

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA**  
**Programa de Pós-Graduação em Educação – PPGEd**  
**Mestrado Profissional em Educação**

**LÍSLEI RUTZ WOLTER**

**FRAÇÕES NO QUARTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM DEBATE COM  
CRIANÇAS A PARTIR DE SEUS ERROS**

**Jaguarão**  
**2022**

**LÍSLEI RUTZ WOLTER**

**FRAÇÕES NO QUARTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM DEBATE COM  
CRIANÇAS A PARTIR DE SEUS ERROS**

Relatório Crítico-Reflexivo apresentado ao  
Mestrado Profissional em Educação da  
Universidade Federal do Pampa, como  
requisito parcial para obtenção do Título  
de Mestre em Educação.

Orientador: Dr. João Carlos Pereira de  
Moraes

**Jaguarão  
2022**

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos  
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do  
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

W868f Wolter, Lislei Rutz  
FRAÇÕES NO QUARTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM DEBATE COM  
CRIANÇAS A PARTIR DE SEUS ERROS / Lislei Rutz Wolter.  
132 p.  
Dissertação (Mestrado)-- Universidade Federal do Pampa,  
MESTRADO EM EDUCAÇÃO, 2022.  
"Orientação: João Carlos Pereira de Moraes".  
1. Educação Matemática. 2. Fração. 3. Análise de erros. 4.  
Anos Iniciais. I. Título.

## LÍSLEI RUTZ WOLTER

### FRAÇÕES NO QUARTO ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL: UM DEBATE COM CRIANÇAS A PARTIR DE SEUS ERROS

Relatório Crítico-Reflexivo apresentado ao Mestrado Profissional em Educação da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Educação.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: dia, mês e ano.

Banca examinadora:

---

Prof. Dr. João Carlos Pereira de Moraes  
Orientador  
UNIPAMPA

---

Profa. Dra. Edvonete Souza de Alencar  
UFGD

---

Prof. Dr. Lúcio Jorge Hammes  
UNIPAMPA

---

Assinado eletronicamente por **JOAO CARLOS PEREIRA DE MORAES, PROFESSOR DO MAGISTERIO**

[https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador.php?acao=documento\\_imprimir\\_web&acao\\_origem=arvore\\_visualizar&id\\_documento=915362&infra\\_...](https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador.php?acao=documento_imprimir_web&acao_origem=arvore_visualizar&id_documento=915362&infra_...)



**SUPERIOR**, em 07/06/2022, às 15:16, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **LUCIO JORGE HAMMES, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 07/06/2022, às 15:21, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site

[https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0832419** e

o código CRC **79A6BD34**.

***Dedico este trabalho aos meus pais,  
base do que sou hoje.***

## AGRADECIMENTO

*Primeiramente, agradeço a Deus e todas as forças do Universo por terem me dado forças, coragem para não desistir e ânimo para ir até o fim.*

*Aos meus pais, Sidnei e Teresinha, por sempre acreditarem em mim, por me ensinarem a lutar pelos meus sonhos, pela compreensão e amor dedicado.*

*À professora e amiga, Marlene Timm, por anos de acompanhamento, dedicação e incentivo.*

*Aos Estudantes participantes desta pesquisa, à Escola Campo e aos pais pela contribuição e colaboração.*

*A todos os Professores do mestrado que contribuíram para o meu crescimento.*

*À banca de qualificação e defesa pelas contribuições que tornaram possível a finalização desse trabalho, em especial, à Professora Doutora Paula Bianchi.*

*Ao Professor Doutor João Carlos Pereira de Moraes por me orientar, ensinar e ter ajudado na construção e concretização dessa dissertação. Obrigado por acreditar em mim e sonhar junto comigo.*

*Grata a todos e a todas!!!*

*A menos que modifiquemos a nossa maneira de pensar, não seremos capazes de resolver os problemas causados pela forma como nos acostumamos a ver o mundo.*

Albert Einstein

## RESUMO

Este Relatório Crítico-Reflexivo é resultado de uma pesquisa que aborda frações na vida escolar dos alunos do 4º Ano do Ensino Fundamental. Esse conceito é considerado, muitas vezes, de difícil compreensão, por parte dos alunos, e complexo de se ensinar, por parte do professor. Tal fato pode permitir que diversas compreensões errôneas não sejam superadas pelo grupo de alunos. Nesse sentido, esse trabalho surge com o objetivo geral de Analisar o processo de debate sobre o conceito de fração, a partir da perspectiva da análise de erros, com alunos do 4º Ano de uma escola estadual de Canguçu/RS. Para tanto, elencou-se os seguintes objetivos específicos a serem observados: a) Elaborar uma sequência de trabalho para o ensino de fração, no quarto ano do Ensino Fundamental; b) Investigar o papel exercido pela análise dos erros na produção do conhecimento fracionário ao longo da intervenção; c) Compreender os conhecimentos elaborados sobre fração, por alunos do quarto ano do Ensino Fundamental, a partir da intervenção. A pesquisa foi realizada com 29 alunos de uma turma de uma escola estadual de Canguçu. A pesquisa foi desenvolvida através de questionários, discutindo os conceitos de metade, divisão e fração, e uma sequência de intervenção pautada nas ideias de parte-todo, medida e número, relacionadas ao pensamento fracionário. A análise dos dados foi realizada numa perspectiva descritiva-narrativa, em que, no primeiro momento, descreve-se a intervenção, realizando uma análise processual, e, no segundo momento, cria-se uma síntese integradora de ideias sobressalientes no processo. Como resultado, a pesquisa evidenciou que a análise de erro permitiu um processo reflexivo de construção do conceito de frações, gerando uma cultura em sala que traz o questionamento como parte da atividade do aluno. Além disso, ressaltou a reflexão de ideias no pensamento fracionário, tais como, parte e totalidade; frações equivalentes, diferentes representações, comparação entre frações, posição de frações na reta, relação medida e o pensamento fracionário. Conclui-se, assim, que a pesquisa potencializou a construção do conceito de fração e criação de novas compreensões mais elaboradas sobre o mesmo.

**Palavras-Chave:** Anos iniciais do Ensino Fundamental; Análise de erros; Frações.

## ABSTRACT

This Critical-Reflective Report is the result of a research that addresses fractions in the school life of students in the 4th Year of Elementary School. This concept is often considered difficult for students to understand and difficult to teach for the teacher. This fact may allow several misunderstandings not to be overcome by the group of students. In this sense, this work arises with the general objective of analyzing the process of debate on the concept of fraction, from the perspective of error analysis, with students from the 4th year of a state school in Canguçu/RS. To this end, the following specific objectives were listed: a) Develop a work sequence for teaching fractions in the fourth year of Elementary School; b) Investigate the role played by error analysis in the production of fractional knowledge throughout the intervention; c) Understand the knowledge elaborated on fraction by students of the fourth year of Elementary School from the intervention. The research was carried out with 29 students from a class at a state school in Canguçu. The research was developed through questionnaires, discussing the concepts of half, division and fraction, and an intervention sequence based on the ideas of part-whole, measure and number related to fractional thinking. Data analysis was carried out in a descriptive-narrative perspective, in which, at first, the intervention is described, carrying out a procedural analysis, and, in the second moment, an integrative synthesis of outstanding ideas in the process is created. As a result, the research showed that the error analysis allowed a reflexive process of construction of the concept of fractions, generating a culture in the classroom that brings questioning as part of the student's activity. In addition, he highlighted the reflection of ideas in fractional thinking, such as: part and totality; equivalent fractions, different representations, comparison between fractions, position of fractions on the line, measured relationship and fractional thinking. It is concluded, therefore, that the research potentiated the construction of the concept of fraction and the creation of new, more elaborate understandings about it.

**Keywords:** Early years of Elementary School; Error analysis; Fractions.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Mapa ilustrativo do município de Canguçu/RS.....	51
Figura 2 – Localização da Escola Campo.....	52
Figura 3 – Grupo Escolar em 1922.....	52
Figura 4 – Grupo Irmãos Andradas em 1950.....	53
Figura 5 – E.E.E.F. Irmãos Andradas em 2019.....	53
Figura 6 – Capa do livro.....	61
Figura 7 – Representação de bolo.....	61
Figura 8 – História das frações.....	63
Figura 9 – Atividade produzida pela pesquisadora.....	64
Figura 10 – Fração de um inteiro.....	65
Figura 11 – Leitura e escrita de frações.....	68
Figura 12 – Atividade a parte.....	72
Figura 13 – Fração como medida.....	73
Figura 14 – Atividade prática: Pensamento em fitas.....	74
Figura 15 – Atividades: Fração na reta numérica.....	75
Figura 16 – Questionário sobre metade.....	79
Figura 17 – Nuvem de palavras 1: Metade.....	80
Figura 18 – Esquema do grupo: Metade.....	
Figura 19 – Nuvem de palavras 2: Metade.....	81
Figura 20 – questionário sobre divisão.....	82
Figura 21 – Nuvem de palavras 1: Divisão.....	83
Figura 22 – Esquema de divisão.....	84
Figura 23 – Nuvem de palavra 2: Divisão.....	84
Figura 24 – Círculos para atividade.....	86
Figura 25 – Desenho dos alunos selecionados.....	89
Figura 26 – Quadratura do círculo.....	91
Figura 27 – Atividade de fração parte/todo.....	93
Figura 28 – Atividade de fração.....	94
Figura 29 – Atividade de fração a parte.....	95
Figura 30 – Atividade de erro: leitura e escrita de frações.....	96
Figura 31 – Fração como medida.....	99
Figura 32 – Atividade prática: Fração como medida.....	100

Figura 33 – Análise de erros: Fração como medida.....	101
Figura 34 – Representação de $\frac{1}{6}$ de aluno.....	103
Figura 35 – Fração na reta numérica.....	105
Figura 36 –Atividade na reta numérica.....	107
Figura 37 – Questionário sobre fração.....	108
Figura 38 – Síntese de fração.....	109
Figura 39 – Nuvem de palavras 1: Fração.....	110
Figura 40 – Nuvem de palavras 2: Fração.....	111

## LISTA DE QUADROS E TABELAS

Quadro 1 – Taxonomia de erros.....	40
Quadro 2 – Recorte da unidade temática números.....	43
Quadro 3 – Recorte da unidade temática números.....	43
Quadro 4 – Significado de fração.....	44
Quadro 5 – Exemplo Grandeza contínua e discreta.....	46
Quadro 6 – Exemplo de número.....	47
Quadro 7 – Exemplo de medida.....	47
Quadro 8 – Alguns possíveis registros de frações.....	48
Quadro 9 – Questionário metade.....	59
Quadro 10 – Questionário divisão.....	60
Quadro 11 – Questionário fração.....	60
Tabela 1 – Resultado da pesquisa.....	21
Tabela 2 – Trabalhos de acordo com a região.....	23
Tabela 3 – Trabalhos de acordo de acordo com a natureza.....	23
Tabela 4 – Trabalhos de acordo com o ano.....	24
Tabela 5 – Trabalho de acordo com o objeto.....	24
Tabela 6 – Trabalhos de acordo com a abordagem.....	27
Tabela 7 – Trabalho de acordo com a metodologia.....	29
Tabela 8 – Trabalho de acordo com a conclusão.....	30

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BDTD – Biblioteca Digital brasileira de Teses e Dissertações.

BNCC – Base Nacional Curricular Comum.

CEP – Comitê de Ética da Universidade Federal do Pampa.

CNS – Conselho Nacional de Saúde.

CTD – Catalogo de Teses e Dissertações da Capes.

DC – Diário de Campo

E.E.E.F. – Escola Estadual de Ensino Fundamental.

EF – Ensino Fundamental.

ENEM – Encontro Nacional de Educação Matemática.

IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística.

MA – Matemática.

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais.

PP – Portal de Periódicos da Capes.

PPP – Projeto Político Pedagógico.

RS – Rio Grande do Sul.

SBEM – Sociedade Brasileira de Matemática.

SciELO – *Scientific Eletronic Library Online*.

TALE – Termo de Assentimento Livre e Esclarecido.

TCLE – Termo de consentimento livre e esclarecido.

TP – Transcrição Parcial.

## Sumário

RESUMO.....	7
ABSTRACT.....	8
INTRODUÇÃO.....	16
1 ESTADO DO CONHECIMENTO.....	20
1.1 Aspectos metodológicos da composição do estado do conhecimento.....	20
1.1.1 Metodologia para coleta de dados.....	21
1.1.2 Resultado da pesquisa.....	22
1.1.3 Análise dos dados.....	23
1.2 Resultados e discussões.....	24
1.2.2 <i>Categoria 1: objetivo do trabalho</i> .....	25
1.2.3 <i>Categoria 2: abordagens metodológicas usadas para o ensino de fração</i> .....	28
1.2.4 <i>Categoria 3: metodologias de pesquisa utilizadas nos trabalhos</i> .....	29
1.2.5 <i>Categoria 4: as principais inferências dos estudos</i> .....	31
2 REFERENCIAL TEÓRICO.....	34
2.1 O conceito de erro.....	34
2.1.1 <i>O erro no ambiente escolar</i> .....	36
2.1.2 <i>Diferentes concepções de erro</i> .....	39
2.2 Frações.....	42
2.2.1 <i>A fração nos currículos escolares</i> .....	43
2.2.2 <i>Significados de Fração</i> .....	45
2.2.3 <i>Frações, representações e a necessidade da análise de erros</i> .....	48
3 ASPECTOS METODOLÓGICOS.....	51
3.1 Pressupostos teórico-metodológicos.....	51
3.2 Caracterização da escola.....	52
3.3 Sujeitos da pesquisa.....	55
3.4 Instrumentos e procedimentos.....	56
3.5 Análise de dados.....	57
4 PLANEJAMENTO DE SEQUÊNCIA DE TRABALHO.....	59
4.1 Primeiro momento.....	59
4.2 Segundo Momento.....	61
4.3 Terceiro Momento.....	63
4.4 Quarto Momento.....	68
4.5 Quinto Momento.....	73
4.6 Sexto Momento.....	75
4.7 Sétimo Momento.....	78

5 ANÁLISE DOS DADOS.....	79
5.1 Questionário: metade e divisão.....	79
5.1.1 <i>Metade</i> .....	79
Para ajudar a formulação do conceito, pedi que os estudantes citassem algumas palavras das cinco utilizadas no questionário. Alguns alunos falaram as descritas no balão acima. Um dos alunos lembrou que, para ter metade, usamos a divisão por dois. Com as palavras, os alunos construíram a frase: “Metade é o meio, dividir, repartir ou cortar alguma coisa”. Ainda perguntei o que seria a coisa, aí eles citaram frutas, comida, folha, verduras ou madeira (DC).....	82
A partir da produção coletiva, alguns outros indícios sobre o conceito de metade entraram em evidência: repartir objetivos e a ideia de partes iguais. Assim, visualizamos uma possível ampliação do conceito de números para objetos.....	82
Quando terminamos de realizar a atividade, vários [alunos] perceberam que colocaram outras palavras que não estavam de acordo com o a frase elaborada, ficaram com dúvida se poderiam arrumar os questionários. Parte dos alunos utilizou exemplos e não conceitos nas palavras e explicação (DC).....	82
5.1.2 <i>Divisão</i> .....	83
5.2 Fração como parte/todo.....	86
5.2.1 <i>Situação problematizadora</i> .....	86
5.2.2 <i>Análise de erros – situação problematizadora</i> .....	90
5.2.3 – <i>Questões iniciais de parte-todo</i> .....	93
5.2.4 <i>Leitura e escrita de frações</i> .....	95
5.2.5 <i>Leitura e escrita de frações – análise de erros</i> .....	97
5.3 Fração como medida.....	99
5.3.1 <i>Análise de erro – fração como medida</i> .....	102
5.4 Fração como número.....	105
5.5 Questionário: fração.....	109
5.5.2 <i>Questionário de fração após a intervenção</i> .....	111
5.6 Síntese integradora.....	113
CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	115
REFERÊNCIAS.....	117
ANEXO I.....	123
ANEXO II.....	127
ANEXO III.....	129
ANEXO IV.....	132



## INTRODUÇÃO

Começo este trabalho relatando um pouco de minha relação com a Matemática. Ela tem início significativo no ano de 2000, quando, por motivos profissionais, minha família decide sair da zona rural para morar na zona urbana. Considero que minha vida escolar, até aquele momento, era normal, como de qualquer criança. No entanto, esse processo de transição não foi fácil para mim. Na nova escola, fui vista com a menina de sotaque alemão e roupas simples. Na atualidade, veríamos tudo que vivi como *bullying*, o que na época era um debate inexistente.

Nessa escola, no primeiro dia de aula de matemática, no 6º Ano, a professora realizou uma lista com 20 (vinte) exercícios de revisão, a maioria com frações. Porém, eu só sabia fazer 4 (quatro) operações fundamentais – adição, subtração, multiplicação e divisão. Nunca tinha visto aqueles símbolos estranhos.

Assim, eu levantei da mesa para pedir ajuda, mas tive uma resposta não muito agradável da professora: “*E eu com isso? Senta e te vira*”. Lembro-me da sensação congelante com aquela resposta. Não sabia o que fazer. Então, mirei para minha carteira, voltei e virei a folha até o término da aula. Aquele dia, eu fui para casa chorando.

Ao lembrar o passado, percebo que o sentimento de frustração tomou conta de mim. Olhar e não compreender os exercícios. Esperar que a professora prestasse ajuda, explicando o que se apresentava a minha frente. Receber uma resposta indiferente e nada acolhedora. Tudo isso me fez sentir diminuída e desamparada em um ambiente novo. A estranha era eu.

Minha mãe amanheceu na escola no outro dia, sem grandes conquistas. Foi um ano de aulas particulares para suprir a defasagem, conseguir acompanhar a turma e concluir o Ensino Fundamental sem reprovação. Essa labuta durou até a 8ª série (9º ano hoje em dia), só sendo amenizada no Ensino Médio.

Nessa nova fase, o Ensino Médio, eu conheci um professor que me fez olhar a matemática de modo diferente. Percebi que podia compreender e entender os conceitos. Passei a gostar da disciplina, principalmente, de geometria. Eis que a chama para continuar o estudo no Ensino Superior se acendia em mim. Sonhos de ter uma faculdade eram fomentados na pequena menina de descendência alemã.

Contudo, ao término do Ensino Médio, eu já trabalhava para ajudar minha família. Cursar uma faculdade seria sair de Canguçu e morar em Pelotas (cidade vizinha), a única da região com Ensino Superior. Não tínhamos condições financeiras para isso. Então, eu descobri que, na lógica do capitalismo, sonhos são do tamanho que sua renda permite. Deste modo, eu estive na face oculta do discurso da meritocracia em educação: entre sobreviver e alcançar sonhos, eu sobrevivi.

Porém, como diriam por aí, sonhos nunca morrem. Anos mais tarde, surgiu a oportunidade de realizar um curso superior à distância. Esse, sim, estava ao meu alcance! Abracei a oportunidade com toda a força que tive. Na ocasião, tinha dois cursos em oferta: Pedagogia e Matemática. Pensei muito e, por fim, lembrando-me de meus fracassos e dificuldades, optei pelo primeiro. Eu seria pedagoga!

Quando concluí o curso, eu queria mais. Senti a necessidade de obter qualificação para os anos finais do Ensino Fundamental. Ao deparar-me com os cursos oferecidos, com turmas abertas, lá estava ela novamente, a Licenciatura em Matemática. Pensei comigo: *“Deve ser um sinal, vamos enfrentar mais um desafio e mostrar pra mim mesmo que posso vencer meus medos e traumas!”*.

No entanto, não foi um período fácil. Quem viveu uma Licenciatura em Matemática conhece as desistências dos colegas, as notas baixas, a possível realidade de ter de cursar uma disciplina mais de uma vez, etc. Após atravessar esse caminho, eu digo que venci mais essa batalha e tenho aprendido, a cada dia, o quanto é necessário acreditarmos em nós mesmos e lutar pelos nossos sonhos.

Essa jornada me levou para a docência na Educação Básica. Atualmente, leciono no 4º e 9º anos do Ensino Fundamental e em todos os anos do Ensino Médio. Percebo certa resistência, por parte dos alunos, à disciplina de Matemática e, também, dificuldades de aprendizagem em determinados conceitos, sendo um deles, as frações.

Assim, no mestrado, acreditei que estava na hora de enfrentar essa amiga/inimiga fracionária que me espreita desde o 6º ano. O bom da vida é que as batalhas não precisam ser solitárias. Hoje, eu tenho o João comigo, meu orientador de mestrado. Frente às múltiplas possibilidades de compreender as frações, fui instigada por ele, a estudá-las a partir de uma perspectiva de análise de erros.

Conforme a Base Nacional Comum Curricular (BRASIL, 2017), as frações surgem na vida escolar dos alunos, com essa nomenclatura, no 4º Ano do Ensino Fundamental. Nesse período, a criança compreende noções de fração pelo seu convívio com situações cotidianas, não exigindo as suas significações em totalidade.

Nesse sentido, a proposta da análise do erro consiste em transformar os obstáculos gerados, nesse momento de aprendizagem, em oportunidade para debater o pensamento fracionário, instigando novas estratégias de pensar os problemas matemáticos. Em tal perspectiva, a aluno parte das suas hipóteses, mediadas com os questionamentos do professor, deixando de lado a frustração do que não deu certo, motivado a ir adiante dentro da atividade.

Deste modo, para a pesquisa de mestrado trazemos o seguinte objetivo geral:

**Analisar o processo de debate sobre o conceito de fração, a partir da perspectiva da análise de erros, com alunos do 4º Ano de uma escola estadual de Canguçu/RS.**

Para tanto, elencamos alguns objetivos específicos a serem observados:

- Elaborar uma sequência de trabalho para o ensino de fração no quarto ano do Ensino Fundamental;
- Investigar o papel exercido pela análise dos erros na produção do conhecimento fracionário ao longo da intervenção;
- Compreender os conhecimentos elaborados sobre fração por alunos do quarto ano do Ensino Fundamental, a partir da intervenção.

A pesquisa será apresentada em cinco capítulos, detalhados a seguir.

No primeiro capítulo, “Estado do Conhecimento”, são abordadas as pesquisas já realizadas sobre o assunto, sendo assim, a revisão de literatura, com o tema “Frações” e “Anos Iniciais”. Perante o material levantado, elencamos as seguintes categorias: (1) O objetivo de pesquisa do trabalho; (2) As abordagens metodológicas usadas para o ensino de fração; (3) As metodologias de pesquisa utilizadas nos trabalhos; e (4) As principais inferências dos estudos. Ao final do capítulo, percebemos que os trabalhos desenvolvidos levam em consideração o impacto das metodologias de ensino empregadas, tanto na prática docente, quanto na aprendizagem das crianças envolvidas.

No segundo capítulo, “Referencial teórico”, apresentamos dois momentos: (1) “O Erro”, em que elaboramos uma investigação sobre o conceito de erro, abordando

questões relativas à filosofia e ao ambiente escolar; (2) “Frações”, momento que problematizamos a inserção do assunto nos bancos escolares, apoiando-nos na Base Nacional Comum Curricular e nos Parâmetros Curriculares Nacionais.

No terceiro capítulo, “Aspectos Metodológicos”, são abordados os pressupostos teórico-metodológicos, a caracterização da Escola, a descrição dos sujeitos de pesquisa, os instrumentos para a produção de dados e processos para a sua análise.

No quarto capítulo, “Planejamento de sequência de trabalho”, apresenta-se a sequência de trabalho desenvolvida com os alunos do quarto ano do Ensino Fundamental. Tal sequência se manifesta como uma produção passível de ser utilizada e aplicada para outras turmas no ensino de fração.

No quinto capítulo, “Análise de dados”, evidenciam-se as construções analíticas produzidas, a partir da aplicação da sequência de trabalho apresentadas no capítulo anterior. Elencam-se as falas dos alunos, as discussões produzidas e as construções ocorridas em sala.

## **1 ESTADO DO CONHECIMENTO**

O estado de conhecimento se configura com a sistematização da produção de uma área do conhecimento em seus diferentes aspectos, um levantamento do que se conhece sobre um determinado assunto. Por meio dele, analisamos o que já foi realizado em um determinado período, local, com tal metodologia e que gerou determinados resultados. Além disso, o estado do conhecimento se configura como ponto de partida e fundamento para pesquisas sobre a mesma temática.

Soares (1989, p. 3) ressalta que:

Essa compreensão do estado de conhecimento sobre um tema, em determinado momento, é necessária no processo de evolução da ciência, afim de que se ordene periodicamente o conjunto de informações e resultados já obtidos, ordenação que permita indicação das possibilidades de integração de diferentes perspectivas, aparentemente autônomas, a identificação de duplicações ou contradições, e a determinação de lacunas e vieses (SOARES, 1989, p. 3).

Nesse sentido, esse estado de conhecimento busca realizar, por meio da leitura de produções divulgadas em espaços acadêmicos, a sistematização de um determinado tema, trazendo uma visão geral do que vem sendo produzido na área, com sua evolução e possíveis lacunas existentes. No caso específico dessa pesquisa, temos como temática a ser investigada a presença das frações nos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Perante isso, o objetivo desse estado do conhecimento é analisar as produções científicas sobre frações com crianças nos anos iniciais do Ensino Fundamental, perante seus objetivos, metodologias e inferências. Consideramos que essa leitura permitirá novas construções teóricas, bem como, espaços possíveis de debates e inserção de nossa pesquisa.

### **1.1 Aspectos metodológicos da composição do estado do conhecimento**

Os aspectos metodológicos da composição do estado do conhecimento, geralmente, são realizados por meio de uma busca nos catálogos de dados mais significativos da área. A partir deles, é possível fazer um levantamento de forma quantitativa de um determinado tema. Referente à criação dos catálogos, Ferreira (2002) descreve:

Sustentados e movidos pelo desafio de conhecer o já construído e produzido para depois buscar o que ainda não foi feito, de dedicar cada vez mais atenção a um número considerável de pesquisas realizadas de difícil acesso, de dar conta de determinado saber que se avolumam cada vez

mais rapidamente e de divulgá-lo para a sociedade, todos esses pesquisadores trazem em comum a opção metodológica, por se constituírem pesquisas de levantamento e de avaliação do conhecimento sobre determinado tema (FERREIRA, 2002, p. 259).

No contexto dos catálogos, o resumo é o instrumento fundamental de leitura. Através dele, temos uma explanação do que foi abordado no trabalho, a pontuação de fatos relevantes e dos resultados dos estudos. Assim,

O crescimento da literatura científica transformou os resumos em instrumentos indispensáveis, na medida em que sua inserção em catálogos e bases de dados agiliza, em muito, a atividade de seleção em busca bibliográfica de todos aqueles que se dedicam ao estudo e à pesquisa (GARRIDO, 1993, p. 5).

Nesse sentido, realizamos uma investigação sobre frações com crianças nos anos iniciais do Ensino Fundamental, utilizando o levantamento em bases de dados significativas em Educação Matemática, elegendo os resumos dos estudos nessas, como instrumento, para identificar pontos específicos da temática na área. Abaixo, apresentamos, mais detalhadamente, esse processo.

### *1.1.1 Metodologia para coleta de dados*

A partir do exposto anteriormente, realizamos um processo inicial de busca em duas bases de dados: Biblioteca Digital Brasileira de Teses e Dissertações (BDTD) e o Catálogo de Teses e Dissertações da Capes (CTD). Nesses espaços, primeiramente, utilizou-se os descritores “Frações” AND “Anos Iniciais” e, em seguida, uma leitura atenta de títulos e resumos, o que permitiu a inclusão somente dos estudos que possuíam como sujeitos as crianças<sup>1</sup> dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Perante esse processo, obtivemos sete (7) estudos na BDTD e dois (2) no CTD, já considerando as pesquisas em repetição em ambos, sendo os mesmos contabilizados somente na BDTD<sup>2</sup>.

Além dos bancos de dados elencados, elegemos os Encontros Nacionais em Educação Matemática (ENEM) dos últimos dez anos como espaço de pesquisa. Essa escolha ocorreu por avaliarmos esse como evento representativo da área e

---

<sup>1</sup>Essa seleção acabou reduzindo drasticamente os estudos para análise, uma vez da existência do grande número de pesquisas com sujeitos professores dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

<sup>2</sup> Vale ressaltar que a busca nesse banco de dados foi realizada em dois momentos: o primeiro deles, em abril de 2021, o que gerou a primeira versão da revisão, e, em outubro de 2021, o que gerou a

amparado cientificamente pela comunidade de Educação Matemática, uma vez que sua produção se associa à Sociedade Brasileira de Educação Matemática (SBEM).

Os ENEM analisados condizem do X ao XIII encontro. Como nosso interesse se restringe às pesquisas; o estudo só foi realizado em publicações da modalidade “comunicação científica”, não aderindo aos “relatos de experiência”. Os descritores utilizados foram “*frac*” e, em seguida, “*frac*”, o que permitiu, após leitura de títulos e resumos e inclusão somente de pesquisas com sujeitos crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental, o levantamento de cinco (5) estudos.

Por fim, foi realizado levantamento em mais duas bases de dados: *Scientific Electronic Library Online* (SciELO) e no Portal de Periódicos da Capes (PP), utilizando os descritores com os termos “*frac*” AND “*Anos Iniciais*”, o que não gerou trabalhos com crianças dos Anos Iniciais do Ensino Fundamental.

### 1.1.2 Resultado da pesquisa

Como resultado da pesquisa, foram levantados 14 trabalhos, que foram catalogados a partir dos seguintes critérios: (1) Natureza; (2) Título; (3) Autor e (4) Ano, conforme tabela 1 abaixo:

**Tabela 1-** Resultado da pesquisa

<b>Termo*</b>	<b>Natureza</b>	<b>Título</b>	<b>Autor</b>	<b>Ano</b>
T1	Dissertação	Abordando Frações em perspectiva histórica: Uma possibilidade de ensino para a Educação Básica	Cruz	2016
T2	Dissertação	A compreensão das relações numéricas na aprendizagem de frações: um estudo com crianças brasileiras e portuguesas do 4º ano da Educação Básica.	Vasconcelos	2015
T3	Dissertação	Reaprender frações de oficinas pedagógicas: desafio para a formação inicial	Barros	2007
T4	Dissertação	O número como signo: relatos de uma experiência de ensino de frações a partir das teorias sócio interacionista e dos registro de representações semióticas	Martins	2012
T5	Tese	A conversão entre representações semióticas: uma análise no domínio das frações à luz de <i>Duval</i> e <i>Vergnaud</i>	Santana	2018
T6	Dissertação	O início do ensino de fração: uma intervenção com alunos de 2ª série do ensino fundamental	Malaspina	2007
T7	Dissertação	Conhecimento de alunos do quarto ano do ensino fundamental no tema de fração: um foco na parte-todo contínuo e discreto	Bazani	2019
T8	Dissertação	Quantidades intensivas: análise de uma intervenção com alunos do 5º ano do ensino fundamental	Castro	2014

T9	Dissertação	Sequência didática com história infantil e jogo para o ensino de frações	Mayrink	2019
T10	Artigo	Adição e subtração de frações com calculadora virtual	Sá et al	2010
T11	Artigo	Sobre a pesquisa e o ensino de números racionais na sua representação fracionária	Campos et al	2010
T12	Artigo	Sequência <i>Fedathi</i> e análise de erros contribuindo para o ensino de frações atrelado ao jogo <i>FractionMatcher</i>	Pedrosa et al	2016
T13	Artigo	Aprimorando o conhecimento dos estudantes sobre a magnitude da fração: um estudo preliminar com alunos nos anos iniciais	Powell	2019
T14	Artigo	<i>Frac-soma</i> sensorial: um recurso pedagógico nos estudos de frações para pessoas com deficiência visual	Nascimento	2019

Fonte- a pesquisa

**\*Observação:** para otimizar a análise dos dados, cada trabalho recebeu a nomenclatura T e um número, conforme a ordem levantada.

Com os dados coletados, elaboramos uma análise mais aprofundada de cada estudo, sendo essa sistemática apresentada a seguir.

### 1.1.3 Análise dos dados

A análise dos dados foi organizada em dois momentos: no primeiro deles, realizou-se uma leitura de modo geral dos estudos, a partir do ano, natureza e região do país, com a intenção de categorizar o contexto de produção das pesquisas; e, em um segundo momento, analisamos as pesquisas a partir de quatro questões norteadoras:

- P1: Qual o objetivo de pesquisa do trabalho?
- P2: Quais as abordagens metodológicas usadas para o ensino de fração?
- P3: Quais as metodologias de pesquisa utilizadas nos trabalhos?
- P4: Quais as principais inferências dos estudos?

Essa análise de dados se torna fundamental para pontuar fatores em comum, as metodologias mais desenvolvidas, o modo de realização das pesquisas e as principais considerações obtidas por meio das intervenções com turmas dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nesse sentido, consideramos a possibilidade desse estudo dar sustentabilidade para a construção de um Estado do Conhecimento sobre a temática.

## 1.2 Resultados e discussões

A apresentação dos resultados do estado do conhecimento está apresentada nas seções abaixo, em: (a) aspectos gerais, e nas categorias, (b) objetivos, (c) abordagem metodológica de ensino, (d) metodologias de pesquisa e (e) inferências.

### 1.2.1 Aspectos gerais

Nessa seção, apresentamos os trabalhos conforme região, natureza e ano de publicação. Quanto às regiões, nota-se a seguinte distribuição:

**Tabela 2-**Trabalhos de acordo com a região

Região	Quantidade	Trabalhos
Sul	3	T2, T4, T8
Sudeste	5	T1, T6, T7, T11, T14
Centro Oeste	1	T9
Norte	1	T10
Nordeste	3	T3, T5, T12

Fonte- a pesquisa

Ao observarmos a tabela, percebemos que foram desenvolvidos mais trabalhos na região Sudeste, o que é reflexo, segundo Fernandes, Moraes e Pereira (2020), do número de Programas Stricto Sensu e de pesquisadores que essa região congrega. Vale ressaltar, ainda, que, embora ele seja analisado nesse estudo, na tabela não consta T13, uma vez que sua origem é nos Estados Unidos da América, mas sua apresentação foi no ENEM.

Também dispomos os trabalhos de acordo com a sua natureza, conforme tabela 3:

**Tabela 3:** Trabalhos de acordo com a natureza

Natureza	Quantidade	Trabalhos
Dissertação	8	T1, T2, T3, T4, T6, T7, T8, T9
Tese	1	T5
Artigo	5	T10, T11, T12, T13, T14

Fonte: a pesquisa

Dos trabalhos em análise, o número de dissertações e de artigos supera excessivamente o de teses, sendo que somente uma dessa última foi encontrada. Acreditamos que o número de dissertações possa ser reflexo da aproximação da natureza dessa pesquisa com docentes em exercício da Educação Básica, já que selecionamos somente os estudos que envolviam sujeitos crianças em sua

elaboração. Nesse sentido, visualizamos um possível crescimento de pesquisas em que docentes visam investigar a sua própria prática nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental, principalmente, nos mestrados profissionais.

