

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA**

**LORENZO MISSIO DALLANORA**

**PROCEDIMENTOS DE PROCESSAMENTO AEROFOTOGRAMÉTRICO  
UTILIZANDO O SOFTWARE E-FOTO EM COMPARAÇÃO COM OS CÁLCULOS  
REALIZADOS COM O AUXÍLIO DE UMA PLANILHA ELETRÔNICA**

**Itaqui  
2021**

**LORENZO MISSIO DALLANORA**

**PROCEDIMENTOS DE PROCESSAMENTO AEROFOTOGRAMÉTRICO  
UTILIZANDO O SOFTWARE E-FOTO EM COMPARAÇÃO COM OS CÁLCULOS  
REALIZADOS COM O AUXÍLIO DE UMA PLANILHA ELETRÔNICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Cartográfica e de Agrimensura da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Cartográfica e de Agrimensura.

Orientadora: Prof.<sup>a</sup> Me. Michele Santos

Coorientador: Prof.<sup>o</sup> Me. Leonard Niero da Silveira

**Itaqui  
2021**

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais)

D145p Dallanora, Lorenzo Missio

PROCEDIMENTOS DE PROCESSAMENTO AEROFOTOGRAMÉTRICO UTILIZANDO O SOFTWARE E-FOTO EM COMPARAÇÃO COM OS CÁLCULOS REALIZADOS COM O AUXÍLIO DE UMA PLANILHA ELETRÔNICA / Lorenzo

Missio Dallanora.

97 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação)-- Universidade Federal do Pampa, ENGENHARIA CARTOGRÁFICA E DE AGRIMENSURA, 2021.

"Orientação: Michele da Silva Santos".

1. Fotogrametria. 2. Orientação Interior. 3. Orientação Exterior. 4. E-foto. 5. Planilha eletrônica. I. Título.

**LORENZO MISSIO DALLANORA**

**PROCEDIMENTOS DE PROCESSAMENTO AEROFOTOGRAMÉTRICO  
UTILIZANDO O SOFTWARE E-FOTO EM COMPARAÇÃO COM OS CÁLCULOS  
REALIZADOS COM O AUXÍLIO DE UMA PLANILHA ELETRÔNICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Cartográfica e de Agrimensura da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Cartográfica e de Agrimensura.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: dia, mês e ano.

Banca examinadora:

*Michele da S. Santos.*

---

Prof.<sup>a</sup> Me. Michele Santos  
Orientador  
UNIPAMPA – ITAQUI/RS



---

Prof. Me. Leonard Niero da Silveira  
Coorientador  
UNIPAMPA – ITAQUI/RS



---

Eng. Cartógrafo e Agrimensor Vinícius Kuczynski Nunes  
Eurovia Construtora Eireli – Novo Hamburgo/RS

## **AGRADECIMENTO**

Agradeço primeiramente a Deus por me proporcionar saúde e sabedoria para realizar e alcançar todos meus objetivos.

Ao professor Me. Leonard Niero da Silveira e a professora Me. Michele Santos pelos conhecimentos passados, auxílio, atenção e paciência durante todo o período de realização do trabalho de conclusão de curso e graduação.

A minha família que esteve incansavelmente ao meu lado durante todo o período de graduação, me proporcionando suporte financeiro e emocional. A vocês, toda a minha gratidão.

“Se cheguei até aqui foi porque me apoiei  
no ombro dos gigantes”.

Isaac Newton

## RESUMO

O presente projeto tem como intuito demonstrar um breve histórico sobre fotogrametria bem como seu conceito e os procedimentos para a realização de restituição de aerofotos. Estas, são um sobrevoo à cidade de Rio de Janeiro, no dia 09 de dezembro de 1995. As aerofotos foram fornecidas junto com o software e-foto, o qual foi utilizado para executar os processamentos das aerofotos, estes, que foram a orientação interior e orientação exterior de cada aerofoto. Após realizado os processamentos de cada uma das aerofotos, rumou-se então a extração das coordenadas pixel de cada imagem no software paint, onde estas foram inseridas em uma planilha no software excel com a finalidade de comparar os resultados retornados do código fechado (e-foto), com os resultados retornados da planilha eletrônica (excel). Ao realizar estas comparações, pode-se observar que o retorno dos dados do software e-foto foi muito satisfatório, visto que o mesmo possui um código fechado. A planilha eletrônica também demonstrou eficiência, onde a mesma demonstra uma quantidade de equações necessárias para apresentar um resultado aproximado ao do software e-foto. Vale ressaltar que a planilha eletrônica demonstra como se faz o cálculo manual, dessa forma, fazendo com que o usuário não se torne dependente de um software com código fechado para obter resultados.

Palavras-Chave: fotogrametria, orientação interior, orientação exterior, aerofotos.

## **ABSTRACT**

The present project aims to demonstrate a brief history about photogrammetry as well as its concept and the procedures for the performance of rendering of photophotography. These are a flight over the city of Rio de Janeiro, on December 9, 1995. The photographs were supplied together with the e-foto software, which was used to carry out the processing of the photographs, these, which were the interior orientation and exterior orientation of each photo. After carrying out the processing of each of the aerial photos, the extraction of the pixel coordinates of each image was then started in the paint software, where they were inserted in a spreadsheet in the excel software in order to compare the results returned from the closed code (e- photo), with the results returned from the spreadsheet (excel). When performing these comparisons, it can be observed that the data return from the e-foto software was very satisfactory, since it has a closed code. The spreadsheet also showed efficiency, where it shows a number of equations necessary to present an approximate result to that of the e-foto software. It is worth mentioning that the electronic spreadsheet demonstrates how manual calculation is performed, thus making the user not dependent on closed source software to obtain results.

**Keywords:** photogrammetry, interior orientation, exterior orientation, aerial photos.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – - A litografia de Honoré Daumier mostrando Nadar a fotografar Paris de um balão.....	16
Figura 2 – Mosaico de fotografias com balão de Veneza .....	17
Figura 3 – Conceito de orientação interior.....	20
Figura 4 – Representação da posição do filme na tomada da fotografia .....	20
Figura 5 – Sistemas de pixel e fotográfico (métrico) em que pode ser observado claramente as distorções existentes na imagem do primeiro sistema .....	21
Figura 6 – Não-ortogonalidade dos eixos de uma imagem digital .....	23
Figura 7 – Rotação de imagem digital. ....	23
Figura 8 – Translação da imagem digital.....	23
Figura 9 – Transformação afim (caso geral).....	24
Figura 10 – Marcas fiduciais em ambos sistemas. ....	25
Figura 11 – Transformação Ortogonal.....	28
Figura 12 – Objetivo da orientação exterior.....	31
Figura 13 – Parâmetros de atitude de um sensor fotogramétrico colocado em plataforma aérea.....	33
Figura 14 – Condição de colinearidade.....	34
Figura 15 – Condição de colinearidade para uma imagem.....	35
Figura 16 – Primeira relação de proporcionalidade. ....	36
Figura 17 – Segunda relação de propriedade. ....	37
Figura 18 – Linhas de voo.....	40
Figura 19 – Interseção espacial. ....	41
Figura 20 – Imagem original com suas devidas inclinações, e imagem retificada. .	44
Figura 21 – Preenchimento dos dados referentes ao terreno.....	45
Figura 22 – Preenchimento dos dados referentes ao sensor. ....	46
Figura 23 – Preenchimento dos dados referentes ao voo .....	46
Figura 24 – Ferramenta <i>measure</i> para marcar o centro de cada uma das quatro marcas fiduciais. ....	47
Figura 25 – Relatório com os parâmetros ajustados ( $X_a$ ).....	47
Figura 26 – Extração das coordenadas das marcas fiduciais no software paint. ....	48
Figura 27 – Coordenadas dos pontos de controle.....	50
Figura 28 – Coordenadas dos pontos de controle no e-foto.....	50

Figura 29 – Panorama da distribuição dos pontos .....	51
Figura 30 – Identificação dos pontos na imagem original.....	52
Figura 31 – Procedimento para executar a Orientação Exterior.....	53
Figura 32 – Quantidade de iterações.....	53
Figura 33 – Precisão das coordenadas da câmera.....	54
Figura 34 – Precisão dos ângulos de atitude.....	54
Figura 35 – Resultado da Orientação interior da aerofoto 16 no software e-foto....	55
Figura 36 – Resultado da Orientação interior da aerofoto 17 no software e-foto....	55
Figura 37 – Resultado da Orientação interior da aerofoto 18 no software e-foto....	56
Figura 38 – Resultado da Orientação Exterior da aerofoto 16 no software e-foto...	56
Figura 39 – Resultado da Orientação Exterior da aerofoto 17 no software e-foto...	57
Figura 40 – Resultado da Orientação Exterior da aerofoto 18 no software e-foto...	57

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Histórico da fotogrametria .....	19
Tabela 2 - Coordenadas pixel no paint e Coordenadas pixel no e-foto da aerofoto 16 .....	49
Tabela 3 – Coordenadas pixel no paint e Coordenadas pixel no e-foto da aerofoto 17 .....	49
Tabela 4 – Coordenadas pixel no paint e Coordenadas pixel no e-foto da aerofoto 18 .....	49
Tabela 5 – Comparação dos parâmetros ajustados (Xa) no e-foto (esquerda) com os parâmetros ajustados (Xa) da planilha eletrônica (direita), da orientação interior da aerofoto 16. .....	58
Tabela 6 – Comparação dos parâmetros ajustados (Xa) no e-foto (esquerda) com os parâmetros ajustados (Xa) da planilha eletrônica (direita), da orientação interior da aerofoto 17. .....	58
Tabela 7 – Comparação dos parâmetros ajustados (Xa) no e-foto (esquerda) com os parâmetros ajustados (Xa) da planilha eletrônica (direita), da orientação interior da aerofoto 18.....	58
Tabela 8 – Comparação dos parâmetros ajustados (Xa) no e-foto (esquerda) com os parâmetros ajustados (Xa) da planilha eletrônica (direita), da orientação exterior da aerofoto 16.....	59

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>14</b>
<b>2 REVISÃO DE LITERATURA</b> .....	<b>15</b>
<b>2.1 Breve histórico da fotogrametria</b> .....	<b>15</b>
<b>2.1.1 Fotogrametria pioneira (1840 – 1900)</b> .....	<b>15</b>
<b>2.1.2 Fotogrametria analógica (1901 – 1950)</b> .....	<b>17</b>
<b>2.1.3 Fotogrametria analítica (1951 – 1990)</b> .....	<b>18</b>
<b>2.1.4 Fotogrametria digital (1991 – dias de hoje)</b> .....	<b>19</b>
<b>2.2 Orientação Interior</b> .....	<b>20</b>
<b>2.2.1 Transformação Afim Geral</b> ....	<b>22</b>
<b>2.2.2 Modelo matemático</b> .....	<b>26</b>
<b>2.2.3 Transformação ortogonal</b> .....	<b>28</b>
<b>2.2.4 Transformação isogonal</b> .....	<b>30</b>
<b>2.3 Orientação Exterior</b> .....	<b>31</b>
<b>2.3.1 Os parâmetros da Orientação Exterior</b> .....	<b>32</b>
<b>2.3.2 Equações de colinearidade</b> ....	<b>34</b>
<b>2.3.3 A resseção espacial</b> .....	<b>38</b>
<b>2.3.4 A interseção espacial</b> .....	<b>40</b>
<b>2.4 Fototriangulação</b> ....	<b>43</b>
<b>2.5 Modelo Digital de Superfície</b> ....	<b>43</b>
<b>2.6 Ortorretificação</b> ....	<b>44</b>
<b>3 METODOLOGIA</b> .....	<b>44</b>
<b>3.1 Identificação e preenchimento dos parâmetros no software</b> .....	<b>45</b>
<b>3.2 Procedimentos para executar a Orientação Interior</b> .....	<b>46</b>
<b>3.3 Procedimento de coleta das coordenadas dos pontos no Paint</b> .....	<b>48</b>
<b>3.4 Procedimentos para executar a Orientação Exterior</b> .....	<b>50</b>

<b>4 APRESENTAÇÃO DA PESQUISA E ANÁLISE DOS RESULTADOS .....</b>	<b>55</b>
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>59</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>61</b>
<b>APÊNDICES .....</b>	<b>63</b>
<b>ANEXOS.....</b>	<b>96</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A fotogrametria, segundo Ghilani e Wolf (2013), é compreendida como a ciência, arte e também uma tecnologia para obtenção de dados confiáveis utilizando fotografias. A fotogrametria tem diversas aplicações, como em levantamentos topográficos, na engenharia, geologia, agricultura, estratégias militares, entre outras.

De acordo com Brito e Coelho Filho (2009), a fotogrametria digital tem por objetivo reconstruir automaticamente o espaço tridimensional (espaço-objeto) a partir de imagens bidimensionais (espaço-imagem).

A aerofotogrametria destina-se a identificar elementos na superfície terrestre, e então, para que as fotografias possam ser utilizadas de forma correta, torna-se necessário realizar um processo o qual é denominado de orientação interior, em que as coordenadas da fotografia são ajustadas ao sistemas de coordenadas métricas da câmara e, posteriormente um processo chamado de orientação exterior, onde são utilizados alguns pontos de controle com o intuito de orientar as coordenadas do centro óptico em relação a superfície.

Os sensores fotográficos foram desenvolvidos com o intuito de reconhecer e monitorar espaços de maior dificuldade de acesso. Segundo Novo (2010), os mesmos passaram a ser utilizados em aplicações cartográficas, exigindo assim, o desenvolvimento das imagens em alta qualidade geométrica.

Para Brito e Coelho Filho (2009), o processo de orientação interior tem como objetivo referenciar as imagens em relação à câmara, ou seja, situa as fotografias, cada uma, numa posição semelhante à que exerciam dentro da câmara no instante em que foram registradas.

Após realizado o processo de orientação interior, é necessário realizar mais um processo para cada fotografia, o qual é denominado de orientação exterior. Para Brito e Coelho Filho (2009), este processo tem como objetivo calcular a orientação das imagens em relação ao sistema de coordenadas do terreno a partir de pontos de controle implementados na superfície física da terra.

Com os processos de orientação interior e orientação exterior prontos, cada fotografia fica pronta para o processo de fototriangulação e para a criação de modelos digitais de superfície (MDS). Segundo Mikhail et al. (2001), a fototriangulação é a realização da intercessão espacial em um único processo. Vale ressaltar que para imagens aéreas, o termo utilizado é aerotriangulação.

Para Fitz (2010), um modelo digital de superfície nada mais é que um conjunto de pontos com coordenadas conhecidas em um determinado sistema de referência, equidistantes ou não e com altitude conhecida. Esta modelagem tem como objetivo representar de forma digital a superfície do terreno.

Pode-se imaginar que as fotografias obtidas por sensores acoplados a aeronaves sofrem com as deformações decorrentes da inclinação do sensor e também com a variação da altitude. Para correção destas deformações, deve-se realizar um processo chamado de ortorretificação.

Este projeto teve como objetivo, para o processo de Orientação Interior, comparar os parâmetros ajustados ( $X_a$ ) do software e-foto das aerofotos 16, 17 e 18 com os parâmetros ajustados ( $X_a$ ) da planilha eletrônica referentes aos dados (coordenadas pixel) obtidas através do software paint, das três aerofotos utilizadas nesse estudo e, comparar os parâmetros ajustados ( $X_a$ ) do software e-foto da aerofoto 16 com os parâmetros ajustados ( $X_a$ ) da planilha eletrônica da aerofoto 16, para o processo de Orientação Exterior. Além disso, o intuito é demonstrar como se faz o cálculo real, ou seja, para que o usuário não fique dependendo sempre de um código fechado de um programa.

O presente projeto teve como justificativa demonstrar o cálculo real que um software com código fechado realiza para apresentar um resultado. Neste caso, é demonstrar todos os processos para que isso aconteça, os quais são a Orientação Interior e a Orientação Exterior no e-foto e por meio de uma planilha eletrônica construída no software Excel.

## **2 REVISÃO DE LITERATURA**

### **2.1 Breve histórico da Fotogrametria**

#### **2.1.1 Fotogrametria pioneira (1840 – 1900)**

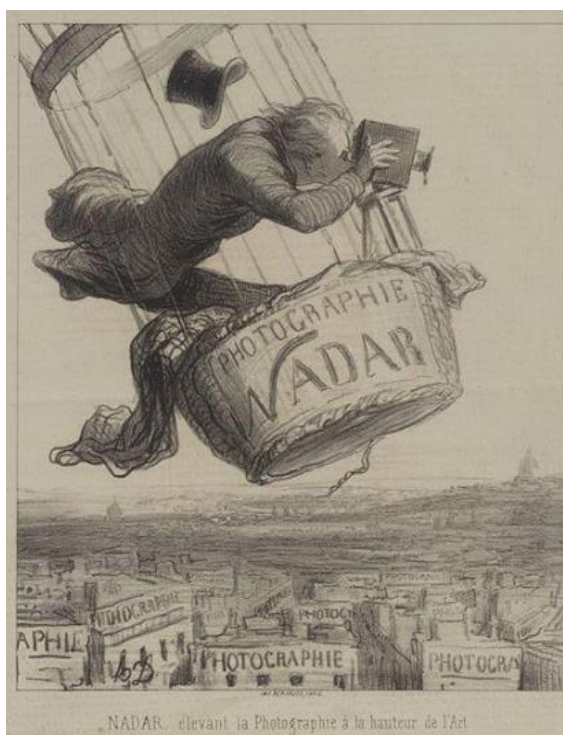
No ano de 1851, um homem chamado Aimé Laussedat foi responsável por desenvolver os primeiros princípios e técnicas fotogramétricas. Esta nova ciência teve seu primeiro livro no ano de 1889 e chamava-se *Manual de fotogrametria*, de autoria do alemão C. Koppe (Brito e Coelho Filho, 2009).

Laussedat também foi responsável por desenvolver um método chamado método de interseções, o qual foi destinado ao desenho de plantas a partir de registros fotográficos (Espartel, 1978).

Aimé Laussedat é considerado como sendo o “pai da fotogrametria”, devido a estes motivos citados. Ele tinha uma ideia que tinha como embasamento nos princípios geométricos da perspectiva, aplicados por Carpeller, sendo assim, era a ideia de utilizar fotografias ao invés de desenhos. Método este, que teve seu reconhecimento pela Academia de Ciências de Madri, em 1862 (ROCHA et al, 2010).

Já em 1855, surgiu a ideia de se obter registros fotográficos aéreos para realizar mapeamentos, iniciado por Gaspard Felix Tournachon, mais conhecido como Nadar. Porém, três anos após, com o auxílio de um balão a 80 metros de altura, Nadar obteve os primeiros registros fotográficos aéreos de Petit-Bicêtre, perto de Paris (SLAMA, 1980). A caricatura de Nadar realizando o voo no balão e obtendo fotografias aéreas foi publicada em 1863 (Figura 1).

Figura 1 - A litografia de Honoré Daumier mostrando Nadar a fotografar Paris de um balão, com título "Nadar elevando a fotografia à altura da Arte", publicada em Le Boulevard, 25 de maio de 1863.



Fonte: SILVA, DANIEL (2015).



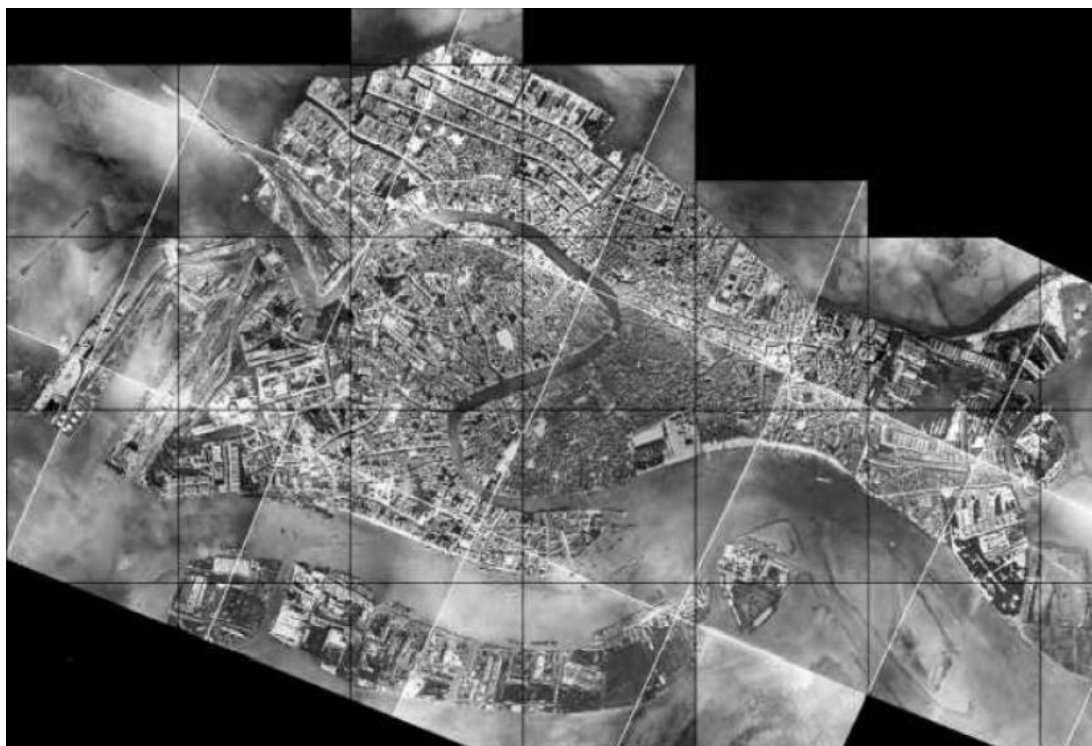
As fotografias aéreas foram obtidas com o auxílio de pombos, balão e também de pipas no fim do século XIX e início do século XX na América do Norte e na Europa. Já com registros fotográficos terrestres, foi realizado o levantamento da praça de Grenoble na França (aproximadamente 20 km<sup>2</sup>), o qual foi feito por um capitão chamado Javary, no ano de 1864 e logo após, foi feito o levantamento do maciço do Mont Blanc, por M.J Vallot. (ESPARTEL, 1973).

