizada ao redor da frequência natural do sistema principal ou da frequência correspondente ao modo de vibração a ser controlado. Assim, ao vibrar o sistema principal, o AMS vibra com a mesma frequência deste, absorvendo parte da energia do sistema.

Neste trabalho, para a aplicação do mecanismo de Fodisk foi introduzido um modelo equipado por um pórtico plano linear (representando um edifício de pequeno porte de um andar) e um motor elétrico de fonte de energia limitada (FELIX, 2012).

Observou-se o comportamento dinâmico na passagem da região de ressonância (a possível existência de movimento regular e caótico) do modelo proposto através da Evolução Temporal, Diagramas de Fase e Transformada Rápida de Fourier - FFT. Gráficos traçados em MATLAB<sup>®</sup> mostram diagramas de fase, histórico no tempo, as respostas dinâmicas e o fenômeno de ressonância para os sistemas tratados, permitindo dessa forma uma análise de condições de estabilidade e instabilidade dos modelos.

## **1.1 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO**

O desenvolvimento deste trabalho está dividido em quatro capítulos que serão apresentados como segue:

No capítulo 1, que é a introdução, apresenta-se um breve resumo e uma visão geral sobre controle de vibrações utilizando ADVN e SNI, verificando assim a importância do uso do ADVN na engenharia. Neste capítulo apresentam-se também

os objetivos que se deseja alcançar com o estudo, a metodologia e as ferramentas de análise utilizadas para a realização das simulações e a obtenção dos resultados.

No capítulo 2, faz-se uma revisão bibliográfica dos assuntos em geral que serão trabalhados nesta dissertação. Discuti-se aqui alguns conceitos básicos sobre os materiais viscoelásticos e suas aplicações e também sobre Sistema Ideal (SI) e Sistema Não Ideal (SNI).

No capítulo 3, apresenta-se um esclarecimento do que vai ser estudado tendo como motivação o artigo de Fosdick, citando aqui também algumas equações utilizadas por Fosdick que serviram como base para a realização das simulações nesta dissertação.

No capítulo 4, têm-se os resultados das simulações para o caso do Sistema Ideal (SI) e para o caso do Sistema Não Ideal (SNI). Em ambos foram feitas simulações comparando o sistema onde se utiliza o ADVM e onde este não é utilizado, para que assim possa-se verificar a eficácia desse material.

Neste capítulo faz-se também uma comparação o uso do ADVM e de um AMS, mostrando assim a efetividade do ADVM.

Apresenta-se também neste capítulo as conclusões e o que foi analisado no decorrer deste trabalho além de algumas perspectivas para trabalhos futuros e logo após essas perspectivas seguem as referências bibliográficas utilizadas para a realização do mesmo e o Apêndice.

## **1.2 OBJETIVOS**

O presente trabalho tem como objetivo principal estudar numericamente as respostas dinâmicas de pórticos planos e analisar a efetividade de um ADVM excitado por um motor de potência limitada verificando a ocorrência dos fenômenos no estado de ressonância como o efeito de Sommerfeld.

Almeja-se formular o modelo matemático do ADVM baseado nos trabalhos de Fodisk, considerando primeiramente de forma linear e segundo de forma não linear conjuntamente com modelo matemático do pórtico plano ou estruturas sob a excitação dinâmica de um motor baseado nos trabalhos de Felix.

A necessidade de controle das vibrações excessivas em sistemas mecânicos motivou pesquisadores a encontrar novas soluções para esse problema

de controle. Conforme Rao (2008) podem-se controlar os níveis de vibração de três formas:

- Reduzindo a intensidade da força excitadora;
- Isolando a estrutura excitada;
- Modificando as características dinâmicas da estrutura.

As características dinâmicas da estrutura podem ser modificadas pela introdução de absorvedores de vibrações. Esses absorvedores são dispositivos passivos usados na redução de vibrações excessivas em sistemas mecânicos. Os absorvedores típicos consistem de um dispositivo inercial, que modifica a resposta dinâmica do sistema vibratório original em uma determinada faixa de frequência de interesse.

### 1.3 METODOLOGIA

Para realização deste trabalho usa-se um modelo tipo pórtico plano composto por uma viga de massa  $m$  suspensa por duas vigas flexíveis que estão conectados a um controlador do tipo Absorvedor Dinâmico Viscoelástico (ADVM), que é capaz de controlar as vibrações através da aplicação da temperatura e não por atrito conforme o “modelo tradicional” de amortecedor.

Para analisar o comportamento dinâmico do problema em questão usa-se a ferramenta de análise da dinâmica não linear que são os planos de fase e as séries temporais, FFT através do ambiente computacional do MATLAB/SIMULINK® que são as iniciais em inglês de *Fast Fourier Transform*, que traduzindo significa Transformada Rápida de Fourier.

A FFT também foi feita em MATLAB. O estudo da FFT é desenvolvido da seguinte maneira, se a FFT apresentar um espectro de frequências com picos simples, então o sinal é periódico, se o espectro de frequências apresenta uma banda de picos discretos, o sinal é quase periódico, ou ainda, se o espectro de frequências apresentar faixas contínuas contendo infinitas frequências ou uma banda cheia, então o sinal é dito caótico.

A seguir faz-se uma revisão bibliográfica dos assuntos abordados nesta dissertação.

## **2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**

Neste capítulo faz-se uma revisão teórica dos temas abordados nesta dissertação. Conforme mencionado anteriormente na introdução, discuti-se aqui um pouco sobre SNI e SI, Captura na Região de Ressonância, Materiais Viscoelásticos, suas aplicações e etc.

### **2.1 SISTEMAS DINÂMICOS DO TIPO IDEAL E NÃO IDEAL**

Existem dois tipos de fontes de energia, sendo elas as ideais e as não ideais. Para definir se uma fonte de energia é ideal ou não deve-se levar em consideração os efeitos resultantes de um acoplamento ou não do sistema vibrante e do motor que está atuando no sistema. Diz-se ser uma fonte de energia ideal aquela onde o acoplamento no sistema não é considerado, ou seja, onde a fonte de energia não influenciada pelo movimento do sistema.

A seguir descrevem – se as características de sistemas do tipo ideal e não ideal que serão utilizados neste trabalho.

#### **2.1.1 SISTEMA DINÂMICO IDEAL**

Sistema dinâmico ideal é aquele, cujo movimento da fonte de excitação não é influenciado pela resposta. De outra forma quando a excitação é influenciada pela resposta do sistema, é dita não ideal e desta maneira pode ser expressa na forma temporal. Assim dependendo da excitação, refere-se a um sistema dinâmico como ideal e não ideal.

Quando se limita a potência a ser suprida, o sistema dinâmico deixa de ser ideal e passa a ser não ideal. Para esse tipo de sistema, os não ideais, deve-se adicionar uma equação que descreve como a fonte de energia passa energia às equações que governam o sistema dinâmico ideal.

#### **2.1.2 SISTEMA DINÂMICO NÃO IDEAL**

Sistema não ideal é aquele cuja potência é limitada e sua excitação é provocada por uma fonte de energia não ideal, ou seja, além de considerar a

influência do excitador no sistema oscilante, considera-se também que a ação da fonte de energia depende do movimento do sistema oscilante.

Não existe nenhuma lei específica da variação da sua força que possa ser determinada por uma função dependente simplesmente do tempo, essa força de excitação pode depender das coordenadas de movimento e velocidade da fonte de energia. Em sistemas dinâmicos do tipo ideal a resposta do sistema oscilante ao perturbador não é levada em consideração, ou seja, é desprezada. Então a sua força excitadora pode ser escrita apenas como uma função dependente do tempo.

Note que, quando a excitação não é influenciada pela resposta de um sistema de vibração, diz-se ser uma fonte de energia ideal, ou um número limitado de fontes de energia. Para os sistemas dinâmicos não ideais, é preciso adicionar uma equação que descreve como a fonte de energia fornece a energia para as equações que governam o sistema dinâmico ideal correspondente.

Um exemplo clássico de um sistema não ideal é o de uma estrutura flexível (por exemplo uma viga em balanço) sobre o qual um motor elétrico de corrente contínua, com fonte de potência limitada, está montado.

Segundo Felix (2002), em sistemas dinâmicos do tipo não ideais existem algumas características importantes no modelo matemático deste sistema que se dão provenientes da interação da estrutura com a fonte de excitação, tais como:

- Presença de variações bruscas (saltos ou “jumps”) da amplitude de deslocamento da estrutura e da frequência de excitação no caso particular em que considera-se as condições estacionárias do movimento;
- Descontinuidade da curva amplitude versus frequência;
- Influência do perfil da curva “amplitude versus frequência” quando o operador altera a velocidade do motor elétrico, em acréscimos e/ou decréscimos;
- Dependência destes efeitos com as características eletromecânicas do motor.

No entanto, nota-se que os sistemas dinâmicos, modelados matematicamente, como sendo não ideais, possuem um grau de liberdade (ou mais dependendo do número de motores presentes no sistema), superior ao sistema ideal correspondente.

As equações governantes do movimento, representativa do sistema dinâmico não ideal de vibrações, podem ser esquematizadas, modeladas

matematicamente, da seguinte forma (onde neste caso só se considera um motor de corrente contínua).

**1 – “primeiro conjunto de equações”:**

equações dinâmicas da “estrutura vibratória” em  $x$  + termos de interação (termos em  $x$  e em  $\varphi$ ) = equações da excitação externa.

**2 – “segundo conjunto de equações”:**

equações de rotação do eixo do motor (termos em  $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$ ) + equações características do motor (termos em  $M_m(\frac{d\varphi}{dt})$ ) + outros termos de interação (em  $x$  e em  $\varphi$ ) = 0.

Onde,  $\frac{d\varphi}{dt}$  é a velocidade angular do eixo do rotor e,  $\frac{d^2\varphi}{dt^2}$  é a aceleração correspondente, onde supõe-se a existência de um único motor.

Note o fato importante de que as linearidades ou não linearidades vêm da modelagem matemática da estrutura, no caso do problema não ideal a presença de, por exemplo, uma única fonte de energia, em geral que contribui com a ação de não linearidades do tipo quadráticas, presente no termo de energia cinética devido o desbalanceamento do motor de corrente contínua.

Salienta-se que as vibrações oriundas dos movimentos de aceleração (partida) e desaceleração (desligamento) de motores elétricos são representados pela função  $M_m$ , ou seja, ela representa o torque desenvolvido pelo motor elétrico e a curva característica do motor relaciona o torque  $M_m$  com a velocidade de rotação angular.

Podemos obter cada ponto dessa curva, da seguinte maneira: Mantém-se a velocidade angular  $\frac{d\varphi}{dt}$  constante, enquanto se determina o torque no eixo do motor.

Como cada ponto gira a uma velocidade angular constante, essa curva é chamada de característica estática, determinando seu funcionamento em estado estacionário. Na realidade todo motor possui uma família destas curvas, em discussão, e todas elas representam a mesma relação de grandezas, mas a cada uma corresponde um certo valor da regulação.

Imagina-se, por exemplo, que um motor possua uma família de curvas, as quais são diferenciadas variando-se a tensão elétrica  $U$  que é aplicada aos seus terminais.

Cada posição de controle de regulação com o qual se aumenta ou se diminui a tensão elétrica, produz uma correspondente curva característica, cada uma delas, relaciona a um valor de potência constante, mas diferentes entre si. A primeira delas sendo do tipo exponencial (mais realística) e, a segunda sendo do tipo linear para cada valor da tensão  $U$  que será o parâmetro de controle do problema.

A seguir discute-se o problema não ideal próximo a região de ressonância.

## 2.2 PASSAGEM E CAPTURA PELA REGIÃO DE RESSONÂNCIA

Segundo Felix (2002), a frequência rotacional do motor se aproxima a frequência natural da estrutura e a região de ressonância pode ser definida por:

$$\frac{d\varphi}{dt} - \omega = 0 \quad (\varepsilon_1) \quad (2.1)$$

onde:

$\varepsilon_1$  = é um pequeno parâmetro e,

$\omega$  = é a frequência natural do sistema dinâmico vibratório.

Dizendo-se que o sistema dinâmico, em questão, parte do repouso, a velocidade angular  $\frac{d\varphi}{dt}$  continuará crescendo além da região de ressonância dependendo das condições iniciais e dos parâmetros físicos tais como:

- Massa desbalanceada;
- Massa do motor;
- Momento de inércia do motor;
- Excentricidade da massa desbalanceada e;
- Constantes de torque desenvolvido pelo motor.

Se a tensão aplicada nos terminais do motor for crescendo, a velocidade angular  $\frac{d\varphi}{dt}$  também irá crescer além da região de ressonância (Fenômeno da passagem pela Ressonância) ou, permanecerá próxima a frequência natural  $\omega$  do sistema (Fenômeno da Captura pela Ressonância). O que define o tempo de passagem pela ressonância são as condições iniciais do sistema.

Finalmente, em sistemas não ideais, observa-se uma importante característica que é a presença do chamado Efeito Sommerfeld: Este efeito foi observado em 1904 por Sommerfeld, onde ele constatou com seu experimento – um motor elétrico desbalanceado montado numa base elástica – que as amplitudes de vibração aumentavam ao se ceder mais potência elétrica ao motor sem que, ao mesmo tempo, a sua frequência de rotação se elevasse proporcionalmente.

Curiosamente, tal fato ocorria quando o motor excitava a base elástica com uma frequência aproximadamente igual à da natural do sistema; além disso, havia um limite para tal fenômeno: ao atingir a amplitude máxima de vibração, qualquer acréscimo da energia fornecida, mesmo que diminuta, provocava uma mudança significativa e brusca da rotação. frequências de estado estacionário do motor de corrente contínua será geralmente aumentar a potência à medida que mais (voltagem) é dada a ele de um modo passo-a-passo.

Quando uma condição de ressonância com a estrutura é atingido, a maior parte de sua energia é consumida para gerar vibrações de grande amplitude da fundação sem alteração sensível da frequência do motor. Eventualmente, a energia suficiente é fornecida ao motor para iniciar o salto, os aumentos de frequência de operação e as diminuições de amplitude de fundação, resultando em menor consumo de energia pelo motor.

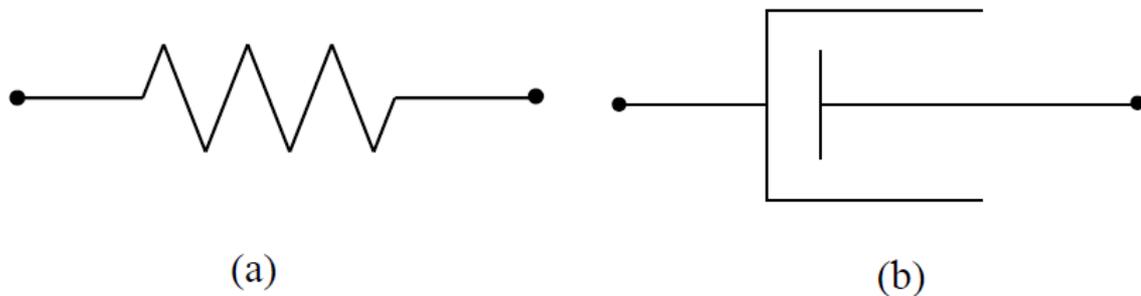
### **2.3 CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS VISCOELÁSTICOS**

Os materiais viscoelásticos, que tal como o nome indica exibem características viscosas (como os líquidos) e também características elásticas (como os sólidos). A viscoelasticidade nos sólidos trata-se de um fenômeno que se caracteriza pelo aparecimento de deformações dependentes do tempo. Essas deformações aparecem no decorrer do tempo e não simultaneamente com a aplicação de tensões.

Portanto pode-se entender por materiais viscoelásticos aqueles que possuem mecanismos de amortecimento fortemente dependentes da temperatura e da frequência em que os mesmos vão atuar, podem se enquadrar neste grupo de materiais os poliméricos como borrachas naturais e sintéticas, silicone, esmaltes, acrílicos, etc.

O comportamento de um material viscoelástico sob carregamento uniaxial pode ser bem representado por meio de modelos compostos de elementos de mola e de um cilindro com êmbolo perfurado, imerso em um líquido viscoso chamado de amortecedor, conforme esquematizado na Figura 2.1. (SAMPAIO,2004).

Figura 2. 1 - Representação esquemática (a) de uma mola e (b) de um amortecedor.



Fonte: SAMPAIO, 2004.

### **2.3.1 VARIAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DOS MATERIAIS VISCOELÁSTICOS EM FUNÇÃO DA FREQUÊNCIA E DA TEMPERATURA.**

Conforme já mencionado os materiais viscoelásticos são materiais dependentes principalmente da frequência e da temperatura, logo mais abaixo mostra-se o que ocorre com alguns materiais quando são submetidos, a um determinado tempo, a uma frequência constante e também a uma temperatura constante.

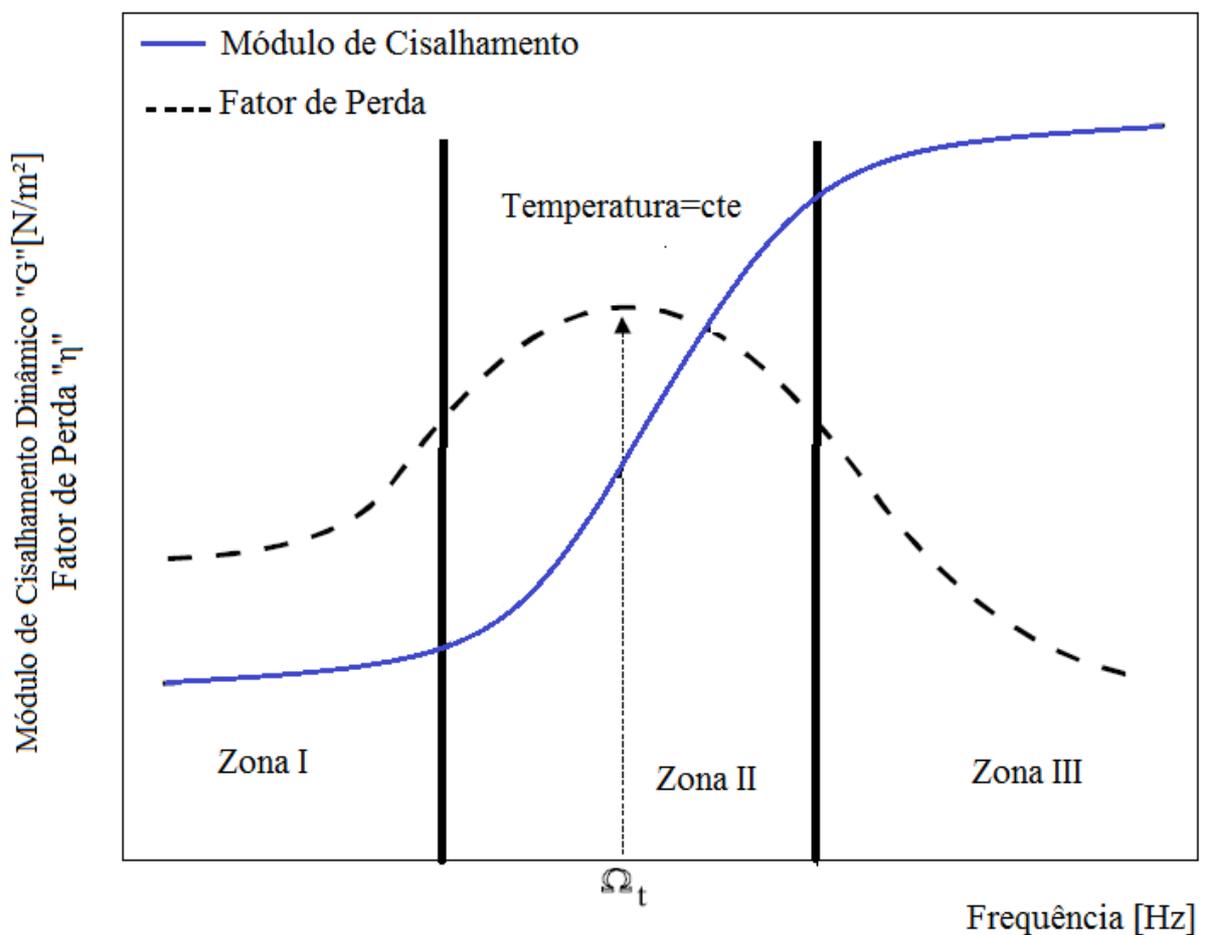
#### **2.3.1.2 TEMPERATURA E FREQUÊNCIA DE TRANSIÇÃO**

O módulo de cisalhamento dinâmico dos materiais viscoelásticos, geralmente diminuem ao se aplicar uma temperatura mais elevada e aumentam

conforme for aumentando a frequência. O módulo de cisalhamento pode ser representado pela notação complexa  $G(\Omega, \theta)$ , onde  $\theta$  é a temperatura.

A relação entre a parte real e imaginária do módulo dinâmico, que é conhecida como fator de perda, dos materiais viscoelásticos aumenta com a frequência até um máximo, quando, então, começa a diminuir. Este ponto de máximo corresponde aproximadamente à maior inclinação (derivada) na curva  $G(\Omega)$ , verificada na Figura 2.2.

Figura 2. 2 - Variação das características de um material viscoelástico com relação à frequência à uma temperatura constante.

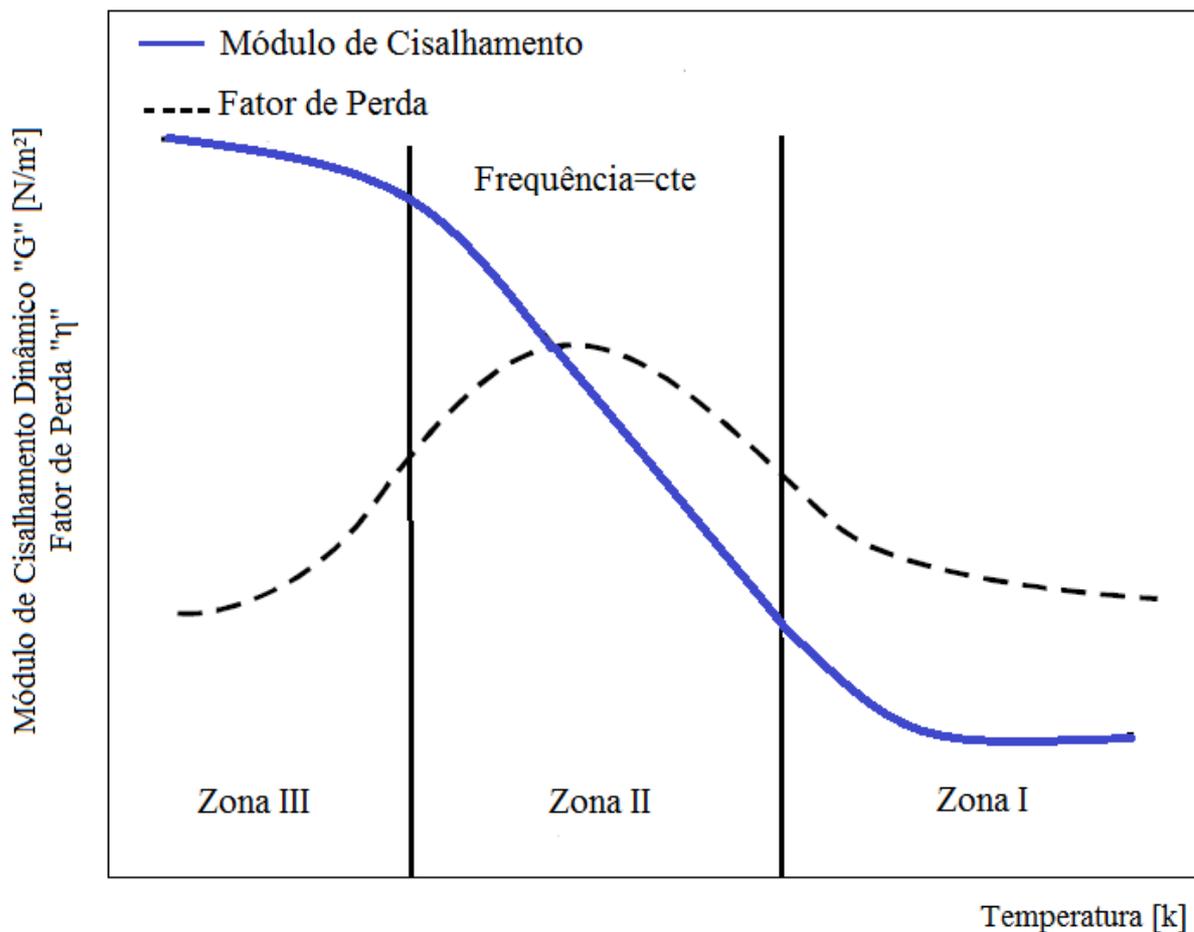


Fonte: Adaptado, BAVASTRI, 1997.

Na figura 2.3 tem-se o comportamento de uma borracha com variação de temperatura a frequência constante. Neste caso o fator de perda aumenta com a temperatura até certo valor máximo relativo, onde é chamado de temperatura de

transição, quando começa a diminuir. O módulo dinâmico diminui em forma constante.

Figura 2.3 - Variação das características de um material viscoelástico com relação à temperatura com a frequência constante.



Fonte: Adaptado, BAVASTRI, 1997.

Como podemos ver existem três zonas bem definidas: (zona I – Figura 2.3), onde a temperatura de transição se encontra bem abaixo da temperatura ambiente ou a frequência de transição é relativamente elevada. Os materiais encontrados nesta zona possuem baixo amortecimento. Na (zona II), onde a temperatura e frequência de transição acham-se dentro ou perto da faixa usual de trabalho, essa região é chamada de região de transição e a (zona III), que é chamada de região vítrea, contendo um valor bastante elevado no módulo de cisalhamento.

Segundo Espíndola (*apud* Bavastrri,1997 p. 12-13) existem algumas observações que foram feitas em relação aos materiais viscoelásticos que se correspondem com a Zona I e II são:

Quanto ao primeiro, viscoelástico do Tipo I: que possuem elevada resiliência, grande estabilidade estrutural e baixo ou médio amortecimento.

A borracha natural, com e sem enchimento, neoprene e SBR podem ser encontrados dentro dessa categoria, e o fator de perda para essas borrachas varia de 0.01 a 0.1, aproximadamente. Neste caso tanto o fator de perda como o módulo de cisalhamento podem ser considerados constantes.

Quanto ao segundo, viscoelástico do Tipo II: possuem grande rigidez (reduzida resiliência), precária estabilidade estrutural e elevado amortecimento.

Entende-se por precária estabilidade estrutural à elevada relaxação destes materiais quando submetidos a uma tensão constante. Podem-se citar, dentro desta categoria, a resina de polivinila butiral plastificada, acetato de polivinila plastificado, borracha butílica com enchimento de negro de fumo e outros. Em geral o fator de perda é menos sensível às variações de frequência do que o módulo dinâmico de elasticidade

## **2.4 COMPORTAMENTO DOS MATERIAIS VISCOELÁSTICOS**

Os materiais viscoelásticos apresentam uma relação entre a tensão e a deformação que depende do tempo e da frequência. Para os materiais que apresentarem uma resposta viscoelástica em fluência os níveis apreciáveis, em determinada temperatura, o comportamento desse material é descrito como elástico em virtude do seu carregamento, que é seguido por um lento e contínuo aumento da deformação a uma taxa de variação da deformação decrescente com o tempo.