Ainda, conforme o ano de publicação, os trabalhos podem ser distribuídos da seguinte forma:

**Tabela 4:** Trabalhos de acordo com o ano

Ano	Quantidade	Trabalhos
2007	2	T3, T6
2010	2	T10, T11
2012	1	T4
2014	1	T8
2015	1	T2
2016	2	T1, T12
2018	1	T5
2019	4	T7, T9, T13, T14

Fonte: a pesquisa

Pela distribuição, percebe-se que foram encontrados mais trabalhos no ano de 2019, o que pode sinalizar um maior enfoque nessa temática para os períodos que seguem. Outro ponto que pode justificar o número maior em 2019, é a realização do XIII ENEM, o que permite a divulgação de um grande número de estudos de Educação Matemática em uma única vez.

De modo geral, podemos elencar que, os trabalhos sobre frações com crianças nos anos iniciais do Ensino Fundamental estão localizados nas regiões Sudeste, se caracterizam, predominantemente, como dissertações e, ainda, com discussões mais intensas em 2019.

### 1.2.2 Categoria 1: objetivo do trabalho

Nessa categoria, abordam-se os objetivos de pesquisa nos trabalhos levantados. Esses foram dispostos em três grupos: (a) compreender conceituações dos alunos; (b) acompanhamento de processos de intervenção; e (c) metodologias específicas para o ensino. Não consideramos tais grupos como totalmente excludentes, mas indicativos da perspectiva mais desejada nos estudos.

**Tabela 5:** Trabalhos de acordo com o objetivo

Objetivo	Quantidade	Trabalhos
Compreender conceituações dos alunos	5	T2, T5, T7, T8, T13
Acompanhamento de processos de intervenção	3	T1, T6, T11
Metodologias específicas para o ensino	6	T3, T4, T9, T10, T12, T14

Fonte: a pesquisa

No primeiro grupo, destacamos todos os trabalhos que visam compreender as conceituações das crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental associadas às frações. Ou seja, o foco do que as crianças pensam e entendem sobre tal conceito. Pertencem ao grupo, os objetivos:

- T2 - Abordar as **relações numéricas** na aprendizagem inicial das frações.
- T5 - Investigar como o **fenômeno da conversão de frações** é afetado por diferentes competências, sentidos, situações e representações semióticas.
- T7 - Reconhecer e analisar os conhecimentos que alunos do 4º ano do Ensino Fundamental apresentaram sobre **conhecimentos relacionados ao conceito de Fração**.
- T8 - Identificar quais as contribuições da **compreensão do significado de medida**, no contexto de quantidades intensivas, para a aprendizagem dos Números Racionais em sua representação fracionária para alunos do 5º ano do Ensino Fundamental.
- T13 – Entender as potencialidades da **perspectiva de medição e fração de quantidade** para ampliar os entendimentos conceituais de magnitude de frações entre estudantes do segundo ano do Ensino Fundamental (grifos nossos).

Em T2, a partir de uma situação de divisão, os pesquisadores permitem associações entre relação inversa entre quantidades, aprendizagem de frações menores do que a unidade e diferentes relações numéricas. Por sua vez, T5 enfatizou a conversão de frações por meio de duas tarefas, com situações e representações semióticas. Já em T7, foca-se em conhecimentos prévios da relação parte-todo das frações, antes e após atividades desenvolvidas sobre o tema. Por fim, em T8 e T13, preocupou-se com os significados de medida, quantidade e representação fracionária.

Nesse grupo, notamos o entendimento dos pesquisadores da multiplicidade dos aspectos que envolvem o conceito de fração, o que nos permite pensar que o trabalho conceitual nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental sobre o assunto necessita ter tal entendimento e da promoção de diferentes relações, conforme a intencionalidade pedagógica e de pesquisa.

No segundo grupo, destacamos os trabalhos que enfatizam o acompanhamento do processo de intervenção realizado com crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental. No grupo, os objetivos elencados são:

- T1 - Investigar o processo de desenvolvimento de uma **proposta de intervenção pedagógica** destinada a promover o ensino de Frações numa perspectiva sócio histórica dos saberes matemáticos.
- T6 - Realizar um **estudo intervencionista** para introdução do conceito de fração com alunos da 2ª série do Ensino Fundamental.

T11 - Apresentar parte dos resultados de um estudo de **intervenção de ensino**, realizado com 138 alunos da 3ª e 4ª séries da Educação Básica de uma escola pública do estado de São Paulo, no que se refere o conceito de fração, a partir de quatro diferentes significados (grifos nossos).

Em T1, a autora promove o ensino de frações tendo, como ponto de partida de sua intervenção, a perspectiva sócio histórica. Já em T6, o estudo intervencionista emerge como possibilidade para introduzir o conceito de frações para crianças do segundo ano do Ensino Fundamental. Em contexto semelhante, T11 entende a perspectiva intervencionista quanto à estratégia para o trabalho com os significados de frações.

A partir dessa leitura, percebemos que a intencionalidade pedagógica se estrutura como mecanismo essencial das pesquisas com crianças dos anos iniciais do Ensino Fundamental. Nesse sentido, as produções intentam afastar de uma perspectiva inconsciente de atuação docente a caminho de uma prática reflexiva o que se faz em sala.

No terceiro grupo, foram observados os trabalhos que visam analisar metodologias de ensino para o ensino de frações. No grupo, podemos ver trabalhos com os seguintes objetivos:

T3 - Observar de que modo as **metodologias Sequência Fedathi, aliadas à Engenharia Didática**, podem contribuir para a melhoria do ensino e da aprendizagem de frações, tendo, como suporte teórico e metodológico, o uso de oficinas pedagógicas e da plataforma TelEduc.

T4 - Aplicar e avaliar os resultados de estratégias e **atividades lúdicas e significativas** desenvolvidas para o ensino-aprendizagem de frações, **baseadas na teoria sócio interacionista de Liev Vygotsky e na teoria das conversões de registros de representações semióticas de Raymond Duval**.

T9 - Analisar – se e – como a **história infantil e o jogo**, na sequência didática proposta por nós, podem contribuir com professores para tornar mais interessante e significativo o ensino dos Números Racionais na forma fracionária, a fim de proporcionar aos estudantes uma melhor compreensão e aprendizagem.

T14 - O presente trabalho trata-se de um produto nomeado de **Frac-soma sensorial**. Contribuir para as aprendizagens de frações de pessoas com deficiência visual.

T10 - Avaliar a viabilidade de ensino da adição e subtração de frações por meio de atividades mediadas por uma **calculadora virtual para frações**.

T12 - Fomentar reflexões e propõe estratégias para o ensino de frações, por meio da utilização da **ferramenta FractionMatcher** aliada às propostas de intervenção pedagógica Sequência Fedathi e Análise de Erros (grifos nossos).

Em T3, foram utilizadas como metodologia a Sequência Fedathi e a Engenharia Didática como facilitadores para o ensino de frações. Já em T4, a

metodologia utilizada segue os pressupostos das atividades lúdicas. De maneira semelhante, T9 utiliza-se de histórias infantis e jogos como metodologia de ensino.

Em T14, foi utilizada, como metodologia de ensino, um produto Frac-soma sensorial, desenvolvendo o ensino de frações para alunos com deficiência visual. T10 utilizou, como metodologia, uma calculadora virtual, com o objetivo de promover a adição e a subtração de frações. T12 também utiliza a Sequência *Fedathi* como T3, porém, associada à análise de erros, utilizando uma ferramenta digital, *FractionMatcher*, como estratégia de ensino fracionário.

Ao observar as metodologias utilizadas, notamos a ênfase na ludicidade (T4, T9) e na abordagem tecnológica (T3, T14, T10, T12). Enquanto a ludicidade permite às crianças elaborarem formas diversas de pensar o mundo, criando argumentos, estratégias e espaços para exercer a liderança (BROUGÈRE, 2002), a tecnologia possibilita ampliar novas relações com a matemática em suas diferentes facetas (BORBA; PENTEADO, 2001).

De modo geral, elencamos que foram encontrados mais trabalhos onde o destaque são metodologias específicas e alternativas para o ensino de frações. Logo após, a atenção passa para o processo de formação de conceitos fracionários pelos alunos. Por fim, somente três trabalhos realizaram um acompanhamento intervencionista junto às crianças.

### 1.2.3 Categoria 2: abordagens metodológicas usadas para o ensino de fração

Nessa seção, nós observamos as abordagens metodológicas de ensino utilizadas para o ensino de frações. Os trabalhos foram dispostos em quatro abordagens, História da matemática, jogos, questões tecnológicas e atividades como exercícios e testes.

**Tabela 6:** Trabalhos de acordo com a abordagem

Abordagem	Quantidade	Trabalhos
História da Matemática	2	T1, T13
Jogos	4	T3, T9, T13, T14
Questões tecnológicas	2	T10, T12
Exercícios e testes	6	T2, T5, T6, T7, T8, T11

Fonte: a pesquisa

No grupo 1, **História da matemática**, nós encontramos dois estudos. T1 propõe que o contato com o contexto histórico pode despertar, no educando, o

interesse para a aprendizagem e a compreensão do conceito fracionário. Em T13, utiliza-se a perspectiva histórico-cultural sobre a História da Matemática e Educação Matemática para entender o que é uma fração e para construir tarefas. Conforme D'Ambrosio (2004), a abordagem histórica coaduna como uma visão cultural de matemática, capaz de permitir, ao sujeito, perceber a disciplina como produção humana.

Já no grupo 2, denominado **Jogos**, inserem-se quatro estudos (T3, T9, T13, T14). Em T3 são realizadas oficinas que desenvolvem o conhecimento lógico-matemático relativo à fração. T9, por sua vez, se apoia em jogos confeccionados pelos próprios alunos, com o tema frações. T13 usa as barras de *Cuisenaire*, em contexto de jogo, como recurso de aprendizagem. T14, ainda, aborda o estudo de frações com a utilização do jogo *Frac-soma*. Em tais estudos, os jogos emergem como possibilidade para construção e problematização do conhecimento, assim como propõe Moura (1991).

No grupo 3, **Questões tecnológicas**, dois estudos entram em evidência (T10, T12). Em T10, nos deparamos com o desenvolvimento de soma e subtração de frações por meio de uma calculadora virtual. Já T12 elabora alternativas para o ensino de frações através de um *software FractionMatcher*.

O grupo 4, categorizado como **Exercícios e Testes**, localizamos T2, em que se trabalha com realização de problemas operações fracionárias, T5 e T6, com testes sobre frações para posterior análise, T7 utiliza tarefas com sentido parte-todo, T8 usa testes em forma de etapas para posterior comparação e T11 divide os alunos em grupos e realiza pré e pós testes, após desenvolver a fração como quociente. Esses estudos priorizam a elaboração de atividades planejadas de modo a compor intervenções significativas no que se refere às frações.

#### 1.2.4 Categoria 3: metodologias de pesquisa utilizadas nos trabalhos

Nessa seção, abordamos as metodologias de pesquisa utilizadas para atingir os objetivos propostos, e selecionamos os seguintes quesitos de análise: *Design research*; pesquisa (auto)bibliográfica; delimitação de etapas; pesquisa-participante e estudo quase-experimental.

**Tabela 7:** Trabalhos de acordo com a metodologia

Metodologia de pesquisa	Quantidade	Trabalhos
<i>Design research</i>	1	T13

Pesquisa (auto)bibliográfica	1	T1
Delimitação de etapas	7	T2, T4, T5, T7, T9, T12, T14
Pesquisa-participante	2	T3, T10
Estudo quase-experimental	3	T6, T8, T11

Fonte: a pesquisa

No grupo 1, **design research**, encontramos somente um trabalho (T13) com o uso dessa metodologia. Nela, os autores utilizam técnicas para solucionar determinados problemas e comprovar sua eficácia. Nesse caso, foram utilizadas barras de *Cuisenaire* nas realizações de tarefas específicas para o ensino de frações, com 24 encontros.

No grupo 2, **pesquisa (auto)bibliográfica**, também evidenciamos somente um trabalho (T1). No estudo, a autora parte de suas memórias de infância e a associa com a história da matemática para abordar, de uma forma sócio histórica, para promover o ensino de frações.

Já no grupo 3, **delimitação de etapas**, foram encontrados sete trabalhos (T2, T4, T5, T7, T9, T12, T14). Em T2, foram utilizados dois grupos de alunos, um em Portugal e outro no Brasil. Esses alunos realizaram questionários sobre a situação fração quociente, sendo os resultados comparados. T4 utiliza da teoria sócio interacionista para o ensino de frações, dividindo sua atuação também em dois grupos de alunos, de quinto ano, para realização de atividades e posterior análise. T5, por sua vez, investigou como o fenômeno da conversão de frações é afetado por diferentes competências, sentidos, situações e representações semióticas, a partir de duas tarefas distintas, analisando-se o resultado em função do desempenho (número de acertos), tipos de erros cometidos e estratégias de conversão que conduziram ao erro.

Em T7, realizou-se um estudo sobre o conceito de frações por meio de três tarefas, analisando as respostas e agrupando conforme a concepção trazida por cada aluno. Com uma perspectiva lúdica, T9 apoia-se em atividades desenvolvidas a partir de uma história da literatura infantil e de um quebra-cabeça. Já T12 elabora uma sequência de atividades, utilizando-se das ferramentas *FractionMatcher*, Sequência *Fedathi* e Análise de Erros. T14, por sua vez, apresenta barras com diferentes texturas e divisões com a finalidade de reconhecer e representar frações, compará-las e perceber possíveis equivalências entre elas.

No grupo 4, **pesquisa-participante**, foram observados dois trabalhos (T3 e T10). Enquanto T3 utiliza como público alvo alunos e professores, de forma que

ambos realizam oficinas referente a frações através da plataforma TelEduc, em T10, os alunos realizam testes utilizando uma calculadora virtual para desenvolver soma e subtrações de frações.

No grupo 5, denominado **estudo quase-experimental**, foram encontrados três trabalhos (T6, T8 e T11). Em T6, realizou-se um experimento com um dos grupos de alunos da 2ª série, cada grupo foi introduzido o significado de frações de formas distintas, após, foi realizado uma análise da influência da introdução no processo de assimilação do conteúdo. T8 realiza uma pesquisa de caráter experimental com alunos em três etapas: em primeiro momento, um teste sobre frações; após, um momento de intervenção; e, por fim, uma análise dos erros obtidos e algumas estratégias para solução. T11, também de caráter experimental, utilizou alunos do 3º e 4º anos, divididos em dois grupos, realizando testes sobre conceito de frações, para análise de desempenhos alcançados pelos alunos.

Os trabalhos observados utilizaram diversas metodologias, em torno de estudo de frações. No entanto, notam-se processos de pesquisas associados a atividades que visam resultados antes e após a aplicação de uma intervenção, bem como, estudos comparativos entre duas turmas, sendo um grupo experimento e, outro, controle. Assim, levantamos tentativas das pesquisas em elaborarem e analisarem práticas significativas dos usos de fração, podendo evidenciar pontos negativos e positivos em tais intervenções.

#### 1.2.5 Categoria 4: as principais inferências dos estudos

Nessa seção, abordaremos as principais inferências dos estudos observados. Nesse sentido, levantamos duas categorias: Avanços genéricos e avanços específicos.

**Tabela 8:** Trabalhos de acordo com a conclusão

Inferências	Quantidade	Trabalhos
Avanços genéricos	7	T1, T3, T4, T9, T10, T12, T14
Avanços específicos	7	T2, T5, T6, T7, T8, T11, T13

Fonte: A pesquisa

No grupo denominado **Avanços Genéricos**, não há explicações mais detalhadas nos resumos dos resultados das pesquisas. Elencamos excertos como “amparar as reflexões e ações dos professores” (T1), “reflexão acerca da relação da

teoria com a prática docente” (T3), “possibilita que a criança compreenda todos os possíveis significados do objeto estudado” (T4), “sequência didática teve boa aceitação nas turmas” (T9), “melhora significativa dos educandos, no que tange à resolução das questões” (T10), “uso significativo do software *FractionMatcher* podem estimular o protagonismo discente” (T12), “permitem perceber possibilidades de garantir o direito às aprendizagens a todas as pessoas” (T14).

De modo geral, as inferências encontradas relatam conclusões amplas, contendo poucos detalhes. Contudo, percebemos o cuidado com o fazer pedagógico dos professores e a busca pela melhor compreensão de frações por parte dos discentes. Nota-se, também, que instrumentos e técnicas podem estimular o interesse do aluno e, assim, contribuir para a melhoria educacional do ensino de frações.

No grupo de **Avanços mais Específicos**, há explicações mais detalhadas dos resultados. Tal fato pode ser visualizado nos seguintes excertos:

T2 - Este estudo fornece evidência de que, no quarto ano, **as crianças podem entender a relação inversa entre quantidades**, e que momentos de exploração em torno desse assunto poderiam ser interessantes nas aulas nos anos iniciais. A ausência dessa exploração, nessa etapa da educação básica, pode comprometer a compreensão sobre quantidades e operações com números racionais, bem como o conhecimento algébrico.

T5 - Os resultados revelam que **para compreender fenômeno da conversão de frações é necessário considerar simultaneamente as competências, os sentidos, as situações e as representações mobilizadas**, aspectos esses que não podem ser explicados à luz de uma única teoria, evidenciando a complementariedade entre as teorias de *Duval* e *Vergnaud*.

T6 - Os resultados mostraram que **cada um dos significados teve papel importante na aprendizagem da fração pelos alunos e todos trouxeram contribuições para o início da apropriação desse objeto**. Dessa forma, foi possível encontrar efeitos distintos na aprendizagem inicial de fração, dependendo do significado que se utilizou para introduzir esse conceito.

T7 - Os resultados indicam que **a maioria dos alunos possuem uma noção de frações pautada no sentido parte-todo** em casos que são utilizados mais nas experiências diárias, os demais casos que englobam esse tema demonstram um grande distanciamento de percepções que envolvem as frações, principalmente da divisão equitativa de uma unidade.

T8 - Os resultados mostraram que **o significado medida teve um papel importante na aprendizagem da fração pelos alunos e trouxe contribuições para o início da apropriação desse objeto**. Dessa forma, foi possível encontrar efeitos distintos na aprendizagem de fração.

T11 - Os resultados apontam desempenhos significativamente melhores das crianças dos grupos experimentais, principalmente no que se referem a **situações de frações com significado quociente**.

T13 - Apresentamos resultados preliminares de nossa investigação empírica que indicam que os participantes se apropriaram da **ideia de magnitude de frações de quantidade com base nas imagens evocadas das barras** e, por si mesmo, construindo expressões de comparações fracionárias (grifos nossos).

Ao analisarmos os resultados indicados nas pesquisas, percebemos que sua especificidade se deve à aproximação a facetas conceituais que formulam a ideia de fração. Esse olhar mais localizado de uma noção relativa à fração – “relação inversa” (T2), “conversão” (T5); “significados” (T6), “sentido parte-todo” (T7), “medida” (T8), “quociente” (T11), “magnitude” (T13) – permite criar intervenções mais propositivas e capazes de serem avaliadas quanto à evolução conceitual.

De modo geral, percebemos que, em todos os trabalhos desenvolvidos, são levados em consideração o impacto das metodologias de ensino empregadas, tanto na prática docente, quanto na aprendizagem das crianças envolvidas.

## 2 REFERENCIAL TEÓRICO

Para a composição do referencial teórico, elaboramos um debate sobre dois elementos presentes na nossa pesquisa e que permeiam nossa intervenção e análise dos dados: o erro e a fração.

Assim, no momento inicial do referencial teórico, abordaremos algumas questões relativas ao erro. Primeiramente, trataremos o seu conceito geral, a partir da perspectiva de alguns filósofos, ao longo da história, e, em seguida, discutimos o erro dentro do ambiente escolar, abordando diferentes concepções.

Já, na segunda parte, apresentamos a fração. Ao longo do debate, elaboramos algumas análises sobre a presença dessa nos documentos curriculares, bem como, algumas significações no contexto social que podem adquirir.

### 2.1 O conceito de erro<sup>3</sup>

Errar é humano, já dizia o ditado. Porém, será que todos nós percebemos o erro da mesma maneira? Acreditamos que não. Pensamos, assim, que a própria ideia de erro tem história(s) e perspectivas filosóficas.

Inicialmente, podemos chamar de erro todo juízo ou resultado que contrarie a um critério reconhecido como válido ou correto. Isto é, uma dissonância de uma estrutura considerada correta. Contudo, para Platão, em o Sofista (1972, p. 263),

O erro é simplesmente uma combinação de determinações do ser e de palavras que exprimem tais determinações, a qual não se conforme às regras da dialética; em outros termos, uma combinação que combine ou una o que, com base em tais regras, não pode ser combinado ou unido.

Conforme o filósofo, o erro era uma combinação que não seguia as regras, dessa forma, não poderia ser unido ou combinado. Nesse sentido, Platão acreditava que tudo que estava no mundo dos sentidos estava sujeito ao erro, pois, o corpo humano tem defeitos e, conseqüentemente, comete erros ou combinações não satisfatórias, o que, por sua vez, não acontece no mundo das ideias, onde existe perfeição.

Se aproximarmos tal perspectiva ao pensamento matemático, elenca-se que o filósofo compreendia que

---

<sup>3</sup> Este item deu origem ao texto:

o mundo real não se constituiria senão de aparências. Para ele existiria um mundo das Formas ou Ideias onde estariam os modelos ideais dos objetos do mundo físico ou das situações que o homem deveria se esforçar para alcançar. Assim, por exemplo, nesse mundo ideal existiria a ideia de “cadeira”; enquanto as cadeiras que existem em nosso mundo seriam cópias ou representações imperfeitas daquela ideia. Nesse mundo ideal existiriam também as formas aritméticas e as geométricas. Do ponto de vista platônico, a matemática trataria apenas de objetos do mundo das ideias, e o trabalho do matemático seria o de “descobrir” as relações já existentes entre os objetos do mundo ideal (PAVANELLO; NOGUEIRA, 2006, p. 33)

De forma diferente, Aristóteles (1982, p. 1010) percebe o erro como um acidente na linha de raciocínio, afirmando que “A estrutura necessária do ser exclui a possibilidade de erro no que diz respeito ao pensamento do ser. O erro fica então circunscrito à esfera das afirmações acidentais, ou seja, que não têm lugar na ciência”.

Para Aristóteles, o erro surge a partir de uma falsa elaboração dos dados assimilados pelo ser, que, por sua vez, lhe parecem e causam sensação de verdade. Esse aspecto se torna um acidente no processo de constituição do conhecimento, não havendo lugar para tal na ciência, uma vez que, nessa, o homem deve estar, necessariamente, em verdade.

Conforme Pavanello e Nogueira (2006), a concepção aristotélica se envolve na Matemática como uma justificativa de que ela está presente no cotidiano e tem aplicações na vida prática. Nessa perspectiva, “a matemática seria constituída de construções elaboradas pelos matemáticos a partir da percepção dos objetos do mundo real. Dessa forma, as verdades matemáticas poderiam ser comprovadas mediante experiências no mundo real” (PAVANELLO, NOGUEIRA, 2006, p. 33). Deste modo, o erro matemático tem sua origem nas falhas de comprovação perante o mundo real.

Já para São Agostinho (1999, p.7), “O erro é o conhecimento de um não-conhecimento: como ouvir o silêncio. Em sentido próprio e rigoroso, é um não conhecimento e um não ser: ele não existe”. Dessa forma, o erro é reduzido a nada, passando a não existir. Santo Agostinho acreditava que as pessoas vinham a cometer erros na ausência de conhecimento. A partir disso, o erro é fruto desse desconhecer.

No mesmo sentido, Leibniz (2013) reconhecia o erro como uma causa deficiente, ou seja, a limitação ou a imperfeição da natureza humana. Para o autor, o erro vem mostrar, de forma pejorativa, as imperfeições do ser humano, não sendo

algo apreciado na sociedade. A perspectiva do filósofo nos leva à compreensão de que o erro deve ser combatido e deixa ver a face falha da humanidade.

Gentile (1987), por outro lado, compreende o erro como um momento negativo, algo a ser superado ou, ainda, a ser tornado em verdade pelo momento positivo e concreto. O erro é visto como um momento que pode ser superado ou corrigido. Para isso, é necessária uma intervenção diferente de intelecto que faça com que o ser saia de sua linha de raciocínio e se abra a novas possibilidades, até que possa ser transformado em verdade, deixando de existir.

Já Locke (1988) dizia que "o erro não é uma falha do nosso conhecimento, mas um engano do nosso juízo, que dá assentimento ao que não é verdadeiro". Para ele, é o juízo que dá espaço para o que é falso entre no lugar do que é verdadeiro, passando a não reparar em detalhes como falta de provas e desatenção.

Desse modo, percebemos que, ao longo dos tempos, várias percepções de erro foram suscitadas. Platão acreditava que o erro era algo não combinado e só era permitido ao mundo dos sentidos. Aristóteles, seu discípulo, viu o erro como uma falsa elaboração da verdade, uma interpretação equivocada, um acidente. Mais adiante, Santo Agostinho percebe o erro como falta de conhecimento, um não-conhecimento. Leibniz, por sua vez, em uma visão semelhante, percebe o erro como uma imperfeição do ser humano, sendo impossibilitado de chegar ao raciocínio por limitações.

Gentile surge com uma visão mais didática sobre o erro e o percebe como um momento negativo, sendo algo possível de ser modificado e tornado verdadeiro. Ele compreende, ainda, que, com o processo de interação com outra pessoa, é possível enxergar novas possibilidades. De forma semelhante, Locke vê o erro com um engano do nosso juízo e não uma falha do organismo, o que nos leva a crer que errar não se concentra somente no ser, mas, também, está sujeito a fatores externos.

### *2.1.1 O erro no ambiente escolar*

Ao considerarmos a escola como ambiente de busca e ressignificações de conhecimentos, mediados por processos de leitura, escrita, cálculos e formações de opiniões, o erro se torna um elemento que emerge com frequência.

Nesse sentido, para compreender o ato de errar, devem ser observadas as situações e momentos em que eles ocorrem, visando compreender a construção do processo correto. Desse modo, podem ocorrer inúmeras situações que merecem atenção com relação ao erro.

Ao corrigir qualquer prova, teste ou trabalho, muitas vezes, o professor costuma apontar os erros cometidos pelos alunos, passando pelos acertos como se esses fossem esperados. Chevallard e Feldmann (1986, p.71) chamam essa ação de “pequena crucificação”:

A correção, longe de ser, para o professor, um momento como os outros do processo didático, vivido com igual serenidade, aparece como a prova por excelência, da qual se livra ou da qual, pelo contrário, faz uma pequena crucificação que reaparece regularmente.

Mas quem garante que os acertos mostram o que o aluno sabe? E quem diz que os erros evidenciam somente o que ele não sabe? Essas são algumas reflexões que nos propomos aqui.

Acertar ou errar questões é complexo. O processo de construção de raciocínio não acontece de forma igual em todos os alunos. Dessa forma, a dicotomia acerto/erro permanece unida em todos os desafios. Quando o professor compreende essa relação, passa a observar as situações escolares de outro modo, percebendo o erro como elemento do processo de aprendizagem (CURY, 2007). Nesse sentido, adentramos em uma perspectiva de não crucificar o aluno pela atividade, mas analisar até onde o aluno conseguiu resolver corretamente e, a partir daí, construir uma estratégia de superação do erro.

Por outro lado, o acerto pode remeter que o aluno memorizou um processo mecânico de realização de uma questão, repetindo-o. Ou seja, o acerto pode não representar a garantia de um significado mais completo do conceito vinculado à questão. Talvez, se elaborássemos uma estrutura diferente para o assunto abordado, o mesmo aluno que acertou se perca na resolução. Do mesmo modo, o aluno que não obteve sucesso na resolução pode apresentar significados conceituais interessantes envolvidos no processo, mesmo que não seja na plenitude esperada pelo professor.

Thorndike (1936, p.27) exemplifica essa situação:

Consideremos o caso da cópia dos números que se devem somar, subtrair ou multiplicar. O esforço visual inerente à cópia dos números é, minuto a minuto, muitas vezes superior ao esforço exigido pela leitura. E, se a

criança tem outros deveres a fazer, o trabalho monótono tende a levá-la ao erro, ainda que ponha o melhor dos seus esforços e de sua vontade na execução da tarefa. Então, o raciocínio que aritmeticamente faz certo, dá resultado errado e a criança fica desanimada.

Qualquer produção, tanto aquela que apenas repete a uma resolução-modelo, quanto a que indica a criatividade do estudante, tem características que permitem detectar as maneiras como o aluno pensa e quais influências trazem de sua aprendizagem anterior, formal ou informal. Nessa perspectiva, Hadamard (1945, p. 49) ressalta que,

Muitas vezes, ao tentar ensinar, os professores se debruçam demasiadamente sobre cada parte de um argumento, não apresentando a síntese que representaria o resultado. Se um aluno entende por si só essa síntese, “aprende” a Matemática, mas se ele sente que está faltando algo e não compreende o que está errado, fica totalmente perdido e não consegue superar a dificuldade.

Em pensamento semelhante sobre o assunto, Krutetskii (1976, p.13) relata que “um defeito básico na pesquisa com testes é a mera abordagem estatística no estudo e avaliação das habilidades – o tratamento matemático fetichista dos resultados dos testes, com uma completa ausência de interesse em estudar o processo de solução”. Dessa forma, o que é analisado está na dicotomia certo-errado, não nas etapas para obtenção do resultado. Segundo o autor, é necessário que o professor atente para o processo que o aluno faz para chegar ao resultado (KRUTETSKII, 1976).

Já nas palavras de Brousseau (1983, p. 171):

O erro não é somente o efeito da ignorância, da incerteza, do acaso, como se acredita nas teorias empiristas ou behavioristas da aprendizagem, mas o efeito de um conhecimento anterior, que tinha seu interesse, seu sucesso, mas que agora se revela falso, ou simplesmente inadaptado. Os erros desse tipo não são instáveis e imprevisíveis, eles são constituídos em obstáculos.

Nesse contexto, o erro é visto como um aprendizado que, agora, não satisfaz, mas que anteriormente era válido, uma hipótese, porém, se torna falso por não chegar ao objetivo, vindo a ser um obstáculo. Borasi (1996), por sua vez, propõe a construção de ambientes de aprendizagem nos quais o potencial dos erros pode ser aproveitado. Sua ideia é usar determinado erro para questionar se o resultado incorreto pode verificar-se, ao invés de tentar eliminá-lo de imediato da sala de aula.

Por fim, visualizamos que, tanto Brousseau (1983), como Borasi (1996) percebem o erro como parte do processo de aprendizagem. Ao associarmos com a

perspectiva de Gentile (1987), trazida anteriormente, percebemos que o professor passa a tornar o erro como algo positivo para o ato de aprender do aluno: a partir dele é possível analisar alternativas e possibilidades de tornar esse erro em verdade e chegar ao aprendizado, sem frustrar e desmotivar o aluno.

### *2.1.2 Diferentes concepções de erro*

A aprendizagem e seu processo de construção, bem como, o erro e seus possíveis motivos, foram, e ainda são, fonte de estudo de filósofos e estudiosos. Nesse sentido, diferentes concepções foram levadas às escolas, na busca de melhorar o processo de aprendizagem humana. Teixeira (1997) e Cury (2019) são exemplos de autores que propõem reflexões sobre essas correntes. A partir deles, apresentamos, brevemente, três concepções sobre erro que impactam o campo do ensino da matemática: Abordagem behaviorista; abordagem piagetiana e a taxonomia de Borasi.

#### *2.1.2.1 - Abordagem behaviorista*

O behaviorismo surgiu no cenário da psicologia, a partir dos estudos de John Watson (1878-1958). Segundo ele, o termo visava representar uma teoria comportamental, uma análise experimental do comportamento humano. Ou seja, o comportamento como objeto de estudo, levando em consideração a sua relação com o meio em que está inserido.

Além de Watson, se destaca nessa vertente Burrhus Frederic Skinner (1904-1990), que desenvolveu estudos sobre o comportamento de crianças e adultos em diversos ambientes. Segundo ele,

O ambiente entra em uma descrição do comportamento quando pode ser mostrado que uma determinada parte do comportamento pode ser induzida à vontade (ou de acordo com certas leis) por uma modificação em parte das forças que afetam o organismo. Tal parte, ou modificação de uma parte do ambiente é tradicionalmente chamada de um estímulo e a parte correlacionada do comportamento uma resposta. Nenhum dos termos pode ser definido quanto a suas propriedades essenciais sem o outro (SKINNER, 1938, p. 9).

Dessa forma, o corpo reage a estímulos provocados naturalmente ou induzidos de acordo com a necessidade, o processo de repetição passa a ser parte da obtenção do que Skinner denomina reflexo.

Nesse contexto, o erro representa fracasso do aluno e um condicionamento inadequado do professor. Assim, segundo Teixeira (1997, p. 49),

Na pedagogia de base empirista, como o erro é algo a ser evitado, ele não tem função pedagógica. Portanto, ele é aparentemente coibido na situação pedagógica e, em si mesmo, ignorado pelo professor. Frente aos erros dos alunos, como não há respaldo para uma análise dos processos geradores intrínsecos, preconizasse apenas um reforço dos procedimentos corretos envolvidos, no intuito de fazer aprender por repetição.

Ou seja, perante o erro, caberá ao professor reforçar o procedimento correto, propondo processos de repetição, até que ele seja extinto nas produções dos alunos.

#### *2.1.2.2 - Abordagem piagetiana*

A Teoria Construtivista emerge fortemente a partir dos estudos e experimentos do suíço Jean Piaget (1896-1980). Segundo ele, o processo de ensino e aprendizagem acontece através de níveis de aprendizagens que são modificados conforme a criança se desenvolve, interage com o meio e adapta-se perante determinadas situações. Segundo Cury (2019, p. 56), para Piaget, o conhecimento

não pode ser concebido como algo predeterminado nem nas estruturas internas do sujeito, porquanto estas resultam de uma construção efetiva e contínua, nem nas características preexistentes do objeto, uma vez que elas só são conhecidas graças à mediação necessária dessas estruturas, e que essas, ao enquadrá-las, enriquecem-nas.

Nessa concepção, a criança já possui conhecimentos e constroe novos a partir da elaboração de hipóteses frente a determinadas situações. Segundo Teixeira (1997), no processo de construção dos conhecimentos piagetiano, os erros são produzidos como resultado dos conflitos cognitivos que os sujeitos vivem no esforço para se adaptarem a novas situações.

Nesse sentido, o erro é um elemento integrante desse processo, sinalizando, ao professor, níveis provisórios de aproximação com relação ao objeto de conhecimento. O erro não precisa ser condenado, mas compreendido. Assim, o professor poderá intervir com situações significativas no contexto escolar.

#### *2.1.2.3 - Taxonomia de Borasi*

Rafaella Borasi trabalha em Matemática com ênfase na análise de erros. Seus estudos têm por objetivo reformar a Matemática Escolar. A pesquisadora sugere o abandono pelos professores da simples transmissão de conhecimento e o

encorajamento dos alunos à exploração e verbalização das ideias, raciocínio e argumentação (CURY, 2007).

