

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

MARCOS VINICIO VIEIRA VITA

**COMPARAÇÃO DE DIFERENTES MÉTODOS DE CONVERSÃO DE
COORDENADAS CARTESIANAS GEOCÊNTRICAS PARA GEODÉSICAS
UTILIZANDO O PYTHON**

**ITAQUI
2020**

MARCOS VINICIO VIEIRA VITA

**COMPARAÇÃO DE DIFERENTES MÉTODOS DE CONVERSÃO DE
COORDENADAS CARTESIANAS GEOCÊNTRICAS PARA GEODÉSICAS
UTILIZANDO O PYTHON**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Cartográfica e de Agrimensura da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Cartográfica e de Agrimensura.

Orientador: Isaac Ramos Junior

**ITAQUI
2020**

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

V835c Vita, Marcos Vinicio Vieira

Comparação de diferentes métodos de conversão de
coordenadas cartesianas geocêntricas para geodésicas
utilizando o python / Marcos Vinicio Vieira Vita.

156 p.

Trabalho de Conclusão de Curso(Graduação)-- Universidade
Federal do Pampa, ENGENHARIA CARTOGRÁFICA E DE AGRIMENSURA,
2020.

"Orientação: Isaac Ramos Junior".

1. método direto. 2. sistemas de referência. 3. método
iterativo. I. Título.

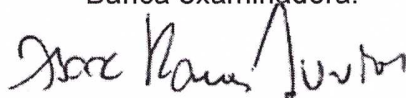
MARCOS VINICIO VIEIRA VITA

COMPARAÇÃO DE DIFERENTES MÉTODOS DE CONVERSÃO DE
COORDENADAS CARTESIANAS GEOCÊNTRICAS PARA GEODÉSICAS
UTILIZANDO O PYTHON

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Engenharia
Cartográfica e de Agrimensura da
Universidade Federal do Pampa, como
requisito parcial para obtenção do Título de
Bacharel em Engenharia Cartográfica e de
Agrimensura

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 01/12/2020.

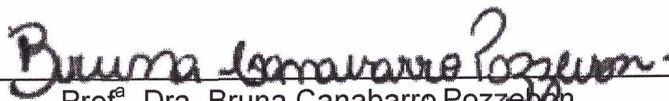
Banca examinadora:



Prof. Esp. Isaac Ramos Junior
Orientador
UNIPAMPA – Itaqui/RS



Prof. Me. Marcelo Jorge de Oliveira
UNIPAMPA – Itaqui/RS



Prof.^a Dra. Bruna Canabarro Pozzebon
UNIPAMPA – Itaqui/RS

Dedico este trabalho ao meu pai (tio), que sempre me deu muito carinho e apoio, não mediu esforços de criar eu e meu irmão como seus filhos e a família, para mim chegar até esta etapa de minha vida, mas infelizmente na reta final não pode ver a nossa conquista.

AGRADECIMENTO

Agradeço primeiramente a Deus por abençoar meus passos e sempre me conceder força, determinação e saúde para chegar até aqui e assim conseguindo a cada fase dá um passo por vez, podendo devagarinho alcançar meus objetivos.

Aos meus pais (tios) Antonio e Maria de Lourdes, que me criaram desde pequeno junto com minha mãe Regina, que hoje não se faz mais presente também, mas sempre está nos meus pensamentos, me apoiaram, e me incentivaram nas minhas decisões, seguir meus sonhos, estiveram presentes todo tempo, apesar da distância e fatalidade do pai no caminho, por isso agradeço muito a mãe e meus irmão Luis e Hugo (primo) pelas forças e carinhos recebidos até aqui. E minha namorada Kauane, que participou uma boa parte da minha graduação, e me apoiou, vivenciou as dificuldades no caminho e viu meus esforços de chegar até aqui.

Ao meu tio Manoel Aleixo, que sempre que pode, me ajudava, com mensagem de incentivos e visitas, e desde o momento da minha partida de Itápolis-SP para Itaqui-RS, e aos demais parentes que apoiaram na minha jornada.

Agradeço a todos os professores que me orientaram e auxiliaram durante a graduação, especialmente ao Prof. Isaac Ramos Junior, que sempre apoiou, ensinou, desde as disciplinas cursadas, ao aceite de ser orientador deste TCC, dando ideia ao tema do mesmo, contribuindo nos aspectos técnicos e dando super atenção nas inúmeras vezes que foram requisitada a vossa ajuda.

Agradeço aos meus amigos Tiago Pilar, por grande companhia nessa graduação na nossa república (casa) durante esses anos, ao Bruno, Juliomar, Robson, Igor Azaourt, Guilherme Muzy, Luis David, Michael, Pablo e outros amigos de graduação que sempre estiveram presente em todos os momentos, desde as madrugadas estudando e trabalhos, aos momentos de conversas e apoio para não desistir.

E a todos que contribuíram de forma direta ou indireta para a realização desse trabalho, para minha formação profissional ou pessoal.

“A imaginação é mais importante que a ciência, porque a ciência é limitada, ao passo que a imaginação abrange o mundo inteiro”.

Albert Einstein

RESUMO

Nas mais variadas aplicações da geodésia, desde o estabelecimento de redes de referência até em pequenas obras de engenharia, rotineiramente os profissionais se deparam com a necessidade de trabalhar com diferentes sistemas de coordenadas. Este fato implica que o projetista deve lançar mão de métodos de conversão de coordenadas entre sistemas que garantam a precisão especificada em cada projeto. Ao mesmo tempo, com o avanço da tecnologia, se percebe que a facilidade com que um programa é desenvolvido, utilizando uma linguagem de programação de alto nível, é aumentada a cada dia. É nesse contexto que este trabalho se encontra, pois realiza a análise e a comparação de dois métodos tradicionais utilizados em geodésia, um direto e um iterativo, para conversão de coordenadas cartesianas geocêntricas tridimensionais para coordenadas geodésicas, a partir de programas desenvolvidos em nuvem, no ambiente Google Colab, na linguagem Python, para analisar suas discrepâncias e ter uma análise de como funciona automação dos receptores através dos métodos. Para realizar esta tarefa, foram utilizados os dados oficiais fornecidos pelo IBGE de 217 estações do Sistema Geodésico Brasileiro, referentes ao Estado do Rio Grande do Sul. As conversões foram feitas por meio de um programa em Python desenvolvido exclusivamente para cada método, cujos resultados foram submetidos à comparação com as coordenadas oficiais, e também entre eles. Os resultados mostraram que as diferenças tanto entre cada método em relação aos dados oficiais, e também entre os métodos, são irrelevantes para aplicações na engenharia, podendo ser usado tanto o método direto quanto o método iterativo analisados, fazendo valer apenas a escolha do engenheiro em relação a qual dos dois métodos se sente mais confortável do ponto de vista da programação.

Palavras-Chave: método direto; sistemas de referência; método iterativo.

ABSTRACT

In the most varied applications of geodesy, from the establishment of reference networks to small engineering works, professionals routinely face the need to work with different coordinate systems. This fact implies that the designer must use methods of converting coordinates between systems that guarantee the precision specified in each project. At the same time, with the advancement of technology, it is noticed that the ease with which a program is developed, using a high-level programming language, is increasing every day. It is in this context that this work finds itself, as it performs the analysis and comparison of two traditional methods used in geodesy, one direct and one iterative, for converting three-dimensional cartesian geocentric coordinates to geodetic coordinates, from programs developed in the cloud, in the Google Colab environment, in the Python language, to analyze their discrepancies and have an analysis of how automation of receivers works through the methods. To perform this task, the official data provided by IBGE of 217 stations of the Brazilian Geodesic System, referring to the State of Rio Grande do Sul were used. The conversions were made through a program developed exclusively for each method, whose results were submitted to comparison with the official coordinates, and also between them. The results showed that the differences both between each method in relation to the official data, and also between the methods, are irrelevant for engineering applications, being able to be used both the direct method and the iterative method analyzed, making only the choice of the engineer in relation which of the two methods is most comfortable from the point of view of programming for him.

Keywords: direct method; reference systems; iterative method.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Conversão e Transformação de coordenadas.....	21
Figura 2 – Formato da Terra encontrado pelas primeiras medições francesas.....	24
Figura 3 – Elipse ligeiramente achatada nos pólo.....	25
Figura 4 – Meridianos.....	27
Figura 5 – Paralelos.....	27
Figura 6 – Latitude e Longitude Geodésicas, no elipsóide.....	28
Figura 7 – Latitude e Longitude Geodésicas, no elipsóide, vistas do espaço, com a grade de meridianos e paralelos.....	29
Figura 8 – Representação exagerada do geóide.....	30
Figura 9 – Ilustração de um Sistema Cartesiano Geocêntrico Tridimensional.....	33
Figura 10 – Sistema dextrógiro	33
Figura 11 – Rotação de um Sistema Cartesiano Tridimensional.....	34
Figura 12 – Coordenadas Geodésicas (latitude, longitude e altitude geométrica)	35
Figura 13 – <i>Conventional Celestial Reference System (CRS)</i>	37
Figura 14 – <i>Earth-Centred, Earth-Fixed (ECEF)</i>	38
Figura 15 – Rede terrestre do GRS-2011.....	41
Figura 16 – Campanha do SIRGAS2000.....	44
Figura 17 – Geometria da Transformação de Bursa-Wolf.....	46
Figura 18 – Síntese das Transformações e Conversões	54
Figura 19 – Tela do ProGrid que mostra um exemplo de Transformação de Coordenadas entre diferentes Sistemas de Referência.....	55
Figura 20 – Tela do ProGrid que mostra um exemplo de Conversão de Coordenadas entre diferentes Sistemas, num mesmo Sistema de Referência.....	56
Figura 21 – Tela inicial do BDG.....	57
Figura 22 – Tela inicial do Google Colab.....	59
Figura 23 – Fluxograma do trabalho.....	60
Figura 24 – Localização das estações do Rio Grande do Sul.....	61

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Exemplos de Elipsóides de Revolução.....	26
Quadro 2 – Maiores diferenças encontradas entre os métodos analisados e as coordenadas oficiais do IBGE, para as 217 estações do RS.....	63

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

A.C – Antes de Cristo
ALTGEOM – Altitude Geométrica
BDG – Banco de Dados Geodésicos
BIH – *Bureau International de l'Heure*
CIS – *Conventional Inertial System*
CGCS2000 – *China Geodetic Coordinate System*
CRS – *Conventional Celestial Reference System*
CTP – *Polo Terrestre Convencional*
CTS – *Coordinated Terrestrial System*
ECEF – *Earth- Centred, Earth-Fixed*
EUA – Estados Unidos da América
G.dec – Grau decimal
GLONASS – *Global Navigation Satellite System Russo*
GNSS – *Global Navigation Satellite System*
GPS – *Global Positioning System*
GRS80 – *Geodetic Reference System 1980*
GTRF – *Galileo Terrestrial Reference Frame*
IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IERS – *International Earth Rotation and Reference System Service*
ITRF – *International Terrestrial Reference Frame*
ITRS – *International Terrestrial Reference System*
NIMA – National Imagery and Mapping Agency
PPM – Partes por milhão
PZ-90 – *Parametry Zemli 1990*
RBMC – Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo
SAD – *South American Datum*
SGB – Sistema Geodésico Brasileiro
SGS-85 – Sistema Geodésico Soviético 1985
SIRGAS2000 – Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas
SIRGAS-COM – Rede Sirgas de Operação Contínua
TRF – *Terrestrial Reference Frame*
TRANSIT OU NAVSAT – *Navy Navigation Satellite System*

UTM – *Universal Transversa de Mercator*

WGS84 – *World Geodetic System 1984*

3D – Tridimensional

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	17
2 CONCEITOS GERAIS E REVISÃO DE LITERATURA	24
2.1 O Elipsóide de Revolução.....	24
2.2 Meridianos e Paralelos	26
2.3 Latitude e Longitude Geodésicas	27
2.4 Geóide.....	30
2.5 Sistemas de Coordenadas	31
2.5.1 Coordenadas Cartesianas Geocêntricas Tridimensionais (x, y, z).....	32
2.5.2 Coordenadas Geodésicas.....	34
2.6 Sistemas de Referência.....	35
2.6.1 WGS84	39
2.6.2 ITRS/ITRF	39
2.6.3 PZ-90	40
2.6.4 CGCS2000	41
2.6.5 SIRGAS.....	42
2.6.5.1 Introdução	42
2.6.5.2 Realizações do Sistema	42
2.7 Transformação e Conversão de coordenadas.....	45
2.7.1 Transformação de Coordenadas Cartesianas Tridimensionais Geocêntricas (X, Y, Z) entre dois sistemas diferentes	45
2.7.2 Transformação de Coordenadas Geodésicas (ϕ, λ, h) entre dois sistemas diferentes.....	48
2.7.3 Conversão de Coordenadas Geodésicas (ϕ, λ, h) para Coordenadas Cartesianas Tridimensionais Geocêntricas (X, Y, Z).....	49

2.7.4 Conversão de Coordenadas Cartesianas Tridimensionais Geocêntricas (X, Y, Z) para Coordenadas Geodésicas (ϕ , λ , h) pelo método iterativo	49
2.7.5 Conversão de Coordenadas Cartesianas Tridimensionais Geocêntricas (X, Y, Z) para Coordenadas Geodésicas (ϕ , λ , h) pelo método direto (não iterativo).....	52
2.8 ProGrid	54
2.9 Banco de Dados Geodésicos do IBGE (BDG).....	56
2.10 Python.....	57
3 METODOLOGIA	59
4 APRESENTAÇÃO DA PESQUISA E ANÁLISE DOS RESULTADOS	62
4.1 Resultados do ProGrid.....	62
4.2 Resultados dos métodos de conversão analisados	62
4.3 Comparação com os dados do IBGE	63
4.4 Comparação entre os métodos.....	64
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	64
REFERÊNCIAS.....	67
APÊNDICES.....	70
APÊNDICE A - SCRIPT EM PYTHON DA CONVERSÃO DE COORDENADAS CARTESIANAS TRIDIMENSIONAIS GEOCÊNTRICAS PARA COORDENADAS GEODÉSICAS PELO MÉTODO ITERATIVO	71
APÊNDICE B - SCRIPT EM PYTHON DA CONVERSÃO DE COORDENADAS CARTESIANAS TRIDIMENSIONAIS GEOCÊNTRICAS PARA COORDENADAS GEODÉSICAS PELO MÉTODO DIRETO	74
ANEXOS.....	76
ANEXO A - COORDENADAS GEODÉSICAS OFICIAIS DAS ESTAÇÕES DO RIO GRANDE DO SUL PERTENCENTES AO SISTEMA GEODÉSICO BRASILEIRO FORNECIDAS PELO IBGE EM SIRGAS2000.....	77
ANEXO B - COORDENADAS CARTESIANAS TRIDIMENSIONAIS GEOCÊNTRICAS FORNECIDAS PELO PROGRID, A PARTIR DAS	

COORDENADAS GEODÉSICAS OFICIAIS FORNECIDAS PELO IBGE PARA O RIO GRANDE DO SUL	87
ANEXO C - COORDENADAS GEODÉSICAS PROCESSADAS NO PYTHON PELO MÉTODO ITERATIVO UTILIZANDO AS COORDENADAS TRIDIMENSIONAIS FORNECIDAS PELO PROGRID DAS ESTAÇÕES DO RIO GRANDE DO SUL PERTENCENTES AO SISTEMA GEODÉSICO BRASILEIRO	97
ANEXO D - COORDENADAS GEODÉSICAS PROCESSADAS NO PYTHON PELO MÉTODO DIRETO UTILIZANDO AS COORDENADAS TRIDIMENSIONAIS FORNECIDAS PELO PROGRID DAS ESTAÇÕES DO RIO GRANDE DO SUL PERTENCENTES AO SISTEMA GEODÉSICO BRASILEIRO	109
ANEXO E - DIFERENÇAS ENTRE AS COORDENADAS GEODÉSICAS PROCESSADAS NO PYTHON PELO MÉTODO DIRETO E PELO MÉTODO ITERATIVO.....	121
ANEXO F - DIFERENÇAS ENTRE AS COORDENADAS GEODÉSICAS PROCESSADAS NO PYTHON PELO MÉTODO DIRETO E AS COORDENADAS FORNECIDAS PELO IBGE.....	133
ANEXO G - DIFERENÇAS ENTRE AS COORDENADAS GEODÉSICAS PROCESSADAS NO PYTHON PELO MÉTODO ITERATIVO E AS COORDENADAS FORNECIDAS PELO IBGE.....	145

1 INTRODUÇÃO

A geodésia é a ciência que trata da determinação da forma e da dimensão da Terra. Segundo o National Geodetic Survey (1987), essa foi essencialmente a definição dada pelo fundador da geodésia moderna, Friedrich Robert Helmert, em 1880. Na prática, definir a geodésia dessa forma é dizer que ela é a ciência que determina, num sistema de coordenadas adequado, as coordenadas de pontos na superfície terrestre. Porém, ao longo dos Séculos XX e XXI novos elementos foram acrescentados a esta definição, pois:

A superfície da Terra, em grande medida, é moldada pela gravidade da Terra, e a maioria das observações geodésicas são referenciadas ao campo gravitacional da Terra. Consequentemente, a definição acima de geodésia inclui a determinação do campo de gravidade externo da Terra. Desde os tempos antigos, o sistema de referência para o levantamento da Terra tem sido fornecido por fontes extraterrestres (estrelas). Isso exige que a orientação da Terra no espaço seja incluída no foco da geodésia. Recentemente, o objetivo da geodésia se expandiu para incluir aplicações em pesquisas oceânicas e espaciais. A geodésia, em colaboração com outras ciências, também está agora envolvida na determinação das superfícies e campos de gravidade de outros corpos celestes, como a lua (geodésia lunar) e planetas (geodésia planetária). Finalmente, a definição clássica deve ser estendida para incluir variações temporais da figura da Terra, sua orientação e seu campo de gravidade (TORGE; MULLER, 2012, p.01).

Contudo, a geodésia como conhecida desde Helmert até os dias de hoje nem sempre foi assim. Desde a Grécia Antiga (pois a palavra “geodésia” vem do grego γη = Terra, e δαιω = Eu divido), ela foi se desenvolvendo ao longo do tempo. Por exemplo, Homero (cerca de 800 A.C) pensava que o Planeta era um disco cercado pelos oceanos. Pitágoras e sua escola (cerca de 550 A.C), propuseram uma forma esférica para a Terra, que foi corroborada por Aristóteles (384-322 A.C), com ajuda de algumas observações, como por exemplo a sombra da Terra na superfície da Lua durante um eclipse, e o desaparecimento gradual de embarcações no horizonte, conforme se afastam da costa em direção ao mar (TORGE; MÜLLER, 2012).

Os antigos, em razão de crenças religiosas e filosóficas, ficaram de certa forma limitados em expandir seus conhecimentos. Nos séculos que vieram após a queda do Império Romano, ou seja, durante a Idade Média, a geodésia, juntamente com diversas outras ciências, ficaram num certo sentido retidas no bojo da Teologia. Os ensinamentos dos Gregos Antigos sobreviveram durante esse período nas versões árabes e, no Século XII voltaram à Europa através da Espanha, e foram traduzidos

para o Latim, que na época era a língua oficial dos intelectuais europeus (VANICEK; KRAKIWSKY, 1986).

Contudo, desde o Século XVI até os dias de hoje, incontáveis avanços ocorreram nas ciências. Trata-se de uma época sobretudo de sistematização de conhecimentos e processos, que trouxeram mais rigor e uma atitude realmente científica, libertando definitivamente as mais diversas ciências da influência grega e da Teologia Medieval. No que diz respeito à geodésia e à cartografia:

Uma reforma de grande relevância foi iniciada pela Academia Francesa, no final do Século XVII, com a determinação direta das dimensões da Terra através de observações astronômicas, a qual deu origem a um importante mapa do mundo, produzida por Jean Dominique Cassini em 1682. Este período de crescimento, diretamente influenciado pelo desenvolvimento da matemática e da astronomia, bem como pela construção e instrumentos de medida mais perfeitos, como os sextantes, teodolitos e cronômetros, não parou até nossos dias. O século XIX é, por seu turno, caracterizado pela criação dos Serviços Geográficos nos países da Europa e América e pela realização de missões de exploração terrestres, e de levantamentos geodésicos e topográficos sistemáticos, os quais possibilitaram um conhecimento mais exato e pormenorizado da geografia da Terra, e da sua forma e dimensões (GASPAR, 2005, p.04).

No Século XX uma nova revolução ocorreu na geodésia. Quando o satélite artificial Sputnik I foi lançado em 1957, a comunidade científica especializada rapidamente percebeu o potencial desta tecnologia, e que a mesma poderia contribuir substancialmente para a geodésia (ASHKENAZI, 2006). Realmente foi o que aconteceu, pois, poucos anos depois, foi criado o GPS (*Global Positioning System*), um sistema composto por satélites artificiais, que levou a geodésia a uma evolução tecnológica sem precedentes.

O GPS nasceu durante o período da Guerra Fria, e foi criado pela Marinha dos Estados Unidos para finalidades militares, mas com o passar do tempo usuários civis também puderam utilizar o sistema, principalmente depois do ano 2000, sobretudo a partir de um decreto do presidente Bill Clinton. Assim:

O GPS se tomou uma ferramenta de navegação e posicionamento quase instantâneo de alta precisão universal, criando a base para centenas de novas aplicações. Mais uma vez, os geodestas lideraram o caminho, concentrando-se em aplicações científicas e de engenharia de alta precisão. Estas aplicações incluíram levantamento e mapeamento, posicionamento em engenharia offshore, monitoramento da dinâmica crustal local e placas tectônicas, movimentos verticais relativos de medidores de maré e movimentos 3-D contínuos de estruturas críticas de engenharia, como

edifícios altos, represas, reservatórios e pontes suspensas longas (ASHKENAZI, 2006, p. 45).

Depois dos americanos, outras iniciativas também apareceram. Foi o caso da Rússia com o GLONASS (em russo: ГЛОНАСС; Глобальная навигационная спутниковая система; *Globalnaya navigatsionnaya sputnikovaya sistema*; *Sistema de Navegação Global por Satélite*), da União Européia com o Galileo, e da China com o BeiDou Navigation Satellite System. Nos dias de hoje, o conjunto de todos esses sistemas de satélites compõem o GNSS (*Global Navigation Satellite Systems*), que se tornou a terminologia correntemente utilizada, pois os receptores modernos recebem sinais de todos esses sistemas (GPS, GLONASS, Galileo e BeiDou).

Nesses sistemas de satélites, as distâncias entre os satélites e o receptor são medidas por meio dos sinais transmitidos pelos satélites e recebidos pelo receptor, que por sua vez não emite nenhum sinal de volta para os satélites. Por essa razão trata-se de um sistema passivo. Assim, os usuários apenas recebem os sinais, não transmitindo nada de volta (VAN SICKLE, 2015). O resultado disso é que não existe limite para o número de receptores que podem monitorar simultaneamente os sinais dos satélites, porque:

Da mesma forma que milhões de televisões podem sintonizar no mesmo canal sem interromper a transmissão, milhões de receptores de sinais dos satélites de posicionamento global podem monitorar os sinais dos satélites sem perigo de sobrecarregar o sistema. Esta é uma peculiaridade do sistema, mas para um bom resultado, os sinais devem conter uma grande quantidade de informações. Um receptor deve ser capaz de reunir todas as informações de que precisa para determinar sua própria posição a partir dos sinais que coleta dos satélites (VAN SICKLE, 2015, p. 01).

A partir dessa tecnologia são obtidas coordenadas precisas dos pontos de interesse, que vão compor o levantamento. Porém, cada um dos sistemas de satélites possui um sistema de referência para determinação de suas coordenadas. Assim, o GPS possui o seu, que denomina-se WGS84 (*World Geodetic System*); o GLONASS possui o seu, que denomina-se Parametry Zemli 1990 (*Parameters of the Earth 1990, PZ-90*), o Galileo o seu, que denomina-se GTRF (*Galileo Terrestrial Reference Frame*), e o BeiDou o seu, que denomina-se CGCS2000 (*China Geodetic Coordinate System*) (SUBIRANA, 2013).

Pelas descrições do parágrafo anterior, percebe-se claramente que, para obtermos coordenadas num único sistema, precisamos realizar transformações, já

que cada um dos sistemas de satélites possui um sistema de referência particular. Assim, no caso do Brasil, que oficialmente adotou o Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (SIRGAS2000) para todos os trabalhos de geodésia efetuados no País, as coordenadas devem ser transformadas para esse sistema, para que possam ser devidamente utilizadas em território Nacional. Num documento oficial, é informado que:

A PRESIDENTA DA FUNDAÇÃO INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA (IBGE), no uso de suas atribuições, e tendo em vista o Decreto nº 5.334 de 6 de janeiro de 2005, a RPR 01/2005, de 25 de fevereiro de 2005, e a RPR 04/2012, de 18 de abril de 2012, RESOLVE:

Art. 1º. Definir a data de 25 de fevereiro de 2015 para término do período de transição para adoção no Brasil do Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (SIRGAS), em sua realização de 2000,4 (SIRGAS2000);

§ 1º - A data definida no caput deste artigo implica uma duração de dez anos para o período de transição, sendo este período o tempo máximo estipulado na RPR 01/2005 e considerado suficiente para os usuários adequarem e ajustarem suas bases de dados, métodos e procedimentos ao novo Sistema.

§ 2º - A partir da data definida no caput deste artigo, todos os usuários no Brasil devem adotar exclusivamente o SIRGAS2000 em suas atividades, encerrando-se o uso concomitante do SAD 69 no Sistema Geodésico Brasileiro e do SAD 69 e Córrego Alegre no Sistema Cartográfico Nacional;

§ 3º - A partir da data definida no caput deste artigo, o IBGE passará a publicar em seu Banco de Dados Geodésicos as coordenadas das estações geodésicas referidas apenas ao SIRGAS2000;

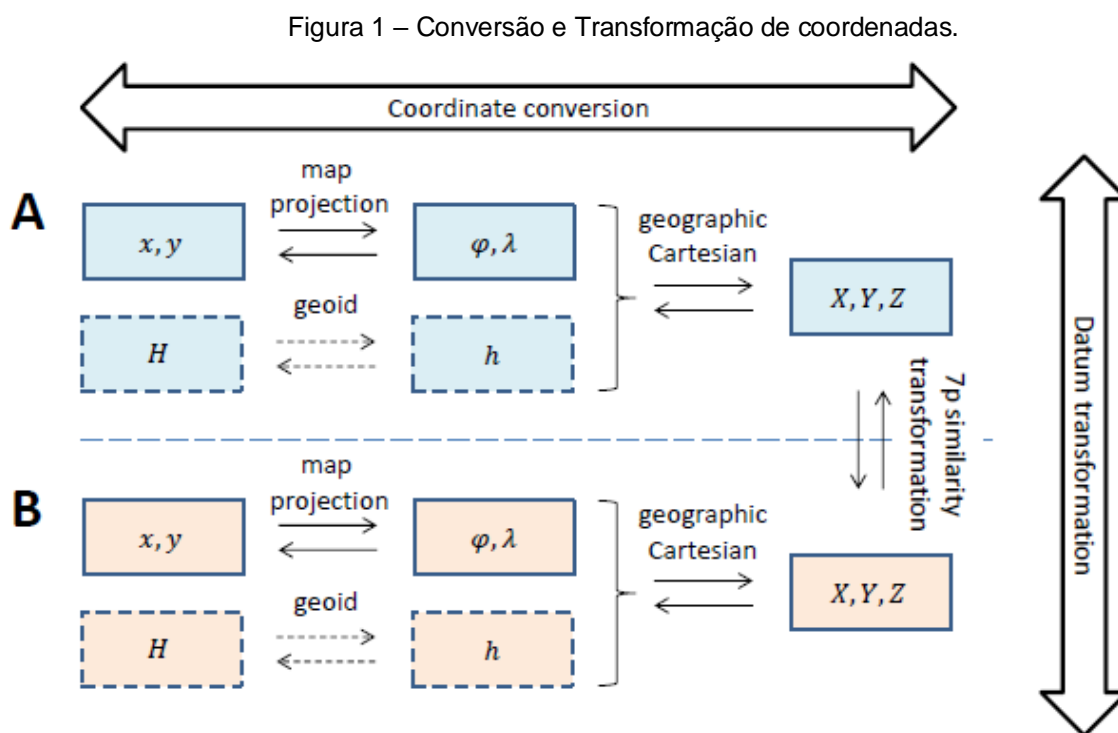
§ 4º - Para transformação de bases de dados referidas às realizações Córrego Alegre 1961, Córrego Alegre 1970+1972, SAD 69, SAD 69/96 para o sistema SIRGAS2000, os usuários devem seguir as orientações descritas no ANEXO desta resolução;

§ 5º - Para a transformação entre os referenciais WGS 84 (sistema geodésico adotado como referência em posicionamentos a partir do uso do Sistema de Posicionamento Global – GPS) e SIRGAS2000, os usuários devem continuar a seguir as orientações divulgadas no portal do IBGE a partir da adoção do SIRGAS2000 e reproduzidas novamente no ANEXO desta resolução (IBGE, 2015, p. 01).

Maiores detalhes sobre o SIRGAS serão dados no item 2.6.5, porém, nota-se no texto acima a importância que se deu às transformações envolvidas entre os diferentes sistemas de referência, sobretudo nos parágrafos 4º e 5º. Segundo Van der Marel (2020), “quando fazemos uma transformação, estamos aplicando mudanças entre diferentes sistemas de referência”. Assim, por exemplo, para obter as coordenadas em SIRGAS2000 de um ponto que possui coordenadas em WGS84, ter-se-á que realizar uma transformação dessas coordenadas de WGS84 para SIRGAS2000, conforme será visto no item 2.7. O mesmo raciocínio pode ser aplicado para quaisquer mudanças entre sistemas de referência. Mas, quando é necessário

fazer mudanças dentro de um mesmo sistema de referência, segundo Van der Marel (2020), utiliza-se a palavra conversão. Assim, procedimentos como mudança de coordenadas cartesianas para geodésicas, se feitas dentro de um mesmo sistema de referência, são consideradas conversões, não transformações. Esta será a terminologia adotada neste trabalho.