Vale ressaltar que os levantamentos citados eram realizados por fotogrametria terrestre.

### 2.1.2 Fotogrametria analógica (1901 – 1950)

A fotogrametria aérea teve como primeiro resultado um levantamento aéreo em um balão, realizado pelo Capitão Cesare Tardivo (1870-1953). Segundo (GUERRA e PILOT, 2000), destaca-se um mosaico de fotografias da cidade de Veneza, na Itália, em 1911 (Figura 2).

Figura 2 - Mosaico de fotografias com balão de Veneza.



Fonte: GUERRA e PILOT (2000).

A primeira revolução da fotogrametria foi marcada pela invenção do estereocomparador, aparelho feito por Pullfrich, o qual substituiu os imensos cálculos matemáticos por aparelhos óptico-mecânicos, dessa forma, reduzindo o trabalho de usuários (Brito e Coelho Filho, 2009).

No ano de 1911, um austríaco chamado Theodore Scheimpflug teve a ideia de criar um método de retificação de fotografias aéreas com o intuito de utilizá-las para mapeamento de grandes extensões de terra. Estes retificadores analógicos passaram a ser utilizados com frequência, porém, foram substituídos pelos restituidores analógicos, os quais permitiam a visão estereoscópica a partir do uso de um aparelho chamado estereoscópio. (Brito e Coelho Filho, 2009).

Com o início do processo de fototriangulação analógica, o trabalho em campo começou a ter facilidade, pois este processo permitia, em laboratório, o adensamento dos pontos de campo (Brito e Coelho Filho, 2009).

Com o avanço da tecnologia, surgiram câmaras destinadas a determinados trabalhos, as quais chamavam-se *câmaras métricas*, onde as mesmas possuíam tecnologia para imprimir nas fotos informações sobre o sistema de coordenadas da imagem, dessa forma, aumentando a precisão das medições efetuadas (Brito e Coelho Filho, 2009).

### **2.1.3 Fotogrametria analítica (1951 – 1990)**

Com o passar dos anos e os avanços tecnológicos, na década de 40, com a criação de computadores, os processos aerofotogramétricos passaram por uma transformação. Todos os cálculos que já haviam sido substituídos pelos aparelhos mecânicos, agora passaram a ser executados de forma computacional, dessa forma, reduzindo ainda mais o tempo de execução. No ano de 1953, surgiu o primeiro estudo pelo Dr. Helmut Schmidt, do Laboratório de Pesquisa Balística, em Aberdeen, Maryland, Estados Unidos, onde incluiu-se a manipulação matricial, soluções por mínimos quadrados, solução simultânea com o uso de múltiplas imagens e por fim, uma análise de propagação de erros (Brito e Coelho Filho, 2009).

Já no ano de 1957, um homem finlandês chamado Uki Helava foi responsável pelo desenvolvimento de um restituidor analítico, o qual media as coordenadas das marcas fiduciais de pontos homólogos as imagens. Com a criação dos computadores,

os mesmos realizavam o restante dos cálculos, de modo a simplificar o processo como um todo (Brito e Coelho Filho, 2009).

#### 2.1.4 Fotogrametria digital (1991 – dias de hoje)

Com o início da utilização de imagens digitais como fonte primária de dados, surgiu então a fotogrametria digital, onde estas imagens podem ser adquiridas diretamente de uma câmara digital ou até mesmo da digitalização de uma imagem analógica. A partir da década de 90, a fotogrametria pode ser utilizada de forma árdua, pois com o desenvolvimento tecnológico e com a criação de computadores mais potentes, os processamentos de imagens digitais passaram a serem executados gerando elevada quantidade de dados (Brito e Coelho Filho, 2009).

A elaboração de produtos digitais em que há necessidade de processamento computacional mais aperfeiçoado, como a ortorretificação de imagens e também os mosaicos digitais, os quais consistem na junção de diversas imagens (Brito e Coelho Filho, 2009).

Os equipamentos atuais também sofreram alteração, os quais foram denominados de *Estações fotogramétricas digitais*, voltadas para trabalhos fotogramétricos (Brito e Coelho Filho, 2009).

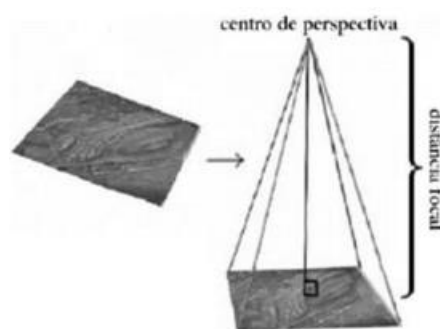
Tabela 1: Histórico da fotogrametria (adaptada de Augusto, 1999).

Fotogrametria	Entrada	Processamento	Saída
Analógica	Fotografia analógica (em filme)	Analógico (óptico-mecânico)	Analógica ( <i>scribes</i> ou fotolitos) no passado ou digital (CAD, por exemplo) no presente
Analítica	Fotografia analógica (em filme)	Analítico (computacional)	Analógica ( <i>scribes</i> ou fotolitos) no passado ou digital (CAD, por exemplo) no presente
Digital	Imagem digital (obtida de câmara digital, por exemplo) ou digitalizada (foto analógica submetida a um <i>scanner</i> )	Analítico (computacional)	Digital

## 2.2 Orientação Interior

Para Brito e Coelho Filho (2009), considera-se orientação interior a reconstrução do feixe perspectivo, ou seja, referenciar uma imagem em relação à câmara. Pelo fato das imagens obtidas se encontrarem isoladas em relação às outras e salvas como arquivos digitais, sem nenhuma informação métrica, utilizando apenas o sistema de coordenadas em pixels, há necessidade de reconstituir o sistema interno câmara-imagem correspondente ao momento que as fotografias foram obtidas à fim de se efetuar medidas com precisão sobre as imagens fotográficas. A Figura 3, logo abaixo, demonstrará a reconstrução da geometria do feixe perspectivo, ou seja, posição do plano de imagem em relação ao eixo óptico):

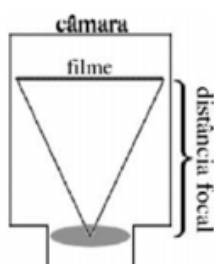
Figura 3 - Conceito de orientação interior



Fonte: Brito e Coelho filho (2009).

Na teoria, a orientação interior consiste em situar, uma a uma, na posição semelhante à que exerciam dentro da câmara no momento em que foram obtidas, como ilustrará a Figura 4 na sequência:

Figura 4 - Representação da posição do filme na tomada da fotografia.

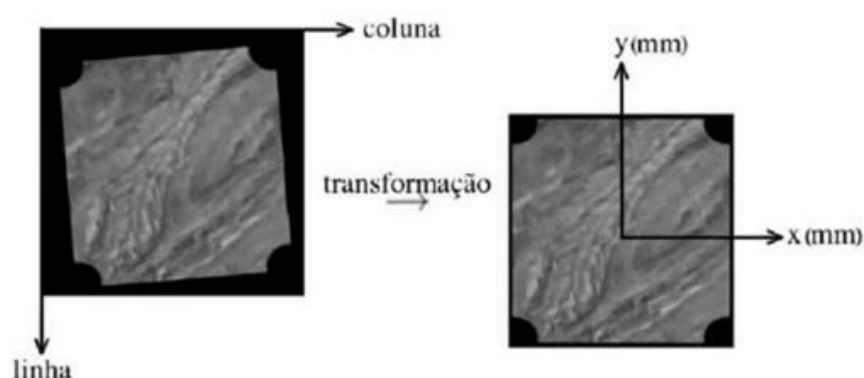


Fonte: Brito e Coelho filho (2009).

Segundo Brito e Coelho Filho (2009), na fotogrametria digital, o próprio software realiza as medições das coordenadas das marcas fiduciais no sistema de pixel, podendo haver intervenção do operador ou não e a partir daí o processo é semelhante à fotogrametria analítica, com a entrada dos valores constantes do certificado de calibração e o ajustamento para definição dos parâmetros de transformação entre um sistema e outro. O sistema pixel da fotografia possui uma uniformização em relação às suas unidades utilizadas, tendo em mente que o sistema fotográfico é expresso em milímetros (unidade métrica), geralmente, o terreno também está expresso em unidades métricas, assim, a associação entre esses sistemas torna-se muito mais fácil. Leva-se em conta que a formulação existente também considerava um sistema métrico para a imagem, definido pelo certificado de calibração da câmara.

A transformação entre pixels e milímetros (representada na Figura 5) serve para correção de vários erros de aquisição das imagens, como má colocação do diafilme no scanner, efeitos atmosféricos não modelados, deformações no filme, distorção na digitalização via scanner ou aquisição de imagem digital via câmara causando distorções de rotação translação e fatores de escala (Brito e Coelho Filho, 2009).

Figura 5 - Sistemas de pixel e fotográfico (métrico) em que pode ser observado claramente as distorções existentes na imagem do primeiro sistema.



Fonte: Brito e Coelho filho (2009).

Ainda, se informados dados complementares constantes do certificado de calibração, como as coordenadas do ponto de menor distorção e os parâmetros de aberração das lentes é possível eliminar erros sistemáticos causados pela refração atmosférica e pela curvatura da Terra. No fim do processo de transformação entre

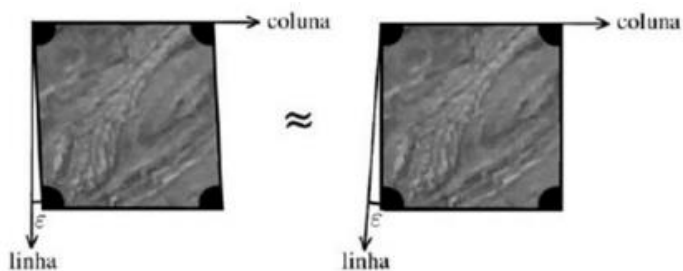
pixels e milímetros (Figura 5), é obtido não apenas uma simples transformação entre sistemas de imagem analógica e digital, mas um modo de ter suas coordenadas no sistema métrico da câmara, que é rígido e preciso, pois baseia-se em sua própria calibração (Brito e Coelho Filho, 2009).

### 2.2.1 Transformação Afim Geral

Consiste em modelar seis parâmetros, que consideram que o sistema inicial pode apresentar as seguintes características:

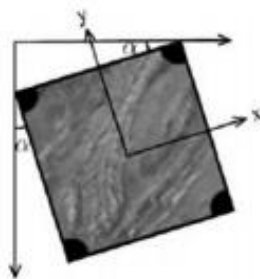
- Não-ortogonalidade dos eixos (figura 6): Serve para corrigir distorções na própria imagem, em decorrência da má calibração do scanner (por exemplo). Apesar de que o sistema de coordenadas de uma imagem digital seja sempre ortogonal, é possível mapear distorções sistemáticas do scanner ou câmara como se a imagem estivesse ortogonal e os eixos distorcidos (Brito e Coelho Filho, 2009).
- Rotação da imagem (figura 7): Erros sistemáticos na aquisição da fotografia ou uma má colocação da imagem fotográfica analógica no scanner podem fazer com que a imagem esteja rotacionada, tornando o sistema pixel rotacionado (Brito e Coelho Filho, 2009).
- Translação em x e y (figura 8): Pelo fato da imagem digital possuir o centro do seu sistema de coordenadas iniciando próximo ao canto superior esquerdo e o sistema fotográfico utiliza o centro da fotografia para origem, sempre haverá uma translação de aproximadamente:  $-\frac{\text{lado da foto}}{2}$  em x e  $\frac{\text{lado da foto}}{2}$  em y. É aproximado pois, refere-se à possibilidade de, após inúmeras utilizações e calibrações, o centro da foto não coincidir com a média dos lados. O sistema de imagem pode não ter sua origem exatamente no canto superior esquerdo da foto, o que é uma situação comum, pois sempre há algumas sobras de pixels em branco no início e no fim dos arquivos digitais deixadas por precaução, a fim de não haver cortes no processo de digitalização da imagem (Brito e Coelho Filho, 2009).
- Escalas diferentes em x e y: Os sistemas de imagem digital e analógica têm unidades diferentes, para uma digitalização a 600 dpi, o arquivo digital terá cerca de 5.500 pixels por 5.500 pixels, enquanto o outro sistema compõe uma imagem de 230mm por 230mm (Brito e Coelho Filho, 2009).

Figura 6 - Não-ortogonalidade dos eixos de uma imagem digital.



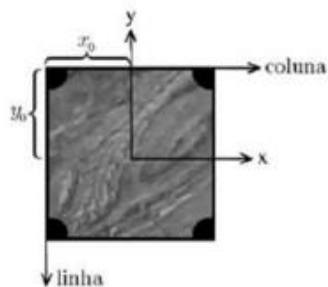
Fonte: Brito e Coelho filho (2009).

Figura 7 - Rotação de imagem digital.



Fonte: Brito e Coelho filho (2009).

Figura 8 - Translação da imagem digital.



Fonte: Brito e Coelho filho (2009).

Como se deseja realizar a transformação do sistema pixel para o sistema fotográfico, o fator de escala a ser adotado é em módulo, calculado pela equação 1.

$$\frac{\text{lado da foto em milímetros}}{\text{lado da foto em pixels}} \text{ mm/px} \quad (1)$$

A fórmula requer atenção devido à inversão do sentido da coordenada “linha” em relação às coordenadas  $y$ . Assim, temos para as equações 2 e 3:

$$C_x = \frac{\text{lado da foto em milímetros}}{\text{lado da foto em pixels}} \text{ mm/px} \quad (2)$$

$$C_y = -\frac{\text{lado da foto em milímetros}}{\text{lado da foto em pixels}} \text{ mm/px} \quad (3)$$

Com todos os parâmetros descritos, pode-se seguir com a formulação genérica, que considera a existência simultânea dos seis parâmetros (Figura 9), vindo a partir das equações 4 e 5:

$$x = C_x \cos \alpha \cdot \text{coluna} + C_y \sin \alpha \cdot \text{linha} + X_0 \quad (4)$$

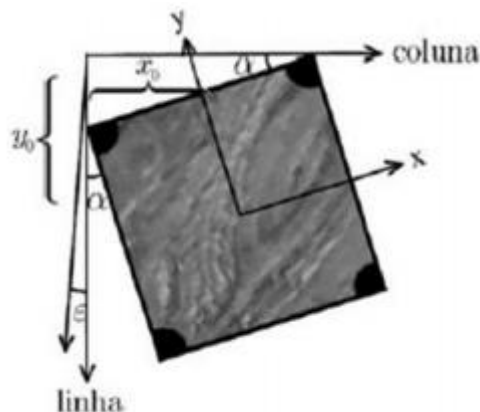
$$y = -C_x \sin(\alpha + \varepsilon) \cdot \text{coluna} + C_y \cos(\alpha + \varepsilon) \cdot \text{linha} + Y_0 \quad (5)$$

Essas expressões podem ser descritas de forma linear como se apresentam nas equações 6 e 7:

$$x = a_0 + a_1 \cdot \text{coluna} + a_2 \cdot \text{linha} \quad (6)$$

$$y = b_0 + b_1 \cdot \text{coluna} + b_2 \cdot \text{linha} \quad (7)$$

Figura 9 - Transformação afim (caso geral).



Fonte: Brito e Coelho filho (2009).

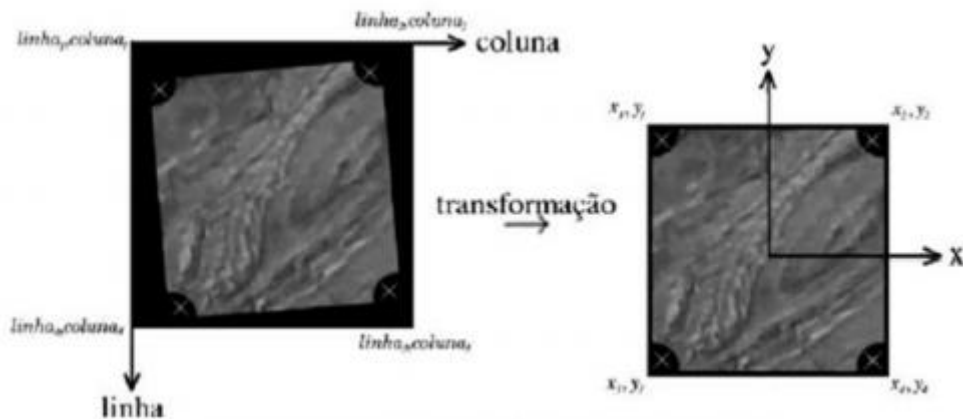
Para deduzir os valores utiliza-se um ajustamento de observações, sendo o modelo paramétrico o mais adequado, uma vez que ajusta simultaneamente as observações e os parâmetros (incógnitas). No caso linear as equações 6 e 7 as incógnitas são os valores de  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_0$ ,  $b_1$  e  $b_2$  - parâmetros de transformação,



entre os dois sistemas. Os valores de X e Y das marcas fiduciais são obtidos do certificado de calibração da câmera como as incógnitas são em número de seis, há necessidade de no mínimo seis observações para uma solução (Brito e Coelho Filho, 2009).

A figura 10, nos mostra quatro marcas fiduciais, sendo que na pior das hipóteses algumas câmaras têm oito ou até mais marcas fiduciais, num total de quatro coordenadas que geram oito coordenadas ( $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3, x_4, y_4$  e linha1, coluna1, linha2, coluna2, linha3, coluna3, linha4, coluna4), duas a mais que o mínimo necessário para resolução de um sistema de equações lineares (Brito e Coelho Filho, 2009).

Figura 10 - Marcas fiduciais em ambos sistemas.



Fonte: Brito e Coelho filho (2009).

Rearranjando as equações 6 e 7 em forma matricial e isolando o vetor que contém incógnitas, chega-se à equação 8:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & coluna & linha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & coluna & linha \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (8)$$

Já, para quatro marcas fiduciais, como demonstra a equação 9, o sistema ficará da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ x_3 \\ y_3 \\ x_4 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & coluna1 & linha1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & coluna1 & linha1 \\ 1 & coluna2 & linha2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & coluna2 & linha2 \\ 1 & coluna3 & linha3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & coluna3 & linha3 \\ 1 & coluna4 & linha4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & coluna4 & linha4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

### 2.2.2 Modelo matemático

O método paramétrico descrito de forma mais comum empregado no ajustamento, pode ser encontrado em Gemael (1994) e é mostrado através das equações 10, 11 e 12:

$$X_a = (A^T P A)^{-1} \cdot (A^T P L_b) \quad (10)$$

$$V = A X_a - L_b \quad (11)$$

$$L_a = L_b + V \quad (12)$$

Onde:

$X_a$  é o vetor dos parâmetros  $a_0, a_1, a_2, b_0, b_1$  e  $b_2$  ajustados (intuito de conhecer):

$$X_a = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}_{\text{ajustados.}}$$

$A$  é a matriz dos coeficientes dos parâmetros, que contém, entre outros, valores das coordenadas de pixel das marcas fiduciais:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \text{coluna}_1 & \text{linha}_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \text{coluna}_1 & \text{linha}_1 \\ 1 & \text{coluna}_2 & \text{linha}_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \text{coluna}_2 & \text{linha}_2 \\ 1 & \text{coluna}_3 & \text{linha}_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \text{coluna}_3 & \text{linha}_3 \\ 1 & \text{coluna}_4 & \text{linha}_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \text{coluna}_4 & \text{linha}_4 \end{bmatrix}.$$

$L_b$  é o vetor das observações, que são os valores das coordenadas em milímetros das marcas fiduciais:

$$L_b = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ x_3 \\ y_3 \\ x_4 \\ y_4 \end{bmatrix}.$$

$P$  é a matriz-peso das observações. É idêntica à matriz-identidade se, e somente se, todas as marcas fiduciais tiverem desvio-padrão idêntico. Os valores são facilmente adquiridos no certificado de calibração da câmara;

$\sigma_0^2$  é a variância de referência;  
 $\sum X_{L_b}$  é a matriz variância-covariância das observações:

$$P = \sigma_0^2 \left( \sum X_{L_b} \right)^{-1};$$

$L_a$  é o vetor das observações ajustadas:

$$L_a = \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ x_2 \\ y_2 \\ x_3 \\ y_3 \\ x_4 \\ y_4 \end{bmatrix}_{\text{ajustadas}};$$

$V$  é o vetor dos resíduos.

Devemos esclarecer que um ponto que pode gerar confusão é a questão sobre as observações do modelo paramétrico onde consideramos a transformação em tela de (pixels para milímetros). A questão a ser levada em conta é quais são as observações do modelo paramétrico?