Dessa forma, o aluno deixaria de ser pressionado pelo sistema escolar, em que se evidenciam os erros, as tentativas e o tempo gasto na resolução de atividades. O trabalho pedagógico se deslocaria, então, do produto para o processo, no qual os erros seriam discutidos em conjunto com o professor e o aluno, tornando-se parte do aprendizado e fonte de exploração do conteúdo.

De acordo com Cury (2019, p.37-38), “Um das contribuições mais interessantes dessa autora é o que ela chama de ‘taxionomia de usos dos erros como trampolins para a pesquisa’, que apresenta em um quadro sucessivamente reformulado”. Nesse contexto, Cury (2019) faz adaptações e simplificações na descrição, identificação e classificação dos erros proposta pela autora.

**Quadro 1 - Taxionomia dos erros**

Objetivo da aprendizagem	Nível de discurso matemático		
	Realização de uma tarefa matemática específica.	Compreensão de algum conteúdo técnico-matemático.	Compreensão sobre a natureza da Matemática.
<b>Remediação</b>	Análise de erros detectados, para compreender o que houve de errado e corrigir, de forma a realizar a tarefa com sucesso.	Análise de erros detectados, para esclarecer más interpretações de um conteúdo técnico-matemático.	Análise de erros detectados, para esclarecer más interpretações sobre a natureza da Matemática ou de conteúdos específicos.
<b>Descoberta</b>	Uso construtivo de erros no processo de resolução de um novo problema ou tarefa; Monitoramento do trabalho de alguém, para identificar potenciais enganos.	Uso construtivo de erros ao aprender novos conceitos, regras, tópicos, etc.	Uso construtivo de erros ao aprender sobre a natureza da Matemática ou de algum conteúdo matemático.
<b>Pesquisa</b>	Erros e resultados intrigantes motivam questões que geram pesquisas em novas direções e servem para desenvolver novas tarefas matemáticas.	Erros e resultados intrigantes motivam questões que podem levar a novas perspectivas sobre um conceito, regra ou tópico não contemplado no planejamento original.	Erros e resultados intrigantes motivam questões que podem levar a <i>insights</i> e perspectivas inesperadas sobre a natureza da Matemática ou de algum conteúdo matemático.

Fonte- Cury (2007, p.37)

Essa taxonomia relaciona três níveis do discurso matemático – (1) realização de uma tarefa; (2) compreensão de um conteúdo; e (3) compreensão sobre a

natureza da Matemática – a três objetivos da Matemática – (1) remediação; (2) descoberta; e (3) pesquisa. As maneiras apresentadas podem ser utilizadas juntas ou separadas pelo professor. Dessa forma, os erros se tornam oportunidades para aprendizagem e pesquisa para o trabalho em sala, potencializando o seu debate em sala.

## 2.2 Frações<sup>4</sup>

A necessidade de contar e utilizar os números como ferramenta de auxílio, no dia a dia, é algo muito antigo. Os números naturais atenderam necessidades cotidianas, utilizando, como ferramenta de apoio, os dedos, pedras, varas, entre outros recursos disponíveis. Quando esses deixavam a desejar, o homem inseria, em seu contexto, outra forma de representação que atendesse à sua necessidade.

A partir desse contexto de necessidade, Boyer (1996) ressalta que emerge o pensamento fracionário:

O conceito de número inteiro é o mais antigo da matemática e sua origem se perde nas névoas da antiguidade pré-histórica. A noção de fração racional, porém, surgiu relativamente tarde e em geral não estavam relacionados de perto como os sistemas para os inteiros. Entre as tribos primitivas parece não ter havido praticamente nenhuma necessidade de usar frações. Para necessidades quantitativas, o homem prático pode escolher unidades suficientemente pequenas para eliminar a necessidade de usar frações. Portanto não houve um progresso ordenado de frações binárias para quinárias para decimais, e as frações decimais foram essencialmente um produto da idade moderna da matemática, não do período primitivo (BOYER, 1996, p.42).

Com o desenvolvimento da civilização, aos poucos, surgiram situações em que os instrumentos de contagem deixaram a desejar. Emergiram situações que exigiam exatidão de resultados como medir terras, líquidos, espaços, o que levou as pessoas da época a pensarem em estratégias para elaborar soluções. Essas, por sua vez, não eram mais atendidas pelos conjuntos dos números naturais. Dessa forma, fez-se necessário um novo conjunto numérico, os conjuntos dos racionais.

Segundo Niven (1984), “um número racional é um número que pode ser colocado na forma  $a/d$ , onde  $a$  e  $d$  são inteiros e  $d$  não é zero” (NIVEN, 1984, p. 30). Nesse sentido, ingressamos nas representações numéricas das frações.

Historicamente, de acordo com Cavaliere (2005), os primeiros relatos referentes ao uso de frações foram encontrados no Egito.

---

<sup>4</sup> Este item deu origem ao texto:

Há 3000 anos antes de Cristo, os geômetras dos faraós do Egito realizavam marcação das terras que ficavam às margens do Rio Nilo, para a sua população. Mas, no período de junho a setembro, o rio inundava essas terras levando parte de suas marcações. Logo os proprietários das terras tinham que marca-las novamente e para isso, eles utilizavam uma marcação com cordas, que seria uma espécie de medida, denominada estiradores de cordas. As pessoas utilizavam as cordas, esticando-as e assim verificavam quantas vezes aquela unidade de medida estava contida nos lados do terreno, mas raramente a medida dava correta no terreno, isto é, não cabia um número inteiro de vezes nos lados do terreno; sendo assim eles sentiram a necessidade de criar um novo tipo de número o número fracionário, onde eles utilizavam as frações (CAVALIERE, 2005, p. 19)

Nesse contexto, as águas do Rio Nilo, com as cheias, acabavam destruindo as demarcações das terras e também modificando a paisagem do local. Quando as águas baixavam, as pessoas se utilizavam de cordas para marcar novamente as terras. Nesse processo, percebeu-se, no momento da demarcação, que o tamanho das cordas era insuficiente, pois, normalmente, sobrava ou faltava um pedaço sem medir. Assim, precisou-se representar o 'pedaço', isto é, as parcelas que não seriam inteiras; ação, hoje, associada ao pensamento fracionário.

Atualmente, a fração vai muito além de medir terras, sendo presente em tarefas diárias, ganhando espaço no dia a dia e nos bancos escolares. A seguir, apresentamos uma discussão da presença da fração nos currículos escolares.

### 2.2.1 A fração nos currículos escolares

As frações surgem nos currículos escolares com tal denominação a partir do 4º Ano do Ensino Fundamental. Se observarmos a BNCC (BRASIL, 2017), por exemplo, na *Unidade Temática Números* do primeiro ao terceiro ano do Ensino Fundamental, nós encontraremos discussões sobre contagem, leitura e escrita de números naturais, problemas envolvendo números naturais e os significados das operações (adição, subtração, divisão e multiplicação), compreensão do sistema de numeração decimal e procedimentos de cálculo. Não há evidências ali do uso da fração.

No entanto, os anos anteriores (1º ao 3º ano) são fundamentais para o ensino de frações, pois, é por meio de conhecimentos dos números naturais que é possível estabelecer algumas relações subjacentes do pensamento fracionário. Nesse sentido, ressaltamos dois objetos de conhecimento essenciais nesse processo e que usaremos, na pesquisa, no campo de levantamento prévio:

**Quadro 2** – Recorte Unidade Temática Números

**Unidade Temática: Números**

Ano	Objeto do conhecimento	Habilidade
2º ano	Problemas envolvendo significados de dobro, metade, triplo e terça parte	(EF02MA08) Resolver e elaborar problemas envolvendo dobro, metade, triplo e terça parte, com o suporte de imagens ou material manipulável, utilizando estratégias pessoais.
3º ano	Significados de metade, terça parte, quarta parte, quinta parte e décima parte.	(EF03MA09) Associar o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima partes.

Fonte- produção dos autores perante a BNCC (BRASIL, 2017)

Podemos observar que no 2º Ano e no 3º Ano aparecem como objetivos os significados de dobro, metade, triplo e terça, quarta, quinta e décima parte. Tais nomenclaturas, de uso social, estão ligadas indiretamente ao conceito de fração.

Já nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997), enquanto documento que norteou o trabalho de professores por mais de vinte anos, as frações são inseridas no 2º Ciclo (4º e 5º ano do Ensino Fundamental) no bloco Números e Operações.

Sobre frações, os PCN descrevem:

[...] situações-problema cujas soluções não se encontram no campo dos números naturais, possibilitando, assim, que eles [alunos] se aproximem da noção de número racional, pela compreensão de alguns de seus significados (quociente, parte-todo, razão) e de suas representações, fracionária e decimal (Brasil, 1997, p. 57).

Nessa perspectiva, as frações são introduzidas no 4º ano com conceitos iniciais de parte-todo, razão e quociente. Tais compreensões permitem vislumbrar o significado inicial dado no currículo para o conceito de fração. Em um segundo momento, a fração receberá outras atribuições, como a ideia de probabilidade e de taxa de variação.

Já na BNCC, como percebemos no quadro abaixo, a fração sobressai também no 4º ano do Ensino Fundamental, na Unidade Temática Números:

**Quadro 3 – Recorte Unidade Temática Números**

Unidade Temática: Números		
Ano	Objeto do conhecimento	Habilidade
4º ano	Números racionais: frações unitárias mais usuais ( $1/2$ , $1/3$ , $1/4$ , $1/5$ , $1/10$ e $1/100$ )	(EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias mais usuais ( $1/2$ , $1/3$ , $1/4$ , $1/5$ , $1/10$ e $1/100$ ) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso.
	Números racionais: representação decimal para escrever valores do sistema monetário brasileiro	(EF04MA10) Reconhecer que as regras do sistema de numeração decimal podem ser estendidas para a representação decimal de um número racional e relacionar décimos e centésimos com a representação do sistema monetário brasileiro.

Fonte- produção dos autores perante a BNCC (BRASIL, 2017)

Destacamos, aqui, alguns pontos emergentes: o uso de frações unitárias; fração como unidade de medida; inserção na reta numérica; uso de termos como décimos e centésimos.

Nesse sentido, em semelhança com os PCN, a BNCC sugere que as frações sejam inseridas no 4º ano, de forma que sua compreensão ocorra de modo gradual, sendo ampliada no 5º ano e nos anos finais do Ensino Fundamental. Assim, ao longo desse período, a fração é trabalhada com os alunos levando em consideração seus diferentes significados.

### 2.2.2 Significados de Fração

As frações, ao longo da história, foram empregadas em diversos contextos, surgindo, assim, alguns significados específicos para sua utilização. Desse modo, dependendo da situação didática a ser resolvida, uma ou outra significação precisasse ser suscitada pelo docente. Nesse sentido, para que o pensamento fracionário possa ser relevante na construção do conhecimento matemático, vale a análise do contexto e da situação em que sua interpretação entra em funcionamento.

Cavalcanti e Guimarães (2008, p. 2-3), estruturando uma síntese dessa ideia, elaboram um quadro com os significados e exemplos para melhor compreensão:

**Quadro 4 – Significados da Fração**

<b>Significado</b>	<b>Definição</b>	<b>Exemplo</b>
<b>Parte/todo</b>	Partição de um todo $n$ partes iguais, em que cada parte pode ser representada como $1/n$ . Um procedimento de dupla contagem, das partes do todo e das partes tomadas, no geral, é suficiente para solucionar o problema.	Uma jarra com suco foi dividida entre três copos. João bebeu um copo. Que fração representa o que ele bebeu da jarra?
<b>Quociente</b>	A fração indica uma divisão e seu resultado. Nas situações de quociente, temos duas variáveis, sendo uma variável correspondente ao numerador e outra ao denominador.	Em uma festa foram distribuídos 2 bolos para 6 crianças igualmente. Quanto cada uma vai receber?
<b>Probabilidade</b>	A fração representa a chance de um evento ocorrer. (Número de casos favoráveis dividido pelo número de casos possíveis)	Jogando uma vez um dado que fração representa a possibilidade de tirar o número 3 ou 4?
<b>Operador Multiplicativo</b>	A fração é um valor escalar aplicado a uma quantidade, ou seja, um multiplicador da quantidade indicada.	Numa jarra contendo 900 ml de suco Pedro bebeu $1/3$ do líquido. Quantos mililitros ele bebeu?
<b>Número</b>	A fração é um número em si, não sendo necessário que expresse uma relação ou contexto para ser compreendida numa dada situação.	Onde posso marcar na reta numérica $1/3$ ?
<b>Medida</b>	Comparação na qual a fração está	Tomando a reta CD como unidade

	relacionada à pergunta quantas vezes? Nesse caso, uma determinada parte é tomada como referência para se medir uma outra.	de medida, quanto mede AB? $\frac{A}{C} = \frac{B}{D}$ Outro caso: Quantos copos de 1/3 litro são necessários para encher um balde de 15 litros?
<b>Razão</b>	A fração refere-se a quantidades intensivas, nas quais a quantidade é medida pela relação entre duas variáveis.	Para fazer um suco de laranja eu misturo numa jarra 2 copos de água para 1 de concentrado. Que fração de concentrado eu tenho na jarra?

Fonte- Cavalcanti e Guimarães (2008)

De modo geral, podemos perceber que:

- Na situação Parte/todo, a fração é analisada a partir de um todo, subdividido em partes menores e analisadas por essas partes menores no caso  $1/n$ ;
- A fração como Quociente é vista como uma divisão contendo o numerador como dividendo e o denominador como divisor;
- Na Probabilidade, a fração passa a ser vista como as chances de algum evento ocorrer;
- No princípio multiplicativo, a fração aparece como valor da quantidade a ser multiplicado.
- A fração também pode ser representada como número fracionário na reta numérica ou em outra situação;
- A fração pode ser utilizada também como forma de medida, toda ou parte dela;
- A fração pode aparecer em forma de razão onde é a relação de duas variáveis.

Observando os exemplos do quadro, podemos perceber que  $1/3$  aparece em todos os casos, porém, em contextos diferentes, mas em todos representando uma fração. Nesse sentido, o pensamento fracionário se faz potente na construção do conhecimento matemático quando envolvido no contexto de resolução de problemas. Isto é, em momentos em que se torna necessário a interpretação de situações e sua inferência matemática, gerando possíveis resoluções.

Para a pesquisa, e visando atender o elencado no 4º Ano da BNCC (BRASIL, 2017), três significações para a fração são mais pertinentes para o estudo:

- **Parte/todo**: o significado parte/todo representa um todo (unidade) dividido em “n” partes iguais, chamado denominador, tomada cada “m” partes, denominado numerador, representada na forma  $m/n$ .

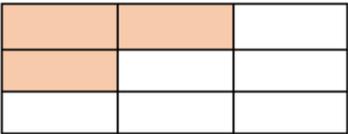
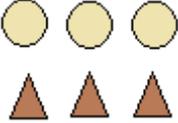
Para Nunes e Bryant (1997), esse significado é muito utilizado no Brasil, resumindo-se em dividir a área em partes iguais e, através da percepção, nomear a fração a partir das partes pintadas sobre o número total de partes.

Nesse sentido, conforme os PCN (BRASIL, 1998, p.102),

a interpretação da fração como relação parte/todo supõe que o aluno seja capaz de identificar a unidade que representa o todo (grandeza contínua ou discreta), compreenda a inclusão de classes, saiba realizar divisões operando com grandezas discretas ou contínuas.

Nesse contexto, o todo na grandeza contínua significa um único objeto, já na grandeza discreta, o todo representa um conjunto de objetos.

**Quadro 5** -Exemplos Grandeza Contínua e Discreta

Grandeza Contínua	Grandeza Discreta
	

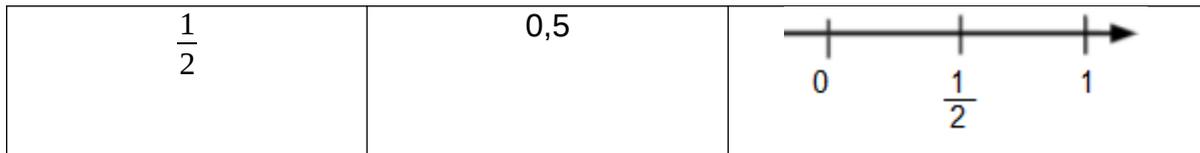
Fonte- A pesquisa

Na primeira parte do quadro, observamos a representação de uma grandeza contínua, em que o todo, de forma retangular, foi dividido em 9 (nove) partes. Como o todo representa um único objeto, por dedução, a parte colorida pode representar a fração utilizada. Na segunda parte do quadro, encontramos a representação da grandeza discreta; diferentemente da primeira, temos um conjunto de seis objetos, porém, com formas distintas: círculos e triângulos. Assim, desse grupo podemos selecionar alguns objetos e representar a seleção desses como uma fração.

- **Número:** O significado número está associado à representação numérica da fração (forma de  $m/n$  ou em forma decimal). Nesse sentido, a sua construção necessita estar relacionada com o processo de sequenciação dos números. Essa apropriação faz com que Nunes et. al (2003) ressaltem a importância do recurso da reta numérica para o ensino da matemática.

Desse modo, Nunes et. al (2003, p. 128) apontam que “frações, como os inteiros, são números que não precisam, necessariamente, referir-se a quantidades específicas”, o que possibilita uma gama de usos sociais.

**Quadro 6** –Exemplos de número



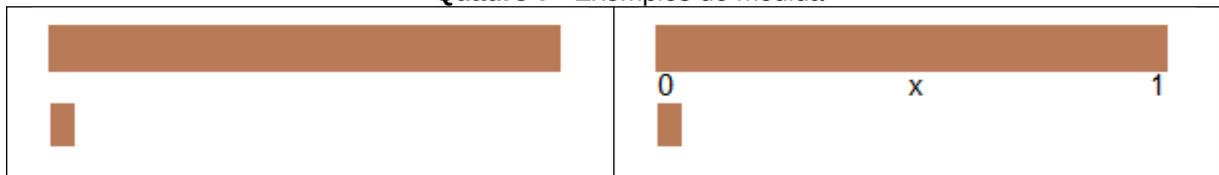
Fonte- A pesquisa

No quadro acima, podemos observar as três formas de representar a fração em número, todos significando um meio. Vale salientar que a fração utiliza algarismos hindu-arábicos para sua composição.

- **Medida:** O significado de medida se apoia na seguinte situação: existe uma unidade de medida como referência e verificam-se quantas partes cabem na parte que se quer medir.

Para Silva (2005, p. 117), “as tarefas de medição naturalmente associam a concepção de medida, associado a manipulação de um padrão, chamado unidade de medida que, por sua vez, dependerá diretamente da grandeza em jogo”.

Quadro 7– Exemplos de medida



Fonte- A pesquisa

Ao observar o quadro acima, pensando no padrão de medida de manipulação elencado por Silva (2005), podemos sugerir que a barra maior é a grandeza em jogo, a barra menor é o padrão de medida, a fração será obtida a partir da verificação das partes que irão caber na barra. Ainda, em um segundo momento, é possível associar um valor a um determinado ponto (x) dessa grandeza.

### 2.2.3 Frações, representações e a necessidade da análise de erros

A criança, quando chega à escola, entra em contato com os números naturais, sua organização enquanto sistema e as operações que a eles são atribuídas. O contato com o número racional acontece de forma paralela, em meio aos usos sociais, tais como, textos instrucionais de receita e valores monetários. Nesse sentido, ao iniciarmos os estudos de fração, consideramos necessário desenvolvermos com os alunos o debate de algumas representações desse conceito.

Como apontam Pantoja, Campos e Salcedos (2013), as representações são

consideradas uma maneira de expressar o pensamento matemático, visto que os objetos matemáticos não são diretamente perceptíveis ou observáveis sem a utilização de seus registros.

De acordo com Paraol e Rodriguês (2018), quando evidenciamos frações, algumas representações podem ser suscitadas:

**Quadro 8** – Alguns possíveis registros da fração

<b>Representação</b>	<b>Nome do registro</b>
$\frac{1}{2}$	Fracionário
0,5	Decimal
Uma parte de duas	Língua natural
	Figural

Fonte- Paraol e Rodriguês (2018)

Para os autores, existem diversas formas de registrar as frações, dentre elas, podemos compreender como: (a) fracionário a representação de fração através de dois símbolos numéricos com numerador e denominador, com representação unitária; (b) a forma decimal representada pelo número não inteiro separado por vírgula; (c) a língua natural está diretamente associada ao vocabulário do aluno que representa a fração em questão; (d) o registro figural envolve partições de grandezas representadas por figuras em partes iguais. Em nossa pesquisa, iremos dar prioridade aos registros de forma fracionária, língua natural e figural.

Essa aproximação com as representações caminha ao encontro de auxiliar na superação das dificuldades dos alunos em compreender o conceito de fração. De acordo com Santos (1997, p.103), “é complicado para um aluno compreender que um número racional é representado por dois símbolos numéricos ( $a/b$ , onde  $a$  e  $b$  são isoladamente números) e que este símbolo representa uma nova quantidade – um novo número”.

Nesse sentido, as frações deveriam ser compreendidas de forma gradual pelo aluno, tendo em vista que o conceito é complexo para a criança. Para Nunes e Bryant (1997, p.191),

Com as frações, as aparências enganam. Às vezes, as crianças parecem ter uma compreensão completa delas e ainda não a têm. Elas usam os termos corretos, falam sobre frações coerentemente, resolvem alguns problemas, mas diversos aspectos cruciais das frações ainda lhes escapam. De fato, as aparências podem ser tão enganosas que é possível que alguns alunos passem pela escola sem superar dificuldades relativas às frações sem que ninguém perceba (NUNES; BRYANT, 1997, p. 191).

Nesse contexto, cabe ao professor ser um mediador no processo de aprendizagem, perceber as dificuldades dos alunos e, a partir delas, realizar análises e auxiliar o aluno no processo de formação dos significados de fração. O professor deve estar atento às respostas dos alunos, questionar, analisar em conjunto, valorizar o raciocínio do aluno, mesmo que este esteja errado, pois faz parte do processo de construção e pode dar segmento para a obtenção do raciocínio correto, sem deixar lacunas.

### 3 ASPECTOS METODOLÓGICOS

Neste capítulo serão abordados os pressupostos teórico-metodológicos pelos quais desenvolvemos a construção da intervenção com os alunos do 4º Ano do Ensino Fundamental, bem como, a caracterização da escola, uma descrição mais detalhada dos sujeitos participantes da pesquisa, um relato da construção dos instrumentos de pesquisa e os pressupostos para a elaboração da análise de dados.

#### 3.1 Pressupostos teórico-metodológicos

Quanto à abordagem do método, essa pesquisa se caracteriza como qualitativa, uma vez que os dados coletados são predominantemente descritivos e nossa preocupação está voltada mais para o processo do que para a geração de um produto (LUDKE; ANDRÉ, 1986). Nesse sentido, nossas preocupações estão mais relacionadas com o significado e interações que os sujeitos de pesquisa produzem para o conceito de frações, a partir do uso da análise de erros.

Além de qualitativa, a pesquisa possui um caráter intervencionista, uma vez que procuramos não apenas explicar, mas, também, interferir na realidade estudada para modificá-la. Ou seja, nossa intenção consiste em possibilitar novos modos de pensar o conceito em questão para os alunos do 4º ano do Ensino Fundamental.

Desse modo, baseados em Damiani et al (2013), consideramos alguns pontos essenciais para o nosso fazer da pesquisa:

- 1) **O intuito de produzir mudanças:** desejamos interferir no processo de aprendizagem de fração do 4º ano do Ensino Fundamental;
- 2) **A tentativa de resolução de um problema:** procuramos nos envolver na questão levantada (a aprendizagem de fração) de modo sistemático. Assim, procuramos elencar ações pedagógicas que imbriquem na mudança do contexto educativo;
- 3) **O caráter aplicado:** precisamos entrar no campo de pesquisa para com ele pensar e problematizar a realidade do ensino de frações para o 4º do Ensino Fundamental;
- 4) **A necessidade de diálogo com um referencial teórico:** para a atuação no campo, nos pautamos nos estudos de outros e em questões discutidas nas

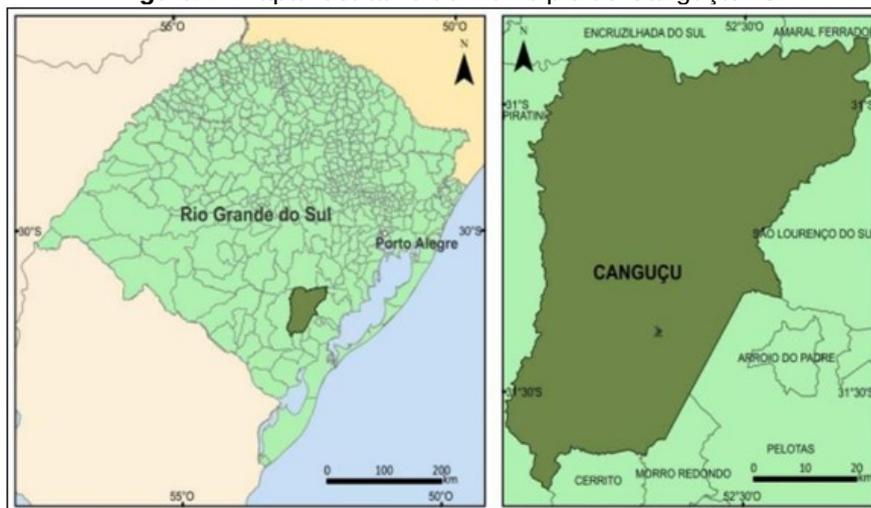
teorizações sobre erro e pensamento fracionário.

- 5) **A possibilidade de produzir conhecimento:** consideramos que o encontro da realidade escolar com nossa intervenção teorizada produzirá conhecimentos e novas possibilidades para a prática pedagógica.

### 3.2 Caracterização da escola<sup>5</sup>

A Escola Estadual de Ensino Fundamental Irmão Andradasse localiza na cidade de Canguçu/RS, circunscrita na Serra do Tapes, próxima ao Rio Camaquã. Com 3525,3 km<sup>2</sup> de extensão e 56 045 habitantes, a cidade passou a ter o título de maior Minifúndio da América Latina, onde boa parte da população reside na zona rural e obtém seu sustento da agricultura e pecuária. O comércio da cidade do município sobrevive graças à produção econômica da zona rural.

**Figura 1-** Mapa ilustrativo do município de Canguçu/RS

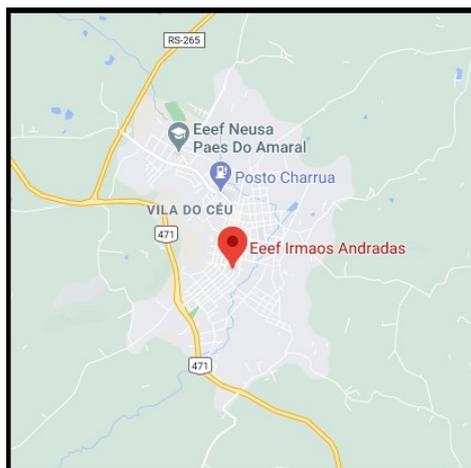


Fonte- IBGE – 2010

Devido à ampla extensão de terras, o município possui, atualmente, 33 escolas, dessas, 9 da rede estadual e as demais da rede municipal de ensino. A E.E.E.F. Irmãos Andradas está situada na área central da cidade de Canguçu/RS, conforme mostra a imagem extraída do *Google Maps* (2021):

**Figura 2-** Localização da Escola Campo.

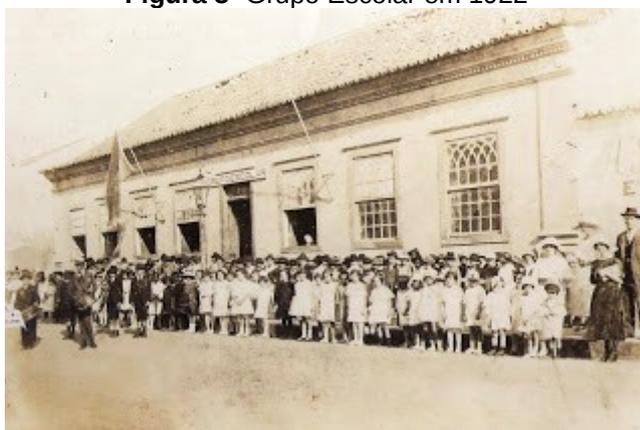
<sup>5</sup> Vale ressaltar que a escola autorizou a divulgação do seu nome, bem como os dados elencados nessa seção.



Fonte-Google Maps – 2021

A E.E.E.F. Irmão Andradas foi fundada em 8 de março de 1912, na cidade de Canguçu, com o nome de Colégio Elementar, em frente à Praça Marechal Floriano, hoje, conhecida como Praça Doutor Francisco Carlos dos Santos (Rua Coronel Genes Bento, 458), na área central da cidade. Na época, a cidade era ainda um vilarejo, tendo por diretor João Gualberto Pinto Bandeira.

**Figura 3-** Grupo Escolar em 1922



Fonte- PPP da Instituição.

A instituição passou por várias mudanças de nome, onde, somente em 1940, aderiu o nome de Grupo Escolar Irmãos Andradas, devido ao fato de o nome de então, Grupo Escolar André Poente, também pertencer a uma escola em Canoas. Nesse período, a escola oferecia atendimento somente a turmas de 1º ao 5º ano. Já em 1951, foi criado o jardim de infância, atendendo às crianças menores de 6 anos de idade.

**Figura 4-** Grupo Escolar Irmãos Andradas em 1950



Fonte- PPP da Instituição

Em 2001, a escola passou a se chamar E.E.E.F. Irmãos Andradas e, em 2008, ampliou sua atuação para o atendimento completo de todo Ensino Fundamental (1° ao 9°).

**Figura 5-** E.E.E.F. Irmãos Andradas em 2019



Fonte- PPP da Instituição

Em seu espaço físico, a escola dispõe de secretaria, diretoria, serviço de orientação escolar, sala de atendimento especializado, sala dos professores, biblioteca, sala de informática, dez salas de aula, cozinha, refeitório, almoxarifado, banheiro (feminino e masculino), quadra de esportes e dois pátios, um deles com pracinha. A escola ainda utiliza recursos físicos públicos pertencentes ao município como cine-teatro, cancha de esportes, praças e clubes sociais e esportivos.

Atualmente, a escola conta com 36 funcionários, distribuídos entre o setor administrativo, professores e serviços gerais, 450 alunos, distribuídos em 19 turmas,

em dois turnos, sendo do 1º ao 4º ano do Ensino Fundamental lecionados pela tarde e, do 5º ao 9º do Ensino Fundamental, pela manhã.

A filosofia da escola busca promover uma aprendizagem significativa, de qualidade, na formação de pessoas que serão capazes de transformar a realidade em que estão inseridas. A instituição ainda desenvolve ações intra e interpessoal, sócioafetivas e éticas, buscando atender às necessidades dos alunos frente à sociedade do século XXI. Nesse sentido, a educação é um processo permanente de autoconstrução, sendo necessário que sujeitos se tornem conscientes e capazes de lutar por direitos, conhecer e cumprir deveres.

A escola trabalha de forma a conduzir o educando à compreensão de valores humanos, educar, nos parâmetros de educação integral, aprendendo e construindo conhecimentos, valorizando o trabalho de equipe, colocando-se no lugar do outro, agindo de forma digna, apoiando a criatividade e a inovação, assegurando a formação básica do educando.

### **3.3 Sujeitos da pesquisa**

Os sujeitos da pesquisa são 29 alunos de umas turmas de 4º ano da E.E.E.F. Irmãos Andradas, que estudam na escola no período da tarde. A turma é formada por alunos que residem ao redor da escola, abrangendo a zona central e as vilas mais próximas, como a Vila Fonseca, que, além de ter casas urbanas, possui também casas na parte rural. Nesse sentido, os alunos possuem contato com realidades diferentes.

Com relação ao bem aquisitivo das famílias em questão, podemos salientar que não há uma uniformidade na renda. Há alguns grupos de estudantes considerados de classe média e, outros, provenientes de famílias de classe baixa. Dessa forma, os alunos também têm contato com todas as classes sociais dentro do ambiente escolar. Vale ressaltar que a escola busca não evidenciar essas diferenças.

A turma do quarto ano possui 15 meninas e 14 meninos, com idade média de 9 anos. Com o intuito de manter a confidencialidade dos sujeitos, serão omitidos seus nomes reais e cada participante da pesquisa escolheu um nome fictício para si, sendo que esse não poderá ser nem o nome escolhido por outro ou o nome real de outro participante.

Sobre as questões éticas, destacamos que o Projeto de Pesquisa foi encaminhado para o Comitê de Ética da Universidade Federal do Pampa (CEP). Após a avaliação, o parecer consubstanciado 4.711.213 do CEP informa que o projeto de pesquisa foi aprovado (Anexo 1).

Além disso, apontamos que, antes da intervenção, foi solicitada a autorização dos pais para sua realização, via Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (TCLE) do responsável, em seguida, disponibilizado aos alunos o Termo de Assentimento Livre e Esclarecido (TALE) para que também autorizassem que os dados obtidos na intervenção pudessem ser analisados na pesquisa.

### **3.4 Instrumentos e procedimentos**

Em um primeiro momento, foi feito um questionário inicial, a partir de conhecimentos que consideramos necessários aos alunos para iniciar a discussão sobre fração, abrangendo, desse modo, compreensões sobre as temáticas metade, divisão e fração.

Para essa primeira etapa, o aluno realizava o questionário sobre uma das temáticas e, no dia seguinte, discutíamos as suas respostas nos grupos. Caso desejassem, os alunos poderiam reformular as respostas dadas. Assim, ocorreu com os questionários sobre metade e divisão. Já no questionário sobre a temática fração foi realizada a primeira respostas antes da intervenção e a reformulação após a mesma.

Na sequência, realizou-se uma sequência de intervenção, descrita mais detalhadamente no capítulo a seguir. Aqui, ressaltamos brevemente suas etapas:

1° etapa: Com o objetivo de apresentar e começar a desenvolver frações, trouxemos a leitura do livro “O pirulito do pato”, de autoria de Nilson Machado. O livro aborda os três conceitos de fração (parte/todo, medida e número). Após a leitura, foi desenvolvida uma atividade escrita com os exemplos encontrados no livro.

2° etapa: Para introduzir a fração como parte/todo, partimos da história de como surgiram as frações e como as terras eram repartidas no Egito, após o período de cheias. Como proposta prática, realizamos exemplos dessa divisão em folha de papel. Nessa atividade, abordou-se, ainda, representação e leitura de frações.

3° etapa: Para compreender o significado de frações e o termo frações, realizamos atividades que envolvam a representação figurativa e fracionária, envolvendo conceitos como metade, terça parte, quarta parte.

4° etapa: Buscando relacionar a fração como medida, partimos de situações cotidianas, como distância de determinados pontos, figuras que possuem a comparação de medidas entre elas.

5° etapa: Para compreender a fração na reta numérica, foi desenvolvido atividades em uma reta numérica fictícia de barbante em sala.