A Figura 1 ilustra este raciocínio. Nela, as operações horizontais representam exemplos conversões de coordenadas dentro do mesmo sistema de referência. As operações verticais são exemplos de transformações entre diferentes sistemas de referências, ou seja, do sistema A para B (ou do *datum* A para o B).



Fonte: (VAN DER MAREL, 2020).

Uma conversão, largamente utilizada em “geodésia”. É a conversão entre coordenadas cartesianas e coordenadas geográficas (ou geodésicas). Segundo Hofmann-Wellenhof *et al.* (2008), os sistemas de referência modernos são realizados por um sistema cartesiano geocêntrico. Mas, normalmente, o agrimensor não está muito interessado neste tipo de coordenadas, por motivos de normas e precisão. Em vez disso, ele, em geral, busca coordenadas geodésicas (latitude, longitude e altitude elipsoidal) ou coordenadas planas (como coordenadas num sistema local, por exemplo), para iniciar seus trabalhos.

Então, durante seu ofício, se o agrimensor não estiver trabalhando com um sistema de referência único, ele terá que, por exemplo, inicialmente realizar transformações de todas as coordenadas cartesianas geocêntricas para um único sistema de referência, e posteriormente realizar conversões dentro desse sistema de referência único para obter as coordenadas de acordo com o que se quer trabalhar. Assim, é de suma importância o domínio desse tema, para que não ocorra nenhuma divergência no que diz respeito aos diferentes sistemas de referência utilizados, bem como em relação aos diferentes tipos de coordenadas que se pode trabalhar. Um pequeno erro nessas considerações pode inviabilizar um projeto inteiro.

Chama-se atenção para mais um detalhe. As diferentes constelações de satélites pertencentes ao GPS, GLONASS, Galileo e BeiDou possuem algumas peculiaridades. Entre elas, destacam-se aqui dois conceitos importantes, nomeadamente o de interoperabilidade e o de compatibilidade. Segundo National Security Presidential Directives (2004), interoperabilidade refere-se à capacidade dos serviços espaciais civis de posicionamento, navegação e cronometragem dos EUA e estrangeiros de serem usados em conjunto para fornecer melhores recursos no nível do usuário do que seria alcançado confiando apenas em um serviço ou sinal; e compatibilidade refere-se à capacidade dos serviços espaciais de posicionamento, navegação e cronometragem dos Estados Unidos e estrangeiros de serem usados separadamente ou em conjunto sem interferir com cada serviço ou sinal individual e sem afetar adversamente a navegação.

Assim, mesmo que exista um esforço para que os diferentes sistemas de satélites trabalhem em conjunto, fornecendo resultados cada vez mais precisos e acurados, deve-se levar em consideração que o sistema de referência em que as coordenadas dos pontos do projeto serão determinadas deve ser cuidadosamente selecionado, para que todo esse esforço tecnológico dos sistemas de satélites não sejam perdidos.

Nesse sentido, o agrimensor ainda deve levar em consideração pelo menos mais um ponto. A maioria dos receptores modernos possuem recursos para que se faça a escolha do sistema de referência e do tipo de coordenadas que se quer trabalhar. Assim, por exemplo, se o receptor for configurado para trabalhar com todas as constelações de satélites disponíveis (por exemplo, GPS, GLONASS, Galileo e BeiDou), com o SIRGAS2000 como sistema de referência, e com coordenadas geodésicas (latitude, longitude e altitude elipsoidal), o usuário já receberá as

coordenadas configuradas dessa maneira, devidamente transformadas e convertidas de forma automática pelo *software* do receptor. Nota-se, portanto, que mesmo com a possibilidade de escolha no momento do levantamento e com toda a automação do processo, se o usuário não tiver conhecimento adequado, pode se enganar e acabar cometendo um erro.

A estes fatores há que acrescentar o advento dos computadores que, com seu extraordinário poder de cálculo e de representação visual, tornou possível a realização de cálculos e de manipulações de informações geográficas de uma forma inimaginável antes de sua existência (GASPAR, 2005). E com o desenvolvimento da Informática, várias linguagens de programação foram aparecendo, e foram utilizadas pela geodésia. Uma dessas linguagens, denominada Python, atualmente vem apresentando utilização crescente pela comunidade geodésica, tanto pela sua relativa facilidade, quanto pela sua eficiência e precisão, justamente porque:

Python é uma linguagem orientada a objetos que foi desenvolvida no final dos anos 1980 como uma linguagem de script (o nome é derivado da série de televisão britânica Monty Python's Flying Circus). Embora Python não seja tão conhecido nos círculos de engenharia como algumas outras linguagens, ele tem um número considerável de seguidores na comunidade de programação. Python pode ser visto como uma linguagem emergente, porque ainda está sendo desenvolvida e refinada. Em seu estado atual, é uma excelente linguagem para o desenvolvimento em aplicações de engenharia (KIUSALAAS, 2013, p. 01).

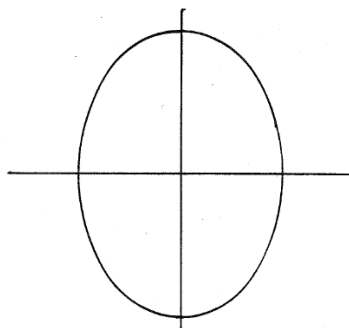
Assim, neste trabalho, com a utilização de programas originais escritos em Python, serão testados dois métodos diferentes de conversão entre coordenadas cartesianas geocêntricas e coordenadas geodésicas, em SIRGAS2000, com comparação dos resultados. A amostra escolhida foi o conjunto das coordenadas oficiais de 217 estações do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) referentes ao Estado do Rio Grande do Sul, disponibilizadas gratuitamente pelo IBGE (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística). O objetivo é avaliar possíveis discrepâncias entre os métodos, e comparar com os dados oficiais fornecidos pelo IBGE, que serão utilizados como padrão, pois assim podemos ter uma noção a origem de como são feitas as linguagens de programação dos receptores e assim saber sua automação que acontece dentro deles.

2 CONCEITOS GERAIS E REVISÃO DE LITERATURA

2.1 O Elipsóide de Revolução

O início das considerações do elipsóide como forma da Terra se deu a partir de 1666, em razão das medições realizadas pela *Académie Royale des Sciences*, para preparar um mapeamento mais acurado da França e estudar com mais precisão a forma do Planeta. Assim, em 1669, Picard iniciou as medições de um arco de meridiano nas proximidades de Paris, e entre 1683 e 1716 esse arco foi estendido para o sul até Collioure, e para o norte até Dunkirk pela equipe liderada por Lahire, Dominique e Cassini. Os cálculos resultantes dessas medições indicaram que o comprimento do arco do meridiano era menor à medida que se aproximava do pólo. Esta conclusão entrou em conflito direto com a noção da Terra esférica (RAPP, 1991). A Figura 2 ilustra a conclusão dos franceses sobre o formato encontrado após as medições e os cálculos, sendo o Equador representado pela linha horizontal, e a linha de ligação dos dois pólos representada pela linha vertical.

Figura 2: Formato da Terra encontrado pelas primeiras medições francesas.



Fonte: (RAPP,1991).

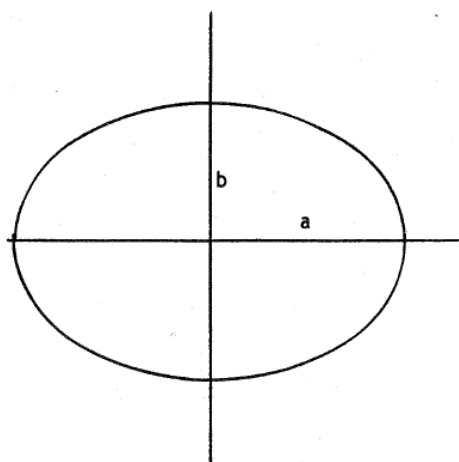
Porém, as medições francesas entraram em divergência com a teoria sobre a forma da Terra proposta por Isaac Newton, já que:

Newton, ao considerar sua teoria da atração, postulou que a Terra em rotação deveria ser achatada nas áreas polares. Isso implicaria que, conforme se viaja em direção ao Equador, nos afastamos do centro da Terra. O efeito disso foi realmente observado por Richter em 1672, em relógios de pêndulo que marcavam o tempo corretamente em Paris, mas atrasavam 2,5 minutos por dia quando trazidos para Caiena, localizada perto do Equador na América do Sul. Este tempo perdido era consistente com a teoria de Newton por causa da diminuição da gravidade ao ir de Paris a Caiena (RAPP, 1991, p. 03).

Estabelecido o conflito, a *Académie Royale des Sciences* realizou duas expedições geodésicas para resolver a questão. Uma delas foi realizada entre 1734 e 1741, no Peru numa latitude em torno de $-1,5^\circ$ (próxima do Equador), e foi coordenada por Godin, La Condamine e Bouguer. A outra expedição, realizada entre 1736 e 1737), se dirigiu até a Lapônia, numa latitude em torno de $66,3^\circ$ (próxima do Pólo Norte), sob a direção de Maupertuis e Clairaut. O resultado dessas expedições indicou que o comprimento de um arco de 1° de meridiano era maior na região polar do que na região próxima do Equador, convergindo com a teoria newtoniana (RAPP, 1991).

Assim, a partir deste episódio, a Terra passou a ser considerada como uma elipse ligeiramente achatada nos pólos que gira em torno de seu eixo menor, também conhecido como elipsóide de revolução ou simplesmente elipsóide. A Figura 3 ilustra a forma encontrada, sendo o Equador representado pela linha horizontal, e a linha de ligação dos dois pólos representada pela linha vertical.

Figura 3: Elipse ligeiramente achatada nos pólos.



Fonte: (RAPP, 1991).

Na Figura 3 temos explícitos dois elementos importantes: representado pela letra a , na horizontal, o semieixo maior; e representado pela letra b , na vertical, o semieixo menor. Ambos são considerados como parâmetros do elipsóide, porém a comunidade geodésica costuma trabalhar com o semieixo maior e com o achatamento (f), que pode ser calculado pela Equação 1.

$$f = \frac{(a - b)}{a} \quad (1)$$

A partir de então, conforme cada País realizava suas medições, novos elipsóides foram propostos, tendo seus parâmetros principais divulgados. O Quadro 1 mostra alguns exemplos.

Quadro 1: Exemplos de Elipsóides de Revolução

Ellipsoid Name (year computed)	semi-major axis, a [m]	inverse flattening, $1/f$
Airy (1830)	6377563.396	299.324964
Everest (1830)	6377276.345	300.8017
Bessel (1841)	6377397.155	299.152813
Clarke (1866)	6378206.4	294.978698
Clarke (1880)	6378249.145	293.465
Modified Clarke (1880)	6378249.145	293.4663
International (1924)	6378388.	297.
Krassovski (1940)	6378245.	298.3
Mercury (1960)	6378166.	298.3
Geodetic Reference System (1967), GRS67	6378160.	298.2471674273
Modified Mercury (1968)	6378150.	298.3
Australian National	6378160.	298.25
South American (1969)	6378160.	298.25
World Geodetic System (1966), WGS66	6378145.	298.25
World Geodetic System (1972), WGS72	6378135.	298.26
Geodetic Reference System (1980), GRS80	6378137.	298.257222101
World Geodetic System (1984), WGS84	6378137.	298.257223563
TOPEX/Poseidon (1992) (IERS recomm.)*	6378136.3	298.257

* McCarthy (1992)

. Fonte: (JEKELI, 2016).

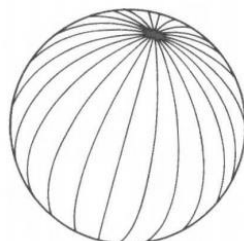
A utilização de um elipsóide como superfície de referência requer a definição da sua dimensão, forma e posição. O estabelecimento desses parâmetros constitui a definição de um *datum* geodésico (MATOS, 2008).

No caso do Brasil, associado ao Sistema de Referência oficial (SIRGAS2000), atualmente o elipsóide do GRS80 é utilizado (IBGE, 2005).

2.2 Meridianos e Paralelos

Os meridianos são círculos máximos que, em consequência, cortam a Terra em duas partes iguais, de pólo a pólo. Sendo assim, todos os meridianos se cruzam entre si, em ambos os pólos (OLIVEIRA, 1993). Esses círculos estão representados na Figura 4.

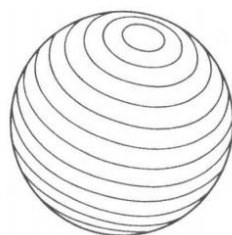
Figura 4: Meridianos.



Fonte: (OLIVEIRA, 1993).

Quanto aos paralelos, que, por sua vez, cruzam os meridianos perpendicularmente, isto é, em ângulos retos, apenas um é um círculo máximo, denominado de Equador (0°). Os outros, tanto no hemisfério norte quanto no hemisfério sul, vão diminuindo de tamanho, à proporção que se afastam do Equador, até se transformarem em cada pólo, num ponto, isto é, 90° . Os graus dos paralelos, que, como se viu, principiam no Equador, seguem, em cada hemisfério, para o norte ou para o sul, até 90° . Desta maneira, no hemisfério norte, à altura de $23^\circ 27'$ é determinado o Trópico de Câncer (Trópico de Capricórnio no hemisfério sul) e aos 30° no pólo é marcado o Círculo Polar Ártico (no hemisfério sul, o Círculo Polar Antártico) até o pólo (90°) (OLIVEIRA, 1993). A Figura 5 ilustra estes círculos.

Figura 5: Paralelos.



Fonte: (OLIVEIRA, 1993).

Nos casos em que se utiliza o elipsóide como superfície de referência no lugar da esfera, os paralelos e os meridianos passam a denominar-se de paralelos e meridianos geodésicos.

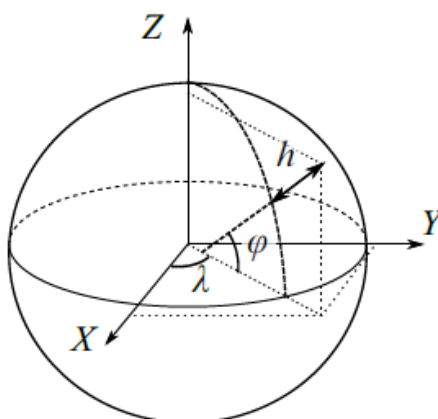
2.3 Latitude e Longitude Geodésicas

Segundo o Coast and Geodetic Survey (1948), latitude geodésica (φ) é “o ângulo que a normal ao elipsóide em um ponto faz com o plano do equador geodésico”. É considerada positiva se estiver acima do Equador (Hemisfério Norte), e

negativa se estiver abaixo do Equador (Hemisfério Sul). No Equador é considerada zero.

A longitude geodésica (λ), de acordo com Coast and Geodetic Survey (1948), é o “o ângulo entre o plano do meridiano geodésico do lugar e o plano de um meridiano inicial, escolhido arbitrariamente”. No caso, o meridiano arbitrário considerado é o Meridiano de Greenwich, também conhecido como Primeiro Meridiano, que é representado pelo meridiano que passa pelo observatório da cidade de Greenwich, na Inglaterra. A longitude geodésica é considerada positiva se o ponto estiver a Leste (*East*) de Greenwich, e negativa se estiver a Oeste (*West*) de Greenwich. A Figura 6 ilustra esses conceitos.

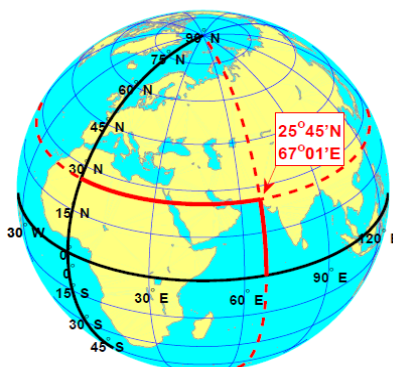
Figura 6: Latitude e longitude geodésicas, no elipsóide.



Fonte: (VAN DER MAREL, 2020).

Na Figura 7, nota-se a representação de uma grade composta por linhas de paralelos e meridianos geodésicos, compondo as diferentes latitudes e longitudes geodésicas, vistas do espaço sideral. O primeiro meridiano (passando por Greenwich) e o Equador estão em preto com os valores de latitude e de longitude, respectivamente. Como exemplo de localização, temos o meridiano e o paralelo em Karachi, Paquistão (latitude $25^{\circ}45'N$ e longitude $67^{\circ}01'E$), representada pelas linhas em vermelho (VAN DER MAREL, 2020).

Figura 7: Latitude e longitude geodésicas, no elipsóide, vistas do espaço, com a grade de meridianos e paralelos.



Fonte: (VAN DER MAREL, 2020).

No que diz respeito à aplicação dos conceitos de latitude e longitude geodésicas no elipsóide, deve-se fazer mais uma relevante consideração. A descrição de um elipsóide, como mencionado no item 2.1, é em geral feita com a utilização do semieixo maior, do semieixo menor e do achatamento. Porém, outras quantidades muitas vezes também são utilizadas, como por exemplo a primeira excentricidade ao quadrado (e^2), que pode ser calculada por:

$$e^2 = \frac{a^2 - b^2}{a^2} \quad (2)$$

Além da primeira excentricidade ao quadrado, segundo Matos (2008), em diversas fórmulas, nomeadamente nas projeções cartográficas, intervêm dois raios de curvatura: o raio de curvatura segundo o primeiro vertical ou grande normal (R_n ou N) e o raio de curvatura segundo o meridiano (R_m ou M), dados respectivamente por:

$$N = \frac{a}{\sqrt{1 - e^2 \sin^2 \phi}} \quad (3)$$

$$M = \frac{a(1 - e^2)}{\sqrt{(1 - e^2 \sin^2 \phi)^3}} \quad (4)$$

As deduções das equações (2), (3), e (4), podem ser encontradas em Hosmer (1920). Mais informações sobre como a latitude e a longitude são usadas em geodésia serão apresentadas no item 2.5.2.

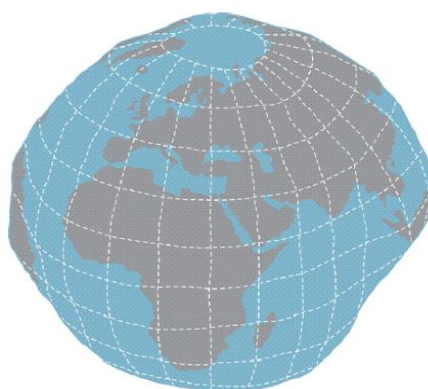
2.4 Geóide

Depois da determinação do elipsóide como forma da Terra, os estudos continuaram não somente no sentido de refinar este modelo, mas também no sentido de encontrar um outro modelo que se aproximasse mais da realidade.

Nesse sentido os geodestas passaram a considerar que um modelo mais próximo do real estava associado com a superfície dos oceanos, pois eles são responsáveis por algo em torno de 70% da superfície do Planeta. Foi esse o principal caminho que Listing, em 1872, utilizou para introduzir um novo conceito, o de geóide, que foi considerado por ele como a superfície imperturbada dos oceanos prolongada pelos continentes. A partir desse momento, os elipsóides passaram a ser considerados como aproximações do geóide (RAPP, 1991).

Depois desse início, Helmert, em 1884 definiu o geóide de forma mais precisa, identificando-o com a superfície dos oceanos não perturbados, sem influências das marés, dos ventos, da temperatura, da pressão, das diferenças de concentração de sal, etc. Foi assim que o geóide passou a ser associado com a superfície equipotencial do campo de gravidade da Terra. Porém, o geóide como forma da Terra apresentou algumas dificuldades, tanto em relação à sua dinâmica, quanto em relação à sua modelagem matemática, pois o geóide é um modelo físico para a forma da Terra, e dificulta muito o tratamento matemático. A Figura 8, de forma um pouco exagerada para melhor entendimento, mostra um exemplo de como seria o geóide.

Figura 8: Representação exagerada do geóide.



Fonte: (VAN SICKLE, 2017).

Assim, essas características peculiares dificultaram bastante a aplicação do geóide, sobretudo quando existe necessidade de maior exatidão, pelo fato de que:

Infelizmente, a definição do geóide dada acima não é totalmente realizável. Isso ocorre porque a superfície do oceano é uma superfície dinâmica em constante mudança devido a muitas correntes, etc. No entanto, esses efeitos são geralmente no nível de um metro, de modo que, para muitos propósitos, podemos identificar o nível médio do mar com o geóide (RAPP, 1991, p. 05).

As afirmações acima em geral são corroboradas pela maioria dos cientistas da área, já que:

A irregularidade geométrica do geóide torna complexa a sua expressão analítica e obriga à sua substituição por superfícies de geometria regular e expressão analítica mais simples quando se tem em vista a utilização de uma superfície para suporte ao georreferenciamento: esferas e elipsóides de revolução (MATOS, 2008, p. 53).

É sobretudo pelas razões apresentadas que o elipsóide ainda é utilizado pela geodésia, pois, além de se aproximar bastante do geóide, diferentemente deste, o elipsóide possui uma modelagem matemática precisa, facilitando muito os trabalhos aplicados à engenharia.

2.5 Sistemas de Coordenadas

Um sistema de coordenadas é um meio de referenciar posições no espaço através de medidas de comprimentos, de ângulos, ou de ambos, tomadas a partir de origens determinadas (GASPAR, 2005).

Existem diversas formas de sistemas de coordenadas, porém neste trabalho serão tratados os seguintes: o sistema de coordenadas cartesianas 3D geocêntricas e o sistema de coordenadas geodésicas, pois:

Em geodésia, as coordenadas pretendem se conformar com a forma da Terra, sendo esféricas ou elipsoidais para aplicações regionais e globais, e cartesianas para aplicações locais onde a geometria plana é suficiente. Hoje em dia, com os satélites artificiais fornecendo sistemas de referência para determinação de coordenadas, o tipo cartesiano se tornou muito importante e útil para o georreferenciamento. Mas, como o sistema de coordenadas geodésicas (latitude/longitude) sempre terá o apelo mais direto para aplicações terrestres (levantamento, navegação próxima à superfície, posicionamento e mapeamento), é importante estudar em detalhes as coordenadas associadas a um elipsóide nesse sistema (JEKELI, 2016, p. 2-1).

A citação acima é um dos pontos fundamentais deste trabalho. Assim, a seguir serão descritos aspectos importantes do sistema de coordenadas cartesianas geocêntricas 3D, e do sistema de coordenadas geodésicas.

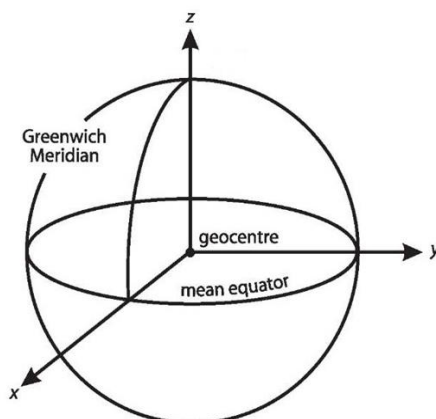
2.5.1 Coordenadas Cartesianas Geocêntricas Tridimensionais (x, y, z)

Os sistemas cartesianos receberam esse nome em homenagem a René Descartes, um matemático e filósofo francês. No mundo do século XVII, ele também era conhecido pelo nome latino Renatus Cartesius, o que em certa medida pode explicar por que temos toda uma categoria de coordenadas conhecidas como “coordenadas cartesianas”. Descartes não inventou realmente tal sistema, apesar da existência de uma história em que ele assiste uma mosca andar pelo teto e, em seguida, ele rastreia o caminho feito por ela utilizando este sistema de coordenadas. Muito antes disso, por volta de 250 A.C, aproximadamente, o matemático, geógrafo e astrônomo grego Eratóstenes usava uma grade semelhante a um tabuleiro de xadrez para localizar posições na Terra, e mesmo ele não foi o primeiro. Um matemático chamado Dicearco teve a mesma ideia básica antes dele.

No entanto, Descartes foi provavelmente o primeiro a usar gráficos para traçar e analisar funções matemáticas. Ele definiu as regras que usamos agora para sua versão particular de um sistema de coordenadas em duas dimensões definidas em um plano por dois eixos (VAN SICKLE, 2017).

Tradicionalmente em geodésia, num sistema cartesiano geocêntrico tridimensional (3D), a origem se localiza no centro de massa da Terra (geocentro), o eixo x pertence ao plano do Equador, na direção do Meridiano de Greenwich, o eixo y é perpendicular ao eixo x, e o eixo z aponta na direção do pólo, constituindo um sistema 3D ortogonal. A Figura 9 ilustra este modelo.

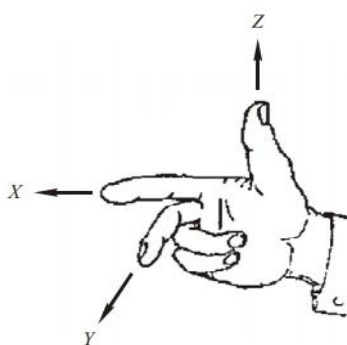
Figura 9: Ilustração de um Sistema Cartesiano Geocêntrico Tridimensional.



Fonte: Adaptado de <http://what-when-how.com/gps/geocentric-earth-fixed-coordinate-systems-gps>

Como exposto acima, trata-se de um sistema dextrógiro. Isso significa que ele pode ser descrito pelo seguinte modelo: o dedo indicador estendido da mão direita simboliza a direção positiva do eixo x. O dedo médio da mesma mão estendido em ângulo reto com o indicador simboliza a direção positiva do eixo y. O polegar estendido da mão direita, perpendicular a ambos, simboliza a direção positiva do eixo z, como mostra a Figura 10.

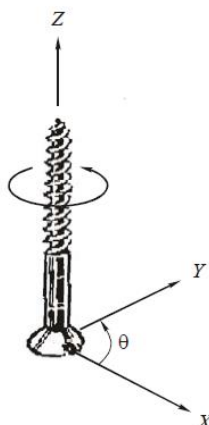
Figura 10: Sistema dextrógiro.



Fonte: (DEAKIN, 2004a).

A rotação nesse sistema, ainda utilizando a mão direita, se dá de forma que o eixo x “avança” em direção ao eixo y, girando o sistema (Figura 11).

Figura 11: Rotação de um Sistema Cartesiano Tridimensional.



Fonte: (DEAKIN, 2004a).

O sistema cartesiano geocêntrico tridimensional é normalmente usado internamente como um sistema de transição. Assim, por exemplo, muitas vezes é utilizado como uma base para cálculos de transformações e conversões geodésicas, como será visto adiante.

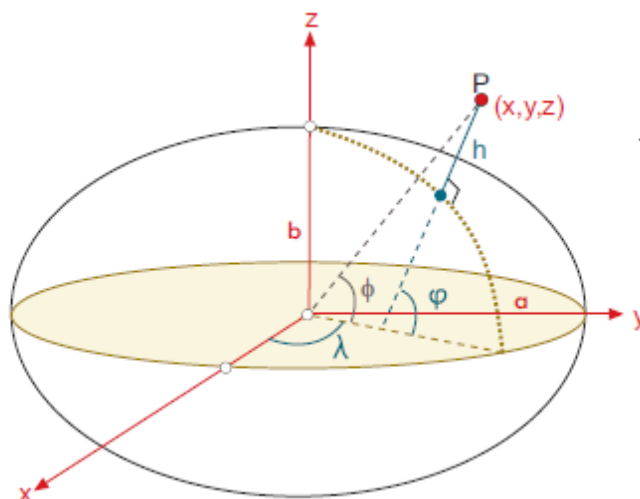
2.5.2 Coordenadas Geodésicas

Latitude geodésica e longitude geodésica, conforme descrito no item 2.3, são duas coordenadas que representam uma posição na superfície do elipsóide com ângulos em vez de distâncias. Geralmente os ângulos são medidos em graus, mas graus e/ou radianos também podem ser usados. As linhas de latitude e de longitude sempre se cruzam em ângulos retos, como fazem as linhas de uma grade cartesiana, mas a latitude e a longitude são representadas por curvas em vez de uma superfície plana. Com isso é possível imaginar que haja um número infinito dessas linhas no modelo elipsoidal da Terra. Em outras palavras, todo e qualquer ponto no elipsóide tem uma linha de latitude e uma linha de longitude passando por ele.

A partir do momento em que se insere a distância entre um ponto localizado na superfície terrestre e esse ponto no elipsóide, temos a altitude geométrica (ou altitude elipsoidal), que, adicionada ao par latitude/longitude, compõem as coordenadas geodésicas daquele ponto. No mapeamento, a latitude é geralmente representada pela letra grega phi (φ), a longitude é geralmente representada pela letra grega lambda (λ) e a altitude geométrica pela letra h. A Figura 12 ilustra os conceitos de latitude e de longitude geodésicas, sendo o ponto P um ponto na superfície terrestre,

e o ângulo ϕ , com vértice no geocentro, a latitude geocêntrica. A latitude geocêntrica não será considerada neste trabalho.

Figura 12: Coordenadas Geodésicas (latitude, longitude e altitude geométrica).



Fonte: (SUBIRANA et al, 2013).

Na Figura 12, estão representadas também as coordenadas cartesianas tridimensionais (x,y, z) , e se pode observar facilmente que:

O Sistema Cartesiano (x, y, z) dos Sistemas de Referência Terrestres pode ser expresso no elipsóide na forma de coordenadas geodésicas (ϕ, λ, h) , em que ϕ e λ são respectivamente a latitude elipsoidal e a longitude elipsoidal, e h é a altura acima do elipsóide do ponto (SUBIRANA, 2013, p. 49).

Portanto, analisando a Figura 12, e levando em conta a citação acima, percebe-se facilmente que existe um relacionamento matemático entre as coordenadas cartesianas tridimensionais e as coordenadas geodésicas. Este tópico será abordado com mais detalhes no item 2.7.