Segundo Brito e Coelho Filho (2009), as observações são as coordenadas das marcas fiduciais, como dito antes, provém do certificado de calibração da câmara, que são considerados finos ou isentos de erros. O que irá variar, na verdade, são os valores dos coeficientes da transformação afim (as incógnitas do sistema  $Xa$ ) e os valores apresentados para as coordenadas das marcas fiduciais (vetor  $L_a$ ).



De acordo com Brito e Coelho Filho (2009), a transformação ortonormal, também chamada de afim ortogonal, é uma variante da afim para o caso em que ambos os sistemas são ortogonais ( $\varepsilon = 0$ ). A formulação para esse caso (figura 11) recai em 4 e 5 com  $\varepsilon = 0$ :

$$x = C_x \cos \alpha \cdot \text{coluna} + C_y \sin \alpha \cdot \text{linha} + X_0 \quad (16)$$

$$y = -C_x \sin \alpha \cdot \text{coluna} + C_y \cos \alpha \cdot \text{linha} + Y_0 \quad (17)$$

Nesse caso faz-se necessário um ajustamento pelo modelo paramétrico não linear, que exige valores aproximados de partida para parâmetros, como já discutido:

$$C_x \text{ varia em torno de } \frac{\text{lado da foto em milímetros}}{\text{lado da foto em pixels}} \text{ mm/px};$$

$$C_y \text{ em torno de } - \frac{\text{lado da foto em milímetros}}{\text{lado da foto em pixels}} \text{ mm/px};$$

$\alpha$  inicialmente pode ser arbitrado igual a zero;

$$X_0 = - \frac{\text{lado da foto}}{2} \text{ (em mm)};$$

$$Y_0 = \frac{\text{lado da foto}}{2} \text{ (em mm)}.$$

Esses valores são colocados numa matriz de parâmetros inicial  $X_0$ . A matriz  $A$  receberá as derivadas parciais da equação 16 em relação a todos os parâmetros e as da equação 17 na linha subsequente dessa matriz serão repetidos tais valores quantas vezes forem necessárias para o número de observações (no caso de quatro marcas, "A" terá 8 linhas) (Brito e Coelho Filho, 2009).

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial C_x} & \frac{\partial x_1}{\partial C_y} & \frac{\partial x_1}{\partial \alpha} & \frac{\partial x_1}{\partial X_0} & \frac{\partial x_1}{\partial Y_0} \\ \frac{\partial y_1}{\partial C_x} & \frac{\partial y_1}{\partial C_y} & \frac{\partial y_1}{\partial \alpha} & \frac{\partial y_1}{\partial X_0} & \frac{\partial y_1}{\partial Y_0} \\ \frac{\partial x_2}{\partial C_x} & \frac{\partial x_2}{\partial C_y} & \frac{\partial x_2}{\partial \alpha} & \frac{\partial x_2}{\partial X_0} & \frac{\partial x_2}{\partial Y_0} \\ \frac{\partial y_2}{\partial C_x} & \frac{\partial y_2}{\partial C_y} & \frac{\partial y_2}{\partial \alpha} & \frac{\partial y_2}{\partial X_0} & \frac{\partial y_2}{\partial Y_0} \\ \frac{\partial x_3}{\partial C_x} & \frac{\partial x_3}{\partial C_y} & \frac{\partial x_3}{\partial \alpha} & \frac{\partial x_3}{\partial X_0} & \frac{\partial x_3}{\partial Y_0} \\ \frac{\partial y_3}{\partial C_x} & \frac{\partial y_3}{\partial C_y} & \frac{\partial y_3}{\partial \alpha} & \frac{\partial y_3}{\partial X_0} & \frac{\partial y_3}{\partial Y_0} \\ \frac{\partial x_4}{\partial C_x} & \frac{\partial x_4}{\partial C_y} & \frac{\partial x_4}{\partial \alpha} & \frac{\partial x_4}{\partial X_0} & \frac{\partial x_4}{\partial Y_0} \\ \frac{\partial y_4}{\partial C_x} & \frac{\partial y_4}{\partial C_y} & \frac{\partial y_4}{\partial \alpha} & \frac{\partial y_4}{\partial X_0} & \frac{\partial y_4}{\partial Y_0} \end{bmatrix};$$

$$L_0 = A \cdot X_0 \quad (18)$$

$$X_a = X_0 - (A^T P A)^{-1} \cdot [(A^T P (L_0 - L_b))] \quad (19)$$

As demais matrizes para esta equação seguem as fórmulas do caso linear, descritos anteriormente no subcapítulo 2.2.1; p. 22.

#### 2.2.4 Transformação isogonal

De acordo com Brito e Coelho Filho (2009), a transformação isogonal, também chamada de afim isogonal de Helmert, de similaridade conforme ou euclidiana, trata-se de uma variação do caso ortogonal, considerando que o fator de escala é constante, ou seja,  $Cx = Cy$ . A formulação torna-se então:

$$x = C \cos \alpha \cdot \text{coluna} + C \sin \alpha \cdot \text{linha} + X_0 \quad (20)$$

$$y = -C \sin \alpha \cdot \text{coluna} + C \cos \alpha \cdot \text{linha} + Y_0 \quad (21)$$

Essa transformação permite linearização, reduzindo-se à forma:

$$x = a \cdot \text{coluna} + b \cdot \text{linha} + c \quad (22)$$

$$y = -b \cdot \text{coluna} + a \cdot \text{linha} + d \quad (23)$$

Na forma matricial, tal arranjo ficaria deste modo:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{coluna} & \text{linha} & 1 & 0 \\ \text{linha} & -\text{coluna} & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \quad (24)$$

Os valores das equações 22, 23 e 24 mesmos que estejam corretos matematicamente não funcionarão no caso da transformação entre coordenadas pixel e milímetro pelo fato do eixo y do sistema analógico estar invertido em relação ao homólogo no sistema digital (pixels), o que implica que os valores de  $Cx$  estejam positivos e os de  $Cy$ , sejam muito próximos ou até mesmo iguais em modulo, negativos (Brito e Coelho Filho, 2009). Soluciona -se com o rebatimento do eixo Y. As novas fórmulas serão as seguintes:

$$x = a.coluna + b.linha + c \quad (25)$$

$$x = b.coluna - a.linha + d \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} coluna & linha & 1 & 0 \\ -linha & coluna & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \quad (27)$$

Esses quatro parâmetros são calculados por um ajustamento linear, sendo a matriz A igual a:

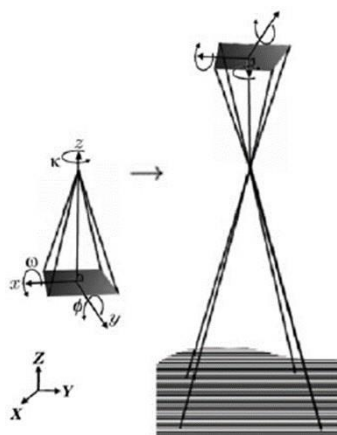
$$\begin{bmatrix} coluna1 & linha1 & 1 & 0 \\ -linha1 & coluna1 & 0 & 1 \\ coluna2 & linha2 & 1 & 0 \\ -linha2 & coluna2 & 0 & 1 \\ coluna3 & linha3 & 1 & 0 \\ -linha3 & coluna3 & 0 & 1 \\ coluna4 & linha4 & 1 & 0 \\ -linha4 & coluna4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

O restante das equações do procedimento será análogo ao subcapítulo 2.2.2; p. 26.

### 2.3 Orientação Exterior

Segundo Brito e Coelho Filho (2009), a base do objetivo da orientação exterior é a obtenção da posição e da atitude do sensor ao coletar cada imagem fotográfica em relação ao referencial do espaço-objeto. Como mostra na Figura 12, a seguir:

Figura 12 - Objetivo da orientação exterior.



Fonte: Brito e Coelho filho (2009).

Pode-se dizer, então, que uma imagem está orientada exteriormente se são conhecidos seus seis parâmetros de orientação exterior: as coordenadas no espaço-objeto para o centro de perspectiva e os ângulos de rotação ou de atitude do sensor ( $\varphi$ ,  $\omega$  e  $\kappa$ ). Com a orientação exterior, não há a necessidade de se realizarem duas etapas diferentes (orientação relativa e absoluta). Sabendo-se os seis parâmetros já enumerados, para cada uma das imagens de um voo, pode-se reconstruí-lo totalmente. Obviamente, algumas restrições se aplicam (Brito e Coelho Filho, 2009). Dentre essas, destacam-se:

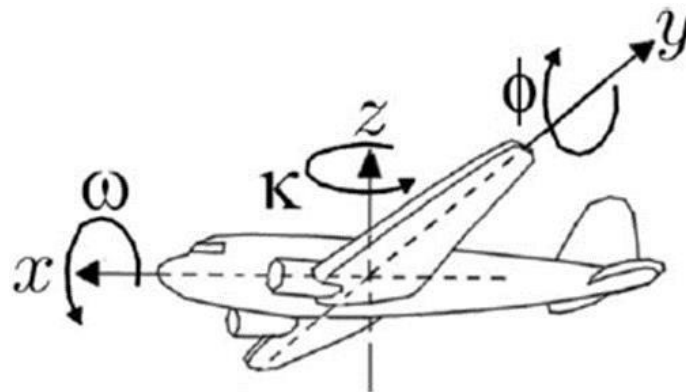
- A suposição de continuidade do espaço-objeto (prédios e construções em geral podem ser vistos como descontinuidades);
- O fato de o problema em questão pertencer à classe dos problemas “mal condicionados”, isto é, uma pequena variação no cálculo de parâmetros pode implicar soluções totalmente diferentes e inconsistentes

### **2.3.1 Os parâmetros da Orientação Exterior**

Como já citado no tópico anterior, há seis parâmetros que localizam a imagem no espaço. Segue uma explicação mais detalhada de cada um deles.  $X_0$ ,  $Y_0$  e  $Z_0$  representam a posição do centro de perspectiva nos eixos X, Y e Z (respectivamente) do sistema de coordenadas do espaço-objeto. Os ângulos de Euler ( $\varphi$ ,  $\omega$  e  $\kappa$ ), por seu turno, significam rotações sofridas pelo sistema local de coordenadas x, y e z (de cada câmara) em relação ao referencial do terreno (X, Y e Z). Rotacionando x, y e z de  $-\varphi$ ,  $-\omega$  e  $-\kappa$ , pode-se torná-lo paralelo a X, Y e Z. A matriz de rotação equivalente a cada ângulo expressa a transformação necessária para rotacionar um sistema em relação a outro de tal ângulo. Multiplicando-se todas, pode-se obter a matriz de rotação R, que equivale aos três movimentos simultaneamente (Brito e Coelho Filho, 2009).



Figura 13 - Parâmetros de atitude de um sensor fotogramétrico colocado em plataforma aérea.



Fonte: Brito e Coelho filho (2009).

$$R_{\phi} = \begin{bmatrix} \cos\phi & 0 & -\sin\phi \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin\phi & 0 & \cos\phi \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$R_{\omega} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\omega & \sin\omega \\ 0 & -\sin\omega & \cos\omega \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$R_{\kappa} = \begin{bmatrix} \cos\kappa & \sin\kappa & 0 \\ -\sin\kappa & \cos\kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (30)$$

Assim,  $R_{\phi} \cdot R_{\omega} \cdot R_{\kappa} = R$  é igual a:

$$R = \begin{bmatrix} \cos\phi\cos\kappa & -\cos\phi\sin\kappa & \sin\phi \\ \cos\omega\sin\kappa + \sin\omega\sin\phi\cos\kappa & \cos\omega\cos\kappa - \sin\omega\sin\phi\sin\kappa & -\sin\omega\cos\phi \\ \sin\omega\sin\kappa - \cos\omega\sin\phi\cos\kappa & \sin\omega\cos\kappa + \cos\omega\sin\phi\sin\kappa & \cos\omega\cos\phi \end{bmatrix} \quad (31)$$

Para simplificar, pode-se dizer que:

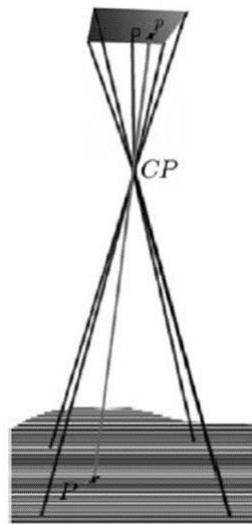
$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix} \quad (32)$$

R rotaciona um terno de coordenadas do espaço-imagem para o espaço objeto. Já  $M$ , que é igual a  $R^{-1}$  ou  $R^T$ , rotaciona um terno de coordenadas do espaço-objeto para o espaço-imagem. Note que a igualdade  $R^{-1} = R^T$  é válida se, e somente se, a matriz  $R$  for ortogonal, o que é o caso.  $R$  é o produto de três matrizes ortogonais ( $R_\phi$ ,  $R_\omega$  e  $R_k$ ). Logo,  $R$  é ortogonal e, portanto, vale tal igualdade (Brito e Coelho Filho, 2009).

### 2.3.2 Equações de colinearidade

Segundo Brito e Coelho Filho (2009), as duas equações de colinearidade podem ser consideradas a base da fotogrametria digital, uma vez que relacionam os parâmetros da orientação exterior, as coordenadas fotográficas de um ponto e as coordenadas tridimensionais do mesmo ponto no sistema referencial do terreno ou do espaço-objeto. A demonstração dessa formulação decorre da condição de colinearidade, que pode ser enunciada da seguinte forma: no momento da tomada da fotografia, o ponto-objeto  $P$ , o centro de projeção  $O$  e o ponto-imagem  $p$  formam uma linha reta. A figura X oferece uma descrição gráfica dessa condição. Nela, podemos ver um ponto-objeto ( $P$ ), marcado com uma cruz, e a linha reta que o une ao seu respectivo ponto-imagem ( $p$ ), também marcado com uma cruz, sobre a foto. Na linha reta que une os dois, encontra-se o centro de perspectiva ( $CP$ ):

Figura 14 - Condição de colinearidade.



Fonte: Brito e Coelho filho (2009).

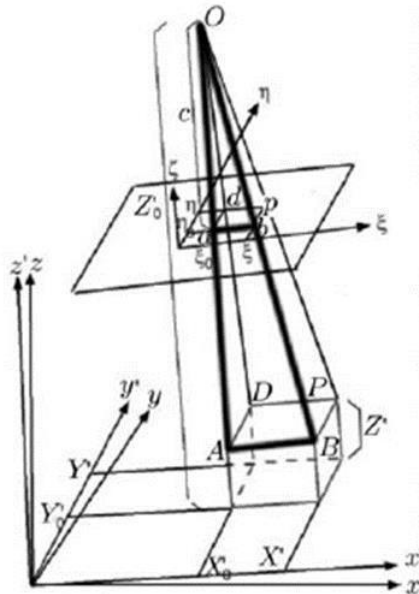


Z'), que nada mais é do que o primeiro rotacionado dos ângulos de atitude da câmara, de modo que seja paralelo ao sistema de coordenadas do referencial da imagem fotográfica (espaço-imagem). Os pontos auxiliares A, B, D e P estão posicionados nesse sistema. O centro perspectivo, ou O, terá as coordenadas X'o,Y'o e Z'o e, ao passo que P terá como coordenadas X',Y' e Z' (Brito e Coelho Filho, 2009). Com esses conceitos, podem ser enunciadas duas relações de razão e proporção, sendo a primeira:

$$\begin{aligned} Oab &\propto OAB \\ \frac{\xi - \xi_0}{c} &= \frac{X' - X'_0}{Z'_0 - Z'} \end{aligned} \quad (33)$$

As relações de proporcionalidade podem ser facilmente visualizadas abaixo:

Figura 16 - Primeira relação de proporcionalidade.



Fonte: Brito e Coelho filho (2009).

$$Oab \propto OAB$$

A outra proporção, que pode ser igualmente observada, é:

$$Oad \propto OAD$$



$$R^{-1} = R^T;$$

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}. \quad (38)$$

Utilizando as mesmas e lembrando que  $(Z_0' - z') = (z' - z'_0)$ ,

$$\xi = \xi_0 - c \frac{r_{11}(X - X_0) + r_{21}(Y - Y_0) + r_{31}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} \quad (39)$$

$$\eta = \eta_0 - c \frac{r_{12}(X - X_0) + r_{22}(Y - Y_0) + r_{32}(Z - Z_0)}{r_{13}(X - X_0) + r_{23}(Y - Y_0) + r_{33}(Z - Z_0)} \quad (40)$$

Estas equações 39 e 40 são denominadas como equações de colinearidade, através dela pode-se realizar uma série de Cálculos que serão descritos nos próximos tópicos.

### 2.3.3 A resseção espacial

Segundo Brito e Coelho Filho (2009), através das equações de colinearidade, podemos determinar os seis elementos de orientação exterior de uma fotografia ( $X_0$ ,  $Y_0$ ,  $Z_0$ ,  $\Phi$ ,  $\omega$ ,  $K$ ) a partir de três pontos de controle não colineares. Como os pontos de controle identificados nas imagens, são conhecidas suas coordenadas no espaço imagem digital (pixel), conforme. Através desse método chega-se às coordenadas no sistema analógico (fotográfico)  $\xi_1$  e  $\Pi_1$ ,  $\xi_2$  e  $\Pi_2$ ,  $\xi_3$  e  $\Pi_3$ , e também com suas coordenadas tridimensionais  $X_1$ ,  $Y_1$  e  $Z_1$ ;  $X_2$ ,  $Y_2$  e  $Z_2$ ;  $X_3$ ,  $Y_3$  e  $Z_3$ . Com a distância focal, e as coordenadas do ponto principal  $\xi_0$  e  $\Pi_0$  (no espaço imagem) conhecidas através do certificado de calibração da câmara, se caso contrário podem ser adotados valores das medias dessas coordenadas das marcas fiduciais. Com todos esses valores conhecidos, resta apenas determinar as incógnitas. Um exemplo literal vem a seguir, considerando-se quatro pontos de controle. Dados:

- distância principal (ou focal, ou focal calibrada):  $c$ ;
- coordenadas do ponto principal:  $\xi_0$  e  $\Pi_0$ ;

- coordenadas de quatro pontos de controle no espaço-imagem:  $\eta_1$  e  $\xi_1$ ;  $\xi_2$  e  $\eta_2$ ;  $\xi_3$  e  $\eta_3$ ;  $\xi_4$  e  $\eta_4$ ;

- Coordenadas de quatro pontos de controle no espaço-objeto:  $X_1, Y_1$  e  $Z_1$ ;  $X_2, Y_2$  e  $Z_2$ ;  $X_3, Y_3$  e  $Z_3$ ;  $X_4, Y_4$  e  $Z_4$ .

Fórmulas:

$$\xi_1 = \xi_0 - c \frac{r_{11}(X_1 - X_0) + r_{21}(Y_1 - Y_0) + r_{31}(Z_1 - Z_0)}{r_{13}(X_1 - X_0) + r_{23}(Y_1 - Y_0) + r_{33}(Z_1 - Z_0)};$$

$$\eta_1 = \eta_0 - c \frac{r_{12}(X_1 - X_0) + r_{22}(Y_1 - Y_0) + r_{32}(Z_1 - Z_0)}{r_{13}(X_1 - X_0) + r_{23}(Y_1 - Y_0) + r_{33}(Z_1 - Z_0)};$$

$$\xi_2 = \xi_0 - c \frac{r_{11}(X_2 - X_0) + r_{21}(Y_2 - Y_0) + r_{31}(Z_2 - Z_0)}{r_{13}(X_2 - X_0) + r_{23}(Y_2 - Y_0) + r_{33}(Z_2 - Z_0)};$$

$$\eta_2 = \eta_0 - c \frac{r_{12}(X_2 - X_0) + r_{22}(Y_2 - Y_0) + r_{32}(Z_2 - Z_0)}{r_{13}(X_2 - X_0) + r_{23}(Y_2 - Y_0) + r_{33}(Z_2 - Z_0)};$$

$$\xi_3 = \xi_0 - c \frac{r_{11}(X_3 - X_0) + r_{21}(Y_3 - Y_0) + r_{31}(Z_3 - Z_0)}{r_{13}(X_3 - X_0) + r_{23}(Y_3 - Y_0) + r_{33}(Z_3 - Z_0)};$$

$$\eta_3 = \eta_0 - c \frac{r_{12}(X_3 - X_0) + r_{22}(Y_3 - Y_0) + r_{32}(Z_3 - Z_0)}{r_{13}(X_3 - X_0) + r_{23}(Y_3 - Y_0) + r_{33}(Z_3 - Z_0)};$$

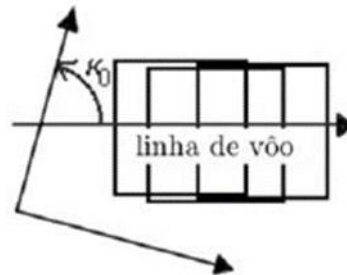
$$\xi_4 = \xi_0 - c \frac{r_{11}(X_4 - X_0) + r_{21}(Y_4 - Y_0) + r_{31}(Z_4 - Z_0)}{r_{13}(X_4 - X_0) + r_{23}(Y_4 - Y_0) + r_{33}(Z_4 - Z_0)};$$

$$\eta_4 = \eta_0 - c \frac{r_{12}(X_4 - X_0) + r_{22}(Y_4 - Y_0) + r_{32}(Z_4 - Z_0)}{r_{13}(X_4 - X_0) + r_{23}(Y_4 - Y_0) + r_{33}(Z_4 - Z_0)}.$$

Verifica-se então que, para que seja realizado um ajustamento, são necessárias aproximações iniciais para as incógnitas, uma vez que o modelo matemático é não-linear. Esses valores, chamados de  $X_{00}, Y_{00}, Z_{00}, \phi_0, \omega_0$  e  $\kappa_0$ , podem ser estimados de diferentes formas, como enunciado por Kraus (1999): por intermédio do ajustamento por modelos independentes, da transformação linear direta (geometria projetiva) ou adotando-se os valores  $\phi_0 = 0, \omega_0 = 0$  e  $\kappa_0$  dados pela direção de vôo (ângulo, no sentido anti-horário, necessário para fazer coincidir a linha de vôo com o eixo X do sistema de coordenadas de terreno, conforme a figura 18). Os valores  $X_{00}, Y_{00}$  e  $Z_{00}$  ainda podem ser obtidos de duas maneiras: uma é realizando a ressecção espacial considerando  $\phi_0, \omega_0$  e  $\kappa_0$  valores para, e; a outra é promovendo uma transformação afim, nos mesmos moldes da realizada para a orientação interior, mas desta vez relacionando coordenadas fotográficas com coordenadas planimétricas de

terreno. Ao obter esses parâmetros de transformação, os mesmos são utilizados para calcular  $X_{00}$  e  $Y_{00}$  a partir de  $\xi_0$  e  $\eta_0$ .  $Z_{00}$ , para este caso, é a soma da altura de vôo e o plano médio do terreno, que são previstos desde o planejamento da cobertura fotogramétrica (Brito e Coelho Filho, 2009).