A análise do erro foi realizada a partir das atividades desenvolvidas pelos alunos. Por meio da coleta das compreensões errôneas dos alunos pela docente, no dia seguinte à realização de cada atividade, os erros foram discutidos em grupo.

Para coleta de dados, as atividades desenvolvidas com os alunos foram gravadas em áudio e vídeo, sendo, posteriormente, transcritas para análise. Além disso, foram feitas fotos dos momentos de atividade do grupo, bem como, um diário de campo pela pesquisadora, relatando o ocorrido em sala.

### **3.5 Análise de dados**

Para o processo de análise dos dados, realizou-se uma abordagem analítica direcionada para uma perspectiva intervencionista de estudo. Como aponta André (2005), a perspectiva a análise de dados de uma pesquisa deve dialogar com a proposta epistemológica, conceitual e social de coleta de dados da mesma.

Ainda, para André (2013),

Na perspectiva das abordagens qualitativas, não é a atribuição de um nome que estabelece o rigor metodológico da pesquisa, mas a explicitação dos passos seguidos na realização da pesquisa, ou seja, a descrição clara e pormenorizada do caminho percorrido para alcançar os objetivos, com a justificativa de cada opção feita (ANDRÉ, 2013, p. 96).

Assim, a preocupação da análise está atrelada aos pormenores do caminho percorrido para construí-la. Assim, optamos por uma abordagem descritiva-narrativa de análise, inspirada na abordagem realizada por Moraes (2014). Para Moraes (2014), em práticas de pesquisas que visem apontar processos de mudança, como forma de indício, é preciso que a pesquisa descreva o processo e elenque possíveis transformações.

Assim, apresentamos nos capítulos que seguem:

- 1- A sequência de trabalho planejada – para dar evidência das ações desejadas de intervenção (Capítulo 4);
- 2- Processo descritivo do ocorrido ao longo da intervenção, ressaltando algumas falas do grupo, excertos do diário de campo, fotos. Apontamos, ainda, que a análise dos questionários teve o apoio do *software Iramuteq*. Conforme Camargo e Justo (2016), o *Iramuteq* é um software desenvolvido para análises estatísticas sobre corpus textuais e tabelas. A partir dele, elaboramos nuvens de palavras com as respostas dos alunos.
- 3- Síntese integradora: apresentamos os pontos sobressalientes ao longo de toda a intervenção, bem como, considerações mais generalizadas do processo.

Por fim, vale ressaltar que, para diferenciação no processo de escrita do texto, nós utilizamos a letra P para representar o momento de fala da professora/pesquisadora e a letra A, acompanhada de números específicos, para representar o momento de fala dos alunos. Assim como os excertos do diário de campo, tais trechos foram inseridos com fonte 10, espaçamento simples e recuo de dois centímetros.

## 4 PLANEJAMENTO DE SEQUÊNCIA DE TRABALHO

Nesse capítulo, apresentamos o planejamento sequencial das atividades realizadas com os participantes. Para a constituição das atividades, levou-se em consideração:

- 1- Os objetivos específicos da pesquisa;
- 2- Duas habilidades proposta pela BNCC para o ensino de fração:
 

*Terceiro ano do Ensino Fundamental*<sup>6</sup>: (EF03MA09) Associar o quociente de uma divisão com resto zero de um número natural por 2, 3, 4, 5 e 10 às ideias de metade, terça, quarta, quinta e décima partes.

*Quarto ano do Ensino Fundamental*: (EF04MA09) Reconhecer as frações unitárias mais usuais ( $1/2$ ,  $1/3$ ,  $1/4$ ,  $1/5$ ,  $1/10$  e  $1/100$ ) como unidades de medida menores do que uma unidade, utilizando a reta numérica como recurso.
- 3- O livro didático disponível para os alunos e utilizado pela escola.
- 4- Análise de erros: cada momento traz um espaço para reflexão sobre os erros produzidos no momento anterior.

Vale ressaltar que se optou por essa etapa constituir um único capítulo para que outros docentes possam utilizar-se desse planejamento e aplicá-lo e/ou adaptá-lo para as suas aulas de matemática no quarto ano do Ensino Fundamental.

### 4.1 Primeiro momento

#### Conceitos em ação:

Metade, divisão e fração.

#### Roteiro metodológico:

Inicialmente, o professor deverá apresentar a proposta da sequência. Sugere-se ressaltar que a sequência discutirá um conceito novo até então não estudado. Após, o professor deve apresentar o questionário. O docente precisa deixar claro que o questionário é diagnóstico, ou seja, não há certo ou errado, mas formas de

---

<sup>6</sup> Selecionou-se uma habilidade do terceiro ano por considerá-la ponto de partida para as atividades do quarto ano do Ensino Fundamental.

pensar que queremos conhecer e problematizar. Esse questionário será aplicado em três dias diferentes.

- 1º dia: questionário sobre o conceito de metade;
- 2º dia: discussão em grupo sobre as respostas do conceito metade, reestruturação das respostas e aplicação do questionário sobre divisão;
- 3º dia: discussão em grupo sobre as respostas do conceito divisão, reestruturação das respostas e aplicação do questionário sobre fração.

Ressalta-se que a discussão sobre as respostas do conceito de fração será feita ao final da sequência.

**Tempo estimado:**

1h30min para cada dia.

**Atividade:**

**Quadro 9** – Questionário Metade

Rodada 1	
1- Se eu te falasse o termo <b>METADE</b> , liste 5 palavras que vem na sua mente:	
1- _____	
2- _____	
3- _____	
4- _____	
5- _____	
2- Diga qual o motivo de você ter escolhido a primeira palavra.	
3- Diga qual o motivo de você ter escolhido a segunda palavra.	
4- Diga qual o motivo de você ter escolhido a terceira palavra.	
5- Seu colega chega para você e pergunta: “o que é METADE?”. Como você explicaria isso para ele?	

Fonte- a pesquisa.

**Quadro 10** – Questionário Divisão

## Rodada 2

6- Se eu te falasse o termo **DIVISÃO**, liste 5 palavras que vem na sua mente:

1- \_\_\_\_\_

2- \_\_\_\_\_

3- \_\_\_\_\_

4- \_\_\_\_\_

5- \_\_\_\_\_

7- Diga qual o motivo de você ter escolhido a primeira palavra.

8- Diga qual o motivo de você ter escolhido a segunda palavra.

9- Diga qual o motivo de você ter escolhido a terceira palavra.

10- Seu colega chega para você e pergunta: “o que é DIVISÃO?”. Como você explicaria isso para ele?



Fonte- a pesquisa

**Quadro 11** – Questionário Fração

## Rodada 3

11- Você já ouviu falar sobre fração? Lembra quando foi? Conte um pouco sobre isso.

12- Se eu te dissesse que vamos fazer um estudo sobre FRAÇÃO, o que você imagina que vamos fazer nas aulas de matemática?

13- Você já ouviu alguma vez a palavra fração? Se sim, conte como foi.

14- Você acha que a palavra fração tem a ver com número? Explique.



Fonte- A pesquisa

**4.2 Segundo Momento**

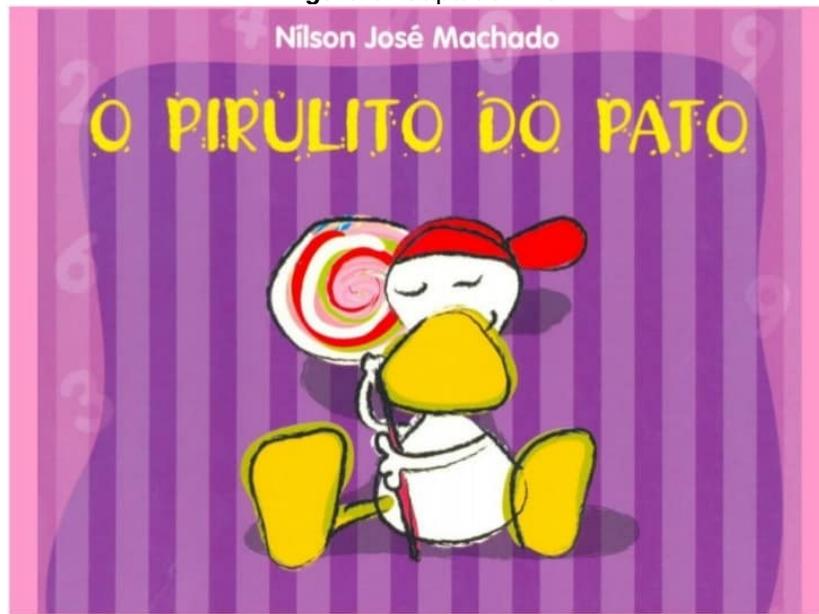
**Conceitos em ação:**

Divisão com partes iguais.

### Roteiro metodológico:

Com o objetivo de apresentar e começar a desenvolver frações, trazemos a leitura do livro “O pirulito do pato”, de autoria de Nilson Machado. O livro aborda os três conceitos de fração (parte/todo, medida e número), onde o aluno consegue associar a fração ao seu cotidiano.

**Figura 6-** Capa do livro



Fonte-A pesquisa

Após a leitura, serão abordados questionamentos sobre os acontecimentos da história.

- 1) Dividimos as coisas em nosso dia adia? Se sim, de que forma?
- 2) Você concorda com a repartição do pirulito do pato? Justifique.
- 3) O que você aprendeu com a historinha?
- 4) Pensando na historinha do pirulito do pato, veja a seguinte situação.

Você está em casa, sua mãe fez um bolo pra você.

**Figura 7-**Representação do bolo



Fonte- A pesquisa

De repente, sua tia chega com seus dois primos, como você divide o bolo com seus primos? Todos devem ter pedaços iguais.

Nesse momento, chega a vizinha, querendo buscar algo e seu filho vem junto, agora são quatro para degustar um pedaço de bolo, como você divide?

Ainda em tempo, chega Luca, seu colega da escola, que havia marcado para brincar com você, que também espera seu pedaço de bolo. Como você divide seu bolo?

Faça os apontamentos e compare com os colegas.

Após essa ação, cada aluno recebe pedaços de cartolina no formato do bolo original para realizar as divisões. Depois de cada divisão realizada, cola sua atividade em folha de ofício.

**Tempo estimado:**

1h20min

### **4.3 Terceiro Momento**

**Conceitos em ação:**

- Ideia de inteiro;
- Relação inteiro e fração;
- Terminologias usuais – metade, terça parte, etc;
- relação parte/todo.

**Roteiro metodológico:**

Para introduzir a fração como parte/todo, partimos da história de como surgiram as frações e como as terras eram repartidas no Egito após o período de cheias, como proposta prática, realizar exemplos dessa divisão em folha de papel. Nessa atividade, serão abordadas questões que envolvam a representação figurativa e fracionária, envolvendo conceitos como metade, terça parte, quarta parte. Espera-se que os alunos visualizem e solucionem as atividades, bem como, consigam, com o auxílio dos colegas, mudar percepções da aula anterior, compreender conceitos iniciais de frações.

Inicialmente, serão abordadas duas atividades, selecionadas do dia anterior, para análise e solução de forma coletiva pelo grupo. Salientamos que esses trabalhos foram escolhidos anteriormente pelo professor. Essa questão é essencial para a análise de erros.

Após esse momento, será abordado o surgimento das frações.

**Figura 8-** História das frações

## História das frações

### Como surgiram as frações

Há aproximadamente 5000 anos, no Egito Antigo, os agricultores que cultivavam as terras às margens do Rio Nilo viviam um problema: todos os anos, no período de julho a setembro, as águas do rio inundavam a região e, com isso, desmanchavam algumas marcações que delimitavam os terrenos.

Quando as águas baixavam, os proprietários precisavam remarcar os limites de seus terrenos e, novamente, os funcionários do governo faziam as medições. Esses funcionários eram chamados de estiradores de corda, pois os instrumentos que usavam para medir eram cordas com uma mesma unidade de medida, imposta pelo faraó.

Entretanto, durante as medições, nem sempre essa unidade de medida cabia um número inteiro de vezes nos lados dos terrenos.

Para resolver o problema, os estiradores de corda pegavam essa unidade e a "dobravam" ao meio, criando uma "subunidade". Se essa nova unidade ainda não fosse a ideal para medir a "sobra", eles pegavam novamente a unidade de medida determinada pelo faraó e a dividiam em três partes iguais, ou quatro, ou qualquer quantidade, até encontrarem uma "subunidade" de um tamanho que coubesse um número exato de vezes na "sobra".

Essa "subunidade" utilizada pelos egípcios representa uma fração da unidade do faraó.

Fonte: <<http://educacao.uol.com.br/matematica/fracao-1-historia-do-conceito.jhtm>>. Acesso em: set. 2017.

Fonte-Livro Bem-me-quer 4º ano

Em seguida, parte-se para a seguinte atividade de intervenção:



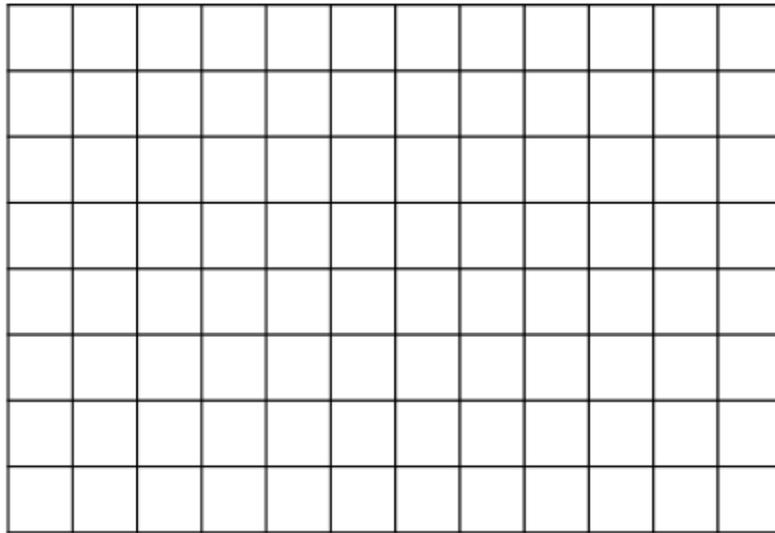
**Figura 9-** Atividade produzida pela pesquisadora.



Para refazermos a demarcação de nossas terras, utilizaremos estacas e barbantes!!  
Dividam cada grande área, igualmente, entre oito agricultores.

Em tempos difíceis, devemos nos ajudar!!  
Tenham todos a mesma área,  
independentemente das posses de cada um!

A área...



Medida da corda —  (1 cm – cada centímetro = 4 m)

Fonte-a pesquisa

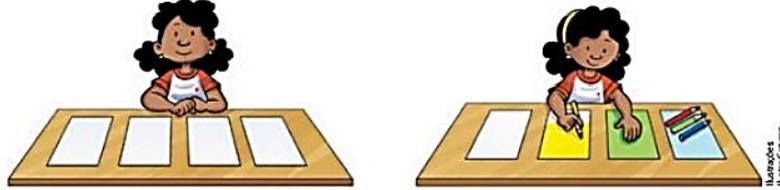
Nesse contexto, indaga-se: Quais foram as técnicas que vocês utilizam para distribuir os quadrinhos entre as oito pessoas?

Após comentar as possíveis respostas, vamos para os conceitos iniciais trazidos no livro didático.

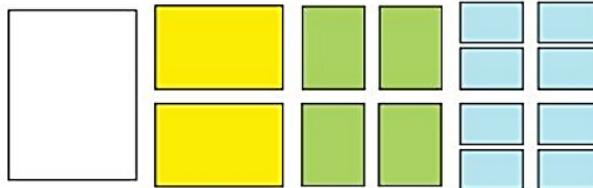
Figura 10- fração de um inteiro

## Fração de um inteiro

As ilustrações abaixo mostram uma atividade escolar que Alice fez para aprender frações.



Cada folha de papel representa um inteiro.  
Algumas folhas foram divididas em partes iguais.



## ATIVIDADES

- 1 Responda às questões:
- Quantas folhas Alice recebeu? 4
  - Quantas folhas ela pintou e quantas deixou em branco? 3 e 1

Pintou 3 e deixou 1 em branco.

- c) Em quantas partes iguais ela dividiu a folha pintada de:
- amarelo? 2
  - verde? 4
  - azul? 8
- d) Quantas partes amarelas são necessárias para cobrir a folha branca? 2

Cada uma das partes amarelas corresponde à **metade** (ou **um meio**) da folha branca.

- e) Quantas partes verdes são necessárias para cobrir a folha branca? 4

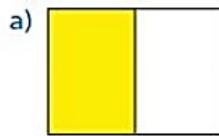
Cada uma das partes verdes corresponde à **quarta parte** (ou **um quarto**) da folha branca.

- f) Quantas partes azuis são necessárias para cobrir a folha branca? 8

Cada uma das partes azuis corresponde à **oitava parte** (ou **um oitavo**) da folha branca.

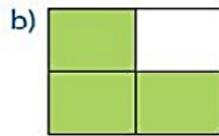
Nesse caso, um meio, um quarto e um oitavo são frações da folha inteira.

- 2** Alice cobriu a folha branca de várias maneiras. Escreva que fração da folha está coberta e quanto falta para cobri-la totalmente.



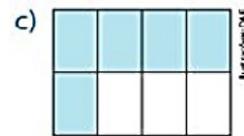
Está coberto 1 meio.

Falta cobrir 1 meio.



Estão cobertos 3 quartos.

Falta cobrir 1 quarto.



Estão cobertos 5 oitavos.

Falta cobrir 3 oitavos.

- 3** Ordene, da menor para a maior, as partes da folha indicadas abaixo.

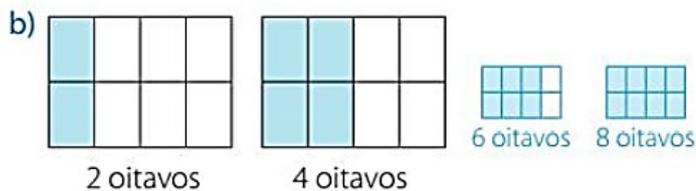
1 quarto

1 meio

1 oitavo

1 oitavo, 1 quarto, 1 meio

- 4** Continue as seqüências de figuras até obter uma figura inteiramente pintada.



- 5** Qual fração da folha corresponde à maior parte: 1 meio ou 2 quartos?

Nenhuma das duas. Ambas representam a metade da folha.

- 6** Marque com um **X** as frações que correspondem a uma folha inteira.

( ) 3 quartos

( **X** ) 2 meios

( ) 4 oitavos

( ) 1 meio

( **X** ) 4 quartos

( **X** ) 8 oitavos

- 7** Marque com um **X** as frações que correspondem à metade de uma folha inteira.

( **X** ) 2 quartos

( ) 1 oitavo

( **X** ) 1 meio

( **X** ) 4 oitavos

( ) 3 quartos

( ) 2 meios

Fonte- Livro Bem-me-quer 4ºano

**Tempo estimado:**

2h.

#### 4.4 Quarto Momento

**Conceitos em ação:**

Leitura e escrita de frações.

**Roteiro metodológico:**

Para compreender o significado de frações e o termo frações, serão realizadas atividades que envolvam a representação figurativa e fracionária, bem como, o conceito de fração, sua representação e leitura. Espera-se que os alunos visualizem e solucionem as atividades, assim como, percebam, com o auxílio dos colegas, mudar percepções da aula anterior, compreender a leitura de frações.

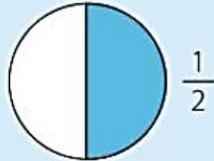
Inicialmente, serão abordadas duas atividades, selecionadas do dia anterior, para análise e solução de forma coletiva pelo grupo. Salientamos que esses trabalhos foram escolhidos anteriormente pelo professor. Essa ação se dedica à análise de erros dos alunos.

Em seguida, foi aplicada a seguinte sequência de atividades selecionadas do livro didático da turma:

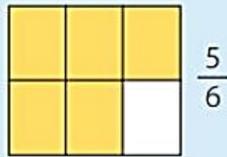
Figura 11- Leitura e escrita de frações

## Leitura e escrita de frações

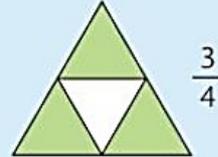
Veja algumas frações e suas representações com números:



um meio



cinco sextos



três quartos

Ilustrações: DAE

Você deve ter reparado que, para escrever as frações, utilizamos dois números:

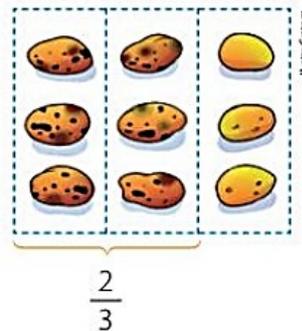
- um número acima do traço;
- um número abaixo do traço.

### DEFENDA SUA IDEIA

- Qual dos dois números usados para escrever uma fração corresponde ao:
  - total de partes em que o inteiro foi dividido? **O número abaixo do traço.**
  - número de partes pintadas? **O número acima do traço.**
- Veja outras frações representadas com números:

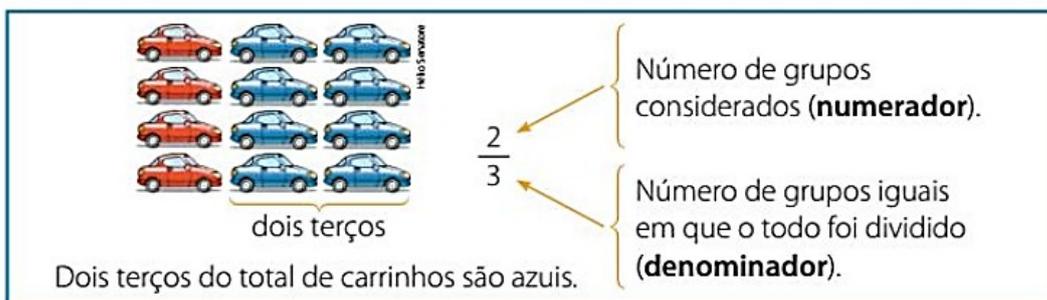
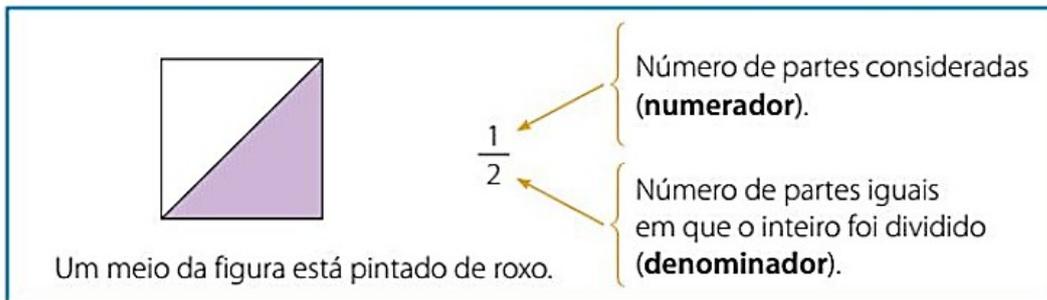


As imagens não estão proporcionais entre si.



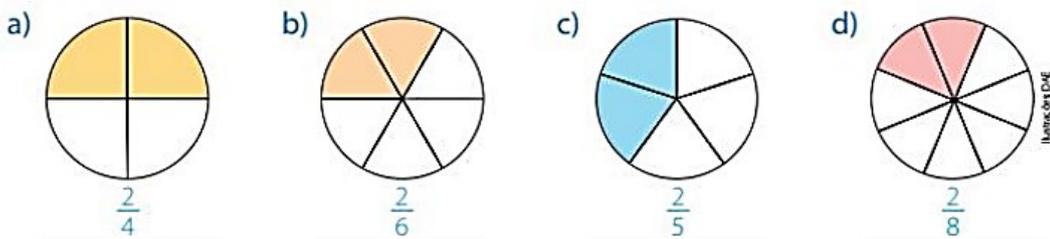
Nas duas situações acima, a que corresponde cada número usado para escrever as frações? **O número abaixo do traço corresponde à quantidade de grupos em que o inteiro foi dividido. O número acima do traço corresponde à quantidade de grupos considerada.**

Concluindo, para representar uma fração, pensamos em duas quantidades. Veja:



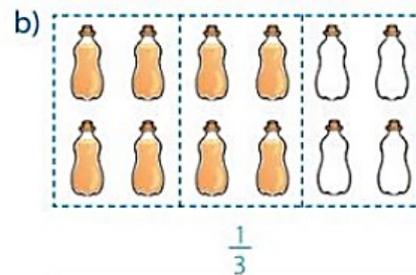
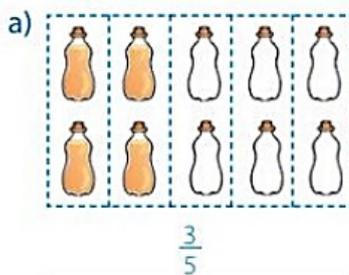
## ATIVIDADES

- 1 Escreva, usando números, as frações que correspondem à parte pintada de cada figura.



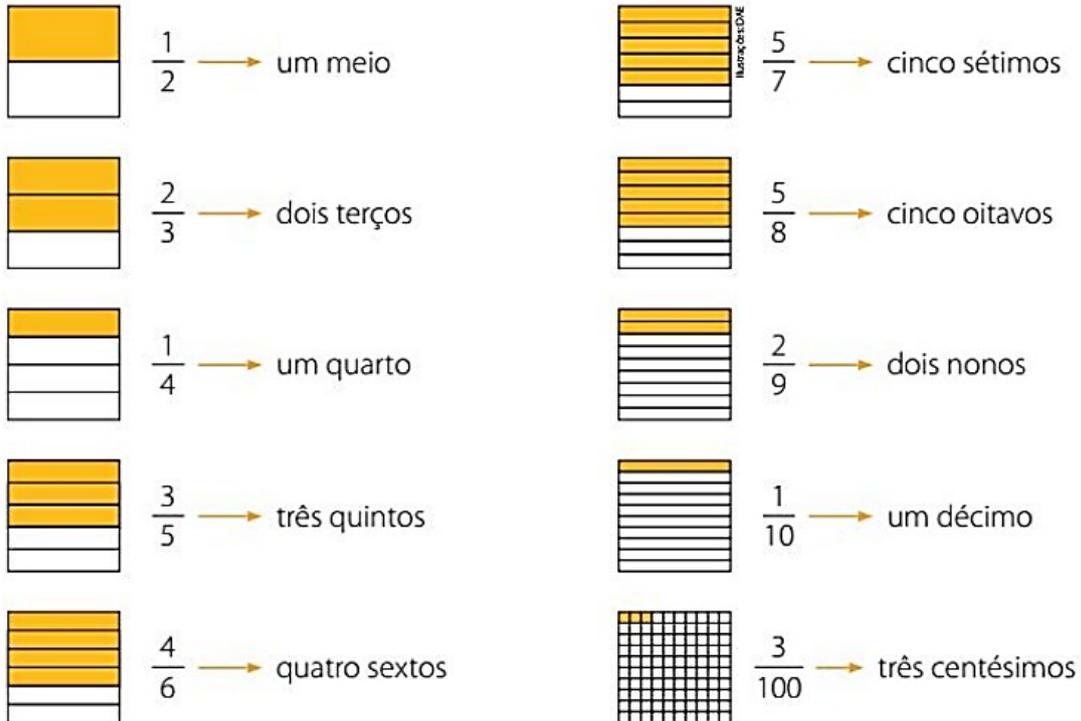
- 2 Qual das frações escritas ao lado corresponde à quantidade de garrafas vazias em cada item?

$\frac{1}{2}$     $\frac{1}{3}$     $\frac{4}{10}$     $\frac{3}{5}$



## APRENDA MAIS ESTA

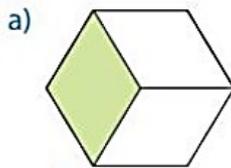
Veja, a seguir, como escrevemos e lemos algumas frações:



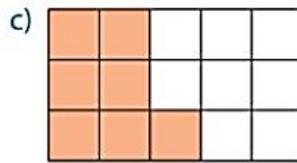
As frações que têm o denominador maior que 10 – excluindo os denominadores 10, 100, 1000... – são lidas de forma especial. Veja:



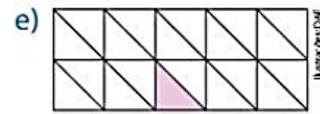
3 Escreva, com números e por extenso, a fração que corresponde à parte pintada.



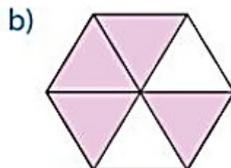
$\frac{1}{3}$  ou um terço



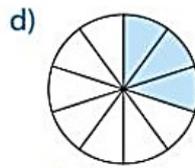
$\frac{7}{15}$  ou sete quinze avos



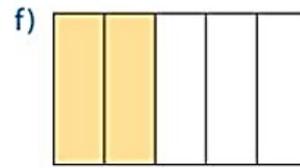
$\frac{1}{20}$  ou um vinte avos



$\frac{4}{6}$  ou quatro sextos



$\frac{3}{10}$  ou três décimos



$\frac{2}{5}$  ou dois quintos

4 Considerando o inteiro como 24 lápis, escreva a fração que corresponde aos lápis que estão nos copos verdes.



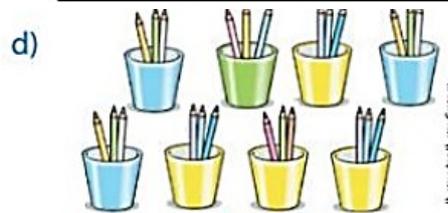
um meio ou  $\frac{1}{2}$  ou  $\frac{12}{24}$



um terço  $\frac{1}{3}$  ou  $\frac{8}{24}$

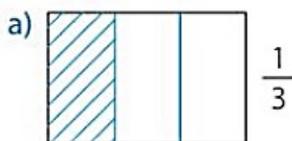


um sexto ou  $\frac{1}{6}$  ou  $\frac{4}{24}$

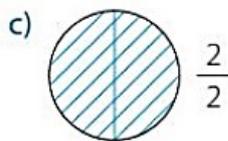


um oitavo ou  $\frac{1}{8}$  ou  $\frac{3}{24}$

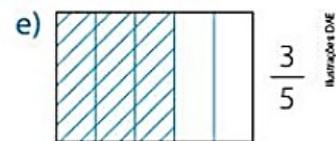
i Em cada figura represente a fração indicada.



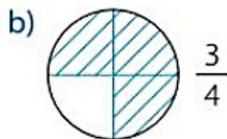
$\frac{1}{3}$



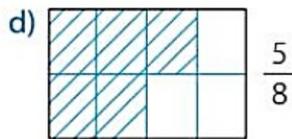
$\frac{2}{2}$



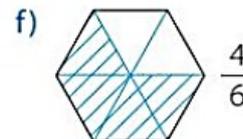
$\frac{3}{5}$



$\frac{3}{4}$



$\frac{5}{8}$

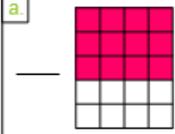
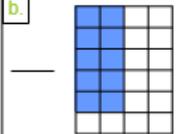
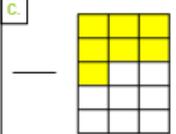
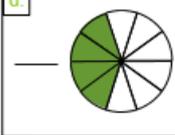
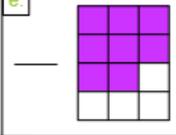
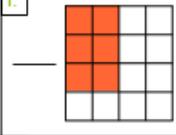
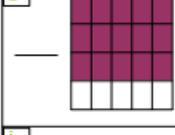
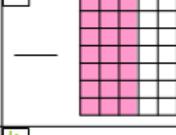
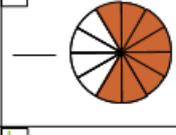
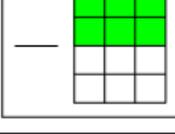
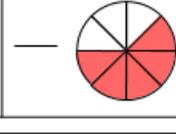


$\frac{4}{6}$

Fonte-Livro Bem-me-quer, 4ºano

Após, discutimos uma atividade em folha a parte.

Figura 12- Atividade a parte.

Escreva a <b>FRaÇÃO</b> que corresponde à região colorida.			Represente em figuras as <b>FRações</b> abaixo.	
a. 	b. 	c. 	a. $\frac{2}{4}$	b. $\frac{1}{2}$
d. 	e. 	f. 	c. $\frac{6}{8}$	d. $\frac{5}{10}$
g. 	h. 	i. 	e. $\frac{8}{12}$	f. $\frac{9}{20}$
j. 	k. 	l. 	g. $\frac{12}{20}$	h. $\frac{3}{6}$

Fonte-Sala de aula – Rérida Maria

**Tempo estimado:**

2h.

**4.5 Quinto Momento****Conceitos em ação:**

Fração como medida.

**Roteiro metodológico:**

Buscando relacionar a fração como medida, partimos de situações cotidianas, como distância de determinados pontos, figuras que possuem a comparação de medidas entre elas. Espera-se que os alunos consigam relacionar as medidas com frações, bem como, ampliar seus conhecimentos referentes ao trabalhado no dia anterior.

Inicialmente, serão abordadas duas atividades, selecionadas do dia anterior, para análise e solução de forma coletiva pelo grupo. Salientamos que esses trabalhos foram escolhidos anteriormente pelo professor. Assim, poder-se-á analisar os erros dos alunos.

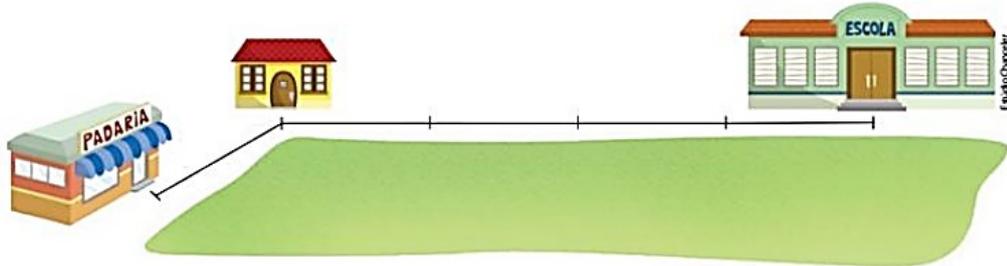
Figura 13- Fração como medida

## Fração como medida

As imagens não estão proporcionais entre si.



O tamanho do lápis azul é o dobro do tamanho do lápis amarelo. Assim, podemos dizer que o comprimento do lápis amarelo é **1 meio** do comprimento do lápis azul.

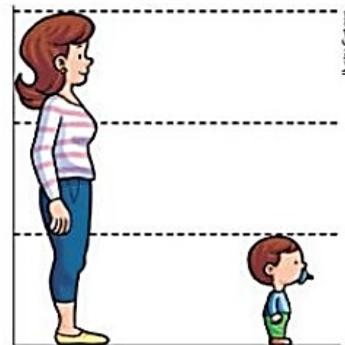


Ana fez o desenho acima para mostrar que a distância de sua casa até a padaria corresponde a 1 quarto da distância de sua casa até a escola.

## ATIVIDADE

Observe as figuras e complete as frases.