2.6 Sistemas de Referência

Os sistemas de referência (*Reference Systems*), são necessários para descrever a posição e o movimento da Terra e de outros corpos celestes, incluindo satélites artificiais, posições e movimentos na superfície da Terra e das partes estáticas e dinâmicas do campo gravitacional terrestre. Eles são representados por sistemas de coordenadas, que, no espaço newtoniano, são tridimensionais em princípio, e definidos com relação à origem, orientação e escala. Uma quarta

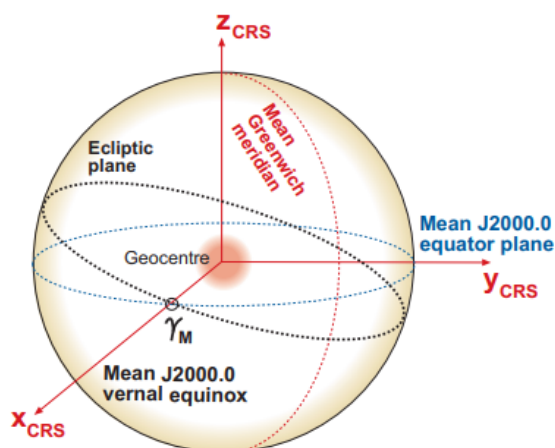
dimensão, o tempo, entra através do movimento mútuo da Terra e de outros corpos celestes, e através das variações temporais da forma da Terra, de seu campo de gravidade e de sua orientação.

Os Sistemas de Referência são realizados (materializados) por meio dos denominados *Reference Frames*, que consistem em um conjunto de pontos fixos ou objetos bem determinados, dados por suas coordenadas e (se necessário) velocidades em uma determinada época. Eles servem para modelar observações geodésicas, em função de uma infinidade de parâmetros geométricos e físicos de interesse em geodésia e outras geociências. (TORGE & MÜLLER, 2012). Modernamente, sistemas cartesianos geocêntricos tridimensionais, em geodésia, são utilizados principalmente para descrever as posições terrestres dos receptores derivadas de posições dos satélites artificiais.

As coordenadas dos satélites GNSS e as coordenadas do receptor do usuário devem ser expressas em sistemas de referência bem definidos, o que significa que uma acurada definição e materialização desses sistemas é essencial para a garantia da precisão do posicionamento. Dois dos principais sistemas de referência usados em geodésia, ambos cartesianos, são o *Conventional Celestial Reference System* (CRS, também chamado de *Conventional Inertial System*, CIS), em que são determinadas as coordenadas dos satélites; e o *Conventional Terrestrial Reference System* (também chamado de *Coordinated Terrestrial System*, CTS, ou de *Earth-Centred, Earth-Fixed*, ECEF), em que são determinadas as coordenadas do usuário.

O *Conventional Celestial Reference System* (CRS) é um sistema *quase-inercial*, porque ele é afetado pela aceleração devida ao movimento da Terra em torno do Sol. Possui origem no centro de massa da Terra, tratando-se, portanto, de um sistema cartesiano geocêntrico tridimensional. O eixo X aponta na direção do equinócio vernal médio; o eixo Z é ortogonal ao plano definido pelo Equador médio (plano fundamental) e o eixo Y é ortogonal aos eixos anteriores, de modo a formar um Sistema 36extrogiro (SUBIRANA et al., 2013). A Figura 13 é um exemplo de CRS.

Figura 13: *Conventional Celestial Reference System (CRS).*

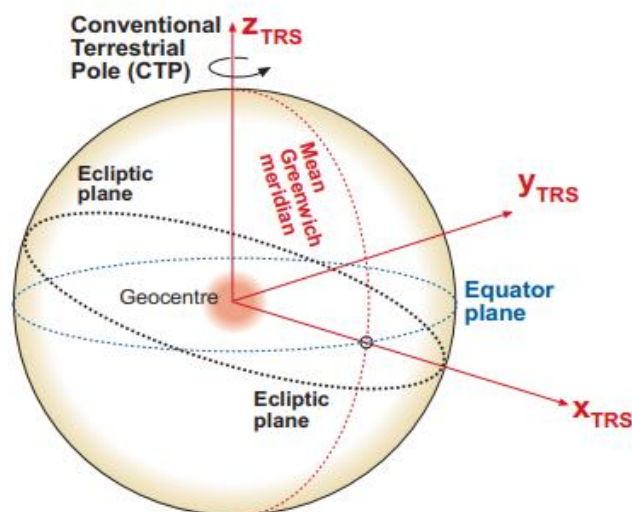


Fonte: (SUBIRANA et al., 2013).

Porém, para calcular a posição de um receptor GNSS, é mais conveniente usar um sistema de coordenadas que gira com a Terra. Tal sistema é o *Earth-Centred, Earth-Fixed* – ECEF, (KAPLAN & HEGARTY, 2017). Sua definição envolve um modelo matemático da Terra física em que as posições dos pontos são expressas e apresentam pequenas variações temporais devido aos efeitos geofísicos (movimento das placas, marés, etc.).

O ECEF é geocêntrico, pois tem sua origem no centro de massa da Terra. O eixo Z é idêntico à direção do eixo de rotação da Terra conforme definido pelo Pólo Terrestre Convencional (CTP), o eixo X é definido como a interseção do plano equatorial (ortogonal ao eixo Z) com a média do meridiano de Greenwich, e o eixo Y é ortogonal a ambos, tornando o sistema 37extrogiro. A materialização (ou realização) desse sistema é chamada de *Terrestrial Reference Frame* (TRF) e é determinada por meio das coordenadas de um conjunto de pontos na Terra que servem como pontos de referência. Um exemplo do TRF é o *International Terrestrial Reference Frame* (ITRF), introduzido pelo Serviço Internacional de Sistemas de Referência e Rotação da Terra (*International Earth Rotation and Reference Systems Service* - IERS) e atualizado a cada época (ITRF94, ITRF96, ITRF97, ITRF2000, ITRF2005, ITRF2008, e ITRF2014), (SUBIRANA et al., 2013).

Figura 14: *Earth-Centred, Earth-Fixed (ECEF)*.



Fonte: (SUBIRANA et al., 2013).

Outros exemplos de referenciais terrestres (*Reference Frames*) são o *World Geodetic System 84 (WGS84)*, que é utilizado pelo GPS, o *Parametry Zemli 1990 (Parameters of the Earth 1990, PZ-90)* utilizado pelo GLONASS, o *Galileo Terrestrial Reference Frame (GTRF)*, utilizado pelo Galileo, e o *Sistema de Coordenadas Geodésicas da China 2000 (China Geodetic Coordinate System, CGCS2000)* utilizado pelo Beidou, e o *Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas (SIRGAS2000)* utilizado no Brasil. Porém, como será visto adiante, todos os sistemas citados neste parágrafo se relacionam de alguma maneira com alguma realização do ITRF (ITRF94, ITRF96, ITRF97, ITRF2000, ITRF2005, ITRF2008, ITRF2014).

Segundo Kaplan e Hegarty (2017), “o resultado do processo de navegação por satélite são as coordenadas cartesianas (x, y, z) do receptor do usuário, no Sistema ECEF. A partir daí, é muito comum converter essas coordenadas em latitude, longitude, e altitude do receptor”. Ressalta-se que também são muito comuns as transformações entre os diferentes sistemas de referência pertencentes às diferentes constelações de satélites, como GPS, GLONASS, Galileo e BeiDou. No caso do Brasil, as coordenadas devem ser transformadas para o SIRGAS2000, sistema oficialmente adotado no País.

A seguir, serão discutidos com um pouco mais de detalhes alguns dos Sistemas de Referência comumente utilizados no mundo, nomeadamente o WGS84, o ITRF, PZ-90, CGCS2000, e o SIRGAS2000.

2.6.1 WGS84

Provavelmente o WGS84 (*World Geodetic System*) é o sistema de referência mais conhecido no mundo. Este fato é de fácil compreensão, já que é o sistema de referência do GPS.

Este sistema geocêntrico foi originalmente realizado (materializado) pelas coordenadas de cerca de 1500 pontos na superfície da Terra, que foram originalmente derivados das observações do antigo sistema TRANSIT, da Marinha dos EUA, que por sua vez possuía uma acurácia entre 1 e 2 metros por ponto, enquanto que a acurácia do ITRF era de poucos centímetros. Mas, em relação à evolução do WGS84:

Em 1996, a National Imagery and Mapping Agency (NIMA) implementou uma versão revisada, denominada de WGS84 (G873). Este é realizado (materializado) por estações de monitoramento com coordenadas refinadas. O elipsóide associado é agora definido por quatro novos parâmetros, que são ligeiramente diferentes dos respectivos valores de ITRF. O WGS-84 (G1150) mais refinado foi introduzido em 2002. Com relação ao ITRF2005, o WGS84 atual mostra diferenças sistemáticas insignificantes na ordem de 1 cm (HOFMANN-WELLENHOF et al, 2008, p. 314).

Para a última realização, não existem parâmetros de transformação oficiais entre o WGS84 e o ITRF. As novas realizações do WGS84 são ajustadas ocasionalmente para atualizar as coordenadas da estação de rastreamento em razão da velocidade das placas tectônicas.

2.6.2 ITRS/ITRF

O *International Terrestrial Reference System* (ITRS) é um sistema de referência global que gira junto com a Terra. É realizado por meio de uma rede de referência terrestre internacional (ITRF), que fornece as coordenadas de um conjunto de pontos localizados na superfície terrestre, sendo que:

O ITRS é realizado por meio de uma série de Vértices materializados, que é realizado pela International Terrestrial Reference Frame (ITRF). Conceber um sistema de referência terrestre global não é trivial, pois a Terra não é um corpo rígido. Até mesmo a camada externa, a crosta terrestre, é flexível e muda sob a influência das marés terrestres, carregadas pelos oceanos, pela atmosfera e pela tectônica de placas. De uma perspectiva global, os pontos não são estáticos, mas estão em movimento. Portanto, cada ITRF individual contém posições e velocidades de cada estação, muitas vezes junto com matrizes de variância e covariância, calculadas usando observações de técnicas de geodésia espacial. As estações estão localizadas em locais que cobrem todos os continentes e placas tectônicas da Terra. Até o momento, existem treze realizações do ITRS. O ITRF2008 e o ITRF2014 são as duas

últimas realizações. O ITRF é mantido por uma rede internacional de observatórios geodésicos espaciais e uma rede internacional de estações de rastreamento GNSS, e é a rede de referência terrestre mais precisa até hoje. Portanto, é freqüentemente usado como base para outros referenciais, ou, como um intermediário para descrever relações entre sistemas de coordenadas. Por exemplo, o conhecido WGS84, usado pelo GPS, está diretamente ligado ao ITRF (VAN DER MAREL, 2020, p. 62).

Com base no exposto, percebe-se que o ITRF é um importante sistema de referência. No Brasil, como será visto adiante, o SIRGAS2000 foi adotado a partir de uma realização do ITRF, somado à realização de um adensamento deste.

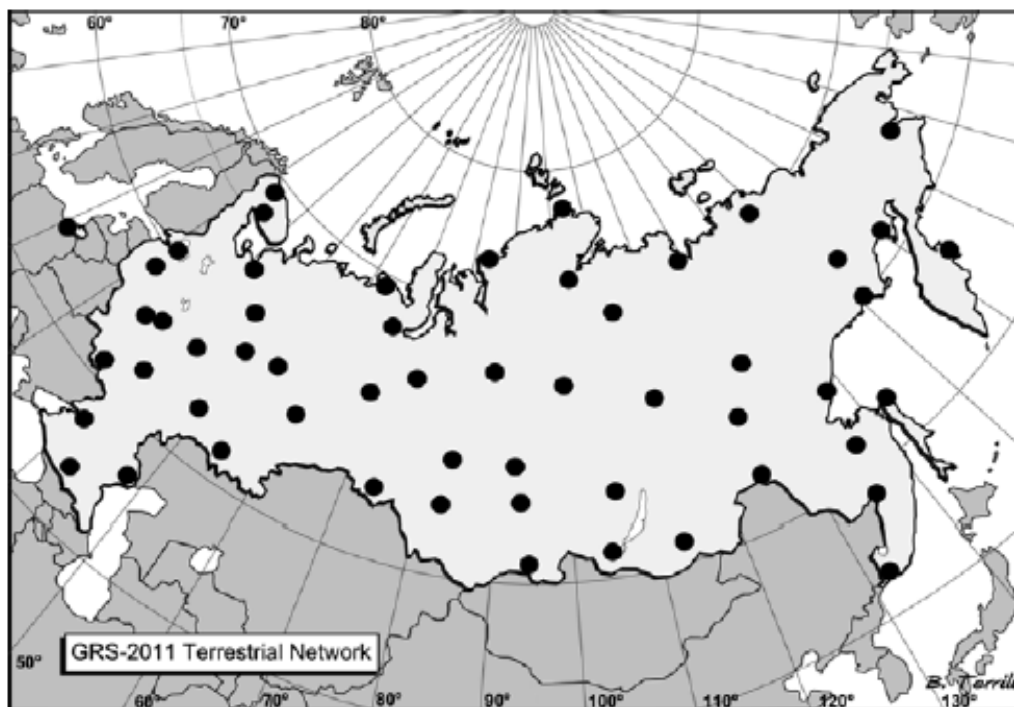
2.6.3 PZ-90

Desde agosto de 1993, o suporte geodésico para GLONASS tem sido fornecido pelo sistema de coordenadas nacional da Rússia, denominado *Parametry Zemly System 1990* (PZ-90). O sistema PZ-90 foi estabelecido pelo Ministério da Defesa Russo para substituir o sistema geodésico soviético usado anteriormente em 1985 (SGS-85). O PZ-90 é semelhante em qualidade ao modelo terrestre empregado no WGS84, que é usado pelo GPS, pois:

Desde o seu início, o sistema de coordenadas PZ-90 teve duas revisões a fim de melhorar a consistência das órbitas de transmissão com o WGS-84. A primeira revisão foi concluída em 2002 (PZ-90.02) com a ajuda de muitos dados coletados de satélites geodésicos. O PZ-90.02 foi oficialmente implementado com o Decreto 797, de 20 de junho de 2007. O último aprimoramento, PZ-90.11, foi introduzido pelo Decreto 1463 em 28 de dezembro de 2012 e foi implementado em 31 de dezembro de 2013, na época 2010.0. O suporte oficial para missões orbitais começou em 15 de janeiro de 2014. Ao mesmo tempo, era prática comum transformar o PZ-90 de ou para outros sistemas de coordenadas, como WGS-84 e ITRF. As últimas realizações de PZ-90, ITRF e WGS 84 são coincidentes no nível de 1 cm, o que elimina a necessidade de tais transformações para a maioria das aplicações (KAPLAN; HEGARTY, 2017, p. 201).

Em 2017 a Rússia fez a transição de todos os seus serviços geodésicos para um novo sistema de referência geodésico nacional denominado Sistema de Referência Geodésico 2011 (GRS-2011). O referencial do GRS-2011 é fornecido por uma rede de cerca de 50 estações geodésicas astronômicas (ver Figura 15). Assim como o PZ-90.11, este sistema está alinhado ao ITRF na época 2011.0 (KAPLAN & HEGARTY, 2017).

Figura 15: Rede terrestre do GRS-2011.



Fonte: (KAPLAN; HEGARTY, 2017).

2.6.4 CGCS2000

O BeiDou utiliza o *China Geodetic Coordinate System 2000* (CGCS2000). Como uma melhoria recente do sistema de referência de coordenadas geodésicas chinês, o CGCS2000 apresenta uma implementação concreta de um sistema de coordenadas geocêntrico global na China. Está formalmente implantado naquele País desde 1º de julho de 2008.

A definição do CGCS2000 é consistente com a do *International Terrestrial Reference System* (ITRS), ou seja, a origem das coordenadas está no centro de massa da Terra, incluindo seus oceanos e atmosfera. O valor de orientação inicial é fornecido pelo Bureau International de l'Heure (BIH) em 1984.0, onde a evolução temporal da orientação garante que a crosta relativa não gere rotação global residual. A unidade de comprimento é o metro do referencial local da Terra quando se considera a relatividade geral (KAPLAN; HEGARTY, 2017).

2.6.5 SIRGAS

2.6.5.1 Introdução

O SIRGAS é o Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas. Sua definição é idêntica a do Sistema de Referência Terrestre Internacional (ITRS) e sua realização é uma densificação regional da realização do ITRS (ITRF: *International Terrestrial Reference Frame*) na América Latina. Além do sistema de referência geométrico, o SIRGAS se ocupa com a definição e realização de um sistema de referência vertical, o qual está baseado em altitudes geodésicas como componente geométrica e em números geopotenciais (SIRGAS, 2020^a).

Assim, os objetivos do SIRGAS são (SIRGAS, 2020b):

- a) Definição de um sistema de referência geocêntrico tridimensional;
- b) Materialização e manutenção de um sistema de referência geocêntrico continental (rede de estações com coordenadas cartesianas geocêntricas $[X, Y, Z]$ de alta precisão e sua variação no tempo $[V_x, V_y, V_z]$);
- c) Densificação do sistema de referência continental nos países membros do SIRGAS, bem como a promoção e apoio na utilização prática e científica do mesmo;
- d) Definição e materialização de um sistema de referência vertical unificado e com altitudes físicas e geométricas consistentes em nível global, bem como a determinação das mudanças temporais do sistema de referência.

2.6.5.2 Realizações do Sistema

O SIRGAS possui três realizações (SIRGAS95, SIRGAS2000 e SIRGAS-COM), sendo que:

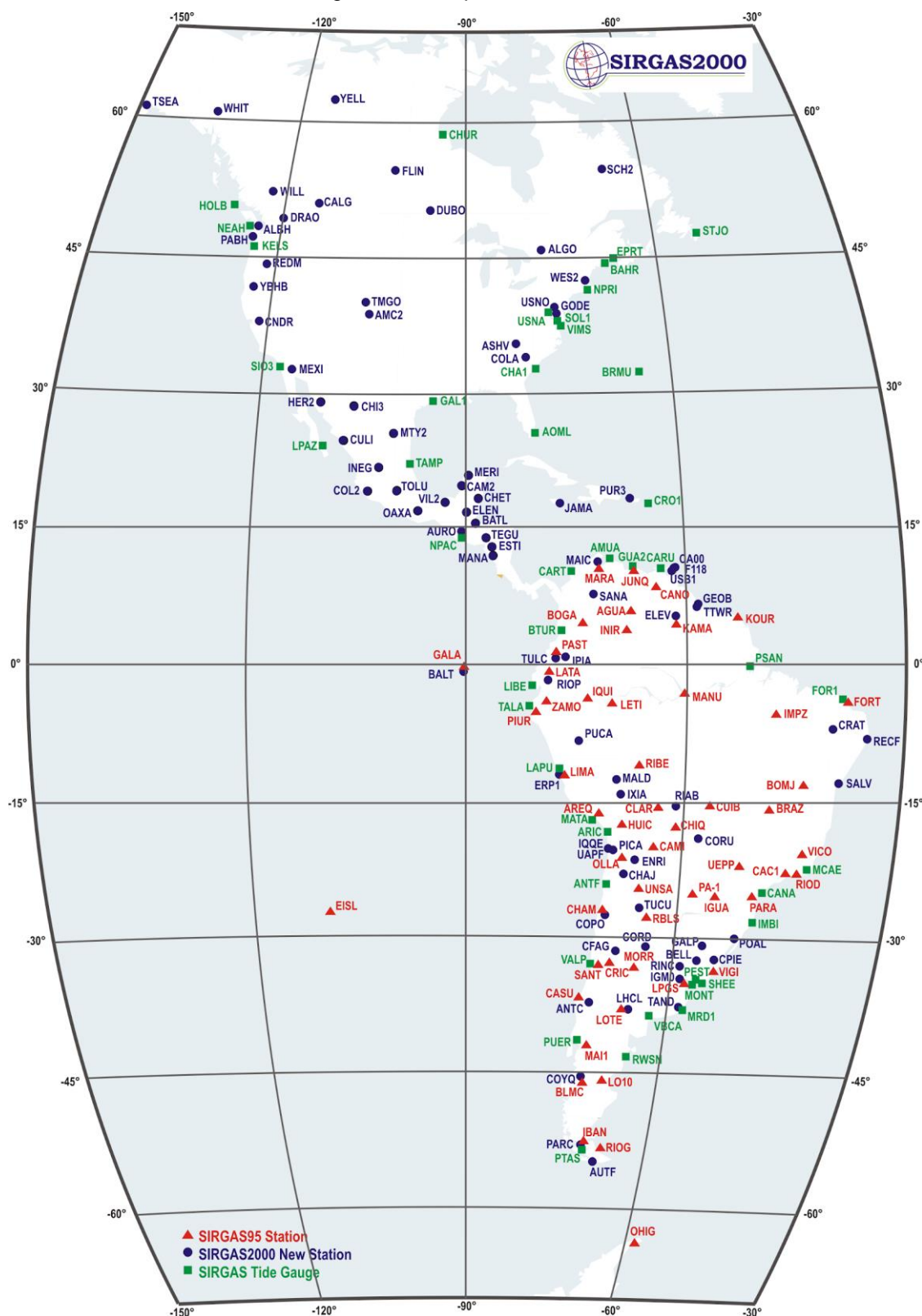
A primeira realização do SIRGAS (SIRGAS95) refere-se ao ITRF94, época 1995,4. Foi conduzida por uma rede de 58 estações GPS distribuídas em toda a América do Sul. No ano 2000, esta rede foi medida novamente e estendida aos países do Caribe, América Central e do Norte. Para se ter em conta esta extensão, o significado da sigla mudou do original “Sistema de Referência Geocêntrico para a América do Sul” para o atual “Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas”. A segunda realização (SIRGAS2000) inclui 184 estações GPS e está referida ao ITRF2000, época 2000,4. A precisão

destas duas realizações está entre $\pm 3 \dots \pm 6$ mm. A terceira e atual realização do SIRGAS é dada por uma rede de estações GNSS que funcionam continuamente distribuídas na América Latina denominada de Rede SIRGAS de Operação Contínua (SIRGAS-COM). Os dados das estações da rede SIRGAS-COM são processados semanalmente visando a estimação da posição semanal instantânea alinhada com o ITRF e soluções multianuais (acumulativa) do SIRGAS (SIRGAS, 2020c).

De acordo com IBGE (2020^a), desde 2005, este Instituto incorporou nas suas atividades o processamento semanal dos dados de todas as estações da Rede Brasileira de Monitoramento Contínuo dos Sistemas GNSS – RBMC, com o objetivo de avaliar a qualidade das observações e a manutenção do novo Sistema de Referência Geocêntrico SIRGAS2000, oficialmente em uso no país a partir de fevereiro do mesmo ano. Após três anos de experiência e otimização destas atividades, em maio de 2008 o IBGE passou a ser um dos Centros de Análise SIRGAS, implicando na responsabilidade de processar oficialmente os dados de estações GNSS contínuas pertencentes à Rede SIRGAS-COM. Além disso, experimentalmente passou também a combinar as soluções semanais de todos os centros de processamento SIRGAS, colaborando assim com as atividades do Grupo de Trabalho I (Sistema de Referência) do SIRGAS.

Assim, apesar da existência do SIRGAS-COM, o Sistema oficialmente utilizado na País, de acordo com a Resolução da Presidência do IBGE nº 01/2015, é o SIRGAS2000. E é justamente por esta razão que neste trabalho apenas este sistema de referência será utilizado, ou seja, a partir de coordenadas cartesianas geocêntricas 3D em SIRGAS2000, serão feitas conversões para coordenadas geodésicas (que evidentemente também estarão em SIRGAS2000), por três metodologias diferentes, utilizando o Python, que será apresentado no item 2.10. A Figura 16 mostra a campanha do SIRGAS2000.

Figura 16: Campanha do SIRGAS2000.



Fonte: (SIRGAS, 2020d).

2.7 Transformação e Conversão de coordenadas

A determinação das coordenadas de um ponto na superfície da Terra, no mar ou no espaço, em relação a um determinado sistema de coordenadas é chamada de posicionamento. O problema do posicionamento pode ser expresso da seguinte forma: dadas as coordenadas de objetos extraterrestres observados, como estrelas ou satélites artificiais, em conjunção com as medições das quantidades que ligam um ponto no planeta a esses objetos, calcule as coordenadas do ponto (VANICEK; KRAKIWSKY, 1986).

Como o posicionamento pode ser feito em três modos diferentes, três classes distintas de sistemas de coordenadas são necessárias: sistemas de coordenadas terrestres para que os pontos localizados na Terra sejam posicionados; sistemas de coordenadas celestes para as estrelas utilizadas; e sistemas de coordenadas orbitais para os satélites artificiais observados.

Neste trabalho, o interesse está voltado apenas para os sistemas de coordenadas terrestres, dado que serão tratadas apenas conversões dentro de um mesmo sistema terrestre. Por essa razão é que no item 2.6 foram dados maiores detalhes sobre esse tópico, e breves explicações sobre os sistemas celestes. Maiores detalhes em relação aos sistemas de coordenadas celestes e aos sistemas de coordenadas orbitais dos satélites, sugere-se ao leitor a leitura de VANICEK e KRAKIWSKY (1986).

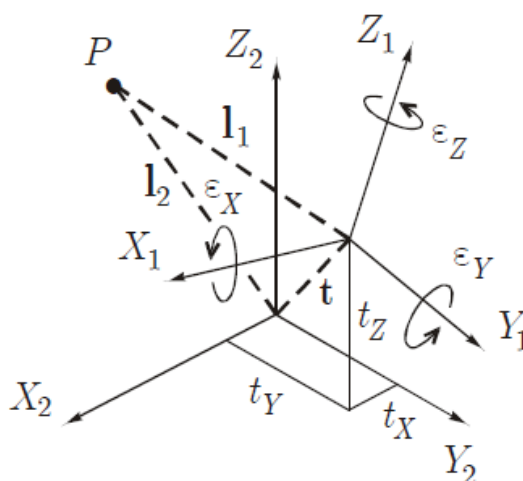
2.7.1 Transformação de Coordenadas Cartesianas Tridimensionais Geocêntricas (X, Y, Z) entre dois sistemas diferentes

As transformações denominadas de transformações de similaridade são comumente usadas em fotogrametria e geodésia nos casos em que se quer transformar coordenadas cartesianas tridimensionais entre sistemas diferentes. Por exemplo, na fotogrametria são utilizadas na orientação (interior e exterior) de imagens digitais de fotografias aéreas.

Na geodésia, segundo Deakin (2004c), as transformações de similaridade são usadas para converter as coordenadas relacionadas a um *datum* geodésico para outro, e essa operação é comumente conhecida como transformação de *datum*. Em tais aplicações, as rotações entre os dois eixos devem ser pequenas (geralmente

menos de 1 segundo de arco) e certas aproximações são usadas para simplificar as matrizes de rotação. Essas matrizes simplificadas podem ser encontradas na transformação de Bursa – Wolf, que é a mais comumente utilizada, cuja geometria está representada pela Figura 17.

Figura 17: Geometria da Transformação de Bursa-Wolf.



Fonte: (DEAKIN, 2004c).

A Figura 17 mostra um ponto P qualquer, pertencente a dois sistemas cartesianos tridimensionais. A rotação do sistema X_1, Y_1, Z_1 para o novo sistema X_2, Y_2, Z_2 será feita por meio de uma sequência de rotações, que no caso da transformação de Bursa-Wolf, são muito pequenas ($\epsilon_X, \epsilon_Y, \epsilon_Z$); a translação entre eles será feita pelas três translações (t_x, t_y, t_z) que relacionam os dois sistemas; por fim, ainda será considerado um fator de escala, que será descrito a seguir. ao todo, portanto, são 7 parâmetros (por essa razão é que esta transformação às vezes também é chamada de transformação de 7 parâmetros).

O nome da transformação de Bursa-Wolf é uma homenagem aos cientistas M. Bursa (1962), H. Wolf (1963), autores de trabalhos muito importantes sobre métodos de transformação relacionados à orientação de elipsóides de referência e redes geodésicas 3D.

Algebricamente falando, para se chegar na transformação de Bursa-Wolf, parte-se das transformações de similaridade, que por sua vez são frequentemente fornecidas na forma:

$$\begin{bmatrix} X2 \\ Y2 \\ Z2 \end{bmatrix} = s * R_{zyx} * \begin{bmatrix} X1 \\ Y1 \\ Z1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} tx \\ ty \\ tz \end{bmatrix} \quad (5)$$

Na equação acima, os elementos X1, Y1 e Z1 se referem às coordenadas cartesianas tridimensionais do sistema 1, enquanto que os elementos X2, Y2 e Z2 se referem às coordenadas cartesianas tridimensionais do sistema 2; s é o fator de escala; R_{zyx} é a matriz de rotação em torno dos três eixos; e tx, ty e tz compõem as translações entre as origens dos dois sistemas.