Figura 18 - Linhas de voo.



Fonte: Brito e Coelho filho (2009).

Agora, pode-se realizar um ajustamento pelo modelo não-linear, que segue esta formulação:

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi_1}{\partial X_0} & \frac{\partial \xi_1}{\partial Y_0} & \frac{\partial \xi_1}{\partial Z_0} & \frac{\partial \xi_1}{\partial \phi_0} & \frac{\partial \xi_1}{\partial \omega_0} & \frac{\partial \xi_1}{\partial \kappa_0} \\ \frac{\partial \eta_1}{\partial X_0} & \frac{\partial \eta_1}{\partial Y_0} & \frac{\partial \eta_1}{\partial Z_0} & \frac{\partial \eta_1}{\partial \phi_0} & \frac{\partial \eta_1}{\partial \omega_0} & \frac{\partial \eta_1}{\partial \kappa_0} \\ \frac{\partial \xi_2}{\partial X_0} & \frac{\partial \xi_2}{\partial Y_0} & \frac{\partial \xi_2}{\partial Z_0} & \frac{\partial \xi_2}{\partial \phi_0} & \frac{\partial \xi_2}{\partial \omega_0} & \frac{\partial \xi_2}{\partial \kappa_0} \\ \frac{\partial \eta_2}{\partial X_0} & \frac{\partial \eta_2}{\partial Y_0} & \frac{\partial \eta_2}{\partial Z_0} & \frac{\partial \eta_2}{\partial \phi_0} & \frac{\partial \eta_2}{\partial \omega_0} & \frac{\partial \eta_2}{\partial \kappa_0} \\ \frac{\partial \xi_3}{\partial X_0} & \frac{\partial \xi_3}{\partial Y_0} & \frac{\partial \xi_3}{\partial Z_0} & \frac{\partial \xi_3}{\partial \phi_0} & \frac{\partial \xi_3}{\partial \omega_0} & \frac{\partial \xi_3}{\partial \kappa_0} \\ \frac{\partial \eta_3}{\partial X_0} & \frac{\partial \eta_3}{\partial Y_0} & \frac{\partial \eta_3}{\partial Z_0} & \frac{\partial \eta_3}{\partial \phi_0} & \frac{\partial \eta_3}{\partial \omega_0} & \frac{\partial \eta_3}{\partial \kappa_0} \\ \frac{\partial \xi_4}{\partial X_0} & \frac{\partial \xi_4}{\partial Y_0} & \frac{\partial \xi_4}{\partial Z_0} & \frac{\partial \xi_4}{\partial \phi_0} & \frac{\partial \xi_4}{\partial \omega_0} & \frac{\partial \xi_4}{\partial \kappa_0} \\ \frac{\partial \eta_4}{\partial X_0} & \frac{\partial \eta_4}{\partial Y_0} & \frac{\partial \eta_4}{\partial Z_0} & \frac{\partial \eta_4}{\partial \phi_0} & \frac{\partial \eta_4}{\partial \omega_0} & \frac{\partial \eta_4}{\partial \kappa_0} \end{bmatrix};$$

As demais estatísticas de qualidade e precisão seguem as fórmulas já descritas no capítulo referente a Orientação Interior.

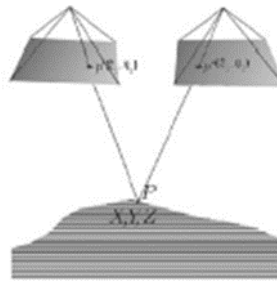
### 2.3.4 A interseção espacial

Segundo Brito e Coelho Filho (2009), conhecendo os parâmetros da orientação exterior para um par de fotografias com superposição ( $X_{01}$ ,  $Y_{01}$ ,  $Z_{01}$ ,  $\phi_1$ ,  $\omega_1$  e  $\kappa_1$ ;  $X_{02}$ ,  $Y_{02}$ ,  $Z_{02}$ ,  $\phi_2$ ,  $\omega_2$  e  $\kappa_2$ ), pode-se, a partir das mesmas equações de colinearidade, gerar as coordenadas tridimensionais de um ponto, referidas ao sistema do espaço objeto (terreno). Na verdade, devemos destacar o aspecto iterativo dessa abordagem. São



calculadas correções às aproximações iniciais das incógnitas até que a solução apareça. Isso se deve ao fato de, desta vez, serem conhecidos os parâmetros para cada foto, mais as coordenadas do ponto principal no sistema fotográfico e a distância focal. Havendo estereoscopia entre as imagens, é possível localizar as coordenadas de determinado ponto no sistema fotográfico de cada uma das imagens ( $\xi_1$  e  $\eta_1$ ;  $\xi_2$  e  $\eta_2$ ), como atesta a figura 19:

Figura 19 - Interseção espacial.



Fonte: Brito e Coelho filho (2009).

As equações de colinearidade podem, então, ser reescritas da seguinte forma:

$$\xi_1 = \xi_{01} - c \frac{r_{11_1}(X - X_{01}) + r_{21_1}(Y - Y_{01}) + r_{31_1}(Z - Z_{01})}{r_{13_1}(X - X_{01}) + r_{23_1}(Y - Y_{01}) + r_{33_1}(Z - Z_{01})};$$

$$\eta_1 = \eta_{01} - c \frac{r_{12_1}(X - X_{01}) + r_{22_1}(Y - Y_{01}) + r_{32_1}(Z - Z_{01})}{r_{13_1}(X - X_{01}) + r_{23_1}(Y - Y_{01}) + r_{33_1}(Z - Z_{01})};$$

$$\xi_2 = \xi_{02} - c \frac{r_{11_2}(X - X_{02}) + r_{21_2}(Y - Y_{02}) + r_{31_2}(Z - Z_{02})}{r_{13_2}(X - X_{02}) + r_{23_2}(Y - Y_{02}) + r_{33_2}(Z - Z_{02})};$$

$$\eta_2 = \eta_{02} - c \frac{r_{12_2}(X - X_{02}) + r_{22_2}(Y - Y_{02}) + r_{32_2}(Z - Z_{02})}{r_{13_2}(X - X_{02}) + r_{23_2}(Y - Y_{02}) + r_{33_2}(Z - Z_{02})}.$$

Como o ponto em questão é o mesmo, as incógnitas passam a ser suas coordenadas tridimensionais no espaço-objeto (X, Y e Z). Ao todo, o número de equações é igual a quatro. Logo, há superabundância de dados e um ajustamento por mínimos quadrados, nos moldes da ressecção espacial, pode ser aplicado (Brito e Coelho Filho, 2009). Para facilitar o ajustamento, é possível isolar os valores de X e Y, como exibido a seguir:

$$X = X_0 + (Z - Z_0) \frac{r_{11}(\xi - \xi_0) + r_{12}(\eta - \eta_0) - r_{13}c}{r_{31}(\xi - \xi_0) + r_{32}(\eta - \eta_0) - r_{33}c} \quad (41)$$

$$Y = Y_0 + (Z - Z_0) \frac{r_{21}(\xi - \xi_0) + r_{22}(\eta - \eta_0) - r_{23}c}{r_{31}(\xi - \xi_0) + r_{32}(\eta - \eta_0) - r_{33}c} \quad (42)$$

$$Z = \frac{X_{0_2} - Z_{0_2}K_{x_2} + Z_{0_1}k_{x_1} - X_{0_1}}{k_{x_1} - k_{x_2}} \quad (43)$$

Onde:

$$k_{x_i} = \frac{r_{11_i}(\xi_i - \xi_{0_i}) + r_{12_i}(\eta_i - \eta_{0_i}) - r_{13_i}c}{r_{31_i}(\xi_i - \xi_{0_i}) + r_{32_i}(\eta_i - \eta_{0_i}) - r_{33_i}c} ;$$

$$k_{y_i} = \frac{r_{21_i}(\xi_i - \xi_{0_i}) + r_{22_i}(\eta_i - \eta_{0_i}) - r_{23_i}c}{r_{31_i}(\xi_i - \xi_{0_i}) + r_{32_i}(\eta_i - \eta_{0_i}) - r_{33_i}c} . \quad (44, 45)$$

As equações 44 e 45 respectivamente e os valores de  $k_{x_i}$  e  $k_{y_i}$  podem então ser desmembrados para a primeira e a segunda imagens (ou para mais imagens) da interseção espacial, o que levará às seguintes equações:

$$X = X_{0_1} + (Z - Z_{0_1}) \frac{r_{11_1}(\xi_1 - \xi_{0_1}) + r_{12_1}(\eta_1 - \eta_{0_1}) - r_{13_1}c}{r_{31_1}(\xi_1 - \xi_{0_1}) + r_{32_1}(\eta_1 - \eta_{0_1}) - r_{33_1}c} ;$$

$$Y = Y_{0_1} + (Z - Z_{0_1}) \frac{r_{21_1}(\xi_1 - \xi_{0_1}) + r_{22_1}(\eta_1 - \eta_{0_1}) - r_{23_1}c}{r_{31_1}(\xi_1 - \xi_{0_1}) + r_{32_1}(\eta_1 - \eta_{0_1}) - r_{33_1}c} ;$$

$$X = X_{0_2} + (Z - Z_{0_2}) \frac{r_{11_2}(\xi_2 - \xi_{0_2}) + r_{12_2}(\eta_2 - \eta_{0_2}) - r_{13_2}c}{r_{31_2}(\xi_2 - \xi_{0_2}) + r_{32_2}(\eta_2 - \eta_{0_2}) - r_{33_2}c} ;$$

$$Y = Y_{0_2} + (Z - Z_{0_2}) \frac{r_{21_2}(\xi_2 - \xi_{0_2}) + r_{22_2}(\eta_2 - \eta_{0_2}) - r_{23_2}c}{r_{31_2}(\xi_2 - \xi_{0_2}) + r_{32_2}(\eta_2 - \eta_{0_2}) - r_{33_2}c} ;$$

$$Z = \frac{X_{0_2} - Z_{0_2}k_{x_2} + Z_{0_1}k_{x_1} - X_{0_1}}{k_{x_1} - k_{x_2}} ;$$

Onde:

$$R_w \cdot R_\phi \cdot R_\kappa = R ;$$

$$k_{y_1} = \frac{r_{21_1}(\xi_1 - \xi_{0_1}) + r_{22_1}(\eta_1 - \eta_{0_1}) - r_{23_1}c}{r_{31_1}(\xi_1 - \xi_{0_1}) + r_{32_1}(\eta_1 - \eta_{0_1}) - r_{33_1}c} ;$$

$$k_{x_2} = \frac{r_{11_2}(\xi_2 - \xi_{0_2}) + r_{12_2}(\eta_2 - \eta_{0_2}) - r_{13_2}c}{r_{31_2}(\xi_2 - \xi_{0_2}) + r_{32_2}(\eta_2 - \eta_{0_2}) - r_{33_2}c} ;$$

$$k_{y_2} = \frac{r_{21_2}(\xi_2 - \xi_{0_2}) + r_{22_2}(\eta_2 - \eta_{0_2}) - r_{23_2}c}{r_{31_2}(\xi_2 - \xi_{0_2}) + r_{32_2}(\eta_2 - \eta_{0_2}) - r_{33_2}c} .$$

## 2.4 Fototriangulação

A fototriangulação pode ser feita pelo Método dos Modelos Independentes ou pelo Método de Ajustamento por Feixes Perspectivos. No caso de fotografias aéreas, normalmente utiliza-se o termo aerotriangulação ou triangulação aérea. O Método dos Modelos Independentes trata apenas um modelo (área de superposição longitudinal entre duas imagens consecutivas) de cada vez. O método dos feixes perspectivos permite que a fototriangulação seja executada para todas as imagens que compõem o espaço imagem e para todos os pontos fotogramétricos contidos nestas imagens em um único processo (SILVEIRA, 2004). A fototriangulação é a realização da recessão espacial e da intercessão espacial em um único processo (Mikhail et al., 2001).

## 2.5 Modelo Digital de Superfície

Entende-se como Modelo Digital de Superfície (MDS), para Assad e Sano (1998), o modelo matemático e digital que reproduz uma determinada superfície a partir de algoritmos e de pontos com coordenadas (x, y) conhecidas, com z variando continuamente nessa superfície.

Em outras palavras, tais pontos, agrupados, descrevem uma superfície real, ou seja, o conjunto de pontos simula o comportamento dessa superfície.

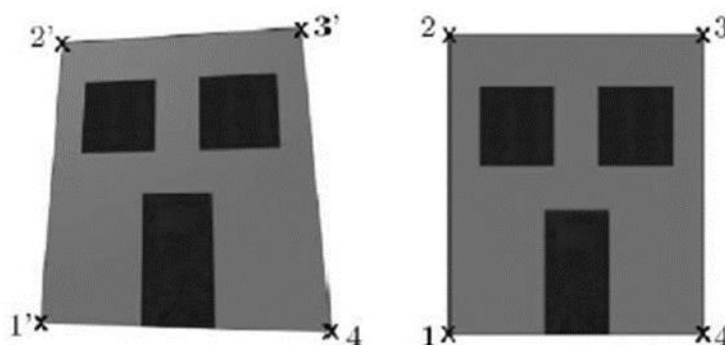
Além disso, esse tipo de modelo pode ser armazenado, de acordo com Assad e Sano (1998), em grades regulares, grades triangulares ou isolinhas.

## 2.6 Ortorretificação

Tanto as fotografias aéreas como as imagens de satélite podem sofrer com as deformações da inclinação do sensor e da variação de altitude. O procedimento para a eliminação dessas deformações, a fim minimizar tais erros, é chamado de ortorretificação, sendo que a imagem ortorretificada passa a ser denominada ortoimagem.

A ortorretificação baseia-se em um modelo matemático, o qual realiza a correspondência entre o espaço-imagem e o espaço-objeto, estabelecendo as correções das distorções que ocorrem na formação da imagem, mostrado na imagem a seguir.

Figura 20 - Imagem original com suas devidas inclinações, e imagem retificada.



Fonte: Brito e Coelho filho (2009).

## 3 METODOLOGIA

As aerofotos, analógicas posteriormente digitalizadas (pois se fossem digitais não teriam as marcas fiduciais, ou seja, a própria matriz dos pixels já é a marca fiducial, sendo assim, poderia utilizar qualquer pixel para ser uma referência), fornecidas junto com o software e-foto, se tratam de fotografias aéreas que foram obtidas por meio de câmera fotográfica analógica acoplada em uma aeronave, com plano de voo definido e tomadas sequencialmente em sobrevoo à cidade de Rio de Janeiro, no dia 09 de dezembro de 1995.

O trabalho foi executado principalmente com o auxílio de três softwares essenciais: e-foto, paint e excel; os dois primeiros para trabalhar com as imagens em si e o último com os dados coletados das mesmas.

### 3.1 Identificação e preenchimento dos parâmetros no software

Foram identificadas as características básicas das imagens, para então, iniciar o processo de criação do projeto no software e-foto, com a etapa de inserção das informações descritivas relacionadas ao trabalho e seus criadores, para compor as lacunas do cabeçalho do projeto (tais como: nome do projeto, descrição do mesmo, criadores e local onde será salvo), informações referentes ao terreno (altitude máxima, altitude mínima, latitude, longitude, fuso e datum), parâmetros do sensor (Id do sensor, descrição, comprimento focal calibrado e as quatro marcas fiduciais), parâmetros do voo (Id do voo, descrição, data de execução do voo, altitude de voo acima do nível do mar, escala nominal, sobreposição longitudinal e sobreposição transversal). Vale ressaltar que todas as informações preenchidas e mencionadas acima foram obtidas a partir do certificado de calibração da câmara fotográfica, este, disponibilizado pelo coordenador do projeto.

Figura 21 - Preenchimento dos dados referentes ao terreno.

The screenshot displays the 'eFoto Project Manager' application window. On the left, a tree view shows the project structure: Project Header, Terrain, Sensor, Flight, Images, and Points. The 'Terrain' section is selected and expanded. The main area shows the 'Terrain' configuration panel with the following fields and values:

Parameter	Value
Max Altitude	68.268 m
Min Altitude	4.595 m
Mean Altitude	36.431 m
GRS	SIRGAS2000
CPS	UTM
UTM Fuse	23
Latitude	22°47'56.00000"
Longitude	43°20'38.00000"

Buttons for 'Edit' and 'Southern Hemisphere' are also visible.

Fonte: O autor.

Figura 22 - Preenchimento dos dados referentes ao sensor.

The screenshot shows the 'Sensor' configuration window in the 'efoto[Project Manager]' application. The window title is 'efoto[Project Manager]' and it has a menu bar with 'Project', 'Execute', and 'Help'. The main area is titled 'Sensor' and contains several input fields for camera parameters. On the left, a tree view shows the project structure with 'Sensor' selected. At the bottom, there is an 'Edit' button.

Parameter	Value	SDev
$k_0$	-2,66700000e+05	0,00000000e+00
$k_1$	-1,81300000e-09	1,21700000e-08
$k_2$	-5,87700000e-14	1,09200000e-12
$k_3$	-5,90900000e-18	3,00900000e-17
Decentered		
Considered	Standard Deviations	Available
$P_1$	-6,27800000e-07	1,25400000e-07
$P_2$	7,17200000e-07	1,49500000e-07
Fiducial Marks (mm)		
4 marks	Standard Deviations	Not Available
$X_1$	113,000	Not Available
$Y_1$	0,016	Not Available
$X_2$	-113,006	Not Available
$Y_2$	0,018	Not Available
$X_3$	0,004	Not Available
$Y_3$	113,015	Not Available
$X_4$	0,007	Not Available
$Y_4$	-112,975	Not Available

Fonte: O autor.

Figura 23 - Preenchimento dos dados referentes ao voo.

The screenshot shows the 'Flight' configuration window in the 'efoto[Project Manager]' application. The window title is 'Voo - efoto[Project Manager]' and it has a menu bar with 'Project', 'Execute', and 'Help'. The main area is titled 'Flight' and contains several input fields for flight information and parameters. On the left, a tree view shows the project structure with 'Flight' selected. At the bottom, there is an 'Edit' button.

Field	Value
Flight Id	voo
Producer's Name	Aerofotogrametria
Description	Voo realizado sobre o Maracanã.
Date of Flight Execution	29/02/1996
Flight Parameters	
Nominal Flight Altitude Above Sea Level (m)	1000.00
Nominal Scale	1:1000
Longitudinal Overlap (%)	70.00
Transversal Overlap (%)	30.00

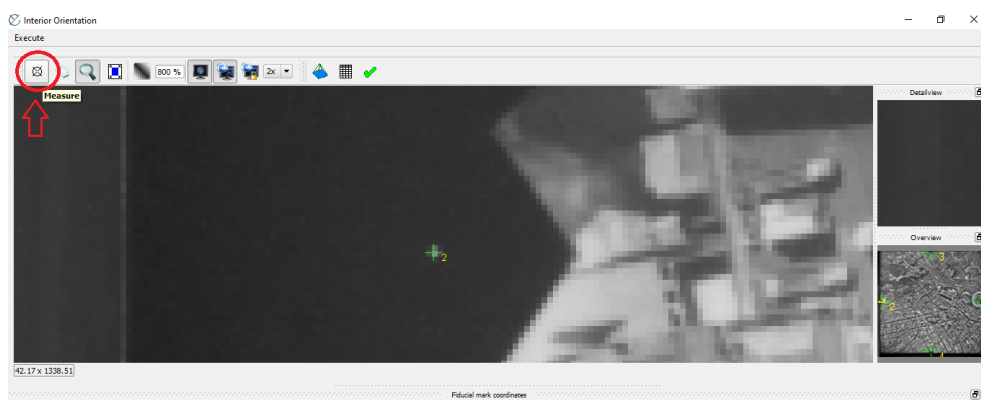
Fonte: O autor.