Quando remove-se a tensão então ocorre uma rápida recuperação elástica seguida por uma recuperação de deformação dependente do tempo a uma taxa de variação continuamente decrescente. O tempo representa um fator extremamente importante no comportamento destes materiais, pois quando eles apresentam este fenômeno quer dizer que são fortemente influenciados pelo nível de tensão e quanto maior o tempo que se passar a uma tensão constante maior será a deformação correspondente.

### 2.4.1 FLUÊNCIA OU DEFORMAÇÃO LENTA

As deformações plásticas e elásticas ocorrem simultaneamente à aplicação da carga em todos os materiais, já alguns materiais usados na engenharia civil podem sofrer uma deformação adicional se o carregamento for mantido por um tempo suficientemente longo. Trata-se da deformação lenta ou fluência.

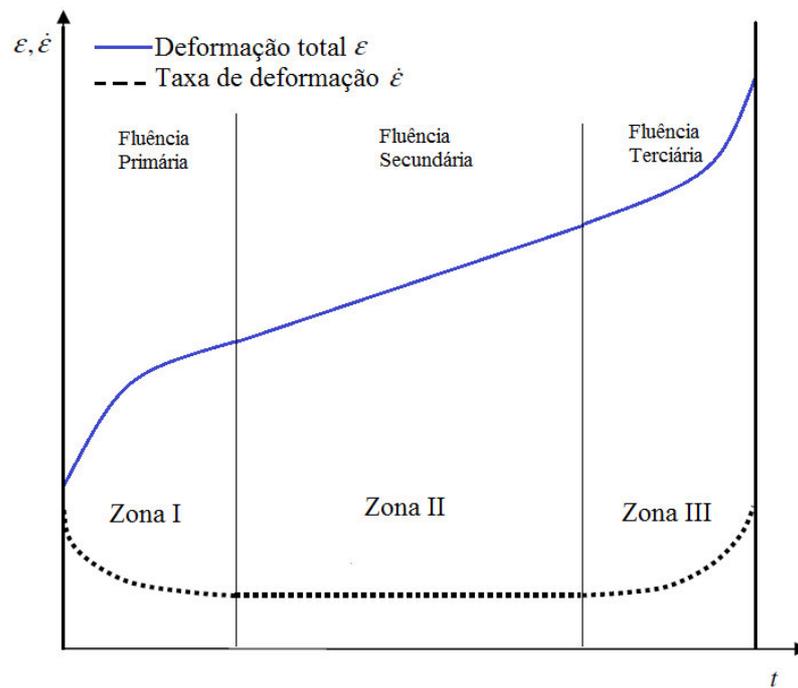
A deformação lenta ou fluência possui dois componentes, um elástico e outro viscoso. O tipo de material que define a velocidade dessa deformação.

Se a tensão for mantida constante pode-se definir a fluência com o aumento de deformação ou, se a deformação for mantida constante a fluência aparecerá com a redução progressiva da tensão com o tempo, denominada relaxação.

Conforme apresentado por FINDLEY (*apud* Costi, 2006), THURSTON (1895) parece ter sido o primeiro a propor as três fases da fluência: o estágio primário que se encontra na zona I (Figura 2.4), estágio secundário que se encontra na zona II (Figura 2.4) e estágio terciário que se encontra na zona III (Figura 2.4). Na Figura 2.4, pode-se comprovar o comportamento da deformação ao longo do tempo, onde, na fluência primária (zona I), a taxa de deformação é relativamente acentuada, decrescendo ao longo do tempo até atingir o equilíbrio, que dá início ao estágio de fluência secundária (zona II), na qual a taxa de deformação torna-se constante. Já no estágio terciário (zona III) onde a taxa de deformação tende a aumentar com o decorrer do tempo, e onde ocorre a ruptura por fluência nos materiais.

Existem algumas deformações por fluência que são reversíveis, podendo retornar a sua condição original após a ausência da tensão de atuação.

Figura 2. 4 - Os três estágios da Fluência ou Deformação Lenta.

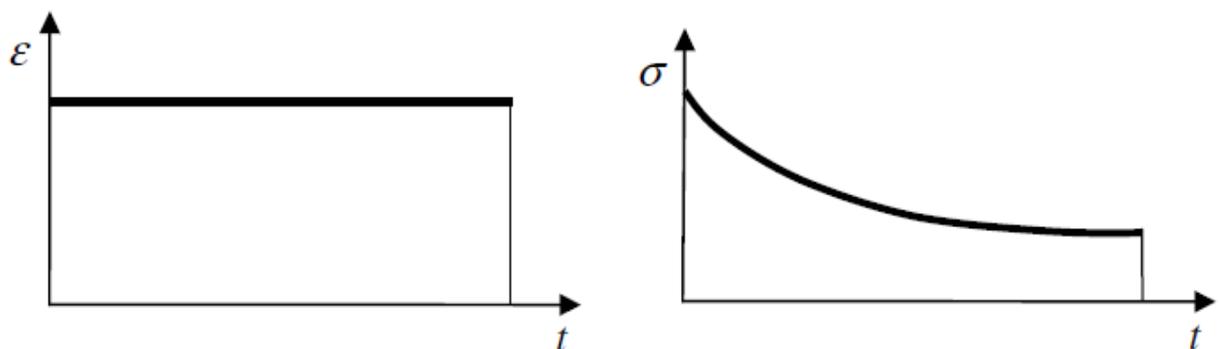


Fonte: Adaptado COSTI, 2006.

#### 2.4.2 RELAXAÇÃO

Ao longo do tempo a curva de tensão para uma deformação constante aplicada irá sofrer uma redução gradativa ao longo do tempo, o que caracteriza o comportamento de alguns materiais. Vejamos isto na figura 2.5, abaixo.

Figura 2. 5 - Tensão de Relaxação a uma Deformação Constante.



Fonte: COSTI, 2006.

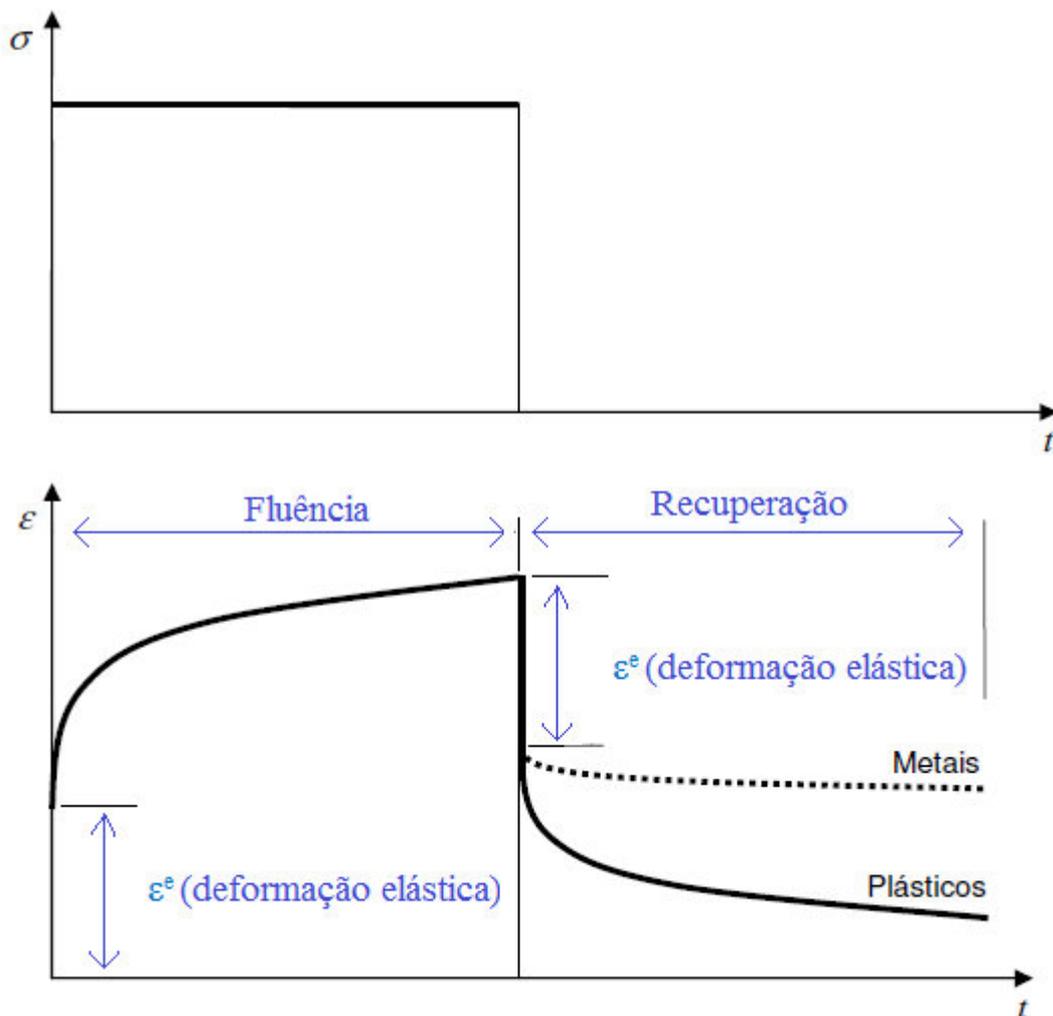
### 2.4.3 REVERSIBILIDADE DA FLUÊNCIA

Um material quando é submetido a uma tensão constante, pode-se observar que logo após o descarregamento de tensão ocorre uma recuperação instantânea e reversível da deformação elástica e essa reversibilidade da fluência depende do tempo.

Conforme apresentado na Figura 2.6 pode-se observar a reversibilidade da fluência que é dependente do tempo.

Em alguns plásticos é possível ocorrer uma recuperação total da deformação, mas isso dependerá do tempo disponível para a reversibilidade.

Figura 2. 6 - Fluência e reversibilidade de metais e plásticos.



Fonte: Adaptado COSTI, 2006.

## 2.5 VISCOELASTICIDADE LINEAR

A resposta de deformação da viscoelasticidade linear depende apenas do módulo de relaxação ou fluência, sendo que a deformação é proporcional a tensão aplicada, e é dependente da duração da carga de tensão ou deformação aplicada a uma temperatura específica. Já no caso da viscoelasticidade não linear o módulo de relaxação depende da magnitude e tempo da carga de tensão ou deformação aplicada.

### 2.5.1 MOLA E AMORTECEDOR

Todos os modelos de viscoelasticidade linear podem ser representados por modelos de molas e amortecedores lineares, sendo desprezados os dados inerciais destes componentes (COSTI, 2006). Um elemento de mola representa um comportamento elástico linear, conforme mostra a Figura 2.7. Por isso pode ser empregado para uma relação constitutiva, conforme indicado na equação abaixo:

$$\sigma = E\varepsilon_0 \quad (2.2)$$

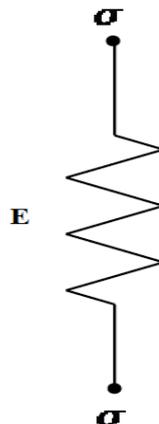
onde:

$\sigma$  = tensão

$E$  = a constante de rigidez do material, módulo de elasticidade

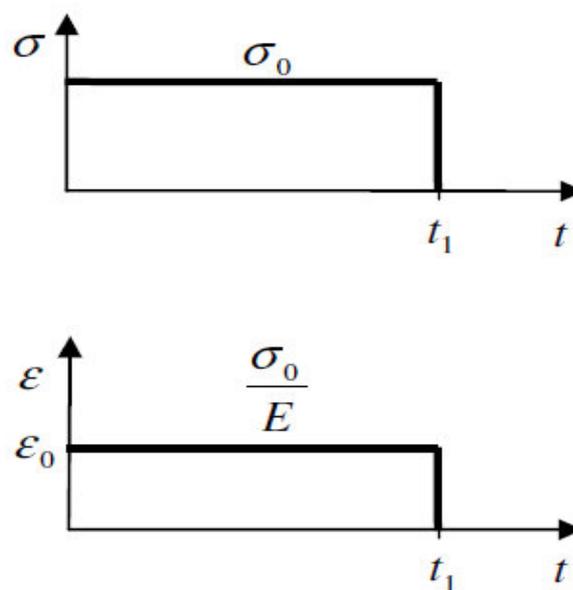
$\varepsilon_0$  = a deformação inicial

Figura 2. 7 - Representação de uma mola linear.



A lei de Hooke diz que a tensão resultante da aplicação de uma força em um material é diretamente proporcional a sua deformação, e o comportamento do modelo de uma mola é representado por um sólido Hookeano. A resposta de deformação é instantânea e não existe deformação permanente ou irrecuperável, como se observa na Figura 2.8. Toda energia utilizada para deformar a mola é armazenada e totalmente reversível.

Figura 2. 8 - Representação do comportamento da mola linear.



Fonte: COSTI, 2006.

Um amortecedor (Figura 2.9) é um elemento que apresenta comportamento viscoso. Por isso pode ser empregado para simular uma relação constitutiva como indicado na equação abaixo.

$$\sigma = \eta \dot{\epsilon} \quad (2.3)$$

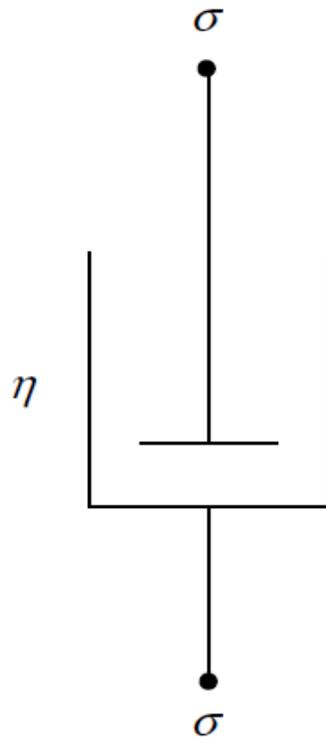
onde:

$\sigma$  = tensão

$\eta$  = a constante de viscosidade do material

$\dot{\epsilon}$  = a taxa de deformação

Figura 2. 9 - Representação do modelo de um amortecedor linear.



Fonte: Elaboração do autor.

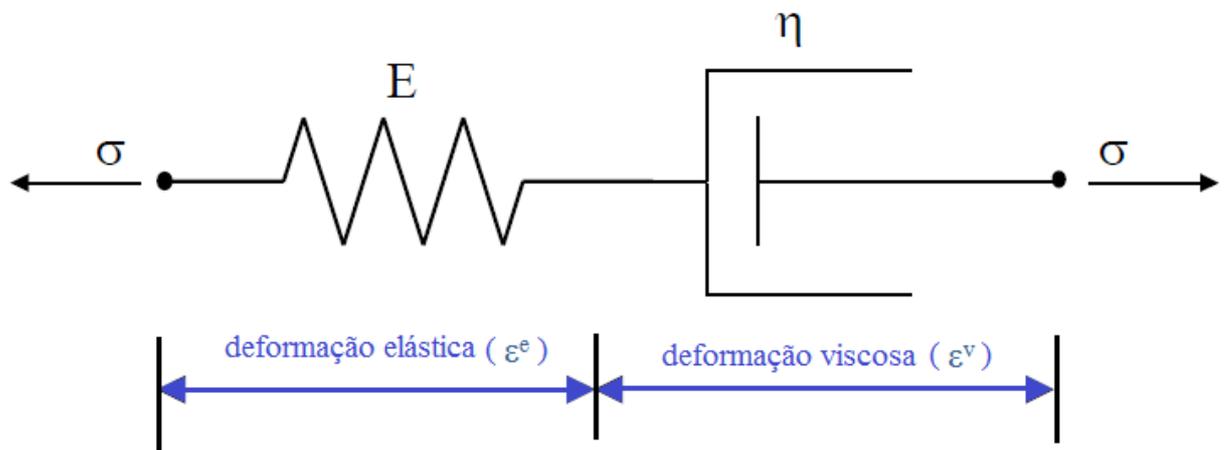
O comportamento viscoelástico pode ser modelado de forma simples por molas e amortecedores, que podem ser utilizados por meio de suas combinações em série e paralelo.

### 2.5.2 MODELO DE MAXWELL

Apenas modelos de mola ou amortecedor não são suficientes para, isoladamente, representarem o comportamento viscoelástico dos materiais. Assim, modelos mais complexos foram propostos considerando combinações de molas e amortecedores de modo apropriado conforme o tipo de material. Um desses modelos é o modelo de Maxwell.

O modelo de Maxwell é representado por uma mola e um amortecedor associado em série e sujeitos à uma mesma carga. O modelo de Maxwell possui sua deformação dada pela soma das deformações elástica e viscosa, sendo a tensão igual para os dois elementos, conforme mostrado na Figura 2.10 abaixo.

Figura 2. 10 - Modelo de Maxwell.



Fonte: Adaptado, SAMPAIO, 2004.

Tensão na mola:

$$\sigma = E\varepsilon_0 \quad (2.4)$$

onde:

$\sigma$  é a tensão

$E$  é a constante de rigidez do material, módulo de elasticidade

$\varepsilon_0$  é a deformação inicial

Tensão no amortecedor:

$$\sigma = \eta\dot{\varepsilon} \quad (2.5)$$

onde:

$\sigma$  é a tensão

$\eta$  é a constante de viscosidade do material

$\dot{\varepsilon}$  é a taxa de deformação

A tensão sobre o amortecedor e a mola são iguais à tensão total  $\sigma$  :

$$\sigma = \sigma_1 = \sigma_2 \quad (2.6)$$

Como os elementos estão conectados em série a deformação total será:

$$\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad (2.7)$$

onde:

$\varepsilon$  é a deformação total

$\varepsilon_1$  é a deformação do modelo da mola

$\varepsilon_2$  é a deformação do modelo do amortecedor

Derivando-se a equação (2.7) em relação ao tempo  $t$  obtém-se a taxa de deformação que é regida pela equação (2.8).

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_1 + \dot{\varepsilon}_2 \quad (2.8)$$

onde:

$\dot{\varepsilon}$  é a taxa de deformação total

$\dot{\varepsilon}_1$  é a taxa de deformação do modelo da mola

$\dot{\varepsilon}_2$  é a taxa de deformação do modelo do amortecedor

Inserindo-se a equação (2.5), derivando-se a equação (2.4) e substituindo-se na equação (2.8), obtém-se:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (2.9)$$

onde:

$\dot{\sigma}$  é a taxa de tensão

Aplicando-se as condições iniciais  $\sigma = \sigma_0$  em  $t=0$  e integrando a equação (2.9) tem-se:

$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} + \frac{\sigma_0}{\eta} t \quad (2.10)$$

onde:

$\sigma_0$  é a tensão inicial

Aplicando-se as condições iniciais  $\varepsilon = \varepsilon_0$  e  $\sigma = \sigma_0$  em  $t=0$  e integrando a equação (2.9) tem-se:

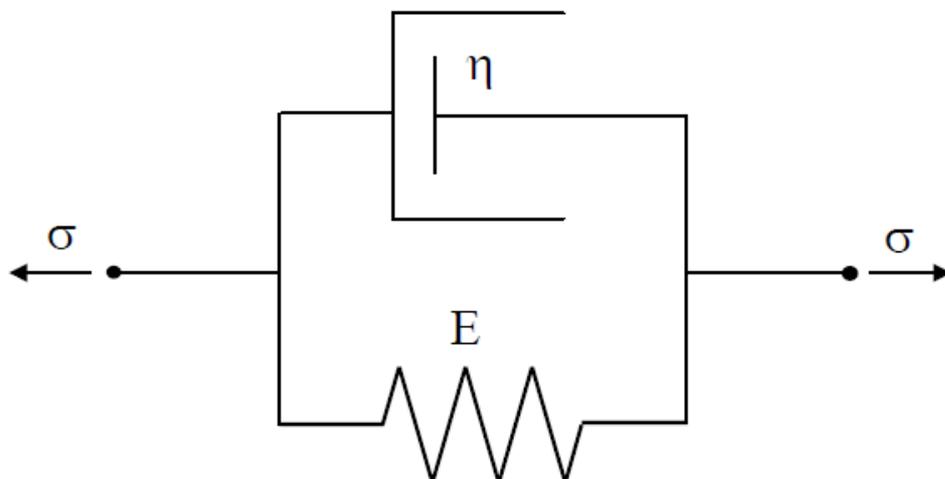
$$\sigma(t) = \sigma_0 e^{-\frac{E}{\eta} t} \quad (2.11)$$

### 2.5.3 MODELO DE VOIGT-KELVIN

Se o elemento consistir de uma mola em paralelo a um amortecedor de viscoelástico, então temos o modelo viscoelástico de Voigt-Kelvin.

Este modelo consiste de uma mola de módulo  $E$ , em paralelo com um amortecedor de viscosidade  $\eta$ . Se for aplicada uma tensão constante  $\sigma$  a um tempo  $t = 0$ , a mola poderá não se alongar de forma instantânea, pois poderá ser retardada pelo amortecedor. A deformação ocorre a uma taxa variável, com a tensão distribuída entre os dois componentes, após um tempo dependente da viscosidade do amortecedor, a mola aproxima-se da elongação máxima finita (ZULUAGA, 2007).

Figura 2. 11 - Modelo de Voigt-Kelvin.



A tensão para os elementos que compõem o sistema é obtida pelas equações (2.12) e (2.13)

$$\sigma_e = E\varepsilon \quad (2.12)$$

$$\sigma_\eta = \eta\dot{\varepsilon} \quad (2.13)$$

onde:

$\sigma_e$  é a tensão elástica

$\sigma_\eta$  é a tensão viscosa

Como os elementos estão conectados em paralelo, a tensão total é dada pela equação (2.14).

$$\sigma = \sigma_E + \sigma_\eta \quad (2.14)$$

Inserindo-se a equação (2.12) e (2.13) em (2.14) e rearranjando-se:

$$\dot{\varepsilon} + \frac{E}{\eta}\varepsilon = \frac{\sigma}{\eta} \quad (2.15)$$

Aplicando-se a condição inicial  $\sigma = \sigma_0$  em  $t=0$  e integrando a equação (2.15) tem-se:

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} \left( 1 - e^{-\frac{E}{\eta}t} \right) \quad (2.16)$$

A taxa de deformação para o modelo de Voigt-Kelvin é determinada pela diferenciação da equação (2.16) dando origem à equação (2.17).

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\sigma_0}{\eta} e^{-\frac{E}{\eta}t} \quad (2.17)$$

Se a tensão é removida no instante  $t_1$  pode-se determinar a deformação num instante  $t$  qualquer através do Princípio da Superposição de Boltzmann (PSB). Aplicando-se  $\sigma_0$  no instante  $t_0 = 0$  tem-se a deformação  $\varepsilon_a$  igual a equação (2.16).

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_0}{E} \left( 1 - e^{-\frac{t-t_0}{\eta}} \right) \quad (2.18)$$

onde:

$\varepsilon_0$  é a deformação no sistema inicial

$\varepsilon_b$  é a deformação no instante  $t = t_1$

Para deformação  $\varepsilon_b$  no instante  $t = t_1$  tem-se a equação (2.19)

$$\varepsilon_b = \frac{\sigma_0}{E} \left( 1 - e^{-\frac{(t-t_1)}{\eta}} \right) \quad (2.19)$$

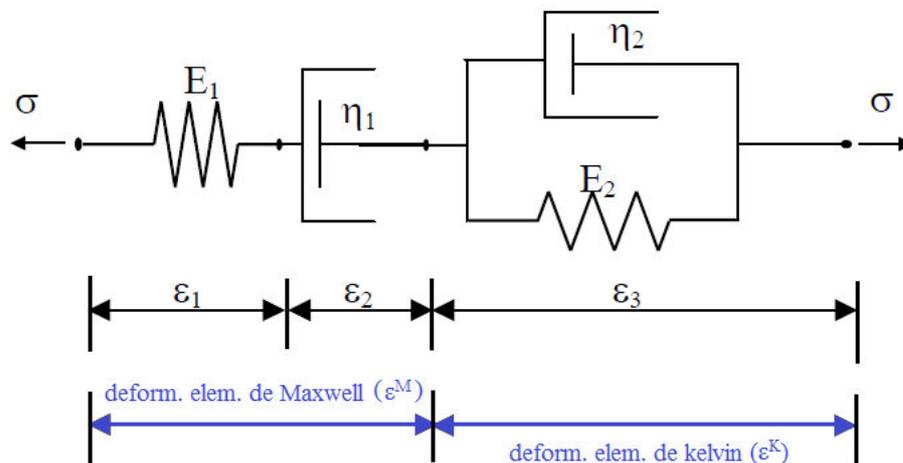
Aplicando-se o PSB no instante  $t > t_1$  durante a fluência reversível tem-se (2.20):

$$\varepsilon = \varepsilon_a + \varepsilon_b = \frac{\sigma_0}{E} \left( e^{-\frac{t-t_1}{\eta}} - 1 \right), \quad t > t_1 \quad (2.20)$$

#### 2.5.4 MODELO DE BURGERS

O modelo viscoelástico de Burger é composto por um modelo de Maxwell em série com um modelo de Kelvin-Voigt. A Figura 2.12 mostra a representação do modelo por meio de segmentos de mola e amortecedor.

Figura 2. 12 - Representação do modelo viscoelástico de Burgers.



Fonte: Adaptado, SAMPAIO, 2004.

Delimitando três zonas de deformação, em que  $\varepsilon_1$ , que pode ser chamado também de (zona 1), corresponde à parcela elástica,  $\varepsilon_2$  (zona 2), corresponde a parcela viscosa e  $\varepsilon_3$  (zona 3) corresponde ao elemento de Kelvin e pode-se afirmar que a deformação total no elemento é dada por:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_1(t) + \varepsilon_2(t) + \varepsilon_3(t) \quad (2.21)$$

onde:

$\varepsilon$  é a deformação total

$\varepsilon_1$  é a deformação da mola

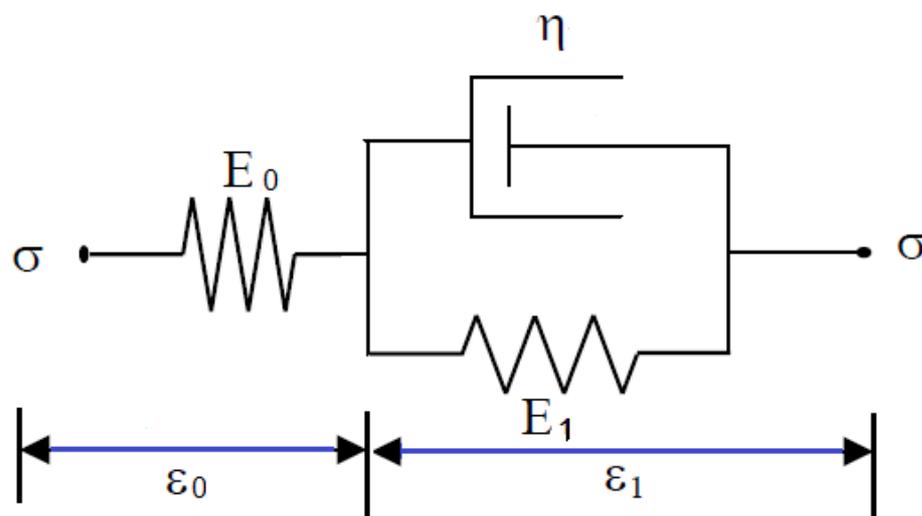
$\varepsilon_2$  é a deformação do amortecedor

$\varepsilon_3$  é a deformação da mola e amortecedor em paralelo

### 2.5.5 MODELO DE TRÊS ELEMENTOS

O modelo de três elementos é chamado também como um modelo misto ou modelo de Boltzmann. Ele caracteriza-se por apresentar uma deformação imediata, seguida de uma parcela de deformação variável com o tempo.