O método de Bursa-Wolf realiza algumas modificações da equação (5). Uma delas é a seguinte. Na matriz de rotação R_{zyx} é feita uma aproximação. Essa matriz de rotação original possui a seguinte forma:

$$R_{zyx} = \begin{bmatrix} \cos ry \cos rz & \cos rx \sin rz + \sin rx \sin ry \cos rz & \sin rx \sin rz - \cos rx \sin ry \cos rz \\ -\cos ry \sin rz & \cos rx \cos rz - \sin rx \sin ry \sin rz & \sin rx \cos rz + \cos rx \sin ry \sin rz \\ \sin ry & -\sin rx \cos ry & \cos rx \cos ry \end{bmatrix} \quad (6)$$

Na matriz acima, os ângulos de rotação para os eixos x, y, z são, respectivamente rx, ry, rz. Porém, o método de Bursa-Wolf considera que a forma acima possui ângulos de rotação muito pequenos (que serão denominados aqui de ϵx , ϵy , ϵz). Assim, como o cosseno de um ângulo muito pequeno em radianos é aproximadamente 1, como o seno de um ângulo muito pequeno em radianos é aproximadamente ele mesmo, e como em radianos $\sin \epsilon z \sin \epsilon y \approx 0$, podemos fazer substituições na matriz R_{zyx} , obtendo a seguinte matriz:

$$R_s = \begin{bmatrix} 1 & \epsilon z & -\epsilon y \\ -\epsilon z & 1 & \epsilon x \\ \epsilon y & -\epsilon x & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

A matriz R_s acima substituirá a anterior (R_{zyx}) na equação (2), resultando em:

$$\begin{bmatrix} X2 \\ Y2 \\ Z2 \end{bmatrix} = (s) * \begin{bmatrix} 1 & \epsilon z & -\epsilon y \\ -\epsilon z & 1 & \epsilon x \\ \epsilon y & -\epsilon x & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} X1 \\ Y1 \\ Z1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} tx \\ ty \\ tz \end{bmatrix} \quad (8)$$

Para que se chegue na transformação de Bursa-Wolf, mais uma consideração será feita. O fator de escala s , na equação (8) passará a ser $1+ds$, em que ds corresponde a um pequeno valor dado em partes por milhão (ppm). Assim, por exemplo, um fator de escala s igual a 1,000045 será expresso por $1 + 0,000045$, em que 0,000045 é igual a ds , ou a 45 partes por milhão (ppm), (DEAKIN, 2004c). Esse resultado de ds igual a 45 partes por milhão (ppm), significa que para cada 1 milhão de partes (1 milhão de milímetros ou 1 quilômetro) existe uma diferença de 45 partes (ou 45 milímetros) entre os dois sistemas, que deve ser somada a 1 para que se tenha o valor da escala s . Assim, chega-se à fórmula final de Bursa-Wolf:

$$\begin{bmatrix} X2 \\ Y2 \\ Z2 \end{bmatrix} = (1 + ds) * \begin{bmatrix} 1 & \varepsilon z & -\varepsilon y \\ -\varepsilon z & 1 & \varepsilon x \\ \varepsilon y & -\varepsilon x & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} X1 \\ Y1 \\ Z1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} tx \\ ty \\ tz \end{bmatrix} \quad (9)$$

A equação (9) é uma das equações mais utilizadas em geodésia para transformar coordenadas cartesianas tridimensionais pertencentes a diferentes sistemas de referência.

2.7.2 Transformação de Coordenadas Geodésicas (ϕ , λ , h) entre dois sistemas diferentes

As fórmulas de Molodensky são muito usadas em geodésia, pois permitem que latitudes, longitudes e altitudes relacionadas a um elipsóide sejam transformadas em latitudes, longitudes e altitudes relacionadas a outro elipsóide, sempre supondo que: (i) os eixos cartesianos X , Y , Z de ambos os elipsóides sejam paralelos; (ii) as diferenças de coordenadas (translações) T_x , T_y , T_z entre as origens dos dois elipsóides de referência sejam conhecidas; e (iii) os parâmetros de ambos os elipsóides de referência (a , f) sejam conhecidos (DEAKIN, 2004b).

As equações de Molodensky recebem como entrada as coordenadas geodésicas de um ponto em determinado elipsóide, e devolvem as diferenças ($\delta\phi$, $\delta\lambda$, δh) entre as coordenadas geodésicas dos dois elipsóides, conforme as equações abaixo, retiradas de MATOS (2008):

$$\delta\phi = \frac{-T_x \sin \phi \cos \lambda - T_y \sin \phi \sin \lambda + T_z \cos \phi + (f\delta a + a\delta f) \sin 2\phi}{M} \quad (10)$$

$$\delta\lambda = \frac{-Tx \sin \lambda + Ty \cos \lambda}{N \cos \phi} \quad (11)$$

$$\delta h = Tx \cos \phi \cos \lambda - Ty \cos \phi \sin \lambda + Tz \sin \phi + (f\delta a + a\delta f) \sin^2 \phi \quad (12)$$

A partir das diferenças encontradas se obtém as coordenadas geodésicas no elipsóide final em que se quer trabalhar, apenas adicionando cada diferença à sua coordenada correspondente no elipsóide inicial. As deduções das equações (10), (11), e (12), caso seja do interesse, encontram-se em DEAKIN (2004b).

2.7.3 Conversão de Coordenadas Geodésicas (ϕ , λ , h) para Coordenadas Cartesianas Tridimensionais Geocêntricas (X , Y , Z)

Uma conversão que costumeiramente se faz em geodésia, é aquela entre coordenadas geodésicas e coordenadas cartesianas 3D, e vice-versa. Quando se quer realizar a conversão de geodésicas para cartesianas 3D, normalmente são utilizadas as seguintes fórmulas (HOFMANN-WELLENHOF & MORITZ, 2006):

$$X = (N + h) \cos \phi \cos \lambda \quad (13)$$

$$Y = (N + h) \cos \phi \sin \lambda \quad (14)$$

$$Z = \left(\frac{b^2}{a^2}N + h\right) \sin \phi \quad (15)$$

A dedução das fórmulas (13), (14), e (15) pode ser encontrada em (HOFMANN-WELLENHOF & MORITZ, 2006).

2.7.4 Conversão de Coordenadas Cartesianas Tridimensionais Geocêntricas (X , Y , Z) para Coordenadas Geodésicas (ϕ , λ , h) pelo método iterativo

As equações (13), (14) e (15) transformam as coordenadas geodésicas (ϕ , λ , h) em coordenadas cartesianas 3D (X , Y , Z). Porém, segundo Hofmann-Wellenhof *et al.* (2008), para aplicações GNSS, a transformação inversa é mais importante, uma

vez que as coordenadas cartesianas são fornecidas e as coordenadas geodésicas são necessárias. Assim, a tarefa agora é calcular as coordenadas geodésicas (ϕ , λ , h) a partir das coordenadas cartesianas (X , Y , Z). Normalmente este problema é resolvido iterativamente, embora soluções na forma direta também sejam possíveis.

No que diz respeito às soluções iterativas, cabe ressaltar que existem muitos métodos para a resolução do problema, porém neste trabalho será destacado um dos mais clássicos, que pode ser encontrado em (HOFMANN-WELLENHOF *et al.*, 2008), cuja sequência de equações - da (16) até a (28) - será apresentada a seguir.

Então, seja inicialmente o raio do paralelo (p), dado por:

$$p = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (16)$$

Substituindo as equações (13) e (14) na equação (16), se obtém:

$$p = \sqrt{((N + h) \cos \phi \cos \lambda)^2 + ((N + h) \cos \phi \sin \lambda)^2} \quad (17)$$

Pode-se submeter a equação (17) às seguintes manipulações:

$$p = \sqrt{(N + h)^2 \cos^2 \phi \cos^2 \lambda + (N + h)^2 \cos^2 \phi \sin^2 \lambda} \quad (18)$$

$$p = \sqrt{(N + h)^2 \cos^2 \phi (\cos^2 \lambda + \sin^2 \lambda)} \quad (19)$$

$$p = (N + h) \cos \phi \quad (20)$$

Para explicitar a altitude elipsoidal, a equação (20) pode ser escrita da seguinte forma:

$$h = \frac{p}{\cos \phi} - N \quad (21)$$

Agora, a partir da equação (2), referente à primeira excentricidade ao quadrado, pode-se escrever:

$$\frac{b^2}{a^2} = 1 - e^2 \quad (22)$$

Agora, substituindo a equação (22) na equação (15), tem-se:

$$Z = ((1 - e^2)N + h) \sin \phi \quad (23)$$

A equação (23) resulta em:

$$Z = (N + h - e^2 N) \sin \phi \quad (24)$$

A equação (24), por sua vez, pode ser rearranjada para:

$$Z = (N + h) \left(1 - e^2 \frac{N}{N + h}\right) \sin \phi \quad (25)$$

Dividindo a equação (25) pela equação (20), se obtém:

$$\frac{Z}{p} = \left(1 - e^2 \frac{N}{N + h}\right) \tan \phi \quad (26)$$

Isolando a latitude, a equação (26) se torna:

$$\tan \phi = \frac{Z}{p} \left(1 - e^2 \frac{N}{N + h}\right)^{-1} \quad (27)$$

Dividindo a equação (14) pela equação (13), obtém-se a equação que será usada para calcular diretamente a longitude, a saber:

$$\tan \lambda = \frac{Y}{X} \quad (28)$$

A altitude elipsoidal (h) e a latitude (ϕ) são determinadas pelas equações (21) e (27). O problema é que, ambas dependem tanto da latitude quanto da altitude elipsoidal, dois elementos que se quer calcular a partir das coordenadas cartesianas 3D (X , Y , Z). Por essa razão é que foi estabelecida uma solução por iterações, que possui as seguintes etapas ou passos (HOFMANN-WELLENHOF *et al.*, 2008):

1° passo - cálculo de p :

$$p = \sqrt{X^2 + Y^2} \quad (29)$$

2° passo - cálculo de um valor aproximado para a latitude, que será denominada provisoriamente de $\phi(0)$, numa primeira aproximação, considerando-se $h=0$ no termo $\frac{N}{N+h}$ da equação (27), obtendo:

$$\tan \phi(0) = \frac{Z}{p} (1 - e^2)^{-1} \quad (30)$$

3° passo - utilizando $\phi(0)$, é feito o cálculo de um valor aproximado para a grande normal, aqui denominada de $N(0)$, porém, substituindo na equação (3) a equação (2) assim:

$$N(0) = \frac{a^2}{\sqrt{a^2 \cos^2 \phi(0) + b^2 \sin^2 \phi(0)}} \quad (31)$$

4° passo - cálculo da a altura elipsoidal por:

$$h = \frac{P}{\cos \phi(0)} - N(0) \quad (32)$$

5° passo - cálculo de um valor melhorado para a latitude (ϕ), já com o valor de h do passo anterior, assim:

$$\tan \phi = \frac{Z}{p} \left(1 - e^2 \frac{N(0)}{N(0) + h}\right)^{-1} \quad (33)$$

6° passo - se $\phi = \phi(0)$, então não será necessário realizar mais iterações, e os cálculos se encerram. Caso contrário, adotar $\phi(0) = \phi$, e utilizar este valor para recomeçar do 3° passo, até que $\phi = \phi(0)$.

2.7.5 Conversão de Coordenadas Cartesianas Tridimensionais Geocêntricas (X, Y, Z) para Coordenadas Geodésicas (ϕ , λ , h) pelo método direto (não iterativo)

Existem vários processos diretos (não iterativos) para cálculo das coordenadas geodésicas (ϕ , λ , h) a partir das cartesianas 3D (X, Y, Z). Porém, aqui será apresentado um dos mais clássicos, que pode ser encontrado em (HOFMANN-WELLENHOF et. al, 2008). A sequência é a seguinte:

1 - Cálculo da latitude geodésica:

$$\phi = \arctan\left(\frac{Z + e'^2 b \sin^3 \theta}{p - e'^2 a \cos^3 \theta}\right) \quad (34)$$

Na equação (34), observam-se dois elementos ainda não definidos. São eles: a segunda excentricidade ao quadrado (e'^2), e uma quantidade auxiliar denominada θ , calculadas por:

$$e'^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2} \quad (35)$$

$$\theta = \arctan \frac{Za}{pb} \quad (36)$$

2 - Cálculo da longitude geodésica pela equação (28).

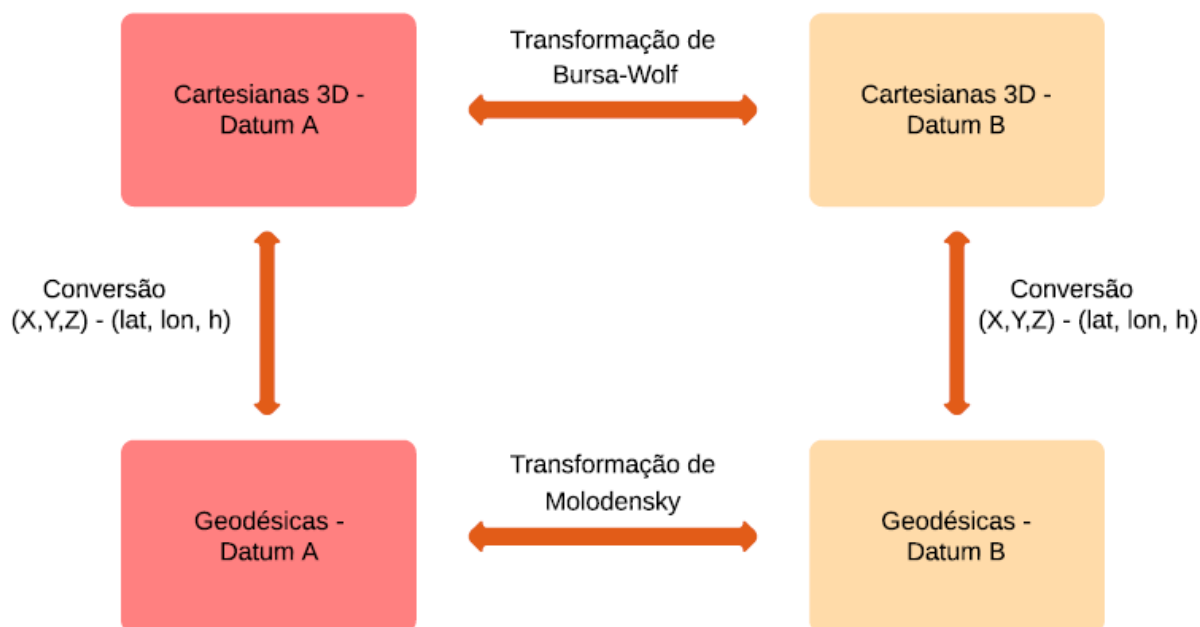
3 - Cálculo da altitude elipsoidal (h) por:

$$h = \frac{P}{\cos \phi} - N \quad (37)$$

No que diz respeito ao método não iterativo (direto), segundo Hofmann-Wellenhof et. al (2008), “na verdade, não há razão para que essas fórmulas sejam menos populares do que o procedimento iterativo, uma vez que não há diferenças significativas entre os dois métodos”. A verificação desta frase para os pontos do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB), referentes ao Rio Grande do Sul, é um dos pontos centrais deste trabalho.

A Figura 18 mostra uma síntese das Transformações e Conversões discutidas.

Figura 18: Síntese das Transformações e Conversões



Fonte: o autor, 2020.

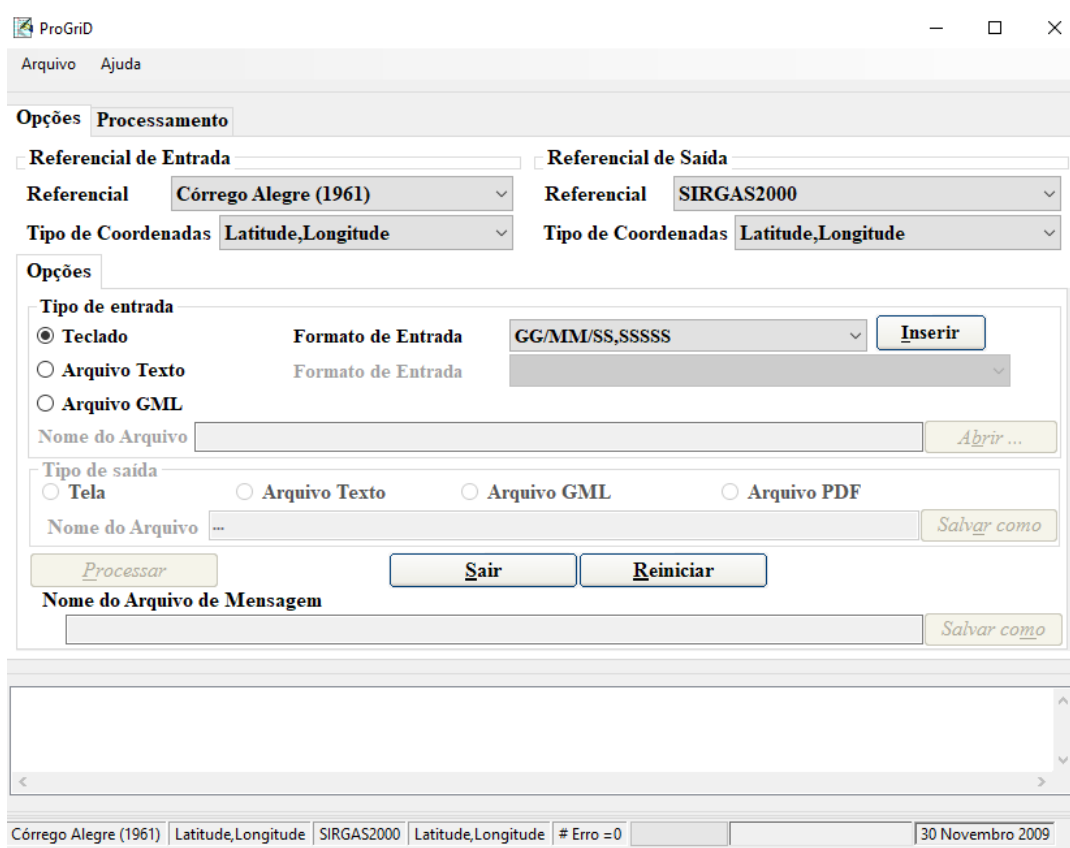
2.8 ProGrid

O ProGrid é um programa gratuito, disponibilizado pelo IBGE, que roda em Windows, desenvolvido para realizar a transformação/conversão de coordenadas entre os sistemas de referência oficiais em uso no Brasil: Córrego Alegre, SAD69 e SIRGAS2000. Segundo IBGE (2020b) o ProGrid é o resultado de um esforço de prover a comunidade de usuários de dados geoespaciais de uma ferramenta que os facilite na transição para o SIRGAS2000.

O ProGrid representa um avanço no tratamento da transformação (e conversão) de coordenadas entre referenciais geodésicos. Em geral, dois referenciais geodésicos se relacionam através de parâmetros de transformação constantes para qualquer área coberta por estes referenciais. O que esses parâmetros não conseguem transformar, tornam-se resíduos, representando as distorções da rede geodésica. O ProGrid modela esses resíduos (ou seja, a própria distorção da rede), possibilitando um resultado final mais preciso (IBGE, 2020b).

A Figura 19 mostra a tela do ProGrid no caso de uma Transformação de Coordenadas entre dois Sistemas de Referência diferentes: o Córrego Alegre (1961) e o SIRGAS2000. Neste caso, a entrada será feita com a Latitude e a Longitude em Córrego Alegre (1961), e o programa retornará a Latitude e a Longitude em SIRGAS2000, tratando-se, portanto, de uma transformação entre dois Sistemas de Referência distintos.

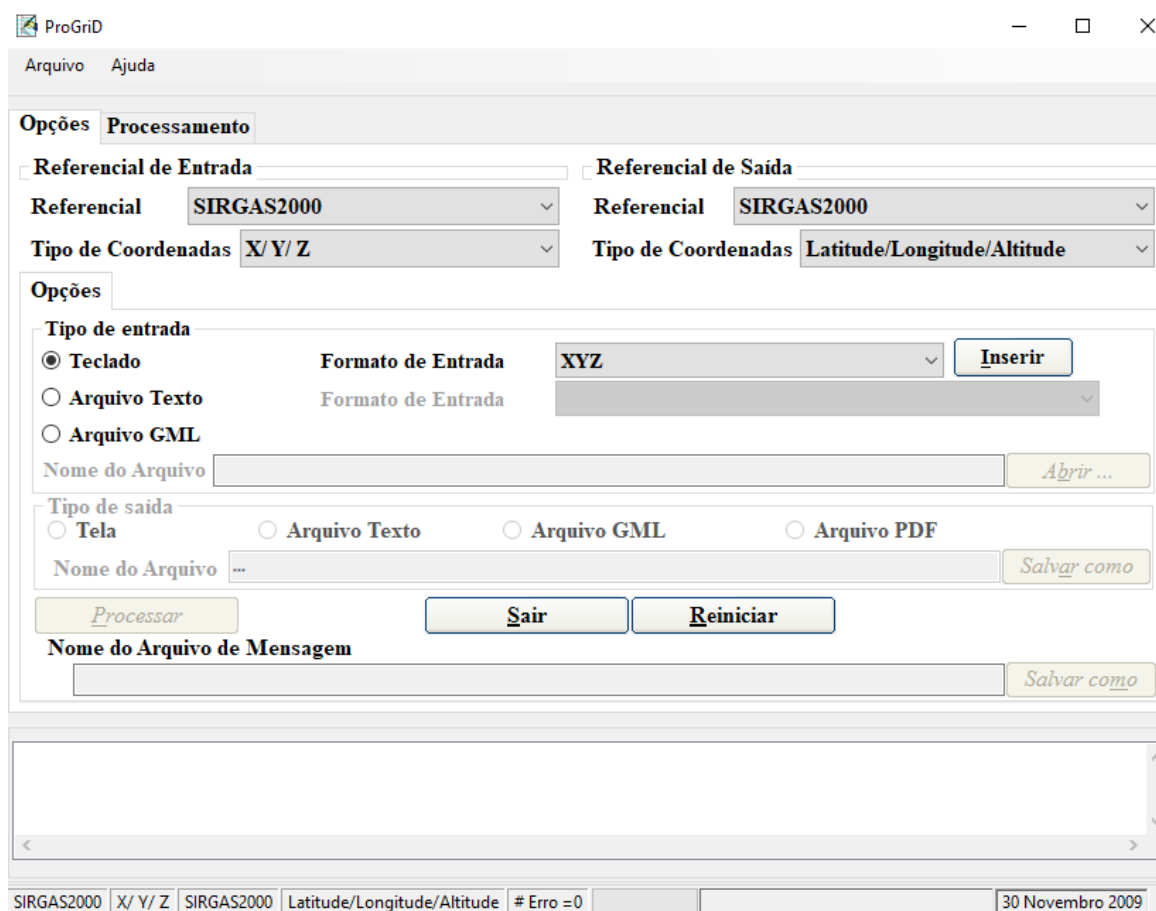
Figura 19: Tela do ProGrid que mostra um exemplo de Transformação de Coordenadas entre diferentes Sistemas de Referência.



Fonte: O autor, 2020.

Além da transformação entre diferentes Sistemas de Referência, o ProGrid também realiza conversão de coordenadas dentro de um mesmo Sistema de Referência. Por exemplo, a Figura 20 mostra a tela do programa em que a entrada e a saída dos dados são feitas em SIRGAS2000, com o objetivo de converter dentro desse Sistema, os dados de entrada (Coordenadas Cartesianas Tridimensionais Geocêntricas: X, Y, Z) para os dados de saída (Coordenadas Geodésicas: Latitude, Longitude, Altitude).

Figura 20: Tela do ProGrid que mostra um exemplo de Conversão de Coordenadas entre diferentes Sistemas, num mesmo Sistema de Referência.



Fonte: O autor, 2020.

Assim, por ser um produto do IBGE (isso implica num alto nível de confiança), o ProGrid é a principal referência no País no que diz respeito ao tema Transformação/Conversão de coordenadas, e é muito utilizado, principalmente em razão de sua gratuidade e facilidade de operação.

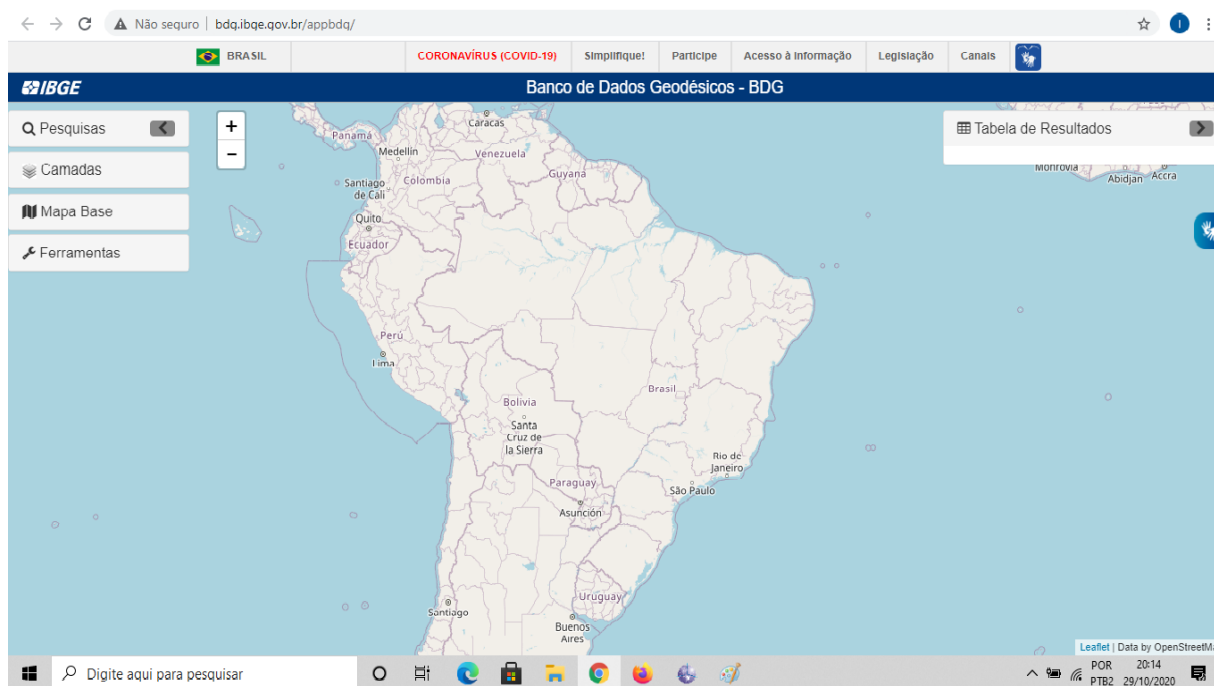
2.9 Banco de Dados Geodésicos do IBGE (BDG)

O Banco de Dados Geodésicos (BDG) reúne uma coleção de estações geodésicas (pontos), localizados no país, cujos levantamentos de campo, em sua maioria, foram realizados pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), a quem compete a implantação e manutenção do Sistema Geodésico Brasileiro (SGB). Após procedimentos de cálculo e ajustamento, bem como a aplicação de modelos geodésicos de precisão, estas estações fornecem coordenadas (latitude, longitude e

altitude) e/ou gravidade, informações necessárias para diversos trabalhos de engenharia, mapeamento e geofísica (IBGE, 2017).

Por meio do BDG se consegue o acesso para todos os Estados do País, aos seguintes métodos de levantamento utilizados para a obtenção das informações constantes nos relatórios: Vértice de Triangulação; Estação de Poligonal; Estação GPS; Estação DOPPLER; Referência de Nível; e Estação Gravimétrica. Assim, o usuário pode escolher o tipo de levantamento, de acordo com suas necessidades e localidade em que se encontra. A Figura 21 mostra a tela inicial do BDG, no navegador, pelo seguinte endereço: <http://www.bdg.ibge.gov.br/appbdg/>.

Figura 21: Tela inicial do BDG.



Fonte: <http://www.bdg.ibge.gov.br/appbdg/>

2.10 Python

Python, segundo Kiusalaas (2013), é uma linguagem de programação utilizada em variadas aplicações, desde em tarefas simples até em grandes projetos de elaboração de *softwares*. A sua criação se deu no final da década de 80, por Guido Van Rossum, um primoroso programador e pesquisador do Instituto Nacional de Matemática e Ciência da Computação de Holanda. O intuito da sua criação visou priorizar o esforço da máquina, tornando-a mais ágil, otimizando a sua capacidade,

objetivando o aumento da produtividade, bem como auxiliar o aprimoramento de outros *softwares*, buscando melhorar a capacidade de interação com o sistema operacional de interesse, para assim garantir uma eficiência no conjunto.

Os programas Python não são compilados em código de máquina, mas são executados por um intérprete. A grande vantagem de uma linguagem interpretada é que os programas podem ser testados e depurados rapidamente, permitindo que o usuário se concentre mais nos princípios que acontecem por trás do programa e menos na própria programação, porque não há necessidade de compilar, vincular e executar após cada correção. Os programas Python podem ser desenvolvidos em muito menos tempo do que programas em Fortran ou em C, por exemplo. Do lado negativo, programas interpretados não produzem aplicativos independentes. Assim, o programa Python pode ser executado apenas em computadores que possuem o interpretador Python instalado (Kiusalaas, 2013).

Assim, teve-se bons motivos para escolher o Python. Particularmente para este trabalho, foram elencados principalmente os seguintes:

- É uma excelente linguagem tanto para iniciantes em programação como para experientes;
- Possui uma sintaxe simples e clara;
- Possui uma biblioteca enorme e excelente (bibliotecas, em Python são pedaços de códigos prontos que já podem ser usados diretamente dentro de tarefas em outros programas);
- Há um suporte para a interface com outras linguagens de programação (como o C++ e o Fortran);
- É gratuito, de fácil instalação, e pode ser executado na maioria das plataformas.
- Por meio da ferramenta *online* denominada Google Colaboratory (<https://colab.research.google.com/notebooks/intro.ipynb>), se pode escrever códigos em Python diretamente no navegador, gratuitamente, sem nenhuma instalação, apenas com uma conta no Google. A Figura 22 mostra a tela inicial do Google Colab.

Figura 22: Tela inicial do Google Colab.