### 3.2 Procedimentos para executar a Orientação Interior

Posteriormente, na inserção de informações e parâmetros no software e-foto, dá-se pela importação das imagens, para então, efetuar o procedimento de orientação interior. Para realizar o procedimento de orientação interior, no canto superior esquerdo do e-foto, deve-se clicar em *execute* e posteriormente em *Interior*

*Orientation* e selecionar a imagem a qual será realizada o processo de orientação interior. Foram selecionadas cada uma das imagens, iniciando pela aerofoto 16. Na aba onde é praticado o procedimento de orientação interior, foram identificadas as quatro marcas fiduciais para então, com a ferramenta *measure*, buscar marcar o centro de cada uma das marcas fiduciais.

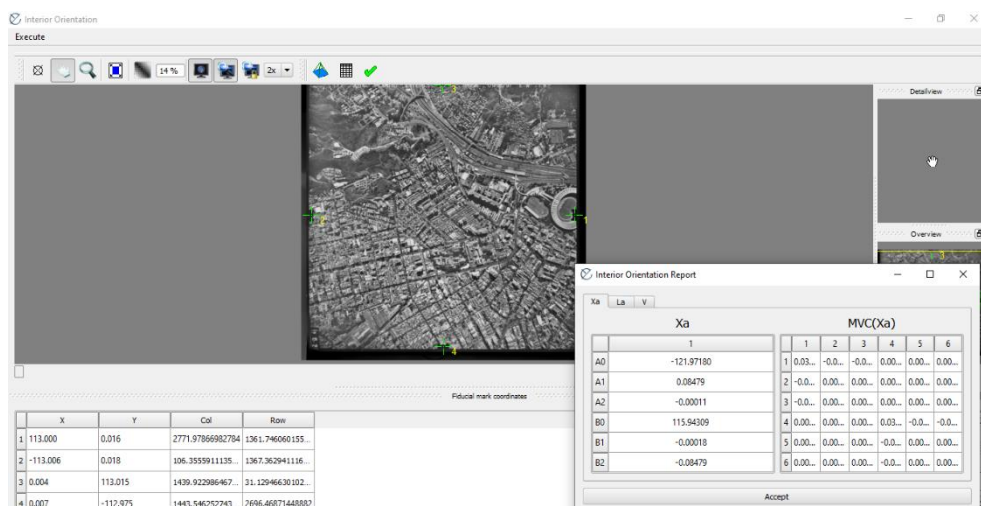
Figura 24 - Ferramenta *measure* para marcar o centro de cada uma das quatro marcas fiduciais.



Fonte: O autor.

Após a marcação para a coleta das coordenadas em cada uma das marcas fiduciais, é gerado um relatório com os parâmetros ajustados ( $X_a$ ),  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ , ainda, os mesmos foram anotados em uma planilha para posterior comparação com as coordenadas pixel (coluna/linha), que serão obtidas a partir da mesma foto no software paint.

Figura 25 - Relatório com os parâmetros ajustados ( $X_a$ ).



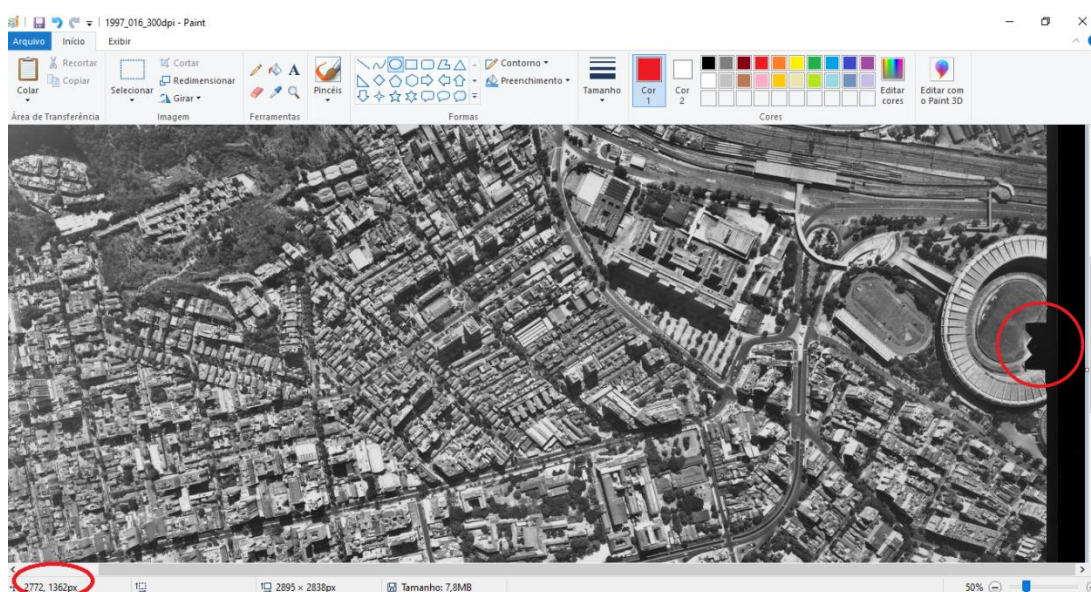
Fonte: O autor.

O mesmo procedimento foi executado para as posteriores aerofotos (17 e 18), anotando os seus parâmetros ajustados (Xa) na planilha e após isso, extraiu-se as coordenadas pixel das demais aerofotos no paint.

### 3.3 Procedimento de coleta das coordenadas dos pontos no Paint

O procedimento para a coleta das coordenadas das marcas fiduciais se dá a partir da inserção de cada foto individualmente, uma por vez, e então, com o cursor do mouse, deve-se arrastar até o ponto desejado e quando o cursor estiver em cima do ponto, no canto inferior esquerdo, o software retorna a posição da coluna e linha onde este ponto se encontra. Dessa forma, coletou-se a coordenada dos quatro pontos localizados na imagem, onde, o ponto 01 se encontra à direita, o ponto 02 à esquerda, o ponto 03 acima e por fim, o ponto 04 abaixo. Ao coletar as coordenadas de cada ponto, os mesmos são anotados na planilha eletrônica, para no fim, ela retornar os parâmetros ajustados. Estes parâmetros servirão de comparação entre as coordenadas mensuradas no e-foto, onde este retorna os valores de um código fechado e as coordenadas mensuradas no paint, onde elas serão inseridas na planilha eletrônica a fim de retornar parâmetros calculados por uma série de equações. A figura abaixo demonstra o procedimento de obtenção das coordenadas de um ponto.

Figura 26 - Extração das coordenadas das marcas fiduciais no software paint.



Fonte: O autor.



Após adquirido os parâmetros ajustados de cada foto no e-foto e recorrendo ao paint para realizar a extração das coordenadas pixel (coluna/linha) do centro de cada uma das marcas fiduciais da aerofoto em questão e então, inserindo-as na planilha eletrônica. Vale ressaltar que o mesmo procedimento deve ser feito para a obtenção das coordenadas pixel das próximas duas aerofotos (17 e 18).

Tabela 2 - Coordenadas pixel no paint e Coordenadas pixel no e-foto da aerofoto 16.

Coordenadas pixels - aerofoto 16 - paint			Coordenadas pixels - aerofoto 16 - e-foto		
	COLUNA	LINHA		COLUNA	LINHA
1	2771	1362	1	2771,9786	1361,746
2	106	1366	2	106,3555	1367,3629
3	1439	31	3	1439,9229	31,1294
4	1443	2696	4	1443,5462	2696,4687

Fonte: O autor.

Tabela 3 - Coordenadas pixel no paint e Coordenadas pixel no e-foto da aerofoto 17.

Coordenadas pixels - aerofoto 17 - paint			Coordenadas pixels - aerofoto 17 - e-foto		
	COLUNA	LINHA		COLUNA	LINHA
1	2775	1363	1	2775,6373	1364,4177
2	110	1370	2	110,4709	1370,3964
3	1442	34	3	1442,5577	34,3607
4	1447	2698	4	1447,377	2698,4759

Fonte: O autor.

Tabela 4 - Coordenadas pixel no paint e Coordenadas pixel no e-foto da aerofoto 18.

Coordenadas pixels - aerofoto 18 - paint			Coordenadas pixels - aerofoto 18 - e-foto		
	COLUNA	LINHA		COLUNA	LINHA
1	2769	1382	1	2769,6518	1382,5258
2	79	1397	2	78,87492	1397,4489
3	1416	44	3	1416,02621	44,487079
4	1431	2735	4	1431,322	2735,5043

Fonte: O autor.

Após os procedimentos realizados para orientação interior e a mesma estar concluída, as fotografias ficam aptas a passar por um novo processo, a orientação exterior.

### 3.4 Procedimentos para executar a Orientação Exterior

Primeiramente é importado no e-foto os pontos de um documento de texto disponibilizado junto com o software e-foto. Vale ressaltar que os demais parâmetros já estão inseridos no software, pois foram necessários para a realização da orientação interior.

Figura 27 - Coordenadas dos pontos de controle.

GPCCoordinates - Bloco de Notas

Arquivo	Editar	Formatar	Exibir	Ajuda
P01	681100.209		7464305.984	12.002
P02	681079.091		7464791.902	10.103
P03	680114.618		7464269.661	14.941
P04	680262.749		7465023.964	16.25
P05	680377.816		7465806.099	20.306
P06	680888.011		7465251.245	68.268
P08	681875.866		7465066.854	5.98
P09	680626.292		7464876.497	12.075
P10	682031.497		7465841.798	21.146
P11	682134.395		7464127.842	8.656
P12	681361.203		7465299.251	7.796
P13	682208.231		7465250.939	5.913
P14	682912.044		7464795.162	4.595

Fonte: O autor.

Figura 28 - Coordenadas dos pontos de controle no e-foto.

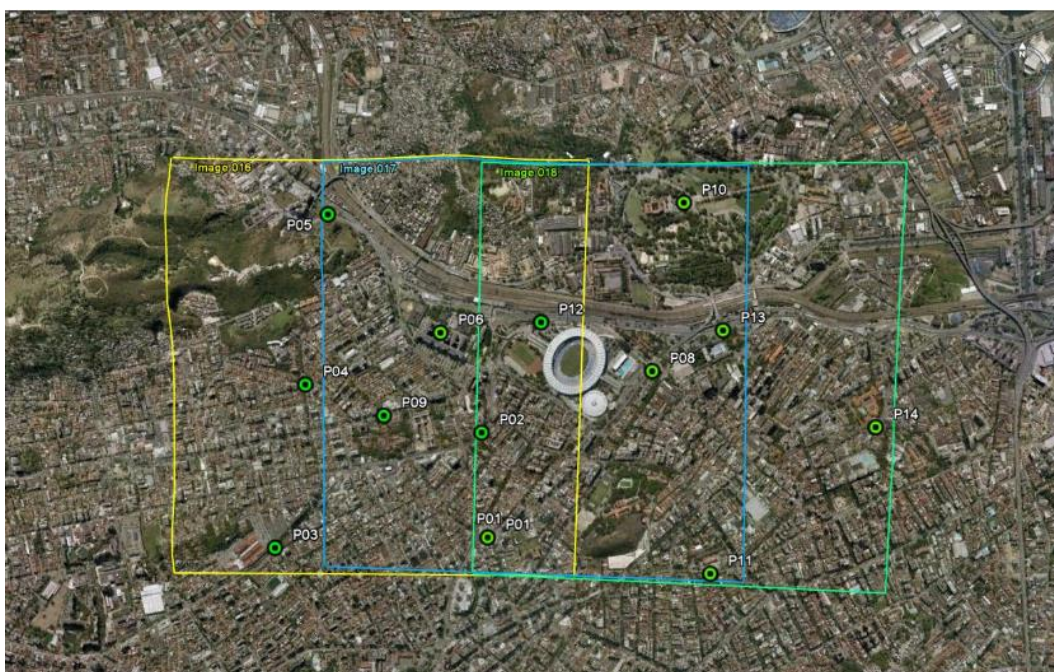
Point Id	Type	E	N	H
P01	control	681100.209	7464305.984	12.002
P02	control	681079.091	7464791.902	10.103
P03	control	680114.618	7464269.661	14.941
P04	control	680262.749	7465023.964	16.250
P05	control	680377.816	7465806.099	20.306
P06	control	680888.011	7465251.245	68.268
P08	control	681875.866	7465066.854	5.980
P09	control	680626.292	7464876.497	12.075
P10	control	682031.497	7465841.798	21.146
P11	control	682134.395	7464127.842	8.656
P12	control	681361.203	7465299.251	7.796
P13	control	682208.231	7465250.939	5.913
P14	control	682912.044	7464795.162	4.595
PF14	photogrammetric	0.000	0.000	0.000
PF15	photogrammetric	0.000	0.000	0.000

Fonte: O autor.

Para entrada das fotos no software e-foto, em *execute* na barra de tarefas, e utilizando a opção *Spatial Resection* e selecionando a primeira foto, no caso do presente projeto, a aerofoto 16. Após isso, procura-se os pontos de controle e insere-se o marcador *measure* em cima do ponto, procedimento idêntico ao realizado na orientação interior.

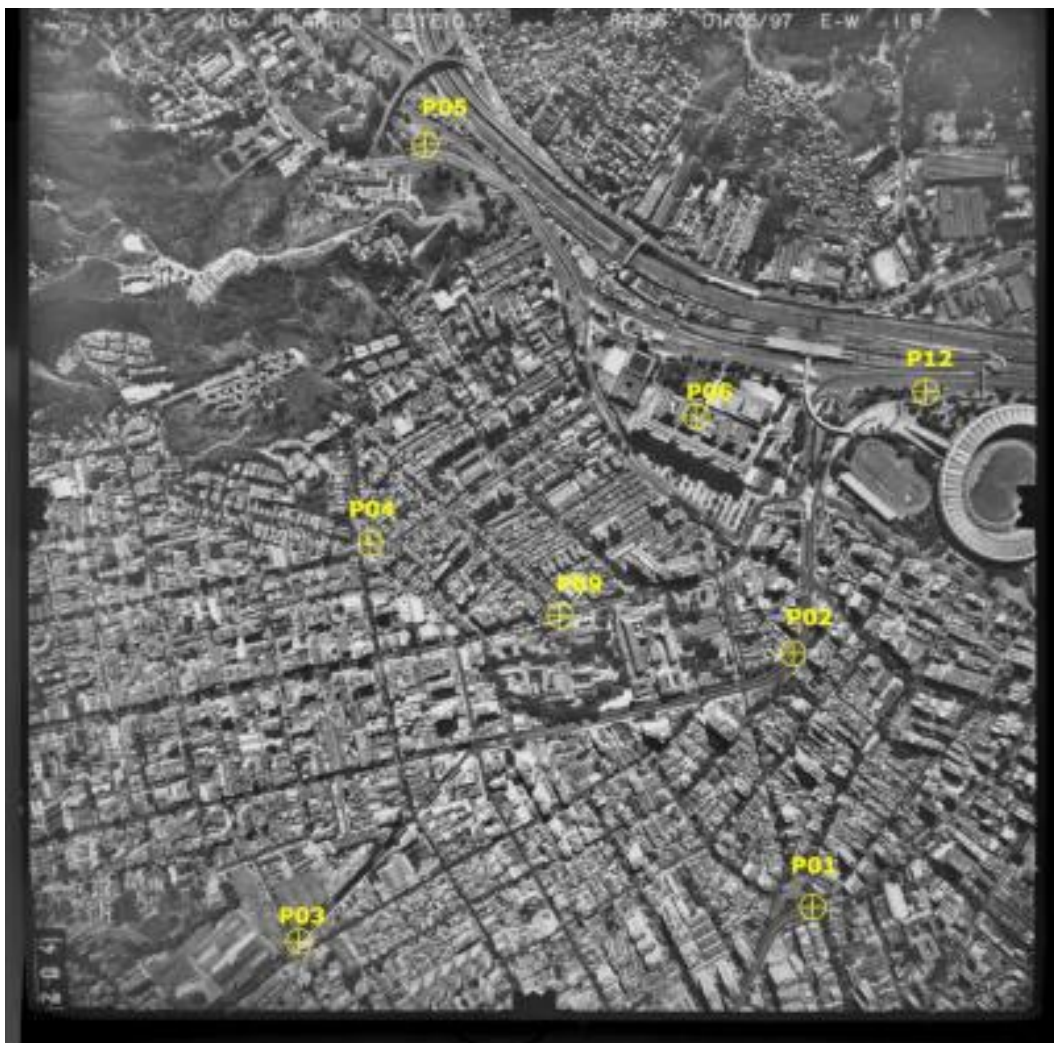
Estes pontos de controle estão inseridos em um documento PDF, onde o mesmo descreve minuciosamente a distribuição e localização de cada ponto dentro das imagens. Estes dados são providos de uma equipe de campo para coleta de pontos de apoio, tradicionalmente chamados de “HV” (horizontal e vertical), que é coletado a partir de levantamento por GNSS ou Topografia. Essas informações vão fornecer a localização exata de cada ponto, dessa forma, não gerando dúvidas para quem irá realizar o processamento. Estes pontos, além das coordenadas, devem ter um croqui esquemático e a foto do local e indicação na foto original. Vale lembrar que, quanto mais informações o usuário tiver, menos dúvidas terá no processamento. O exemplo de um ponto de controle está citado no Anexo A deste trabalho.

Figura 29 - Panorama da distribuição dos pontos.



Fonte: O autor.

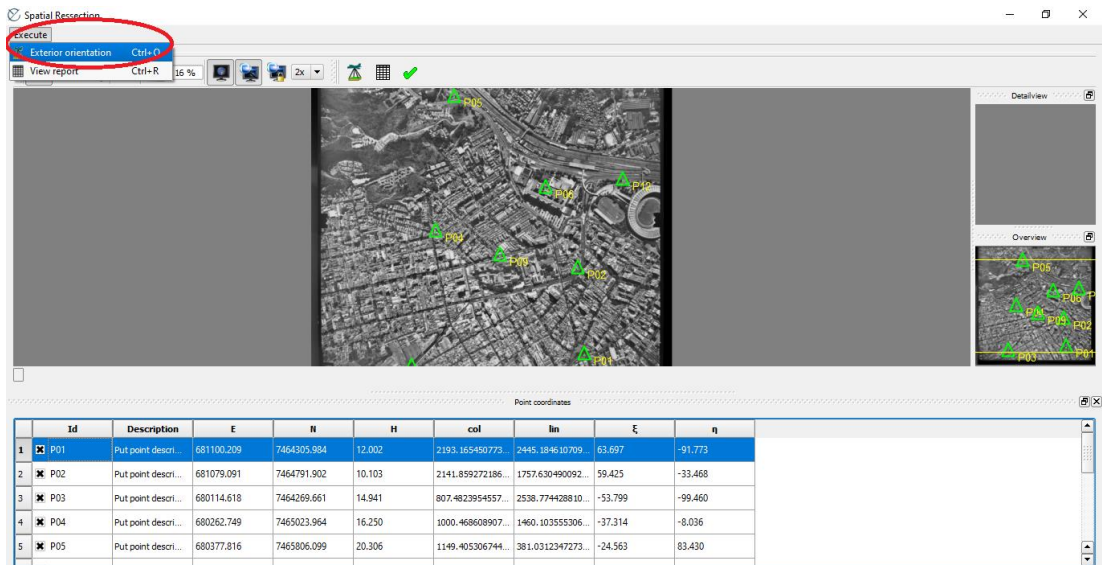
Figura 30 - Identificação dos pontos na imagem original.



Fonte: O autor.

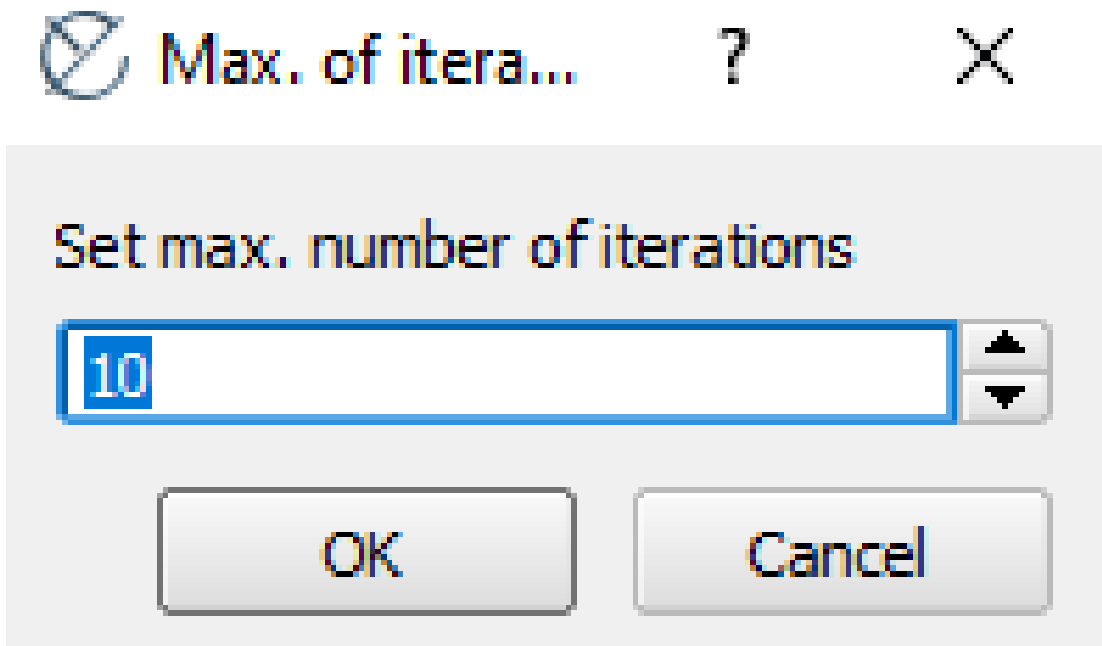
Para executar a orientação exterior, clica-se em *Execute*, e após isso, em *Exterior Orientation*, e então o software retorna alguns parâmetros para serem inseridos, tais como a seleção do número máximo de iterações, precisão das coordenadas da câmera e precisão dos ângulos de atitude.