Figura 2. 13 - Representação do modelo de três elementos.



O modelo consiste de uma mola elástica com módulo de elasticidade  $E_0$  conectado a um arranjo de mola com módulo de elasticidade  $E_1$  em paralelo a um amortecedor de viscosidade  $\eta$ , do tipo modelo de Kelvin.

Logo a deformação total é igual a:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0(t) + \varepsilon_1(t) \quad (2.22)$$

onde,

$\varepsilon_0(t)$  é a deformação da mola

$\varepsilon_1(t)$  é a deformação do elemento de Kelvin

e a tensão viscosa é:

$$\sigma^v(t) = E_1 \varepsilon_1 + \eta \dot{\varepsilon}_1(t) \quad (2.23)$$

onde,

$\sigma^v$  é a tensão viscosa

Salienta-se também que o modelo de três elementos possui uma limitação, pois ele não caracteriza de forma adequada a deformação por fluência quando na estrutura ocorrer um descarregamento, ou seja só é bem aceita quando não há um descarregamento na estrutura.

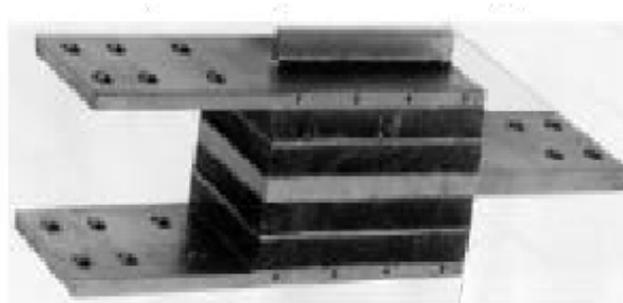
## 2.6 APLICAÇÕES DE CONTROLADORES VISCOELÁSTICOS

A forte tendência de se projetarem estruturas cada vez mais leves e esbeltas tem levado as edificações modernas a diversos problemas dinâmicos. Em grande parte, esta tendência se deve a fatores econômicos, fazendo com que esta característica dos projetos modernos seja cada vez mais acentuada.

Para tentar minimizar os problemas causados com as vibrações dessas estruturas e gerar maior segurança, os sistemas auxiliares de controle de vibração inseridos nas estruturas vêm sendo cada vez mais utilizados. Além de serem seguros e relativamente econômicos, estes sistemas de controle são soluções leves e tecnicamente mais eficientes na correção de problemas dinâmicos, o que vem fazendo com que soluções pesadas e conservadoras, venham sendo cada vez menos usadas.

Um exemplo desses controladores pode ser observado na Figura 2.14, onde tem-se um modelo típico de um viscoelástico, este modelo é muito utilizado no controle de vibrações. Esse absorvedor é constituído de uma estrutura sanduíche de aço e núcleo viscoelástico (parte mais escura da figura). Neste caso a alternância entre esforços de tração e compressão nas extremidades do amortecedor provoca distorções angulares no núcleo viscoelástico. Este por sua vez dissipa boa parte da energia de vibração do sistema.

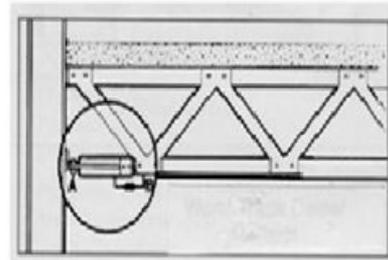
Figura 2. 14 - Modelo típico de Viscoelástico.



Fonte: BARBOSA, 2013.

Outro exemplo da aplicação de materiais viscoelásticos pode ser visto na estrutura das famosas torres gêmeas Figura 2.15. Salienta-se que o uso desses amortecedores viscoelásticos em estruturas é relativamente recente e um dos primeiros casos que se tem notícia dentro da literatura eram o das torres do World Trade Center em Nova York EUA (1969) que tinham 10.000 amortecedores viscoelásticos semelhantes ao mostrado na Figura 2.14. O objetivo é o de atenuar vibrações provenientes de cargas de vento.

Figura 2. 15 - World Trade Center e detalhe dos amortecedores viscoelásticos instalados.



Fonte: BARBOSA, 2013.

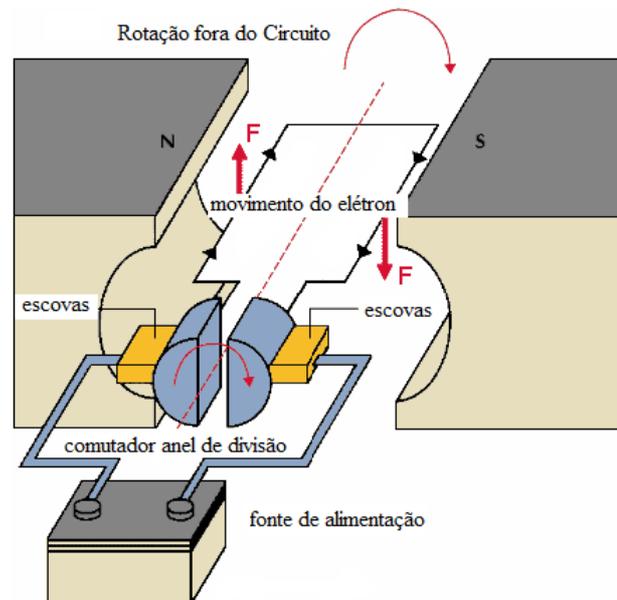
## 2.7 MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA

Motores de corrente contínua (motor CC) são motores elétricos bastante simples que utilizam energia elétrica e um campo magnético para produzir torque, com a rotação do motor. Na sua forma mais simples, um motor de corrente contínua requer dois ímãs de polaridades opostas e uma bobina elétrica, que atua como um eletroímã. As forças eletromagnéticas repelentes e atraentes dos ímãs são responsáveis por fornecer o torque que faz com que o motor de corrente contínua possa rotacionar. Sua composição sempre será de duas estruturas magnéticas, o estator (enrolamento de campo ou ímã permanente) e o rotor (enrolamento de armadura).

A bobina mostrada na figura abaixo representa uma das inúmeras bobinas que compõem a armadura (rotor) do motor CC. Sempre que uma bobina está na posição indicada, as escovas estão aplicando uma tensão constante na bobina (somente nesta posição). Uma força perpendicular ao campo magnético gera um torque fazendo com que o rotor gire  $180^\circ$ . Ao dar meia volta, os contatos são invertidos, resultando numa continuidade de torque no mesmo sentido do anterior.

Desta forma, o rotor entra em movimento rotacional. Se a tensão é invertida, o sistema gira no sentido inverso. Quanto maior a tensão, maior a velocidade resultante no rotor. (SISTEMAS ELETROMECÂNICOS...).

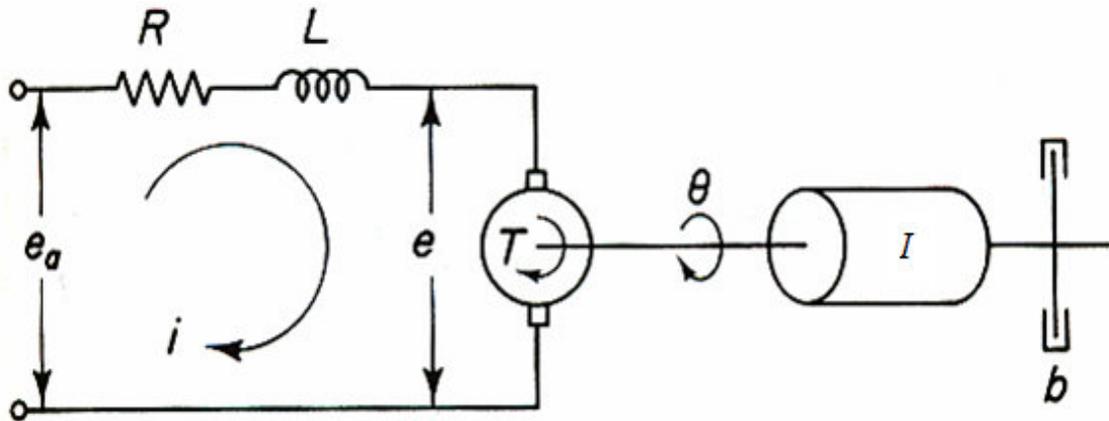
Figura 2. 16 - Motor de CC.



Fonte: SISTEMAS ELETROMECÂNICOS...

Ao representar esquematicamente a parte elétrica do motor, devemos levar em conta a tensão de entrada e a bobina. Note que uma bobina terá uma resistência ( $R$ ) e uma indutância ( $L$ ), assim como, uma força contra-eletromotriz ( $e$ ) proporcional a velocidade do rotor. O torque ( $T$ ) gerado é devido à força que por sua vez depende do fluxo magnético e da corrente ( $i$ ). Como o fluxo magnético é constante (gerado pelos ímas), podemos relacionar o torque gerado pelo motor como proporcional a corrente. Se considerarmos o torque elétrico transformado totalmente em mecânico, modelamos o sistema mecânico como um sistema rotacional já visto anteriormente. Na Figura 2.17 temos a representação esquemática do motor de corrente contínua com ímas permanentes.

Figura 2. 17 - Representação esquemática do motor de CC.



Fonte: SISTEMAS ELETROMECCÂNICOS...

$R$  = resistência da armadura;

$L$  = indutância da armadura;

$e_a(t)$  = tensão de alimentação do motor;

$e$  = força contra-eletromotriz;

$I(t)$  = corrente da armadura;

$T(t)$  = torque gerado ao motor;

$\theta(t)$  = posição angular do eixo do motor (rotor);

$I$  = momento de inércia do rotor;

$b$  = coeficiente de atrito viscoso dos mancais do rotor.

### 3 DESCRIÇÃO DO PROBLEMA

#### 3.1 MOTIVAÇÃO

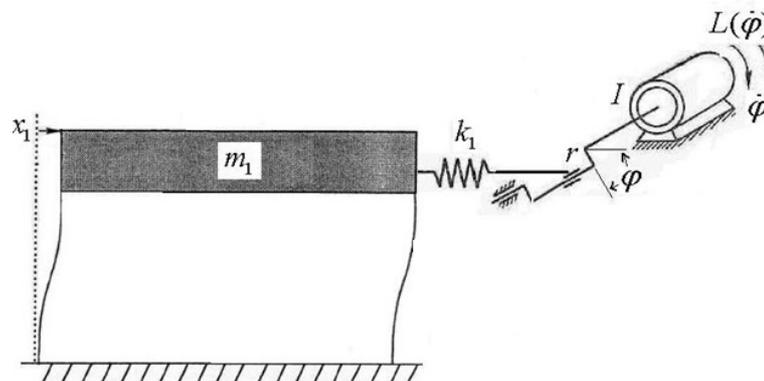
A presente dissertação foi baseada nos artigos de Fosdick, 1998, v. 35 e Fosdick, 1998, v. 65, conforme mencionado anteriormente na introdução.

Fosdick investigou a redução das vibrações de um oscilador linear sujeita a uma excitação harmônica (ideal), usando o dispositivo de absorvedor dinâmico viscoelástico de vibração (ADVM) para um intervalo de temperatura limitada do material viscoelástico, especialmente quando o sistema principal tem uma frequência de ressonância fixa.

Ele estudou o movimento de um oscilador com um grau de liberdade com uma massa  $m$  conectada a uma força  $F(t)$  e uma força de restauração devido à ação de um absorvedor dinâmico viscoelástico (ADVM). Eventualmente ele supôs que o movimento e todas as forças são uniaxiais e também que o ADVM tem uma massa relativamente pequena em relação a  $m$ .

#### 3.2 SISTEMAS PÓRTICO PLANO E MOTOR

Figura 3. 1 - Sistema Pórtico/Motor.



Fonte: Adaptado, FELIX, 2009.

O pórtico plano, Figura 3.1, consiste de duas vigas verticais flexíveis acopladas a uma viga horizontal bem rígida de massa  $m_1$ . O movimento deste pórtico está dirigido somente na direção transversal e definida pelo deslocamento  $x_1$  através da excitação de um motor externo via mola elástica  $k_1$  e uma manivela de raio  $r$ . O motor de corrente contínua é controlado por uma fonte de energia de

potência limitada com deslocamento angular  $\varphi$  e de velocidade angular  $\dot{\varphi}$ , de momento de inércia  $I$ . Que segundo Felix (2012), possui a equação característica igual a:

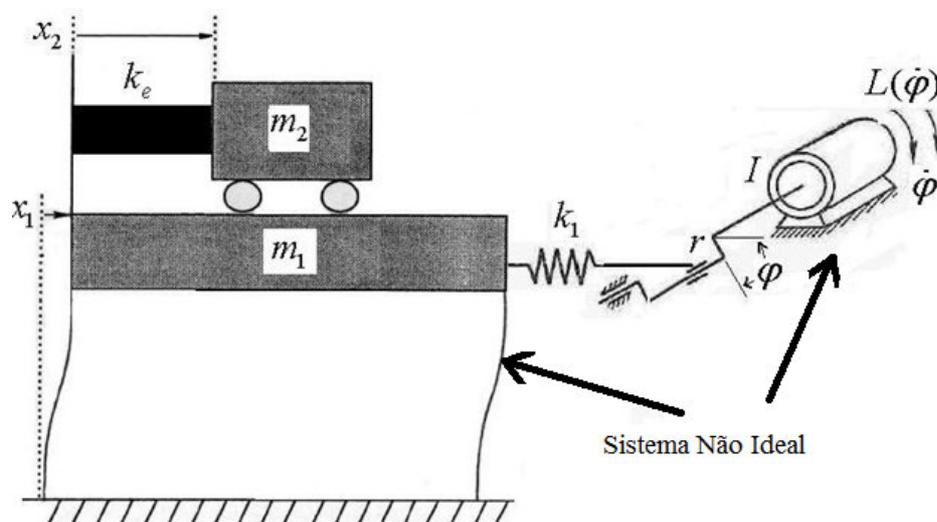
$$L(\dot{\varphi}) = v_2 - v_1(\dot{\varphi}) \quad (3.1)$$

onde  $v_1$  está relacionada com a tensão aplicada através da armadura do motor de corrente contínua e  $v_2$  é uma constante inerente do modelo de motor de corrente contínua considerado.

### 3.3 SISTEMAS DO PÓRTICO PLANO/MOTOR E ADVM

Aqui apresenta-se o sistema completo, que seriam o motor de corrente contínua, a massa da viga e a massa acoplada ao ADVM. Onde o controlador consiste de uma massa  $m_2$  acoplada a uma barra viscoelástica com memória de elasticidade  $k_e$  e seu movimento se dá na direção horizontal de  $x_2$ , como mostra a Figura 3.2. O material viscoelástico utilizado se trata de um material inteligente, que têm sua geometria e/ou suas propriedades físicas variadas de forma controlada, mediante a variação das condições do ambiente onde se encontra.

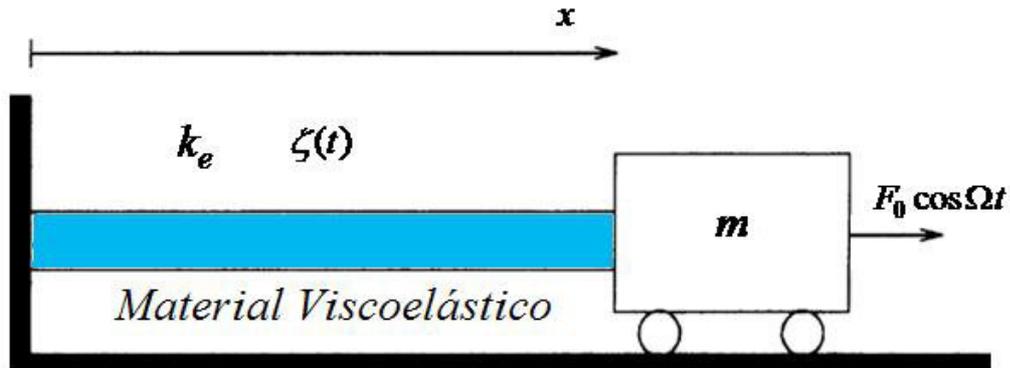
Figura 3. 2 - Sistema Não Ideal (Pórtico/Motor) e ADVM.



Fonte: FELIX, 2009.

Neste caso utiliza-se um tipo de viscoelástico com memória fortemente influenciada pela temperatura sobre sua frequência de funcionamento que substitui um sistema convencional de mola e amortecedor viscoso. O que pode ser verificado com mais detalhes na Figura 3.3.

Figura 3. 3 - Absorvedor Dinâmico Viscoelástico com Memória (ADVM).



Fonte: Adaptado, FOSDICK, 1998.

O enfoque deste trabalho está na força restauradora devido à ação do ADVM com aplicação de temperatura constante e definida da seguinte forma (FOSDICK, 1998).

$$mL_0\ddot{x} = -k_e x + \frac{G_0}{\gamma(T)} \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{s}{\gamma(T)}\right] \frac{x^2(t-s) - x^2(t)}{x^2(t)} ds + F_0 \cos \Omega t \quad (3.2)$$

Daí é introduzida o amortecimento dependente do tempo e da temperatura:

$$\zeta(t) = \int_0^{\infty} \exp\left[-\frac{s}{\gamma(T)}\right] \frac{x^2(t-s) - x^2(t)}{x^2(t)} ds \quad (3.3)$$

onde  $x$  é a deformação da barra viscoelástica;  $\gamma$  é a função de relaxação dependente da temperatura, denotada pela fórmula de Williams-Landal-Ferry:

$$\gamma(T) = \gamma_0 e^{\psi(T)}, \quad \psi(T) = \frac{c_1(T - T_0)}{c_2 + T - T_0} \quad (3.4)$$

Onde  $c_1$  e  $c_2$  são constantes positivas do material e dependem da temperatura de referencia  $T_0$ . Para borrachas, a expressão é muito bem aproximada por: (FELIX, 2012).

$$\psi(T) = \frac{-8.86(T - T_s)}{101.6 + T - T_s}, \quad (3.5)$$

Onde  $T_s$  é uma temperatura de referencia dependente do material que normalmente se encontra sobre  $-223.14998^\circ\text{C}$  acima da temperatura de transição em vítrea, e portanto, encontra-se aproximadamente em uma faixa entre  $-73.14998^\circ\text{C}$  e  $26.85^\circ\text{C}$ .

A seguir apresentam-se as equações que governam o sistema ideal/não ideal e ADVM.

### 3.4 EQUAÇÃO DE MOVIMENTO QUE GOVERNAM O SISTEMA COMPLETO

Assim, apresentam-se as equações que governam o sistema da figura 3.2, sendo a equação de movimento do motor similar a (Kononenko, 1969) de deslocamento angular  $\varphi$ , a equação de movimento do pórtico de deslocamento  $x_1$  e a equação de movimento do ADVM com deslocamento  $x_2$  e do amortecimento dependente da temperatura  $\zeta$ :

$$m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 = k_r r \sin \varphi + k_e (x_2 - x_1) - \frac{G_0}{\gamma(T)} \zeta(t)$$

$$I \ddot{\varphi} = L(\dot{\varphi}) + k_r r (x_1 - r \sin \varphi) \cos \varphi$$

$$m_2 \ddot{x}_2 = k_e (x_2 - x_1) + \frac{G_0}{\gamma(T)} \zeta(t) \quad (3.6)$$

$$\dot{\zeta}(t) = -\frac{1}{\gamma(T)} \zeta(t) - 2 \frac{\gamma(t)}{L_0} (\dot{x}_2 - \dot{x}_1)$$

onde:

$\gamma(T)$  = função da temperatura em relação ao tempo;

$L_0$  = comprimento inicial da barra viscoelástica;

$G_0$  = módulo de relaxamento positivo;

$\ddot{\varphi}$  = aceleração angular;

E a simbologia apresentada nas equações anteriores,  $(\dot{\quad})$  e  $(\ddot{\quad})$  representam a primeira e a segunda derivada em relação ao tempo  $t$ , respectivamente. Na equação (3.6), as duas primeiras equações representam as equações de movimento do sistema pórtico e motor, enquanto as duas últimas representam as equações de movimento do ADVm.

Note que se considerarmos  $\dot{\varphi} = \omega$ , neste caso a velocidade angular do motor seria constante e comportaria como um excitador harmônico, portanto o sistema seria SI. Se considerarmos  $\dot{\zeta}(t) = 0$ , neste caso o amortecimento seria constante e resulta um amortecedor de massa sintonizada (AMS) sem memória.

Com o objetivo de analisar o desenvolvimento do sistema (3.6), é conveniente que os parâmetros e variáveis sejam adimensionais. Admitindo o tempo adimensional  $\tau = \omega_0 t$ , onde  $\omega_0 = \sqrt{k_1 / m_1}$  é a frequência natural da estrutura. Definindo

os seguintes parâmetros adimensionais:  $\mu = \frac{c_1}{m_1 \omega_0}$ ,  $\eta_1 = \frac{k_r r}{k_1 L_0}$ ,  $\eta_2 = \frac{k_r m_1 r L_0}{I k_1}$ ,

$\eta_3 = \frac{k_r m_1 r}{2 I k_1}$ ,  $a = \frac{v_1}{I \omega_0^2}$ ,  $b = \frac{v_2}{I \omega_0}$ ,  $\lambda = \frac{G_0}{k_1 L_0}$ ,  $\delta = \frac{k_e}{k_1}$  e  $\alpha = \frac{m_1}{m_2}$ . E utilizando as novas

variáveis adimensionais:  $u_1 = \frac{x_1}{L_0}$ ,  $u_2 = \frac{x_2}{L_0}$ ,  $u_3 = \frac{\zeta}{\gamma}$ . Define-se  $\rho = \gamma \omega_0$ , como o

parâmetro de variação de temperatura do ADVm.

Equação (3.6) resulta um sistema de equações adimensionais:

$$u_1'' + \mu u_1' + u_1 = \eta_1 \sin \varphi + \delta(u_2 - u_1) - \lambda u_3$$

$$\varphi'' = a - b\varphi' + \eta_2 u_1 \cos \varphi - \eta_3 \sin 2\varphi$$

$$u_2'' = -\alpha \delta(u_2 - u_1) + \alpha \lambda u_3 \quad (3.7)$$

$$u_3' = -\frac{1}{\rho} u_3 - 2(u_2' - u_1')$$

A simbologia apresentada nas equações anteriores (') e (''), representam a primeira e a segunda derivada em relação ao tempo adimensional  $\tau$ , respectivamente.

Agora, assumindo que  $y_1 = u_1$ ,  $y_2 = u_1'$ ,  $y_3 = \varphi$ ,  $y_4 = \varphi'$ ,  $y_5 = u_2$ ,  $y_6 = u_2'$  e  $y_7 = u_3$ , o sistema (3.7) transforma-se em um sistema de primeira ordem nas variáveis de estado:

$$\begin{aligned}
 y_1' &= y_2 \\
 y_2' &= -\mu y_2 - y_1 + \eta_1 \sin y_3 + \delta(y_5 - y_1) - \lambda y_7 \\
 y_3' &= y_4 \\
 y_4' &= a - b y_4 + \eta_2 y_1 \cos y_3 - \eta_3 \sin 2y_3 \\
 y_5' &= y_6 \\
 y_6' &= -\alpha \delta(y_5 - y_1) + \alpha \lambda y_7 \\
 y_7' &= -\frac{1}{\rho} y_7 - 2(y_6 - y_2)
 \end{aligned} \tag{3.8}$$

Para um *sistema ideal* (SI) com ADVMM considera-se que a velocidade angular do motor seja constante, nesse caso  $\dot{\varphi} = \omega$ . Por conseguinte, não se considera a equação do motor da equação (3.6), resultando a seguinte forma:

$$\begin{aligned}
 m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 &= k_r r \sin(\omega t) + k_e (x_2 - x_1) - \frac{G_0}{\gamma(T)} \zeta(t) \\
 m_2 \ddot{x}_2 &= -k_e (x_2 - x_1) + \frac{G_0}{\gamma(T)} \zeta(t) \\
 \dot{\zeta}(t) &= -\frac{1}{\gamma(T)} \zeta(t) - 2 \frac{\gamma(t)}{L_0} (x_2 - x_1)
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Utilizando os mesmos parâmetros adimensionais apresentados anteriormente, convenientes para este sistema, o sistema de equações 3.9 transforma-se em:

$$u_1'' + \mu u_1' + u_1 = \eta_1 \sin(\Omega \tau) + \delta(u_2 - u_1) - \lambda u_3$$

$$u_2'' = \alpha \delta(u_2 - u_1) + \alpha \lambda u_3$$

$$u_3' = -\frac{1}{\rho} u_3 - 2(u_2' - u_1')$$

(3.10)

Onde:  $\mu = \frac{c_1}{m_1 \omega_0}$ ;  $\eta_1 = \frac{k_r r}{k_1 L_0}$ ;  $\lambda = \frac{G_0}{k_1 L_0}$ ;  $\delta = \frac{k_e}{k_1}$ ;  $\alpha = \frac{m_1}{m_2}$ ;  $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$ ;  $u_1 = \frac{x_1}{L_0}$ ;  $u_2 = \frac{x_2}{L_0}$ ;

$u_3 = \frac{\zeta}{\gamma}$ ; e ainda  $\rho = \gamma \omega_0$ .

Agora, considerando que:  $y_1 = u_1$ ;  $y_2 = u_1'$ ;  $y_3 = u_2$ ;  $y_4 = u_2'$ ;  $y_5 = u_3$ ;  $y_6 = \Omega \tau$ , obtém-se o sistema de primeira ordem para as simulações numéricas:

$$y_1' = y_2$$

$$y_2' = -\mu y_2 - y_1 + \eta_1 \sin y_6 + \delta(y_3 - y_1) - \lambda y_5$$

$$y_3' = y_4$$

$$y_4' = \alpha \delta(y_3 - y_1) + \alpha \lambda y_5$$

(3.11)

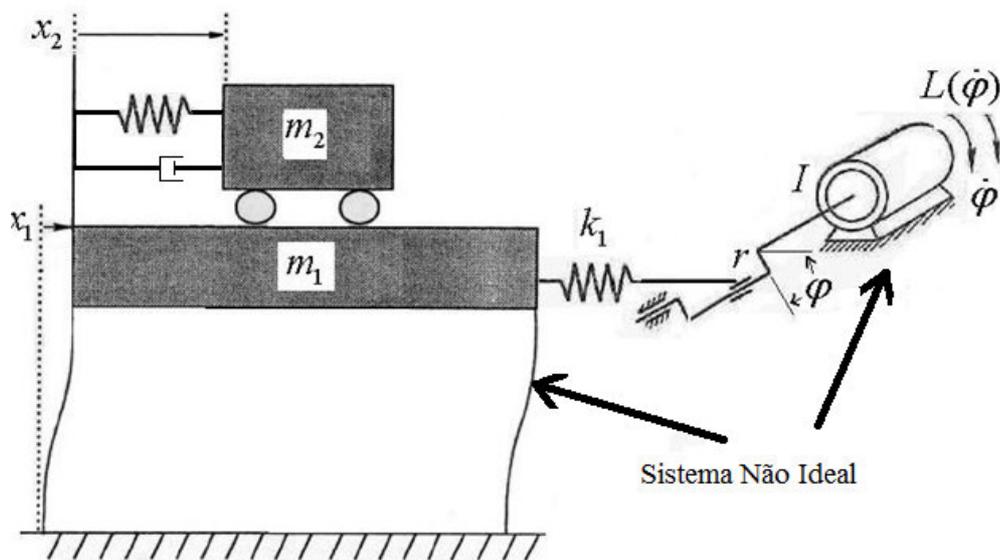
$$y_5' = -\frac{1}{\rho} y_5 - 2(y_4 - y_2)$$

$$y_6' = \Omega$$

### 3.5 SISTEMA PÓRTICO PLANO/MOTOR E AMORTECEDOR DE MASSA SINTONIZADO – AMS

Para comparar a efetividade do ADVN com um Amortecedor de Massa Sintonizado (AMS) neste caso este sistema consiste de um amortecimento constante ou que não depende da temperatura e o tempo. A seguir o modelo do AMS posicionado no topo do sistema pórtico-motor mostrado na figura 3.4.