Fonte: <https://colab.research.google.com/notebooks/intro.ipynb>

3 METODOLOGIA

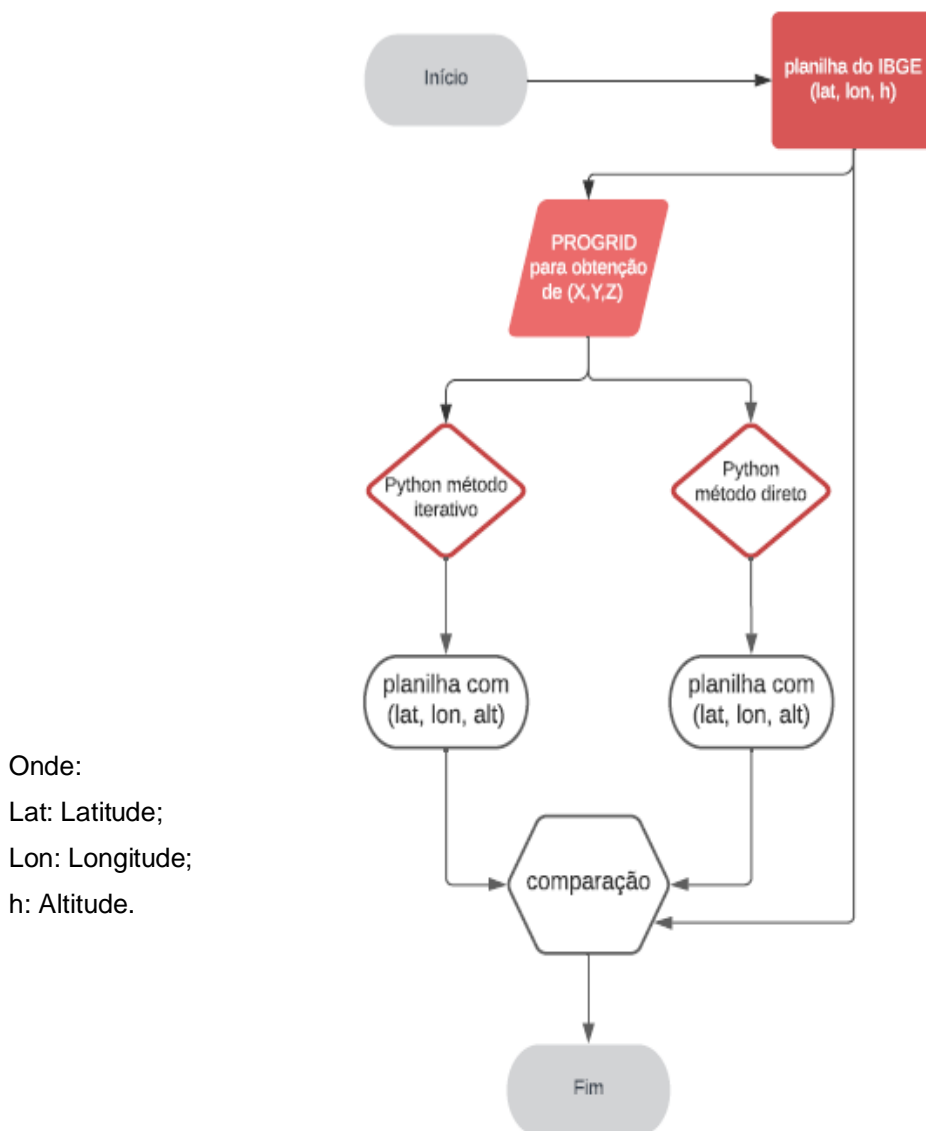
Para o desenvolvimento dos programas em Python, foi utilizada a plataforma virtual de programas computacionais que incentiva a pesquisa de Aprendizado de Máquina e Inteligência Artificial, o Google Colaboratory, que é disponibilizado gratuitamente e hospedado pelo Google, sendo um serviço em nuvem, onde se pode escrever códigos em Python, e os programas criados podem ser rodados diretamente no navegador, tendo apenas um conta de usuário.

O que motivou a escolha da plataforma Colab, foi a facilidade de desenvolver uma aplicação rápida e que não precisa de nenhuma instalação de aplicativos, podendo ser compartilhada e alterada por diferentes usuários, ficando salvo no drive da conta (nuvem), assim não ocupando espaço na memória dos dispositivos em que o programa está sendo escrito (notebook, por exemplo), podendo ser acessado a qualquer momento ou lugar, bastando ter apenas ter acesso à internet e um computador. Partindo-se do pressuposto de que se absorveu razoavelmente bem durante o curso de Engenharia Cartográfica e de Agrimensura conhecimentos de lógica, programação, topografia, cartografia e geodésia, a plataforma permite a possibilidade de se criar um programa para solucionar problemas existentes nas áreas técnicas citadas, sem a necessidade de se estudar outros tipos de linguagem de programação.

Assim, para o desenvolvimento de todo o trabalho, foi necessário apenas um computador com acesso à internet, pois, além da utilização do Colab, os dados brutos foram baixados do site do IBGE, bem como o ProGrid, que também é disponibilizado por este Instituto. Além disso, também foram utilizados o Google Docs para a redação do texto; o Planilhas Google, para visualização dos dados do IBGE e dos resultados dos programas feitos em Python; e o Auto-LáTeX Equations, um complemento do Google Docs para criação de fórmulas.

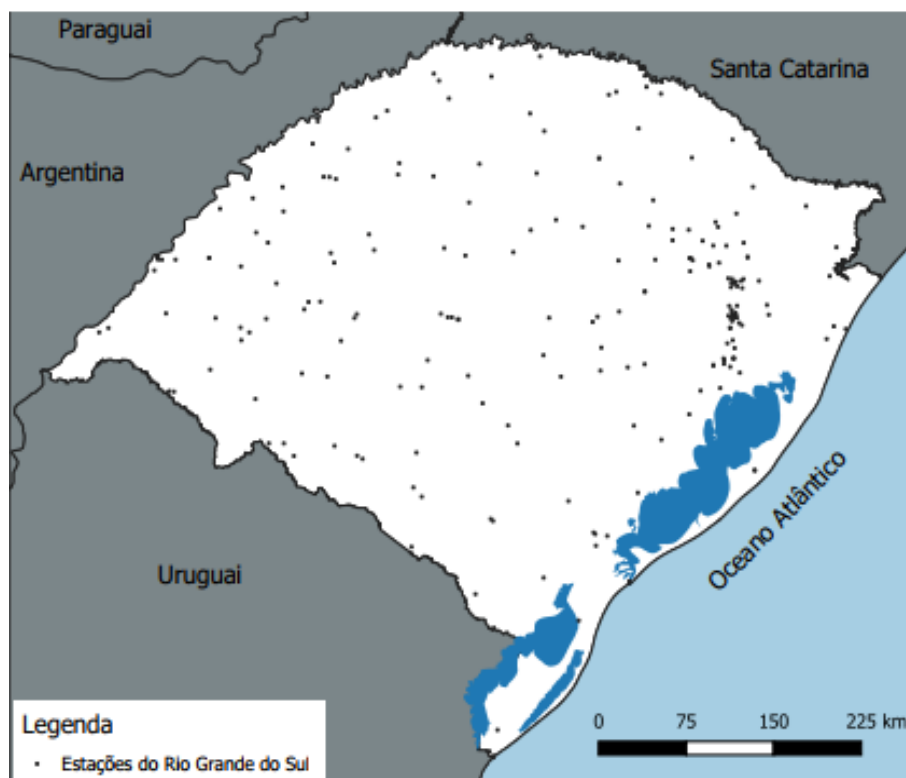
Para ilustrar os procedimentos metodológicos, foi elaborado um fluxograma (Figura 23), que mostra como o trabalho foi realizado.

Figura 23: Fluxograma do trabalho.



O primeiro passo foi baixar do site do BDG-IBGE os 217 pontos constantes da planilha referente ao Rio Grande do Sul, selecionar somente as colunas “Estação”, “Município”, “Latitude”, “Longitude”, e “Alt Geom”, e depois exportá-la para um novo arquivo no Planilhas Google. Esta planilha se encontra no Anexo A, e a localização das estações pode ser vista na Figura 24.

Figura 24: Localização das estações do Rio Grande do Sul.



Fonte: o autor, 2020.

O segundo passo foi utilizar o ProGrid para converter as coordenadas geodésicas da planilha do IBGE para coordenadas cartesianas geocêntricas 3D, e posteriormente criar no Planilhas Google um arquivo com os resultados. Esta planilha está no Anexo B.

O terceiro passo foi elaborar dois programas em Python, no ambiente Colab, sendo um deles para a conversão de coordenadas cartesianas geocêntricas 3D para coordenadas geodésicas pelo método iterativo proposto no item 2.7.4, e outro programa para a conversão de coordenadas cartesianas geocêntricas 3D para coordenadas geodésicas pelo método não iterativo (direto) proposto no item 2.7.5. Os códigos dos dois programas se encontram nos apêndices A e B, respectivamente.

O quarto passo foi a criação no Planilhas Google de uma planilha para os resultados de cada programa. Essas planilhas, que mostram as coordenadas geodésicas calculadas por cada um dos dois métodos, se encontram no Anexo C (para os resultados do método iterativo), e no Anexo D (para os resultados do método direto).

O quinto passo foi realizar a comparação das coordenadas geodésicas contidas em cada uma das planilhas obtidas pelos programas feitos em Python, com as coordenadas geodésicas oficiais fornecidas pelo IBGE. Ou seja, as coordenadas oficiais do IBGE foram utilizadas como variáveis de controle para realizar a comparação. Também foi realizada a comparação entre os resultados obtidos pelos dois programas em Python, para que se pudesse analisar a discrepância entre eles. Os resultados obtidos estão descritos a seguir.

4 APRESENTAÇÃO DA PESQUISA E ANÁLISE DOS RESULTADOS

4.1 Resultados do ProGrid

Os resultados da conversão das coordenadas geodésicas oficiais das estações Sistema Geodésico Brasileiro para o Rio Grande do Sul para as coordenadas geocêntricas cartesianas 3D foram obtidos pelo ProGrid, software do IBGE. Chama-se atenção para o fato de que as coordenadas fornecidas pelo ProGrid possuem três casas decimais de precisão, e que esses foram os dados de entrada para os programas confeccionados em Python no ambiente Colab, tanto para o método direto, quanto para o método iterativo. Os resultados fornecidos pelo ProGrid, para todos os 217 pontos (estações) analisados, estão no Anexo B.

4.2 Resultados dos métodos de conversão analisados

Os resultados fornecidos pelo programa que utilizou o método iterativo se encontram no Anexo C. As precisões em termos de casas decimais consideradas foram as máximas possíveis. Assim, por exemplo, para a estação 99699, foi calculada uma latitude em graus decimais de -29,1337876108052, para a longitude, um valor em graus decimais de -56,5553904219903, e para a altitude geométrica, um valor de 78,1243928726763 m.

Em relação aos resultados do programa que utilizou o método direto, cujos resultados se encontram no Anexo D, se tem uma situação análoga ao método

iterativo, em que as precisões máximas também foram consideradas. Como exemplo, para a estação 99699, foi calculada uma latitude em graus decimais de -29,1337876108052, para a longitude, um valor em graus decimais de -56,5553904219903, e para a altitude geométrica, um valor de 78,1243928726763 m. Percebe-se que, para esta estação, os números são idênticos aos encontrados no método iterativo, revelando para esta estação, a grande precisão dos dois métodos. Essa tendência continuará para as demais estações como poderá ser visto no item 4.4.

4.3 Comparação com os dados do IBGE

Os dados constantes da planilha do IBGE possuem precisão de oito casas decimais para a latitude e para a longitude, e de três casas decimais para a altitude geométrica. Essas informações podem ser verificadas no Anexo A. Assim, uma primeira comparação foi feita nesse nível de precisão, ou seja, os dois métodos foram comparados em relação às precisões máximas fornecidas pelo IBGE (que é de oito casas decimais).

Depois dos processamentos, o que se verificou para os dois casos, foi que não existiram diferenças em nenhuma coordenada de nenhum ponto até os limites de precisão do IBGE. Em outras palavras, os dois métodos forneceram resultados idênticos aos do IBGE para todos os pontos, de oito casas decimais para as latitudes e para as longitudes, e de três casas decimais para as altitudes geométricas. Os quadros constantes nos Anexos F e G confirmam estas informações. Como exemplo ilustrativo, a Quadro 2 mostra a seleção das maiores diferenças encontradas entre os resultados de cada método, e as coordenadas oficiais, para os 217 pontos (estações) estudados.

Quadro 2: Maiores diferenças encontradas entre os métodos analisados e as coordenadas oficiais do IBGE, para as 217 estações do RS.

	Maior diferença encontrada nas Latitudes (em G. dec)	Maior diferença encontrada nas Longitudes (em G.dec)	Maior diferença encontrada nas Altitudes (m)
Método Direto	0,0000000060358	0,0000000074881	0,0006831065193
Método Iterativo	0,0000000060358	0,0000000074881	0,0006831065193

Fonte: o autor, 2020.

Pela análise da Quadro 2, pode-se verificar que nenhum dos valores para as maiores diferenças entre os métodos e as coordenadas latitude e longitude oficiais ultrapassaram oito casas decimais e sim para altitude que as casas decimais foram diferentes. Somente a partir da nona casa decimal é que as diferenças foram detectadas pelos dois métodos. Obviamente isso era esperado, pois como os dados oficiais para a latitude e para a longitude vão somente até a oitava casa decimal, como não foram detectadas diferenças até a oitava casa decimal, e como os resultados dos processamentos apresentam um número bem superior de casas decimais, naturalmente que as diferenças se iniciaram na nona casa. O mesmo raciocínio vale para as altitudes, porém considerando apenas três casas (limite dos dados fornecidos pelo IBGE).

4.4 Comparação entre os métodos

A comparação entre o método direto e o método iterativo também foi feita, e os resultados se encontram no Anexo E. Em relação às quantidades, não foram encontradas diferenças entre as latitudes, nem entre as longitudes, até o limite máximo de casas decimais suportada pelo programa. Foram encontradas diferenças somente nas altitudes, cujo maior valor foi de 0,0000000037252 m, ou seja, um valor muito pequeno se comparado com o nível de precisão de centímetros e milímetros com que se trabalha em engenharia, como cadastro rural e urbano, barragem, estradas e entre outras.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O propósito deste trabalho foi desenvolver de uma forma compacta códigos de programação na linguagem Python aplicado à geodésia, especificamente usados na conversão entre coordenadas cartesianas tridimensionais e geodésicas, e posterior comparação com dados oficiais do IBGE, por meio da plataforma de desenvolvimento virtual Colab, do Google.

Em razão do alto nível da linguagem Python, os códigos criados mostraram-se razoavelmente fáceis de serem implementados. Isso favorece bastante não somente as pesquisas em geodésia, mas também a execução de trabalho práticos de engenharia atuantes no mercado de trabalho, os discentes dos cursos de engenharia interessados na área, e demais profissionais de áreas afins que demandam pela

solução deste tipo de problema em seus trabalhos de levantamentos geodésicos, mapeamentos, e outras aplicações correlatas.

Depois do desenvolvimento e criação dos códigos deste trabalho, ficou claro que o uso criterioso e consciente de novas tecnologias auxiliam muito as atividades do engenheiro, pois, se os programas forem desenvolvidos criteriosamente e se forem utilizados da forma correta, os resultados contribuem positiva e ativamente para o avanço da engenharia e conseqüentemente da sociedade. Chegou-se a esta conclusão porque além da eficiência, altíssima precisão, e do reduzido tempo de processamento, muitas ferramentas tecnológicas modernas, como o Python e o Colab também são gratuitas, amigáveis, relativamente simples e acessíveis por qualquer um que possua um computador e acesso à internet.

Tratando especificamente da Engenharia Cartográfica e de Agrimensura, percebeu-se que, além do conhecimento de novas tecnologias, é de grande importância o conhecimento técnico sobre a teoria e a aplicação das conversões entre os sistemas de coordenadas, porque apesar de ser um tema específico, é um tema central, e amplamente utilizado na profissão. Um exemplo prático e comum do uso de conversão de coordenadas, é quando se quer conhecer, em razão do projeto, as coordenadas em diversos sistemas. Isso acontece cotidianamente numa obra de uma estrada (ou de uma barragem, ou de qualquer grande obra de engenharia), em que o GNSS de alta precisão é utilizado, mas são necessárias coordenadas de vários tipos (cartesianas tridimensionais, geodésicas, topográficas, UTM, etc) para cada fase do projeto. É justamente neste ponto que se faz importante o conhecimento dos vários sistemas e das várias conversões possíveis entre eles, pois um erro nessas manipulações pode arruinar um projeto inteiro, causando prejuízos não somente econômicos e de tempo, mas também podendo causar tragédias mais sérias, como perda de vidas humanas.

Em relação aos métodos utilizados (direto e iterativo), foi verificado que não existiram diferenças significativas entre eles, podendo ambos serem usados nas atividades de conversão de coordenadas nas aplicações da geodésia na engenharia, concordando com a afirmação de Hofmann-Wellenhof, citada no item 2.7.5, de não há razão para que o método direto seja menos popular do que o procedimento iterativo, uma vez que não há diferenças significativas entre os dois métodos.

Por fim, como trabalhos futuros, sugere-se que sejam desenvolvidos novos códigos não somente para conversão, mas também para transformação de

coordenadas entre diferentes sistemas, e que tais códigos possam compor alguma plataforma ou algum aplicativo que, por possuírem uma interface com os usuários, possibilitem a utilização por aqueles que carecem de maiores habilidades na área de programação.

REFERÊNCIAS

ASHKENAZI, V. **Geodesy and Satellite Navigation - A Lighthearted Look at a Strange Relationship**. *Inside GNSS*, abril 2006.

COAST AND GEODETIC SURVEY. **Definitions of Terms Used in Geodetic and Other Surveys**. Washington: United States Government Printing Office, 1948.

DEAKIN, R. E. **Coordinates Transformations in Surveying and Mapping**. Royal Melbourne Institute of Technology, 2004a.

DEAKIN, R. E. **The Standard and Abridged Molodensky Coordinate Transformation Formulae**. Royal Melbourne Institute of Technology, 2004b.

DEAKIN, R. E. **A Note on The Bursa-Wolf and Molodensky-Badekas Transformations**. Royal Melbourne Institute of Technology, 2004c.

GASPAR, J. A. **Cartas e Projecções Cartográficas**. 3 ed. Lisboa: Lidel, 2005.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; LICHTENEGGER, H.; WASLE, E. **GNSS: Global Navigation Satellite Systems - GPS, GLONASS, Galileo, and more**. New York: Springer Verlag, 2008.

HOFMANN-WELLENHOF, B.; MORITZ, H. **Physical Geodesy**. 2 ed. New York: Springer Verlag, 2006.

HOSMER, G. L. **Geodesy**. 1 ed. New York: John Wiley & Sons, 1920.

IBGE. **Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística: Resolução da Presidência nº01/2005, que altera a caracterização do Sistema Geodésico Brasileiro**. Rio de Janeiro, 2005.

IBGE. **Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística: Resolução da Presidência nº01/2015, que define a data de término do período de transição definido na RPR 01/2005 e dá outras providências sobre a transformação entre os referenciais geodésicos adotados no Brasil**. Rio de Janeiro: 2015.

IBGE. **Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística: Centro de Análises - IBGE - SIRGAS, o que é?**. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/geociencias/informacoes-sobre-posicionamento-geodesico/sirgas/16257-centro-de-analise-ibge.html?=&t=o-que-e>. Acesso em 04 out. 2020a.

IBGE. **Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística: Transformação de Coordenadas entre Sistemas de Referência Oficiais - ProGrid**. Disponível em: <https://www.ibge.gov.br/geociencias/informacoes-sobre-posicionamento-geodesico/servicos-para-posicionamento-geodesico/16312-progrid.html?=&t=o-que-e>. Acesso em 05 out. 2020b.

IBGE. **Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística: Manual do Usuário do Aplicativo Online BDG**. IBGE: Rio de Janeiro, 2017.

JEKELI, C. **Geometric Reference Systems in Geodesy**. Ohio State University, Lecture Notes. 2016.

KAPLAN, E. D; HEGARTY, C. J. **Understanding GPS/GNSS - Principles and Applications**. 3 ed. London: Artech House, 2017.

KIUSALAAS, J. **Numerical methods in engineering with Python 3**. New York: Cambridge University Press, 2013. 423p.

LEICK, A.; VAN GELDER, B. H.W. **On Similarity Transformations and Geodetic Network Distortions Based on Doppler Satellite Observations**. Columbus: The Ohio State University, 1975.

MATOS, J. **Fundamentos de Informação Geográfica**. 6 ed. Lisboa: Lidel, 2008.

NATIONAL GEODETIC SURVEY. **Geodetic Glossary**. Rockville: United States Department of Commerce, 1987.

NATIONAL SECURITY PRESIDENTIAL DIRECTIVES. **NSPD-39: U.S. Space-Based Position, Navigation, and Timing Policy**. Disponível em: <https://fas.org/irp/offdocs/nspd/nspd-39.htm>. Acesso em 15 out. 2020.

OLIVEIRA, Cêurio de. **Curso de Cartografia Moderna**. 2 ed. Rio de Janeiro: IBGE, 1993.

OLIVEIRA, Cêurio de. **Vocabulário inglês/português de geociências**. Rio de Janeiro: IBGE, 1995.

RAPP, R. H. **Geometric Geodesy I**. The Ohio State University, 1991.

SIRGAS. **Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas - Sistema de Referência**. Disponível em <<http://www.sirgas.org/pt/sirgas-definition/>> .Acesso em: 21 out. 2020a.

SIRGAS. **Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas - Missão e Objetivo do SIRGAS**. Disponível em <<http://www.sirgas.org/pt/organizacao/missao/>> .Acesso em: 21 out. 2020b.

SIRGAS. **Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas - Realizações do SIRGAS**. Disponível em <<http://www.sirgas.org/pt/sirgas-realizations/>> .Acesso em: 21 out. 2020c.

SIRGAS. **Sistema de Referência Geocêntrico para as Américas - SIRGAS 2000**. Disponível em <<http://www.sirgas.org/pt/sirgas-realizations/sirgas2000/>> .Acesso em: 21 out. 2020d.

SUBIRANA, J. S., *et al.* **GNSS DATA PROCESSING Volume I: Fundamentals and Algorithms**. European Space Agency, 2013.

TORGE, W.; MÜLLER, J. **Geodesy**. 4 ed. Berlin: Walter de Gruyter, 2012.

VAN DER MAREL, H. **Reference Systems for Surveying and Mapping**. Delft University of Technology, Lecture Notes, 2020.

VAN SICKLE, J. **Basic GIS Coordinates**. 3 ed. New York: CRC Press, 2017.

VAN SICKLE, J. **GPS for Land Surveyors**. 4 ed. New York: CRC Press, 2015.

VANICEK, P. **Physical Geodesy II**. Department of Surveying Engineering, University of New Brunswick, 1976.

VANICEK, P; KRAKIWSKY, E. J. **Geodesy: The Concepts**. 2 ed. Amsterdam: North-Holland, 1986.

APÊNDICES

**APÊNDICE A - SCRIPT EM PYTHON DA CONVERSÃO DE
COORDENADAS CARTESIANAS TRIDIMENSIONAIS
GEOCÊNTRICAS PARA COORDENADAS GEODÉSICAS PELO
MÉTODO ITERATIVO**

```

#compute the geodetic coordinates  $\phi$ ,  $\lambda$ ,  $h$  from the Cartesian coordinates  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ 
#Iterative Method
import pandas as pd
import math
import xlswriter
import numpy as np
from google.colab import drive
drive.mount('/content/drive')
read_file = pd.read_excel('/content/drive/My Drive/XYZIBGETCC.xlsx')
x = read_file['X']
y = read_file['Y']
z = read_file['Z']
names = read_file['ESTACAO']
a = 6378137
f = 1/298.257222101
b = a*(a*f)
e2 = (a**2-b**2)/a**2
def p_i (x,y):
    p_i = math.sqrt(x**2+y**2)
    return p_i
def lat_o (x,y,z):
    lat_o = z/p_i(x,y)*(1/(1-e2))
    return lat_o
def N_o(x,y,z):
    N_o = a**2/(math.sqrt(a**2*((math.cos(lat_o(x,y,z)))**2) +
    (b**2*((math.sin(lat_o(x,y,z)))**2))))
    return N_o
def h_i(x,y,z):
    h_i = p_i(x,y)/math.cos(lat_o(x,y,z)) - N_o(x,y,z)
    return h_i
def lat(x,y,z):
    lat=math.atan(z/p_i(x,y)*(1/(1-e2*(N_o(x,y,z)/(N_o(x,y,z)+h_i(x,y,z))))))
    return lat
lambda = []
for i,j in zip(x,y):
    lambda = math.atan (j/i)
    lambda.append(lambda)
phi_o = []
for i,j,k in zip(x,y,z):
    phi_o = lat_o(i,j,k)
    phi_o.append(phi_o)
phi = []
for i,j,k in zip(x,y,z):
    phi = lat(i,j,k)
    phi.append(phi)
Alt_Ellip = []
lat = []
for i,j,k,l,m in zip(phi,phi_o,x,y,z):
    if i == j:
        lat.append(j)
    else:
        count = 1
        while i!=j:
            j = i
            Normal =
a**2/(math.sqrt(a**2*((math.cos(j))**2)+b**2*((math.sin(j))**2)))
            AltEllip = (p_i(k,l))/math.cos(j)-Normal
            i = math.atan(m/p_i(k,l)*(1/(1-e2*(Normal/(Normal+AltEllip)))))
            count = count +1
        lat.append(i)
        Alt_Ellip.append(AltEllip)
Lat = []
for i in lat:
    LAT = (180/math.pi)*i
    Lat.append(LAT)
long = []
for i in lambda:
    Long = (180/math.pi)*i

```



```
    long.append(Long)
lat_lon = {'Estação':names,'Latitude': Lat,'Longitude':long,'Altitude
Geométrica':Alt_Ellip}
latlon =(pd.DataFrame(lat_lon,columns=['Estação','Latitude','Longitude','Altitude
Geométrica']))
path = r'/content/drive/My Drive/geodetic_Iterations.xlsx'
writer = pd.ExcelWriter(path, engine='xlsxwriter')
# Write each dataframe to a different worksheet:
latlon.to_excel(writer, sheet_name='Geodésicas',index=False)
# Close the Pandas Excel writer and output the Excel file:
writer.save()
```

**APÊNDICE B - SCRIPT EM PYTHON DA CONVERSÃO DE
COORDENADAS CARTESIANAS TRIDIMENSIONAIS
GEOCÊNTRICAS PARA COORDENADAS GEODÉSICAS PELO
MÉTODO DIRETO**

```

#compute the geodetic coordinates  $\phi$ ,  $\lambda$ ,  $h$  from the Cartesian coordinates  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ 
#Direct Method
import pandas as pd
import math
import xlswriter
import numpy as np
from google.colab import drive
drive.mount('/content/drive')
read_file = pd.read_excel('/content/drive/My Drive/XYZIBGETCC.xlsx')
X = read_file['X']
Y = read_file['Y']
Z = read_file['Z']
names = read_file['ESTACAO']
a = 6378137
f = 1/298.257222101
b = a*(a*f)
e2 = (a**2-b**2)/a**2
e2_linha = (a**2-b**2)/b**2
def p (x,y):
    p = math.sqrt(x**2+y**2)
    return p
def longitude (x,y):
    longitude = math.atan(y/x)
    return longitude
def teta (x,y,z):
    teta = math.atan((z*a)/(p(x,y)*b))
    return teta
def latitude (x,y,z):
    latitude = (math.atan((z+e2_linha*b*(math.sin(teta(x,y,z))**3))/
        ((p(x,y)-e2*a*(math.cos(teta(x,y,z))**3))))))
    return latitude
def N(x,y,z):
    N = a/math.sqrt((1-(e2*(math.sin(latitude(x,y,z))**2))))
    return N
def altitude (x,y,z):
    altitude = p(x,y)/math.cos(latitude(x,y,z)) - N(x,y,z)
    return altitude
phi = []
for i,j,k in zip(X,Y,Z):
    phi_i = latitude(i,j,k)
    phi.append((180/math.pi)*phi_i)
lambda = []
for i,j in zip (X,Y):
    lambda_i = longitude(i,j)
    lambda.append((180/math.pi)*lambda_i)
h = []
for i,j,k in zip(X,Y,Z):
    hi = altitude(i,j,k)
    h.append(hi)
Geodetic = {'Estação':names, 'Latitude': phi, 'Longitude':lambda, 'Altitude Geométrica':h}
geodetic
=(pd.DataFrame(Geodetic, columns=['Estação', 'Latitude', 'Longitude', 'Altitude Geométrica']))
path = r'/content/drive/My Drive/geodetic_Direct.xlsx'
writer = pd.ExcelWriter(path, engine='xlswriter')
# Write each dataframe to a different worksheet:
geodetic.to_excel(writer, sheet_name='Geodetics', index=False)
# Close the Pandas Excel writer and output the Excel file:
writer.save()

```

ANEXOS

**ANEXO A - COORDENADAS GEODÉSICAS OFICIAIS DAS
ESTAÇÕES DO RIO GRANDE DO SUL PERTENCENTES AO
SISTEMA GEODÉSICO BRASILEIRO FORNECIDAS PELO IBGE EM
SIRGAS2000**

ESTACAO	MUNICIPIO	LATITUDE	LONGITUDE	ALTGEOM
99699	Itaqui	-29.13378761	-56.55539042	78,124
99700	Itaqui	-29.13111384	-56.55483636	76,838
99697	Maçambará	-29.14722777	-56.06642492	116,437
99698	Maçambará	-29.14630887	-56.06634217	116,393
96079	São Francisco de Assis	-29.55043983	-55.01670973	208,436
96080	Roque Gonzales	-28.0936353	-55.08868496	175,564
94061	Rio dos Índios	-27.28747801	-52.94415176	486,994
94060	Vicente Dutra	-27.16407466	-53.40566771	234,11
96119	Santa Cruz do Sul	-29.68950522	-52.40236604	193,421
94062	Erechim	-27.641054	-52.29592733	794,134
94039	Minas do Leão	-30.15651194	-52.11745924	68,332
94047	Maquiné	-29.77810077	-50.17436093	19,768
94042	Pelotas	-31.69571809	-52.42399014	41,275
94044	Candelária	-29.70024782	-52.85949461	134,924
91947	Santa Maria	-29.71084565	-53.71680468	95,244
93774	Aceguá	-31.81378859	-54.15675	157,379
93976	Pouso Novo	-29.1720307	-52.20589183	506,793
94054	Colorado	-28.36598534	-52.97735223	548,111
94073	Júlio de Castilhos	-29.12521834	-53.64909294	444,222
94055	Roca Sales	-29.16303404	-51.85774332	63,46
94117	São Lourenço do Sul	-31.31406451	-52.02279025	37,898
94123	Itaqui	-29.16311472	-56.3816552	97,236
94064	Marcelino Ramos	-27.56891934	-51.94109397	703,68
93977	Casca	-28.6140513	-51.87737667	497,508