Figura 31 - Procedimento para executar a Orientação Exterior.



Fonte: O autor.

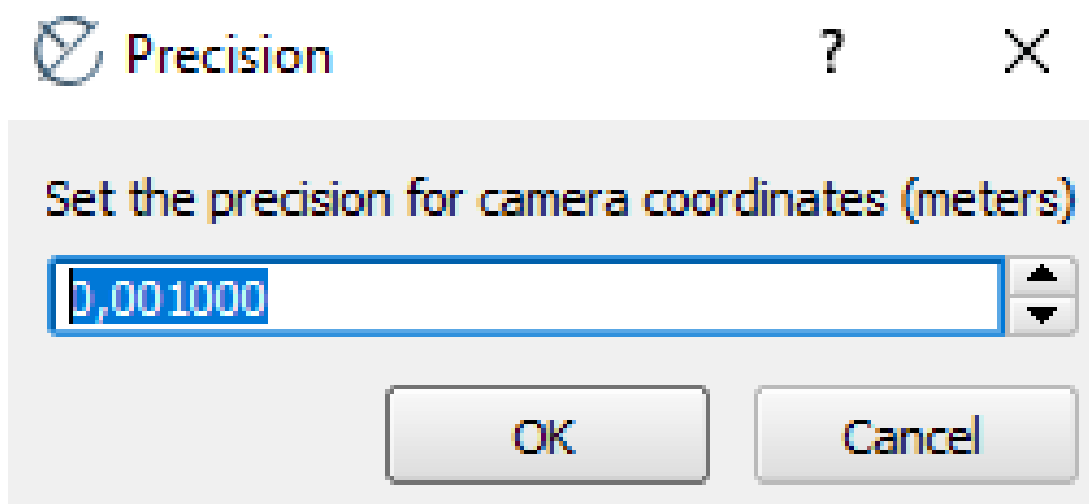
Figura 32 - Quantidade de iterações.



Fonte: O autor.

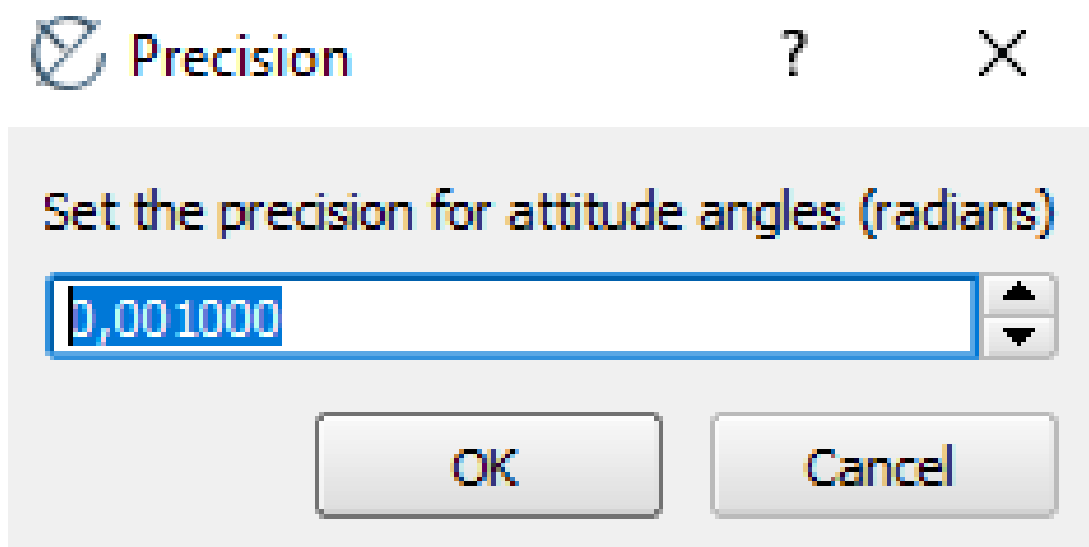


Figura 33 - Precisão das coordenadas da câmera.



Fonte: O autor.

Figura 34 - Precisão dos ângulos de atitude.



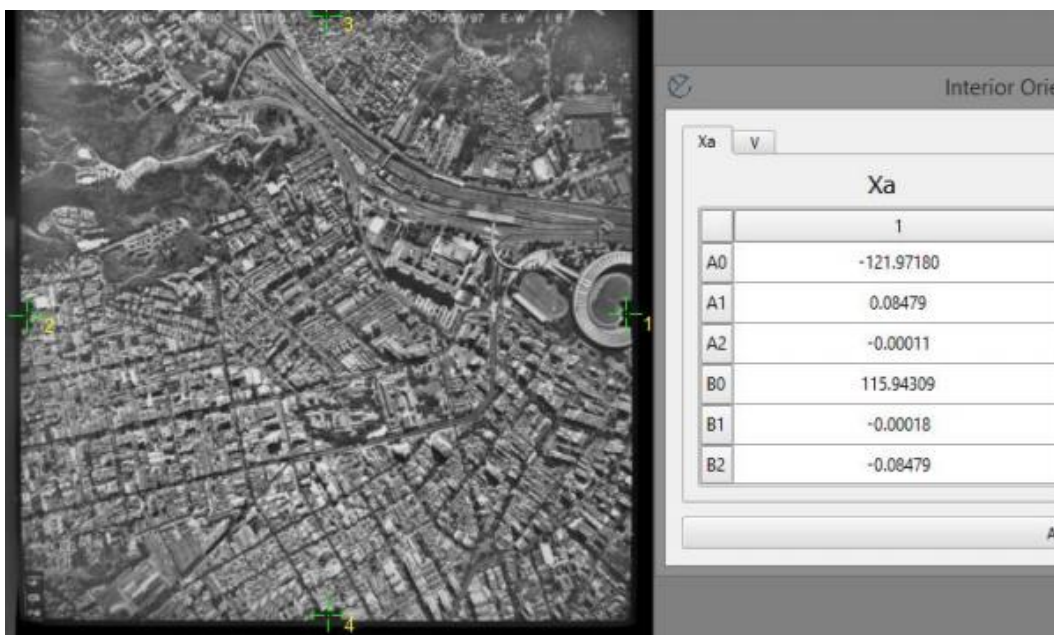
Fonte: O autor.

Na sequência do procedimento, deve-se buscar os demais pontos de controle de interesse na imagem referenciando-as a partir de um documento que apresenta as descrições para a localização de cada ponto, documento este que está presente no anexo deste projeto, onde demonstra o exemplo da descrição de um ponto, como já citado acima.

#### 4 APRESENTAÇÃO DA PESQUISA E ANÁLISE DOS RESULTADOS

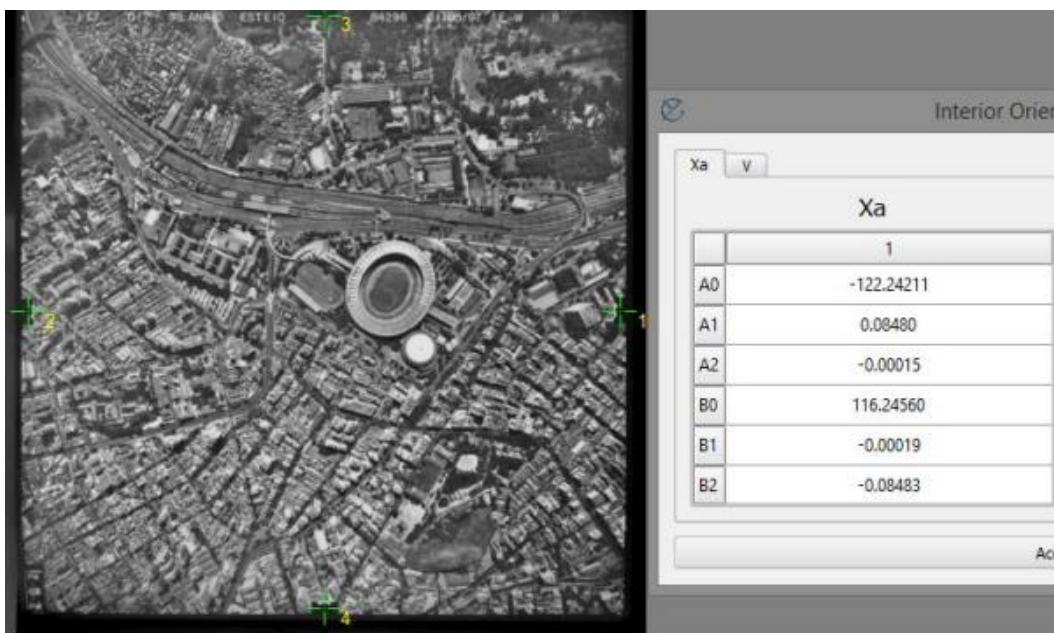
A partir dos procedimentos executados de Orientação Interior e Orientação Exterior, os resultados para cada foto estão abaixo:

Figura 35 - Resultado da Orientação interior da aerofoto 16 no software e-foto.



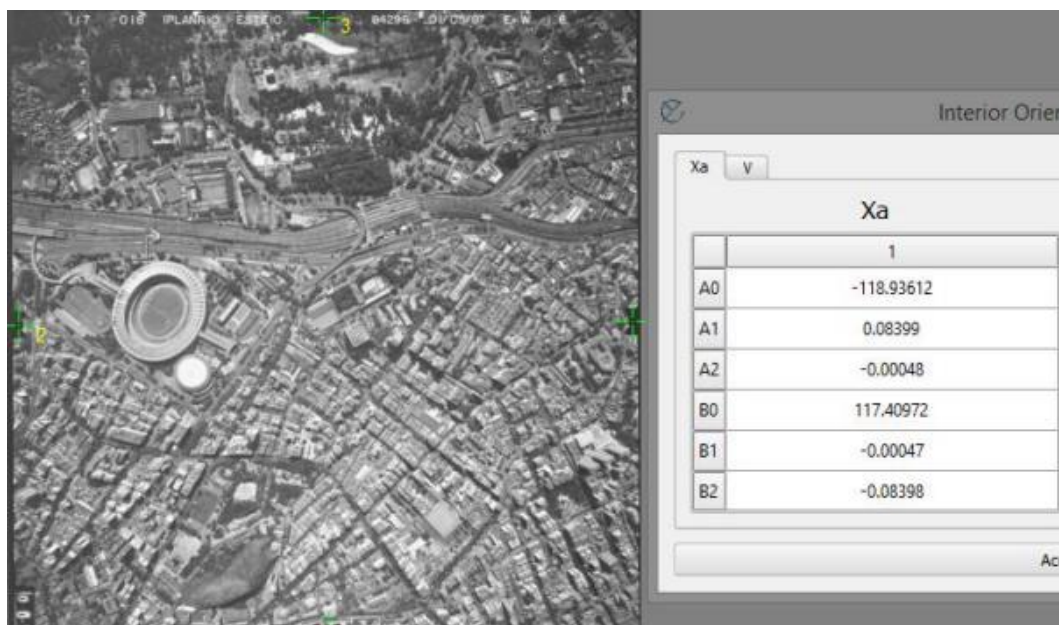
Fonte: O autor.

Figura 36 - Resultado da Orientação interior da aerofoto 17 no software e-foto.



Fonte: O autor

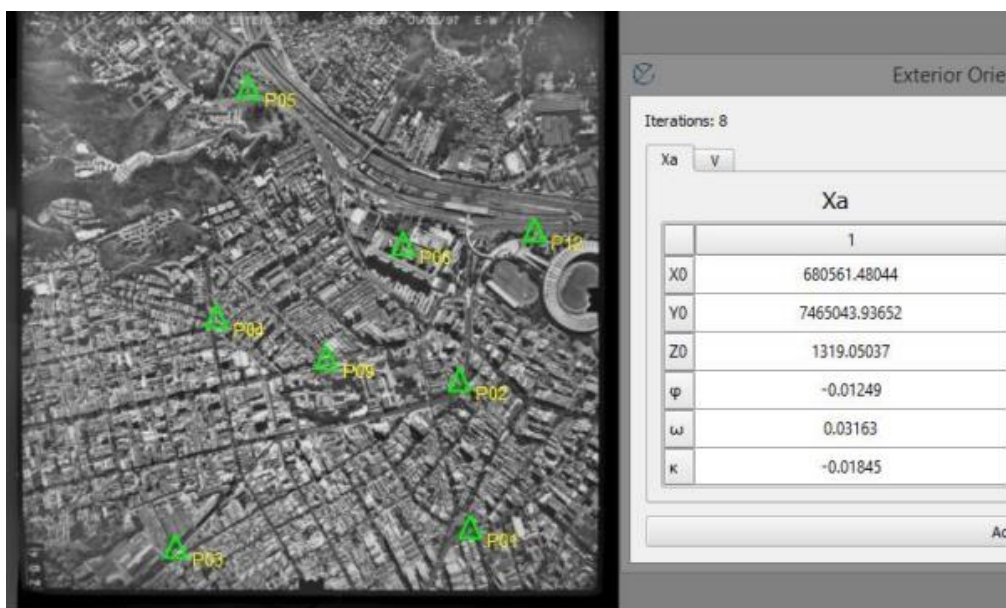
Figura 37 - Resultado da Orientação interior da aerofoto 18 no software e-foto.



Fonte: O autor.

Observa-se que os resultados do processamento tanto pelo software automatizado (e-foto) com os resultados retornados da planilha eletrônica, onde a mesma tem dados coletados do software paint, são satisfatórios, devido aos valores terem sido muito semelhantes tanto para a foto 16, quanto para as sucessivas 17 e 18.

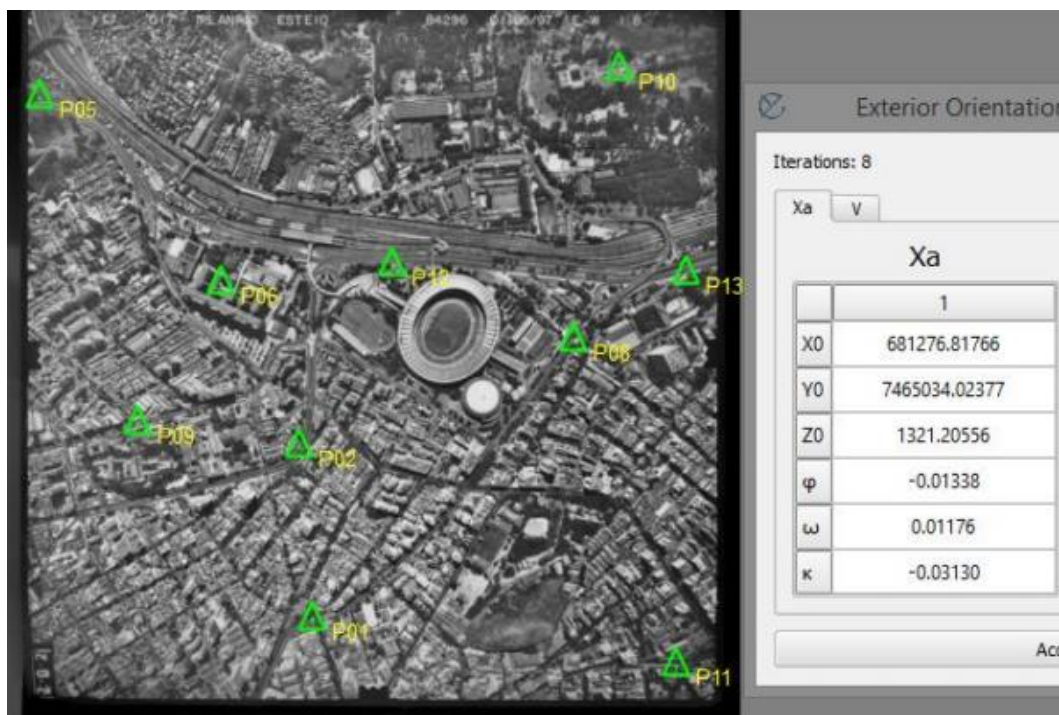
Figura 38 - Resultado da Orientação Exterior da aerofoto 16 no software e-foto.



Fonte: O autor.

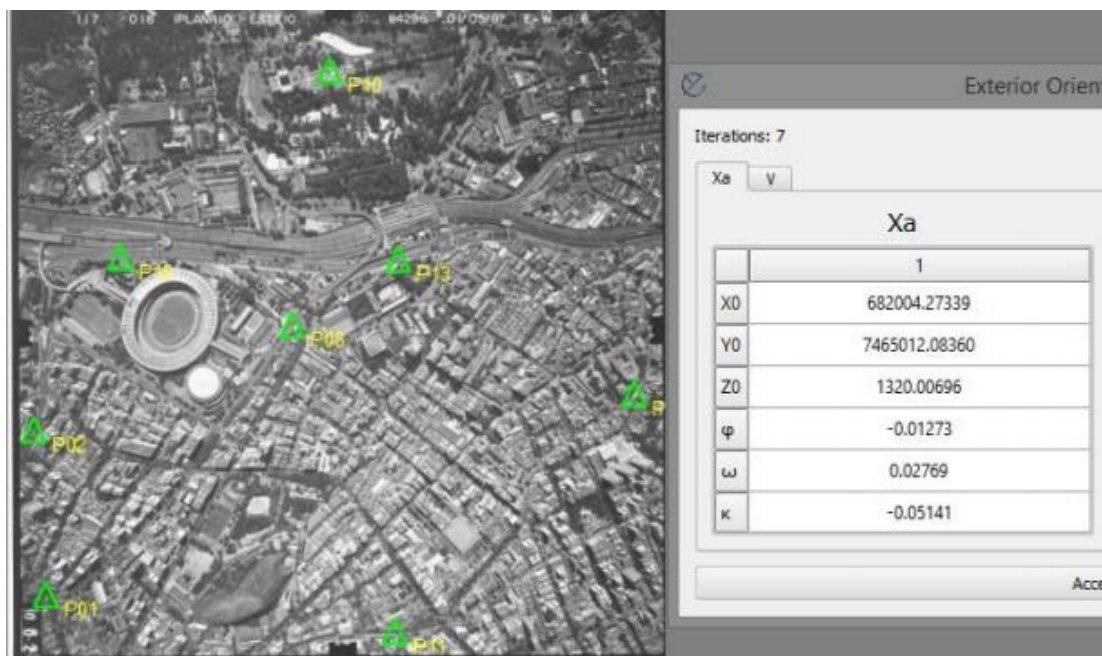


Figura 39 - Resultado da Orientação Exterior da aerofoto 17 no software e-foto.



Fonte: O autor.

Figura 40 - Resultado da Orientação Exterior da aerofoto 18 no software e-foto.



Fonte: O autor.

Tabela 5 – Comparação dos parâmetros ajustados (Xa) no e-foto (esquerda) com os parâmetros ajustados (Xa) da planilha eletrônica (direita), da orientação interior da aerofoto 16.

Aerofoto 16 - <i>Parameters</i> (Xa) - e-foto		Aerofoto 16 - Parâmetros ajustados (Xa) - excel	
a0	-121,9718	a0	-121,925
a1	0,08479	a1	0,084805
a2	-0,00011	a2	-0,00013
b0	115,94309	b0	115,8744
b1	-0,00018	b1	-0,00019
b2	-0,08479	b2	-0,08477

Fonte: O autor.

Tabela 6 – Comparação dos parâmetros ajustados (Xa) no e-foto (esquerda) com os parâmetros ajustados (Xa) da planilha eletrônica (direita), da orientação interior da aerofoto 17.

Aerofoto 17 - <i>Parameters</i> (Xa) - e-foto		Aerofoto 17 - Parâmetros ajustados (Xa) - excel	
a0	-122,242	a0	-122,2
a1	0,0848	a1	0,08
a2	-0,00015	a2	0
b0	116,2456	b0	116,22
b1	-0,00019	b1	0
b2	-0,08483	b2	-0,08

Fonte: O autor.

Tabela 7 – Comparação dos parâmetros ajustados (Xa) no e-foto (esquerda) com os parâmetros ajustados (Xa) da planilha eletrônica (direita), da orientação interior da aerofoto 18.

Aerofoto 18 - <i>Parameters</i> (Xa) - e-foto		Aerofoto 18 - Parâmetros ajustados (Xa) - excel	
a0	-118,93612	a0	-118,965
a1	0,08	a1	0,084014
a2	-0,00048	a2	-0,00047
b0	117,40972	b0	117,3728
b1	-0,00047	b1	-0,00047
b2	-0,08398	b2	-0,08398

Fonte: O autor.