Figura 3. 4 - Modelo de um Amortecedor de Massa Sintonizado.



Fonte: FELIX, 2009.

O crescente progresso das técnicas de análise e dimensionamento estruturais, e os constantes avanços nas áreas de materiais e técnicas construtivas, têm possibilitado o projeto de estruturas cada vez mais altas e esbeltas e, portanto, mais flexíveis. Essas estruturas são vulneráveis à ocorrência de vibrações excessivas causadas por carregamentos dinâmicos, tais como, terremotos, ventos, ondas, tráfego intenso, ocupação humana, entre outros.

Segundo Ávila (*apud* Alberto Leon, 2007 p. 22), uma alternativa para minimizar estas vibrações, amplamente estudada nas últimas décadas, é o controle estrutural. O controle estrutural, basicamente, promove uma alteração nas propriedades de rigidez e amortecimento da estrutura, seja pela adição de dispositivos externos, seja pela ação de forças externas.

Apresenta-se aqui uma modelagem de uma estrutura linear conforme a estudada no sistema anterior só que agora acoplada a um AMS, ou seja, que não

sofre a influência da variação da temperatura e o amortecimento não depende mais do tempo. O AMS é composto por um sistema massa-mola-amortecedor e é um dos mais antigos dispositivos utilizados para controle estrutural existente.

O funcionamento do AMS consiste em sintonizar o dispositivo numa frequência próxima a frequência natural do sistema, fazendo com que o dispositivo entre em ressonância, vibrando fora de fase e com isso transferindo a energia de vibração.

Conforme mostra Figura 3.4 o controlador (AMS) consiste de uma massa  $m_2$  acoplada a uma mola com amortecimento viscoso e seu movimento se dá na direção horizontal de  $x_2$ , conforme o modelo do ADVN. Esse controlador está no topo do pórtico de massa  $m_1$ , que está ligado por uma constante elástica  $k_1$  a um motor de corrente contínua, que gira a uma velocidade angular  $\varphi$ .

Apresenta-se as equações que representam o sistema da Figura 3.4, amortecedor de massa sintonizado (AMS) com fonte não ideal.

$$\begin{aligned}
 m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 &= k_1 r \sin \varphi + k_e (x_2 - x_1) - c_e (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \\
 I \ddot{\varphi} &= L(\dot{\varphi}) + k_1 r (x_1 - r \sin \varphi) \cos \varphi \\
 m_2 \ddot{x}_2 &= -k_e (x_2 - x_1) - c_e (\dot{x}_2 - \dot{x}_1)
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

As equações mostradas na equação (3.12) representam as equações de movimento do sistema não ideal  $(x_1, \varphi)$  acoplado a um absorvedor dinâmico de vibrações clássico  $(x_2)$ . Note que a simbologia  $(\dot{\quad})$  e  $(\ddot{\quad})$  representam a primeira e a segunda derivada em relação ao tempo, respectivamente.

Observe que no lugar da barra Viscoelástica tem-se um sistema de redução de vibrações simples, com uma nova mola de rigidez  $k_e$  e um amortecedor viscoso com coeficiente  $c_e$ , em que nenhum sofre influência da variação de temperatura e não dependem do tempo.

Agora, introduziu-se o tempo adimensional  $\tau$  definido por  $\tau = \omega_0 t$ , onde

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k_1}{m_1}}$ , é a frequência natural da estrutura. São definidos os parâmetros

adimensionais:  $\mu_1 = \frac{c_1}{m_1\omega_0}$ ,  $\alpha = \frac{m_1}{m_2}$ ,  $\delta_1 = \frac{k_1}{k}$ ,  $\delta = \frac{k_e}{k_1}$ ,  $\mu_2 = \frac{c_e}{m_1\omega_0}$ ,  $\mu_3 = \frac{c_e}{m_2\omega_0}$ ,  $\sigma = \frac{k_1 r^2}{I\omega_0^2}$ ,

$$\sigma_1 = \frac{k_1 r^2}{2I\omega_0^2},$$

$a = \frac{V_1}{I\omega_0^2}$ ,  $b = \frac{V_2}{I\omega_0}$  e ainda  $V_1 = \frac{x_1}{r}$  e  $V_2 = \frac{x_2}{r}$ . E assim, as equações adimensionais

que regem o sistema são:

$$V_1'' + \mu_1 V_1' + V_1 = \delta_1 \sin \varphi + \delta(V_2 - V_1) - \mu_2(V_2' - V_1')$$

$$\varphi'' = a - b\varphi' + \sigma V_1 \cos \varphi - \sigma_1 \sin 2\varphi \quad (3.13)$$

$$V_2'' = -\alpha\delta(V_2 - V_1) - \mu_3(V_2' - V_1')$$

Observe que não usou-se mais o comprimento de referência  $L_0$ , e sim o raio da manivela  $r$ . E as simbologias  $(\cdot)$  e  $(\ddot{\cdot})$ , representam, respectivamente, a primeira e a segunda derivada em relação ao tempo adimensional  $\tau$ .

Agora, consideram-se as mudanças de variáveis de estado:  $y_1 = V_1$ ,  $y_2 = V_1'$ ,  $y_3 = \varphi$ ,

$y_4 = \varphi'$ ,  $y_5 = V_2$  e  $y_6 = V_2'$  e finalmente, obtém-se o sistema de equações de primeira ordem que descrevem um *sistema não ideal, acoplado a um Amortecedor de Massa Sintonizado (AMS)*.

$$y_1' = y_2$$

$$y_2' = -\mu_1 y_2 - y_1 + \delta_1 \sin y_3 + \delta(y_5 - y_1) - \mu_2(y_6 - y_2)$$

$$y_3' = y_4$$

$$y_4' = a - by_4 + \sigma y_1 \cos y_3 - \sigma_1 \sin 2y_3 \quad (3.14)$$

$$y_5' = y_6$$

$$y_6' = -\alpha\delta(y_5 - y_1) - \mu_3(y_6 - y_2)$$

Para um *sistema ideal* (SI) acoplado a um AMS considera-se que a velocidade angular do motor seja constante, nesse caso  $\dot{\varphi} = \omega$ . E então não se considera a equação do motor da equação (3.10), resultando da seguinte forma. Mas salienta-se que para as simulações de um AMS não foi utilizado às equações para um sistema ideal, e estas constam aqui apenas como esclarecimento.

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + c_1 \dot{x}_1 + k_1 x_1 &= k_1 r \sin \varphi + k_e (x_2 - x_1) - c_e (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \\ m_2 \ddot{x}_2 &= -k_e (x_2 - x_1) - c_e (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \end{aligned} \quad (3.15)$$

Utilizando analogamente os mesmos parâmetros adimensionais apresentados anteriormente, convenientes para o sistema tem-se:

$$\begin{aligned} V''_1 + \mu_1 V'_1 + V_1 &= \delta_1 \sin \varphi + \delta (V_2 - V_1) - \mu_2 (V'_2 - V'_1) \\ V''_2 &= -\alpha \delta (V_2 - V_1) - \mu_3 (V'_2 - V'_1) \end{aligned} \quad (3.16)$$

onde:  $\mu_1 = \frac{c}{m_1 \omega_0}$ ,  $\alpha = \frac{m_1}{m_2}$ ,  $\delta_1 = \frac{k_1}{k}$ ,  $\delta = \frac{k_e}{k_1}$ ,  $\mu_2 = \frac{c_e}{m_1 \omega_0}$ ,  $\mu_3 = \frac{c_e}{m_2 \omega_0}$ ,  $\Omega = \frac{\omega}{\omega_0}$  e ainda

$V_1 = \frac{x_1}{r}$  e  $V_2 = \frac{x_2}{r}$ . Considerando a seguinte mudança de variáveis:

$y_1 = V_1$ ,  $y_2 = V'_1$ ,  $y_3 = V_2$ ,  $y_4 = V'_2$ ,  $y_5 = \Omega \tau$ , obtém-se as equações que regem o *sistema ideal acoplado ao Amortecedor de Massa Sintonizado*.

$$\begin{aligned} y'_1 &= y_2 \\ y'_2 &= -\mu_1 y_2 - y_1 + \delta_1 \sin y_5 + \delta (y_3 - y_1) - \mu_2 (y_4 - y_2) \\ y'_3 &= y_4 \\ y'_4 &= -\alpha \delta (y_3 - y_1) - \mu_3 (y_4 - y_2) \\ y'_5 &= \Omega \end{aligned} \quad (3.17)$$



## 4 RESULTADOS NUMÉRICOS

Aqui, apresentam-se os resultados numéricos encontrados através das simulações numéricas, para o sistema ideal (SI) e Sistema Não Ideal (SNI) utilizando o ADVm, ou seja, com a aplicação do material inteligente dependente da temperatura. Para as simulações numéricas dos sistemas de equações anteriores usou-se o integrador ODE23 do MATLAB<sup>®</sup> em base do algoritmo de Runge-kutta de quarta ordem com passo variável. Para as simulações numéricas foram escolhidos os valores dos parâmetros apresentados na **Tabela 1 para o SI**, e na **Tabela 2 para o SNI**, enquanto as condições iniciais são de valores iguais a zero.

Os valores dos parâmetros escolhidos para a Tabela 1 foram similares aos valores realizados por Fosdick em seu trabalho e os valores dos parâmetros escolhidos para a Tabela 2 foram baseados em trabalhos já desenvolvidos anteriormente.

**Tabela 1. Valores dos parâmetros adimensionais do ADVm-SI.**

$\eta_1$	$\mu$	$\delta$	$\alpha$	$\lambda$	$\rho$
0.3	0.01	0.1	8	0.3	0.05

Fonte: Elaboração do autor.

**Tabela 2. Valores dos parâmetros adimensionais do sistema ADVm-SNI.**

$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_3$	$\mu$	$b$	$\delta$	$\alpha$	$\lambda$	$\rho$
0.3	0.4	0.2	0.01	1.5	0.1	8	0.3	0.1

Fonte: Elaboração do autor.

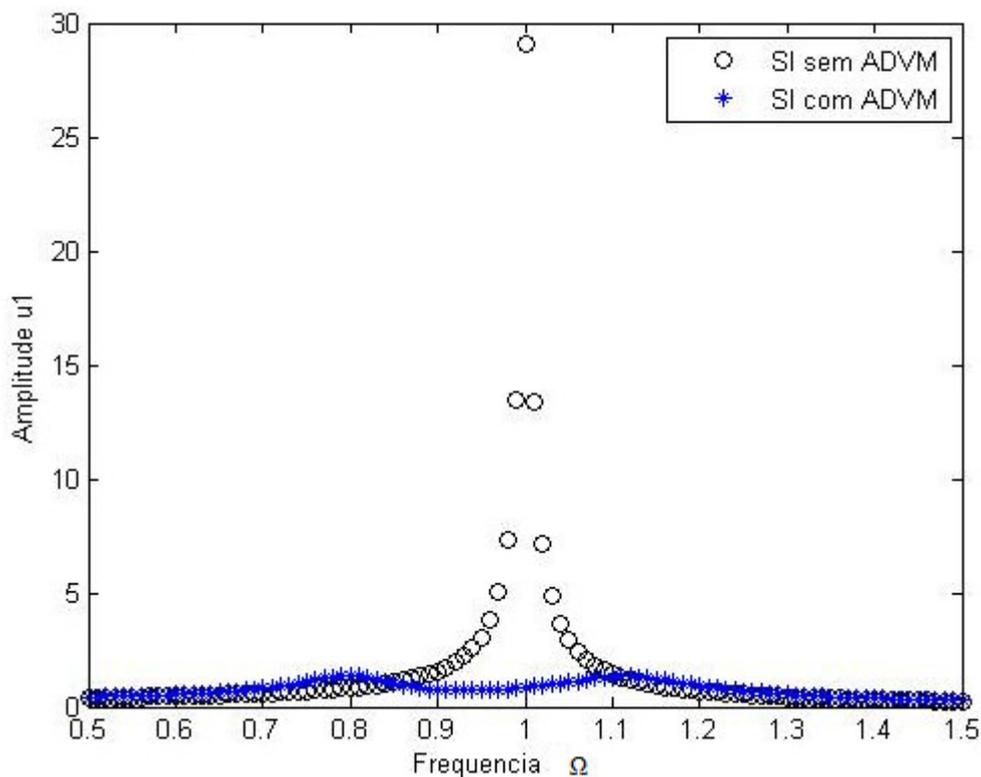
Note que na Tabela 2 não está presente os valores para o parâmetro  $a$ , pois este parâmetro é considerado como parâmetro de controle e refere-se à tensão aplicada à armadura do motor elétrico.

### 4.1 COMPORTAMENTO DINÂMICO DO ADVm-SISTEMA IDEAL (SI)

Nesta seção utilizam-se as curvas de ressonância, retrato de fase, série no domínio do tempo e FFT, para análise do sistema da equação (3.11).

Na figura (4.1) se define a curva de ressonância que mostra os traços dos pontos que são as amplitudes de oscilação do SI plano para movimento de regime permanente versus a frequência adimensional  $\Omega$  da fonte de excitação ideal em torno da região de ressonância  $\Omega=1$ . Os traços de cor preta correspondem às respostas do SI sem ADVm enquanto os traços de cor azul correspondem às respostas do SI com ADVm.

Figura 4.1 - Curva de ressonância, Amplitudes versus frequência da excitação para ADVm- SI

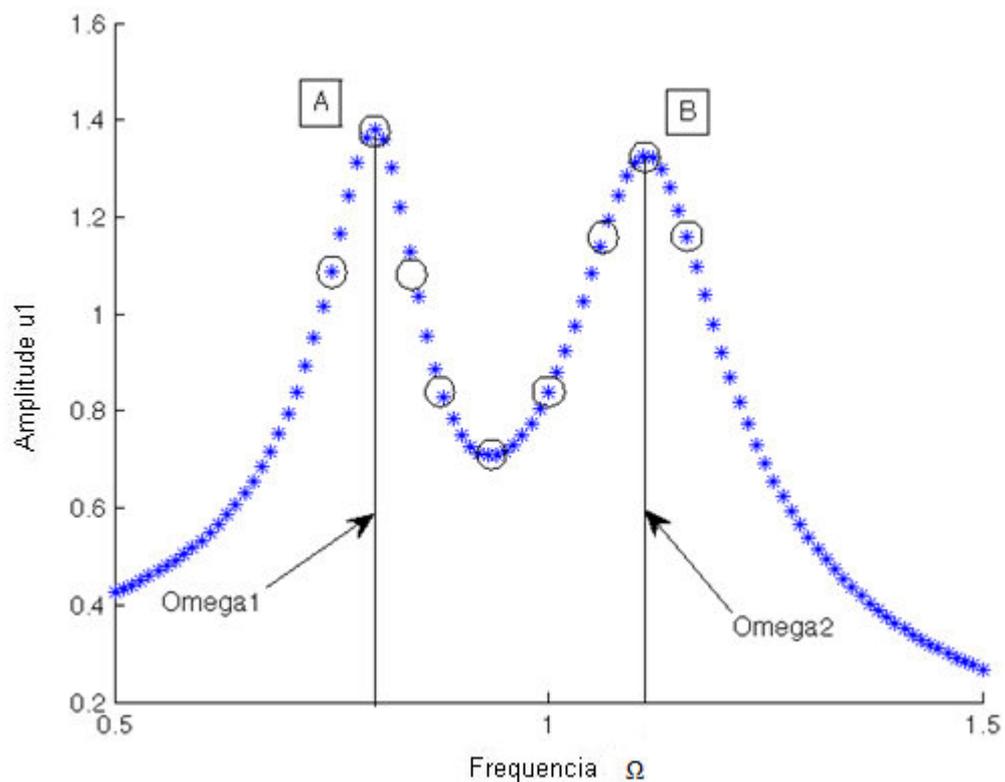


Fonte: Elaboração do autor.

Utilizando uma faixa de frequência de  $0.5 \leq \Omega \leq 1.5$  que correspondem a passagem pela região de ressonância, considerando um acréscimo na frequência de  $\Delta\Omega = 0.01$ , ao longo de um intervalo de tempo adimensional de  $0 \leq \tau \leq 1000$ . Para os demais parâmetros adimensionais que representam o sistema foram considerados os valores apresentados na Tabela 1. Observa-se a partir da Figura 4.1, que a estrutura sem absorvedor, apresenta um pico que corresponde à amplitude maior de valor aproximado a 29.0606 (valor informado pelo MATLAB), na sua região de ressonância ( $\Omega \approx 1$ ). Quando acionamos o ADVm na estrutura, suas amplitudes são reduzidas

drasticamente. Além disso, observa-se que o ADVM, embora elimine a vibração na frequência aplicada conhecida  $\omega$ , introduz duas novas frequências de ressonância  $\Omega_1$  e  $\Omega_2$  em torno da frequência da estrutura  $\Omega$ , nas quais a amplitude do sistema apresenta um acréscimo. (RAO, 2008, 4ªed., p. 305-335). Estas duas novas frequências são apresentadas na Figura 4.2, onde estão indicadas pelas flechas.

Figura 4.2 - Frequências de ressonância  $\Omega_1$  e  $\Omega_2$  introduzidas pelo ADVM.



Fonte: Elaboração do autor.

Constata-se que um Absorvedor de Vibrações otimamente sintonizado, ou seja, mais eficiente é aquele cujas ordenadas dos pontos A e B, mostrados na Figura 4.2, são iguais. Segundo Rao (2008), essa condição exige que:

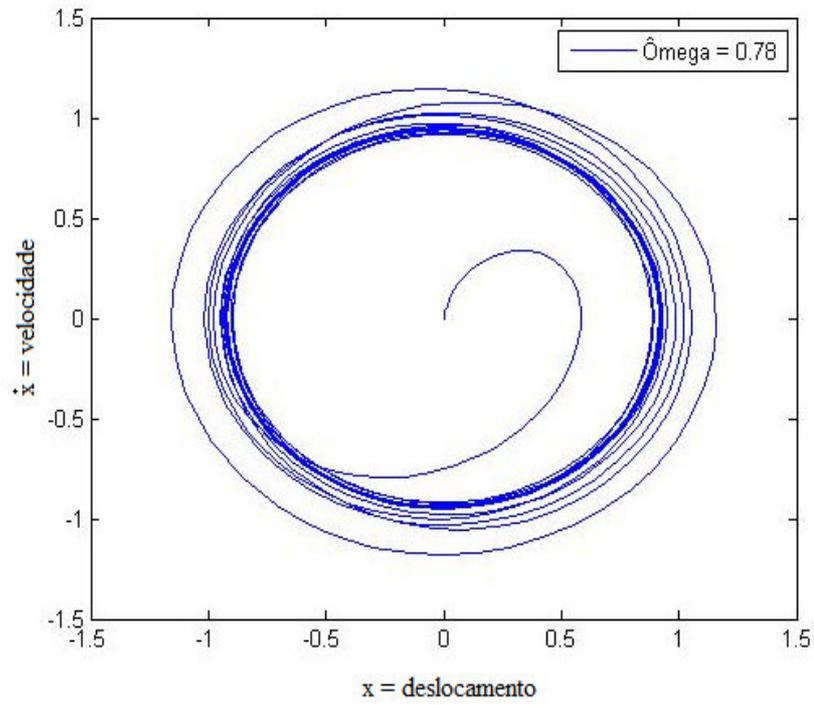
$$f = \frac{1}{1 + \varepsilon} \quad (4.1)$$

Onde  $f = \frac{\omega_a}{\omega_0}$ , é a razão de frequências naturais, onde  $\omega_a$  é a frequência natural do absorvedor, definida por  $\omega_a = \sqrt{\frac{k_e}{m_2}}$ .  $\varepsilon = \frac{m_2}{m_1}$ , é a razão inversa das massas, ou seja, a massa do absorvedor dividida pela massa principal.

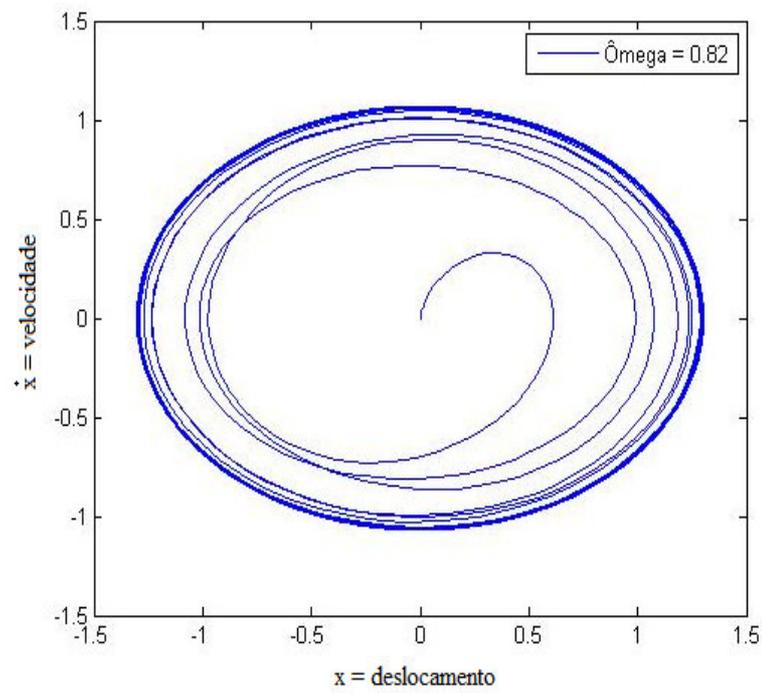
A continuação pode-se comprovar através de ferramentas da dinâmica não linear (retrato de fase, séries no domínio do tempo e FFT) que neste SI e linear não há existência do Efeito Sommerfeld (*Jump*), bem como comportamento caótico, e, portanto apresenta um movimento periódico, que pode ser representado pelas Figuras 4.3, 4.4, 4.5, 4.6, 4.7 e 4.8 com valores para as frequências  $\Omega$  de 0.78, 0.82, 0.90, 0.93, 1.05 e 1.15, respectivamente, que são valores escolhidos para a análise, por serem próximos aos picos de amplitude A, B e o pico com menor amplitude (entre A e B), localizados com círculos na Figura 4.2.

As figuras abaixo apresentam os retratos de fase da estrutura ideal com o absorvedor ativo, quando a frequência  $\Omega$  assume valores nos quais suas ordenadas apresentam picos (dois para cima e um para baixo), como mostrado na Figura 4.2 e, que também ajudam a verificar que o comportamento do sistema é não caótico, e, portanto periódico, a partir dos comportamentos aproximadamente cíclicos apresentados para todos os valores de  $\Omega$ , mesmo com valores de amplitudes próximos a esses picos.

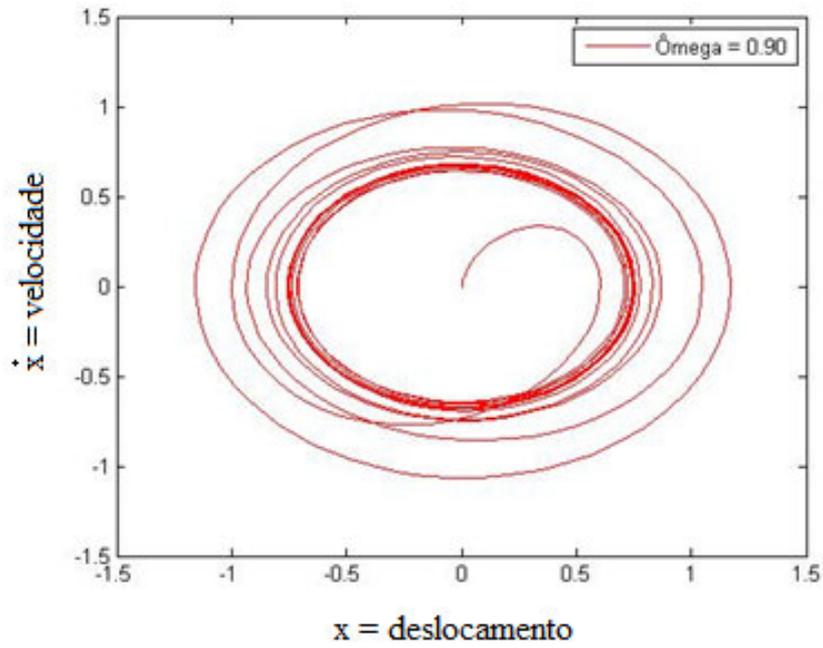
Verifica-se nas figuras abaixo, as curvas aparecem de forma cíclica, mas não totalmente de forma fechada, isso ocorre justamente porque os resultados estão mostrando tanto a parte transiente quanto a parte permanente. Mas mesmo assim é possível verificar-se que o sistema tende para uma curva fechada e portanto de comportamento periódico.

Figura 4.3 - Retratos de fase do sistema ADVN-SI para  $\hat{\omega}=0.78$ .

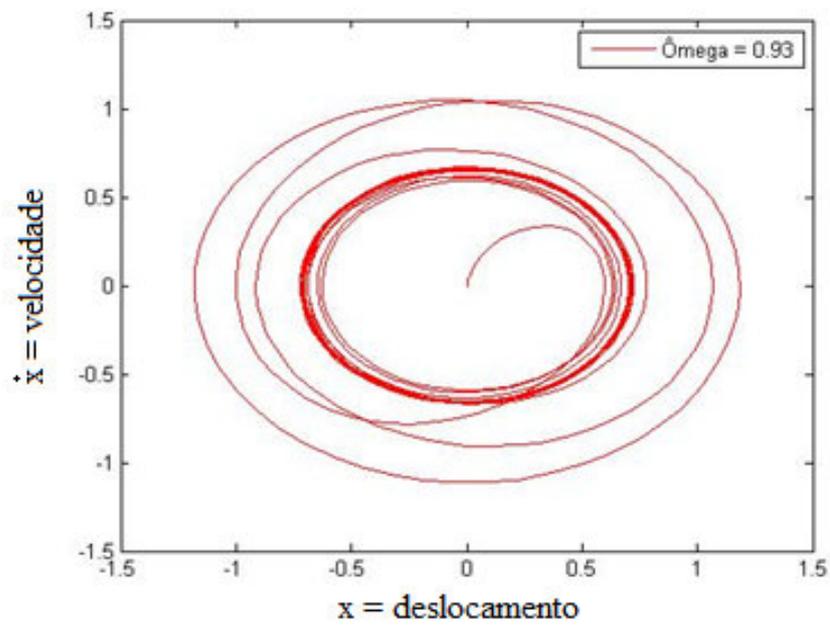
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 4.4 - Retratos de fase do sistema ADVN-SI para  $\hat{\omega}=0.82$ .