- a) A altura do bebê é 1 terço da altura do adulto.



- b) O comprimento da fita vermelha é 1 quinto do comprimento da fita verde.



Fonte- Livro Bem-me-quer, 4º Ano

Em seguida, propõe-se a seguinte atividade

Figura 14-Atividade prática: Pensando em fitas.

Produzir quatro fitas da mesma largura.

- Uma branca, medindo 12cm;
- Uma vermelha, medindo 6cm;
- Uma roxa, medindo 3cm;
- Uma verde, medindo com 2cm.

Estabeleça relações entre elas:

- a) O Comprimento da vermelha é \_\_\_\_\_ do comprimento da branca.
- b) O comprimento da roxa é \_\_\_\_\_ do comprimento da branca.
- c) O comprimento da roxa é \_\_\_\_\_ do comprimento da vermelha.
- d) O Comprimento da verde é \_\_\_\_\_ do comprimento da branca.
- e) O Comprimento da verde é \_\_\_\_\_ do comprimento da vermelha.

Fonte- A pesquisa.

**Tempo estimado:**

2h.

#### 4.6 Sexto Momento

**Conceito em ação:**

Fração como número

Fração na reta numérica

**Roteiro metodológico:**

Para compreender a fração na reta numérica, serão desenvolvidas atividades com situações cotidianas que abordem essa representação de forma contextualizada, para, depois, ir ao papel, por fim, confeccionar uma reta numérica com frações. Espera-se que os alunos associem frações à reta numérica, bem como, retomar e modificar conceitos da aula anterior.

Inicialmente, serão abordadas duas atividades, selecionadas do exercício do dia anterior, para análise e solução de forma coletiva pelo grupo. Salientamos que esses trabalhos foram escolhidos anteriormente pelo professor. Essa ação se pauta na análise de erros produzidos pelos alunos

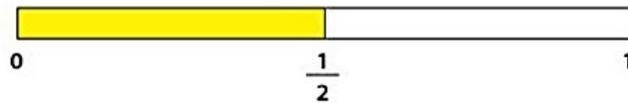
Em seguida, desenvolveram-se as seguintes atividades selecionadas do livro didático da turma.

**Figura 15-** Atividades – fração na reta numérica

## Localização de frações na reta numérica

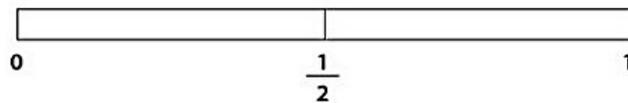
Francisco gosta muito de jogos eletrônicos, mas o seu favorito é um de corrida de automóveis. Nesse jogo, além de controlar a direção e a velocidade do carro, Francisco precisa estar atento à quantidade de combustível indicada no medidor que aparece na tela. Analisando o medidor, Francisco consegue ter uma ideia aproximada de que parte do combustível já foi gasta e quanto resta.

Veja abaixo como o mostrador aparece no início do jogo.



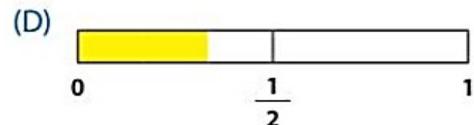
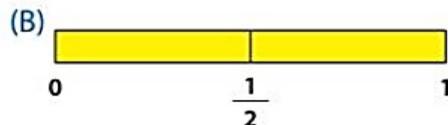
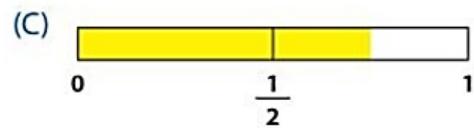
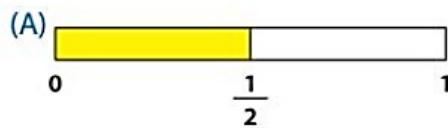
A quantidade total de combustível quando o tanque está cheio corresponde a 1 inteiro. À medida que o jogo avança, há gasto de combustível e o tanque vai esvaziando, até esvaziar por completo, chegando a zero.

Veja abaixo o mostrador indicando que não há mais combustível:



## ATIVIDADES

1 Relacione os medidores à quantidade de combustível indicada:



- ( ) tanque vazio  
 ( D ) menos da metade do tanque  
 ( A ) metade do tanque  
 ( C ) mais que a metade e menos que o inteiro  
 ( B ) tanque cheio

Pensando no medidor de seu jogo, Francisco descobriu que poderia localizar, no intervalo de 0 a 1 da reta numérica, números fracionários menores ou iguais a 1.

Veja como ele pensou para localizar a fração  $\frac{1}{3}$ .

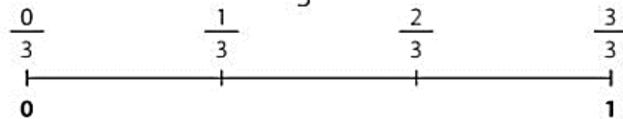
Ele considerou o inteiro como sendo o intervalo de 0 a 1.



Então, dividiu esse inteiro em três partes iguais, fazendo duas marcações. Veja:

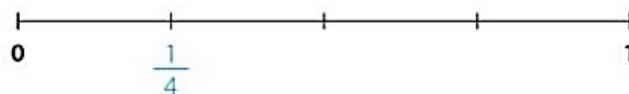


Dessa forma, a primeira marcação, mais próxima ao zero, corresponde à localização da fração  $\frac{1}{3}$ . A segunda marcação corresponde à localização da fração  $\frac{2}{3}$ . A localização do número 1 corresponde à localização da fração  $\frac{3}{3}$ , que é o mesmo que 1 inteiro. E, na mesma posição do zero, fica a fração  $\frac{0}{3}$ . Veja:



- 2** Verifique em quantas partes iguais Francisco dividiu cada intervalo, complete as frases e localize no intervalo a fração pedida.

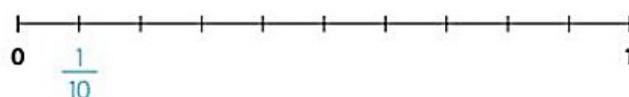
- a) Francisco dividiu o intervalo numérico de 0 a 1 em quatro partes iguais, fazendo três marcações. Localize nesse intervalo a fração  $\frac{1}{4}$ .



- b) Francisco dividiu o intervalo numérico de 0 a 1 em cinco partes iguais, fazendo quatro marcações. Localize nesse intervalo a fração  $\frac{1}{5}$ .



- c) Francisco dividiu o intervalo numérico de 0 a 1 em dez partes iguais, fazendo nove marcações. Localize nesse intervalo a fração  $\frac{1}{10}$ .



Fonte- Livro Bem-me-quer, 4ºAno



Após as discussões, confeccionou-se um varal com barbante representando a reta numérica e pediu-se para os alunos inserirem frações, produzidas em cartolina.

**Tempo estimado:**

2h.

**4.7 Sétimo Momento*****Conceitos em ação:***

Fração

**Roteiro metodológico:**

Inicialmente, serão abordadas duas atividades, selecionadas do exercício do dia anterior, para análise e solução de forma coletiva pelo grupo. Salientamos que esses trabalhos foram escolhidos anteriormente pelo professor.

Em seguida, após uma roda de conversa sobre o vivido ao longo da sequência de trabalho, discutir-se-á as respostas apresentadas na última etapa do questionário (quadro 11). Será permitido aos alunos remodelarem suas respostas.

**Tempo estimado:**

60min

## 5 ANÁLISE DOS DADOS

Nesse capítulo, apresentamos a análise dos dados produzidos durante a intervenção com os alunos do quarto ano do Ensino Fundamental. Conforme já foi relatado, optamos por uma análise descritiva-analítica. Assim, há uma apresentação descritiva do ocorrido, bem como, um processo de síntese reflexiva sobre a etapa.

Escolhemos cinco aspectos para análise: 1) Questionário: Metade e Divisão; 2) Fração como parte/todo; 3) Fração como medida; 4) Fração como número; 5) Questionário: fração. Ao final de cada um desses, elaborou-se uma síntese.

Ao final do capítulo, faremos uma síntese integradora, apresentando os pontos emergentes das narrativas levantadas. Vale ressaltar que algumas imagens e quadros já apresentados no texto foram repetidos, com a intenção de otimizar a leitura.

### 5.1 Questionário: metade e divisão

A apresentação da aplicação e análise do questionário foi feita em três momentos. Para esse momento, apresentamos as discussões sobre metade e divisão.

#### 5.1.1 Metade

Primeiramente, foi realizada uma explanação de como a atividade seria desenvolvida. Na etapa inicial, de modo individual, os estudantes respondem o seu questionário sobre metade, escolhendo cinco palavras que fazem lembrar o conceito. Em seguida, deve justificar as três primeiras palavras e, por fim, escrever como explicaria para um amigo o significado da palavra metade (DC)

O questionário utilizado foi o seguinte:

**Figura 16-** Questionário sobre metade

Rodada 1

1- Se eu te falasse o termo **METADE**, liste 5 palavras que vem na sua mente:

1- \_\_\_\_\_

2- \_\_\_\_\_

3- \_\_\_\_\_

4- \_\_\_\_\_

5- \_\_\_\_\_

2- Diga qual o motivo de você ter escolhido a primeira palavra.

\_\_\_\_\_

3- Diga qual o motivo de você ter escolhido a segunda palavra.

\_\_\_\_\_

4- Diga qual o motivo de você ter escolhido a terceira palavra.

\_\_\_\_\_

5- Seu colega chega para você e pergunta: “o que é METADE?”. Como você explicaria isso para ele?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



Fonte- A pesquisa

Na entrega dos questionários, os estudantes estavam ansiosos e entusiasmados para realizar a atividade. Como foi solicitado que cada um realizasse o seu primeiro, para depois socializar, também gerou-se um clima de empolgação para saber o que o colega tinha colocado.

No momento que me sentei, pude perceber o olhar de dúvida, algumas lâmpadas imaginárias surgindo e também alguns questionamentos (DC).

A seguir, apresento o recorte da conversa no decorrer do questionário.

[...]

**A1:** Na [questão] número1, pode usar números?

**P:** A pergunta está pedindo palavras então precisamos usar palavras, escreva o número, não esqueça de explicar depois.

**A2:** Pode usar qualquer palavra?

**P:** Sim, desde que signifique pra ti a palavra metade.

**A3:** Precisa explicar as palavras depois?

**P:** Sim, depois algumas vai pedir pra explicar porque vocês escolheram aquela palavra.

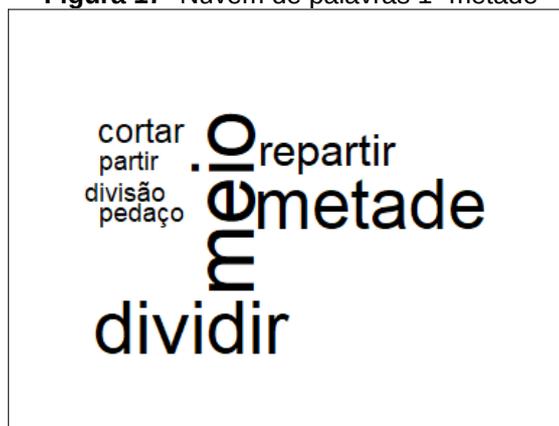
**A1:** O que eu faço na 2?

**P:** Agora tu vai explicar porque tu colocou aquela palavra no item 1. (TP)

Nesse processo, percebemos indícios, na fala de A1, da dificuldade de imaginar uma atividade em matemática que se utilize de palavras escritas. Essa compreensão pode ser fruto da pouca problematização que nós, docentes, inserimos sobre diferentes linguagens em Matemática.

A partir do *software Iramuteq*, construímos uma nuvem de palavras com as respostas da questão 1 do questionário.

**Figura 17-** Nuvem de palavras 1- metade



Fonte- a pesquisa

A nuvem de palavras apresenta termos como dividir, meio, metade e repartir. De certo modo, percebemos que os alunos já possuem alguma apropriação do termo metade. Assim como Moraes (2018) apresenta, alguns termos matemáticos possuem alta conotação social, o que faz com que os alunos tenham uma diversidade de compreensão sobre esses. Acreditamos que esse seja o caso do termo metade.

Após, foi feito o recolhimento das atividades e começamos uma conversa sobre a escrita.

[...]

**P:** O que tinha de comum em todas as perguntas do questionário?

**A4:** Que falavam de metade.

**P:** O as perguntas nos induziam a fazer?

**A4:** A pensar o que é metade.

**A1:** A explicar a nossa resposta.

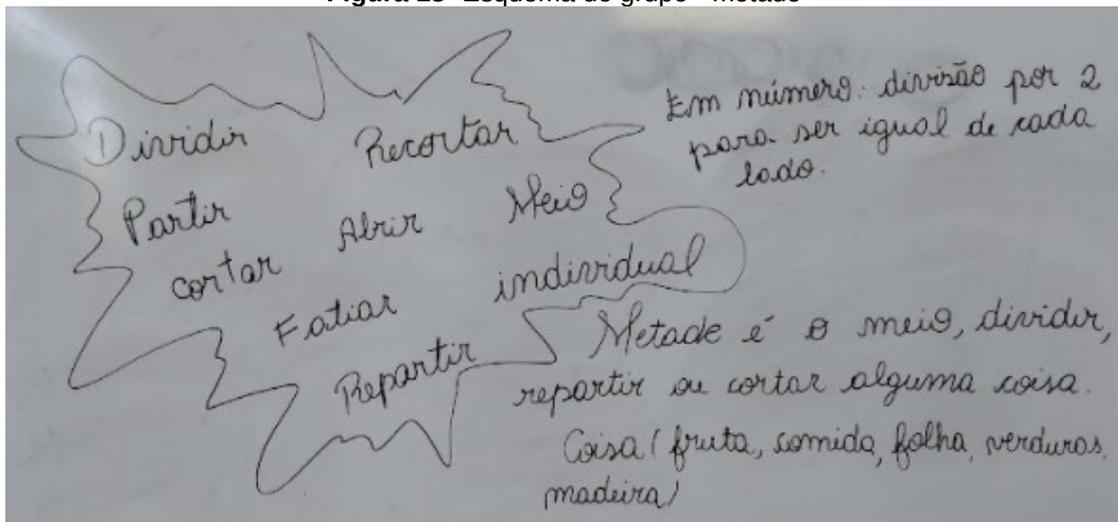
**P:** Um coleguinha perguntou se poderia usar números para responder a número 1. Podemos? Se sim de forma?

**A5:** Não dá. Nem todo número é metade, tem número ímpar.

**A4:** Da sim, se dividir por 2, vai dar metade. (TP)

Ao longo da conversa, notamos que novos elementos foram agregados ao conceito. Vale ressaltar que, embora algumas aproximações sejam errôneas – metades só pode ser número par (A5), há um processo de reflexão que a discussão coletiva das respostas individuais promoveu no grupo. Assim, corroboramos os estudos de Teixeira (1997) sobre a concepção piagetiana de erro, em que o conhecimento e o erro são produzidos como resultado dos conflitos cognitivos que os sujeitos vivem no esforço para se adaptarem a novas situações.

Em seguida, por sugestões dos próprios alunos, realizamos um esquema coletivo com os entendimentos do grupo:

**Figura 18-** Esquema do grupo - metade

Fonte- A pesquisa

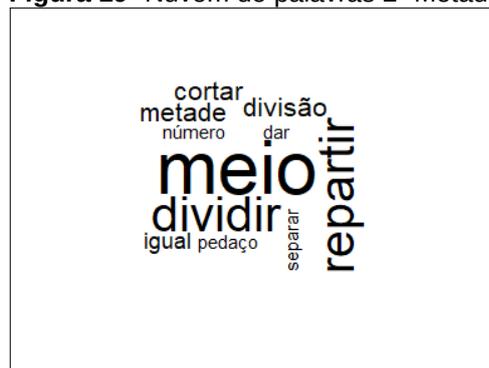
Para ajudar a formulação do conceito, pedi que os estudantes citassem algumas palavras das cinco utilizadas no questionário. Alguns alunos falaram as descritas no balão acima. Um dos alunos lembrou que, para ter metade, usamos a divisão por dois. Com as palavras, os alunos construíram a frase: “Metade é o meio, dividir, repartir ou cortar alguma coisa”. Ainda perguntei o que seria a coisa, aí eles citaram frutas, comida, folha, verduras ou madeira (DC)

A partir da produção coletiva, alguns outros indícios sobre o conceito de metade entraram em evidência: repartir objetivos e a ideia de partes iguais. Assim, visualizamos uma possível ampliação do conceito de números para objetos.

Quando terminamos de realizar a atividade, vários [alunos] perceberam que colocaram outras palavras que não estavam de acordo com o a frase elaborada, ficaram com dúvida se poderiam arrumar os questionários. Parte dos alunos utilizou exemplos e não conceitos nas palavras e explicação (DC).

Conforme Moraes (2021), principalmente para crianças pequenas, a exemplificação é um caminho inicial pertinente para a construção de conceitos. Essa exploração permite que o estudante crie relações e associações.

Em seguida, foi permitido, aos alunos, reelaborarem as palavras escolhidas no questionário, formando nova nuvem de palavras.

**Figura 19-** Nuvem de palavras 2- Metade

Fonte- A pesquisa

A partir da nuvem, percepções diferentes sobre o termo metade emergiram ao lado daquelas anteriormente citadas, como *igual*, *separar*, *dar* e *número*. Podemos perceber, nas justificativas, que os exemplos ainda são presentes, porém, conceitos novos estão associados ao termo, como “dar uma parte”, “separar em partes iguais” e, também, “gerar um número”.

### 5.1.2 Divisão

Na segunda rodada, a abordagem do questionário foi semelhante à primeira, porém, o conceito em questão foi a divisão. Cada estudante recebe um questionário contendo perguntas sobre o tema, inicialmente, escolhe cinco palavras que fazem lembrar divisão, depois nas próximas questões deve justificar as três primeiras palavras e por fim, deve escrever como explicaria para um colega o significado da palavra divisão. Cada um responde seu questionário de forma individual e depois é realizada uma socialização em grupo com uma conversa sobre o que cada um escreveu (DC).

Conforme já apresentado no planejamento, o questionário abordado com os estudantes foi o seguinte:

**Figura 20-** Questionário sobre divisão

Rodada 2	
<p>6- Se eu te falasse o termo <b>DIVISÃO</b>, liste 5 palavras que vem na sua mente:</p> <p>1- _____</p> <p>2- _____</p> <p>3- _____</p> <p>4- _____</p> <p>5- _____</p>	
<p>7- Diga qual o motivo de você ter escolhido a primeira palavra.</p> <p>_____</p> <p>_____</p>	
<p>8- Diga qual o motivo de você ter escolhido a segunda palavra.</p> <p>_____</p> <p>_____</p>	
<p>9- Diga qual o motivo de você ter escolhido a terceira palavra.</p> <p>_____</p> <p>_____</p>	
<p>10- Seu colega chega para você e pergunta: “o que é DIVISÃO?”. Como você explicaria isso para ele?</p> <p>_____</p> <p>_____</p>	

Fonte- A pesquisa

No momento da entrega do questionário, os alunos estavam calmos e tranquilos. Cada um pegou sua folha, começou a fazer (DC).

Nesse momento, surge um questionamento interessante:

[...]

**A4:** É muito parecida com a primeira professora!

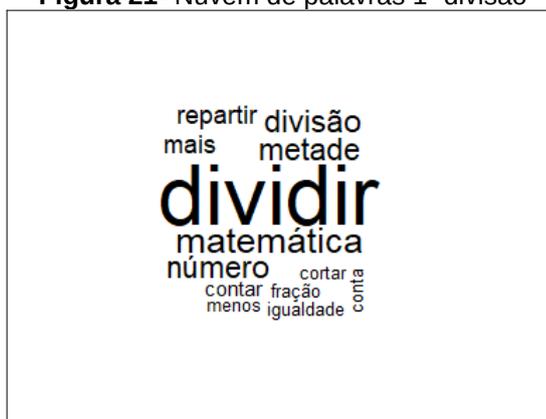
**P:** Parecido?

**A4:** O conceito é parecido, todos repartem em partes iguais, metade e divisão. (TP)

Essa compreensão traz o indício de um apontamento para a pesquisa: o discente A4 acaba relacionando os conceitos divisão e metade, o que permite imaginarmos a criação de um campo em que esses conceitos se interrelacionam. Esse elemento pode ser explorado na prática docente.

Nesse contexto, a nuvem de palavras sobre o conceito de divisão, no *Iramuteq*, ficou da seguinte forma:

**Figura 21-** Nuvem de palavras 1- divisão



Fonte- A pesquisa

Na divisão, aparecem palavras relacionadas ao conceito matemático, como *dividir*, *divisão*, *número*, *matemática*. A ideia de metade também acompanha as justificativas de divisão, através de palavras como *metade*, *repartir* e *igualdade*. Assim, reforçamos a ideia de conceito entrelaçados na compreensão do grupo de alunos.

Recolhi os questionários, solicitei que os alunos me falassem algumas palavras que colocaram em suas atividades. Dentre elas apareceu a palavra *distanciar*. (DC)

[...]

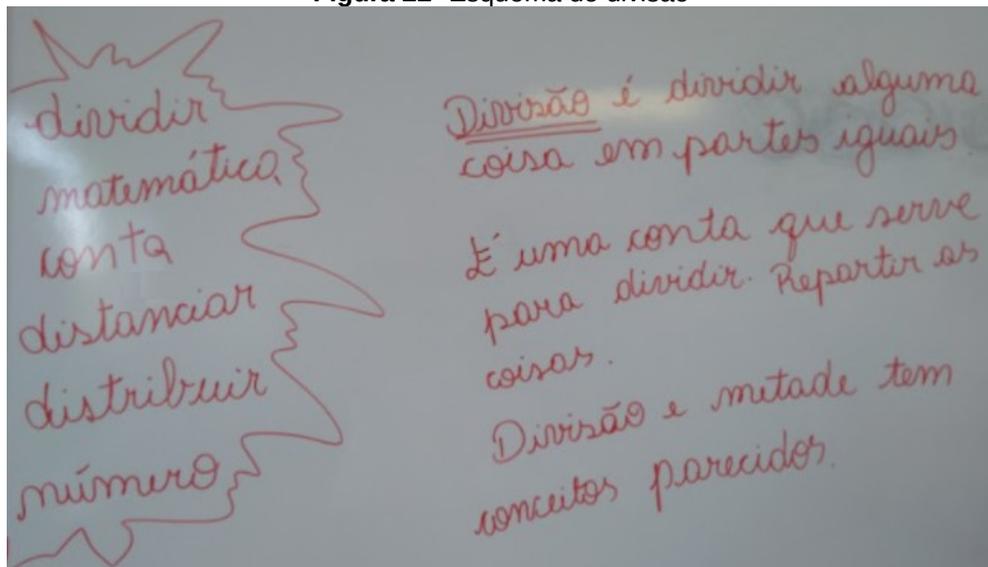
**P:** Você colocou *distanciar*, essa palavra vem de *distância*, afastar. O que ela tem em comum com *divisão*?

**A6:** Sim, professora. Pega os objetos divide e coloca um distante do outro.

A partir da conversa com A6, nota-se que a ação sobre os objetos é trazida à tona, o *distanciar*. Associamos essa ação com um processo de abstração empírica sobre os objetos, em que a manipulação é algo essencial para operar matematicamente sobre o mundo. Assim, visualiza-se uma aproximação da ação cognitiva de dividir com o ato manipulativo de dividir.

Em seguida, como no questionário sobre metade, realizamos um esquema coletivo sobre o conceito de dividir.

**Figura 22-** Esquema de divisão



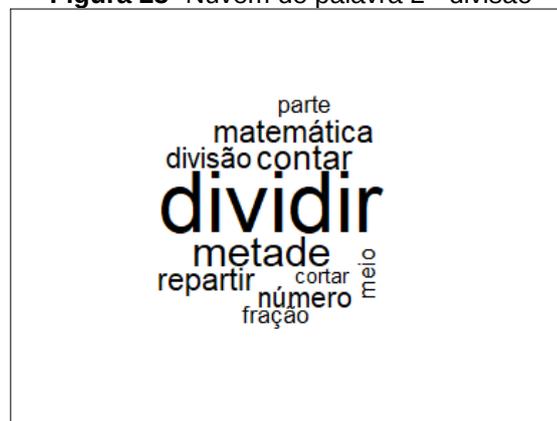
Fonte-A pesquisa

O conceito formado pelo grupo compreende: 1) divisão em dividir em partes iguais; 2) uma conta que serve para dividir, repartir as coisas, e, também, perceberam que 3) divisão e metade são conceitos parecidos, pois repartem objetos.

Vale ressaltar, aqui, que o algoritmo é lembrado, mas há um entendimento que o ultrapassa o algoritmo matemático. Nesse sentido, acreditamos que esse debate traz indícios sobre uma compreensão ampliada de divisão, pois, como apontam Lautert e Spinillo (2002), a aproximação entre questões procedurais e os discursos sociais sobre divisão permitem uma interferência potente na criação de significados sobre divisão.

A partir do debate, os alunos reformularam a suas respostas e reorganizamos a nuvem de palavras.

**Figura 23-** Nuvem de palavra 2 - divisão



Fonte-A pesquisa

Após a segunda versão do questionário, percebemos que o conceito de divisão permanece bem semelhante aos conceitos iniciais, repetindo algumas

palavras como *dividir*, *metade*, *contar*, *repartir*. Acreditamos que isso ocorra por alunos possuírem um tempo maior de discussão sobre o conceito de divisão, desde o primeiro ano do Ensino Fundamental (BRASIL, 2018).

## 5.2 Fração como parte/todo

A discussão sobre fração como parte-todo foi aquela com maior extensão ao longo da pesquisa. Aqui, apresentamos seu processo descritivo-analítico em cinco seções.

### 5.2.1 Situação problematizadora

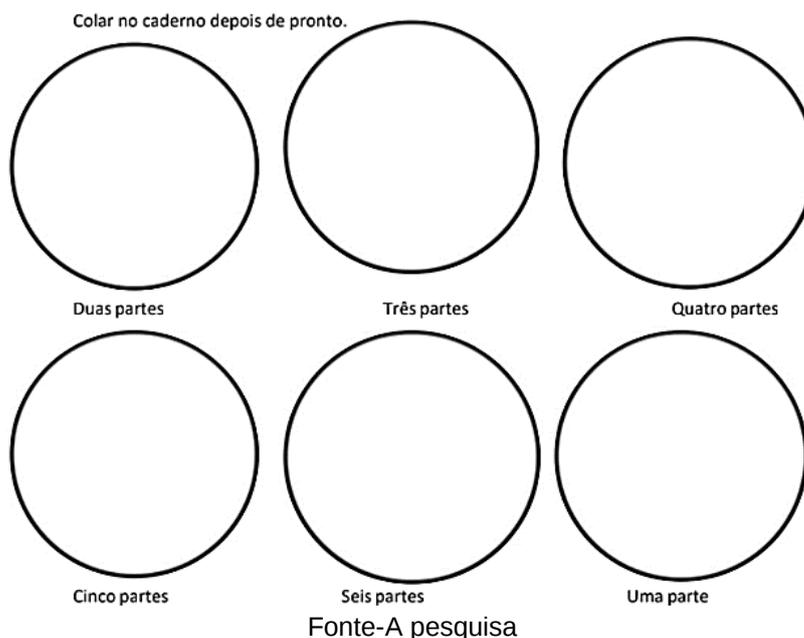
Com o objetivo de apresentar e começar a desenvolver frações, trouxemos a leitura do livro “O pirulito do pato”, de autoria de Nilson Machado. O livro aborda os três conceitos de fração (parte/todo, medida e número), onde o aluno consegue associar a fração ao seu cotidiano.

A escolha da literatura infantil para compor a situação problematizadora se deve por acreditarmos na sua potência para a Educação Matemática. Segundo Carey (1992), por exemplo, a literatura infantil pode oportunizar um contexto de resolução de problemas em Matemática. Já para Souza e Oliveira (2010), apoiados em Welchman-Tischer (1992), a literatura infantil em educação matemática pode

[...] promover um contexto para desenvolver atividades que trabalhem conceitos matemáticos; introduzir o uso de materiais manipuláveis que posteriormente podem ser utilizados de formas variadas, sem envolver uma história; mostrar experiências matemáticas criativas para as crianças; organizar um espaço para trabalhar com problemas; apresentar aos alunos noções de um conceito ou habilidade matemática, a princípio sem o formalismo desse conhecimento para, posteriormente, desenvolver, explicar e/ou rever esses conceitos ou habilidades matemáticas (SOUZA; OLIVEIRA, 2010, p. 959)

Antes da leitura da história, foram distribuídos pequenos círculos em cartolina para simular o pirulito da historinha.

**Figura 24-** Círculos para atividade



Em seguida, começamos a história.

Dino é um patinho muito sapeca e esperto, recebe um pirulito de sua mãe. Para representar todos fazem o desenho desse pirulito no círculo denominado uma parte (DC).

[...]

**P:** Quanto que é a parte de pirulito que o Dino tem pra comer?

**T:** Um

**P:** Como representamos isso na cartolina?

**A2:** Pintando o pirulito?

**P:** Isso.

**A1:** Pode ser colorido?

**P:** Pode se o pirulito for de mais de um sabor. (TP)

Nesse momento, a discussão sobre a unidade ou a totalidade se tornou o ponto base do processo da relação parte-todo, uma vez que o pensamento fracionário se inicia com a divisão da unidade. Segundo Silva e Almouloud (2008), o debate sobre o inteiro precisa ser bem constituído para que a concepção parte-todo de fração seja elaborada pelo aluno.

Após o debate e representação do inteiro, continuamos a elaboração da história.

Dino tem um irmão, todos acham graça quando Dino, o patinho da história divide de forma incorreta um pirulito com o irmão, dando-lhe o palito e ficando com o doce, preendido pela mãe que solicita que Dino divida o pirulito de forma certa. Nesse momento, os estudantes, com um círculo de duas partes, realizam a divisão do pirulito na cartolina. (DC)

**P:** Como vamos dividir o pirulito pra dois patinhos? (TP)

Confusão na sala...

*P: Vamos pensar vocês têm um pirulito e vão dar a metade pro irmão de vocês. Com quanto o irmão vai ficar?*

*A4: Vou desenhar uma linha, pra dividir e depois pintar.*

*[...]*

*A5: Vou deixar o Dino com o pedaço maior.*

*P: Lembrem-se vocês precisam ser justos com os dois patinhos. (TP)*

Como aponta o diálogo acima, no contexto inicial da divisão fracionária, as discussões empregadas precisam retomar a ideia da divisão igualitária presentes no questionário sobre metade ou divisão. Embora não houvesse resistência dos alunos quanto ao conceito matemático de divisão em partes iguais, a situação problematizada causou impacto sobre a justiça de se repartir igualmente.

Terminado o desenho da divisão por dois do pirulito, seguimos a história.

A mãe de Dino já estava repartindo o pirulito quando chegou a vizinha e essa trouxe seu filho, que também queria um pedaço de pirulito. E agora Dino deve fazer uma nova repartição do pirulito. Utilizando a cartolina de três partes os estudantes encontram algumas dificuldades. (DC)

*[...]*

*A4: Não dá pra dividir em três!*

*A8: É impossível! (Apagando as linhas da cartolina)*

*A5: Vou dar a parte maior pro Dino!*

*A9: Se eu dividir assim (Mostrando o caderno, no círculo duas linhas verticais bem centralizadas) fica um pedaço maior no meio, não fica igual.*

*A7: Quem ganhou o pirulito fica com a parte maior, o irmão com a parte menor e o que sobra fica com Chato (vizinho).*

*A13: Por que a mãe dele não comprou mais pirulitos?*

*P: Vocês precisam ser justos, dividir o pirulito igual.*

*A8: Acho que meu ficou justo.*

Intencionalmente, a imagem circular do pirulito causa uma dificuldade na divisão pelos alunos. Nesse processo, os alunos procuram resolver a situação de outros modos, inadequados para os critérios estipulados na história (partes desiguais, questionamento dos motivos de não ter mais pirulitos, etc). Conforme aponta Proença (2015), por ser uma superação conceitual em relação aos números naturais, num contexto de resolução de problemas com pensamento fracionário, é comum os alunos buscarem saídas não matemáticas de resolução.

Após produzir a representação da divisão por três, continuamos a história.

Já estava tudo acertado pra divisão quando chegou o Patinho, amigo do Dino. Agora a divisão passou para quatro patinhos. Dino ficou de dividir seu pedacinho. Com o círculo de quatro partes os estudantes começaram a dividir. (DC)

*[...]*

*A1: Ah não, mais um patinho!*

*A2: Foi só um patinho que dividiu né?*

*A3: Assim não! Teu desenho tá errado (Apontando pro desenho do colega), foi só um que dividiu não foi todos, precisa desenha dentro de um pedaço só.*

*A10: Tu fez só dois riscos e tá pronto, eu fiz diferente.*

*P: Quantos patos ganharam pirulito?*

*T: Quatro*

*P: Todos ganharam partes iguais?*

*Alguns falaram sim, outros não.*

*[...] (TP)*

Seguindo a historinha, ainda se fala em um quinto e em um sexto, então, utilizando as cartolinas de cinco e seis partes, fizemos as divisões em cinco e seis partes. (DC).

*[...]*

*A4: Professora, o pirulito é muito pequeno pra dividir em tantas pessoas!*

*P: Bom, pode ser um pirulito daqueles grandes de festa. (TP)*

Com a discussão a partir da história, percebemos que as maiores dificuldades de divisão dos alunos estiveram na terça parte. Ao realizar as outras divisões, notamos que os alunos foram reutilizando e ressignificando estratégias já produzidas, tais como, dividir com linhas retas passando pelo centro ou linhas verticais ou horizontais que visam compensar a diferença de área do círculo.

Após a leitura, abordamos questionamentos sobre os acontecimentos da história:

*P: Dividimos as coisas em nosso dia a dia? Se sim de que forma?*

*A11: Sim, nos alimentos, nos objetos, reparto com minha irmã.*

*[...]*

*A6: Também dividimos o tempo.*

*P: Você concorda com a repartição do pirulito do pato? Justifique.*

*A7: Eu acho que o Dino tinha que ter ficado com a parte maior.*

*A2: Se tu fosse o irmão dele, tu não ia gostar de ficar com menos.*

*P: O que você aprendeu com a historinha?*

*A4: Aprendemos que precisamos repartir nossas coisas de forma justa com nossos irmãos e amigos. (TP)*

Nesse sentido, a historinha do Pato introduziu estudo de frações de uma forma contextualizada, com situações de simples compreensão e próximas às atividades cotidianas dos estudantes. No decorrer da história, os alunos percebem a necessidade de repartir de forma igual imposta pela mãe do patinho, metades iguais, sendo justo com todos os patinhos. Percebemos, nesse momento, também, um momento de solidariedade. Pois, não sendo justo, estamos prejudicando o outro, deixando-o com uma parte menor, nesse sentido, faz-se necessário que as repartições sejam iguais.