94063	Charrua	-27.95285498	-52.01569784	652,833
96118	Farroupilha	-29.22440934	-51.34804394	772,146
93772	Chuí	-33.70128362	-53.4210334	20,519
94068	Santo Antônio das Missões	-28.49302226	-55.37188209	139,864
94069	Dom Pedrito	-30.88206154	-54.88222005	169,048
94065	Uruguaiana	-29.79365999	-57.01379735	85,951
93975	Cruz Alta	-28.63564129	-53.61387813	480,033
94066	São Borja	-28.91325638	-55.62199847	149,119
94127	Porto Lucena	-27.88708237	-55.04023316	107,045
94075	Capão do Cipó	-29.07517624	-54.50916462	396,494
93974	Sarandi	-27.81453861	-53.03927949	460,61
94056	Sarandi	-27.97763551	-52.90483754	610,055
93816	Entre-Ijuís	-28.37831947	-54.28376669	274,147
94041	Dois Irmãos	-29.5888169	-51.08654365	175,97
91939	Quaraí	-30.38124481	-56.39707804	162,57
94071	Caçapava do Sul	-30.69381675	-53.24667143	127,012
94126	São Luiz Gonzaga	-28.4192544	-54.86998267	257,482
94045	Pinheiro Machado	-31.55557764	-53.40962866	470,551
93973	Campestre da Serra	-28.73769173	-51.09323447	858,161
94116	Arroio Grande	-32.09868303	-52.91047233	70,735
91950	Jaguarão	-32.24911586	-53.55367699	148,49
94072	Santa Margarida do Sul	-30.33968698	-54.05942357	127,939
94043	Lavras do Sul	-30.94387279	-54.10975078	325,674
94057	Campo Novo	-27.67577629	-53.80333145	444,313
94037	Bom Jesus	-28.66932495	-50.43588715	1057,556
91940	Quaraí	-30.17790674	-56.05474115	239,91

94118	Sentinela do Sul	-30.59089972	-51.53815581	101,294
94046	São Francisco de Paula	-29.31535796	-50.21350379	906,863
94125	Espumoso	-28.79570385	-52.79444672	463,287
91938	Santana do Livramento	-30.85824364	-55.50201382	213,375
94074	Santiago	-29.10195625	-54.91759015	417,754
91945	São Vicente do Sul	-29.66637336	-54.67274094	130,041
94122	Itaqui	-29.26203399	-56.58175227	95,107
94119	Dom Feliciano	-30.69620708	-52.05951199	114,627
91936	Alegrete	-29.8343847	-55.68580417	142,374
94121	Manoel Viana	-29.38231768	-55.42998347	225,638
91943	Rosário do Sul	-30.24159087	-54.95087845	151,443
93986	São Gabriel	-30.09114422	-54.0043826	101,286
94067	Santo Antônio das Missões	-28.59575737	-55.65227553	123,388
91937	Alegrete	-29.70239855	-56.00497154	176,702
91941	Uruguaiana	-29.6595371	-56.4721468	115,295
91944	São Francisco de Assis	-29.62206423	-55.16812666	255,41
91948	São Sepé	-30.23499325	-53.6220726	306,502
91989	Itaqui	-29.16007168	-56.54844615	78,566
91990	São Luiz Gonzaga	-28.39866853	-54.98574126	242,138
91991	Santo Ângelo	-28.27261383	-54.27134378	288,366
91992	Três Passos	-27.4475266	-53.94596998	468,085
91993	Seberi	-27.47274658	-53.4033841	557,872
91994	Erechim	-27.61464555	-52.22630703	709,599
91995	Lagoa Vermelha	-28.22244394	-51.51278956	845,416
91996	Soledade	-28.85924901	-52.54224035	671,462
91997	Vacaria	-28.49135962	-50.93655959	964,522

91998	Lajeado	-29.45533273	-51.95561295	71,135
91999	Caxias do Sul	-29.13999653	-50.98754648	831,152
91850	Porto Alegre	-30.07404243	-51.11976479	76,745
92015	Santa Vitória do Palmar	-33.74543999	-53.37889978	20,645
92016	Bagé	-31.35085124	-54.06035932	200,086
92017	Santana do Livramento	-30.85901697	-55.36052322	185,6
92018	Rosário do Sul	-30.21351163	-55.19024183	163,86
92019	Quaraí	-30.3763644	-56.4403276	137,086
91899	Porto Alegre	-30.07318094	-51.11977469	78,721
91976	Mostardas	-31.10500699	-50.92154553	18,685
91977	Mostardas	-31.10876034	-50.91880262	19,467
91978	Camaquã	-30.82459105	-51.80099907	121,252
91979	Jaguarão	-32.5616865	-53.38001458	32,062
91980	Porto Alegre	-30.09322706	-51.20928269	232,265
91981	Pinheiro Machado	-31.57429965	-53.38843856	438,989
91982	Santana da Boa Vista	-30.85972994	-53.15773026	361,187
91983	Dom Pedrito	-30.97247928	-54.66966304	161,812
91984	Caçapava do Sul	-30.48900943	-53.48657335	420,127
91985	São Gabriel	-30.33560546	-54.26335579	144,548
91988	Santiago	-29.19163467	-54.88556515	404,4
91986	Santa Maria	-29.66349374	-53.87975085	146,029
91987	Alegrete	-29.90697415	-55.7622489	140,366
91605	Porto Alegre	-30.07483586	-51.21440042	132,58
92025	Ijuí	-28.39346364	-53.94923922	315,258
92026	Santa Rosa	-27.85148521	-54.49224464	316,481
92027	Panambi	-28.28070963	-53.51598422	459,353

92022	Cacequi	-29.91203519	-54.82139758	98,938
92023	São Borja	-28.69322561	-55.96219955	109,341
92024	Tupanciretã	-29.05675673	-53.84791444	442,788
92020	Uruguaiana	-29.83382356	-57.10277066	77,603
92011	Rio Grande	-32.49311191	-52.57996871	22,786
92012	Pelotas	-31.7131913	-52.31112556	25,018
92013	Santa Maria	-29.71892388	-53.71659314	113,107
92014	Santa Vitória do Palmar	-33.50310425	-53.34583636	35,859
91949	Aceguá	-31.87314777	-54.1591471	275,704
91951	Butiá	-30.12848356	-51.95804972	88,165
91713	Rio Grande	-32.13731636	-52.10431578	21,105
92030	Salto do Jacuí	-29.09468991	-53.19630531	347,897
92031	Cachoeira do Sul	-30.04538271	-52.91240345	67,731
92032	Santa Cruz do Sul	-29.73764598	-52.44883175	104,594
92033	Pantano Grande	-30.1883597	-52.37503842	49,246
99656	Nova Petrópolis	-29.34211773	-51.02599431	552,095
91714	Rio Grande	-32.13886591	-52.10318421	11,979
91715	Rio Grande	-32.13937028	-52.10229501	12,039
91942	Santana do Livramento	-30.4490331	-55.62844475	259,086
92029	Passo Fundo	-28.22617498	-52.3841431	705,059
92036	Taquara	-29.67132603	-50.78845375	36,967
92037	Osório	-29.89459114	-50.24190031	24,454
93525	Porto Alegre	-30.12441997	-51.21059954	57,813
93645	São Leopoldo	-29.79299463	-51.15242517	82,659
93704	Barra do Ribeiro	-30.34788968	-51.24555019	14,862
94038	Canguçu	-31.39072668	-52.67749923	429,187

91934	Itaqui	-29.16372897	-56.51004604	79,25
91935	Itaqui	-29.22521126	-55.76561219	142,527
93972	Esmeralda	-28.05634372	-51.12976032	921,153
94058	Santa Rosa	-27.78933386	-54.3863383	259,335
93627	Santa Maria	-29.6942536	-53.81409241	138,393
93684	Santa Vitória do Palmar	-33.74727183	-53.38266703	17,652
93685	Santa Vitória do Palmar	-33.75066614	-53.39348856	13,612
93790	Pelotas	-31.68118786	-52.43981697	80,827
94124	Campos Borges	-28.8907254	-53.0321438	496,958
93903	Santana do Livramento	-30.97460789	-55.26549548	182,718
93904	Itacurubi	-28.71763581	-55.36418902	170,308
93641	Porto Alegre	-30.09322704	-51.2092826	232,271
93642	Porto Alegre	-30.15257749	-51.15177102	23,166
93756	Porto Alegre	-29.97959339	-51.11023424	9,227
93773	Dom Pedrito	-31.0021697	-54.61769823	168,488
93783	Capão do Cipó	-28.93005622	-54.55698496	343,783
93784	São Luiz Gonzaga	-28.40072699	-54.93087744	232,839
93815	Três Passos	-27.51225672	-53.89790192	464,087
93817	Garibaldi	-29.27030871	-51.52913988	686,433
93818	Igrejinha	-29.58191638	-50.80490464	39,058
93869	Caxias do Sul	-29.13999652	-50.98754651	831,143
91946	Santa Maria	-29.69536554	-53.7750871	125,278
92028	Cambará do Sul	-29.04921838	-50.14968886	1022,642
94070	Bagé	-31.26524438	-54.13931533	313,451
93805	Alegrete	-29.70849355	-55.52636706	140,943
94040	Cachoeira do Sul	-30.24222884	-52.74742739	60,073

96106	São Francisco de Assis	-29.55387634	-55.12818331	168,937
96132	Bento Gonçalves	-29.1496432	-51.53543624	678,202
96120	Caxias do Sul	-29.19259716	-51.25726666	751,689
96133	Antônio Prado	-28.86152525	-51.26603928	758,194
99511	Nova Pádua	-29.03406963	-51.31195225	678,515
99509	São Marcos	-29.00793094	-51.02417938	821,452
99544	Veranópolis	-28.88874169	-51.54273102	713,6
99542	Guaporé	-28.85247088	-51.9187298	711,99
99543	Fagundes Varela	-28.88028142	-51.69371917	618,516
99552	Bento Gonçalves	-29.17024683	-51.5054292	679,081
99513	Flores da Cunha	-29.0352614	-51.18720066	818,678
99558	Nova Roma do Sul	-28.98948519	-51.41161456	620,088
99551	Cotiporã	-28.98484006	-51.69500227	639,144
99553	Bento Gonçalves	-29.14686643	-51.52186578	688,416
99595	Xangri-lá	-29.80337149	-50.06242311	10,812
94053	Cerro Largo	-28.14188036	-54.75475928	280,904
94048	Alegrete	-29.78944546	-55.76883972	117,207
96172	Capão do Leão	-31.80244945	-52.41762854	37,13
92035	Porto Alegre	-30.07389751	-51.11968291	76,673
99606	Marau	-28.46158561	-52.1911646	531,522
99601	Venâncio Aires	-29.64257803	-52.19849741	60,242
96254	Passo Fundo	-28.22813983	-52.39062023	710,742
99603	São Vicente do Sul	-29.70183555	-54.69422534	145,104
99591	Rio Pardo	-29.97495763	-52.36682228	83,001
99690	Ipê	-28.81679897	-51.28847274	805,764
99725	Novo Hamburgo	-29.67506524	-51.09585504	28,134

99726	Novo Hamburgo	-29.68176628	-51.16872523	47,273
99727	Novo Hamburgo	-29.74735813	-51.06862066	24,742
99737	Ivoti	-29.59021793	-51.16013473	116,404
99738	Ivoti	-29.62482376	-51.1386377	161,001
99713	Novo Hamburgo	-29.65349161	-51.10128272	58,964
99714	Novo Hamburgo	-29.67861656	-51.1209738	44,798
99715	Novo Hamburgo	-29.76828294	-51.04058279	102,217
99716	Novo Hamburgo	-29.69910422	-51.08864714	16,297
99717	Novo Hamburgo	-29.72415152	-51.13487982	14,099
99720	Novo Hamburgo	-29.69942498	-51.14430297	83,569
99721	Novo Hamburgo	-29.64047033	-51.13679412	50,34
99722	Novo Hamburgo	-29.72811705	-51.13371646	13,361
99723	Novo Hamburgo	-29.69471175	-51.11699416	72,84
99724	Novo Hamburgo	-29.66807465	-51.13173226	85,736
94120	Lajeado	-29.46125052	-51.95757684	63,841
99718	Farroupilha	-29.20998464	-51.35126753	752,569
99760	Guaíba	-30.13778836	-51.31086463	12,261
99761	Guaíba	-30.13693201	-51.31023686	9,042
99767	Nova Petrópolis	-29.37198739	-51.11105455	571,362
99768	Nova Petrópolis	-29.36688271	-51.0949595	577,984
99769	Nova Petrópolis	-29.33581782	-51.17005177	83,698
99770	Nova Petrópolis	-29.3867988	-51.12456617	590,969
99771	Nova Petrópolis	-29.37436933	-51.14155302	598,371
99772	Nova Petrópolis	-29.34071097	-51.13360283	81,248
99773	Nova Petrópolis	-29.36013371	-51.04865986	622,957
99774	Nova Petrópolis	-29.40914216	-51.08600355	425,052

92021	Maçambara	-29.00643494	-55.51026976	190,945
91952	Barra do Ribeiro	-30.37263937	-51.43076495	35,535
99775	Nova Petrópolis	-29.42456518	-51.03850505	585,47
99776	Nova Petrópolis	-29.41730331	-51.14382684	548,284
99762	Gramado	-29.35943276	-50.87985653	829,009
99741	Itaqui	-29.15400624	-56.54428873	84,457
99765	Canoas	-29.93473141	-51.17819428	13,854
99766	Canoas	-29.90668494	-51.12794346	45,275
93696	Porto Alegre	-30.20698991	-51.06062621	56,088
94128	São Leopoldo	-29.79299482	-51.15242215	81,268
99764	Maximiliano de Almeida	-27.63286924	-51.80451117	624,129

**ANEXO B - COORDENADAS CARTESIANAS TRIDIMENSIONAIS
GEOCÊNTRICAS FORNECIDAS PELO PROGRID, A PARTIR DAS
COORDENADAS GEODÉSICAS OFICIAIS FORNECIDAS PELO IBGE
PARA O RIO GRANDE DO SUL**

ESTACAO	X (m)	Y (m)	Z (m)
99699	3072939,977	-4652471,985	-3086900,216
99700	3073063,864	-4652561,718	-3086640,721
99697	3112145,79	-4625504,133	-3088220,022
99698	3112180,141	-4625540,764	-3088131,047
96079	3183849,27	-4549831,552	-3127222,457
96080	3222662,949	-4617635,38	-2985746,036
94061	3418382,513	-4527158,829	-2906784,767
94060	3385401,401	-4559389,031	-2894509,349
96119	3383410,883	-4393823,905	-3140615,936
94062	3458495,812	-4474113,375	-2941694,286
94039	3389293,672	-4356477,48	-3185421,682
94047	3548452,313	-4255111,487	-3149057,594
94042	3312443,296	-4305022,879	-3331792,601
94044	3347861,041	-4420167,218	-3141621,394
91947	3280985,4	-4469267,15	-3142622,112
93774	3176777,52	-4397709,87	-3342986,078
93976	3415898,123	-4404684,517	-3090811,048
94054	3382195,899	-4484636,221	-3012516,431
94073	3305344,084	-4491311,498	-3086248,722
94055	3442660,327	-4383924,957	-3089724,211
94117	3356112,625	-4299151,982	-3295711,345
94123	3086165,935	-4641828,11	-3089748,479
94064	3488371,781	-4455462,856	-2934568,021
93977	3459540,213	-4408529,162	-3036657,433
94063	3470342,052	-4444344,6	-2972197,262

96118	3479836,49	-4351017,878	-3096008,929
93772	3165420,934	-4265513,393	-3518940,835
94068	3187860,339	-4616218,292	-3024703,906
94069	3151763,653	-4481549,239	-3254765,338
94065	3016035,404	-4646736,61	-3150587,349
93975	3323670,48	-4510403,866	-3038749,572
94066	3155052,485	-4611635,231	-3065560,974
94127	3232687,786	-4623663,444	-2965500,916
94075	3239096,757	-4542582,931	-3081378,788
93974	3394603,28	-4511222,045	-2958557,88
94056	3400158,206	-4496604,104	-2974602,932
93816	3278550,421	-4559858,912	-3013589,062
94041	3486873,512	-4319253,624	-3130906,418
91939	3047840,706	-4586861,533	-3206986,339
94071	3284761,894	-4398296,641	-3236814,743
94126	3230475,823	-4591387,121	-3017572,007
94045	3242974,132	-4368201,806	-3318785,99
93973	3515617,383	-4355899,819	-3048854,187
94116	3261548,153	-4314178,452	-3369743,986
91950	3207674,57	-4343427,538	-3383905,427
94072	3233744,515	-4460588,8	-3202993,501
94043	3209911,037	-4435907,33	-3260725,456
94057	3338364,448	-4561853,113	-2944940,271
94037	3567789,269	-4318220,494	-3042302,903
91940	3081576,402	-4578053,701	-3187558,46
94118	3418039,34	-4302943,054	-3226984,926

94046	3562225,927	-4277565,949	-3104869,675
94125	3382672,014	-4455608,998	-3054300,838
91938	3103890,247	-4516528,405	-3252521,48
94074	3205814,759	-4564391,059	-3083983,129
91945	3207395,248	-4525400,005	-3138356,754
94122	3066988,1	-4648109,758	-3099317,25
94119	3375092,589	-4329182,594	-3237036,3
91936	3121679,359	-4573776,132	-3154532,282
94121	3156158,954	-4580238,994	-3111005,695
91943	3167116,069	-4514867,232	-3193615,108
93986	3246163,959	-4468680,151	-3179170,496
94067	3162153,534	-4627259,661	-3034698,2
91937	3100230,933	-4597141,764	-3141849,181
91941	3063914,358	-4624183,892	-3137690,971
91944	3169598,555	-4555045,551	-3134149,973
91948	3271261,859	-4440612,203	-3193061,298
91989	3072721,888	-4650915,942	-3089444,843
91990	3221808,019	-4598782,454	-3015557,922
91991	3282792,299	-4563670,595	-3003283,208
91992	3333898,053	-4579629,09	-2922527,177
91993	3376395,733	-4546881,745	-2925048,56
91994	3464715,245	-4470921,235	-2939062,04
91995	3500568,369	-4402834,53	-2998648,546
91996	3400297,446	-4438124,786	-3060571,875
91997	3535814,882	-4356495,951	-3024935,337
91998	3425396,967	-4377314,111	-3117979,558

91999	3510047,969	-4332622,406	-3087868,007
91850	3467519,402	-4300378,535	-3177517,73
92015	3166934,851	-4261002,194	-3523014,479
92016	3199971,619	-4414154,572	-3299279,659
92017	3114995,683	-4508793,857	-3252580,835
92018	3149127,536	-4529354,479	-3190931,766
92019	3044516,561	-4589370,567	-3206506,687
91899	3467549,772	-4300417,72	-3177436,075
91976	3445679,777	-4243167,119	-3275876,951
91977	3445747,792	-4242835,79	-3276233,656
91978	3390092,771	-4308194,042	-3249270,81
91979	3209685,394	-4318697,091	-3413107,913
91980	3460212,782	-4305064,836	-3179435,945
91981	3243925,284	-4366108,235	-3320538,345
91982	3286062,248	-4385820,642	-3252738,757
91983	3165384,614	-4465617,562	-3263361,022
91984	3273342,969	-4421501,811	-3217417,818
91985	3217989,398	-4472267,5	-3202611,372
91988	3205573,904	-4558628,59	-3092658,35
91986	3269820,216	-4480715,565	-3138087,299
91987	3113318,409	-4574622,455	-3161509,025
91605	3460414,383	-4306103,286	-3177621,825
92025	3304669,3	-4540023,244	-3015085,241
92026	3277939,516	-4594186,217	-2962111,45
92027	3342507,278	-4519775,846	-3004154,401
92022	3187833,095	-4522626,336	-3161974,677

92023	3134172,147	-4639995,13	-3044171,941
92024	3291914,814	-4505732,425	-3079616,713
92020	3007609,779	-4649549,871	-3154446,099
92011	3272154,356	-4276700,628	-3406691,153
92012	3320286,185	-4297672,786	-3333432,398
92013	3280748,409	-4468909,74	-3143408,682
92014	3178286,297	-4271124,899	-3500641,186
91949	3174618,949	-4395109,062	-3348640,047
91951	3402373,275	-4348273,163	-3182744,669
91713	3320499,355	-4266032,127	-3373345,986
92030	3341669,495	-4466301,337	-3083245,382
92031	3332251,406	-4408009,265	-3174763,453
92032	3378187,36	-4394408,137	-3145206,659
92033	3368581,125	-4370251,849	-3188464,289
99656	3500102,765	-4326278,724	-3107282,103
91714	3320522,714	-4265888,319	-3373486,63
91715	3320570,674	-4265813,347	-3373534,021
91942	3106997,226	-4542491,037	-3213516,178
92029	3433013,039	-4455307,063	-2998946,536
92036	3506362,814	-4297457,115	-3138787,706
92037	3539327,806	-4254355,661	-3160261,277
93525	3458932,602	-4303674,646	-3182339,812
93645	3474822,021	-4314466,013	-3150521,706
93704	3448474,375	-4296026,485	-3203721,152
94038	3304290,037	-4333968,843	-3303174,023
91934	3075729,615	-4648691,295	-3089799,167

91935	3134028,947	-4605635,155	-3095779,102
93972	3535414,116	-4386146,539	-2982450,22
94058	3288268,302	-4590691,566	-2955993,187
93627	3273952,08	-4475597,578	-3141045,928
93684	3166585,87	-4261117,82	-3523181,765
93685	3165654,282	-4261545,221	-3523492,565
93790	3311790,429	-4306635,293	-3330442,425
94124	3361120,654	-4465567,979	-3063542,808
93903	3118716,284	-4498208,011	-3263574,132
93904	3181721,197	-4606005,68	-3046574,189
93641	3460212,793	-4305064,835	-3179435,946
93642	3462347,722	-4298876,998	-3185021,86
93756	3471487,306	-4303834,191	-3168419,092
93773	3168455,41	-4461367,744	-3266186,492
93783	3239800,147	-4551601,011	-3067284,955
93784	3226143,081	-4595599,786	-3015754,182
93815	3335786,484	-4574153,239	-2928889,327
93817	3464473,715	-4359990,067	-3100406,481
93818	3508226,131	-4302262,091	-3130173,645
93869	3510047,962	-4332622,402	-3087868,002
91946	3276955,363	-4473309,281	-3141146,502
92028	3576270,682	-4284717,324	-3079167,824
94070	3196831,928	-4422636,028	-3291228,717
93805	3138316,192	-4570783,143	-3142418,304
94040	3338292,569	-4389668,498	-3193630,189
96106	3174864,119	-4555835,04	-3127534,35

96132	3468050,462	-4365476,198	-3088727,476
96120	3487791,499	-4346827,39	-3092920,877
96133	3498271,539	-4361256,489	-3060834,713
99511	3488945,483	-4356778,081	-3077532,649
99509	3511746,425	-4340389,611	-3075068,337
99544	3476239,186	-4376927,967	-3063454,954
99542	3448637,748	-4401172,982	-3059933,396
99543	3464922,059	-4386363,62	-3062587,906
99552	3469644,083	-4362788,926	-3090722,365
99513	3498459,955	-4349216,718	-3077716,18
99558	3482824,971	-4364673,833	-3073182,378
99551	3461359,569	-4382055,486	-3072741,218
99553	3469183,159	-4364779,021	-3088463,625
99595	3555860,25	-4247097,742	-3151484,188
94053	3248119,581	-4596792,99	-2990511,434
94048	3116428,462	-4580324,952	-3150197,438
96172	3309121,001	-4299717,182	-3341854,186
92035	3467530,562	-4300379,798	-3177503,791
99606	3440312,004	-4433811,54	-3021828,002
99601	3400530,567	-4383700,202	-3136030,017
96254	3432449,553	-4455617,498	-2999141,101
99603	3204580,614	-4525024,406	-3141779,315
99591	3376465,861	-4379182,285	-3168010,812
99690	3498085,309	-4364524,388	-3056514,77
99725	3483122,211	-4316041,737	-3139143,461
99726	3477409,963	-4320194,619	-3139798,291

99727	3482675,714	-4311293,719	-3146101,804
99737	3481242,382	-4323628,548	-3131012,054
99738	3481699,545	-4320876,568	-3134369,218
99713	3483473,352	-4317313,622	-3137080,749
99714	3481116,453	-4317427,885	-3139493,732
99715	3484103,461	-4308746,041	-3148153,891
99716	3482829,757	-4314568,629	-3141452,506
99717	3478482,459	-4316304,61	-3143862,84
99720	3478662,648	-4317981,522	-3141516,721
99721	3481240,14	-4320021,913	-3135822,06
99722	3478432,922	-4316063,772	-3144244,201
99723	3480876,953	-4316517,229	-3141057,571
99724	3480691,052	-4318559,567	-3138498,689
94120	3425044,218	-4377172,458	-3118547,12
99718	3480068,481	-4351809,884	-3094603,791
99760	3450906,425	-4309109,621	-3183598,659
99761	3450981,692	-4309106,84	-3183514,944
99767	3492667,633	-4330219,72	-3110177,439
99768	3494061,821	-4329458,873	-3109687,551
99769	3489172,77	-4335013,732	-3106443,844
99770	3491151,548	-4330429,466	-3111617,774
99771	3490295,679	-4331995,726	-3110420,786
99772	3491761,705	-4332584,631	-3106915,451
99773	3497814,498	-4326949,748	-3109057,578
99774	3493210,828	-4327020,317	-3113694,186
92021	3161228,387	-4601382,496	-3074617,57

91952	3433715,536	-4306081,272	-3206099,063
99775	3496356,601	-4323578,655	-3115262,213
99776	3488630,805	-4330281,101	-3114542,766
99762	3510684,593	-4316794,698	-3109090,88
99741	3073242,762	-4650970,537	-3088860,609
99765	3467939,266	-4309886,644	-3164112,769
99766	3472708,214	-4308072,011	-3161433,823
93696	3467293,953	-4291027,275	-3190252,746
94128	3474821,485	-4314464,882	-3150521,034
99764	3496908,897	-4444498,566	-2940811,836

**ANEXO C - COORDENADAS GEODÉSICAS PROCESSADAS NO
PYTHON PELO MÉTODO ITERATIVO UTILIZANDO AS
COORDENADAS TRIDIMENSIONAIS FORNECIDAS PELO PROGRID
DAS ESTAÇÕES DO RIO GRANDE DO SUL PERTENCENTES AO
SISTEMA GEODÉSICO BRASILEIRO**

Estação	Latitude (G.dec)	Longitude (G.dec)	Altitude Geométrica (m)
99699	-29,1337876108052	-56,5553904219903	78,1243928726763
99700	-29,131113836768	-56,5548363651879	76,8381419321522
99697	-29,1472277706376	-56,06642491873	116,436511342414
99698	-29,1463088753169	-56,0663421676002	116,39283884503
96079	-29,5504398299511	-55,0167097258993	208,435868543573
96080	-28,0936353042333	-55,0886849633084	175,564129870385
94061	-27,2874780119043	-52,9441517610113	486,994476065971
94060	-27,1640746591246	-53,4056677087791	234,109789443202
96119	-29,6895052176249	-52,4023660420645	193,420580083504
94062	-27,6410540010053	-52,2959273253905	794,134185761213
94039	-30,1565119368377	-52,1174592370709	68,3321945490316
94047	-29,7781007674764	-50,1743609305711	19,7678760467097
94042	-31,6957180888053	-52,4239901370687	41,2755934931338
94044	-29,7002478207231	-52,8594946061761	134,923981189728
91947	-29,7108456534494	-53,7168046762895	95,244033543393
93774	-31,8137885869035	-54,1567500032793	157,378828584217
93976	-29,1720306963667	-52,2058918310569	506,793276395649
94054	-28,3659853350324	-52,9773522300091	548,111008614302
94073	-29,1252183419602	-53,6490929342161	444,221850727685
94055	-29,1630340356809	-51,8577433193091	63,4605210255832

94117	-31,3140645123087	-52,0227902532854	37,8979976586997
94123	-29,1631147184366	-56,3816552040655	97,2361562224105
94064	-27,5689193401236	-51,9410939751176	703,680220191367
93977	-28,6140512994516	-51,8773766666921	497,50811924506
94063	-27,9528549828998	-52,0156978327734	652,833144512028
96118	-29,224409338017	-51,3480439407345	772,146244326606
93772	-33,701283621082	-53,421033394702	20,5192643795162
94068	-28,4930222639284	-55,3718820941772	139,864015225321
94069	-30,8820615409476	-54,8822200486899	169,048541997559
94065	-29,793659991673	-57,0137973467312	85,9511527614668
93975	-28,6356412882528	-53,6138781267369	480,032590659335
94066	-28,9132563811288	-55,6219984708112	149,118456519209
94127	-27,8870823639641	-55,0402331621246	107,045217168517
94075	-29,0751762357945	-54,5091646217923	396,494012734853
93974	-27,8145386112799	-53,0392794888141	460,609326677397
94056	-27,9776355133089	-52,904837535231	610,055241978727
93816	-28,3783194726238	-54,2837666882533	274,147279582918
94041	-29,5888168968785	-51,0865436509002	175,970042910427
91939	-30,3812448120045	-56,397078039173	162,57033381518
94071	-30,6938167504594	-53,2466714268188	127,012367291376
94126	-28,4192543999101	-54,8699826674007	257,482401409186