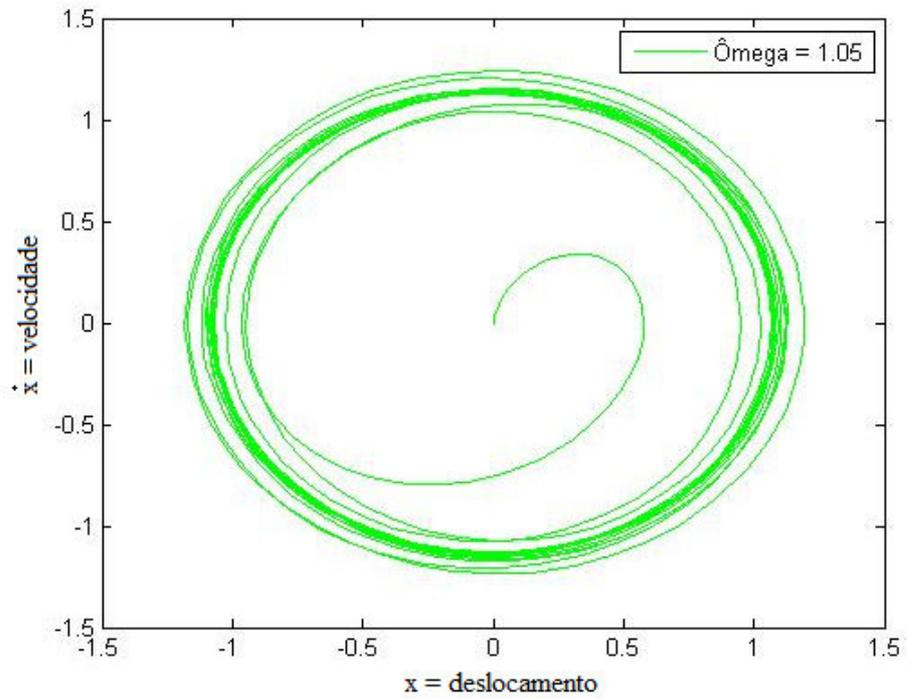
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 4.5 - Retratos de fase do sistema ADVN-SI para  $\hat{\omega}=0.90$ .

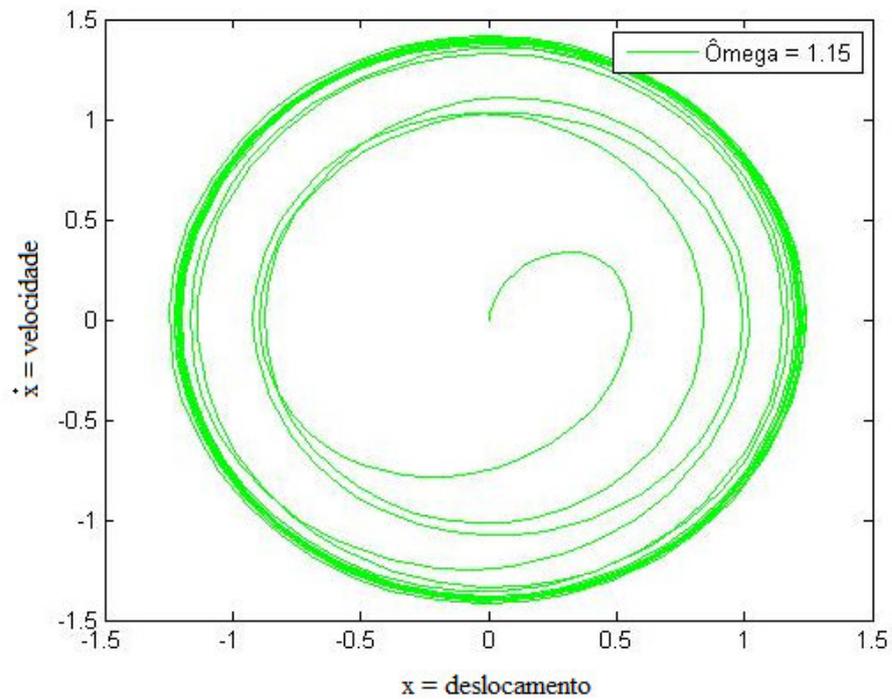
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 4.6 - Retratos de fase do sistema ADVN-SI para  $\hat{\omega}=0.93$ .

Fonte: Elaboração do autor.

Figura 4.7 - Retratos de fase do sistema ADVN-SI para  $\hat{\omega}=1.05$ .

Fonte: Elaboração do autor.

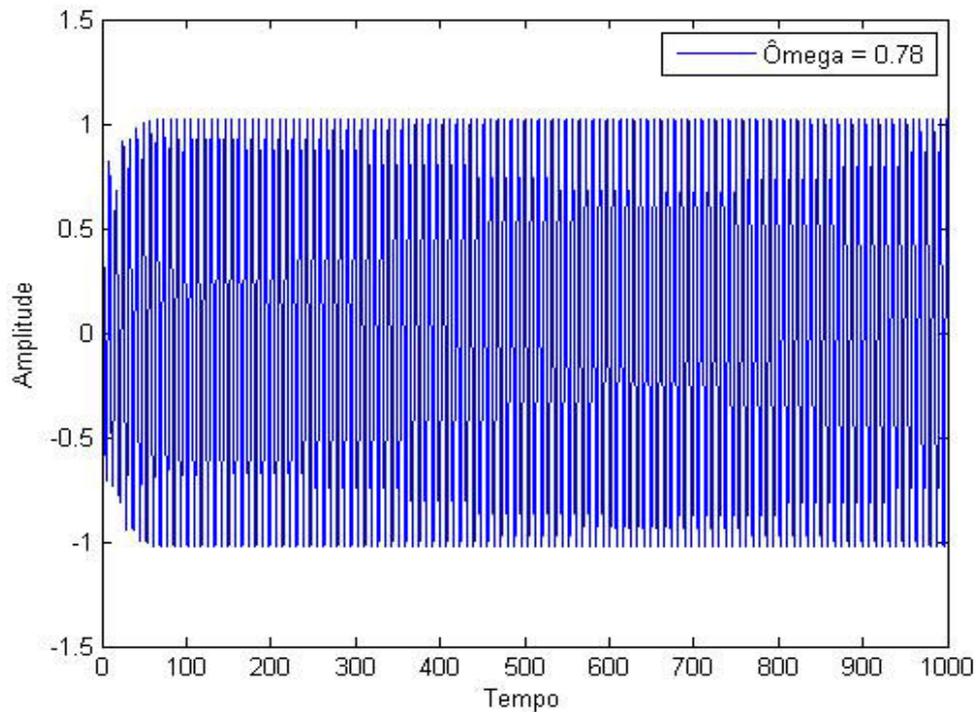
Figura 4.8 - Retratos de fase do sistema ADVN-SI para  $\hat{\omega}=1.15$ .

Fonte: Elaboração do autor.

Nas Figuras 4.9, 4.10, 4.11, 4.12, 4.13 e 4.14 tem-se as séries temporais correspondentes às mesmas frequências  $\Omega$  apresentadas nas Figuras anteriores (de 4.3 à 4.8), respectivamente. Logo as figuras abaixo ajudam a melhor visualizar, no domínio do tempo, que em valores próximos a  $\Omega = 0.8$  e  $\Omega = 1.15$ , existe um aumento da amplitude de vibração, bem como em valores próximos a  $\Omega = 0.93$ , há uma redução da amplitude de vibração do sistema confirmando o comportamento que foi apresentado na Figura 4.2.

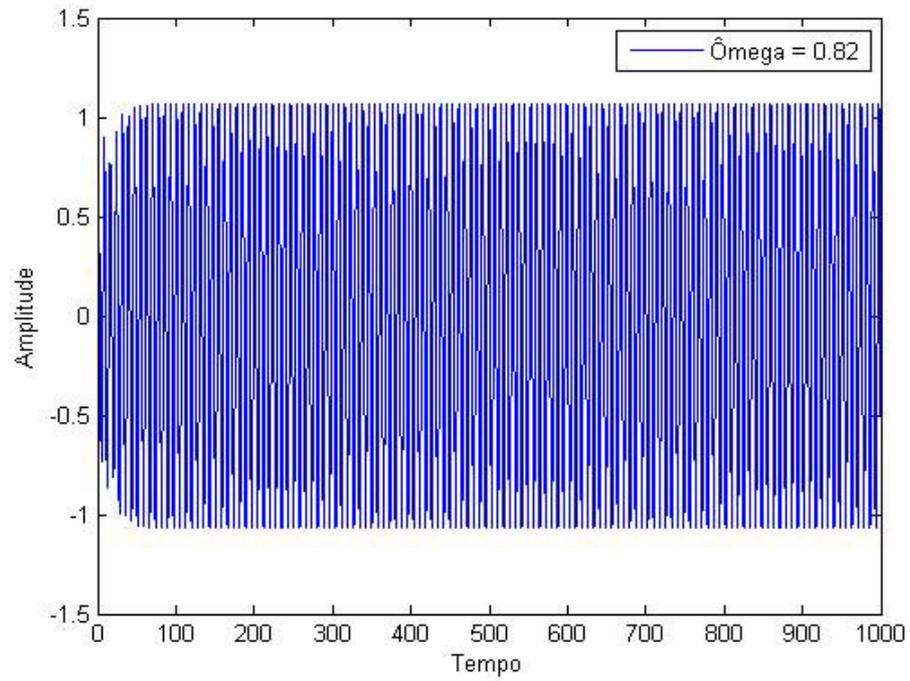
Salienta-se aqui que para este caso também estão sendo apresentados a parte permanente e transiente.

Figura 4.9 - Séries Temporais para o ADVMSI  $\hat{\omega} = 0.78$ .



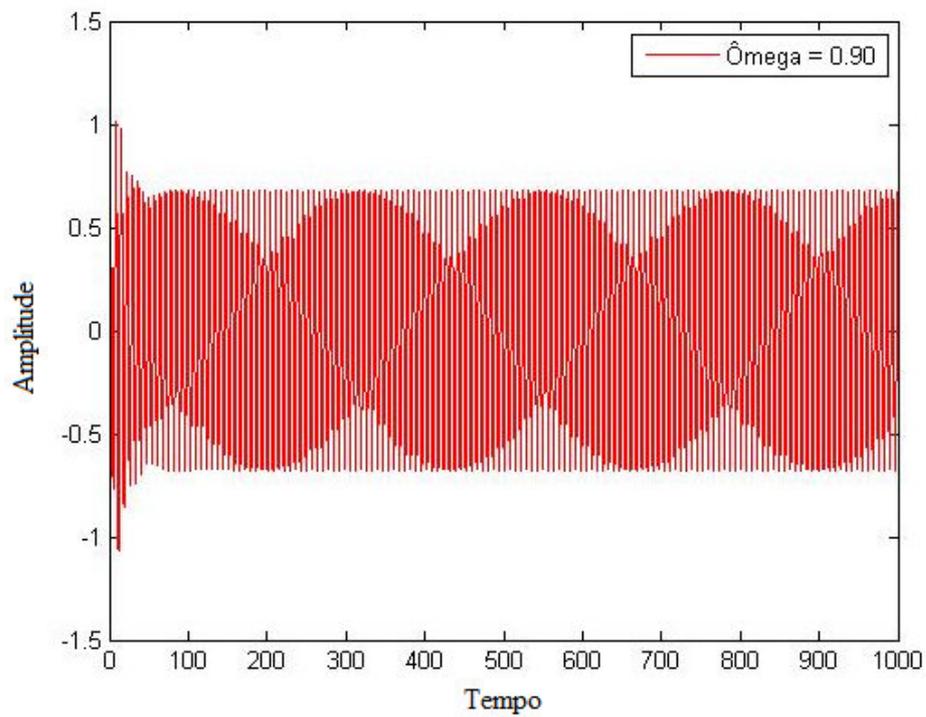
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 4.10 - Séries Temporais para o ADVM-SI  $\hat{\omega} = 0.82$ .

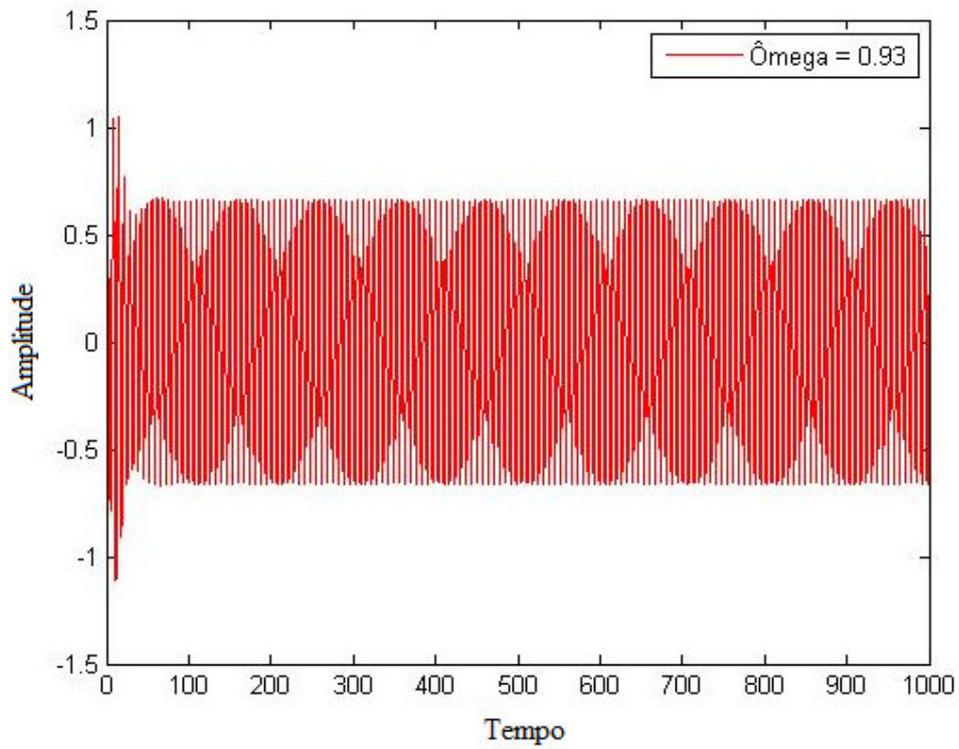


Fonte: Elaboração do autor.

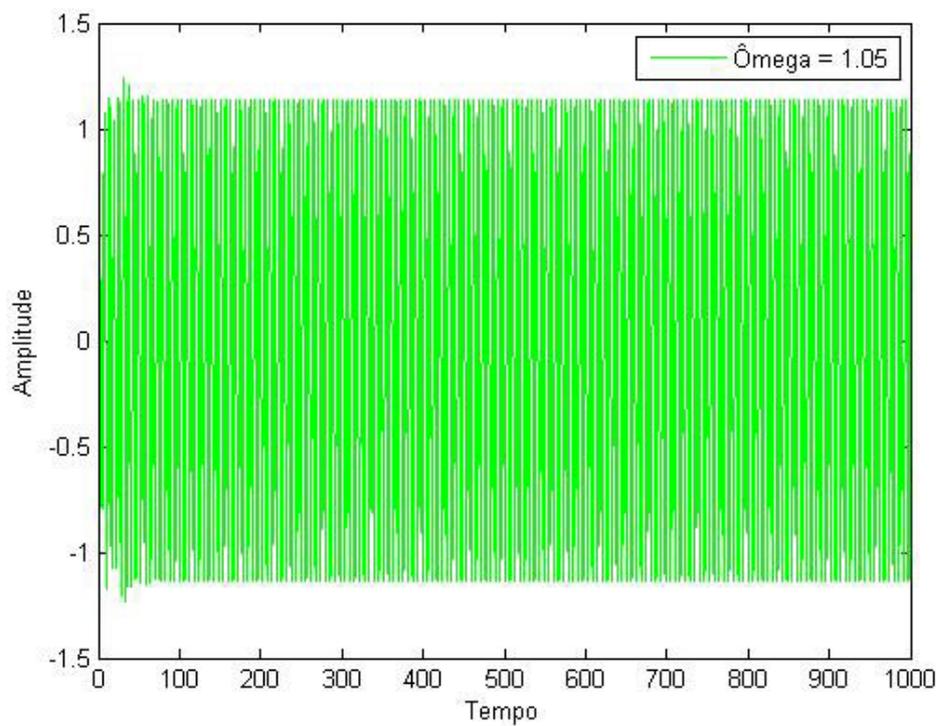
Figura 4.11 - Séries Temporais para o ADVM-SI  $\hat{\omega} = 0.90$ .



Fonte: Elaboração do autor.

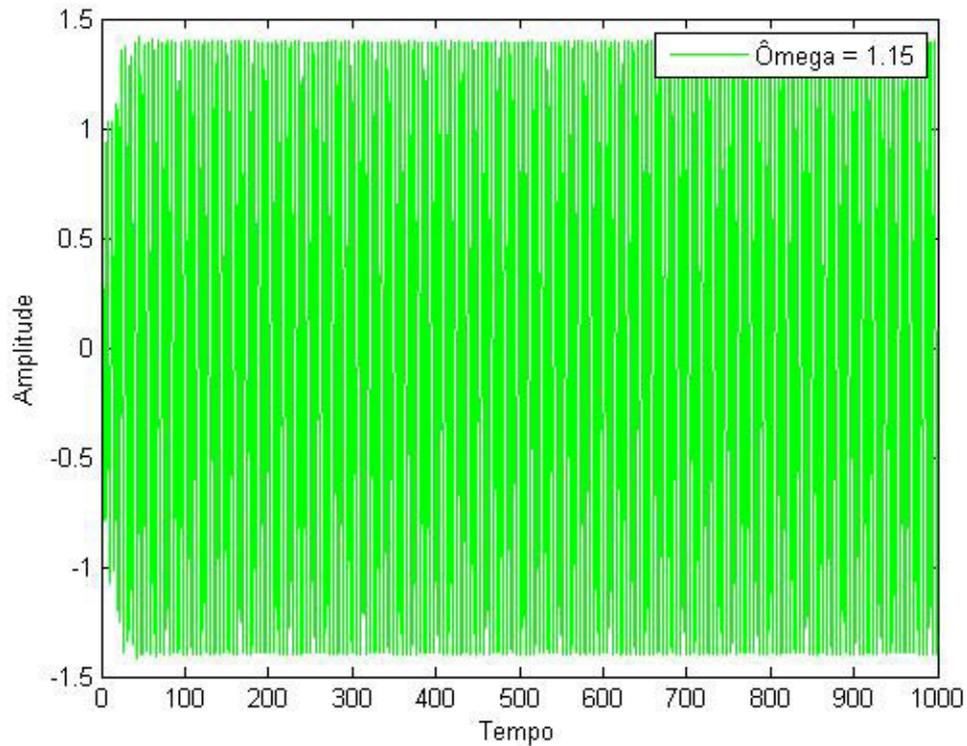
Figura 4.12 - Séries Temporais para o ADVM-SI  $\hat{\omega} = 0.93$ .

Fonte: Elaboração do autor.

Figura 4.13 - Séries Temporais para o ADVM-SI  $\hat{\omega} = 1.05$ .

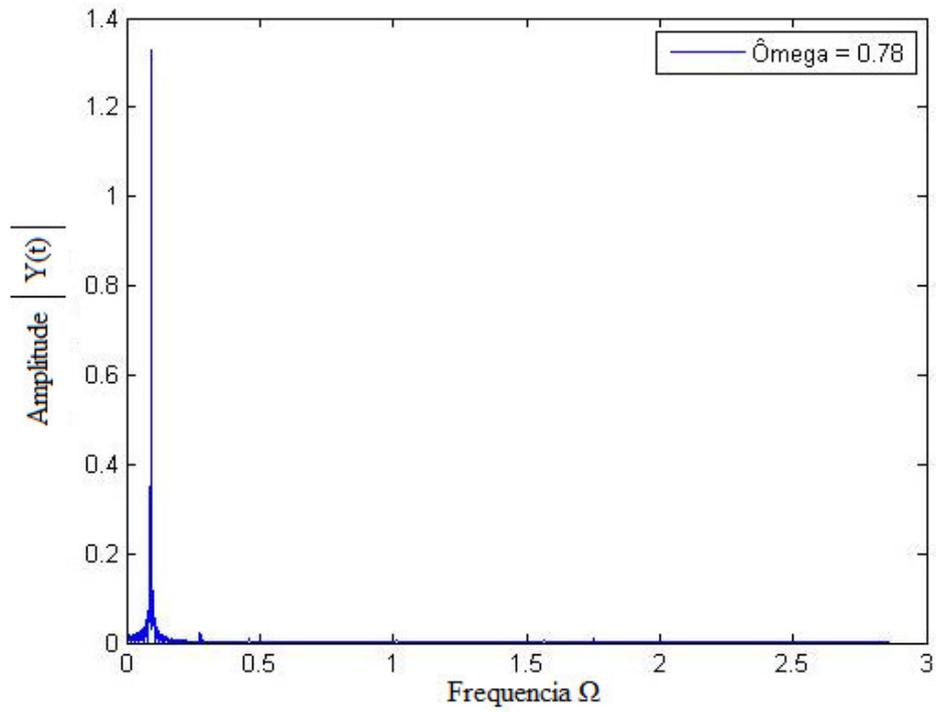
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 4.14 - Séries Temporais para o ADVN-SI  $\hat{\omega} = 1.15$ .

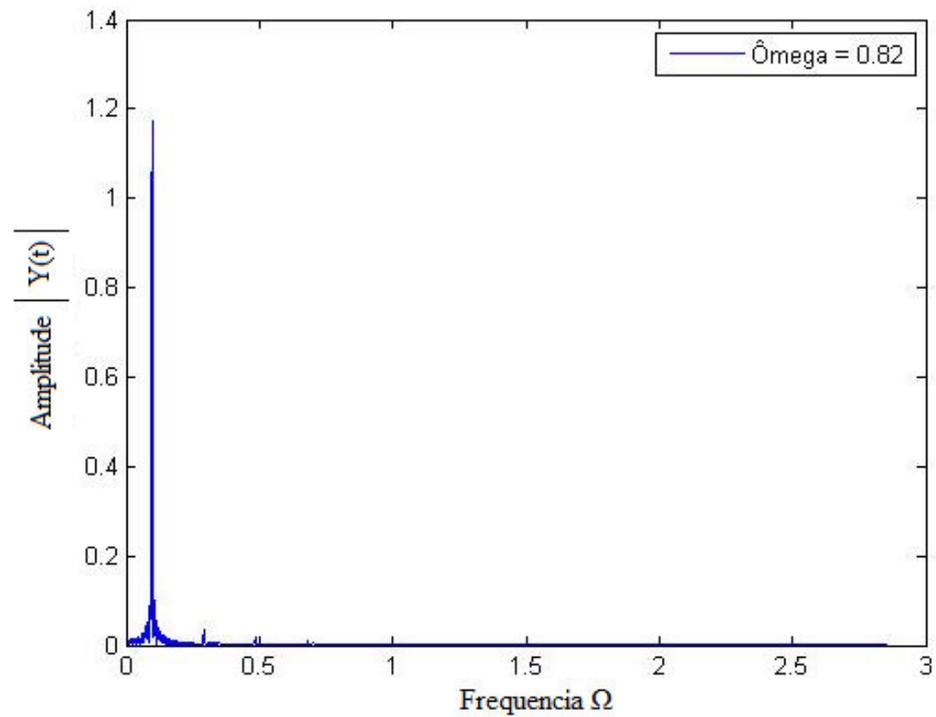


Fonte: Elaboração do autor.

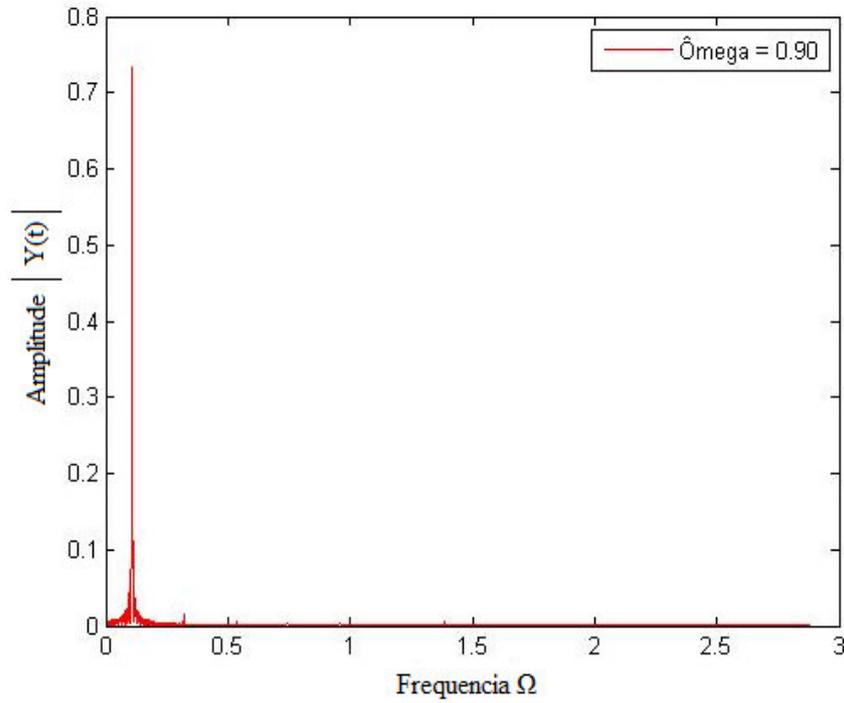
Feitos os gráficos das séries temporais (histórico no tempo) e dos retratos de fase (plano de fase), usou-se a ferramenta FFT da dinâmica não linear para plotar as Figuras 4.15, 4.16, 4.17, 4.18, 4.19 e 4.20, para comprovar os resultados obtidos anteriormente nas figuras acima. Foram plotados os espectros de frequência para os mesmos valores de  $\Omega$  assumidos anteriormente para a obtenção das figuras dos retratos de fase (Figuras 4.3 à 4.8) e séries temporais (Figuras 4.9 à 4.14), respectivamente.

Figura 4.15 - FFTs para o ADVM-SI  $\hat{\omega} = 0.78$ .

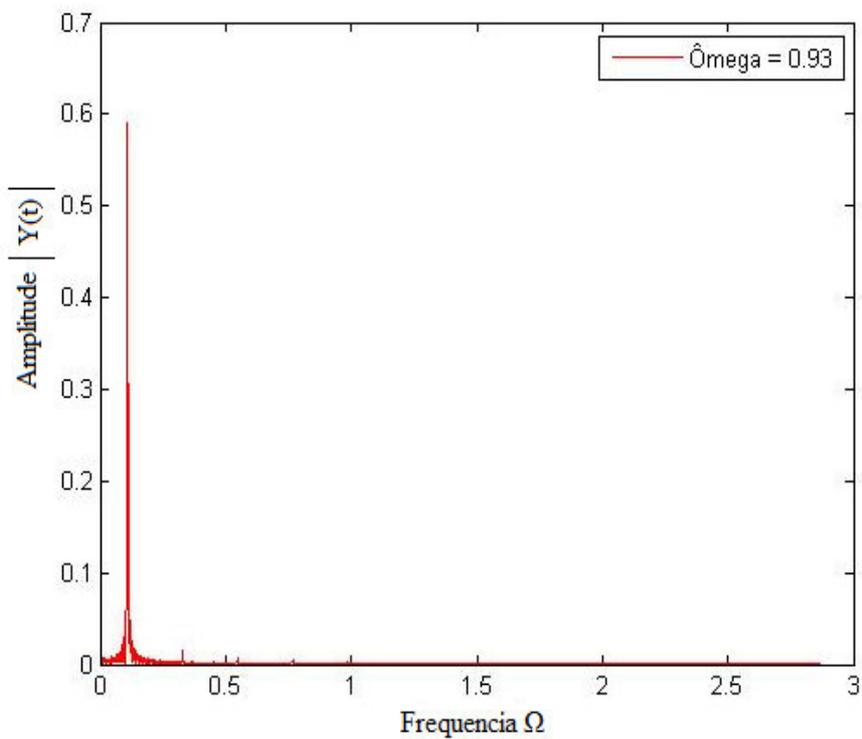
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 4.16 - FFTs para o ADVM-SI  $\hat{\omega} = 0.82$ .