Essas repartições foram percebidas através do papel da imagem. Quando houve a transcrição das situações dos pirulitos para o papel, em vários momentos, os alunos ficaram com dúvida no desenhar, para serem justos com todos.

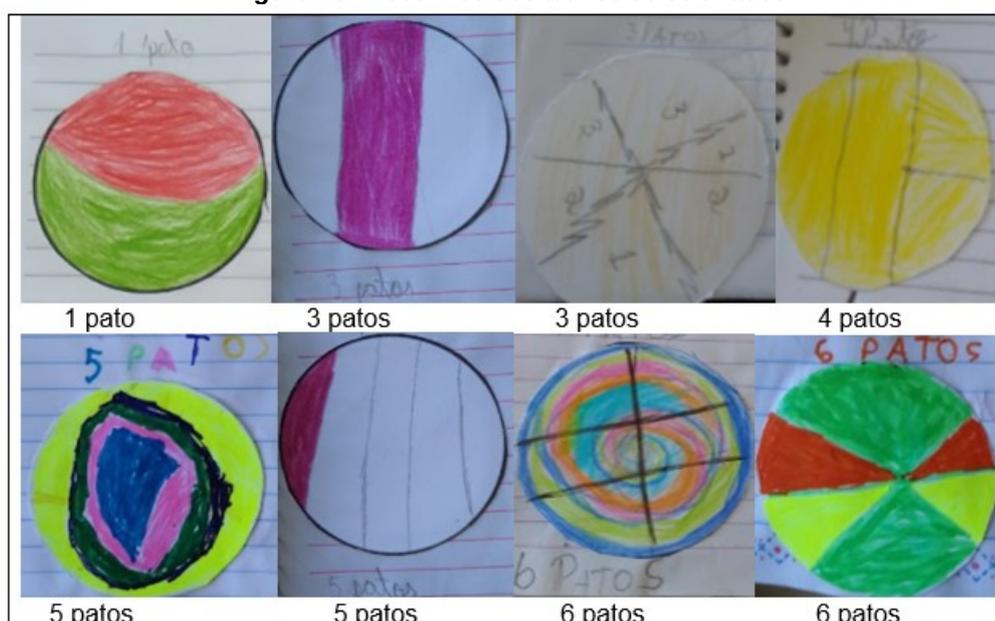
### 5.2.2 Análise de erros – situação problematizadora

Iniciamos a tarde conversando sobre a historinha do pato Dino e seu pirulito, lembrando dos pirulitos confeccionados. Realizamos, ainda, a correção em conjunto no quadro de alguns desenhos previamente selecionados por mim, no dia anterior. (DC).

Nesse contexto, a pesquisadora explicou que tinha escolhido desenhos para reflexão e que, antes de mudar (ou não) o desenho, era necessário observar e descobrir se estava certo ou errado.

Abaixo são apresentados os desenhos selecionados.

**Figura 25-** Desenhos dos alunos selecionados



Fonte- A pesquisa

Iniciamos a discussão com a primeira imagem, referente a 1 pato.

[...]

**P:** O Dino, quando ganhou o pirulito inicialmente, da mãe dele, ele precisou dividir?

**T:** Não

**P:** Então o pirulito era só dele certo, se eu fosse pintar poderia fazer dessa forma (Mostro o primeiro desenho representado por mim no quadro, a partir do desenho do aluno).

**A7:** Tem duas cores. Não pode.

**A4:** As cores pode, o que não pode é o risco no meio.

**P:** E como eu faço para deixar certo?

**A4:** Tira o risco que separa as cores. (TP)

Embora, de imediato, a representação de duas cores tenha parecido errada, percebemos, pelo discurso dos alunos, que o grupo entende a unidade. Nesse sentido, como aponta Cury (2019), o erro só pode ser significado e entendido pelo professor no contexto da explicação. E, perante essa, percebemos que as duas cores não caracterizam um erro.

Já para duas partes, não houve erros dos alunos. Acreditamos que isso se deva a toda a discussão produzida sobre o conceito de metade. No entanto, para a divisão em três, a situação se tornou complexa. Foram selecionados dois desenhos.

[...]

**P:** *Observem esse pirulito é para três patinhos (primeiro desenho representado para três patos, com duas linhas verticais). Fui justa?*

**T:** *Sim...Não... Não... Nem um pouco justa.*

**P:** *Porquê?*

**A14:** *A parte do meio tá maior.*

**P:** *E se eu desenhar assim (Fazendo o segundo desenho para três patinhos). Fica justo?*

**A1:** *Quase professora, tem dois iguais, mais ainda fica um com bem mais.*

**A5:** *É difícil esse com três!*

[...]

**P:** *Observem agora, alguns desenharam dessa forma (Desenho a forma certa no quadro, iniciando com um ponto central e adiciono três linhas distribuídas proporcionalmente).*

**A4:** *Esse tá bem justo. Tá certo.*

**A4:** *Professora eu não fiz assim, precisa arrumar? Esse jeito é fácil fazer.*

**P:** *Não, não precisa, o objetivo era vocês desenharem como vocês achavam que era, então não faz mal quem fez diferente. (TP)*

Com a questão da terça parte, percebemos que os entendimentos sobre como deveria ser a divisão estavam presentes (três partes iguais). Porém, as dificuldades aconteciam em relação a representação figural. Nesse sentido, a estratégia de análise de erro teve de vir apoiada em uma estratégia de representação. Vale ressaltar que a estratégia só teve a atenção do grupo a partir da necessidade criada pela análise do erro.

Após esse momento, partimos para a análise da divisão por quatro:

[..]

**P:** *Com quatro divisões teve uma bem diferente (Desenhando no quadro, o desenho que representa a divisão para quatro patos). Foi justo? Todos receberam pedaços igual de pirulito?*

**A1:** *Nunca.*

**A3:** *Não*

**A17:** *Até os dois primeiros traços tá parecido, mais aquele cortado no meio tá muito menor.*

[...]

**A4:** *E os lados do círculo são menores. É redondo, não tem como ser igual.*

[...]

**P:** *E se eu desenhar assim (Mostrando uma forma certa)?*

**A4:** *Eu fiz assim, assim tá justo.*

A partir da análise da representação figural, dos alunos, da quarta parte – 4 patos (figura 25), acreditamos que a estratégia utilizada pelo aluno foi utilizar a divisão por três e, em seguida, dividir uma das partes em duas. Assim, percebemos o erro por fluidez da unidade na fração parte-todo (CAVALCANTI; GUIMARÃES, 2008). Ou seja, no início da resolução da divisão por quatro, o aluno considerou todo

o pirulito, porém, ao se deparar com somente três partes, considerou como unidade uma das partes, dividindo-a em duas.

Já com cinco partes separamos duas representações. No momento que realizava o desenho (Primeiro desenho para cinco patinhos), já iniciou-se a conversa na sala.

[...]

**P:** *Está certo?*

**A17:** *Não professora, tá errado o do meio é bem mais pequeno.*

**A3:** *Eu não ia querer um pedaço desse pirulito. Não tá justo.*

[...]

**P:** *Desenho o segundo desenho para cinco patinhos. E agora?*

**A4:** *Esse tá parecido com aquele de três tá errado também.*

**A6:** *Os dos cantos estão mais pequeno.*

**P:** *E agora como faço pra ficar certo? (Desenhando o círculo no quadro)*

[...]

**A4:** *Começa como foi o de três, coloca o pontinho no meio.*

**A1:** *Ai depois puxa as linhas, mas com cinco é bem difícil. (TP)*

No contexto de análise do erro da quinta parte, os alunos compreendem que a divisão não é igualitária. Assim, percebemos que o grupo tenta recuperar uma estratégia já apresentada pela docente – inserção de um ponto central para divisão. Desse modo, parafraseando Brousseau (1983), que ressalta que o erro é efeito de um conhecimento anterior, consideramos que as estratégias de resolução também podem ser fruto de conhecimentos anteriores. Ou seja, os alunos tentam se apropriar de um mecanismo já apresentado para tentar contornar o desafio imposto.

Por fim, na divisão por seis, resolvemos trazer duas representações também. A discussão inicialmente passou pela primeira delas.

[...]

**P:** *Teve alguns que fizeram(a primeira opção) e então?*

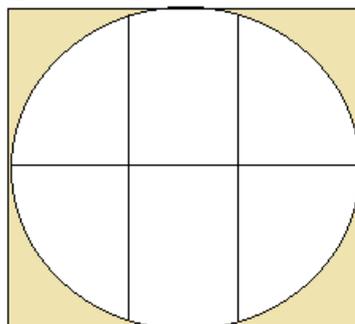
**T:** *Não*

**P:** *O que tem errado?*

**A1:** *As laterais são mais pequenas. Não fica igual.*

**P:** *Busco mostrar a visualização dessa ideia, desenhando um quadrado na volta do círculo, mostrando que falta realmente pedaços pirulito nas laterais. (TP)*

**Figura 26-** Quadratura do círculo



Fonte- A pesquisa

A ideia da representação da docente se inspirou na perspectiva histórica da quadratura do círculo (BOYER, 1996). Esse é um problema proposto na geometria grega que visava construir um quadrado da mesma área de um círculo. A intenção grega era de produzir uma representação de melhor manejo de estudo matemático que o círculo (BOYER, 1996). Nesse sentido, a intenção aqui foi de inscrever o círculo no interior do quadrado para refletir que não é possível utilizar as mesmas estratégias para dividi-los.

Essa compreensão já vinha sendo construída pelos alunos, como visualizamos na fala de A1 acima. Deste modo, a representação trazida serviu para corroborar o pensamento do grupo e generalizar a ideia, como “outro modo de ver o objeto matemático” (MORAES, 2018).

Já na segunda representação, a estratégia de inserção do ponto central foi trazida novamente e ressignificada:

[...]

**P:** Desenho então a segunda opção para 6 patinhos. E esse, o que vocês acham?

**A7:** Esse tá certo, tem o pontinho no meio.

**A1:** Tem o pontinho, mas os desenhos não estão iguais. Acho que tá errado.

**A18:** Esse também tá errado.

**P:** E como arrumamos?

**A4:** Como já tem o pontinho no meio, só divide certo as linhas. (TP)

A partir do diálogo, elenca-se que a estratégia inicial precisa ser refinada. Para além do ponto central, as linhas precisam ser estruturadas de modo que a divisão seja igualitária. Ressaltamos, aqui, que não foi nossa intenção aprofundar essa estratégia (discussão angular, por exemplo), visto que são alunos do quarto ano do Ensino Fundamental.

### 5.2.3 – Questões iniciais de parte-todo

Para introduzir a fração como parte/todo, partimos da história de como surgiram as frações e como as terras eram repartidas no Egito, após o período de cheias. Como proposta prática, realizamos exemplos dessa divisão em folha de papel quadriculado.

Nessa atividade, foram abordadas situações que envolvam a representação figurativa e fracionária, discutindo conceitos como metade, terça parte, quarta parte.

[...]

**P:** Bom gente, então pra introduzir o nosso assunto que é as frações, vou contar uma historinha bem rápida que aconteceu lá no Egito a muitos anos atrás. Ela está no livro de vocês na parte de frações pra quem quiser ir acompanhando. No Egito, que fica no deserto, é muito quente. Então, pra poder plantar e colher comida, as pessoas tiveram

que fazer suas casas perto do rio, mas tinha um problema, todos os anos, quando o rio subia seu nível, acabava levando todas as marcações das terras junto. Então, quando o rio voltava ao normal, os funcionários do faraó tinham que medir tudo de novo e, pra isso, eles usavam cordas com nós, quando faltava corda eles utilizavam um pedaço dobrado ao meio. Essas cordas eram entendidas como fração (Para exemplificar essa falta de corda ou sobra, utilizei um pincel e uma régua)

[...]

**A6:** Eu acho que seria mais fácil corta a corda em vez de dobrar no meio.

**P:** Se eu cortar a corda posso usar depois? Com ela menor, vai ser a mesma coisa?

**A6:** Acho que não pode.

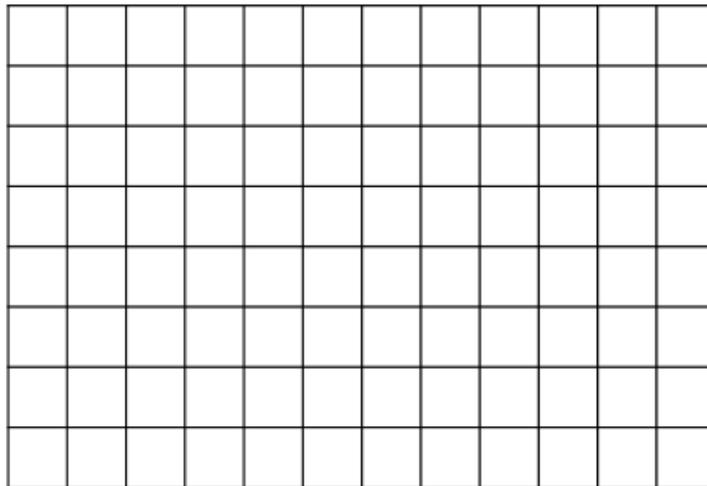
**P:** Vamos fazer um probleminha parecido com o da história agora. (TP)

**Figura 27-**Atividade de fração parte-todo



Para refazermos a demarcação de nossas terras, utilizaremos estacas e barbantes!!  
Dividam cada grande área, igualmente, entre oito agricultores.  
Em tempos difíceis, devemos nos ajudar!!  
Tenham todos a mesma área,  
independentemente das posses de cada um!

A área...



Medida da corda —  (1 cm – cada centímetro = 4 m)

Fonte-a pesquisa

Após os alunos realizarem as suas estratégias, realizamos a discussão:

[...]

**P:** Quais foram as técnicas que vocês utilizam pra distribuir os quadrinhos entre as oito pessoas?

**A9:** Eu utilizei uma linha pra cada um, dando uma linha fechada e 12 quadrinhos pra cada.

[...]

**A8:** Eu pintei um quadrinho pra cada um até o final.

[...]

**A15:** Eu contei tudo e dividi por 8 ai o que achei eu pintei.

[...]

**A12:** *O meu não deu certo, ai cortei uns quadradinhos no meio pra dar certo.(TP)*

Na realização dessa atividade, os alunos não apresentaram erros. Percebemos que houve uma compreensão generalizada de alguns critérios essenciais no pensamento fracionário de parte-todo:

1- a garantia da unidade: todos os alunos consideraram a divisão a partir do todo – a malha completa com 96 quadradinhos;

2- a garantia da divisão em partes iguais: os alunos separaram em oito grupo com a mesma quantidade de quadradinhos.

Assim, concluímos a atividade com a seguinte fala.

*P: Vimos várias formas formas diferentes, mas com o mesmo resultado. Todas elas estão certas. Vamos trabalhar um pouco com livro. Ali nós temos o exemplo de uma menina que tem quatro folhas, cada folha, ela repartiu de maneiras diferentes, podemos ver que cada folha esta com um cor diferente, dizendo que não se misturam. Cada parte menor que ela repartiu representa uma fração da parte total. A partir disso, vamos fazer alguns exercicios do livro identificando as partes da fração de cada exercicio. (TP)*

#### 5.2.4 Leitura e escrita de frações

Para a atividade do dia, realizamos, com o auxílio do livro didático da turma, conceitos de leitura e escrita de frações, identificação de numerador e denominador.

*P: Na leitura o número de cima chamamos de numerador que normalmente na figura vai ser a parte colorida, já o denominador é a parte de baixo que corresponde a quantidade de vezes que dividimos a figura. (TP)*

Das atividades oferecidas pelo livro, somente uma causou dúvida na maioria dos alunos:

**Figura 28-** Atividade de fração

**2** Qual das frações escritas ao lado corresponde à quantidade de garrafas vazias em cada item?

$$\frac{1}{2} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{4}{10} \quad \frac{3}{5}$$



Fonte- Bem-me-quer – Matemática/4ºAno

De imediato, houve um incomodo no grupo. Não haveria resposta correta para a questão.

**A3:** *Professora tem 6 garrafas na letra A não tem nenhuma nas respostas? [...]*

**A2:** A letra B também não tem são 12 garrafas ao todo? (TP)

Desse modo, a professora percebe que o grupo esbarrou em um obstáculo. Assim como aponta Krutetskii (1976), o professor, perante o erro, deve perceber as compreensões que levaram o aluno àquela elaboração. Nesse caso, nosso entendimento é que era necessário problematizar a ideia de totalidade dos alunos: no item a, não seriam 10 garrafas, mas 5 grupos de 2 garrafas; e, por sua vez, no item b, não seriam 12 garrafas, mas 3 grupos de 4 garrafas.

Nesse sentido, pautados na ideia de descoberta de Borasi (1996), a intenção é dar condições para que os alunos descubram a respostas. Como estratégia, a professora apresentou pistas para o grupo.

[...]

**A4:** [...] vocês não estão olhando direito, tem risco no meio das garrafas!

**A15:** Se contar pelos riscos aí tem, dá certo. Descubri!

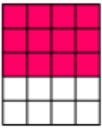
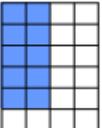
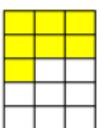
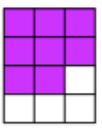
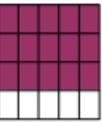
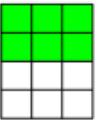
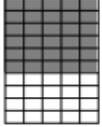
[...]

**P:** Observem que as garrafas estão em grupos, elas aparecem com divisões, cada divisão é 1 número. Na letra A por exemplo ao todo temos 5, desses cinco usamos quantos?

**A3:** Tem três espaços então 3 em cima e 5 embaixo. (TP)

Realizamos, além das atividades do livro, um exercício a parte:

**Figura 29-** Atividade de fração – a parte

Escreva a <b>FRaÇÃO</b> que corresponde à região colorida.			Represente em figuras as <b>FRaçoES</b> abaixo.	
a. 	b. 	c. 	a. $\frac{2}{4}$	b. $\frac{1}{2}$
d. 	e. 	f. 	c. $\frac{6}{8}$	d. $\frac{5}{10}$
g. 	h. 	i. 	e. $\frac{8}{12}$	f. $\frac{9}{20}$
j. 	k. 	l. 	g. $\frac{12}{20}$	h. $\frac{3}{6}$

Fonte- Sala de aula – Rérida Maria

As discussões sobre a atividade caminharam da seguinte maneira:

**P:** Aqui, no primeiro lado, temos a representação da figura e precisamos escrever a fração, depois, no segundo lado, precisamos fazer a figura que representa aquelas frações. Alguém me responde o que representa os quadrinhos pintados?

**A9:** O número que vai em cima.

**P:** Como chamo esse número?

**T:** Numerador!

**P:** E como faço pra saber quem vai embaixo? No denominador?

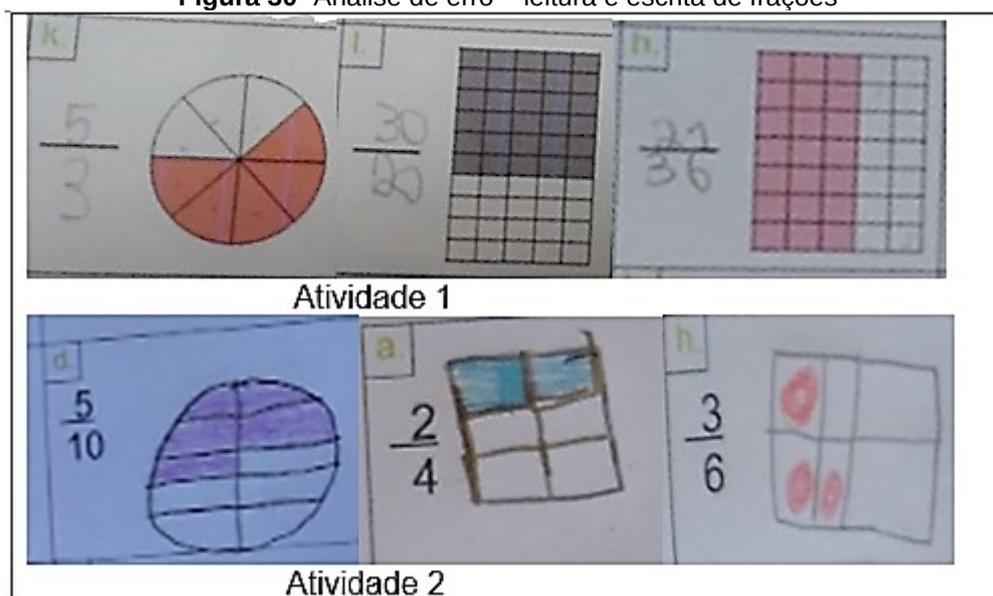
**A11:** Conta todos os quadrinhos. (TP)

Nesse momento, começamos a sair de uma representação figural para representações em língua materna e linguagem numérica. Assim, as atividades associam o desenho ao número que ele representa.

### 5.2.5 Leitura e escrita de frações – análise de erros

Iniciamos a aula com a correção da atividade do dia anterior. Seleccionamos três casos de cada exercício da folha a parte. Seguemos exemplos que foram analisados pela turma.

**Figura 30-** Análise de erro – leitura e escrita de frações



Fonte- A pesquisa

As atividades demonstram duas transições de representação necessárias aos alunos. No primeiro grupo, a transição da representação figural para a linguagem matemática. Já no segundo grupo, a ação é oposta, a transição que ocorre é da linguagem matemática para a representação figural.

Na discussão sobre o primeiro grupo, o debate foi o seguinte:

[...]

**P:** Observando o a atividade 1, primeiro exemplo (letra K), o colega de vocês colocou cinco terços como resposta, será que está certo?

**A5:** Tem cinco partes pintadas, está certo o número de cima.

**A1:** O três tá errado, pois deveria ser oito.

*P: Por que deveria ser oito?*

*A1: O denominador é todas as divisões do desenho e não o que sobra.*

*P: E no segundo exemplo (letra L) está certo ou errado?*

*A4: A pessoa também errou o número de baixo, não é vinte, e sim 50!*

*P: Todos conseguem perceber que o denominador, ou seja, o número de baixo deve ser todas as divisões da figura?*

*T: Agora sim.*

*P: E nesta? (Desenhando o exemplo h) Tem algo errado?*

*A9: O numerador tá certo,  $3 \times 7$  é vinte e um então está certo, mas o número de baixo a pessoa que fez contou errado, faltou cinco. (TP)*

Nesse processo de transição imagem-matemática, notamos que alguns alunos retornam à questão do que representa a totalidade, o denominador. Uma das nossas suspeitas é que esse erro esteja associado aos estudos de números naturais vividos pelos alunos. Como docentes, imaginamos que os alunos realizam a seguinte ação: “contam quantas partes estão pintadas e inserem o numerador. Depois, contam o restante (não pintados) e colocam o denominador”. Essa ideia é corroborada na fala de A1: *O denominador é todas as divisões do desenho e não o que sobra.*

Desse modo, a análise desse erro, no grupo, cria a correção. No entanto, na condição de docente da turma, percebemos que essa discussão não é superada facilmente. A tradição da contagem, proveniente do grupo dos números naturais, se demonstra como perspectiva intensa de resolução da transição imagem-matemática, no campo da fração.

Após esse debate, seguimos com o restante da correção e fomos para os exercícios selecionados na atividade 2.

*[...]*

*P: No exercício 2 vocês deveriam fazer o contrário do número 1. Aqui, vocês têm a fração e deveriam fazer o desenho, separei algumas atividades dos colegas pra gente observar junto. (Desenhando o primeiro exemplo) Está certo?*

*A1: Tá sim! Tem 10 partes e pintou cinco, está certo!*

*[...]*

*A12: As laterais são menores, o desenho não tá dividido como deve ser.*

*P: Como que ficaria certo, pra dividir alguém sabe?*

*A10: Do jeito que corta pizza, com o ponto no meio.*

*[...]*

*P: E agora, será que esse tá certo? (Terminando de desenhar o segundo exemplo)*

*A18: A pessoa dividiu os espaços direitinho!*

*A4: Mas tem quadrinho demais! Tá errado por isso.*

*P: E como arrumamos?*

*A17: Apaga os dois últimos quartinhos, da linha.*

*[...]*

*P: E esse? (Fazendo o terceiro desenho)*

*A2: Esse está certo, professora! Tem seis quadrinhos e a pessoa pintou três.*

*P: Todos concordam?*

*A4: Acho que a última linha tá muito gorda, não foi junto com os outros quadrinhos. É isso? (TP)*

Na discussão do segundo grupo, transição de representação matemática-imagem, visualizamos que a questão da divisão em partes iguais é o que toma maior evidência. Embora não tenhamos elencado a medição para a repartição, o visual aparente das imagens trouxe problematizações no grupo. As laterais não podem ser menores (A12) e nem a 'linha' muito gorda (A4). Um próximo passo para o estudo (não realizado aqui) seria a padronização das medidas das imagens. Ação esta que poderia se associar com a discussão de área, por exemplo.

Sobre esse erro de representação, a professora elabora uma síntese para o grupo:

*[...]*

*P: Sim é isso! Conseguiram ver, estava tudo dividido com número igual, pintado com número igual, mas dividido com tamanho diferente. Imaginem se é um bolo, vocês iriam gostar de receber a parte menor?*

*A1: A mais grande, é claro!!!!*

*A4: Mas não ia ser justo! (TP)*

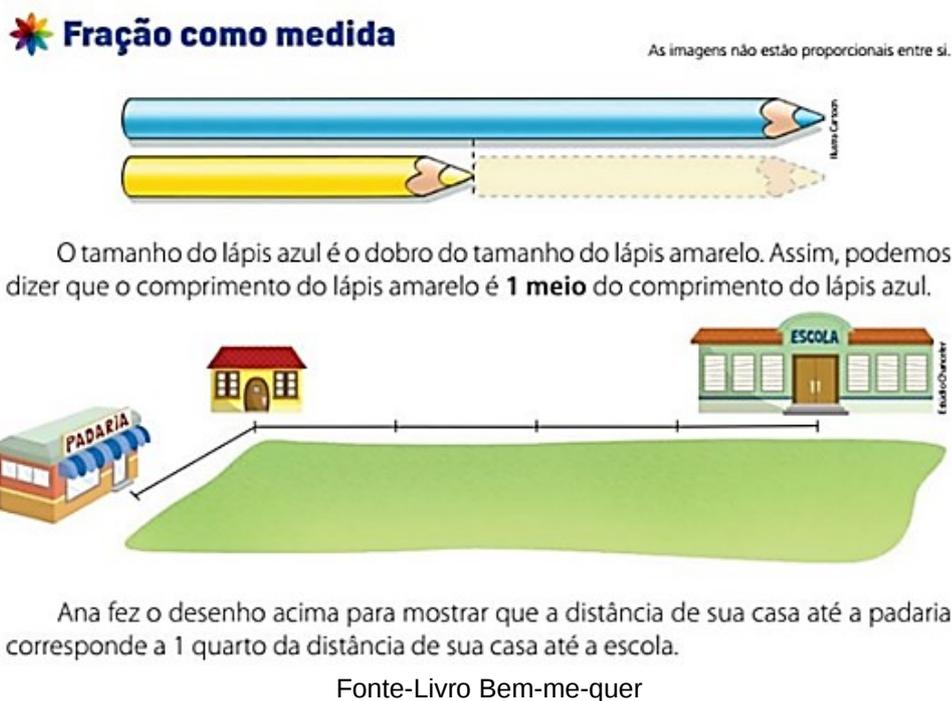
Vale ressaltar que o segundo erro deste grupo traz indícios semelhantes ao erro do primeiro grupo: a associação equivocada com os números naturais. Podemos imaginar que o aluno "leu o denominador 2 e desenhou dois quadrados pintados. Leu o numerador 4 e desenhou quatro quadrados sem preenchimento". No entanto, este erro não foi suscitado de modo mais reflexivo pelo grupo, que acabou se atendo no pensamento igualitário das partes da fração.

### 5.3 Fração como medida

Com o intuito de relacionar a fração como medida, partimos de situações cotidianas, tais como: distância de determinados pontos e figuras que possuem a comparação de medidas entre elas. Como atividade inicial, utilizamos situações selecionadas se apresentadas no livro didático da turma (DC).

A atividade inicial pode ser vista abaixo:

Figura 31- Fração como medida



Após os alunos analisarem a situação, individualmente, iniciamos um debate em grupo:

**P:** Bom, se formos observar, onde vemos a fração no dia-a-dia? alguém já viu?

**A4:** Nas receitas de bolo tem! Aparece nos ingredientes, em outras que minha mãe faz tem também.

**P:** Receitas... Onde mais?

**A10:** Na pista do ginásio tem também.

**P:** E vocês sabem o que elas significam?

**A1:** Um número, uma marcação?

[...]

**P:** Isso, vamos pegar o exemplo que vocês falaram do bolo. Quando aparece  $\frac{1}{2}$  da xícara de óleo, por exemplo, quer dizer que do tamanho da xícara nós vamos dividir em dois e utilizar só uma parte dela... Se fosse  $\frac{1}{4}$  de fermento, dividiríamos a mesma xícara agora em quatro partes e colocaríamos só a primeira medida de fermento no bolo.

[...]

**P:** Observando o livro nós temos outros exemplos no primeiro o lápis amarelo representa  $\frac{1}{2}$  do lápis azul, por ter a metade do seu tamanho. No segundo temos um exemplo da distância comparando a ida para a padaria com a ida pra escola, nesse caso, a distância da padaria representa  $\frac{1}{4}$  da distância para a escola, ou seja, para fazer a mesma distância a menina precisa ir quatro vezes a padaria e somente uma para a escola. Percebam as marcações no caminho, essas marcações são semelhantes às que o colega de vocês falou sobre a pista no ginásio. (TP)

Realizamos uma atividade no livro e, em seguida, realizamos uma atividade prática. Segue o que foi desenvolvido:

Figura 32- Atividade prática – fração como medida.

Produzir quatro fitas da mesma largura.

- Uma branca, medindo 12cm;
- Uma vermelha, medindo 6cm;
- Uma roxa, medindo 3cm;
- Uma verde, medindo com 2cm.

Estabeleça relações entre elas:

- a) O Comprimento da vermelha é \_\_\_\_\_ do comprimento da branca.
- b) O comprimento da roxa é \_\_\_\_\_ do comprimento da branca.
- c) O comprimento da roxa é \_\_\_\_\_ do comprimento da vermelha.
- d) O Comprimento da verde é \_\_\_\_\_ do comprimento da branca.
- e) O Comprimento da verde é \_\_\_\_\_ do comprimento da vermelha.

Fonte- A pesquisa

Foi entregue uma folha dura para cada aluno, já havia solicitado anteriormente que trouxessem tesoura, cola, régua, lápis de cor, para fazer as fitas (DC).

[...]

**P:** Primeiro peguem o lápis e a régua, começando por um dos cantos vamos fazer a fita de 12 centímetros, deixem uns 2 centímetros de largura.

Alguns minutos depois...

**P:** Sem recortar façam uma igual embaixo também com 12 centímetros.

[...]

**A15:** Eu recortei e agora.

**P:** Quem recortou não tem problema pode desenhar embaixo da parte que recortou. Com ela pronta, vamos medir 6 centímetros dentro dela.

**A4:** Vai ficar bem na metade?

**P:** Isso! Escolham uma das metades e vamos dividir essa ao meio, ficando com 3 centímetros.

**A9:** A metade da metade! Esse, pinta de roxo né?

**P:** Sim de roxo, quem não tiver essa cor pode escolher outra que não tem na lista. Escolham uma dessas de 3 centímetros e marquem 2 centímetros, esse pintamos de verde. Após recortarem e pintarem vocês vão unir sempre as duas fitas do exercício e descobrir que fração forma, coloquem as respostas nos espaços. (TP)

Nesse momento da intervenção, elencamos dois elementos que entraram em evidência: a questão social da fração como medida e o uso de conhecimentos anteriores.

Quanto à questão social, percebemos que fração como medida tem forte conotação de leitura da realidade social dos alunos: são as *receitas de bolos* (A4) e a *pista do ginásio* (A10). Segundo Moraes (2011), essa realidade potencializa o uso didático para o professor, tanto no debate das concepções dos alunos, quanto na elaboração de situações problematizadoras.

Por outro lado, visualizamos o uso constante do termo metade, já discutido e debatido em outros momentos. Assim, compreendemos que há uma apropriação compreensiva do uso da palavra.

### 5.3.1 Análise de erro – fração como medida

Começamos o dia corrigindo as atividades do dia anterior, observando as fitas e as respostas (DC).

Segue algumas respostas coletadas para análise:

**Figura 33:** Análise de erro – fração como medida.

<p>O Comprimento da vermelha é <u>6/12</u> do comprimento da branca.</p> <p>O comprimento da roxa é <u>3/12</u> do comprimento da branca.</p> <p>O comprimento da roxa é <u>3/6</u> do comprimento da vermelha.</p> <p>O Comprimento da verde é <u>2/12</u> do comprimento da branca.</p> <p>O Comprimento da verde é <u>2/6</u> do comprimento da vermelha.</p>
Estudante 1
<p>a) O Comprimento da vermelha é <u>a metade</u> do comprimento da branca.</p> <p>b) O comprimento da roxa é <u>a metade</u> do comprimento da branca.</p> <p>c) O comprimento da roxa é <u>a metade</u> do comprimento da vermelha.</p> <p>d) O Comprimento da verde é <u>abaixo</u> do comprimento da branca.</p> <p>e) O Comprimento da verde é <u>a metade</u> do comprimento da vermelha.</p>
Estudante 2
<p>a) O Comprimento da vermelha é <u>6 cm</u> do comprimento da branca.</p> <p>b) O comprimento da roxa é <u>9 cm</u> do comprimento da branca.</p> <p>c) O comprimento da roxa é <u>3 cm</u> do comprimento da vermelha.</p> <p>d) O Comprimento da verde é <u>10 cm</u> do comprimento da branca.</p> <p>e) O Comprimento da verde é <u>4 cm</u> do comprimento da vermelha.</p>
Estudante 3

Fonte- A pesquisa

Para a análise dos erros, discutiu-se por item. Isto é, todas as repostas a, em seguida, as respostas b e assim sucessivamente.

Referente ao item a, a discussão aconteceu conforme o debate abaixo:

[...]

**P:** Selecionei pra vocês observarem algumas respostas que apareceram. Temos três opções pra letra A (6/12; a metade; 6 cm), o que vocês acham? (Colocando nessa ordem no quadro as respostas).

[...]

**A1:** Eu coloquei  $\frac{1}{2}$  que seria a segunda resposta a metade.

**A3:** Acho que a primeira tá errada, tem muito número.

[...]

**A4:** A última da faltando coisa parece só seis, a fração tem dois números.

**A9:** A primeira tá certa, 6 é a metade de 12, só não sei a última, pois também tem o 6.

[...]