94045	-31,5555776378474	-53,4096286593362	470,55084509775
93973	-28,7376917372424	-51,0932344713407	858,160775934346
94116	-32,0986830360372	-52,9104723290538	70,7348844809458
91950	-32,2491158606532	-53,5536769883067	148,490081796423
94072	-30,3396869811731	-54,0594235676433	127,938695170917
94043	-30,9438727860037	-54,109750776739	325,673766667955
94057	-27,6757762923275	-53,803331453067	444,313090540469
94037	-28,6693249496405	-50,4358871496879	1057,55595841073
91940	-30,1779067410072	-56,0547411557468	239,910048483871
94118	-30,5908997192722	-51,5381558080565	101,29409396369
94046	-29,3153579571247	-50,2135037891998	906,863270473666
94125	-28,7957038503101	-52,7944467178565	463,286569925957
91938	-30,8582436395468	-55,5020138192708	213,375425088219
94074	-29,1019562541214	-54,9175901471486	417,754307458177
91945	-29,6663733657268	-54,6727409406646	130,041086477228
94122	-29,2620339891366	-56,5817522705081	95,1070335097611
94119	-30,6962070864355	-52,059511989957	114,626968280412
91936	-29,8343847060807	-55,685804169826	142,37365194317
94121	-29,3823176802709	-55,4299834692604	225,638585786335
91943	-30,2415908700484	-54,9508784515274	151,442551054992
93986	-30,0911442236643	-54,0043826008949	101,285874909721

94067	-28,5957573743923	-55,6522755296516	123,387850133702
91937	-29,7023985507952	-56,0049715412483	176,70253593009
91941	-29,6595371022446	-56,4721468003044	115,294604485855
91944	-29,6220642299005	-55,1681266606801	255,40980066359
91948	-30,2349932537328	-53,6220726003912	306,501639775932
91989	-29,1600716771645	-56,5484461521699	78,5662846062332
91990	-28,3986685277637	-54,9857412612615	242,137974484824
91991	-28,2726138283334	-54,2713437773828	288,365750445984
91992	-27,4475265995628	-53,9459699802267	468,08525021188
91993	-27,472746583493	-53,4033841057503	557,872273951769
91994	-27,6146455519237	-52,2263070306336	709,598453913815
91995	-28,2224439390682	-51,5127895592813	845,415635952726
91996	-28,8592490151792	-52,5422403493103	671,461896393448
91997	-28,4913596152235	-50,9365595879778	964,522279972211
91998	-29,455332729356	-51,9556129555269	71,1349674668163
91999	-29,1399965272959	-50,9875464765496	831,151860385202
91850	-30,0740424332093	-51,1197647924337	76,7451449120417
92015	-33,7454399887708	-53,3788997830095	20,6447898922488
92016	-31,3508512381191	-54,0603593168637	200,085993716493
92017	-30,8590169680124	-55,3605232248735	185,599869017489
92018	-30,2135116348004	-55,1902418297455	163,859846119769

92019	-30,3763643998226	-56,4403276020795	137,085545587353
91899	-30,0731809348468	-51,1197746910342	78,7212550751865
91976	-31,105006989339	-50,9215455333117	18,6850256472826
91977	-31,1087603374479	-50,9188026150144	19,4669589651748
91978	-30,8245910480371	-51,8009990735869	121,252054771408
91979	-32,561686503971	-53,3800145819081	32,0616220086813
91980	-30,0932270646956	-51,209282692255	232,265168507583
91981	-31,5742996494845	-53,3884385588797	438,988773330115
91982	-30,8597299413983	-53,1577302629331	361,186945945956
91983	-30,9724792783619	-54,6696630325119	161,811808208004
91984	-30,4890094300174	-53,486573347675	420,126760411076
91985	-30,3356054638019	-54,2633557941107	144,548308652826
91988	-29,1916346692273	-54,885565154596	404,399883062579
91986	-29,6634937368822	-53,8797508541529	146,029176737182
91987	-29,9069741549841	-55,7622488983807	140,36572747305
91605	-30,0748358586415	-51,2144004197617	132,580392301083
92025	-28,3934636400339	-53,9492392234886	315,25801395718
92026	-27,8514852139898	-54,4922446395839	316,480569645762
92027	-28,2807096267298	-53,5159842167323	459,353218163364
92022	-29,9120351881567	-54,8213975846082	98,9376828437671
92023	-28,6932256086971	-55,9621995527281	109,340736695565

92024	-29,0567567344126	-53,8479144397927	442,788093395531
92020	-29,8338235576369	-57,1027706628948	77,6030217446387
92011	-32,4931119116945	-52,579968710155	22,7857277374715
92012	-31,7131913022028	-52,3111255620007	25,0182321313769
92013	-29,7189238777867	-53,716593139357	113,107280196622
92014	-33,5031042524733	-53,3458363551258	35,8591832378879
91949	-31,8731477668871	-54,1591471046288	275,703986918554
91951	-30,1284835604592	-51,9580497188515	88,1656831065193
91713	-32,1373163620802	-52,1043157802706	21,1052995910868
92030	-29,0946899110805	-53,1963053153848	347,897053360939
92031	-30,0453827159465	-52,9124034494486	67,7306877570227
92032	-29,7376459793698	-52,4488317486247	104,594151939265
92033	-30,1883596976927	-52,375038416745	49,2457771422342
99656	-29,3421177298383	-51,0259943082568	552,094660397619
91714	-32,1388659103105	-52,103184215161	11,9785422421992
91715	-32,1393702827295	-52,1022950056406	12,0389330675826
91942	-30,4490330953492	-55,6284447510896	259,086289204657
92029	-28,2261749839316	-52,3841430933683	705,059079976752
92036	-29,6713260341542	-50,7884537445409	36,9673567358404
92037	-29,8945911430522	-50,2419003081132	24,4542131181806
93525	-30,1244199699663	-51,2105995391601	57,8132834034041

93645	-29,7929946288134	-51,1524251672777	82,6585055310279
93704	-30,3478896847909	-51,2455501884879	14,8621270470321
94038	-31,3907266808396	-52,6774992290627	429,186731657945
91934	-29,1637289671187	-56,5100460382228	79,2501281714067
91935	-29,2252112637779	-55,7656121893797	142,527575212531
93972	-28,0563437230946	-51,129760321962	921,153271923773
94058	-27,7893338642046	-54,3863382991102	259,335452952422
93627	-29,6942536015045	-53,8140924164421	138,393078967929
93684	-33,7472718309517	-53,3826670309901	17,6512732673436
93685	-33,7506661383778	-53,3934885567571	13,6121444134042
93790	-31,6811878606873	-52,4398169736553	80,8271756917238
94124	-28,8907254001964	-53,0321437964063	496,957619838417
93903	-30,9746078899589	-55,265495479694	182,7184623098
93904	-28,7176358118262	-55,3641890199328	170,308168091811
93641	-30,0932270448567	-51,2092825968156	232,270957923494
93642	-30,1525774855462	-51,1517710214864	23,1658244160935
93756	-29,9795933872602	-51,110234239652	9,22752533853054
93773	-31,0021696992005	-54,617698230683	168,488093941473
93783	-28,9300562172638	-54,5569849578073	343,782660108991
93784	-28,4007269863536	-54,9308774387362	232,838910055347
93815	-27,5122567184627	-53,897901923559	464,087007652968

93817	-29,2703087086838	-51,5291398793086	686,432888862677
93818	-29,5819163779166	-50,8049046349211	39,0581630989909
93869	-29,1399965209088	-50,987546506565	831,142862282693
91946	-29,695365538139	-53,7750870973307	125,277698087506
92028	-29,0492183817052	-50,1496888658785	1022,64184340648
94070	-31,2652443795987	-54,1393153248034	313,450957596302
93805	-29,7084935485373	-55,5263670561184	140,942590127699
94040	-30,2422288418665	-52,7474273923549	60,0731508880854
96106	-29,5538763361072	-55,1281833103904	168,937485301867
96132	-29,1496432022466	-51,5354362348428	678,202153563499
96120	-29,1925971614506	-51,2572666651196	751,688976556063
96133	-28,8615252548997	-51,2660392755225	758,19402010832
99511	-29,0340696346622	-51,3119522511883	678,514946998097
99509	-29,0079309366158	-51,0241793782469	821,452120973729
99544	-28,8887416872614	-51,5427310251266	713,59989709314
99542	-28,8524708813878	-51,9187298017405	711,990152525716
99543	-28,8802814161051	-51,693719173129	618,515980737284
99552	-29,1702468347987	-51,5054291993862	679,080988751724
99513	-29,0352614036027	-51,1872006633454	818,677878662944
99558	-28,9894851909899	-51,4116145549628	620,088065763004
99551	-28,9848400610289	-51,6950022687307	639,143709641881

99553	-29,1468664289216	-51,5218657800449	688,416087130085
99595	-29,8033714910715	-50,0624231077559	10,811798456125
94053	-28,1418803628501	-54,754759281362	280,90413529519
94048	-29,7894454597832	-55,7688397186035	117,206778379157
96172	-31,8024494514088	-52,4176285352753	37,1299981875345
92035	-30,0738975089401	-51,1196829093148	76,6729499520734
99606	-28,461585610794	-52,1911646047514	531,521772297099
99601	-29,6425780347006	-52,1984974105916	60,2420557066798
96254	-28,2281398349964	-52,390620232255	710,741819587536
99603	-29,7018355482319	-54,6942253423866	145,104081720114
99591	-29,974957628494	-52,366822278958	83,0005892151967
99690	-28,8167989671788	-51,2884727383372	805,763588103466
99725	-29,6750652388295	-51,095855039129	28,1343772914261
99726	-29,6817662835449	-51,1687252313888	47,2725789221004
99727	-29,7473581356529	-51,0686206626079	24,7420247402042
99737	-29,5902179319541	-51,160134729335	116,404566660523
99738	-29,6248237630288	-51,1386377027881	161,000961863436
99713	-29,6534916070346	-51,1012827189918	58,9642879944295
99714	-29,6786165649983	-51,1209738011575	44,7975117880851
99715	-29,7682829411716	-51,0405827862504	102,217298856005
99716	-29,6991042208575	-51,0886471432012	16,2969646090642

99717	-29,7241515152701	-51,1348798175808	14,099369850941
99720	-29,6994249834908	-51,1443029713347	83,568931195885
99721	-29,6404703296444	-51,1367941167697	50,3396380301565
99722	-29,7281170551392	-51,1337164653365	13,3609925489873
99723	-29,6947117525073	-51,1169941643988	72,8398353755474
99724	-29,6680746474891	-51,1317322653519	85,7361632613465
94120	-29,4612505192431	-51,9575768399331	63,8414081828669
99718	-29,2099846415783	-51,3512675302883	752,569494212046
99760	-30,1377883637704	-51,3108646340372	12,2608640417457
99761	-30,136932008802	-51,310236863847	9,04179688822478
99767	-29,371987389154	-51,111054550681	571,362106827088
99768	-29,3668827129655	-51,0949594988886	577,984520427883
99769	-29,3358178164136	-51,1700517671288	83,6979477703571
99770	-29,3867988011495	-51,1245661718503	590,968785724603
99771	-29,3743693340003	-51,1415530208661	598,371126049198
99772	-29,3407109663791	-51,1336028277082	81,2482725102455
99773	-29,3601337137122	-51,0486598653076	622,957209108397
99774	-29,4091421641852	-51,0860035447092	425,052111377008
92021	-29,0064349424896	-55,5102697612722	190,945152953267
91952	-30,3726393687577	-51,4307649549648	35,5348122799769
99775	-29,4245651808112	-51,0385050469106	585,469696792774

99776	-29,4173033102243	-51,1438268388694	548,283867042512
99762	-29,3594327602336	-50,8798565290748	829,008572679013
99741	-29,1540062396536	-56,5442887322418	84,4572230875492
99765	-29,934731414519	-51,178194283743	13,8538899086416
99766	-29,906684944216	-51,1279434578733	45,2749242270365
93696	-30,2069899150257	-51,0606262094585	56,0880782743916
94128	-29,7929948230684	-51,1524221474919	81,2684234352782
99764	-27,6328692391782	-51,8045111643841	624,129164092243

**ANEXO D - COORDENADAS GEODÉSICAS PROCESSADAS NO
PYTHON PELO MÉTODO DIRETO UTILIZANDO AS COORDENADAS
TRIDIMENSIONAIS FORNECIDAS PELO PROGRID DAS ESTAÇÕES
DO RIO GRANDE DO SUL PERTENCENTES AO SISTEMA
GEODÉSICO BRASILEIRO**

Estação	Latitude (G.dec)	Longitude (G.dec)	Altitude Geométrica (m)
99699	-29,1337876108052	-56,5553904219903	78,1243928726763
99700	-29,131113836768	-56,5548363651879	76,8381419321522
99697	-29,1472277706376	-56,06642491873	116,436511342414
99698	-29,1463088753169	-56,0663421676002	116,39283884503
96079	-29,5504398299511	-55,0167097258993	208,435868543573
96080	-28,0936353042333	-55,0886849633084	175,564129870385
94061	-27,2874780119043	-52,9441517610113	486,994476065971
94060	-27,1640746591246	-53,4056677087791	234,109789443202
96119	-29,6895052176249	-52,4023660420645	193,420580083504
94062	-27,6410540010054	-52,2959273253905	794,134185763076
94039	-30,1565119368377	-52,1174592370709	68,3321945490316
94047	-29,7781007674764	-50,1743609305711	19,7678760457784
94042	-31,6957180888053	-52,4239901370687	41,2755934931338
94044	-29,7002478207231	-52,8594946061761	134,923981189728
91947	-29,7108456534494	-53,7168046762895	95,2440335443243
93774	-31,8137885869035	-54,1567500032793	157,378828584217
93976	-29,1720306963668	-52,2058918310569	506,79327639658
94054	-28,3659853350324	-52,9773522300091	548,111008615233
94073	-29,1252183419602	-53,6490929342161	444,221850728616
94055	-29,1630340356809	-51,8577433193091	63,4605210246518

94117	-31,3140645123087	-52,0227902532854	37,8979976596311
94123	-29,1631147184366	-56,3816552040655	97,2361562224105
94064	-27,5689193401237	-51,9410939751176	703,680220192298
93977	-28,6140512994516	-51,8773766666921	497,508119245991
94063	-27,9528549828998	-52,0156978327734	652,83314451389
96118	-29,224409338017	-51,3480439407345	772,146244328469
93772	-33,701283621082	-53,421033394702	20,5192643804476
94068	-28,4930222639284	-55,3718820941772	139,864015225321
94069	-30,8820615409476	-54,8822200486899	169,048541997559
94065	-29,793659991673	-57,0137973467312	85,9511527605355
93975	-28,6356412882528	-53,6138781267369	480,032590660267
94066	-28,9132563811288	-55,6219984708112	149,118456519209
94127	-27,8870823639641	-55,0402331621246	107,045217167586
94075	-29,0751762357945	-54,5091646217923	396,494012734853
93974	-27,8145386112799	-53,0392794888141	460,609326676466
94056	-27,9776355133089	-52,904837535231	610,05524198059
93816	-28,3783194726238	-54,2837666882533	274,147279581986
94041	-29,5888168968785	-51,0865436509002	175,970042910427
91939	-30,3812448120045	-56,397078039173	162,570333816111
94071	-30,6938167504594	-53,2466714268188	127,012367292307
94126	-28,4192543999101	-54,8699826674007	257,482401409186

94045	-31,5555776378474	-53,4096286593362	470,550845098682
93973	-28,7376917372425	-51,0932344713407	858,160775936209
94116	-32,0986830360372	-52,9104723290538	70,7348844818771
91950	-32,2491158606532	-53,5536769883067	148,490081795491
94072	-30,3396869811731	-54,0594235676433	127,938695169985
94043	-30,9438727860037	-54,109750776739	325,673766668886
94057	-27,6757762923275	-53,803331453067	444,313090540469
94037	-28,6693249496406	-50,4358871496879	1057,55595841352
91940	-30,1779067410072	-56,0547411557468	239,91004848294
94118	-30,5908997192722	-51,5381558080565	101,294093962759
94046	-29,3153579571248	-50,2135037891998	906,863270476461
94125	-28,7957038503102	-52,7944467178565	463,286569925957
91938	-30,8582436395468	-55,5020138192708	213,375425088219
94074	-29,1019562541214	-54,9175901471486	417,754307458177
91945	-29,6663733657268	-54,6727409406646	130,041086478159
94122	-29,2620339891366	-56,5817522705081	95,1070335097611
94119	-30,6962070864355	-52,059511989957	114,626968280412
91936	-29,8343847060807	-55,685804169826	142,37365194317
94121	-29,3823176802709	-55,4299834692604	225,638585785404
91943	-30,2415908700484	-54,9508784515274	151,442551054992
93986	-30,0911442236643	-54,0043826008949	101,285874909721

94067	-28,5957573743923	-55,6522755296516	123,387850133702
91937	-29,7023985507952	-56,0049715412483	176,70253593009
91941	-29,6595371022446	-56,4721468003044	115,294604485855
91944	-29,6220642299005	-55,1681266606801	255,40980066359
91948	-30,2349932537328	-53,6220726003912	306,501639775932
91989	-29,1600716771645	-56,5484461521699	78,5662846071646
91990	-28,3986685277637	-54,9857412612615	242,137974484824
91991	-28,2726138283334	-54,2713437773828	288,365750446916
91992	-27,4475265995628	-53,9459699802267	468,08525021188
91993	-27,472746583493	-53,4033841057503	557,872273951769
91994	-27,6146455519237	-52,2263070306336	709,598453914747
91995	-28,2224439390683	-51,5127895592813	845,41563595552
91996	-28,8592490151792	-52,5422403493103	671,46189639438
91997	-28,4913596152235	-50,9365595879778	964,522279975936
91998	-29,455332729356	-51,9556129555269	71,1349674677476
91999	-29,139996527296	-50,9875464765496	831,151860387065
91850	-30,0740424332093	-51,1197647924337	76,7451449139044
92015	-33,7454399887708	-53,3788997830095	20,6447898922488
92016	-31,3508512381191	-54,0603593168637	200,085993717425
92017	-30,8590169680124	-55,3605232248735	185,599869018421
92018	-30,2135116348004	-55,1902418297455	163,8598461207

92019	-30,3763643998226	-56,4403276020795	137,085545587353
91899	-30,0731809348468	-51,1197746910342	78,7212550742552
91976	-31,1050069893391	-50,9215455333117	18,6850256482139
91977	-31,1087603374479	-50,9188026150144	19,4669589651748
91978	-30,8245910480371	-51,8009990735869	121,252054771408
91979	-32,561686503971	-53,3800145819081	32,0616220086813
91980	-30,0932270646957	-51,209282692255	232,265168508515
91981	-31,5742996494845	-53,3884385588797	438,988773331046
91982	-30,8597299413983	-53,1577302629331	361,186945946887
91983	-30,9724792783619	-54,6696630325119	161,811808208004
91984	-30,4890094300174	-53,486573347675	420,126760412008
91985	-30,3356054638019	-54,2633557941107	144,548308654688
91988	-29,1916346692273	-54,885565154596	404,399883062579
91986	-29,6634937368822	-53,8797508541529	146,029176737182
91987	-29,9069741549841	-55,7622488983807	140,36572747305
91605	-30,0748358586415	-51,2144004197617	132,580392301083
92025	-28,3934636400339	-53,9492392234886	315,258013959043
92026	-27,8514852139898	-54,4922446395839	316,480569645762
92027	-28,2807096267298	-53,5159842167323	459,353218164295
92022	-29,9120351881567	-54,8213975846082	98,9376828428358
92023	-28,6932256086971	-55,9621995527281	109,340736694634

92024	-29,0567567344126	-53,8479144397927	442,788093396463
92020	-29,8338235576369	-57,1027706628948	77,6030217446387
92011	-32,4931119116945	-52,579968710155	22,7857277374715
92012	-31,7131913022028	-52,3111255620007	25,0182321313769
92013	-29,7189238777867	-53,716593139357	113,107280197553
92014	-33,5031042524733	-53,3458363551258	35,8591832388192
91949	-31,8731477668871	-54,1591471046288	275,703986917622
91951	-30,1284835604592	-51,9580497188515	88,1656831065193
91713	-32,1373163620802	-52,1043157802706	21,1052995920181
92030	-29,0946899110805	-53,1963053153848	347,897053362802
92031	-30,0453827159465	-52,9124034494486	67,7306877560914
92032	-29,7376459793698	-52,4488317486247	104,594151939265
92033	-30,1883596976927	-52,375038416745	49,2457771422342
99656	-29,3421177298383	-51,0259943082568	552,09466039855
91714	-32,1388659103105	-52,103184215161	11,9785422412679
91715	-32,1393702827295	-52,1022950056406	12,0389330685139
91942	-30,4490330953492	-55,6284447510896	259,086289203726
92029	-28,2261749839316	-52,3841430933683	705,059079977684
92036	-29,6713260341542	-50,7884537445409	36,9673567358404
92037	-29,8945911430522	-50,2419003081132	24,454213119112
93525	-30,1244199699663	-51,2105995391601	57,8132834034041

93645	-29,7929946288134	-51,1524251672777	82,6585055310279
93704	-30,3478896847909	-51,2455501884879	14,8621270461008
94038	-31,3907266808396	-52,6774992290627	429,186731659807
91934	-29,1637289671187	-56,5100460382228	79,2501281714067
91935	-29,225211263778	-55,7656121893797	142,527575213462
93972	-28,0563437230946	-51,129760321962	921,153271925636
94058	-27,7893338642046	-54,3863382991102	259,335452952422
93627	-29,6942536015045	-53,8140924164421	138,393078967929
93684	-33,7472718309517	-53,3826670309901	17,6512732664123
93685	-33,7506661383778	-53,3934885567571	13,6121444134042
93790	-31,6811878606873	-52,4398169736553	80,8271756917238
94124	-28,8907254001964	-53,0321437964063	496,957619839348
93903	-30,9746078899589	-55,265495479694	182,7184623098
93904	-28,7176358118262	-55,3641890199328	170,308168091811
93641	-30,0932270448567	-51,2092825968156	232,270957923494
93642	-30,1525774855462	-51,1517710214864	23,1658244160935
93756	-29,9795933872602	-51,110234239652	9,22752533759922
93773	-31,0021696992005	-54,617698230683	168,488093940541
93783	-28,9300562172638	-54,5569849578073	343,782660108991
93784	-28,4007269863536	-54,9308774387362	232,838910056278
93815	-27,5122567184627	-53,897901923559	464,087007652968

93817	-29,2703087086838	-51,5291398793086	686,43288886454
93818	-29,5819163779166	-50,8049046349211	39,0581630999222
93869	-29,1399965209088	-50,987546506565	831,142862284556
91946	-29,695365538139	-53,7750870973307	125,277698088437
92028	-29,0492183817052	-50,1496888658785	1022,64184340928
94070	-31,2652443795987	-54,1393153248034	313,450957596302
93805	-29,7084935485373	-55,5263670561184	140,942590127699
94040	-30,2422288418665	-52,7474273923549	60,0731508890167
96106	-29,5538763361072	-55,1281833103904	168,937485301867
96132	-29,1496432022466	-51,5354362348428	678,202153565362
96120	-29,1925971614506	-51,2572666651196	751,688976556994
96133	-28,8615252548997	-51,2660392755225	758,194020111114
99511	-29,0340696346622	-51,3119522511883	678,51494699996
99509	-29,0079309366158	-51,0241793782469	821,452120976523
99544	-28,8887416872614	-51,5427310251266	713,599897094071
99542	-28,8524708813878	-51,9187298017405	711,990152527578
99543	-28,8802814161051	-51,693719173129	618,515980737284
99552	-29,1702468347987	-51,5054291993862	679,080988752656
99513	-29,0352614036028	-51,1872006633454	818,677878664806
99558	-28,9894851909899	-51,4116145549628	620,088065763004
99551	-28,9848400610289	-51,6950022687307	639,143709641881

99553	-29,1468664289216	-51,5218657800449	688,416087131016
99595	-29,8033714910715	-50,0624231077559	10,811798456125
94053	-28,1418803628501	-54,754759281362	280,90413529519
94048	-29,7894454597831	-55,7688397186035	117,206778377295
96172	-31,8024494514088	-52,4176285352753	37,1299981866032
92035	-30,0738975089401	-51,1196829093148	76,6729499520734
99606	-28,461585610794	-52,1911646047514	531,521772298962
99601	-29,6425780347006	-52,1984974105916	60,2420557076111
96254	-28,2281398349964	-52,390620232255	710,741819588468
99603	-29,7018355482319	-54,6942253423866	145,104081719182
99591	-29,974957628494	-52,366822278958	83,0005892151967
99690	-28,8167989671788	-51,2884727383372	805,763588105328
99725	-29,6750652388295	-51,095855039129	28,1343772923574
99726	-29,6817662835449	-51,1687252313888	47,2725789221004
99727	-29,7473581356529	-51,0686206626079	24,7420247402042
99737	-29,5902179319541	-51,160134729335	116,404566660523
99738	-29,6248237630288	-51,1386377027881	161,000961864367
99713	-29,6534916070346	-51,1012827189918	58,9642879953608
99714	-29,6786165649983	-51,1209738011575	44,7975117880851
99715	-29,7682829411716	-51,0405827862504	102,217298855074
99716	-29,6991042208575	-51,0886471432012	16,2969646090642

99717	-29,7241515152701	-51,1348798175808	14,099369850941
99720	-29,6994249834908	-51,1443029713347	83,568931195885
99721	-29,6404703296444	-51,1367941167697	50,3396380301565
99722	-29,7281170551392	-51,1337164653365	13,3609925489873
99723	-29,6947117525073	-51,1169941643988	72,8398353755474
99724	-29,6680746474891	-51,1317322653519	85,7361632613465
94120	-29,4612505192431	-51,9575768399331	63,8414081828669
99718	-29,2099846415783	-51,3512675302883	752,569494213909
99760	-30,1377883637704	-51,3108646340372	12,2608640417457
99761	-30,136932008802	-51,310236863847	9,04179688822478
99767	-29,371987389154	-51,111054550681	571,362106828019
99768	-29,3668827129655	-51,0949594988886	577,984520428814
99769	-29,3358178164136	-51,1700517671288	83,6979477712885
99770	-29,3867988011495	-51,1245661718503	590,968785725534
99771	-29,3743693340003	-51,1415530208661	598,371126051061
99772	-29,3407109663791	-51,1336028277082	81,2482725102455
99773	-29,3601337137122	-51,0486598653076	622,957209109329
99774	-29,4091421641852	-51,0860035447092	425,052111378871
92021	-29,0064349424896	-55,5102697612722	190,945152953267
91952	-30,3726393687577	-51,4307649549648	35,5348122809082
99775	-29,4245651808112	-51,0385050469106	585,469696793705

99776	-29,4173033102243	-51,1438268388694	548,283867043443
99762	-29,3594327602336	-50,8798565290748	829,008572681807
99741	-29,1540062396536	-56,5442887322418	84,4572230866179
99765	-29,934731414519	-51,178194283743	13,8538899086416
99766	-29,906684944216	-51,1279434578733	45,2749242279679
93696	-30,2069899150257	-51,0606262094585	56,0880782743916
94128	-29,7929948230684	-51,1524221474919	81,2684234352782
99764	-27,6328692391783	-51,8045111643841	624,129164093174

**ANEXO E - DIFERENÇAS ENTRE AS COORDENADAS GEODÉSICAS
PROCESSADAS NO PYTHON PELO MÉTODO DIRETO E PELO
MÉTODO ITERATIVO**

Estação	Dif. Latitude (G.dec)	Dif. Longitude (G. dec)	Dif. Altitude Geométrica (m)
99699	0	0	0
99700	0	0	0
99697	0	0	0
99698	0	0	0
96079	0	0	0
96080	0	0	0
94061	0	0	0
94060	0	0	0
96119	0	0	0
94062	0	0	1,86264514923096E-09
94039	0	0	0
94047	0	0	-9,31329680042836E-10
94042	0	0	0
94044	0	0	0
91947	0	0	9,31322574615479E-10
93774	0	0	0
93976	0	0	9,31265731196618E-10
94054	0	0	9,31322574615479E-10
94073	0	0	9,31322574615479E-10
94055	0	0	-9,31315469188121E-10

94117	0	0	9,31322574615479E-10
94123	0	0	0
94064	0	0	9,31322574615479E-10
93977	0	0	9,31322574615479E-10
94063	0	0	1,86264514923096E-09
96118	0	0	1,86264514923096E-09
93772	0	0	9,31329680042836E-10
94068	0	0	0
94069	0	0	0
94065	0	0	-9,31322574615479E-10
93975	0	0	9,31265731196618E-10
94066	0	0	0
94127	0	0	-9,31294152906048E-10
94075	0	0	0
93974	0	0	-9,31265731196618E-10
94056	0	0	1,86264514923096E-09
93816	0	0	-9,31265731196618E-10
94041	0	0	0
91939	0	0	9,31294152906048E-10
94071	0	0	9,31308363760763E-10
94126	0	0	0

94045	0	0	9,31265731196618E-10
93973	0	0	1,86264514923096E-09
94116	0	0	9,31322574615479E-10
91950	0	0	-9,31294152906048E-10
94072	0	0	-9,31308363760763E-10
94043	0	0	9,31265731196618E-10
94057	0	0	0
94037	0	0	2,79396772384644E-09
91940	0	0	-9,31294152906048E-10
94118	0	0	-9,31308363760763E-10
94046	0	0	2,79396772384644E-09
94125	0	0	0
91938	0	0	0
94074	0	0	0
91945	0	0	9,31294152906048E-10
94122	0	0	0
94119	0	0	0
91936	0	0	0
94121	0	0	-9,3140783974377E-10
91943	0	0	0
93986	0	0	0

94067	0	0	0
91937	0	0	0
91941	0	0	0
91944	0	0	0
91948	0	0	0
91989	0	0	9,31322574615479E-10
91990	0	0	0
91991	0	0	9,31322574615479E-10
91992	0	0	0
91993	0	0	0
91994	0	0	9,31322574615479E-10
91995	0	0	2,79396772384644E-09
91996	0	0	9,31322574615479E-10
91997	0	0	3,72529029846191E-09
91998	0	0	9,31322574615479E-10
91999	0	0	1,86264514923096E-09
91850	0	0	1,86264514923096E-09
92015	0	0	0
92016	0	0	9,3140783974377E-10
92017	0	0	9,31294152906048E-10
92018	0	0	9,31322574615479E-10