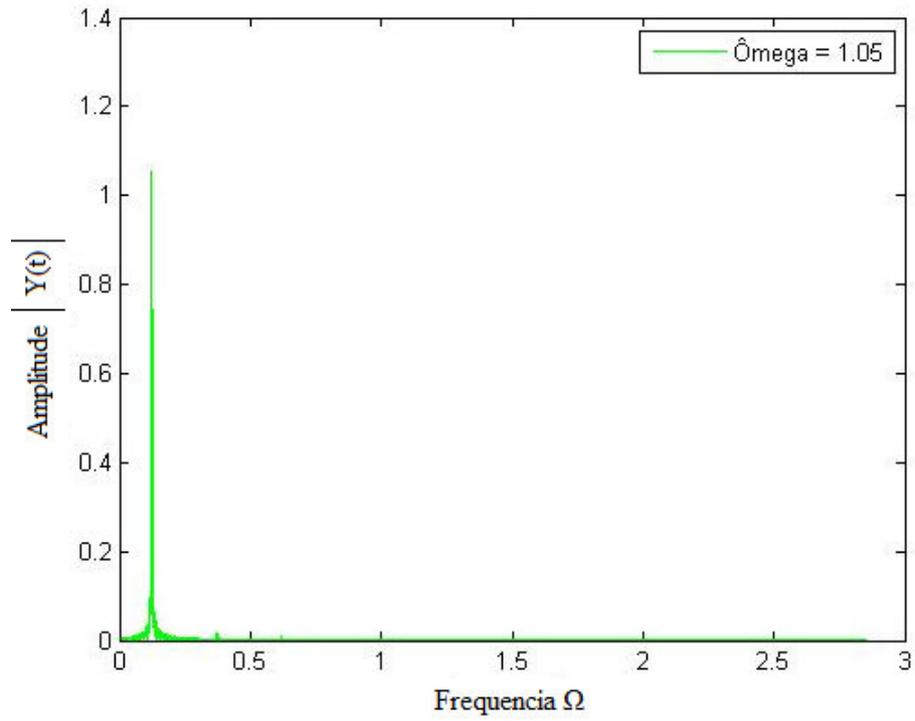
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 4.17 - FFTs para o ADVM-SI  $\hat{\omega} = 0.90$ .

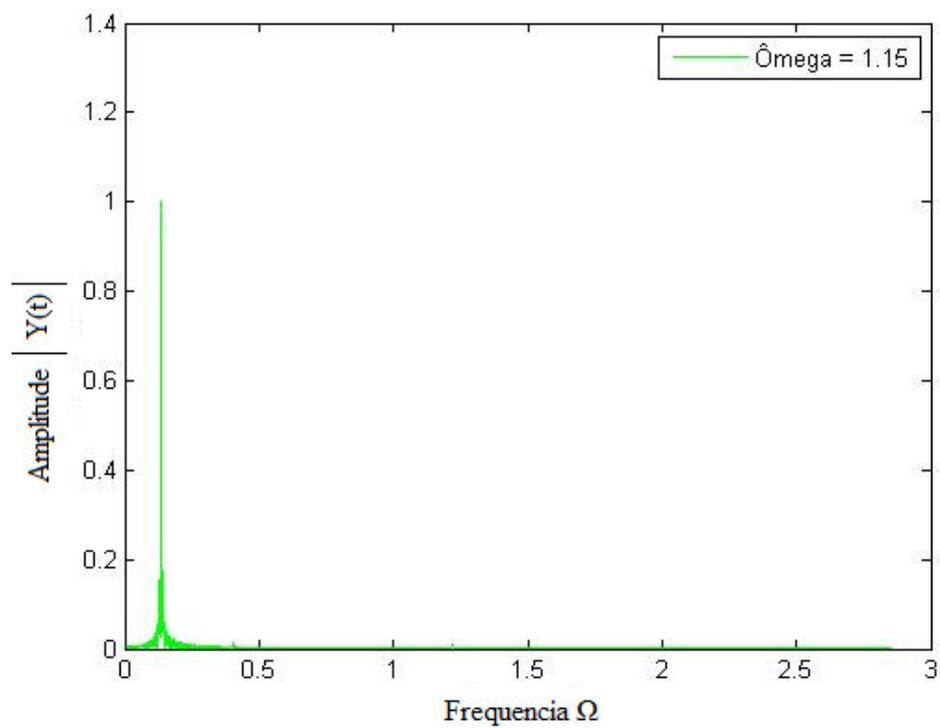
Fonte: Elaboração do autor.

Figura 4.18 - FFTs para o ADVM-SI  $\hat{\omega} = 0.93$ .

Fonte: Elaboração do autor.

Figura 4.19 - FFTs para o ADVM-SI  $\hat{\omega} = 1.05$ .

Fonte: Elaboração do autor.

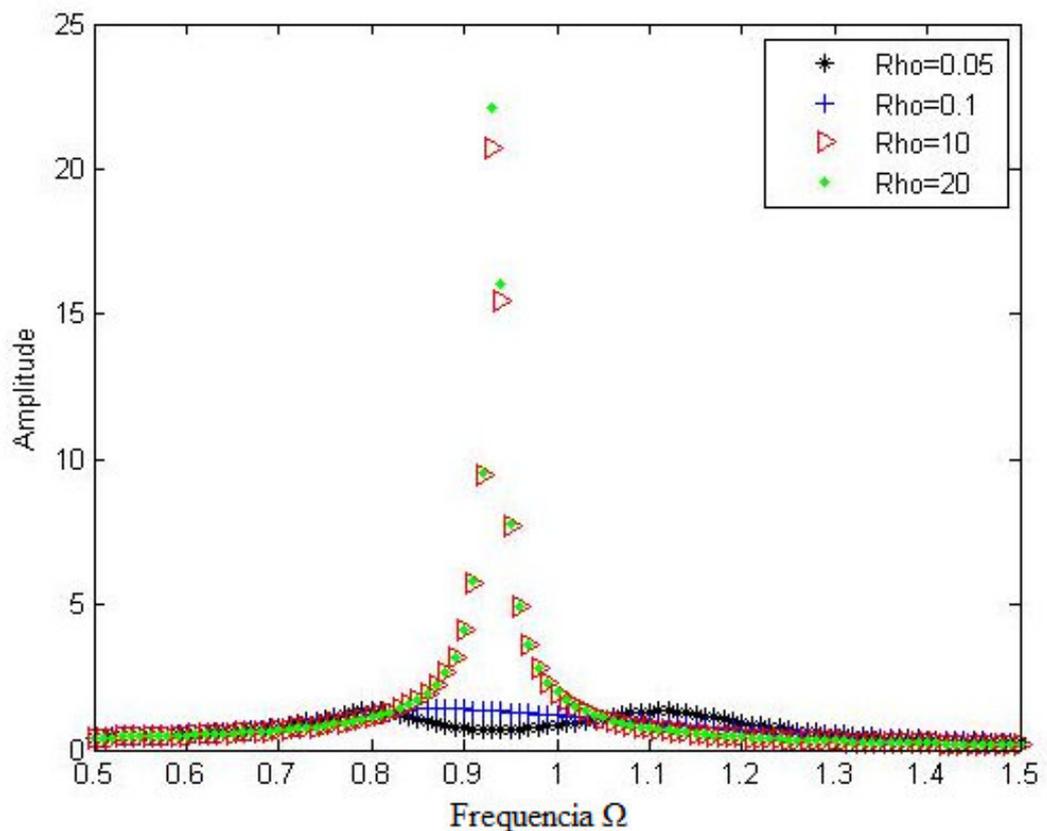
Figura 4.20 - FFTs para o ADVM-SI  $\hat{\omega} = 1.15$ .

Fonte: Elaboração do autor.

Logo depois de feitas as comprovações através das ferramentas da dinâmica não linear, vamos analisar os resultados através da influência de cada parâmetro de controle.

A Figura 4.21 mostra a influência do parâmetro adimensional  $\rho$ , que representa a temperatura, sobre as respostas da estrutura linear e ideal, já que o material Viscoelástico é sensível à variação de temperatura. Foram considerados quatro valores para o parâmetro  $\rho$  enquanto os outros parâmetros da Tabela 1 foram mantidos fixos. Observa-se que em comparação com o valor da temperatura  $\rho = 0.05$  já utilizado nas simulações anteriores, ou seja, para  $\rho \geq 10$ , o ADVM perde totalmente sua efetividade sobre o sistema.

Figura 4.21 - Influência do parâmetro  $\rho$  na amplitude de vibração do ADVM-SI.



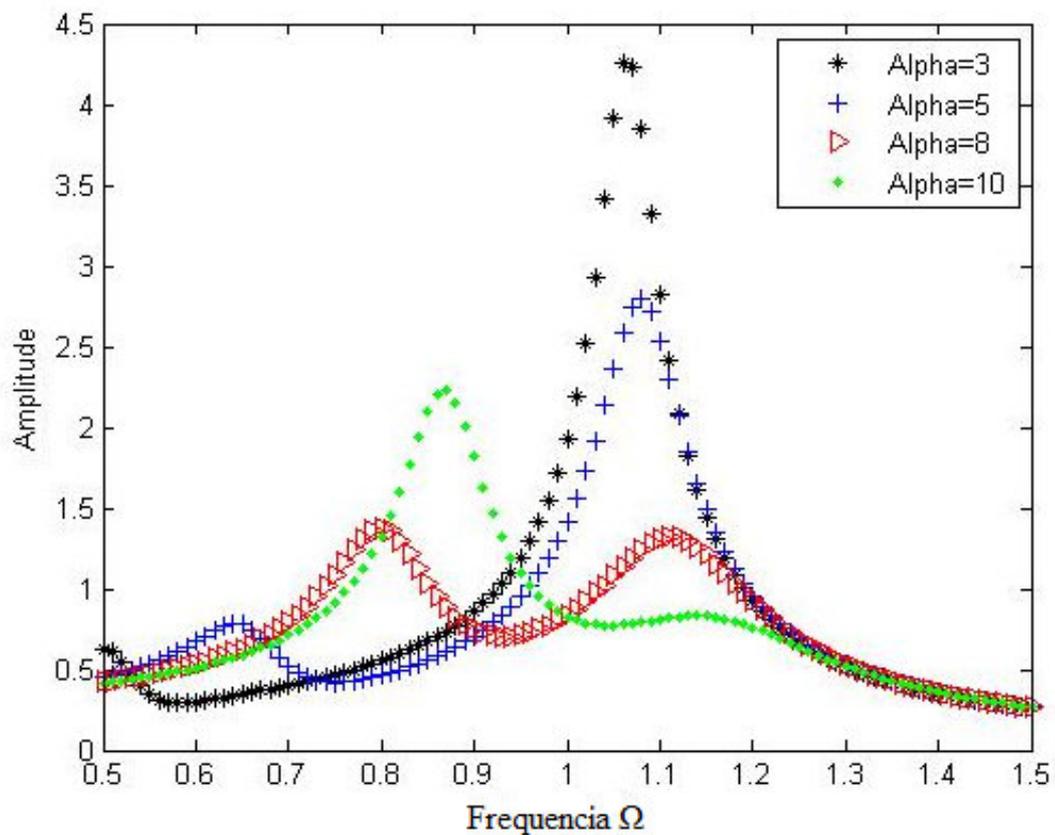
Fonte: Elaboração do autor.

A Figura 4.22 mostra a influência do parâmetro  $\alpha$ , que denota a relação das massas (a massa da estrutura ou massa principal  $m_1$  sobre a massa do ADV  $m_2$ )

sobre o SI. Para a análise do comportamento do sistema desta influência foram construídas as curvas das amplitudes de vibração da estrutura versus a frequência para quatro valores de  $\alpha$ , mantendo os outros parâmetros fixos mostrados na Tabela 1.

Note a partir da figura 4.22, que para  $\alpha = 8$ , o absorvedor tem sua máxima eficiência, mostrando que o valor mostrado na tabela 1, é o valor testado, mais adequado, para este sistema.

Figura 4.22 - Influência do parâmetro  $\alpha$  no sistema Linear e Ideal

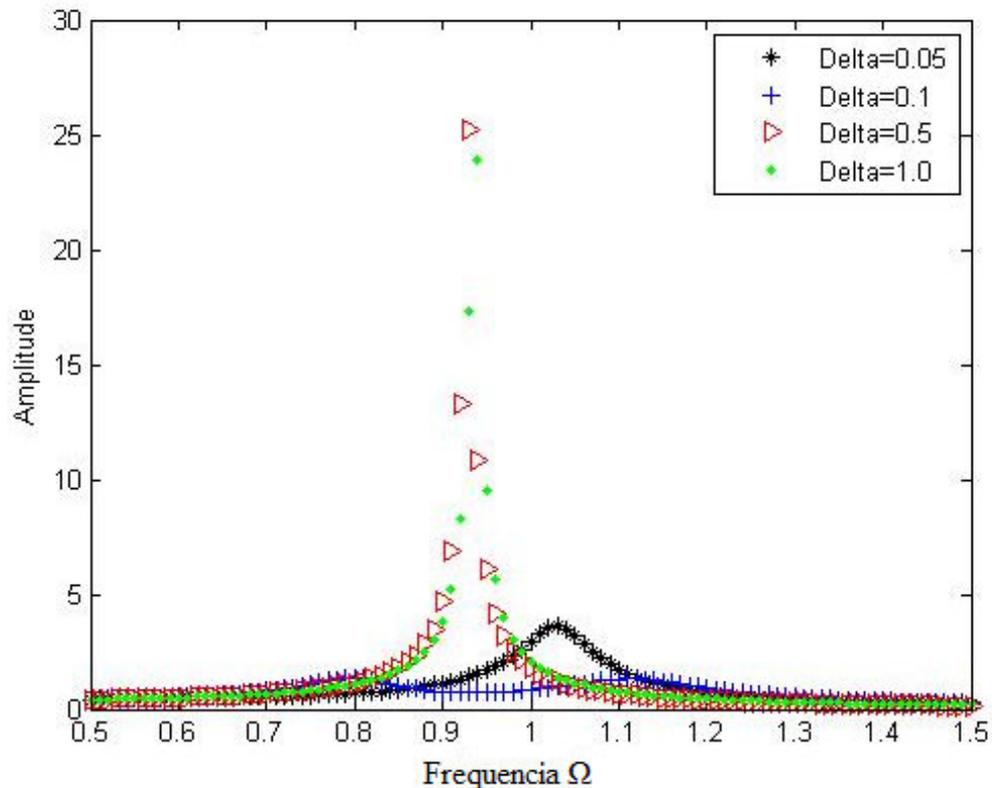


Fonte: Elaboração do autor.

A Figura 4.23 apresenta a influência do parâmetro  $\delta$  sobre o SI. O parâmetro adimensional  $\delta$  representa a relação entre a rigidez da barra viscoelástica sobre a rigidez da mola auxiliar (que liga a estrutura à base fixa). Foram realizadas as simulações numéricas para quatro valores de  $\delta$ , mantendo os outros parâmetros adimensionais fixos da Tabela 1.

A Figura 4.23 mostra que para valores de  $\delta \geq 0.5$ , o ADVM perde sua efetividade, e ressalta que fizemos a escolha adequada ao atribuímos o valor de  $\delta \geq 0.1$ , como foi apresentado na Tabela 1; este valor indica o melhor desempenho do ADVM sobre o sistema.

Figura 4.23 - Influência do parâmetro  $\delta$  no sistema Linear e Ideal



Fonte: Elaboração do autor.

## 4.2 COMPORTAMENTO DINÂMICO DO SISTEMA ADVM-SNI

Nesta seção utilizam-se as curvas de ressonância para análise do SNI. Portanto, usa-se o sistema completo de equações diferenciais (3.8).

Agora, além de analisar a estrutura, também foi analisada a resposta da fonte de excitação, ou seja, do motor, logo serão plotadas, além das respostas da estrutura, as respostas do motor de corrente contínua de potência limitada. Vamos considerar o parâmetro adimensional  $a$  que denota a tensão aplicada ao motor, como sendo o parâmetro de controle do sistema.

Na Figura 4.24 mostra o desenvolvimento do sistema na passagem de ressonância ( $\phi' \approx 1$ ) através das amplitudes de oscilação da estrutura e da

velocidade angular do motor versus o parâmetro de controle na faixa de  $1.2 \leq a \leq 3.4$  com um acréscimo de  $\Delta a=0.05$  ao longo do intervalo de tempo adimensional  $0 \leq \tau \leq 1000$  no movimento regime permanente. Para os demais parâmetros adimensionais envolvidos na modelagem do sistema, foram utilizados os valores apresentados na Tabela 2.

No caso sem ADVM, a Figura 4.24 mostra o desenvolvimento de movimento da estrutura com grandes amplitudes de oscilação e com fenômeno de salto (“jump”) enquanto a velocidade angular apresenta grandes amplitudes de oscilação devido a influência de oscilação da estrutura e sendo capturada na região de ressonância (na faixa de tensão  $1.4 \leq a \leq 2.7$ ) até conseguir sair dessa região de ressonância através de um salto, ver Figura 4.25. Depois desse salto acontecem movimentos de maneira estável tanto para estrutura como para o motor na faixa  $2.7 \leq a \leq 3.4$  (fenômeno de Sommerfeld). No caso com ADVM, a redução das amplitudes da estrutura foi predominante enquanto a velocidade angular do motor consegue passar rapidamente sem ser capturada na região de ressonância, além disso, o fenômeno de salto foi eliminada para ambos, como podem ver nas Figura 4.24 e 4.25, respectivamente.

Figura 4.24 - Respostas com ADVM ativo, em azul, e sem o absorvedor ADVM, em preto para: Pórtico Plano.

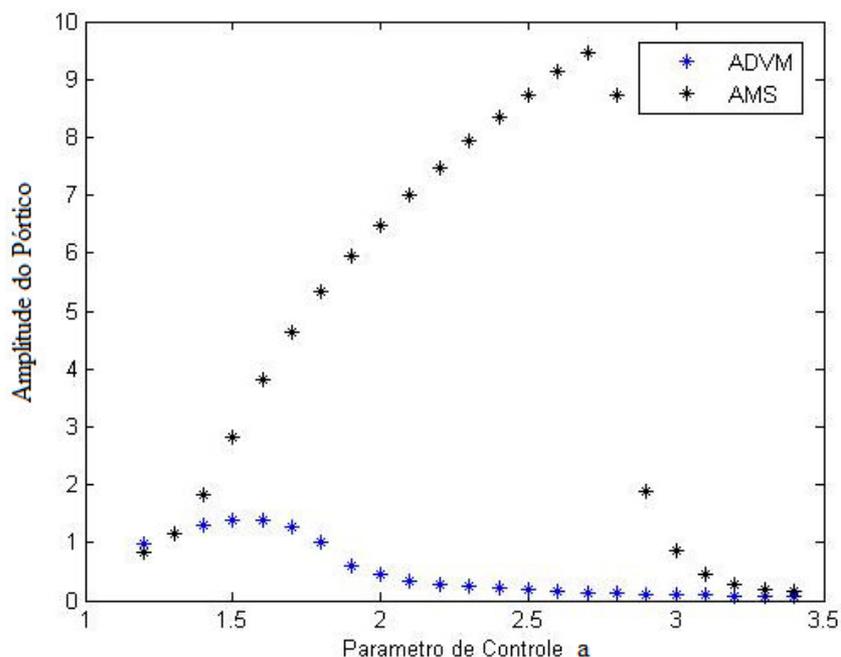
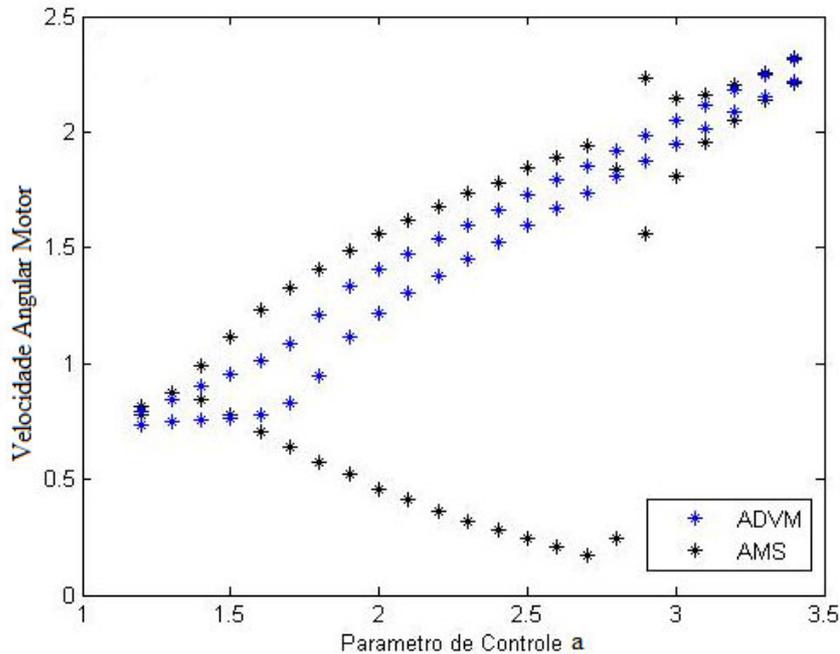


Figura 4.25 - Respostas com ADVM ativo, em azul, e sem o absorvedor ADVM, em preto para: Motor Não Ideal.



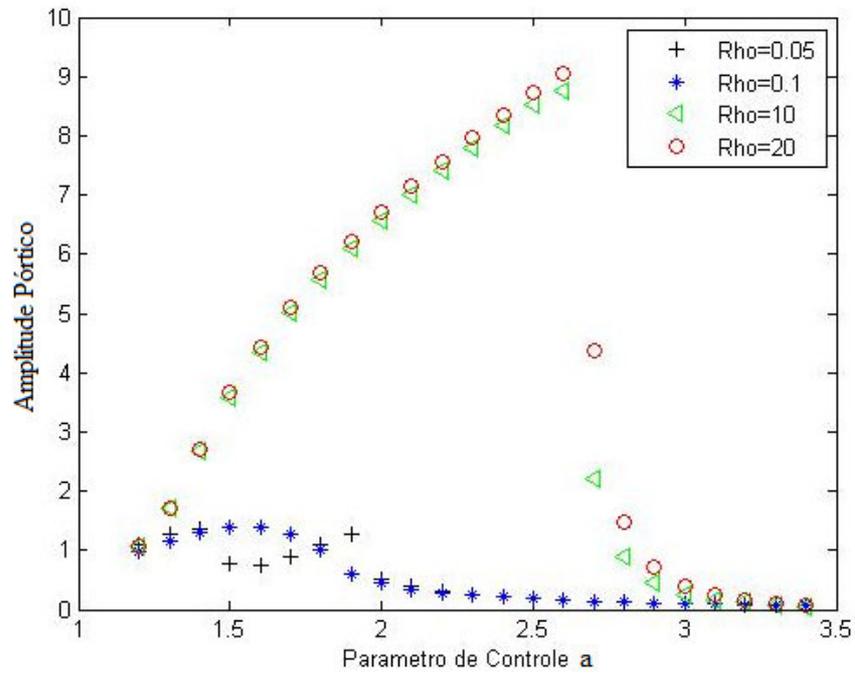
Fonte: Elaboração do autor.

#### 4.3 INFLUÊNCIA DOS PARÂMETROS NO SISTEMA NÃO IDEAL COM O ABSORVEDOR DINÂMICO VISCOELÁSTICO ADVM-SNI

As figuras 4.26 e 4.27 mostram a influência da temperatura na amplitude de vibração do sistema linear e da fonte de excitação não ideal, respectivamente, para quatro diferentes valores de  $\rho$ , considerando o parâmetro de controle  $a = 2.5$ , mantendo os demais parâmetros adimensionais fixos, com os valores mostrados na Tabela 2.

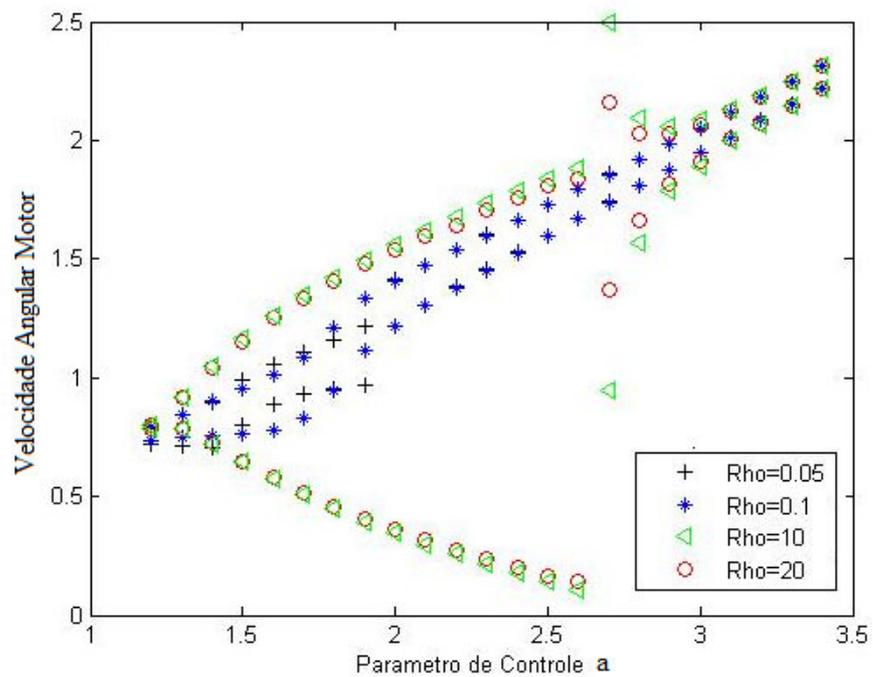
Elas mostram a efetividade do ADVM na redução da amplitude de vibração do sistema, e do efeito de Sommerfeld, para a escolha feita para o valor do parâmetro  $\rho$  mostrado na Tabela 2, que é de  $\rho = 0.1$ . Observe também que, já para  $\rho \geq 10$ , o ADVM perde totalmente sua efetividade de funcionamento sobre o SNI.