*P: Bom como pedia pra vocês associarem os comprimentos, vocês deveriam comparar um com o outro e relacionar as medidas. Aqui a fita branca mede 12 centímetros e a vermelha mede 6 centímetros, comparando podemos dizer que a vermelha é a metade da fita branca como no exemplo dois,  $6/12$  como no primeiro ou ainda  $\frac{1}{2}$  como citou o colega de vocês. No último exemplo acredito que tenha faltado informações, pois o colega não colocou se é a medida da vermelha ou o que falta para a branca. (TP)*

A partir da análise do erro, começam a emergir algumas associações pertinentes para o conceito de fração como medida, principalmente, aquelas que se interligam ao que chamamos de unidade de medida (SILVA, 2005). Nesse sentido, no contexto do problema a ser resolvido, os alunos entendem que tanto a representação  $6/12$ ,  $\frac{1}{2}$  e metade são condizentes com a resposta pedida. Esse passo se torna potente para a discussão de frações equivalentes.

Já, sobre a letra B, a discussão foi a seguinte:

*[...]*

*P: Na letra B temos outra associação a fita roxa medindo 3 centímetros e novamente a branca, temos essas respostas pra observar ( $3/12$ ; a 4ª metade, 9 cm), o que vocês acham? (Exemplos da b no quadro).*

*A4: A primeira tá certa,  $3/12$ . Eu coloquei  $\frac{1}{4}$  olhando pelo desenho.*

*A7: Eu também coloquei  $\frac{1}{4}$  professora.*

*A8: A segunda também tá certo, mas ficou escrito muito errado, tá estranho.*

*A13: A última tá errada. A fita roxa não mede 9.*

*A4: O nove é o que falta doze menos três da 9.*

*P: Isso muito bem, o colega que fez a última opção não se expressou de forma correta, poderia ter colocado que faltam 9 centímetros até a fita branca ou ter utilizado exemplos parecidos como os citados pelos colegas. (TP)*

Além da questão das frações equivalentes sendo construídas ( $3/12$  e  $\frac{1}{4}$ ), como relatado no item anterior, evidenciamos um processo de criação. A quarta metade, embora não seja convencionalizada, apresenta uma compreensão que pode ser elaborada a partir da seguinte frase: 'elaborar metade de algo. Dessas metades, elaborar metades. Uma dessas seria a quarta metade'.

Ideias semelhantes são apresentadas na letra C:

*[...]*

*P: Na letra C temos outra situação. Comparamos a fita roxa com a fita vermelha, lembrando que a fita roxa mede 3 centímetros e a vermelha mede 6 centímetros ( $3/6$ ; a metade; 3 cm). (Respostas no quadro)*

*A4: A primeira tá certa  $3/6$  eu como na outra também coloquei  $\frac{1}{2}$ , professora o desenho é igual ao da letra A só mais pequeno.*

*A3: A segunda resposta também tá certa.*

*A9: A última falta coisa, mas o 3 não tá de todo errado, pois é igual que a metade.*

*P: Isso vocês fizeram boas colocações podemos colocar metade,  $\frac{1}{2}$ ,  $3/6$  que satisfaz a questão, na última é necessário colocar mais informações como por exemplo, pra alcançar a fita vermelha falta 3 centímetros. (TP)*

Nesse diálogo, notamos um aprofundamento do conceito de frações equivalentes. Quando A4 ressalta que este desenho é igual a letra a, só que menor, visualizamos um entendimento das frações equivalentes em sua representação, em

linguagem matemática. Ou seja, embora os desenhos tenham dimensões diferentes, em sua relação matemática, eles são iguais. Ambos são  $1/2$ . Percebemos, ainda, que esse olhar do aluno parece superar a métrica dos números naturais da representação figural. Não há conflito para A4 que uma fita tenha 12 cm e outra 6 e, mesmo assim, sejam associadas a frações equivalentes.

Ao que se refere a letra D, os alunos discutiram:

**P:** Na letra D associamos a fita verde que mede 2 centímetros com a fita branca que mede 12 centímetros. O que vocês acham dessas respostas ( $2/12$ ; a 6ª parte, 10cm)? (Respostas no quadro).

**A4:** Professora eu coloquei  $1/6$  que é o mesmo que  $2/12$  usando os centímetros.

[...]

**A10:** A sexta parte tá errado. Se pintar seis partes do tamanho da fita, pinta tudo.

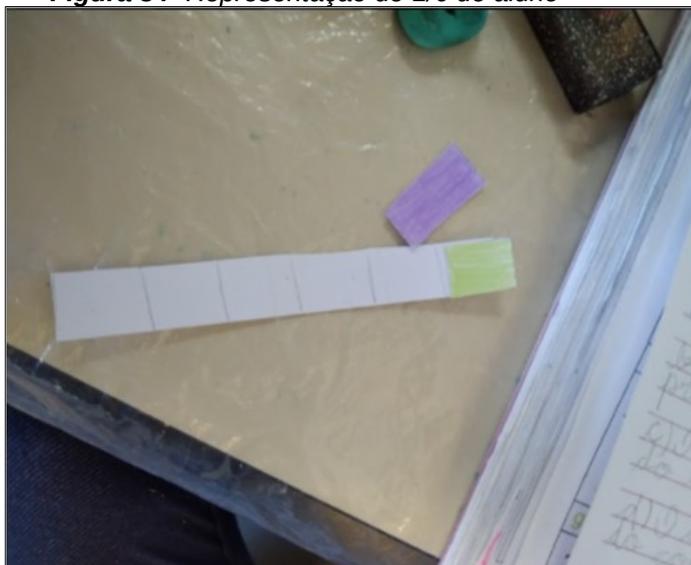
**A1:** Podia ter colocado que fica dividido a fita branca em 6 com essa medida e usamos uma.

[...]

**A7:** Na terceira ele colocou só o 10 como nos outros, pra deixar certo, faltam 10 centímetros pra chegar na fita branca.

**P:** Isso, muito bom as colocações, aqui podemos usar todas elas  $1/6$ ,  $2/12$ , uma parte das seis marcadas na fita na fita branca. Tem um colega de vocês que marcou na fita, vocês podem fazer assim também. (TP)

**Figura 34-** Representação de  $1/6$  de aluno



Fonte- A pesquisa

Ao longo do debate, as compreensões iniciais – sexta parte (A10) – vão sendo insuficientes para o uso do grupo. Ela começa a ser uma representação errada (A10) ou incompleta (A1). Assim, como aponta Cury (2019), a partir da análise de erros, as compreensões começam a ser ressignificadas e os entendimentos do conceito se tornam mais ricos, exigindo uma ação mais elaborada de resolução.

Por fim, há discussão sobre a letra e, abaixo, visualiza-se essa discussão:

**P:** Na letra E nós associamos a fita verde que mede 2 centímetros com a fita vermelha que mede 6 centímetros. Observem as respostas dos colegas ( $2/6$ ; a 2ª metade; 4 cm), o que vocês acham?

**A6:** Ali tem  $2/6$  tá certo ele usou os centímetros pra fazer os espaços.

**A9:** Eu coloquei  $1/3$  nesse.

**A4:** A segunda metade tá errado. A figura fica com três partes, então ao tem duas metades.

**A1:** Na última faltou colocar faltam 4 centímetros pra fita vermelha.

**P:** Boas colocações somente a segunda metade que temos que fazer algumas mudanças, talvez colocar faltam duas partes pra figura vermelha. (TP).

As discussões sobre a letra são semelhantes às demais. Aqui, queremos ressaltar, de modo transversal, as respostas do questionário do aluno 3, que respondeu todas as questões com números naturais, em forma de centímetro (6 cm, 9 cm, 3 cm, 10 cm e 4 cm). Consideramos que esse elemento seja fruto das dificuldades da transição do conjunto dos números naturais para o pensamento fracionário.

Como já ressaltamos, de acordo com Santos (1997, p.103), “é complicado para um aluno compreender que um número racional é representado por dois símbolos numéricos ( $a/b$ , onde  $a$  e  $b$  são isoladamente números) e que esse símbolo representa uma nova quantidade – um novo número”.

Assim, percebemos que este aluno se utiliza da ideia de quanto falta, proveniente do pensamento da subtração, para compor suas respostas. Desse modo, acredita criar uma relação entre o todo e a parte elencada.

#### 5.4 Fração como número

O encontro desse dia começa do seguinte modo:

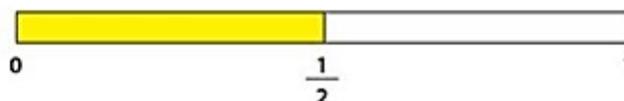
**P:** Hoje vamos trabalhar a fração na reta numérica. Para compreender a fração na reta numérica, será desenvolvido atividades com situações cotidianas que abordem essa representação de forma contextualizada, para depois ir ao papel, por fim, confeccionar uma reta numérica com frações. Pensando em contextualizar, começamos nosso assunto com o exemplo do livro. (TP)

**Figura 35-**Frações na reta numérica

## Localização de frações na reta numérica

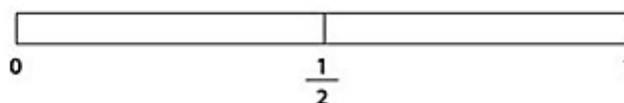
Francisco gosta muito de jogos eletrônicos, mas o seu favorito é um de corrida de automóveis. Nesse jogo, além de controlar a direção e a velocidade do carro, Francisco precisa estar atento à quantidade de combustível indicada no medidor que aparece na tela. Analisando o medidor, Francisco consegue ter uma ideia aproximada de que parte do combustível já foi gasta e quanto resta.

Veja abaixo como o mostrador aparece no início do jogo.



A quantidade total de combustível quando o tanque está cheio corresponde a 1 inteiro. À medida que o jogo avança, há gasto de combustível e o tanque vai esvaziando, até esvaziar por completo, chegando a zero.

Veja abaixo o mostrador indicando que não há mais combustível:



Fonte- Livro Bem-me-quer

**P:** Bom, a reta numérica podemos pensar um uma régua com números, mas essa sem fim, a fração é uma parte desses números. Vimos exemplos onde dividimos um objeto, pirulitos, cordas, fitas sempre em partes menores. Agora vamos dividir os números em partes menores. Como exemplo, vamos utilizar a situação de Francisco, jogo o carrinho dele consome combustível. Abaixo, vemos o tanque do combustível ele marca a quantidade que o carro possui. Alguém sabe quanto de gasolina precisa ter pra estar totalmente cheio?

**A4:** No 1.

**P:** E vazio a ponto de parar o carro na estrada?

**A15:** No zero.

**P:** Tem uma marca que diz  $\frac{1}{2}$ ? O que isso significa alguém sabe? Uma sugestão?

**A8:** Meio tanque, está bem na metade.

[...]

**P:** Muito bem. Vamos confeccionar uma reta numérica. Vocês vão escolher uma fração, qualquer uma, escrever na folha, podem usar canetinha, lápis de cor, enfeitar e depois de pronto vamos prender na reta que vou colocar perto do quadro. Como vocês vão usar qualquer fração, pode ocorrer repetições e vamos colocar um abaixo do outro. Para saber aonde colocar vocês devem pegar do 0 até o 1 dividir os espaços de acordo com número que vocês colocaram no denominador, depois contar começando do zero os espaços que vocês colocaram no numerador. (TP)

Devido ao tempo, precisamos parar a atividade e finaliza-la no dia posterior. Ao começarmos o dia seguinte, estendemos o barbante em frente ao quadro da seguinte forma:

[...]

**P:** Olhem, na esquerda está o...

**Alunos:** zero.

**P:** Na ponta direita o número...

**Alunos:** um.

[...]

**P:** agora, cada um de vocês vai inventar uma fração e depois vamos ver o local que ela entra. (TP)

Nesse momento, os alunos criaram as suas frações em silêncio. Em seguida, voltamos para a atividade.

[...]

**P:** Vamos, então, inserir nossas frações que inventamos na reta numérica.

[...]

**A14:** Eu fiz  $2/8$ , vou colocar aqui.

**A1:** Acho que tá errado, professora?

**A3:** Eu também acho.

**A5:** Eu também... (TP)

Nesse instante, percebemos que não teríamos espaço para discutirmos os erros após a atividade. Diferente das demais ações, a fala das crianças já demonstrava a necessidade que o erro fosse discutido junto com o fazer. De certo modo, acreditamos que essa compreensão seja fruto da didática que foi sendo produzida ao longo de toda a intervenção.

Pautados em Cury (2019), consideramos que os alunos, ao terem possibilidade sistemática de discutirem os seus erros, constroem um processo de vigilância de sua produção de conhecimento. Assim, na atividade da reta numérica, as produções foram todas postas em questionamento.

[...]

**P:** Pensa um pouquinho, você pegou esse pedaço e dividiu em oito partes e andou só duas até agora. Onde você parou?

**A14:** Aqui, aqui, aqui... Acho que bem pouco, mais ou menos aqui.

**P:** Isso, perfeito. (TP)

Vale ressaltar aqui que, por uma opção nossa, não priorizamos a exatidão na reta numérica. Nosso desejo consistia na ordenação das frações e na reflexão sobre possíveis posições das mesmas na reta numérica. Como aponta Moraes (2018), na inserção de novos conceitos, ao professor cabe fazer escolhas, priorizando sua intenção pedagógica. Desse modo, certas dimensões da fração na reta numérica, tal como posição exata das frações, foram deixadas para serem discutidas em outros momentos, ressaltando, assim, a aparente localização na reta.

Os alunos continuaram a discussão:

[...]

**A18:** Professora o meu também é  $\frac{1}{2}$ , vou colar embaixo.

[...]

**A7:** Eu fiz  $5/10$ , no meu caderno ele ficou bem no meio, então colo junto com  $\frac{1}{2}$ .

**P:** Todos concordam que fica junto? Pensem na divisão da reta, concordam?

**T:** Sim

[...]

**A16:** Eu fiz  $2/2$  vou colar junto com o  $7/7$ .

**P:** Por qual motivo? Explica pros teus colegas.

**A16:** O 7/7 usa todos os espaços, da 1 e 2/2 também.

[Todos colocam as suas frações]

[...]

**P:** Quero, agora, que todos observem pra ver se está tudo certo. Então...

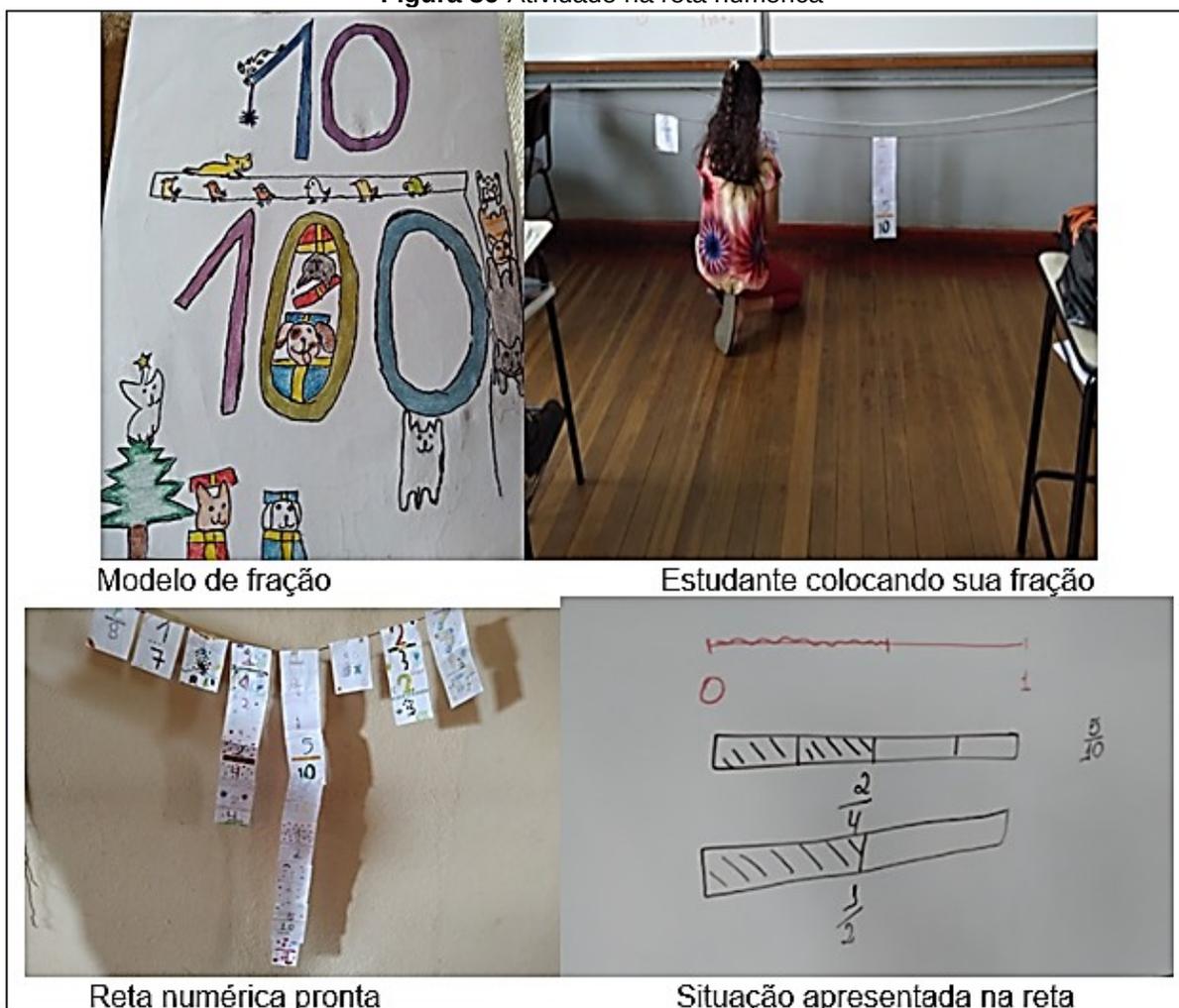
**A15:** Professora eu coloquei o meu 2/4 embaixo daquele que já tinha, mas acho que ele deve ir junto com 1/2. Não sei se tá certo?

**A9:** Tá certo no lugar que tá, ele fica mais pra esquerda.

**P:** Observem vou desenhar aqui no quadro, vou marcar os 4 espaços e usar 2. Agora olhem o de baixo mesmo tamanho, mas agora pegamos a reta marcamos dois espaços e usamos 1. Perceberam alguma semelhança entre eles?

**A4:** São iguais, ficam no mesmo lugar, então eles devem ir junto com o  $\frac{1}{2}$  (TP)

**Figura 36-**Atividade na reta numérica



Modelo de fração

Estudante colocando sua fração

Reta numérica pronta

Situação apresentada na reta

Fonte- A pesquisa

Ao longo da atividade, percebemos que, no próprio processo de discussão, o conceito de frações equivalentes foi ampliado. Além de serem consideradas frações que representam a mesma participação, passam a ser percebidas como números que ocupam o mesmo lugar na reta numérica.

## 5.5 Questionário: fração

O questionário sobre fração foi utilizado antes e após a intervenção. Para que a sua apresentação fosse mais didática, elencamos os dois momentos juntos nessa seção.

### 5.5.1 Questionário de fração antes da intervenção

A última etapa do questionário inicial abordou questões sobre fração, uma sondagem sobre o que eles acham ou entendem sobre frações, já que o termo ainda não tinha sido trabalhado em sala de aula.

Cada aluno recebeu o seu questionário para responder de forma individual e depois foi discutido o assunto em grupo. Segue o modelo apresentado aos alunos:

**Figura 37-** Questionário sobre fração

Rodada 3
<p>11- Você já ouviu falar sobre fração? Lembra quando foi? Conte um pouco sobre isso.</p> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/>
<p>12- Se eu te dissesse que vamos fazer um estudo sobre FRAÇÃO, o que você imagina que vamos fazer nas aulas de matemática?</p> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/>
<p>13- Você já ouviu alguma vez a palavra fração? Se sim, conte como foi.</p> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/>
<p>14- Você acha que a palavra fração tem a ver com número? Explique.</p> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/> <hr style="border: 0; border-top: 1px solid black; margin: 5px 0;"/>


Fonte- A pesquisa

Nessa rodada os alunos ficaram apreensivos, cada um se olhava sem saber o que responder, olhavam para o alto tentando imaginar o que poderia ser essa palavra nova ou para a mesa do colega tentando ver alguma resposta. (DC)

**A1:** Professora a senhora pode ajudar?

**P:** Se eu ajudar além de explicar a pergunta vou interferir na tua opinião.

**A1:** Mas eu não sei minha opinião!

[...]

**A7:** Professora a senhora poderia me dar um dicionário?

**P:** Dicionário?

**A7:** Sim, se tiver fração no dicionário, mesmo que eu não sei o que é posso ter uma ideia do que seja.

**A8:** E se eu escrever errado o que é?

**P:** Agora eu quero saber o que tu acha que é, não faz mal se for diferente do conceito certo, não tem certo e errado, é tua opinião. (TP)

Assim como aponta Moraes (2018), pela própria cultura escolar vigente, os alunos esperam que o professor desse respostas sobre o que não sabem. Isto é, *não sabem qual a sua opinião* (A1). A partir do momento que o professor contraria essa lógica escolar, os próprios alunos começam a pensar em suportes para produzirem o seu conhecimento, como o *dicionário* (A7).

Com os questionários respondidos, começou a agitação na sala. Todos estavam conversando para saber o que os outros tinham colocado. Diferente dos conceitos de divisão e metade já conhecidos, esse era um conceito novo. Semelhantemente aos outros, solicitei palavras que podem ser fração, apareceram:

**A1:** Formas geométricas.

**A9:** Fraqueza.

**A2:** Contas.

**A8:** Contas difíceis

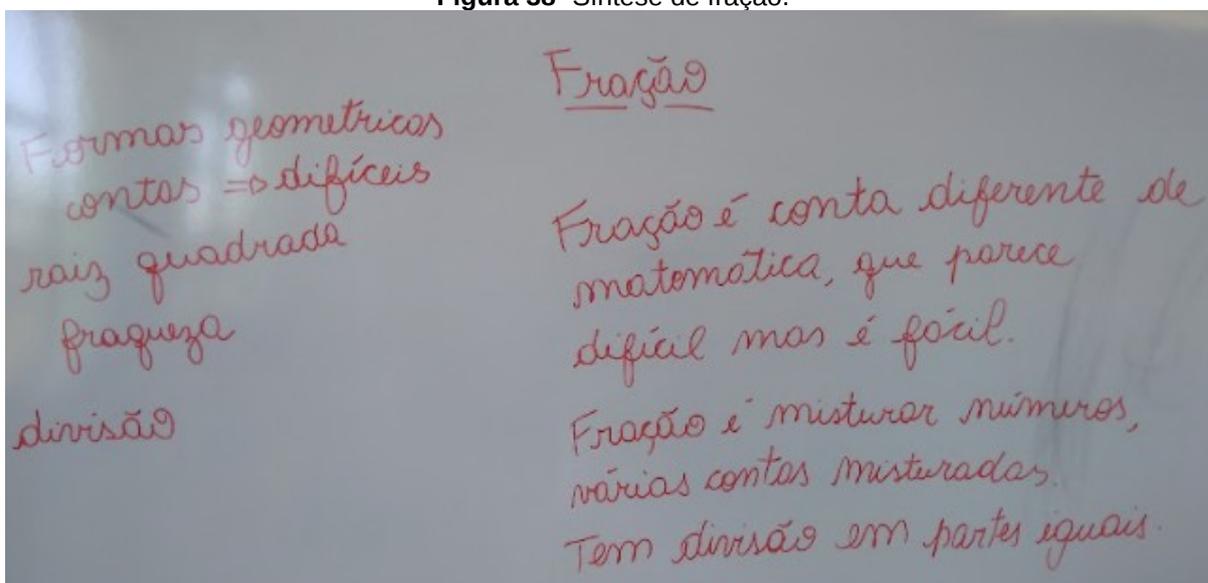
**A15:** Raiz quadrada.

**A10:** Divisão. (TP)

Por algumas respostas, notamos que, embora não conhecida, a fração já representa medo nos alunos: *fraqueza* (A9) e *contas difíceis* (A8). Vislumbra-se, assim, o reforço de uma cultura educacional que perpassa discursos que a matemática é difícil e/ou para poucos (MORAES, 2021).

A partir da fala dos alunos, realizamos a seguinte síntese na lousa.

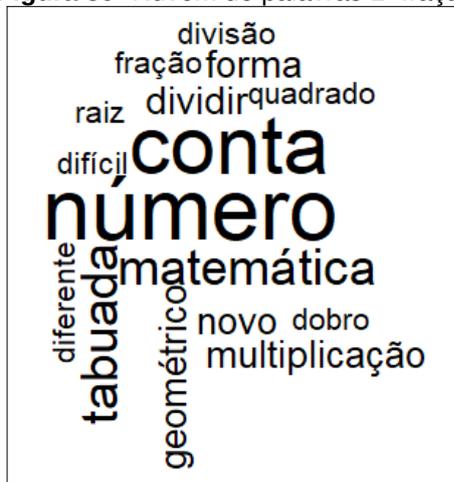
**Figura 38-** Síntese de fração.



Fonte- A pesquisa

Já, por meio dos questionários, obtemos a seguinte nuvem de palavras:

**Figura 39-** Nuvem de palavras 1- fração



Fonte- a pesquisa

Com o auxílio das palavras e com o conhecimento dos colegas, a sugestão da turma é que *fração é uma conta diferente de matemática, que parece difícil, mas é fácil, mistura números, várias contas misturadas e tem divisão em partes iguais.*

### 5.5.2 Questionário de fração após a intervenção

Ao término do processo de intervenção, voltamos para atividade do questionário. Cada estudante recebeu um questionário, dessa vez, todas as etapas estavam juntas (metade, divisão e fração).

[...]

**P:** Lembram que no início do nosso conteúdo fizemos um questionário, perguntas sobre metade, divisão e fração? Pois é alguns na época quando fizemos a socialização responderam coisas diferentes, perceberam que estava errado. Então agora vamos fazer esse questionário de novo e ver se mudamos alguma coisa ou deixamos assim.

[...]

**A4:** Professora eu não vou mudar minhas respostas. Posso colocar igual?

**P:** Se tu entender que tuas respostas estão certas pode.

**A11:** As minhas vão mudar, pelo menos as últimas!

**A8:** As últimas vão ficar bem diferente!

**P:** Diferente como?

**A8:** A professora agora eu sei o que é essa fração! (TP).

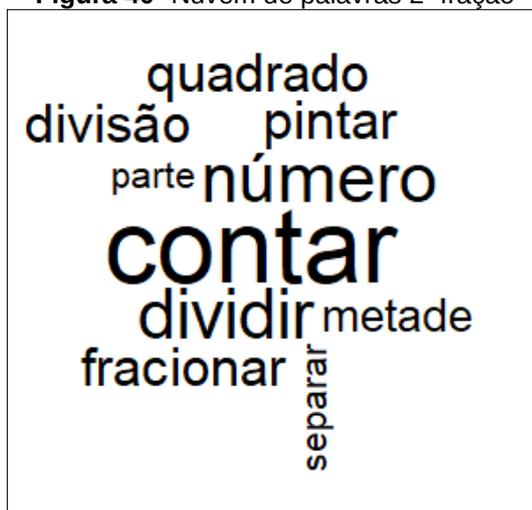
Entre os elementos, para esse final do processo, consideramos pertinentemente respeitar as escolhas dos alunos sobre mudar, ou não, suas respostas. A partir da perspectiva da análise de erros, entendemos que a mudança de opinião é fruto do processo formativo do estudante que não vê a sua resposta mais como suficiente para determinada questão.

Embora alguns inicialmente dissessem não querer mudar suas respostas, quando viram suas escritas, não conseguiram permanecer com as mesmas respostas.

Interessante. Nesse momento de análise das respostas de fração, há no ar certo incômodo dos alunos com as respostas que deram inicialmente. Vejo o rosto de espanto. Algumas manifestações do tipo: *não acredito que escrevi isso!* [...] Todos os alunos mudaram pelo menos uma resposta. (DC).

A nova nuvem de palavras ficou do seguinte modo:

**Figura 40-** Nuvem de palavras 2- fração



Fonte- A pesquisa

No segundo questionário sobre frações, vários alunos trocaram suas respostas. Muitos *não sei*, passaram a ser associados a números, figuras que devem ser divididas, contadas e pintadas pra gerar um número. Pelas colocações dos alunos, percebemos o surgimento de termos:

- **Quadrado e pintar:** associados a representação figural da fração;
- **Divisão e parte:** vinculados à ideia parte-todo da fração;
- **Dividir, separar, fracionar, pintar e contar:** verbos no infinitivo que relembram a ação prática ocorrida com o conceito de frações ao longo da intervenção;
- **Número:** associado à ideia de fração como número;
- **Metade:** vinculado à ideia de fração como medida.

Assim, notamos que alguns elementos do processo foram trazidos à tona ao final da intervenção, diferenciando conceito inicial do conceito final de fração.

## 5.6 Síntese integradora

Como forma de fechar o processo da intervenção, elencamos algumas compreensões que foram significativas:

- a) **A importância do questionário para os conhecimentos prévios:** sendo o erro fruto das elaborações dos alunos (CURY, 2019), trazer a discussão dos questionários permitiu dar evidência e reflexão para o pensamento do grupo.
- b) **A natureza das respostas:** as respostas dadas, inicialmente, tinham conotação com exemplos e questões vividas no cotidiano, assim como, já percebido em Moraes (2018). Com a análise de erros, as respostas adquiriram novas significações matemáticas, mais associadas ao conceito matemático;
- c) **O erro e a produção do conceito:** não houve a extinção de erros quanto ao conceito de fração. Visualizou-se novos erros, oriundos de um patamar mais reflexivo do conceito. Assim, não há um ‘fechar’ do conceito, mas novas oportunidades para novas intervenções com os mesmos alunos;
- d) **A socialização como fonte de reflexão:** retirado o papel do docente como aquele que traz as respostas corretas, o debate em grupo assume um papel de problematizador do conceito e fonte para constituir novas ideias sobre fração;
- e) **O impacto de diferentes representações do conceito:** o uso de diferentes representações, bem como, os diversos momentos em que os alunos produziram formas representacionais de pensar a fração, potencializaram uma ampliação do conceito (DUVAL, 2009).
- f) **A ‘exatidão’ das representações do conceito:** assim como o próprio conceito, a exatidão da forma de representar precisa ser problematizada com o grupo, uma vez que ela é oriunda de como os alunos pensam a fração.
- g) **A ideia de metade consistiu em um ponto significativo para pensar fração:** ao longo de toda a intervenção, a ideia de metade e seu uso social foi levantado pelo grupo, o que nos faz corroborar a Cruz (2003, p. 43), quando ressalta que “o referencial de metade é um recurso poderoso para a compreensão inicial das crianças de conceitos matemáticos como proporção, probabilidade e fração”

- h) **A fração como parte-todo como ponto de partida:** a ideia de parte-todo se tornou porta de entrada pertinente para o trabalho com o conceito de fração, uma vez que potencializa a percepção visual do aluno, bem como, a leitura e escrita da fração na sua forma  $a/b$  (NUNES; BRYANT, 1997);
- i) **A constituição da fração equivalente:** a ideia de fração equivalente não estava no repertório da intervenção, mas, com o próprio processo manipulativo, os alunos foram criando e elaborando tal conceito. Mesmo considerando que esse conceito precisará de reforço, consideramos que muitas ideias foram formuladas a partir do debate em grupo.
- j) **Cultura da aula de matemática:** ao término do processo, visualizamos um grupo de alunos que incorporam a iniciativa de reflexão sobre os erros em suas produções, tanto que, nas últimas aulas, ação de análise de respostas ocorria de maneira quase que concomitante com a realização das mesmas.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

Novas práticas e metodologias têm sido utilizadas por professores todos os dias nas salas de aula, visando melhorias no processo de ensino e aprendizagem dos alunos, no ensino da Matemática não é diferente. Nesse sentido, procedeu-se o presente estudo.

O objetivo consistiu em analisar o processo de debate sobre fração, a partir da perspectiva da análise de erros, em alunos do 4º Ano de uma escola estadual de Canguçu/RS. Para tanto, elencamos alguns objetivos específicos a serem observados:

- Elaborar uma sequência de trabalho para o ensino de fração no quarto ano do Ensino Fundamental;
- Investigar o papel exercido pela análise dos erros na produção do conhecimento fracionário ao longo da intervenção;
- Compreender os conhecimentos elaborados sobre fração por alunos do quarto ano do Ensino Fundamental, a partir da intervenção.

No início desse estudo, realizamos uma revisão de literatura com o tema “Frações” e “Anos Iniciais”. Ao final do capítulo, percebemos que os trabalhos desenvolvidos levam em consideração o impacto das metodologias de ensino empregadas, tanto na prática docente, quanto na aprendizagem das crianças envolvidas. No capítulo seguinte, elencamos o Erro e as Frações, buscando conceitos, percepções, e sua inserção no 4º ano, utilizando, como referência, a LDB e a BNCC. No terceiro momento, destacamos a forma de realização da pesquisa, a escola campo e os participantes

O estudo de frações merece atenção, principalmente, no 4º ano, pois os alunos estão acostumados com os números naturais, associar esses algarismos com um novo número se torna complexo. A análise de erros proporciona um momento rico e descontraído para adquirir e reformular conceitos de forma dinâmica e atrativa. Pensando nisso, no capítulo 4, abordamos uma sequência de trabalho, abordando as frações como parte-todo, medida e número.

Em frações como parte-todo, abordamos o assunto com a historinha “O pirulito do pato”. Nesse momento, os alunos transcreveram as situações vividas pelos patinhos em seus cadernos. Percebemos que a solidariedade em repartir na metade, de forma justa, prevaleceu, em momentos de difícil divisão, como  $\frac{1}{3}$ , a

troca com o colega e a comparação se fizeram presentes. Ao final de cada momento, buscou-se socializar e comparar as respostas com pequenos debates. Nesse momento de análise, os próprios alunos compreendiam os erros dos colegas e os seus, usando argumentos e técnicas para deixar a atividade certa e a percepção para a realização de atividades posteriores, como a representação e leitura de frações.

Frações como medida, seguindo o mesmo molde de trabalho, trouxe diversas formas de representação e muitos diálogos com as atividades das fitas, perceber que a fração pode ser compreendida e escrita de diversas formas acalorou os debates e busca pelo qual está certo. Fração como número abordou, também, a questão de equivalência, proporcionou reflexões no momento da atividade e após sua conclusão. Também foram realizados, nesse período, um questionário inicial e final, abordando temas necessários para o ensino de frações, como o conceito de metade e divisão, que foram de suma importância no momento da representação da fração. Muitos alunos, ao término da atividade, modificaram seus conceitos de forma positiva.

Percebemos que realizar as atividades nessa perceptiva torna o aluno participante ativo da aprendizagem, pois passa do que está errado e essa é a resposta certa, para um momento de construção. O que está errado? Por que está errado? O que podemos fazer para deixar essa resposta certa? Instigamos o aluno a analisar sua resposta e, a partir dela, construir a resposta certa. Dessa forma, tem mais significado do que uma simples correção, não sendo esquecida facilmente, como foi possível perceber no decorrer das atividades. Espera-se que a dissertação se apresente ao leitor como uma contribuição para a reflexão sobre a prática pedagógica, principalmente, no que diz respeito a erros e dificuldades dos alunos.