Tabela 8 – Comparação dos parâmetros ajustados ( $X_a$ ) no e-foto (esquerda) com os parâmetros ajustados ( $X_a$ ) da planilha eletrônica (direita), da orientação exterior da aerofoto 16.

Aerofoto 16 - <i>Parameters</i> ( $X_a$ ) - e-foto		Aerofoto 16 - Parâmetros ajustados ( $X_a$ ) - excel	
$X_0$	680.561,48	$X_0$	680.553,71
$Y_0$	7.465.051,67	$Y_0$	7.465.051,67
$Z_0$	1.319,05	$Z_0$	1.312,26
$\phi$	-0,01249	$\phi$	-0,014
$\omega$	0,03163	$\omega$	0,025
$\kappa$	-0,01845	$\kappa$	-0,018

Fonte: O autor.

Vale ressaltar que para o processo de Orientação Exterior, realizou-se o processamento de apenas uma foto no excel. A aerofoto escolhida foi a 16, a qual está apresentada na tabela 8, onde a mesma necessitou de 02 iterações para atingir um valor adequado e mais próximo do valor retornado pelo código fechado. Os procedimentos realizados nas planilhas eletrônicas se encontram nos apêndices A, B, C e D deste projeto, onde apresentam os valores para a orientação interior da foto 16 (Apêndice A), 17 (Apêndice B) e 18 (Apêndice C) e a orientação exterior da foto 16 (Apêndice D).

Outra observação a ser feita é que para realizar os procedimentos de orientação exterior das demais aerofotos na planilha eletrônica o processo é exatamente igual ao apresentado para a aerofoto 16, porém, com os dados das respectivas fotos.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Através dos devidos cálculos realizados a partir do e-foto em comparação aos cálculos executados com a planilha eletrônica, é possível verificar que o retorno dos dados do software e-foto são satisfatórios, pois o mesmo possui códigos fechados.

A planilha demonstrou alta eficiência, pois através dela constata-se que ao adquirir as coordenadas pixel através do paint, o mesmo retorna valores aproximados

aos do e-foto, pois é muito difícil obter-se a mesma coordenada. Vale ressaltar que é possível haver variações de resultados no momento da aproximação do cursor para a obtenção dos valores das coordenadas pixel nas marcas fiduciais das aerofotos, estas, podem variar de operador para operador.

Os resultados da Orientação Interior e Exterior do e-foto foram bem próximos ao da planilha de ambos, porém, a planilha obteve valores menores em relação ao software e-foto.

Vale ressaltar que, para a execução da fototriangulação (malha de pontos muito extensa) e a geração do modelo digital de terreno (MDT), a planilha seria muito complexa, demandando milhares de abas para realiza-la. Os processos de Orientação Interior e Exterior podem ser executados na planilha eletrônica, porém, os demais cálculos (fototriangulação e MDT) necessitariam de uma programação específica na planilha eletrônica para executá-los fora do software e-foto.

Uma curiosidade a se ressaltar é que, através destes processos, usuários que possuam aerofotos antigas e que desejam realizar a restituição das mesmas com um software gratuito, devem executar exatamente os procedimentos descritos neste projeto.

O software e-foto realiza operações passo a passo e ele demonstra isso. Já outros softwares disponíveis no mercado não possuem essa sequência de passos, sendo assim, o usuário insere os dados de um lado, realiza o processamento e o software retorna os resultados prontos.

Vale ressaltar que isso é um processo perigoso, tendo em vista que a fotogrametria é uma ciência muito ampla e requer estudos e conhecimentos para poder aplica-la adequadamente, visto que, qualquer usuário pode comprar um drone (o qual muitas vezes já vem com software próprio), realizar aerofotogrametria, processar, sem ao menos saber o que está acontecendo.

Outra questão a se observar é que o e-foto pode apresentar problemas ao realizar a fototriangulação e no módulo de ortorretificação, pois este é um software que ainda está em desenvolvimento.

## REFERÊNCIAS

- ASSAD, E. D; SANO, E. E. **Sistema de informações geográficas: aplicações na agricultura**. Embrapa – Brasília, 1998.
- AUGUSTO, E. **Determinação automática dos parâmetros da orientação exterior de uma imagem fotogramétrica digital**. Rio de Janeiro: IME, 1999.
- BRITO, J.L.N.S; COELHO FILHO, L.C.T. **Fotogrametria digital**. Editora da UERJ – Rio de Janeiro – 2009.
- E-FOTO. Versão 2016.06.425. Jun. de 2016. Disponível em: <<http://www.efoto.eng.uerj.br/>>. Acesso em: 09 mar. 2021.
- ESPARTEL ESPARTEL, LÉLIS. **Curso de Topografia**. Porto Alegre: Editora Globo. 655 p. il. 1978.
- ESPARTEL, LÉLIS. **Topografia**. Porto Alegre: Editora Globo. 655 p. il. 1973.
- FITZ, P. R. **Geoprocessamento sem complicação**. Oficina dos Textos - São Paulo, 2010.
- GEMAEL, C. **Introdução ao ajustamento de observações**. Curitiba: UFPR, 1994.
- GHILANI, C.D; WOLF, P.R. **Geomática**. Tradução de Daniel Vieira. Ed 13. Editora Person Education do Brasil – São Paulo, 2013.
- GUERRA, FRANCESCO; PILOT, LUCA. **Historic Photoplanes**. In: IAPRS v. XXXIII, Part 5, Amsterdam. CD-ROM, p. 611-617. 2000.
- KRAUS, K. **Photogrammetry: fundamentals and processes**. 4 ed. Bonn: Ferg, Dummler Verlag, 1999, v. 1.

MIKHAIL, E. M.; BETHEL J. S. e J. C. McGlone. **Introduction to Modern Photogrammetry**. John Wiley& Sons, Inc.- New York, 2001.

NOVO, E.M.L.M. **Sensoriamento remoto: princípios e aplicações**. Ed 4. Editora Blucher – São Paulo, 2010.

ROCHA, CARLOS H. O; PIORNO, J. L; FREIRE, R. R; MEDINA, I. A. **Uma Discussão Histórica sobre a Fotogrametria**. In: Anais XXI Congresso Brasileiro de Cartografia. CD-ROM. (2010)

SILVA, DANIEL (2015). **Evolução da Fotogrametria no Brasil**. Revista Brasileira de Geomática. 3. 81. 10.3895/rbgeo.v3n2.5467.

SILVEIRA, F. **Fototriangulação por feixes perspectivos**. Rio de Janeiro: UERJ, 2004.

SLAMA, CHESTER C. (ed). **Manual of Photogrammetry 4th edition**. American Society of Photogrammetry. 1056 p. 1980.

## APÊNDICES

### APÊNDICE A – Matrizes da orientação interior da aerofoto 16

Matriz 1: Leituras Brutas (Lb)

113,00	x1
0,02	y1
-113,01	x2
0,02	y2
0,00	x3
113,02	y3
0,01	x4
-112,98	y4

Matriz 2: Coordenadas pixels

2771,00	C1
1361,00	L1
106,00	C2
1367,00	L2
1439,00	C3
30,00	L3
1443,00	C4
2696,00	L4

Matriz 3: Peso (P)

1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1

Matriz 4: Matriz A

1	2771	1361	0	0	0
0	0	0	1	2771	1361
1	106	1367	0	0	0
0	0	0	1	106	1367
1	1439	30	0	0	0
0	0	0	1	1439	30
1	1443	2696	0	0	0
0	0	0	1	1443	2696

Matriz 5: Matriz  $A^T$ 

1	0	1	0	1	0	1	0
2771	0	106	0	1439	0	1443	0
1361	0	1367	0	30	0	2696	0
0	1	0	1	0	1	0	1
0	2771	0	106	0	1439	0	1443
0	1361	0	1367	0	30	0	2696

Matriz 6: Matriz  $A^T.P.A$ 

4	5759	5454	0	0	0
5759	11842647	7849731	0	0	0
5454	7849731	10990326	0	0	0
0	0	0	4	5759	5454
0	0	0	5759	11842647	7849731
0	0	0	5454	7849731	10990326

Matriz 7: Matriz  $(A^T.P.A)^{-1}$ 

1,357694	0,00040572	0,00038398	0	0	0
-0,00041	2,81601E-07	2,11213E-10	0	0	0
-0,00038	2,11213E-10	2,81389E-07	0	0	0
0	0	0	1,357694	0,00040572	0,00038398
0	0	0	-0,00041	2,81601E-07	2,11213E-10
0	0	0	-0,00038	2,11213E-10	2,81389E-07

Matriz 8: Matriz  $A^T.P.Lb$ 

0,005
301160,2
-667,21
0,074
-348,096
-301144

Matriz 9: Matriz dos Parâmetros Ajustados ( $X_a$ )

-121,925
0,084805
-0,00013
115,8744
-0,00019
-0,08477



## APÊNDICE B – Matrizes da orientação interior da aerofoto 17

Matriz 1: Leituras Brutas (Lb)

113
0,016
-
113,006
0,018
0,004
113,015
0,007
-
112,975

Matriz 2: Coordenadas pixels

2775
1364
110
1370
1442
34
1447
2698

Matriz 3: Peso (P)

1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1

Matriz 4: Matriz A

1	2775	1364	0	0	0
0	0	0	1	2775	1364
1	110	1370	0	0	0
0	0	0	1	110	1370
1	1442	34	0	0	0
0	0	0	1	1442	34
1	1447	2698	0	0	0
0	0	0	1	1447	2698

Matriz 5: Matriz  $A^T$ 

1	0	1	0	1	0	1	0
2775	0	110	0	1442	0	1447	0
1364	0	1370	0	34	0	2698	0
0	1	0	1	0	1	0	1
0	2775	0	110	0	1442	0	1447
0	1364	0	1370	0	34	0	2698

Matriz 6: Matriz  $A^T.P.A$ 

4	5774	5466	0	0	0
5774	11885898	7888834	0	0	0
5466	7888834	11017756	0	0	0
0	0	0	4	5774	5466
0	0	0	5774	11885898	7888834
0	0	0	5466	7888834	11017756

Matriz 7: Matriz  $(A^T.P.A)^{-1}$ 

	-	-			
1,36	0,00041	0,00039	0	0	0
	2,82E-	1,06E-			
0,00	07	10	0	0	0
	1,06E-	2,82E-			
0,00	10	07	0	0	0
				-	-
0,00	0	0	1,363421	0,00041	0,00039
				2,82E-	1,06E-
0,00	0	0	-0,00041	07	10
				1,06E-	2,82E-
0,00	0	0	-0,00039	10	07

Matriz 8: Matriz  $A^T.P.Lb$ 

0,00
301160,24
-667,20
0,07
-460,81
-300917,56

Matriz 9: Matriz dos Parâmetros Ajustados (Xa)

-122,20
0,08
0,00
116,22
0,00
-0,08

## APÊNDICE C – Matrizes da orientação interior da aerofoto 18

Matriz 1: Leituras Brutas (Lb)

113
0,016
-113,006
0,018
0,004
113,015
0,007
-112,975

Matriz 2: Coordenadas pixels

2769
1382
79
1397
1416
44
1431
2735

Matriz 3: Peso (P)

1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0

0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	1

Matriz 4: Matriz A

1	2769	1382	0	0	0
0	0	0	1	2769	1382
1	79	1397	0	0	0
0	0	0	1	79	1397
1	1416	44	0	0	0
0	0	0	1	1416	44
1	1431	2735	0	0	0
0	0	0	1	1431	2735

Matriz 5: Matriz A<sup>T</sup>

1	0	1	0	1	0	1	0
2769	0	79	0	1416	0	1431	0
1382	0	1397	0	44	0	2735	0
0	1	0	1	0	1	0	1
0	2769	0	79	0	1416	0	1431
0	1382	0	1397	0	44	0	2735

Matriz 6: Matriz A<sup>T</sup>.P.A

4	5695	5558	0	0	0
5695	11726419	7913210	0	0	0
5558	7913210	11343694	0	0	0
0	0	0	4	5695	5558
0	0	0	5695	11726419	7913210
0	0	0	5558	7913210	11343694

Matriz 7: Matriz (A<sup>T</sup>.P.A)<sup>-1</sup>

	-	-			
1,343464	0,00039	0,00038	0	0	0
	2,76E-	-5,7E-			
-0,00039	07	13	0	0	0
	-5,7E-	2,76E-			
-0,00038	13	07	0	0	0
				-	-
0	0	0	1,343464	0,00039	0,00038
				2,76E-	-5,7E-
0	0	0	-0,00039	07	13

0	0	0	-0,00038	-5,7E-13	2,76E-07
---	---	---	----------	----------	----------

Matriz 8: Matriz  $A^T.P.Lb$ 

0,005
303985,2
-1684,06
0,074
-1592,26
-303967

Matriz 9: Matriz dos Parâmetros Ajustados (Xa)

-118,965
0,084014
-0,00047
117,3728
-0,00047
-0,08398

## APÊNDICE D – Matrizes da orientação Exterior da aerofoto 16

## DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS:

Matriz 1: Coordenadas dos pontos de controle

Ponto	Coordenadas UTM		Coordenadas Pixel		Coordenadas milímetros		Altitudes
	E	N	C	L	X	Y	H
P1	681.100,209	7.464.305,984	2.193,16545077306	2445,18461070949	63,697	-91,773	12,002
P2	681.079,091	7.464.791,902	2.141,85927218615	1757,63049009237	59,425	-33,468	10,103
P3	680.114,618	7.464.269,661	807,48239545573	2538,77442881035	53,799	-99,46	14,941
P4	680.262,749	7.465.023,964	1.000,46860890719	1460,10355530632	37,314	-8,036	16,250
P5	680.377,816	7.465.806,099	1.149,40530674443	381,03123472736	24,563	84,43	20,306

P6	680.888, 011	7.465.251, 245	1.880,0956771 7062	1113,5286255 7790	37,3 05	21,1 92	68,26 8
P9	680.626, 292	7.464.876, 497	1.512,4823343 5970	1654,8255721 3049	6,07 5	- 24,6 38	12,07 5
P12	681.361, 203	7.465.299, 251	2.500,9974801 3522	1049,4034324 1492	89,9 56	26,5 17	7,796

$d=$  0,197071877 Distância no espaço imagem (P1)  
 $D=$  1664,991489 Distância no espaço objeto (P5)  
 $E=$  0,000118362 Escala  
 $Er=$  8448,65088 Escala relativa  
 $f=$  153,528 Distância focal em mm

Matriz 2: Coordenadas UTM dos pontos de controle

Lb	681100,209	e1
	7464305,984	n1
	681079,091	e2
	7464791,902	n2
	680114,618	e3
	7464269,661	n3
	680262,749	e4
	7465023,964	n4
	680377,816	e5
	7465806,099	n5
	680888,011	e6
	7465251,245	n6
680626,292	e9	
7464876,497	n9	
681361,203	e12	
7465299,251	n12	

Matriz 3: Coordenadas em milímetros dos pontos de controle

Coord.	63,697	x1
	-91,773	y1
	59,425	x2
	-33,468	y2
	-53,799	x3
	-99,460	y3
	-37,314	x4
	-8,036	y4
	-24,563	x5
	84,430	y5

37,305	x6
21,192	y6
6,075	x9
-24,638	y9
89,956	x12
26,517	y12

Matriz 4: Matriz Peso

1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Matriz 5: Matriz A

1	63,697	-91,773	0	0,000	0,000
0	0,000	0,000	1	63,697	-91,773
1	59,425	-33,468	0	0,000	0,000
0	0,000	0,000	1	59,425	-33,468
1	-53,799	-99,460	0	0,000	0,000
0	0,000	0,000	1	-53,799	-99,460
1	-37,314	-8,036	0	0,000	0,000
0	0,000	0,000	1	-37,314	-8,036
1	-24,563	84,430	0	0,000	0,000
0	0,000	0,000	1	-24,563	84,430
1	37,305	21,192	0	0,000	0,000
0	0,000	0,000	1	37,305	21,192
1	6,075	-24,638	0	0,000	0,000
0	0,000	0,000	1	6,075	-24,638
1	89,956	26,517	0	0,000	0,000
0	0,000	0,000	1	89,956	26,517





Matriz 9: Matriz  $A^T.P.Lb$

5445809,989
96000094,5
-85239693,68
59719624,6
1050935196
-934659275,1

Matriz 10: Matriz dos Parâmetros Ajustados ( $Xa$ )

680578,6986
8,501449451
0,131358293
7465088,054
-0,204360112
8,392611148

COORDENADAS INICIAIS:

$x_0$	-0,063
$y_0$	-0,037

1	-0,063	-0,037	0	0	0
0	0	0	1	-0,063	-0,037

$a_0$	680578,6986
$a_1$	8,501449451
$a_2$	0,131358293
$b_0$	7465088,054
$b_1$	-0,204360112
$b_2$	8,392611148

$E_0$	680.578,158
$N_0$	7.465.087,756
$Z_0$	1317,322097

$f$	0,153528
$E$	0,000118362
$hm$	20,217625

## ORIENTAÇÃO EXTERIOR (1º CÁLCULO):

E <sub>0</sub>	680.578,158
N <sub>0</sub>	7.465.087,756
Z <sub>0</sub>	1.317,322
f	0
w	0
k	0

r11	1
r21	0
r31	0
r12	0
r22	1
r32	0
r13	0
r23	0
r33	1

f	153,528
---	---------

Matriz 1: Coordenadas dos pontos de controle

Ponto	E	N	Z(H)	Q	Nx	Ny
P1	681100,20 9	7464305,98 4	12,00 2	- 1305,32009 7	522,050860 3	- 781,772132 4
P2	681079,09 1	7464791,90 2	10,10 3	- 1307,21909 7	500,932860 3	- 295,854132 4
P3	680114,61 8	7464269,66 1	14,94 1	- 1302,38109 7	- 463,540139 7	- 818,095132 4
P4	680262,74 9	7465023,96 4	16,25	- 1301,07209 7	- 315,409139 7	- 63,7921324 4
P5	680377,81 6	7465806,09 9	20,30 6	- 1297,01609 7	- 200,342139 7	- 718,342867 6
P6	680888,01 1	7465251,24 5	68,26 8	- 1249,05409 7	309,852860 3	163,488867 6

P9	680626,29 2	7464876,49 7	12,07 5	- 1305,24709 7	48,1338602 6	- 211,259132 4
P12	681361,20 3	7465299,25 1	7,796	- 1309,52609 7	783,044860 3	211,494867 6

Matriz 2:Matriz Peso

1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Matriz 3: Matriz A

-0,117617127	0	0,04703989 7	178,085218 5	36,7744803 1	91,9497923 9
0	0,11761712 7	0,07044233 3	36,7744803 1	208,597852 5	61,4021224 6
-0,117446265	0	0,04500599 3	176,072980 7	13,3152089 5	34,7469627 2
0	0,11744626 5	0,02658082 6	13,3152089 5	161,392047 1	58,8326932 5
-0,117882546	0	0,04195645 4	172,976500 3	34,3243704	96,4391373 2
0	0,11788254 6	0,07404832 4	34,3243704	214,106573 3	54,6432919 8
-0,118001147	0	0,02860613 2	162,550635 5	1,82484616 9	7,52754480 7

	-				
0	0,11800114 7	0,00578564 8	1,82484616 9	153,897078 8	37,2186403 1
-0,118370158	0	0,01828391 4	157,191038 4	13,1341191 6	85,0303585 2
	-				
0	0,11837015 8	0,06555844 5	13,1341191 6	200,621441 4	23,7145306 8
-0,122915413	0	0,03049162 7	162,975918	4,98504164 5	20,0953016 5
	-				
0	0,12291541 3	0,01608841 6	4,98504164 5	156,158276 9	38,0856922 3
-0,117623705	0	0,00433763 3	153,736787	0,91636460 3	24,8490819 5
	-				
0	0,11762370 5	0,01903783 7	0,91636460 3	- 157,549917	5,66168299 6
-0,117239359	0	0,07010450 4	208,422971 4	14,8267427 6	24,7955226 6
	-				
0	0,11723935 9	- 0,01893473	14,8267427 6	157,532598 1	91,8036773 4

Matriz 4: Matriz dos parâmetros aproximados (Xo)

680.578,158
7.465.087,756
1.317,322
0,000
0,000
0,000

Matriz 5: Matriz de dados brutos (Lb)

63,697
-91,773
59,425
-33,468
-53,799
-99,46
-37,314
-8,036
-24,563
84,43

37,305
21,192
6,075
-24,638
89,956
26,517

Matriz 6: Matriz das leituras brutas calculadas a partir das equações de colinearidade (Lo)

61,33912246
-91,98679239
58,76969325
-34,78396272
-54,70629198
-96,47613732
-37,28164031
-7,564544807
-23,77753068
84,99335852
38,02269223
20,05830165
5,598682996
-24,88608195
91,74067734
24,75852266

Matriz 7: Matriz da subtração de Lo - Lb

-2,358
-0,214
-0,655
-1,316
-0,907
2,984
0,032
0,471
0,785
0,563
0,718
-1,134
-0,476
-0,248
1,785
-1,758



	-				
-0,939009849	166,831509 7	22,4743546 8	2817,61266 2	256488,436	21526,0695 8
14,63327207	16,6014669 1	1,11022E- 15	19281,7866 9	21526,0695 8	49961,0564 4