Figura 4.26 - Influência do parâmetro  $\rho$  na amplitude de vibração com ADVM: Pórtico Plano



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 4.27 - Influência do parâmetro  $\rho$  na amplitude de vibração com ADVM: Motor Não Ideal

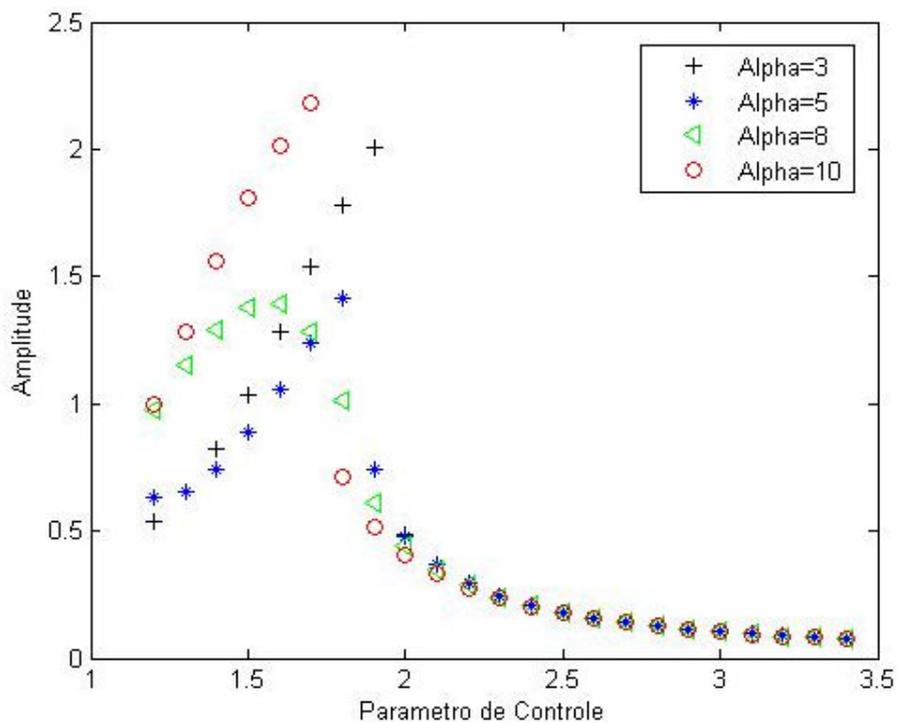


Fonte: Elaboração do autor.

As figuras 4.28 e 4.29 mostram a influência do parâmetro  $\alpha$ , que representa a relação das massas entre a estrutura principal e o ADVM, sobre o SNI, para quatro valores de  $\alpha$ , mantendo os demais parâmetros adimensionais fixos, com os valores mostrados na Tabela 2.

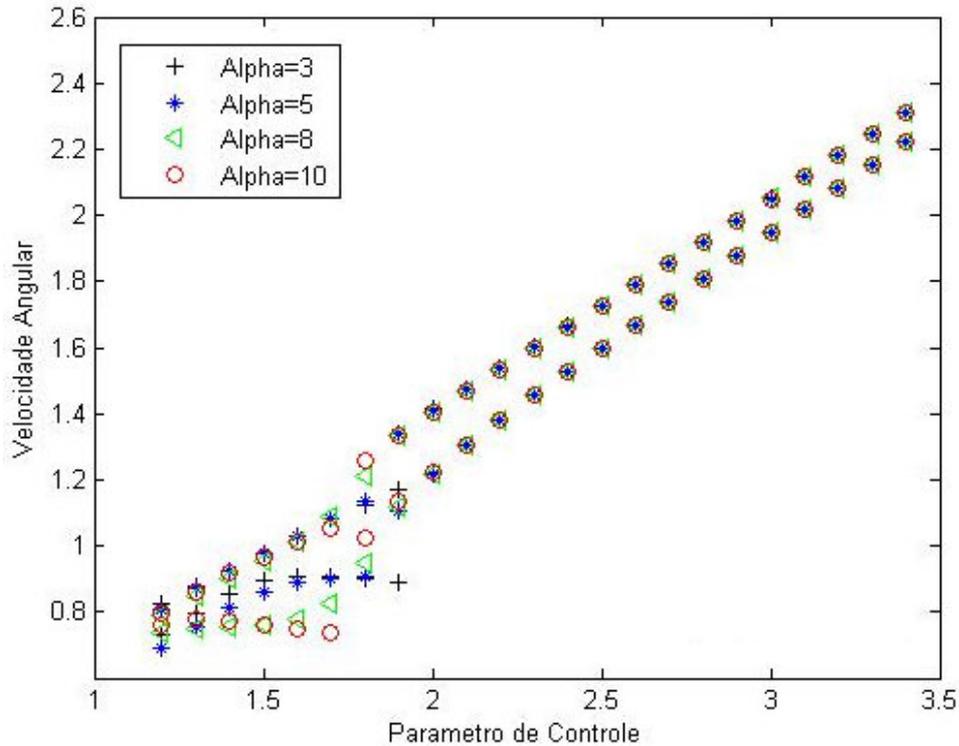
Observa-se a partir das Figuras 4.28 e 4.29, que para os valores de  $\alpha$  simulados, ocorre uma redução na amplitude de vibração da estrutura e da velocidade angular da fonte não ideal, respectivamente, porém verifica-se que o sistema ainda apresenta um leve salto para valores de  $\alpha \neq 8$  (que ainda é indesejado), e portanto sendo  $\alpha = 8$  o valor em que o ADVM apresenta seu melhor desempenho.

Figura 4.28 - Influência do parâmetro  $\alpha$ , com o ADVM ativo sobre: Pórtico Plano



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 4.29 - Influência do parâmetro  $\alpha$ , com o ADVN ativo sobre: Motor Não Ideal.

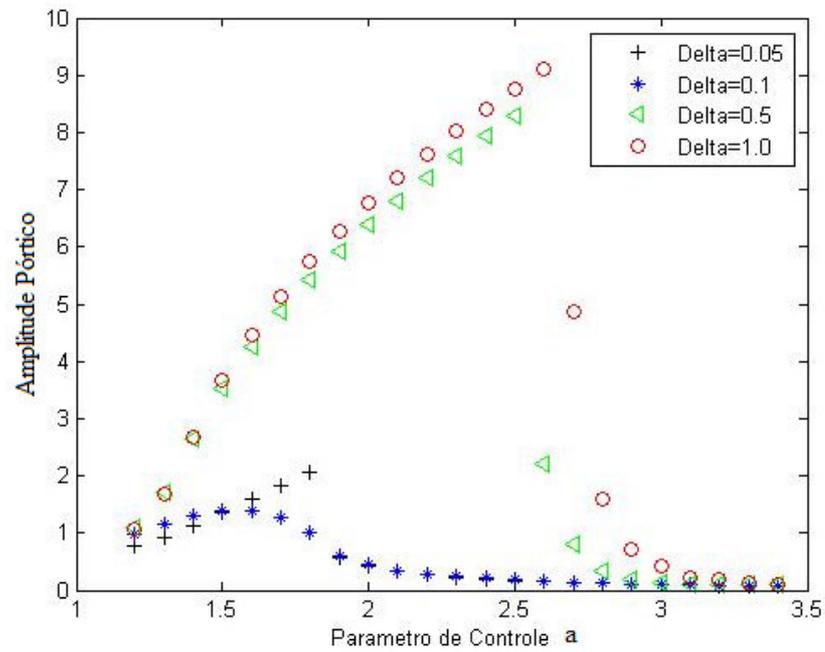


Fonte: Elaboração do autor.

As figura 4.30 e 4.31 mostram a influência do parâmetro adimensional  $\delta$ , que representa a relação entre a rigidez da barra viscoelástica e a rigidez da mola auxiliar (que liga a estrutura principal à base fixa), sobre a estrutura linear e não ideal, para quatro valores, mantendo os demais parâmetros adimensionais fixos, com os valores apresentados na Tabela 2.

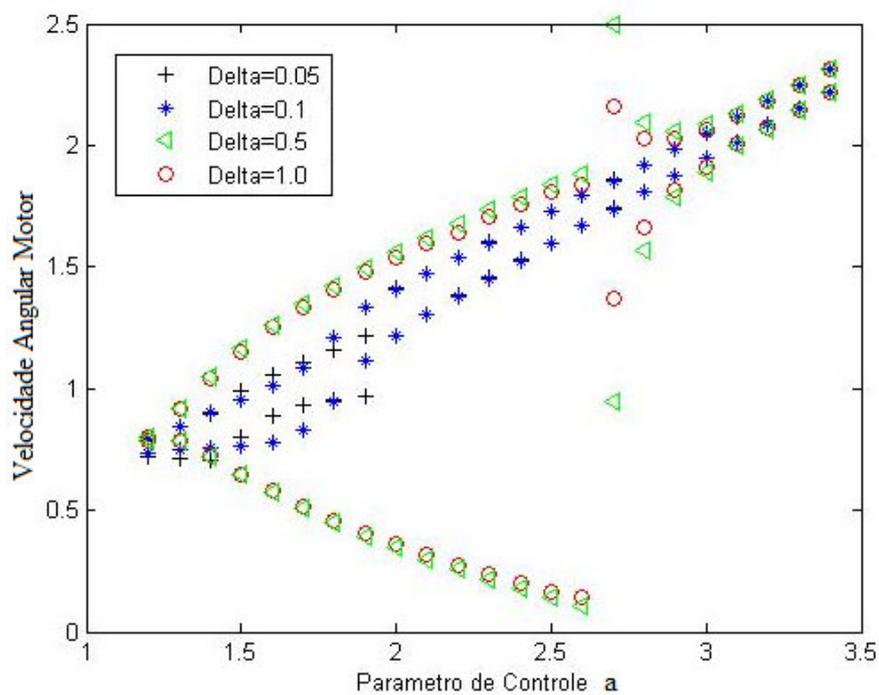
Fica evidente que para valores de  $\delta \leq 0.1$ , o ADVN reduz a amplitude de vibração do sistema, porém ainda existe um leve salto em sua oscilação (o que ainda é indesejado), por outro lado, quando  $\delta$  assume valores de  $\delta > 0.1$ , o ADVN perde totalmente sua eficiência mantendo o sistema com um comportamento que apresenta salto e Sommerfeld. Logo, quando se assume o valor de  $\delta = 0.1$ , o ADVN apresenta seu melhor desempenho na redução das amplitudes de vibrações e no cancelamento do Efeito Sommerfeld e salto.

Figura 4.30 - Influência do Parâmetro adimensional  $\delta$  no SNI, com o ADVN ativo: Pórtico Plano



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 4.31 - Influência do Parâmetro adimensional  $\delta$  no SNI, com o ADVN ativo: Motor Não Ideal.



Fonte: Elaboração do autor.

#### 4.4 COMPORTAMENTO DO AMS EM COMPARAÇÃO COM O ADVDM

Nesta seção utilizam-se, sistema de equações diferenciais (3.8) para o ADVDM sistema não ideal e o sistema de equações (3.14) para o AMS sistema não ideal.

Para a obtenção e realização das simulações numéricas do AMS SNI foram utilizados os valores dos parâmetros já utilizados (tabela 2) do ADVDM SNI, e (tabela 3), que segue abaixo, para o AMS SNI.

**Tabela 3. Valores apresentados para os parâmetros adimensionais para o AMS-SNI.**

$\delta$	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$\sigma$	$\sigma_1$	$b$	$\delta_1$	$A$
0.1	0.01	0.1	1.0	0.3	0.2	1.5	0.3	8

Fonte: Elaboração do autor.

A Tabela 3 apresenta os valores assumidos para os parâmetros adimensionais que compõem as equações que regem o movimento dinâmico do sistema não ideal para o Amortecedor de Massa Sintonizado. Os valores destes parâmetros foram simplesmente considerados para uma comparação, ou seja, não foram feitas avaliações e simulações prévias para determiná-los, como foi feito anteriormente para os valores do sistema acoplado a um Absorvedor Dinâmico Viscoelástico linear (Tabela 2).

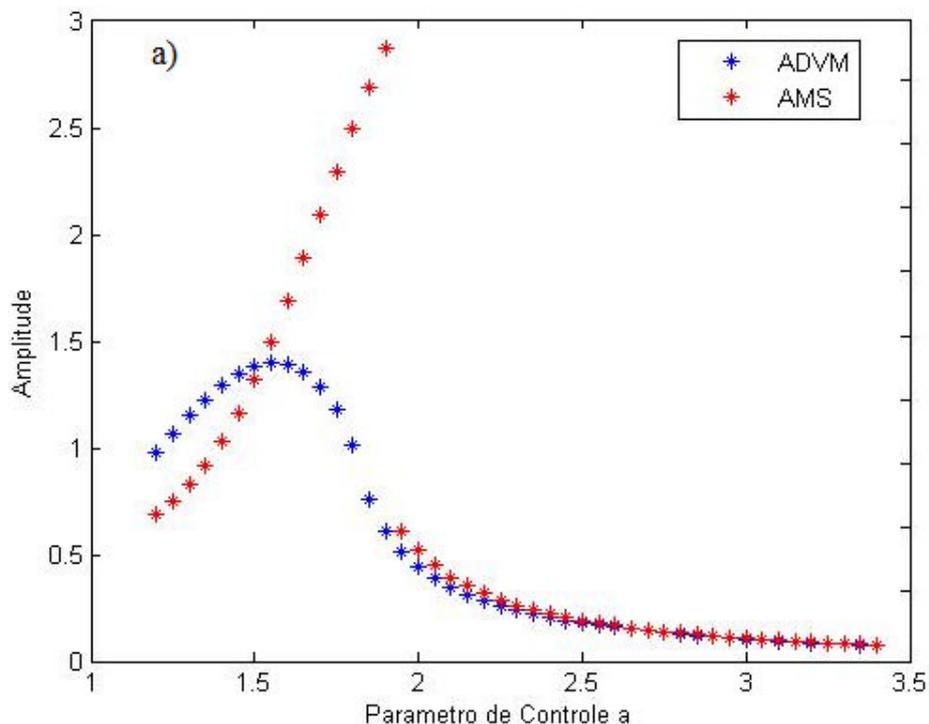
As figuras 4.32 e 4.33 apresentam a comparação entre as funcionalidades de Absorvedor Dinâmico Viscoelástico (Figura 4.32 e 4.33, em azul) e um Amortecedor de Massa Sintonizado (Figura 4.31 e 4.32, em vermelho), tanto na estrutura linear (Figura 4.32), tanto na fonte de excitação não ideal (Figura 4.33). Onde os pontilhados em azul e vermelho mostram as regiões de máxima mínima amplitudes de oscilação.

Para tanto, foram utilizados os valores para os parâmetros adimensionais demonstrados nas tabelas 2 e 3, para o sistema não ideal com Absorvedor Dinâmico Viscoelástico e para o sistema com Amortecedor de Massa Sintonizado, respectivamente, uma faixa de parâmetro de controle (tensão aplicada à fonte não

ideal) de  $1.2 \leq a \leq 3.4$ , com um acréscimo de  $\Delta a = 0.05$ , e um intervalo de tempo adimensional de  $0 \leq \tau \leq 1000$ .

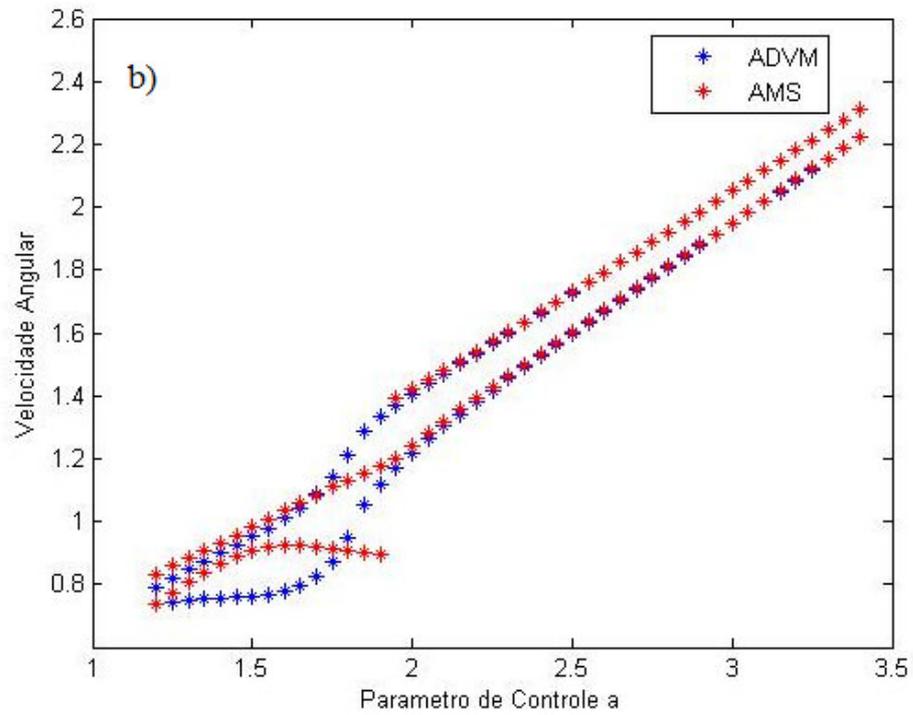
Observe a partir das Figuras 4.32 e 4.33, que como em ambos os casos o sistema não ideal está tendo sua vibração absorvida pelo dispositivo absorvedor, ambos têm suas amplitudes de vibração reduzidas, tanto na estrutura quanto na fonte de excitação, porém fica evidente que o sistema acoplado ao dispositivo Amortecedor de Massa Sintonizado, ainda apresenta um leve salto, tanto na estrutura (Figura 4.32, em vermelho), quanto na fonte de energia (Figura 4.33, em vermelho), o que não é verificado com o sistema acoplado ao dispositivo Absorvedor Dinâmico Viscoelástico (Figura 4.32 e 4.33, em azul). Além, disso o Absorvedor Dinâmico Viscoelástico ainda apresenta uma maior eficiência na redução das amplitudes de vibração da estrutura.

Figura 4.32 - Comparação entre um ADVM e um AMS, para um sistema linear e não ideal: Pórtico Plano.



Fonte: Elaboração do autor.

Figura 4.33 - Comparação entre um ADVM e um AMS, para um sistema linear e não ideal: Motor Não Ideal.



Fonte: Elaboração do autor.

## CONCLUSÕES

Esta dissertação abordou o estudo da dinâmica e o controle das vibrações em uma estrutura tipo pórtico plano, excitado por uma fonte de energia não ideal e as principais conclusões e contribuições da mesma estariam espalhadas ao longo do trabalho, nesse caso alguns comentários importantes serão destacados neste capítulo.

Trabalhos teóricos, na atualidade, sobre o ADVM com enfoque realizado nos trabalhos de Fodisk são poucas ou não disponíveis na literatura. Por este motivo se deu a iniciativa de dar continuidade ao estudo do uso e da efetividade deste dispositivo de controle de vibrações aplicado nas respostas dinâmicas de pórticos planos com um excitador dinâmico de potencia limitado cujo modelo foi extraído do livro de Kononenko (1969).

Foi proposto então o uso do ADVM de amortecimento sensível à variação de temperatura, com a finalidade de promover a redução nas amplitudes de vibração, da captura da região de ressonância, bem como o efeito Sommerfeld, e ainda evitar que o sistema apresente um comportamento caótico, através de simulações numéricas, considerando dois tipos de sistemas, um SI e SNI.

As simulações numéricas foram efetuadas com auxílio do software MATLAB®, onde este demonstrou que o ADVM é eficaz em seu propósito de funcionamento. Todavia, as simulações foram efetuadas considerando um sistema físico teórico, e, portanto matematicamente, o ADVM atinge com êxito os objetivos esperados, mas na prática da engenharia, talvez devêssemos considerar valores diferentes para os parâmetros adimensionais, parâmetros estes que devem ainda ser estudados mais profundamente futuramente, na busca de uma melhor do desempenho do ADVM. Podemos citar, por exemplo, o parâmetro adimensional  $\alpha$ , que denota a relação entre as massas da estrutura principal e do Absorvedor, que ao atribuímos um valor para este parâmetro, matematicamente, o Absorvedor poderá atender os objetivos propostos, mas na prática esta relação de massas pode ser inviável para a engenharia. Talvez este fato seja a grande desvantagem de simulações com sistemas físicos teóricos, para engenharia mecânica. Apesar deste tipo de simulação computacional ser uma forma bastante utilizada e apresentar resultados próximos aos esperados na prática.

Pode-se, também, notar a eficácia do ADVN quando o mesmo foi comparado com um AMS, pois neste caso o ADVN conseguiu absorver as vibrações e reduziu as amplitudes do sistema em questão. E então pode-se novamente verificar a eficácia do ADVN para o controle de vibrações, pois, onde aplica-se o uso do controlador verifica-se com clareza que as amplitudes de vibração são drasticamente reduzidas bem como as vibrações no sistema também diminuem.

## **SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

O sistema ADVN/Pórtico Plano/Motor estudado nesta dissertação poderá dar continuidade as pesquisas ou trabalhos futuros a serem desenvolvidos.

- Comparar ADVN com outros tipos de amortecedores passivos ou ativos;
- Desenvolvimento de um modelo de um pórtico plano com dois andares equipado com motor elétrico de potência limitada e o ADVN, onde pelo qual já temos algumas simulações e precisa-se apenas verificar os parâmetros de controle, pois estes ainda estão em estudo por não apresentarem o resultado esperado;

## REFERÊNCIAS

BALTHAZAR, J.M., Mook, D.T., Weber, H.I., Brasil, R.M.L.R.F., Fenili, A., Belato, D. and Felix, J.L.P., 2003. **An overview on non-ideal vibrations**. *Meccanica*, Vol. 38, No. 6, pp. 613-621.

BARBOSA, Flávio de Souza. **Análise Experimental e Modelagem Dinâmica**, Universidade Federal de Juiz de Fora – UFJF – DISPONÍVEL em <<http://www.ufjf.br/lrm/projetos-de-pesquisa/projeto5/>>. Acesso em: 24 de julho de 2013. 21:26:30

BAVASTRI, Carlos Alberto. **Redução de Vibrações de Banda Larga em Estruturas Complexas por Neutralizadores Viscoelásticos**. Florianópolis: Universidade Federal de Santa Catarina, 1997. 177 p. Tese, Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica.

COSTI, Fabiano. **Metodologia Numérica Aplicada a Viscoelasticidade em Polímeros**. Curitiba: Pontífica Universidade Católica do Paraná, 138 p. Dissertação, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica da Pontífica, Curitiba, 2006.

DO VALE, Alan Rafael Menezes. **Controle de Vibração em Reatores Elétricos Através de Absorvedores Dinâmicos Viscoelásticos**. Belém: Universidade Federal do Pará 2006, 210 p. Dissertação, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica, Belém, 2006.

FELIX, J.L.P. **Teoria de Sistemas Vibratórios Aporticados Não Lineares e Não Ideais**. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 2002. 205 p. Tese, Faculdade Engenharia Mecânica, Campinas, 2002.

\_\_\_\_\_. **On tuned liquid column dampers mounted on a structural frame under a non-ideal excitation**. *Journal of Sound and Vibration* 282, p. 1285-1292.

\_\_\_\_\_. **On saturation control of a non-ideal vibrating portal frame foundation type shear-building**. *Journal of Vibration and Control*, 11, p. 21-136.

\_\_\_\_\_. **Comments on a nonlinear and non-ideal electromechanical damping vibration absorber, sommerfeld effect and energy transfer**. *Nonlinear dynamics*, vol. 55, numbers 1-2, p. 1-11.

\_\_\_\_\_. **On energy pumping, synchronization and beat phenomenon in a nonideal structure coupled to an essentially nonlinear oscillator.** *Nonlinear dynamics*, vol. 56, numbers 1-2, p. 1-11.

\_\_\_\_\_. **Chaotic suppression of non-ideal portal frame using viscoelastic dynamic vibration absorber.** In: VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, São Luis-Maranhão, 2012. CONEM 2012.

FOSDICK, R.L., Ketema, Y. **A Thermoviscoelastic Dynamic Vibration Absorber.** *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 65, p. 17-24, 1998.

\_\_\_\_\_. **Vibration Damping Through The Use Of Materials With Memory.** *Int. J. Solids Structure*, v. 35, Nos. 5-6 p. 403-420, 1998.

GUILHERME, Karen Lolo, **Vibrações Não Lineares e Não Ideais de Um Sistemas de Dois Graus de Liberdade.** Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 2004. 118 p. Dissertação, Faculdade de Engenharia Mecânica, Campinas, 2004.

HASHIMOTO, DOUGLAS SEIJI, (2013). Dependência da Fluência e Recuperação do Fluoreto de Polivinilideno (PVDF) com a Tensão e Taxa de Deformação. Projeto de Graduação – UFRJ / POLI / Engenharia de Materiais, 2013.

KONONENKO, V, **Vibrating Systems with Limited Power Supply**, Illife Books, London. 1969.

LARA V, Luis Augusto. **Controle de Vibrações em Vigas Metálicas com Distintas Configurações de Apoio Utilizando Amortecedores de Massa Sintonizados.** Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília (2007), DF, 156p.

RAO, Singiresu S. **Vibrações Mecânicas.** 4 ed. São Paulo: Pearson, 2008, p. 305-335.

SAMPAIO, Cássio Dias Couto, **Comparação entre a Modelagem Numérica e Experimental da Formação por Fluência em Vigas de Concreto Armado.** Dissertação de Mestrado – Escola Politécnica da Universidade de São Paulo – Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, São Paulo (2004), SP 146p.

Sistemas eletromecânicos são importantes sistemas utilizados. PUCRS, Porto Alegre, RS. Disponível em:  
<<http://www.feng.pucrs.br/~gacs/new/disciplinas/model/apostilas/Aula5.pdf>>-Aula 5

WASILKSKI, Cleuza Maria. **Comportamento Mecânico dos Materiais Poliméricos**. apresentada para obtenção do grau de Doutor, Área de concentração: Engenharia e Ciência dos Materiais Programa de Pós-Graduação em Engenharia - PIPE. Setor de Tecnologia, Universidade Federal do Paraná. Curitiba (2006).

ZULUAGA, Alberto Leon Gomes. **Controle de Vibrações em Edifícios Submetidos à Ação de Cargas Dinâmicas utilizando Amortecedores de Massa Sintonizado na forma de Pêndulo**. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, (2007) DF, 86p.

## APÊNDICES

Nas páginas a seguir segue em anexo o trabalho apresentado no *VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica (CONEM2012)*, intitulado como: CHAOTIC SUPPRESION OF NON-IDEAL PORTAL FRAME (NPF) USING A VISCOELASTIC DYNAMIC VIBRATION ABSORBER (VDVA). Este trabalho teve também, como base o artigo de Fosdick. O Congresso foi realizado em São Luis do Maranhão na qual o trabalho foi apresentado de forma oral.



CONEM 2012 «Engenharia em destaque»  
VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica  
São Luís - Maranhão - Brasil  
31 de julho a 03 de agosto  
www.abcm.org.br/conem2012

## CHAOTIC SUPPRESSION OF NON-IDEAL PORTAL FRAME (NPF) USING A VISCOELASTIC DYNAMIC VIBRATION ABSORBER (VDVA)

Jorge L. Palacios Felix, [jorge.felix@unipampa.edu.br](mailto:jorge.felix@unipampa.edu.br)<sup>1</sup>  
José M. Balthazar, [josebaltha@hotmail.com](mailto:josebaltha@hotmail.com)<sup>2</sup>  
Lidiane A. Lemos, [lidianeonline@hotmail.com](mailto:lidianeonline@hotmail.com)<sup>1</sup>  
Édiblu S. César, [ediblusc@yahoo.com.br](mailto:ediblusc@yahoo.com.br)<sup>1</sup>

<sup>1</sup>PPEng da UNIPAMPA, 97546-550, Alegrete, RS, Brasil,

<sup>2</sup>UNESP, C.P. 178, 13500-230, Rio Claro, SP, Brasil

**Resumo:** A dynamic vibration absorber with viscoelastic material applied to a non-ideal portal frame structural system to suppress the Sommerfeld effect, resonance capture, jump phenomenon and chaotic is studied. The absorber is a mass-bar subsystem that consists of a linear viscoelastic damping of bar type with memory in which the internal dissipative forces depend on current, deformations and its operational frequency varies with limited temperature. The non-ideal system consists of the coupling between a linear (nonlinear) portal frame and an unbalanced rotor of dc motor with limited power supply via spring connector. The numerical results show the comparison of the non-ideal system response with and without the absorber through the resonance curves and Poincaré sections. Furthermore, the suppression band of the VDVA (of dynamic damping) is comparable with a conventional dynamic vibration absorber (of constant damping). For the numerical simulation was used the runge-kutta fourth-order integrator with MATLAB/SIMULINK™ applied to a six degree of freedom mathematical model of the problem in study.