## REFERÊNCIAS

- AGOSTINHO, Santo. **A Cidade de Deus: contra os pagãos**. Parte 2 (livros 11-22). Petrópolis, RJ: Vozes, 1999. (Pensamento Humano, 7).
- ANDRÉ, M. O que é um estudo de caso qualitativo em Educação? **Educação e Contemporaneidade**, Salvador, v. 22, n. 40, p. 95-103, jul./dez. 2013. Disponível em: 111 <https://www.researchgate.net/profile/Marli-Andre/publication/311361132>. Acesso em janeiro de 2022.
- \_\_\_\_\_. Pesquisa em Educação: questões de teoria e método. In: **ENCONTRO NACIONAL DE PESQUISA EM EDUCAÇÃO E CIÊNCIAS**, 5., 2005, Bauru. Anais. Bauru, 2005.
- ARISTÓTELES. **Metafísica**. Traduzido por Valentin García Yebra. 2. ed. Madrid: Gredos, 1982.
- BARROS, M. **Reaprender frações por meio de oficinas pedagógicas: desafio para a formação inicial**. Dissertação (Mestrado em Educação) – UFC, Ceará, 2007.
- BAZANI, B. **Conhecimento dos alunos do quarto ano do ensino fundamental no tópico de fração: um foco na parte-todo contínuo e discreto**. Dissertação (mestrado) - UNICAMP, São Paulo. 2019
- BORASI, R. **Reconceiving mathematics Instruction: a Focus on Errors**. Norwood, Nj: Ablex Publishing Corporation, 1996.
- BORBA, M. C.; PENTEADO, M. G. **Informática e Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. 98p.
- BORDEAUX, A. L et al. **Novo bem-me-quer matemática, 4º ano**. São Paulo: Editora do Brasil, 2007 – Coleção bem-me-quer.
- BOYER, C. B. **História da Matemática**. Trad. Elza Gomide. 2ª ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.
- BRASIL, MEC. **Parâmetros Curriculares Nacionais. Secretaria de Educação Fundamental**. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- BROUGÈRE, G. **Lúdico e educação: novas perspectivas**. *Linhas críticas*, v. 8, n. 14, p. 5-20, 2002.
- BROUSSEAU, G. **Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques**. *Recherches em didactique des Mathématiques*, v4, n.2, p. 165-168, 1983.
- CAMARGO, B. JUSTO, A. **Tutorial sobre Iramuteq**. UFS – Santa Catarina. 2016.

CAMPOS, T. *et al.* **Sobre a pesquisa e o ensino de números racionais na sua representação fracionária.** Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) – X, 2010, Bahia.

CAREY, D. **The patchwork quilt: a context for problem solving.** Arithmetic Teacher, Reston, v. 39, n. 4, p.199-203, dez.1992

CARVALHO, A; GONÇALVES, H. **Multiplicação e divisão: conceitos em construção...**Educação e Matemática, n. 75, nov./dez. 2003. Disponível em:<<http://www.apm.pt/portal/index.php?id=19480&rid=19682>>.

CASTRO, F. **Quantidades intensivas: análise de uma intervenção com alunos do 5º ano do ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação) – UFSC – Santa Catarina. 2014.

CAVALCANTI, E. M.; GUIMARÃES, G.L. **O significado de frações em livros didáticos das Séries Iniciais.** Anais do 2º SIPEMAT – Simpósio Internacional de Pesquisa em Educação Matemática. Recife – PE, de 28 de julho a 01 de agosto de 2008. (Publicado em CD-ROM).

CAVALIERE, L. **O ensino das frações.** Umuarama – PR, 2005. Monografia (Especialização em Ensino da Matemática). Coordenadoria de Pós-Graduação, Universidade Paranaense.

CHEVALLARD, Yves; FELDMANN, Serge. **Pour une analyse didactique de l'évaluation.** Marseille: IREM, 1986.

CURY, H. N. **Análise de erros: o que podemos aprender com as respostas dos alunos.** Belo Horizonte: Autêntica, 3ª ed. 2019.

CRUZ, L. **Abordando Frações em perspectiva histórica: Uma possibilidade de ensino para a Educação Básica.** Dissertação (Dissertação em ensino) – UFABC. São Paulo. 2016.

CRUZ, M. S. S. **Resolvendo adição de frações através de estimativas: um estudo exploratório.** Universidade Federal De Pernambuco, Recife, maio, 2003.

D'AMBROSIO, U. **Um enfoque transdisciplinar à educação e à história da matemática** In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Org.). Educação Matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 13-29.

DAMIANI, M. F. et al. Discutindo pesquisas do tipo intervenção pedagógica. In: **Revista Cadernos de Educação**, nº 45, 2013, p. 57-67.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano: registro semiótico e aprendizagens intelectuais (Sémiosis et Pensée Humaine: Registres Sémiotiques et Apprentissages Intellectuels)** Fascículo I. Trad. Lênio Fernandes Levy e Marisa Rosâni Abreu da Silveira. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2009.

FERREIRA, N. As pesquisas denominadas “Estado da arte”. **Educação e Sociedade**, Ano XXIII, nº79, Ago 2002.

GARRIDO, E. **A técnica close e a compreensão da leitura: Investigação em textos de estudos sociais para a 6ª série.** Dissertação de mestrado, USP. São Paulo, 1993.

GENTILE, A. **Skill acquisition: action, movement and neuromotor process.** Rockville. MD. Aspen. 1987.

GOOGLE. 2021. Porto. [s.l.]: **Google Maps.**

HADAMARD, Jacques. **Na essay on the psychology of invention in the mathematical field.** Princeton: Princeton University Press, 1945.

IBGE-INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. **Mapa da vegetação do Brasil e Mapa de Biomas do Brasil**, 2010. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br>

KRUTETSKII, Vadim A. **The psychology of mathematical abilities in schoolchildren.** Chicago: The University of Chicago Press: 1976.

LAUTERT, S. L.; SPINILLO, A. G. (2002). As relações entre o desempenho em problemas de divisão e as concepções de crianças sobre a divisão. *Psicologia: Teoria e Pesquisa*, 18(3), 237-246.

LEIBNIZ, G.W. **Ensaio de Teodiceia**, tradução de William de Siqueira Piauí e Juliana Cecci Silva, Estação Liberdade, São Paulo, 2013.

LOCKE, John. **Ensaio acerca do entendimento humano.** São Paulo: Nova Cultural, 1988.

LUDKE, M.; ANDRÉ, M. E.D.A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas.** São Paulo, Editora Pedagógica e Universitária, 1986. 99p.

MACHADO, Nelson. **O pirulito do pato.** Scipione, 1992.

MALASPINA, M. **O início do ensino de fração: uma intervenção com alunos de 2ª série do ensino fundamental.** Dissertação (Mestrado em Educação) - PUCSP, São Paulo, 2007

MARIA, Rérida. **Blog Sala de aula.** Disponível em: <http://reridamaria2.com.br>. Acesso em: 13/jun/21.

MARTINS, F. **O número como signo: relatos de uma experiência de ensino de frações a partir das teorias sócio interacionista e dos registros de representações semióticas.** Dissertação (Pós-Graduação em Ciências da Linguagem), UNISUL. Santa Catarina. 2012.

MAYRINK, C. **Sequência didática com história infantil e jogo para o ensino de frações.** Dissertação (Pós-Graduação Educação e docência) – UFMG – Minas Gerais. 2019.

MORAES, J. C. P. **Experiências de um corpo em Kandinsky: formas e deformações num passeio com crianças.** Dissertação (Mestrado em Educação

Científica e Tecnológica). Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2014.

MORAES, J. C. P.. Crianças Pequenas e Educação Matemática: questões conceituais, metodológicas e epistêmicas. **Educação Matemática em Revista**, v. 26, p. 75-94, 2021.

MORAES, J. C. P. **Insubordinação, Invenção e Educação: a produção de reflexões por meio do espaço na formação inicial docente em pedagogia**. Tese (Doutorado em Educação). Faculdade de Educação da Universidade de São Paulo, 2018

MORAIS, C. (2011). **A Matemática na vida cotidiana**. In P. Palhares, A. Gomes, & E. Amaral (Orgs), Complementos de Matemática para professores do Ensino Básico (pp. 281-300). Lisboa: Lidel.

MOURA, M. O. **O jogo e a construção do conhecimento matemático**. São Paulo, Idéias, v. 10, p. 45-53, 1991.

NASCIMENTO, E. **Frac-soma sensorial: um recurso pedagógico nos estudos de frações para pessoas com deficiência visual**. Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) – XIII, 2019, Cuiabá.

NIVEN, I. **Números: Racionais e Irracionais**. Traduzido por Renate Watanabe. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1984.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo Matemática**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter; Pretzlik, U.; Hurry, J. (2003). **The effect of situations on children's understanding of fractions**. Trabalho apresentado no encontro da *British Society for Research on the Learning of Mathematics*. Oxford, June.

PANTOJA, L. F. L.; CAMPOS, N. F. da S. C.; SALCEDOS, R. R. C. A Teoria dos Registros de Representação Semióticas e o estudo de sistemas de equações algébricas lineares. In: **VI Congresso Internacional de Ensino de Matemática**. Anais... Canoas-RS, 2013.

PARAOL, Cristina Martins; RODRIGUÊS, Jeremias Stein. Os registros de representação semiótica de frações em atividades envolvendo tratamento e conversão. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, v. 4, n. 2, p. 21-37, 2018.

PAVANELLO, Regina Maria, NOGUEIRA, Clélia Maria Ignatius. Avaliação em Matemática: algumas Considerações. In: **Revista Estudos em Avaliação Educacional**, São Paulo, v. 17, n. 33, jan./abr. 2006.

PEDROSA, V. *et al.* **Sequência Fedathi e análise de erros contribuindo para o ensino de frações atrelado ao jogo Fraction Matcher**. Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) – XII, 2016, São Paulo.

PLATÃO. **Sofista**. Trad. Jorge Paleikat e João Cruz Costa. Víctor Civita. São Paulo, 1972.

POWELL, A. **Aprimorando o conhecimento dos estudantes sobre a magnitude da fração: um estudo preliminar com alunos nos anos iniciais**. Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) – XIII, 2019, Cuiabá.

PROENÇA, Marcelo Carlos deO ensino de frações via resolução de problemas na formação de futuras professoras de pedagogia. *Bolema: Boletim de Educação Matemática* [online]. 2015, v. 29, n. 52 [Acessado 22 Março 2022] , pp. 729-755. Disponível em: <<https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a15>>. Epub Ago 2015. ISSN 1980-4415. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a15>.

ROCHA, I.; MENINO, H. **A aprendizagem da divisão nos primeiros anos, perspectivas metodológicas e curriculares**. In: BROCARD, J.; SERRAZINA, L.; ROCHA, I.; O sentido do número: reflexões que entrecruzam teoria e prática. Lisboa: Escolar. 2008. p.183-199

SÁ, P. *et al.* **Adição e subtração de frações com calculadora virtual**. Encontro Nacional de Educação Matemática (ENEM) – X, 2010, Bahia.

SANTANA, L. **A conversão entre representações semióticas: uma análise no domínio das frações à luz de Duval e Vergnaud**. Tese (Programa de Pós-Graduação em Psicologia Cognitiva) – UFPE. Recife. 2018.

SANTOS, V. M. P. **Avaliação de aprendizagem e raciocínio em Matemática: métodos alternativos – Projeto Fundão**. Rio de Janeiro: UFRJ, 1997.

SILVA, M. J. F. **Investigando saberes de professores do Ensino Fundamental com enfoque em números fracionários para a quinta série**. 301 f. Tese de doutorado. PUC/SP, São Paulo, Brasil, 2005.

SILVA, M. J. F.; ALMOULOU, S. A. As Operações com Números Racionais e seus Significados a partir da Concepção Parte-todo. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, v. 21, n. 31, p. 55-78, 2008. Disponível em: [http://www.leoakio.com/wa\\_files/2105-8989-2-PB.pdf](http://www.leoakio.com/wa_files/2105-8989-2-PB.pdf)

SKINNER, B. F. *The behavior of organisms*. New York: Appleton-Century, 1938.

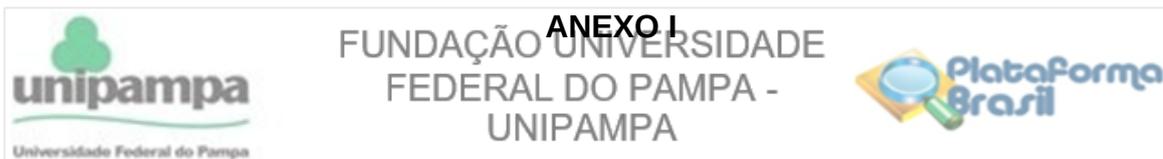
SOARES, M. **Alfabetização no Brasil – O Estado do conhecimento**. Brasília: INEP/MEC, 1989.

SOUZA, Ana Paula G. de; OLIVEIRA, Rosa Maria M. A. de. Articulação entre literatura infantil e matemática: intervenções docentes. *BOLEMA: Boletim de Educação Matemática*, Rio Claro, v. 23, n. 37, p. 955- 975, dez. 2010.

TEIXEIRA, L. R. M. A análise de erros: uma perspectiva cognitiva para compreender o processo de aprendizagem de conteúdos matemáticos. In: **Nuances** - Vol. III - Setembro de 1997, p. 47-52.

THORNDIKE, E. L. **A nova metodologia da aritmética**. Porto Alegre: Globo, 1936.

VASCONCELOS, I. **A compreensão das relações numéricas na aprendizagem de frações: um estudo com crianças brasileiras e portuguesas do 4º ano da Educação Básica.** Dissertação (Dissertação em educação) – UFRGS. Rio Grande do Sul. 2015.



**ANEXO I**  
**FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE  
 FEDERAL DO PAMPA -  
 UNIPAMPA**

**PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP**

**DADOS DO PROJETO DE PESQUISA**

**Título da Pesquisa:** Aprendizagem matemática: O estudo de frações a partir da análise de erros no quarto ano do ensino fundamental de uma escola de Canguçu/RS

**Pesquisador:** João Carlos Pereira de Moraes

**Área Temática:**

**Versão:** 2

**CAAE:** 44902621.6.0000.5323

**Instituição Proponente:** Fundação Universidade Federal do Pampa UNIPAMPA

**Patrocinador Principal:** Financiamento Próprio

**DADOS DO PARECER**

**Número do Parecer:** 4.711.213

**Apresentação do Projeto:**

As afirmações elencadas nos campos "Apresentação do Projeto", "Objetivos da Pesquisa" e "Avaliação dos Riscos e Benefícios" foram retiradas do arquivo Informações Básicas da Pesquisa (PB\_INFORMAÇÕES\_BASICAS\_DO\_PROJETO\_1686562.pdf, postado em 10/04/2021).

**Resumo:**

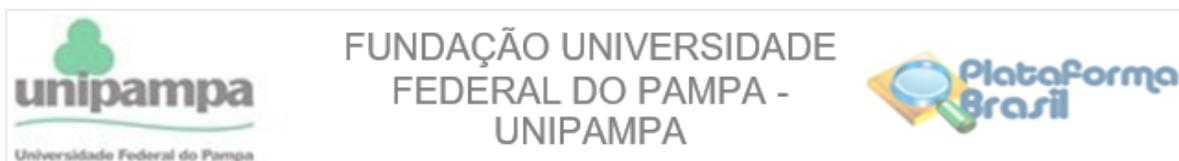
O estudo de frações é visto pela maioria dos alunos em especial do 4º Ano do Ensino Fundamental como algo difícil, pois o mesmo subdivide o número em partes menores, trazendo por consequência o erro. Frente as múltiplas possibilidades de compreender as frações e seus possíveis erros e como isso influencia no aprendizado do aluno, surge a necessidade de analisar o processo de apropriação do pensamento fracionário a partir da análise de erro. Para tanto será realizado um levantamento sobre os conhecimentos prévios dos alunos, atividades sobre frações e questionamentos sobre os erros encontrados na realização dos mesmos. Espera-se com esse estudo, mostrar que a análise de erro pode transformar de forma positiva a apropriação do pensamento fracionário.

**Objetivo da Pesquisa:**

**Objetivo Primário:**

Analisar o processo de apropriação do pensamento fracionário, a partir da análise de erros, em

Endereço: BR 472 - Km 585. Campus Uruguaiiana  
 Bairro: Prédio Administrativo - Sala 23 - Caixa CEP: 97.501-970  
 UF: RS Município: URUGUAIANA  
 Telefone: (55)3911-0202 E-mail: cep@unipampa.edu.br



Continuação do Parecer: 4.711.213

alunos do 4º Ano de uma escola estadual de Canguçu/RS.

**Objetivo Secundário:**

- Investigar a construção do conceito de frações.- Realizar diagnóstico da aprendizagem do conceito de frações em alunos do 4º ano de uma escola estadual do município de Canguçu/RS;- Aplicar uma sequência de atividades utilizando a perspectiva de análise de erros para o ensino de frações para o 4ºano do ensino fundamental de uma escola estadual do município de Canguçu/RS. - Avaliar os resultados de aprendizagem de frações, após a intervenção e análise dos erros dos alunos 4ºano do ensino fundamental de uma escola no município de Canguçu/RS.

**Avaliação dos Riscos e Benefícios:**

**Riscos:**

Entendemos que os riscos desta pesquisa podem estar relacionados às situações como: 1- o constrangimento do pesquisado em ser questionado e observado; 2- constrangimento por ter alguma dificuldade na realização das atividades propostas na pesquisa. Para eliminar os potenciais riscos, conforme resolução do CONEP 510/2016, serão realizados: 1-Conversa com os participantes da pesquisa em momentos diversos explicando e orientando sobre todos os procedimentos da pesquisa e o objetivo destes, garantindo a preservação do anonimato e a privacidade de todos os pesquisados, assim como a possibilidade de desistência da pesquisa, informando-os sobre o contato das pesquisadoras, telefone e e-mail, para toda e qualquer dúvida; 2- A pesquisadora responsável pela coleta de dados apresentará os instrumentos de pesquisa (questionário e atividades de formação) e explicará o roteiro de cada instrumento, deixando o pesquisado a vontade para questionar dúvidas, assim como colocar-se-á a disposição para responder situações que se ajustem à realidade do pesquisado e lhe deixem seguro de participar da pesquisa. Caso algum constrangimento persista, o sujeito poderá desistir de realizar a atividade proposta.

**Benefícios:**

Com as atividades, os sujeitos poderão formular de forma ampla os conceitos envolvendo frações, percebendo novas relações deste conhecimento com a realidade.

**Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:**

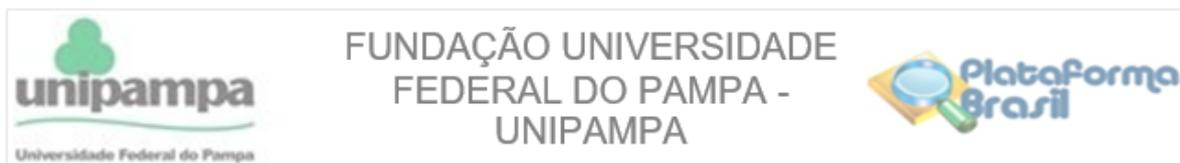
Estudo nacional unicêntrico de caráter qualitativo, de caráter intervencionista.

Estudo acadêmico referente a uma Dissertação do PPG Educação, UNIPAMPA- Campus Jaguarão.

Patrocínio: Financiamento próprio.

País de origem: Brasil.

Endereço: BR 472 - Km 585. Campus Uruguaiiana  
 Bairro: Prédio Administrativo - Sala 23 - Caixa CEP: 97.501-970  
 UF: RS Município: URUGUAIANA  
 Telefone: (55)3911-0202 E-mail: cep@unipampa.edu.br



Continuação do Parecer: 4.711.213

Número de participantes incluídos: 25.

Centros de pesquisa no Brasil: Escola Estadual de Ensino Fundamental Irmãos Andradas, localizada na zona urbana central do município de Canguçu/RS.

Previsão de início e encerramento do estudo: 01/03/2021 - 30/06/2022

**Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:**

Vide "Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações".

**Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:**

Parecer referente à versão 02 do projeto inserido na PlatBr e do documento cartaresposta.pdf, ambos submetidos no dia 10/04/2021.

Pendências atendidas.

**Considerações Finais a critério do CEP:**

Ressalta-se que cabe ao pesquisador responsável encaminhar os relatórios parciais e final da pesquisa, por meio da Plataforma Brasil, via notificação do tipo "relatório" para que sejam devidamente apreciadas no CEP, conforme Norma Operacional CNS nº 001/13, item XI.2.d.

**Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:**

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB INFORMACOES BASICAS DO PROJETO 1686562.pdf	10/04/2021 20:28:19		Aceito
Outros	QUESTIONARIOINICIAL.docx	10/04/2021 20:27:22	João Carlos Pereira de Moraes	Aceito
Outros	metodologiaaparte.docx	10/04/2021 20:27:01	João Carlos Pereira de Moraes	Aceito
Outros	cartaresposta.doc	10/04/2021 20:26:27	João Carlos Pereira de Moraes	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TermoAssentimentonovo.doc	10/04/2021 20:25:54	João Carlos Pereira de Moraes	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de	tcleresponsavelnovo.doc	10/04/2021 20:25:32	João Carlos Pereira de Moraes	Aceito

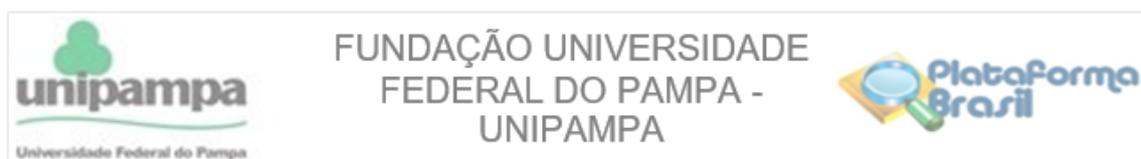
Endereço: BR 472 - Km 585. Campus Uruguaiana

Bairro: Prédio Administrativo - Sala 23 - Caixa CEP: 97.501-970

UF: RS Município: URUGUAIANA

Telefone: (55)3911-0202

E-mail: cep@unipampa.edu.br



Continuação do Parecer: 4.711.213

Ausência	tcleresponsavelnovo.doc	10/04/2021 20:25:32	João Carlos Pereira de Moraes	Aceito
Outros	termodeconfidencialidade.jpg	18/01/2021 19:54:15	João Carlos Pereira de Moraes	Aceito
Folha de Rosto	folhaderostocorreta.pdf	18/01/2021 19:53:53	João Carlos Pereira de Moraes	Aceito
Outros	coparticipante.pdf	18/01/2021 16:50:37	João Carlos Pereira de Moraes	Aceito
Outros	SEI_UNIPAMPA0438440PortariaGR.pdf	18/01/2021 16:49:49	João Carlos Pereira de Moraes	Aceito
Outros	SEI_UNIPAMPA0438418DespachoGR.pdf	18/01/2021 16:49:37	João Carlos Pereira de Moraes	Aceito
Outros	EmailAutorizacao.pdf	18/01/2021 16:49:19	João Carlos Pereira de Moraes	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	projetocerto.docx	06/01/2021 21:08:44	João Carlos Pereira de Moraes	Aceito

**Situação do Parecer:**

Aprovado

**Necessita Apreciação da CONEP:**

Não

URUGUAIANA, 13 de Maio de 2021

---

**Assinado por:  
Rafael Lucyk Maurer  
(Coordenador(a))**

Endereço: BR 472 - Km 585. Campus Uruguaiana  
Bairro: Prédio Administrativo - Sala 23 - Caixa CEP: 97.501-970  
UF: RS Município: URUGUAIANA  
Telefone: (55)3911-0202 E-mail: cep@unipampa.edu.br

## ANEXO II

### Termo de assentimento do menor

**Título do projeto:** Aprendizagem matemática: O estudo de frações a partir da análise de erros no quarto ano do ensino fundamental de uma escola de Canguçu/RS

**Pesquisador de campo:** Líslei Rutz Wolter

**e-mail:** lisleiwolter@gmail.com

**Pesquisador responsável:** João Carlos Pereira de Moraes

**e-mail:** joaomoraes@unipampa.edu.br

**Instituição:** Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA

**Telefone celular do pesquisador para contato (inclusive a cobrar):** (53) 99973-0442– Líslei, (43) 99630-9244 – João Carlos.

Prezado(a) aluno(a), você está sendo convidado(a) para participar, como voluntário(a), de um estudo que tem como objetivo analisar os processos de aprendizagem de fração a partir de uma intervenção com análise de erros no 4º ano do Ensino Fundamental em uma escola na cidade de Canguçu/RS. Este estudo está associado ao projeto de dissertação de mestrado da discente do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA) Líslei Rutz Wolter. A direção da escola está ciente e permitiu a realização da pesquisa.

O estudo será coordenado por João Carlos Pereira de Moraes, professor do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA), e as atividades serão conduzidas pela mestrandia Líslei Rutz Wolter. Caso aceite participar, sua participação no estudo consistirá em fazer as atividades propostas na pesquisa.

Todas as informações coletadas serão utilizadas exclusivamente para a realização da pesquisa. Seu nome, assim como de suas colegas que também participarem do estudo, não será identificado em nenhum momento, sendo garantido o sigilo. As suas atividades bem como as gravações das aulas ficarão disponível para sua consulta e de seus pais ou responsáveis em qualquer momento, sendo guardado sob a responsabilidade dos pesquisadores.

A participação na pesquisa não acarretará nenhum custo financeiro a você ou aos seus pais ou responsáveis. Também não haverá nenhum tipo de compensação financeira relacionada à sua participação. Caso haja qualquer despesa adicional ela será de responsabilidade dos pesquisadores.

Havendo qualquer dúvida você ou seus pais ou responsáveis poderão realizar uma ligação a cobrar para o número do coordenador da pesquisa (43-996309244 – João Carlos) e para a mestrandia (53 99973-0442). Este termo está em duas vias, ficando uma cópia com você e outra com o pesquisador. Após a finalização do estudo os pesquisadores apresentarão para todos os alunos que participaram da pesquisa um relatório sobre os principais resultados do estudo. Além disto, também será entregue um relatório à direção da escola e ao seu professor da turma contendo as principais informações do estudo. Além disto, os pesquisadores ficarão à disposição para o esclarecimento de eventuais dúvidas.

Diante do que foi descrito acima, lhe convido a participar da pesquisa “Aprendizagem matemática: O estudo de frações a partir da análise de erros no quarto ano do ensino fundamental de uma escola de Canguçu/RS” assinando este termo, informando que está de acordo com a participação nessa pesquisa.

- Autorizo o registro de minha imagem por foto e filmagem.
- Autorizo o registro de minha imagem somente por foto.
- Autorizo o registro de minha imagem somente por filmagem.

Não autorizo o registro de minha imagem por foto e filmagem.

Nome completo do (a) aluno (a):

\_\_\_\_\_

Assinatura do (a) aluno: \_\_\_\_\_

Nome de pesquisador de campo: Líslei Rutz Wolter

Assinatura da pesquisadora de campo: \_\_\_\_\_

Canguçu, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 2021.

\_\_\_\_\_

Se você tiver alguma consideração ou dúvida sobre a ética da pesquisa, entre em contato: Comitê de Ética em Pesquisa – CEP/Unipampa – Campus Uruguaiana – BR 472, Km 592, Prédio Administrativo – Sala 23, CEP: 97500-970, Uruguaiana – RS. Telefones: (55) 3911 0200 – Ramal: 2289, (55) 3911 0202. E-mail: cep@unipampa.edu.br

**ANEXO III**  
**TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (TCLE)**

**Título do projeto:** Aprendizagem matemática: O estudo de frações a partir da análise de erros no quarto ano do ensino fundamental de uma escola de Canguçu/RS

**Pesquisador de campo:** Líslei Rutz Wolter

**e-mail:** lisleiwolter@gmail.com

**Pesquisador responsável:** João Carlos Pereira de Moraes

**e-mail:** joaomoraes@unipampa.edu.br

**Instituição:** Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA

**Telefone celular do pesquisador para contato (inclusive a cobrar):** (53) 99973-0442– Líslei, (43) 99630-9244 – João Carlos.

Prezado responsável,

Seu filho(a) está sendo convidado(a) para participar da pesquisa “Aprendizagem matemática: O estudo de frações a partir da análise de erros no quarto ano do ensino fundamental de uma escola de Canguçu/RS”, desenvolvida pela Mestranda Líslei Rutz Wolter, discente de Mestrado Profissional em Educação, da Universidade Federal do Pampa – Campus Jaguarão, sob orientação do Professor Dr. João Carlos Pereira de Moraes. O objetivo central do estudo é: Analisar os processos de aprendizagem de fração a partir de uma intervenção com análise de erros no 4º ano do Ensino Fundamental em uma escola na cidade de Canguçu/RS.

A participação do seu filho(a) é voluntária, isto é, ela não é obrigatória, e você tem plena autonomia para decidir se quer ou não que ele(a) participe, bem como retirar a participação dele(a) a qualquer momento. Seu filho(a) não será penalizado(a) de nenhuma maneira caso você decida não consentir a participação ou desistir da mesma.

Após ser esclarecido sobre as informações a seguir, no caso de aceitar que seu filho(a) faça parte do estudo, assine ao final deste documento, que está em duas vias. Uma delas é sua e a outra será arquivada pelo pesquisador responsável.

A participação do seu filho(a) consistirá em realizar atividades sobre frações, elaboradas pelos pesquisadores. Tais atividades serão realizadas no horário normal

Termo de Consentimento Livre e Esclarecido Versão XX; de DIA de MÊS de ANO.

Rubrica pesquisador: \_\_\_\_\_

Rubrica participante: \_\_\_\_\_

de aula. Ao final da pesquisa, os dados obtidos das ações acima serão mantidos em arquivo pelos pesquisadores, por pelo menos 5 anos, conforme Resoluções 466/12 e 510/16 do CNS e orientações do CEP/UNIPAMPA e, com o fim deste prazo, serão destruídos.

Os riscos para participação na pesquisa serão poucos. Porém, poderá haver certo constrangimento do seu filho(a) ao realizar as atividades. Caso os pesquisadores percebam esse fato ao longo das atividades, imediatamente conversarão com seu filho(a) de forma discreta e, se ele(a) não quiser continuar, permitiremos que não realize as atividades. Nesse caso, você será informado do ocorrido e poderá solicitar que o seu filho(a) não participe mais da pesquisa ou que o momento que ele(a) se sentiu constrangido seja excluída da pesquisa.

Como benefício pela participação no estudo, seu filho(a) terá acesso a uma proposta diferente de ensino de frações, podendo criar aprendizados diversificados e conhecimentos aprofundados sobre o assunto.

A qualquer momento, durante a pesquisa, ou posteriormente, você poderá solicitar do pesquisador informações sobre a participação do(a) sua filho(a) e/ou sobre a pesquisa, o que poderá ser feito através dos meios de contato explicitados neste Termo.

Para seu filho (a) participar deste estudo você não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. Os gastos necessários para a participação na pesquisa serão assumidos pelos pesquisadores.

O nome e identidade do seu filho(a) serão mantidos em sigilo, e os dados da pesquisa serão armazenados pelo pesquisador responsável. Os resultados poderão ser divulgados na dissertação de mestrado, em publicações científicas e/ou apresentações em eventos. Além disso, após a análise dos dados, os pesquisadores farão uma reunião na escola com todos envolvidos no estudo para divulgar as conclusões da pesquisa.

Se houver algum dano, decorrente da presente pesquisa, você terá direito à indenização, através das vias judiciais, como dispõem o Código Civil, o Código de

Processo Civil, na Resolução nº 466/2012 e na Resolução nº 510/2016, do Conselho Nacional de Saúde (CNS).

Em caso de dúvida quanto à condução ética do estudo, entre em contato com o Comitê de Ética em Pesquisa da UNIPAMPA. O Comitê é formado por um grupo de pessoas que têm por objetivo defender os interesses dos participantes das pesquisas em sua integridade e dignidade e assim, contribuir para que sejam seguidos padrões éticos na realização de pesquisas.

Tel do CEP/UNIPAMPA: (55) 3911-0202, voip 2289  
 E-Mail: [cep@unipampa.edu.br](mailto:cep@unipampa.edu.br)  
<https://sites.unipampa.edu.br/cep/>  
 Endereço: Campus Uruguaiana – BR 472, Km 592  
 Prédio Administrativo – Sala 7A  
 Caixa Postal 118 Uruguaiana – RS  
 CEP 97500-970

Canguçu/RS, \_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_

Líslei Rutz Wolter, \_\_\_\_\_

Nome e Assinatura do Pesquisador – (pesquisador de campo)

Informo que entendi os objetivos e condições de participação do meu filho(a) na pesquisa intitulada “Aprendizagem matemática: O estudo de frações a partir da análise de erros no quarto ano do ensino fundamental de uma escola de Canguçu/RS” e concordo participação dele(a).

- Autorizo o registro de imagem por foto e filmagem.  
 Autorizo o registro de imagem somente por foto.  
 Autorizo o registro de imagem somente por filmagem.  
 Não autorizo o registro de imagem por foto e filmagem.

Assinatura do responsável pelo participante da pesquisa: \_\_\_\_\_

Nome do responsável pelo participante:

\_\_\_\_\_

## ANEXO IV

### QUESTÕES DO QUESTIONÁRIO

#### 1° Grupo

##### Rodada 1

1- Se eu te falasse o termo **METADE**, liste 5 palavras que vem na sua mente:

- 1- \_\_\_\_\_
- 2- \_\_\_\_\_
- 3- \_\_\_\_\_
- 4- \_\_\_\_\_
- 5- \_\_\_\_\_

2- Diga qual o motivo de você ter escolhido a primeira palavra.

3- Diga qual o motivo de você ter escolhido a segunda palavra.

4- Diga qual o motivo de você ter escolhido a terceira palavra.

5- Seu colega chega para você e pergunta: “o que é METADE?”. Como você explicaria isso para ele?

#### 2° Grupo

##### Rodada 2

6- Se eu te falasse o termo **DIVISÃO**, liste 5 palavras que vem na sua mente:

- 1- \_\_\_\_\_
- 2- \_\_\_\_\_
- 3- \_\_\_\_\_
- 4- \_\_\_\_\_
- 5- \_\_\_\_\_

7- Diga qual o motivo de você ter escolhido a primeira palavra.

8- Diga qual o motivo de você ter escolhido a segunda palavra.

9- Diga qual o motivo de você ter escolhido a terceira palavra.

10- Seu colega chega para você e pergunta: “o que é DIVISÃO?”. Como você explicaria isso para ele?

#### 3° Grupo

##### Rodada 3

11- Você já ouviu falar sobre fração? Lembra quando foi? Conte um pouco sobre isso.

12- Se eu te dissesse que vamos fazer um estudo sobre **FRAÇÃO**, o que você imagina que vamos fazer nas aulas de matemática?

13- Você já ouviu alguma vez a palavra fração? Se sim, conte como foi.

14- Você acha que a palavra fração tem a ver com número? Explique.