Matriz 10: Matriz  $(A^T.P.A)^{-1}$ 

	-				-
419,8829769	21,8282394 2	31,5171477 7	0,28511973 9	0,01643662 3	0,01277152 6
-21,82823942	330,810852 8	45,8159724 4	0,01897450 9	0,21762597 2	0,01708845 9
31,51714777	45,8159724 4	47,3509718 9	0,02542892 5	0,03367699 2	0,00129691 4
0,285119739	0,01897450 9	0,02542892 5	0,00019826 9	1,39996E- 05	-6,71717E- 06
0,016436623	0,21762597 2	0,03367699 2	1,39996E- 05	0,00014752 6	9,34077E- 06
-0,012771526	0,01708845 9	0,00129691 4	-6,71717E- 06	9,34077E- 06	2,28176E- 05

Matriz 9: Matriz  $A^T.P$  (Lo-Lb)

0,1230257
0,080330206
0,156214142
-58,02140159
-158,8310665
954,6508186

Matriz 10: Matriz  $(A^T.P.A)^{-1} \cdot (A^T.P$  (Lo-Lb))

23,48031315
36,08474765
2,007629501
0,017385201
-0,025525763
0,017947666

Matriz 11: Matriz Xa

680.554,678
7.465.051,671
1.315,314
-0,017
0,026
-0,018

Matriz 12: Matriz Xa-Xo

-23,480
-36,085
-2,008
-0,017
0,026
-0,018

Matriz 13: Matriz de resíduos (V)

2,349
0,5194994
0,750474057
1,352396325
0,531156571
-2,937588935
-0,024180792
-0,381627222
-1,180974766
-0,915322207
-0,37397153
1,07849539
0,567178815
0,302164133
-1,553400151
1,637322657

Matriz 14: Matriz das leituras ajustadas (La)

63,688
-91,467
59,520
-33,432
-54,175
-99,414
-37,306



-7,946
-24,959
84,078
37,649
21,137
6,166
-24,584
90,187
26,396

ORIENTAÇÃO EXTERIOR (1º ITERAÇÃO):

E <sub>0</sub>	680.554,678
N <sub>0</sub>	7.465.051,671
Z <sub>0</sub>	1.315,314
f	-0,017
w	0,026
k	-0,018

r11	0,999999905
	-
r21	0,000313381
r31	0,000303289
r12	0,000313246
r22	0,999999852
r32	0,000445604
	-
r13	0,000303429
	-
r23	0,000445509
r33	0,999999855

f	153,528
---	---------

Matriz 1: Coordenadas dos pontos de controle

Ponto	E	N	Z(H)	Q	Nx	Ny
P1	681100,2 09	7464305,9 84	12,002	- 1303,1455 98	545,36952 49	- 746,09714 96



-5,73716E-05	0,117843423	0,067399843	36,81878233	203,8460146	64,25183228
0,117608681	168063416,2	0,047264818	178,2768775	12,35352685	30,60394416
-4,39593E-05	0,117633451	0,023394306	12,33457664	159,6136539	61,64607026
0,118120457	54800783,78	0,039961641	171,1450482	31,22545955	92,44664716
-5,85764E-05	0,118139998	0,071066109	31,27646472	209,2005545	51,99236327
-0,11820077	71715556,58	0,026561818	161,3031023	0,703235262	3,354036575
-3,78069E-05	0,118193843	0,00252942	0,706711406	153,6115059	34,54939682
0,118532748	84190858,96	0,016205672	156,406899	12,26473823	89,34569165
-1,61986E-05	0,118497084	0,069030134	12,27465872	205,5329661	21,03762279
0,123084572	128768038,2	0,032891759	164,4670307	6,497968795	24,51087205
-3,25958E-05	-0,12308578	0,019706996	6,495183539	157,4266831	40,97723912
0,117808045	114761184,9	0,006479006	153,9868746	1,186811677	20,70306597
-4,17239E-05	0,117817071	0,015834039	1,179511453	156,3175755	8,396767678
0,117365554	201941538,6	0,072382294	211,8487214	17,83013815	29,02401491
-3,00375E-05	0,117377614	0,022244069	17,84131796	158,9805754	94,62032048

Matriz 4: Matriz dos parâmetros aproximados ( $X_0$ )

680.554,678
7.465.051,671
1.315,314
-0,017
0,026
-0,018

Matriz 5: Matriz de dados brutos ( $L_b$ )

63,697
-91,773
59,425
-33,468
-53,799
-99,46
-37,314
-8,036
-24,563
84,43
37,305
21,192
6,075
-24,638
89,956
26,517

Matriz 6: Matriz das leituras brutas calculadas a partir das equações de colinearidade ( $L_0$ )

63,68818167
-
91,46729299
59,52016731
-33,4315664
-
54,17513541
-
99,41372626
-37,3058211
-
7,946172028
-
24,95850544
84,07803632
37,6487207
21,13679704

6,165861811
-
24,58391782
90,18727718
26,39584532

Matriz 7: Matriz da subtração de Lo - Lb

-0,009
0,306
0,095
0,036
-0,376
0,046
0,008
0,090
-0,396
-0,352
0,344
-0,055
0,091
0,054
0,231
-0,121

Matriz 8: Matriz A<sup>T</sup>

-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,11	-	0,11	-	0,11	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
779	5,73	760	4,39	812	5,85	0,1	3,8	0,1	1,6	0,1	3,3	0,1	4,2	0,1	-
841	716	868	593	045	764	18	E-	18	E-	23	E-	17	E-	17	3E
8	E-05	1	E-05	7	E-05	2	05	53	05	08	05	81	05	37	-05
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
169	0,11	168	0,11	548	0,11	71	-	84	-	1,2	-	1,1	-	2,0	-
819	784	063	763	007	813	71	0,1	19	0,1	9E	0,1	5E	0,1	2E	0,1
077,	342	416,	345	83,7	999	55	18	08	18	+0	23	+0	17	+0	17
8	3	2	1	8	8	57	19	59	5	8	09	8	82	8	38
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
0,04	0,06	0,04	0,02	0,03	0,07	0,0	0,0	0,0	-	-	-	-	0,0	-	-
934	739	726	339	996	106	26	02	16	0,0	0,0	0,0	0,0	15	0,0	0,0
090	984	481	430	164	610	56	52	20	69	32	19	06	83	72	22
7	3	8	6	1	9	2	9	6	03	89	71	48	4	38	24
180,		178,		171,	31,2	16	0,7	15	-		6,4	15	-	21	17,
406	-	276	-	145	764	1,3	06	6,4	12,	16	95	3,9	1,1	1,8	84
012	36,8	877	12,3	048	647	03	71	06	27	4,4	18	86	79	48	13
2	187	5	345	2	2	1	1	9	47	67	4	9	51	7	2

	823		766												
	3		4												
	-		-		-		-		-		-		-		-
36,8	203,	12,3	159,	31,2	209,	-	-	12,	-	-	-	1,1	-	-	-
696	846	535	613	254	200	0,7	15	26	20	6,4	15	86	15	17,	15
395	014	268	653	595	554	03	3,6	47	5,5	97	7,4	81	6,3	83	8,9
7	6	5	9	5	5	24	12	4	33	97	27	2	18	01	81
-	-	-	-	-	-										
87,9	64,2	30,6	61,6	92,4	51,9	-		89,	21,	24,	-	-	-	29,	-
002	518	039	460	466	923	3,3	34,	34	03	51	40,	20,	8,3	02	94,
341	322	441	702	471	632	54	54	56	76	08	97	70	96	40	62
1	8	6	6	6	7	04	94	9	2	7	72	31	77	1	03

Matriz 9: Matriz  $A^T.P.A$ 

0,11248538	-	0,01488976	163,287366	0,66919240	
1	117769567,3	6	2	1	10,70158728
-	-	-	-	-	-
117769567,		30459257,4	1,76344E+1		1121367212
3	1,4285E+17	3	1	3307134254	9
0,01488976	-	0,02964247	25,6524631	16,3514297	
6	30459257,43	9	2	8	0,011818825
-	-	-	-	-	-
163,287366	1,76344E+1	25,6524631	242741,692	2322,18883	-
2	1	2	9	7	14136,32105
-	-	-	-	-	-
0,66919240		16,3514297	2322,18883		
1	3307134254	8	7	254127,525	24899,94847
10,7015872	1121367212	0,01181882	14136,3210	24899,9484	
8	9	5	5	7	50045,75958

Matriz 10: Matriz  $(A^T.P.A)^{-1}$ 

415,515747	7,59313E-	40,5106898	0,27768814	0,00201746	-
4	09	3	8	8	0,00972621
7,59313E-09	1,06459E-	4,88252E-08	-6,69626E-	2,1701E-12	2,22433E-12
	16		11		
40,5106898	4,88252E-	64,2911123	0,00145660	0,00361623	
3	08	4	2	9	5,16653E-05
0,27768814	-6,69626E-	0,00145660	0,00023900	-1,85002E-	-6,87091E-
8	11	2	7	09	06

0,00201746 8	2,1701E- 12	0,00361623 9	-1,85002E- 09	4,35171E-06	-2,1117E-06
-					
0,00972621 9	2,22433E- 12	5,16653E-05	-6,87091E- 06	-2,1117E-06	2,16698E-05

Matriz 9: Matriz  $A^T.P$  (Lo-Lb)

1,78584E-05
62564838,68
-1,28319E-05
1,521004999
1,715891315
0,015648483

Matriz 10: Matriz  $(A^T.P.A)^{-1} \cdot (A^T.P$  (Lo-Lb))

0,907637996
6,56199E-09
3,058626912
-
0,003821105
0,000143193
0,000125256

Matriz 11: Matriz  $X_a$

680.553,770
7.465.051,671
1.312,256
-0,014
0,025
-0,018

Matriz 12: Matriz  $X_a-X_o$

-0,908
0,000
-3,059
0,004
0,000
0,000

Matriz 13: Matriz de resíduos (V)

0,953
-0,30955012
0,934590626
-
0,088069198
0,654996819
-
0,074357178
0,642917743
0,012666761
0,642717652
0,191045157
0,838626008
0,112799735
0,717567191
-
0,029464267
1,136329838
0,170853751

Matriz 14: Matriz das leituras ajustadas (La)

64,641
-91,777
60,455
-33,520
-53,520
-99,488
-36,663
-7,934
-24,316
84,269
38,487
21,250
6,883
-24,613
91,324
26,567

ORIENTAÇÃO EXTERIOR (2° ITERAÇÃO):

E <sub>0</sub> 680.553,770
----------------------------



N <sub>0</sub>	7.465.051,671
Z <sub>0</sub>	1.312,256
f	-0,014
w	0,025
k	-0,018

r11	0,999999922
	-
r21	0,000315537
r31	0,000236598
r12	0,000315432
r22	0,999999852
r32	0,000443084
	-
r13	0,000236738
	-
r23	0,000443009
r33	0,999999874

f	153,528
---	---------

Matriz 1: Coordenadas dos pontos de controle

Ponto	E	N	Z(H)	Q	Nx	Ny
P1	681100,209	7464305,984	12,002	1300,052693	546,3664228	-746,091032
P2	681079,091	7464791,902	10,103	-1302,16196	525,0946501	260,1806065
P3	680114,618	7464269,661	14,941	1296,864275	439,2123439	782,7236113
P4	680262,749	7465023,964	16,25	1295,924507	291,3190561	-28,3734176
P5	680377,816	7465806,099	20,306	1292,242241	176,4978978	753,7995597
P6	680888,011	7465251,245	68,268	1244,155225	333,8834871	199,1278248
P9	680626,292	7464876,497	12,075	1300,120242	72,26945908	175,7275726
P12	681361,203	7465299,251	7,796	1304,760507	807,0459951	247,2562834

Matriz 2:Matriz Peso

1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Matriz 3: Matriz A

-	169250602,	0,04965855	180,632814	37,1067958	88,1086317
0,118081916	1	3	1	8	1
-	0,11812368	-	37,0614350	-	64,5224186
-5,3295E-05	1	0,06772079	4	-204,089309	6
-0,11789112	167520301	-0,04757183	178,489158	12,4335750	-30,6759139
-	-	-	-	-	-
-4,27672E-05	0,11791280	0,02350543	12,4165050	159,646484	61,9099113
-	3	6	5	3	1
-	55420908,0	0,04006540	171,147414	31,3061431	92,6619638
0,118393498	2	3	2	9	5
-	-	-	-	-	-
-5,42572E-05	0,11841565	0,07139831	31,3512762	209,456606	51,9957207
-	1	7	1	6	7
-	72157221,6	0,02660355	161,286519	0,70395851	3,36139492
0,118476159	9	6	7	7	2
-	-	-	-	-	-
-3,79832E-05	0,11847099	0,00254132	0,70722473	153,609515	34,5125289
-	5	8	4	7	4
-	84490849,5	0,01619892	-	12,2600629	89,5570002
0,118811278	1	7	156,388172	1	9
-	-	-	-	-	-
-2,10689E-05	0,11877672	0,06935620	12,2638829	205,777806	20,9692644
-	6	3	2	9	2

-	128447200,	0,03314485	164,586843	6,54815045	24,5722527
0,123391544	2	1	5	7	8
-	-	-	-	-	-
-3,42485E-	0,12339062	0,01980482	6,54706164	157,448958	41,2010197
05	6	4	3	3	7
-	114768922,	0,00659204	154,002012	1,20698360	20,7512366
0,118085976	8	1	6	1	1
-	-	-	-	-	-
-4,10272E-	0,11809459	0,01590868	1,20103666	156,331121	8,53412258
05	3	9	9	5	2
-	201050342,	0,07280987	212,272126		29,0940463
0,117650332	3	9	5	-17,9357494	6
-	-	-	-	-	-
-3,18372E-	0,11765767	0,02235051	17,9491293	159,013244	
05	6	4	3	5	-94,9631422

Matriz 4: Matriz dos parâmetros aproximados (Xo)

680.553,770
7.465.051,671
1.312,256
-0,014
0,025
-0,018

Matriz 5: Matriz de dados brutos (Lb)

63,697
-91,773
59,425
-33,468
-53,799
-99,46
-37,314
-8,036
-24,563
84,43
37,305
21,192
6,075
-24,638
89,956
26,517

Matriz 6: Matriz das leituras brutas calculadas a partir das equações de colinearidade (Lo)

64,64109629
-91,77684311
60,45475794
-33,5196356
-53,52013859
-99,48808343
-36,66290336
-7,933505267
-24,31578779
84,26908147
38,48734671
21,24959677
6,883429002
-24,61338208
91,32360702
26,56669907

Matriz 7: Matriz da subtração de Lo - Lb

0,944
-0,004
1,030
-0,052
0,279
-0,028
0,651
0,102
0,247
-0,161
1,182
0,058
0,808
0,025
1,368
0,050

Matriz 8: Matriz A<sup>T</sup>

-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	5,32	0,11	4,27	-	5,42	0,1	3,8	0,1	2,1	0,1	3,4	0,1	4,1	0,1	3,2
0,11	95E-	789	672	0,11	572	18	E-	18	E-	23	E-	18	E-	17	E-
808	05	112	E-05	839	E-05	48	05	81	05	39	05	09	05	65	05

191				349											
6				8											
	-		-		-										
169	0,11		0,11	554	0,11	72	-	84	-	1,2	-	1,1	-	2,0	-
250	812	167	791	209	841	15	0,1	49	0,1	8E	0,1	5E	0,1	1E	0,1
602,	368	520	280	08,0	565	72	18	08	18	+0	23	+0	18	+0	17
1	1	301	3	2	1	22	47	50	78	8	39	8	09	8	66
-															
0,04		-	0,02	0,04	0,07	0,0	0,0	0,0	-	-	-	-	0,0	-	-
965	0,06	0,04	350	006	139	26	02	16	0,0	0,0	0,0	0,0	15	0,0	0,0
855	772	757	543	540	831	60	54	19	69	33	19	06	90	72	22
3	079	183	6	3	7	4	1	9	36	14	8	59	9	81	35
-															
180,	37,0	178,	12,4	171,	31,3	16	0,7	15	-	16	6,5		-	21	17,
632	614	489	165	147	512	1,2	07	6,3	12,	4,5	47	15	1,2	2,2	94
814	350	158	050	414	762	86	22	88	26	86	06	4,0	01	72	91
1	4	3	5	2	1	5	5	2	39	8	2	02	04	1	3
-															
37,1	-	12,4	159,	31,3	209,	-	-	12,	-	-	-	1,2	-	-	-
067	204,	335	646	061	456	0,7	15	26	20	6,5	15	06	15	17,	15
958	089	750	484	431	606	03	3,6	00	5,7	48	7,4	98	6,3	93	9,0
8	309	1	3	9	6	96	1	6	78	15	49	4	31	57	13
-															
88,1	64,5	-	61,9	92,6	51,9	-	34,		20,	24,	-	-	-	29,	-
086	224	30,6	099	619	957	3,3	51	89,	96	57	41,	20,	8,5	09	94,
317	186	759	113	638	207	61	25	55	92	22	20	75	34	40	96
1	6	139	1	5	7	39	3	7	6	5	1	12	12	5	31

Matriz 9: Matriz  $A^T.P.A$ 

	-		-		-
0,11302278	117938980,9	0,01508003	163,7914811	0,682523913	10,75068616
-117938980,9	1,42217E+17	30517602,33	1,76302E+11	3304720555	11238481356
0,01508003	30517602,33	0,029945691	25,96654187	16,45524781	0,011159947
-163,7914811	1,76302E+11	25,96654187	243141,5398	2365,80916	14168,21104
-0,682523913	3304720555	16,45524781	2365,80916	254495,1247	25108,94657
10,75068616	11238481356	0,011159947	14168,21104	25108,94657	50321,72342

Matriz 10: Matriz  $(A^T.P.A)^{-1}$ 

					-
	8,7825E-	40,8605768	0,27364266		0,00961946
410,0479658	09	6	7	0,0020329	3

8,7825E-09	1,08773E-16	4,9E-08	-6,76105E-11	2,18288E-12	2,28034E-12
40,86057686	4,9E-08	63,6551176	0,00123783	0,00359497	5,74672E-05
0,273642667	-6,76105E-11	0,00123783	0,00023694	5,00051E-09	-6,85034E-06
0,0020329	2,18288E-12	0,00359497	5,00051E-09	4,34757E-06	-2,11549E-06
-0,009619463	2,28034E-12	5,74672E-05	-6,85034E-06	-2,11549E-06	2,15633E-05

Matriz 9: Matriz  $A^T.P$  (Lo-Lb)

-0,774662685
935226981,4
-0,201382146
1158,327903
21,84232256
-73,74961577

Matriz 10: Matriz  $(A^T.P.A)^{-1} \cdot (A^T.P$  (Lo-Lb))

0,057951534
6,62075E-09
-0,005596958
1,82882E-06
-5,1446E-07
1,45947E-06

Matriz 11: Matriz  $X_a$ 

680.553,712
7.465.051,671
1.312,261
-0,014
0,025
-0,018

Matriz 12: Matriz  $X_a-X_o$ 

-0,058
0,000
0,006
0,000

0,000
0,000

Matriz 13: Matriz de resíduos (V)


0,006
0,00043907
0,006290456
0,000164969
0,006891463
0,000161779
0,006724354
-0,000114264
0,006565556
-0,000501003
0,006624988
-0,000141705
0,006555633
2,56434E-05
0,005970607
-9,92859E-05

Matriz 14: Matriz das leituras ajustadas (La)

64,647
-91,776
60,461
-33,519
-53,513
-99,488
-36,656
-7,934
-24,309
84,269
38,494
21,249
6,890
-24,613
91,330
26,567

## ANEXOS

Anexo A: Descrição de um ponto de controle, obtido por uma equipe de campo e com tais informações:

PONTO DE APOIO DE CAMPO PARA SUPORTE AO E-FOTO			
IDENTIFICAÇÃO DO PONTO: P01			
DATA DE LEVANTAMENTO:		7/6/2010	13:41:30- 14:45:45
OPERADORES: Gabriel Lago, Guiderlan Mantovani, Vanessa Oliveira.	EQUIPAMENTO:	RECEPTOR:	PROMARK 2
		MODELO DE ANTENA:	ASH110545
		ALTURA DA ANTENA:	2m
COORDENADAS GEODÉSICAS- SIRGAS2000			
COORDENADAS		SIGMA	DADO
LATITUDE ( $\phi$ ):	22°55'10,14939"S	0,006m	GPS
LONGITUDE ( $\lambda$ ):	43°14'02,73155"W	0,006m	GPS
ALT. GEOM. (h):	5,962m	0,012m	GPS
ALT. ORTOM.(H):	12,002m		MAPGEO2004
COORDENADAS PLANAS (UTM)			
	COORDENADAS	DADO	
UTM (E):	681.100,209	PROGRID	
UTM (N):	7.464.305,984	PROGRID	
MC:	45° WGr	PROGRID	
LOCALIZAÇÃO DO PONTO: Quina norte do Rio Maracanã, na Avenida de mesmo nome, esquina com Rua Major Ávila, na altura da Praça Varnhagen			
			



## DESCRIÇÃO VISUAL DO PONTO (Visual Description of Ground Control Point):



Detalhe do ponto P01



Acima esquerda: vista da praça.  
Direita: vista ao longo do rio na direção da Av. Maracanã.