**Palavras-chave:** visco-elastic material, non-ideal portal frame, dynamic vibration absorber

### 1. INTRODUÇÃO

The excitation of the vibration systems analyzed here, is taken as always limited; on the one hand by the characteristics of a particular energy source and, by other hand limited by the dependence of the motion of the vibrating system on the motion of the energy source. Note that this connection is expressed by a coupling between the differential equations of motion of the vibrating system and the source. Note, that when the excitation is not influenced by the response of a vibrating system, it is said to be an ideal energy source, or an unlimited energy sources. For non-ideal dynamical systems, one must add an equation that describes how the energy source supplies the energy to the equations that govern the corresponding ideal dynamical system. Furthermore, in non-ideal systems is present the so-called Sommerfeld effect: steady state frequencies of the dc motor will usually increase as more power (voltage) is given to it in a step-by-step fashion. When a resonance condition with the structure is reached, the better part of this energy is consumed to generate large amplitude vibrations of the foundation without sensible change of the motor frequency. Eventually, enough power is supplied to the motor to initiate the jump, the operating frequency increases and the foundation amplitude decreases, resulting in lower power consumption by the motor.

The details on non-ideal systems theory, one can find in (Kononenko, 1969; Balthazar *et al.*, 2003), as an examples, undeserved others.

The initial implementation of vibration absorber for non-ideal systems was introduced by (Felix *et al.*, 2005a) using tuned liquid column damper. The technical of saturation phenomenon based on the 1:2 internal resonance was applied in a nonideal frame portal (Felix *et al.*, 2005b). Recently was studied linear and nonlinear electromechanical vibration absorber to reduce the Sommerfeld effect, jump phenomenon and resonance capture by (Felix and Balthazar, 2009).

Vibrating systems with purely nonlinear attachments have recently been the subject of growing interest of researchers. To a great extent, the term energy pumping refers to the rapid and irreversible transfer of energy from a vibrating mechanical system to an attached nonlinear energy sink (NES). The occurrence of energy pumping depends on the essential nonlinearity of the sink stiffness. The concept of extracting energy away from a system in a simple fashion, so as to reduce its amplitude of vibration, is novel phenomenon and it forms the basis of concept of energy pumping (See as an example: Vakakis *et al.*, 2008). They have been shown that properly designed, essentially nonlinear local attachments may passively absorb energy from transiently loaded linear subsystems, acting in essence as (NES).

VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, 31 de julho a 03 de Agosto 2012, São Luis - Maranhão

Furthermore, for the absorption of the resonance vibrations of a non-ideal structure, was introduced taking into account the coupling of a nonlinear essential oscillator (NES) to the system (Felix and Balthazar, 2009).

Felix *et al.* (2009) consider the analysis of the Sommerfeld effect of a Duffing-Rayleigh oscillator under a non-ideal excitation (unbalanced motor with limited power supply) using the method of averaging.

The utilization of SMA spring material in ideal and non-ideal system was investigated by (Piccirillo *et al.*, 2008) and (Piccirillo *et al.*, 2009a,b). Furthermore, the linear optimal control technique was investigated to reduce the instability of the effect of chaotic motion.

This paper has as motivation of the work done by (Fosdick *et al.*, 1997, 1998). They investigated the reduction of the vibrations of a linear oscillator under ideal excitation, by using the device of viscoelastic dynamic vibration absorber for a limited temperature range of the viscoelastic material, especially when the main system has a fixed resonance frequency.

Next, is adopted the nomenclature NPF for non-ideal portal frame and VDVA for viscoelastic dynamic vibration absorber.

## 2. THE PROBLEM UNDER CONSIDERATION

In Fig. 1, the NPF consists of a portal frame with concentrated mass  $m_1$  on the horizontal beam with linear damping  $c$  and linear stiffness  $k$  excited by non-ideal energy source (of power limited supply) with crank shaft of radius  $r$  through an elastic connector  $k_1$ . When the exciter is in rotational motion clockwise  $\dot{\varphi}$  from the horizontal direction  $\varphi$  with a known characteristic  $L(\dot{\varphi}) = v_1 - v_2 \dot{\varphi}$  (where  $v_1$  is related to the voltage applied across the armature of the dc motor and  $v_2$  is a constant for each model of the dc motor considered) and the moment of inertia  $I$ , the portal frame is capable only in the direction  $x_1$ .

The VDVA consists of a mass  $m_2$  with referential elastic modulus  $k_e$  attached to the NPF through a viscoelastic bar whose intrinsic displacement is in the direction  $x_2$ .

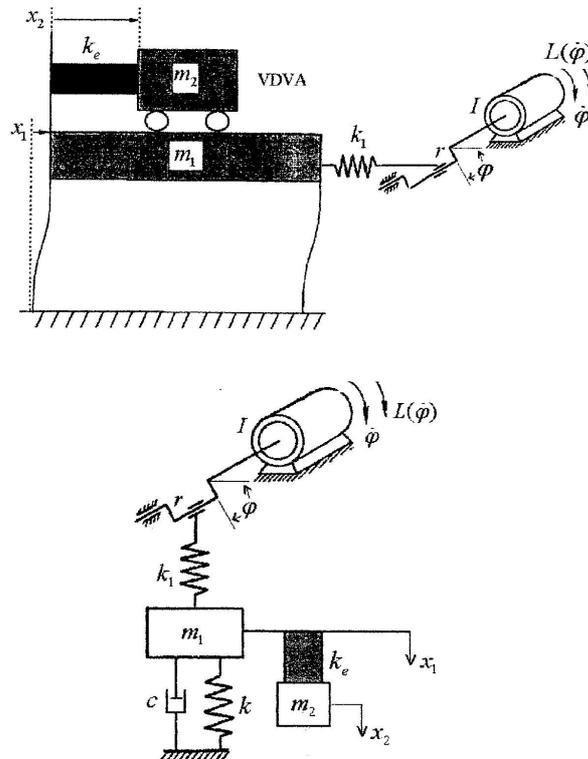


Figure 1. An approximated model of VDVA and NPF

VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, 31 de julho a 03 de Agosto 2012, São Luís - Maranhão

The dynamic damping of VDVA is represented by an auxiliary function of the axial force on the particle  $X$  in the viscoelastic bar (Fosdick *et al.*, 1998).

$$\zeta^r(t) = \int_0^\infty \exp[-s/\gamma(T)] \frac{x^2(t-s) - x^2(t)}{x^2(t)} ds \quad (1)$$

where  $x$  denote the position of a particle  $X$  of the viscoelastic bar;  $\gamma(T)$  is the temperature-dependent relaxation time;  $\exp(\cdot)$  exponential function.

Then, the governing equation of the system is governed by the differential equations:

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + c \dot{x}_1 + k x_1 &= k_1 r \sin \varphi + k_e (x_2 - x_1) - \frac{G_0}{\gamma(T)} \zeta^r(t) \\ I \ddot{\varphi} &= L(\dot{\varphi}) + k_1 r (x_1 - r \sin \varphi) \cos \varphi \\ m_2 \ddot{x}_2 &= -k_e (x_2 - x_1) + \frac{G_0}{\gamma(T)} \zeta^r(t) \\ \dot{\zeta}^r(t) &= -\frac{1}{\gamma(T)} \zeta^r(t) - 2 \frac{\gamma(T)}{L_0} (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \end{aligned} \quad (2)$$

where  $L_0$  is referential undistorted lengths of the viscoelastic bar;  $G_0$  is the positive relaxation modulus.

When we consider a conventional damped dynamic vibration absorber (linear viscous-type damping) indicate as DVA, in this case  $\zeta = 0$  in Eq. (2), the system DVA is

$$\begin{aligned} m_1 \ddot{x}_1 + c \dot{x}_1 + k x_1 &= k_1 r \sin \varphi + k_e (x_2 - x_1) + c_e (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \\ I \ddot{\varphi} &= L(\dot{\varphi}) + k_1 r (x_1 - r \sin \varphi) \cos \varphi \\ m_2 \ddot{x}_2 &= -k_e (x_2 - x_1) - c_e (\dot{x}_2 - \dot{x}_1) \end{aligned} \quad (3)$$

To simply the study of the dynamic characteristics of the VDVA-NPF, it is convenient to dimensionless the Eq. (2). Thus, we introduce a dimensionless time  $\tau$  defined by  $\tau = \omega_0 t$ , where  $\omega_0 = \sqrt{k/M}$  is the natural frequency.

Also we introduce the following dimensionless parameters:  $\mu = \frac{c}{m_1 \omega_0}$ ,  $\eta_1 = \frac{k_1 r}{k L_0}$ ,  $\eta_2 = \frac{k_e m_1 r L_0}{I k}$ ,  $a = \frac{v_1}{I \omega_0^2}$ ,  $b = \frac{v_2}{I \omega_0}$ ,  $\delta = \frac{k_e}{k}$ ,  $\eta_3 = \frac{k_e m_1 r^2}{2 I k}$ ,  $\lambda = \frac{G_0}{k L_0}$ ,  $\alpha = \frac{m_1}{m_2}$ . Normalizing  $u_1 = \frac{x_1}{L_0}$ ,  $u_2 = \frac{x_2}{L_0}$ ,  $u_3 = \frac{\zeta^r}{\gamma}$ , the governing equations of motion (2), itself reduce to the following equations of the dimensionless form:

$$\begin{aligned} \ddot{u}_1 + \mu \dot{u}_1 + u_1 &= \eta_1 \sin \varphi + \delta (u_2 - u_1) - \lambda u_3 \\ \ddot{\varphi} &= a - b \dot{\varphi} + \eta_2 u_1 \cos \varphi - \eta_3 \sin 2\varphi \\ \ddot{u}_2 &= -\alpha \delta (u_2 - u_1) + \alpha \lambda u_3 \\ \dot{u}_3 &= -\frac{1}{\rho} u_3 - 2(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) \end{aligned} \quad (4)$$

where  $\rho = \gamma \omega_0$  will be the control parameter of the VDVA.

Assuming  $y_1 = u_1$ ,  $y_2 = \dot{u}_1$ ,  $y_3 = \varphi$ ,  $y_4 = \dot{\varphi}$ ,  $y_5 = u_2$ ,  $y_6 = \dot{u}_2$ ,  $y_7 = u_3$ , the dynamical system (4) is written as follows

$$\dot{y}_1 = y_2$$

VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, 31 de julho a 03 de Agosto 2012, São Luís - Maranhão

$$\begin{aligned}
 \dot{y}_2 &= -\mu y_2 - y_1 + \eta_1 \sin y_3 + \delta(y_5 - y_1) - \lambda y_7 \\
 \dot{y}_3 &= y_4 \\
 \dot{y}_4 &= a - b y_4 + \eta_2 y_1 \cos y_3 - \eta_3 \sin 2y_3 \\
 \dot{y}_5 &= y_6 \\
 \dot{y}_6 &= -\alpha \delta(y_5 - y_1) + \alpha \lambda y_7 \\
 \dot{y}_7 &= -\frac{1}{\rho} y_7 - 2(y_6 - y_2).
 \end{aligned} \tag{5}$$

### 3. NUMERICAL RESULTS

The numerical simulations of Eq. (5) were carried out by using ode45 of Matlab™ taken as the numerical integrator the Runge–Kutta fourth order algorithm with variable time step. The parameters selected for the simulations are shown in Table 1 while initial conditions were taken as nulls.

Table 1. Specification Parameters for the simulations

Parameter	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_3$	$\mu$	$b$	$\delta$	$\alpha$	$\lambda$	$\rho$
Dimensionless values	0.3	0.4	0.2	0.01	1.5	1.5	0.25	0.2	2.0

In Fig. 2 we plotted the oscillation amplitudes of the motor (Fig. 2a) and linear oscillator (Fig. 2b) without VDVA (in black) and with VDVA (in blue) versus the voltage (control parameter) in the range  $1.2 \leq a \leq 3.4$ , considering an increment  $\Delta a = 0.01$  and over the dimensionless time range  $0 \leq \tau \leq 3000$  during the passage through resonance region ( $\varphi' \approx 1$ ) and only the stationary state motion.

In the range  $1.5 \leq a \leq 2.5$ , the angular velocity is then captured and sustained with large oscillations (due to influence of the linear oscillator response) in the natural frequency of the resonance region (Fig. 2a, in black), while one notes a large increase in the oscillation amplitude of the linear oscillator without (VDVA) (Fig. 2b, in black). When the control parameter is in the range  $2.6 \leq a \leq 3.4$ , before then appears a jump phenomenon on the response of the angular velocity and amplitude.

When (VDVA) is then activated, the response of the angular velocity of the non-ideal energy source passes through the resonance in a fast way then it presents an escape of the resonance region (in blue, Fig. 2a). While, the amplitudes of vibration of the NPF for each control parameter is reduced drastically (Fig. 2b, in blue).

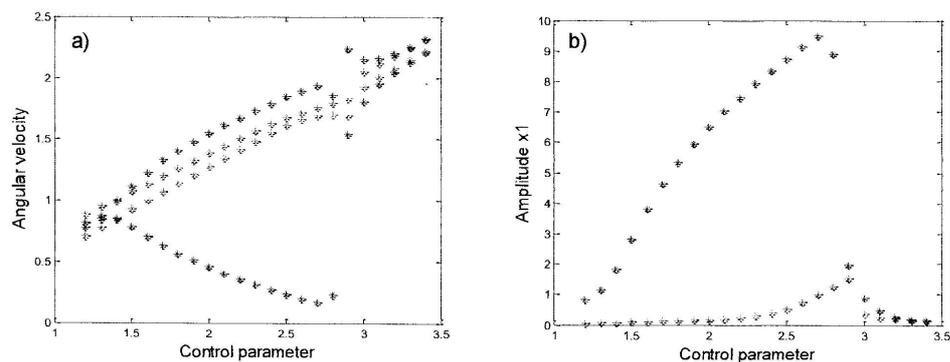
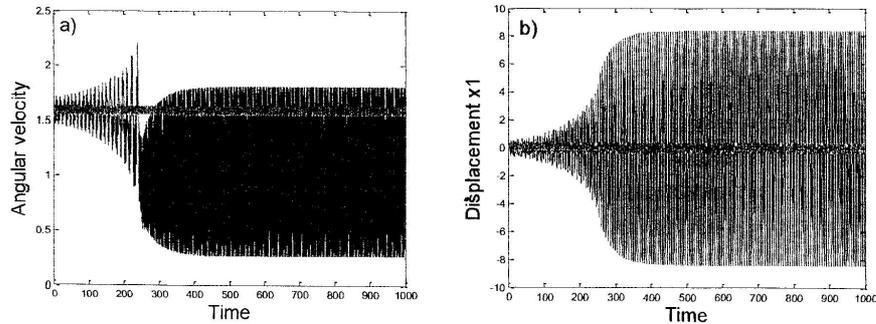


Figure 2. Responses curves without VDVA (in black) and with VDVA (in blue): a) non-ideal motor, b) Portal Frame.

VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, 31 de julho a 03 de Agosto 2012, São Luis - Maranhão



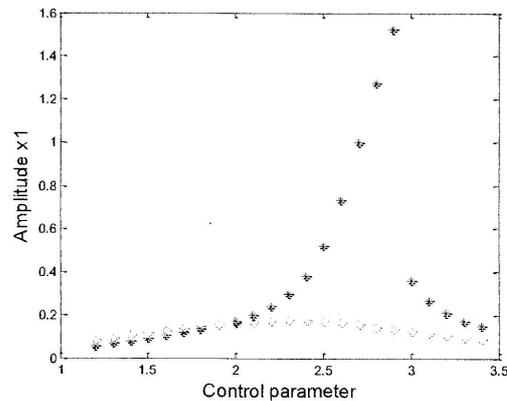
**Figure 3.** Simulation in the time domain of NPF without VDVA (in black) and with VDVA (in blue) for  $a = 2.4$ ,  $\rho = 2$ : a) non-ideal source, b) portal frame.

The Fig. 3 shows the time history for the dynamical system (5) without VDVA (in black) and with VDVA (in blue) for  $a = 2.4$ . This result shows the efficiency of the VDVA in reducing the resonance capture of the non-ideal energy source and the exponential growth of the portal frame.

### 3.1. Performance of the VDVA

Figure 4 shows a plot of the amplitude of  $x_1$  versus the control parameter  $a$  using the Table 1. The comparison between the oscillation amplitudes of the NPF-VDVA system (in this case, considering the dynamic damping, see Eq. (2)) and NPF-DVA (in this case, considering the constant damping, see Eq. (3)) in the range  $1.2 \leq a \leq 3.4$ .

Figure 5 shows a plot of the amplitude of  $x_1$  versus the control parameter  $a$  to observe the performance of the VDVA. Clearly, the strategy of VDVA is effective in the range of  $1.5 \leq a \leq 3.0$  (resonance region) when the parameter  $\delta$  (elastic coefficient of VDVA) is increasing while the others parameters of Table 1 are fixed and obtaining a significant reduction of the Sommerfeld effect and the reduction of  $x_1$  oscillation amplitude.



**Figure 4.** Response curves of  $x_1$  versus  $a$  ( $1.2 \leq a \leq 3.4$ ). Comparison between the VDVA-NPF response (in black) and the DVA-NPF response (in red).

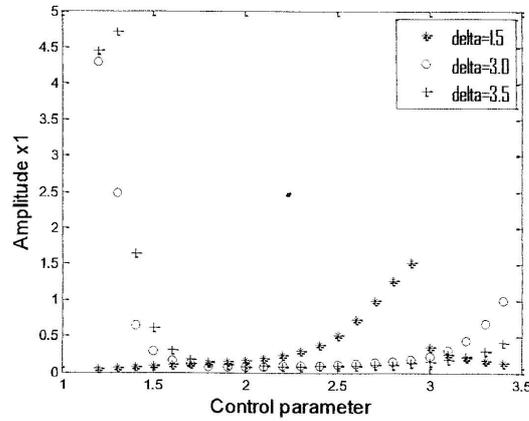


Figure 5. Simulation of Eq. (5) for  $\delta=1.5$  (\*\*);  $\delta=3.0$  (oo);  $\delta=3.5$  (++)

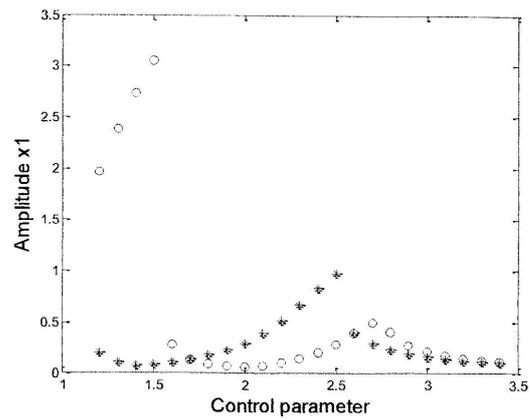


Figure 6. Simulation of Eq. (5) with  $\delta=0.5$ ,  $\alpha=1.0$  (\*\*) and  $\alpha=2.0$  (oo)

### 3.2. Chaotic behavior and control of nonlinear NPF

Hence, the nonlinear stiffness to the NPF is now focused as in (Felix *et al.*, 2009c), in this case will be Duffing-Holmes-type oscillator and we observe the effectiveness of the VDVA.

To obtain the chaotic dynamical, we implement the cubic stiffness of the form  $-kx_1 + k_3x_1^3$  in the equation first of Eq. (2) and are considered the following parameters values  $\eta_1=0.2$ ;  $\eta_2=0.3$ ,  $\alpha=1.25$ ,  $k_3=0.3$  while the others are fixed. For the analysis, the control parameter of the motor was considered as  $a=2.4$ .

Figure 7 shows the response of chaotic motion (strange attractor in black) of the uncontrolled system (2) (NPF without VDVA). When the VDVA was activated in the system (2) is present the periodic motion (limit cycle in red). In Fig. 8 and Fig. 9 show the Poincaré section to strange attractor and to periodic attractor, respectively, for  $a=2.4$ .

VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, 31 de julho a 03 de Agosto 2012, São Luis - Maranhão

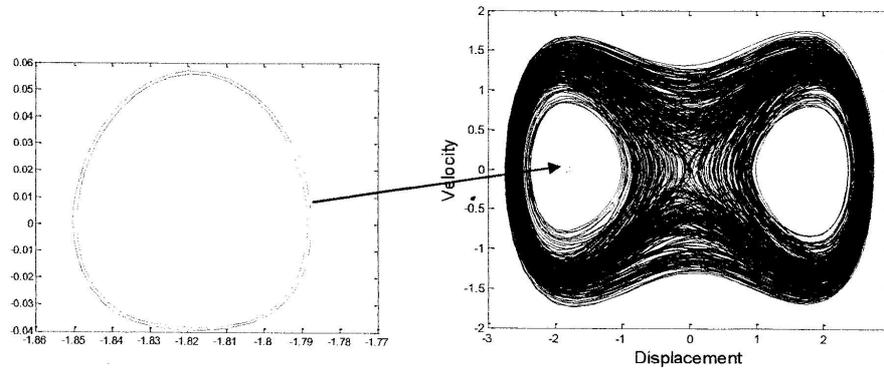


Figure 7. Phase portrait for control parameter  $\alpha=2.4$  showing the co-existence of chaotic attractor without VDVA (in black); and limit cycle attractor with VDVA (in red).

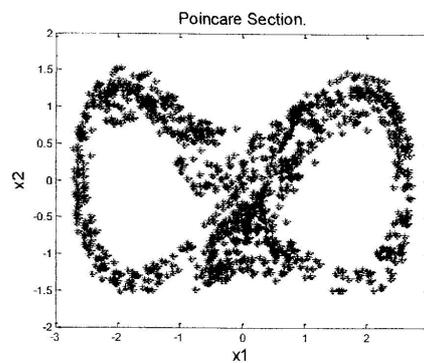


Figure 8. Poincaré section for the chaotic attractor of Eq. (2) without VDVA

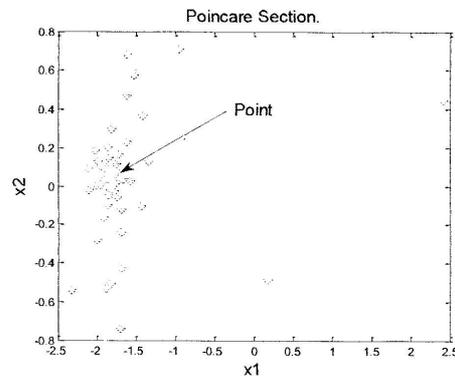


Figure 9. Poincaré section for the periodic attractor of Eq. (2) with VDVA

#### 4. CONCLUSIONS

The viscoelastic dynamic vibration absorber whose operational frequency varies with temperature is proposed in order to suppress resonance vibrations, Sommerfeld effect and chaotic behavior in a non-ideal oscillating system through of the numerical simulations.

VII Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, 31 de julho a 03 de Agosto 2012, São Luis - Maranhão

This VDVA is based on the fact that the dynamic damping depending of the temperature and its response is comparison with the response of a DVA (linear oscillator of constant damping). The numerical results of resonance curves, Poincare section and phase portrait showed the effectiveness of the VDVA applied in the resonance passage of the NPF.

Future work will study analytical method of averaging and LQR method for a nonlinear essential oscillator with dynamic damper.

## 5. ACKNOWLEDGEMENTS

The authors acknowledge the support of the Brazilian Agencies CNPq and CAPES.

## 6. REFERENCES

- Balthazar, J.M., Mook, D.T., Weber, H.I., Brasil, R.M.L.R.F., Fenili, A., Belato, D. and Felix, J.L.P., 2003. "An overview on non-ideal vibrations". *Meccanica*, Vol. 38, No. 6, pp. 613-621.
- Felix, J.L.P., Balthazar, J.M. and Brasil, R.M.L.R.F., 2005. "On tuned liquid column dampers mounted on a structural frame under a non-ideal excitation". *Journal of Sound and Vibration* 282, pp. 1285-1292.
- Felix, J.L.P., Balthazar, J.M. and Brasil, R.M.L.R.F., 2005. "On saturation control of a non-ideal vibrating portal frame foundation type shear-building". *Journal of Vibration and Control*, 11, pp. 21-136.
- Felix, J.L. Palacios and Balthazar, J.M., 2009. "Comments on a nonlinear and non-ideal electromechanical damping vibration absorber, sommerfeld effect and energy transfer". *Nonlinear dynamics*, vol. 55, numbers 1-2, pp. 1-11.
- Felix, J.L. Palacios, Balthazar, J.M. and Dantas, J.M.H., 2009. "On energy pumping, synchronization and beat phenomenon in a nonideal structure coupled to an essentially nonlinear oscillator". *Nonlinear dynamics*, vol. 56, numbers 1-2, pp. 1-11.
- Felix, J.L.P., Balthazar, J.M. and Brasil, R.M.L.R.F., 2009. "Comments on nonlinear dynamics of non-ideal Duffing-Rayleigh oscillator: numerical and analytical approaches". *Journal of sound and Vibration*, 319, pp. 1136-1149.
- Fosdick, R.L. and Ketema, Y., 1998. "A thermoviscoelastic dynamic vibration absorber". *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 65, pp. 17-24.
- Fosdick, R.L., Ketema, Y. and Yu, J.H., 1997. "Vibration damping through the use of materials with memory". *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 35, pp. 5-6.
- Kononenko, V., 1969. "Vibrating Systems with Limited Power Supply", Illife Books, London.
- Piccirillo, V., Balthazar, J. M., Pontes Jr., B. R. and Felix, J. L. P., 2008. "On a nonlinear and chaotic non-ideal vibrating system with shape memory alloy (SMA)". *Journal of Theoretical and Applied Mechanics* 46, 3, pp. 597-620.
- Piccirillo, V., Balthazar, J. M., Pontes Jr., B. R. and Felix, J. L. P., 2009. "Chaos control of a nonlinear oscillator with shape memory alloy (SMA) using optimal linear control: Part I: ideal energy source". *Nonlinear Dynamics*, vol. 55, Numbers 1-2, pp. 139-149.
- Piccirillo, V., Balthazar, J. M., Pontes Jr., B. R. and Felix, J. L. P., 2009. "Chaos control of a nonlinear oscillator with shape memory alloy (SMA) using optimal linear control: Part II: non-ideal energy source". *Nonlinear Dynamics*, vol. 56, number 3, pp. 243-253.
- Vakakis A.F., Gendelman, O.V., Bergman, L.A., MacFarland D.M., Kerscher G., Lee Y.S., 2008, "Nonlinear Target Energy Transfer in Mechanical and Structural Systems". Ed. Springer Verlag Holland, 800p.