92019	0	0	0
91899	0	0	-9,31322574615479E-10
91976	0	0	9,313190219018E-10
91977	0	0	0
91978	0	0	0
91979	0	0	0
91980	0	0	9,31379418034339E-10
91981	0	0	9,31322574615479E-10
91982	0	0	9,31265731196618E-10
91983	0	0	0
91984	0	0	9,314362614532E-10
91985	0	0	1,8625883058121E-09
91988	0	0	0
91986	0	0	0
91987	0	0	0
91605	0	0	0
92025	0	0	1,86264514923096E-09
92026	0	0	0
92027	0	0	9,314362614532E-10
92022	0	0	-9,31322574615479E-10
92023	0	0	-9,31294152906048E-10

92024	0	0	9,31322574615479E-10
92020	0	0	0
92011	0	0	0
92012	0	0	0
92013	0	0	9,31294152906048E-10
92014	0	0	9,31322574615479E-10
91949	0	0	-9,31322574615479E-10
91951	0	0	0
91713	0	0	9,31329680042836E-10
92030	0	0	1,86270199264982E-09
92031	0	0	-9,31322574615479E-10
92032	0	0	0
92033	0	0	0
99656	0	0	9,31322574615479E-10
91714	0	0	-9,31320798258639E-10
91715	0	0	9,31320798258639E-10
91942	0	0	-9,31265731196618E-10
92029	0	0	9,31322574615479E-10
92036	0	0	0
92037	0	0	9,31329680042836E-10
93525	0	0	0

93645	0	0	0
93704	0	0	-9,313190219018E-10
94038	0	0	1,86270199264982E-09
91934	0	0	0
91935	0	0	9,31294152906048E-10
93972	0	0	1,86264514923096E-09
94058	0	0	0
93627	0	0	0
93684	0	0	-9,313190219018E-10
93685	0	0	0
93790	0	0	0
94124	0	0	9,31322574615479E-10
93903	0	0	0
93904	0	0	0
93641	0	0	0
93642	0	0	0
93756	0	0	-9,31322574615479E-10
93773	0	0	-9,3140783974377E-10
93783	0	0	0
93784	0	0	9,31322574615479E-10
93815	0	0	0

93817	0	0	1,86264514923096E-09
93818	0	0	9,31322574615479E-10
93869	0	0	1,86264514923096E-09
91946	0	0	9,31308363760763E-10
92028	0	0	2,79305822914466E-09
94070	0	0	0
93805	0	0	0
94040	0	0	9,31315469188121E-10
96106	0	0	0
96132	0	0	1,86264514923096E-09
96120	0	0	9,31322574615479E-10
96133	0	0	2,79396772384644E-09
99511	0	0	1,86264514923096E-09
99509	0	0	2,79396772384644E-09
99544	0	0	9,31322574615479E-10
99542	0	0	1,86264514923096E-09
99543	0	0	0
99552	0	0	9,31322574615479E-10
99513	0	0	1,86264514923096E-09
99558	0	0	0
99551	0	0	0

99553	0	0	9,31322574615479E-10
99595	0	0	0
94053	0	0	0
94048	0	0	-1,86270199264982E-09
96172	0	0	-9,31322574615479E-10
92035	0	0	0
99606	0	0	1,86264514923096E-09
99601	0	0	9,31315469188121E-10
96254	0	0	9,31322574615479E-10
99603	0	0	-9,3140783974377E-10
99591	0	0	0
99690	0	0	1,86264514923096E-09
99725	0	0	9,31329680042836E-10
99726	0	0	0
99727	0	0	0
99737	0	0	0
99738	0	0	9,31294152906048E-10
99713	0	0	9,31322574615479E-10
99714	0	0	0
99715	0	0	-9,31294152906048E-10
99716	0	0	0

99717	0	0	0
99720	0	0	0
99721	0	0	0
99722	0	0	0
99723	0	0	0
99724	0	0	0
94120	0	0	0
99718	0	0	1,86264514923096E-09
99760	0	0	0
99761	0	0	0
99767	0	0	9,31322574615479E-10
99768	0	0	9,31322574615479E-10
99769	0	0	9,31322574615479E-10
99770	0	0	9,31322574615479E-10
99771	0	0	1,86264514923096E-09
99772	0	0	0
99773	0	0	9,31322574615479E-10
99774	0	0	1,8625883058121E-09
92021	0	0	0
91952	0	0	9,31329680042836E-10
99775	0	0	9,31322574615479E-10

99776	0	0	9,31322574615479E-10
99762	0	0	2,79396772384644E-09
99741	0	0	-9,31322574615479E-10
99765	0	0	0
99766	0	0	9,31315469188121E-10
93696	0	0	0
94128	0	0	0
99764	0	0	9,31322574615479E-10

**ANEXO F - DIFERENÇAS ENTRE AS COORDENADAS GEODÉSICAS
PROCESSADAS NO PYTHON PELO MÉTODO DIRETO E AS
COORDENADAS FORNECIDAS PELO IBGE**

Estação	Dif. Latitude (G.dec)	Dif. Longitude (G.dec)	Dif. Alt. Geom (m)
99699	-8,05201239018061E-10	-1,99027994085554E-09	0,000392872676258
99700	3,23198179330575E-09	-5,18787857117786E-09	0,000141932152218
99697	-6,37559338656502E-10	1,26996013705138E-09	-0,000488657586303
99698	-5,31689181570982E-09	2,39976571947409E-09	-0,000161154970499
96079	4,88498130835069E-11	4,10075529089227E-09	-0,000131456427312
96080	-4,23329993282096E-09	-3,3083580319726E-09	0,00012987038491
94061	-1,90427940083282E-09	-1,01127994867056E-09	0,000476065970986
94060	8,75381545029086E-10	1,22092558285658E-09	-0,000210556797725
96119	2,37507080669275E-09	-2,06449612960569E-09	-0,000419916495702
94062	-1,00535046954064E-09	4,60949678426914E-09	0,000185763075933
94039	3,16227044550033E-09	2,92911295218801E-09	0,000194549031562
94047	2,523592002035E-09	-5,71098723867181E-10	-0,00012395422161
94042	1,19469945047967E-09	2,93134405637829E-09	0,000593493133785
94044	-7,23108684042018E-10	3,82388520847599E-09	-1,8810272194969E-05
91947	-3,44939010687995E-09	3,71047548242132E-09	3,35443243386635E-05
93774	3,09650971530573E-09	-3,27931104493473E-09	-0,000171415783484
93976	3,63323948704419E-09	-1,05688258145165E-09	0,000276396579977
94054	4,96756058510073E-09	-9,08784159037168E-12	8,61523301409761E-06
94073	-1,96022043041921E-09	5,78390313421551E-09	-0,000149271383862
94055	4,31904823017248E-09	6,90874912834261E-10	0,000521024651832

94117	-2,30872743145483E-09	-3,28537197447076E-09	-2,34036892976519E-06
94123	1,56341783963398E-09	-4,0654555277797E-09	0,000156222410496
94064	-1,23659305018009E-10	-5,1175703674744E-09	0,000220192298343
93977	5,48379119891251E-10	3,30787486291229E-09	0,000119245991129
94063	-2,89977819534215E-09	7,22660331575753E-09	0,000144513890177
96118	1,98298977238665E-09	-7,34466709673143E-10	0,00024432846908
93772	-1,08196474002398E-09	5,29797716808389E-09	0,000264380447572
94068	-3,92843091390205E-09	-4,17715284584119E-09	1,52253211069819E-05
94069	-9,47650846683246E-10	1,31009869619447E-09	0,000541997559395
94065	-1,67297287134716E-09	3,26878080159076E-09	0,000152760535485
93975	1,74714998024683E-09	3,26309645970468E-09	-0,000409339733437
94066	-1,12884990244311E-09	-8,11219535989949E-10	-0,000543480791208
94127	6,03589001002547E-09	-2,12459383419628E-09	0,000217167586101
94075	4,20551060642538E-09	-1,79228720753599E-09	1,27348526461901E-05
93974	-1,27995036791617E-09	1,1859313531204E-09	-0,000673323534386
94056	-3,30891936073385E-09	4,76904915558407E-09	0,000241980589976
93816	-2,62381760762764E-09	1,74667746932755E-09	0,000279581986433
94041	3,12152081960448E-09	-9,00193697361829E-10	4,29104269130676E-05
91939	-2,00447303200235E-09	8,27043322715326E-10	0,000333816111095
94071	-4,59429827515123E-10	3,18124193654512E-09	0,000367292307303
94126	8,99085250694043E-11	2,5993074359576E-09	0,000401409186395

94045	2,15259987612626E-09	6,63753496610298E-10	-0,000154901318297
93973	-7,24246973504705E-09	-1,34065913925951E-09	-0,000224063791279
94116	-6,03724004122341E-09	9,4621555035701E-10	-0,000115518122911
91950	-6,53223253266333E-10	1,69327307730782E-09	8,17954912974983E-05
94072	-1,17309184588521E-09	2,35665709169552E-09	-0,000304830014699
94043	3,99629129788082E-09	3,26097193692476E-09	-0,000233331114089
94057	-2,32747865425154E-09	-3,06695824292547E-09	9,0540468704603E-05
94037	3,59399621174816E-10	3,12141423819412E-10	-4,15864810747735E-05
91940	-1,00718011708523E-09	-5,74679859255411E-09	4,84829396043551E-05
94118	7,27748528106531E-10	1,94349070170574E-09	9,39627587968062E-05
94046	2,87521118025325E-09	8,00184807303594E-10	0,0002704764604
94125	-3,10151904159284E-10	2,14349427096749E-09	-0,00043007404355
91938	4,5319126229515E-10	7,2917316629173E-10	0,000425088219288
94074	-4,12140011007978E-09	2,85136536604114E-09	0,00030745817719
91945	-5,72678970911511E-09	-6,64584831611137E-10	8,64781588063579E-05
94122	8,63408899931528E-10	-5,08080688632617E-10	3,35097610957291E-05
94119	-6,43547792833488E-09	4,29665192314133E-11	-3,17195876959886E-05
91936	-6,08071815122457E-09	1,73997705132933E-10	-0,000348056830489
94121	-2,7091928700429E-10	7,39611039080046E-10	0,000585785403786
91943	-4,83701967368688E-11	-1,52743950820877E-09	-0,000448945008202
93986	-3,66435060072945E-09	-8,94878837698343E-10	-0,000125090278701

94067	-4,39230873894303E-09	3,48414630479965E-10	-0,000149866297804
91937	-7,95207455439595E-10	-1,24830989989277E-09	0,000535930089711
91941	-2,24464002940294E-09	-3,04424929709057E-10	-0,000395514145495
91944	9,945821943802E-11	-6,80138612096926E-10	-0,000199336409594
91948	-3,73276165532843E-09	-3,91210619454796E-10	-0,000360224068231
91989	2,83550249946529E-09	-2,16993356616513E-09	0,000284607164559
91990	2,23628759954408E-09	-1,26146915135905E-09	-2,55151764179118E-05
91991	1,66654956501588E-09	2,61719890204404E-09	-0,000249553084359
91992	4,37179181744796E-10	-2,26741292408406E-10	0,000250211879631
91993	-3,49297124557779E-09	-5,75031577909613E-09	0,000273951768918
91994	-1,92369142837379E-09	-6,33562535767851E-10	-0,000546085253404
91995	9,31741794829577E-10	7,18671344657196E-10	-0,000364044480079
91996	-5,17922060794263E-09	6,89659884756111E-10	-0,000103605620552
91997	4,77649209074116E-09	2,0221619934091E-09	0,000279975935769
91998	6,43957775992021E-10	-5,52692824840051E-09	-3,25322523764271E-05
91999	2,7040307770676E-09	3,45045236826991E-09	-0,000139612935527
91850	-3,20930126918029E-09	-2,43372966224342E-09	0,000144913904364
92015	1,22923893286497E-09	-3,00953928444869E-09	-0,00021010775119
92016	1,88093096653574E-09	3,13633563564508E-09	-6,28257541279709E-06
92017	1,98759764202805E-09	-4,87353446487759E-09	-0,000130981579389
92018	-4,80038053751741E-09	2,54530618803983E-10	-0,000153879299802

92019	1,77440284687691E-10	-2,07947437047551E-09	-0,000454412646604
91899	5,15320053295909E-09	-1,03415231933468E-09	0,000255074255165
91976	6,60939747376688E-10	-3,31171889911275E-09	2,56482139207037E-05
91977	2,5520989765937E-09	4,98564389772582E-09	-4,10348251485004E-05
91978	1,9629382563835E-09	-3,58685525725377E-09	5,47714084007111E-05
91979	-3,97101729276983E-09	-1,90809146261017E-09	-0,0003779913187
91980	-4,69565009098005E-09	-2,25503526962711E-09	0,000168508514804
91981	5,15491649366595E-10	1,1202700989088E-09	-0,000226668953871
91982	-1,3982770497023E-09	-2,93305646437148E-09	-5,40531129331612E-05
91983	1,63812075015812E-09	7,48812567508139E-09	-0,0001917919964
91984	-1,74118497398013E-11	2,3250379399542E-09	-0,000239587992382
91985	-3,80194009608203E-09	-4,11072420547498E-09	0,000308654688297
91988	7,72708119711751E-10	-4,59595383972555E-09	-0,000116937421296
91986	3,11784020823325E-09	-4,15290912769706E-09	0,000176737181818
91987	-4,98409846727554E-09	1,61931978936991E-09	-0,000272526949601
91605	1,35846178750398E-09	2,38316033573938E-10	0,000392301082599
92025	-3,38609140726476E-11	-3,48863693488965E-09	1,39590427465919E-05
92026	-3,98981114813068E-09	4,16093826061115E-10	-0,000430354237608
92027	3,27024096691275E-09	3,26767235492298E-09	0,000218164295006
92022	1,84327930696782E-09	-4,60820359649006E-09	-0,000317157164218
92023	1,30285826571708E-09	-2,72812172852355E-09	-0,000263305365991

92024	-4,4126089449037E-09	2,07315054012724E-10	9,33964624891814E-05
92020	2,36308750345415E-09	-2,89476531634136E-09	2,17446386869824E-05
92011	-1,69452363252276E-09	-1,54955159814563E-10	-0,00027226252854
92012	-2,20277129869828E-09	-2,00073202449857E-09	0,000232131376858
92013	2,21331930561064E-09	6,42963016161957E-10	0,000280197553295
92014	-2,4732997871979E-09	4,87418105876714E-09	0,00018323881924
91949	3,1128699617966E-09	-4,6287595978356E-09	-1,30823776203215E-05
91951	-4,59241533690147E-10	1,14847154009112E-09	0,000683106519276
91713	-2,08022754577541E-09	-2,70588884632161E-10	0,000299592018131
92030	-1,08052944369774E-09	-5,38479127953906E-09	5,33628017365118E-05
92031	-5,94650018115317E-09	5,51388268377195E-10	-0,000312243908638
92032	6,30208774055063E-10	1,37525546506367E-09	0,000151939265407
92033	2,30732055683802E-09	3,25500337794438E-09	-0,000222857765856
99656	1,61669788667496E-10	1,74323133705911E-09	-0,000339601449696
91714	-3,10492964672449E-10	-5,16100584491142E-09	-0,000457758732139
91715	-2,72947886514885E-09	4,3593999521363E-09	-6,69314861294623E-05
91942	4,65085037149038E-09	-1,08956044186925E-09	0,000289203725799
92029	-3,93162125078561E-09	6,6316658831056E-09	7,99776837538957E-05
92036	-4,15422007904454E-09	5,45913536598164E-09	0,000356735840441
92037	-3,05223224472684E-09	1,88682491852887E-09	0,000213119111958
93525	3,37330163802108E-11	8,39939673369372E-10	0,000283403404055

93645	1,18662768500144E-09	2,7223308052271E-09	-0,000494468972093
93704	-4,79084860671719E-09	1,51212020682578E-09	0,0001270461008
94038	-8,3959150742885E-10	9,37269817313791E-10	-0,00026834019269
91934	2,88133250592182E-09	1,77720238525581E-09	0,000128171406686
91935	-3,77795217332277E-09	6,20346440882713E-10	0,000575213462099
93972	-3,09463032976964E-09	-1,9619648128355E-09	0,000271925635616
94058	-4,20461176986464E-09	8,89755824573513E-10	0,000452952422222
93627	-1,50454937397626E-09	-6,44208597577745E-09	7,89679288857314E-05
93684	-9,51686729422363E-10	-9,90048931726051E-10	-0,00072673358768
93685	1,62221169830445E-09	3,24292415143645E-09	0,00014441340417
93790	-6,87347068151212E-10	-3,6552592064254E-09	0,000175691723825
94124	-1,96397564877771E-10	3,59373331093593E-09	-0,000380160652128
93903	4,11297662594734E-11	3,0601654543716E-10	0,000462309800099
93904	-1,82618009603175E-09	6,71747102387599E-11	0,000168091811219
93641	-4,85672302374951E-09	3,18438964086454E-09	-4,20765056787786E-05
93642	4,4537671328726E-09	-1,48639145436391E-09	-0,000175583906472
93756	2,73977107667633E-09	3,47959883129079E-10	0,000525337599218
93773	7,9948847542255E-10	-6,83030521031469E-10	9,39405410917971E-05
93783	2,73623967927961E-09	2,19274909341038E-09	-0,000339891008991
93784	3,64635965866E-09	1,26381394238706E-09	-8,99437218890853E-05
93815	1,53730894680848E-09	-3,55899487658462E-09	7,65296823601602E-06

93817	1,31620936372201E-09	6,91422030740796E-10	-0,000111135460429
93818	2,08341077723162E-09	5,07888842093962E-09	0,00016309992224
93869	-9,08830344314993E-10	3,43496253663034E-09	-0,000137715443998
91946	1,86098958465664E-09	2,66928879000261E-09	-0,000301911562701
92028	-1,70521019526859E-09	-5,87850479405461E-09	-0,000156590723009
94070	4,01279010020517E-10	5,19663245768243E-09	-4,24036980462006E-05
93805	1,46270906498103E-09	3,88161680575649E-09	-0,000409872300907
94040	-1,86646076372199E-09	-2,35489494571084E-09	0,000150889016687
96106	3,89279009027632E-09	-3,90386389881314E-10	0,000485301867087
96132	-2,24664020720411E-09	5,15718312499303E-09	0,000153565362098
96120	-1,45063339118678E-09	-5,11957409798924E-09	-2,34430059435908E-05
96133	-4,89968954298092E-09	4,47747083853756E-09	2,01111138267152E-05
99511	-4,66224037154461E-09	-1,1882761441484E-09	-5,30000403387021E-05
99509	3,3841907054466E-09	1,7531220919409E-09	0,000120976522567
99544	2,73858091759394E-09	-5,12662978735534E-09	-0,000102905929111
99542	-1,38784983505502E-09	-1,74053127466323E-09	0,000152527578166
99543	3,89488974406049E-09	-3,12901704546675E-09	-1,92627161368364E-05
99552	-4,79872142022941E-09	6,13773920576932E-10	-1,12473443323324E-05
99513	-3,60278917810319E-09	-3,34535599222363E-09	-0,000121335193512
99558	-9,89938797602008E-10	5,03718666777786E-09	6,57630041587254E-05
99551	-1,02895114650892E-09	1,2692709105977E-09	-0,000290358118718

99553	1,07836939378103E-09	-4,48991954726807E-11	8,71310159027416E-05
99595	-1,0714700238168E-09	2,24406448978698E-09	-0,00020154387504
94053	-2,85011125811252E-09	-1,36201094846911E-09	0,000135295189921
94048	2,16850537526625E-10	1,39652911457233E-09	-0,000221622705496
96172	-1,40878952947787E-09	4,72468997259057E-09	-1,81339681404324E-06
92035	1,05992725707438E-09	6,85233203512325E-10	-5,00479266065668E-05
99606	-7,94049270780306E-10	-4,75140637945515E-09	-0,00022770103817
99601	-4,70063099555773E-09	-5,9162630350329E-10	5,57076111391552E-05
96254	-4,99642993645466E-09	-2,25501395334504E-09	-0,000180411532483
99603	1,76812875452015E-09	-2,38659936258045E-09	8,17191823898611E-05
99591	1,50600953929825E-09	1,04196828942804E-09	-0,000410784803336
99690	2,82116019434397E-09	1,66276237223428E-09	-0,000411894671629
99725	1,17048770675865E-09	8,70990390922088E-10	0,000377292357388
99726	-3,54492968313025E-09	-1,38882683131669E-09	-0,000421077899631
99727	-5,65291102816445E-09	-2,60791210848765E-09	2,47402042177214E-05
99737	-1,95410976289168E-09	6,65032473534666E-10	0,000566660523404
99738	-3,028759465451E-09	-2,78811995713113E-09	-3,8135632905778E-05
99713	2,96536128985281E-09	1,00816777148793E-09	0,000287995360793
99714	-4,99825958399924E-09	-1,15748832740792E-09	-0,000488211914899
99715	-1,17162102242219E-09	3,74956243831548E-09	0,000298855073808
99716	-8,57472315374253E-10	-3,20120818741998E-09	-3,53909358388194E-05

99717	4,72990890898473E-09	2,41924880128863E-09	0,000369850941
99720	-3,49083961737051E-09	-1,33468347485177E-09	-6,88041150596064E-05
99721	3,55630191961609E-10	3,23034043958614E-09	-0,00036196984351
99722	-5,13922771006037E-09	-5,33653121692623E-09	-7,45101273125215E-06
99723	-2,50728149353563E-09	-4,39883507397099E-09	-0,000164624452594
99724	2,51094078862479E-09	-5,35187183459129E-09	0,000163261346515
94120	7,56870122131659E-10	6,68620714350254E-11	0,00040818286687
99718	-1,57829305180712E-09	-2,88338242171449E-10	0,000494213908951
99760	-3,77042042032372E-09	-4,03715461061438E-09	-0,00013595825434
99761	1,19798926334624E-09	-3,84701337452498E-09	-0,000203111775219
99767	8,46011261046442E-10	-6,80998368807195E-10	0,000106828019057
99768	-2,96547142397685E-09	1,11143094727595E-09	0,000520428813957
99769	3,58638985176185E-09	2,87121082465092E-09	-5,22287115387599E-05
99770	-1,14948761620326E-09	-1,85024617849194E-09	-0,000214274466089
99771	-4,00033073333361E-09	-8,66108962327417E-10	0,000126051060874
99772	3,62085827987357E-09	2,29179875077534E-09	0,000272510245438
99773	-3,71220920669657E-09	-5,30756238958929E-09	0,000209109328694
99774	-4,1851784260416E-09	5,29082910816214E-09	0,000111378870884
92021	-2,48957121584681E-09	-1,27224097923317E-09	0,000152953267104
91952	1,24231291920296E-09	-4,96479657385862E-09	-0,00018771909177
99775	-8,11212430562591E-10	3,08939718252077E-09	-0,000303206294802

99776	-2,243289998205E-10	1,13057296857733E-09	-0,000132956556968
99762	-2,33640662372636E-10	9,25240328797372E-10	-0,000427318193033
99741	3,46361161973618E-10	-2,24180496388726E-09	0,000223086617893
99765	-4,51897008701963E-09	-3,74299702343706E-09	-0,000110091358419
99766	-4,21595913735473E-09	2,12669704069413E-09	-7,57720321402644E-05
93696	-5,02569008631326E-09	5,41454880931269E-10	7,82743915905826E-05
94128	-3,06840775010642E-09	2,50808795954072E-09	0,000423435278236
99764	8,21742673906556E-10	5,61588819891767E-09	0,000164093174021

**ANEXO G - DIFERENÇAS ENTRE AS COORDENADAS
GEODÉSICAS PROCESSADAS NO PYTHON PELO MÉTODO
ITERATIVO E AS COORDENADAS FORNECIDAS PELO IBGE**

Estação	Dif. Latitude (G.dec)	Dif. Longitude (G.dec)	Dif. Alt. Geom (m)
99699	-8,05201239018061E-10	-1,99027994085554E-09	0,000392872676258
99700	3,23198179330575E-09	-5,18787857117786E-09	0,000141932152218
99697	-6,37559338656502E-10	1,26996013705138E-09	-0,000488657586303
99698	-5,31688115756879E-09	2,39976571947409E-09	-0,000161154970499
96079	4,88498130835069E-11	4,10075529089227E-09	-0,000131456427312
96080	-4,23329993282096E-09	-3,3083580319726E-09	0,00012987038491
94061	-1,90426874269178E-09	-1,01127994867056E-09	0,000476065970986
94060	8,75381545029086E-10	1,22092558285658E-09	-0,000210556797725
96119	2,37507080669275E-09	-2,06449612960569E-09	-0,000419916495702
94062	-1,00532915325857E-09	4,60949678426914E-09	0,000185761213288
94039	3,16227044550033E-09	2,92911295218801E-09	0,000194549031562
94047	2,523592002035E-09	-5,71098723867181E-10	-0,000123953290281
94042	1,19469945047967E-09	2,93134405637829E-09	0,000593493133785
94044	-7,23108684042018E-10	3,82388520847599E-09	-1,8810272194969E-05
91947	-3,44939010687995E-09	3,71047548242132E-09	3,35433930160889E-05
93774	3,09650971530573E-09	-3,27931104493473E-09	-0,000171415783484
93976	3,63325014518523E-09	-1,05688258145165E-09	0,000276395648712
94054	4,96757124324176E-09	-9,08784159037168E-12	8,614301691523E-06
94073	-1,96022043041921E-09	5,78390313421551E-09	-0,000149272315184
94055	4,31904823017248E-09	6,90874912834261E-10	0,000521025583147

94117	-2,30871677331379E-09	-3,28537197447076E-09	-2,34130025233981E-06
94123	1,56341783963398E-09	-4,0654555277797E-09	0,000156222410496
94064	-1,23637988735936E-10	-5,1175703674744E-09	0,000220191367021
93977	5,48389778032288E-10	3,30787486291229E-09	0,000119245059807
94063	-2,89975687906008E-09	7,22660331575753E-09	0,000144512027532
96118	1,98302174680975E-09	-7,34466709673143E-10	0,000244326606435
93772	-1,08196474002398E-09	5,29797716808389E-09	0,000264379516242
94068	-3,92842025576101E-09	-4,17715284584119E-09	1,52253211069819E-05
94069	-9,47650846683246E-10	1,31009869619447E-09	0,000541997559395
94065	-1,67297287134716E-09	3,26878080159076E-09	0,000152761466808
93975	1,74715708567419E-09	3,26309645970468E-09	-0,000409340664703
94066	-1,12884990244311E-09	-8,11219535989949E-10	-0,000543480791208
94127	6,03588290459811E-09	-2,12459383419628E-09	0,000217168517395
94075	4,20551060642538E-09	-1,79228720753599E-09	1,27348526461901E-05
93974	-1,27993970977514E-09	1,1859313531204E-09	-0,00067332260312
94056	-3,30890159716546E-09	4,76904915558407E-09	0,000241978727331
93816	-2,62381760762764E-09	1,74667746932755E-09	0,000279582917699
94041	3,12153147774552E-09	-9,00193697361829E-10	4,29104269130676E-05
91939	-2,00446237386132E-09	8,27043322715326E-10	0,0003338151798
94071	-4,59429827515123E-10	3,18124193654512E-09	0,000367291375994
94126	8,99191832104407E-11	2,5993074359576E-09	0,000401409186395

94045	2,1526105342673E-09	6,63753496610298E-10	-0,000154902249562
93973	-7,24242710248291E-09	-1,34065913925951E-09	-0,000224065653924
94116	-6,03724004122341E-09	9,4621555035701E-10	-0,000115519054233
91950	-6,53237464121048E-10	1,69327307730782E-09	8,17964225916512E-05
94072	-1,17309184588521E-09	2,35665709169552E-09	-0,00030482908339
94043	3,99629129788082E-09	3,26097193692476E-09	-0,000233332045354
94057	-2,3274679961105E-09	-3,06695824292547E-09	9,0540468704603E-05
94037	3,59449359166319E-10	3,12141423819412E-10	-4,15892750424973E-05
91940	-1,00718011708523E-09	-5,74679859255411E-09	4,8483870898508E-05
94118	7,27748528106531E-10	1,94349070170574E-09	9,39636901051699E-05
94046	2,87526091824475E-09	8,00184807303594E-10	0,000270473666433
94125	-3,10130587877211E-10	2,14349427096749E-09	-0,00043007404355
91938	4,5319126229515E-10	7,2917316629173E-10	0,000425088219288
94074	-4,12140011007978E-09	2,85136536604114E-09	0,00030745817719
91945	-5,72678970911511E-09	-6,64584831611137E-10	8,6477227512205E-05
94122	8,63408899931528E-10	-5,08080688632617E-10	3,35097610957291E-05
94119	-6,43547792833488E-09	4,29665192314133E-11	-3,17195876959886E-05
91936	-6,08071815122457E-09	1,73997705132933E-10	-0,000348056830489
94121	-2,7091928700429E-10	7,39611039080046E-10	0,000585786335193
91943	-4,83701967368688E-11	-1,52743950820877E-09	-0,000448945008202
93986	-3,66435060072945E-09	-8,94878837698343E-10	-0,000125090278701

94067	-4,39230873894303E-09	3,48414630479965E-10	-0,000149866297804
91937	-7,95207455439595E-10	-1,24830989989277E-09	0,000535930089711
91941	-2,24464002940294E-09	-3,04424929709057E-10	-0,000395514145495
91944	9,945821943802E-11	-6,80138612096926E-10	-0,000199336409594
91948	-3,73276165532843E-09	-3,91210619454796E-10	-0,000360224068231
91989	2,83550249946529E-09	-2,16993356616513E-09	0,000284606233237
91990	2,23628759954408E-09	-1,26146915135905E-09	-2,55151764179118E-05
91991	1,66654956501588E-09	2,61719890204404E-09	-0,000249554015681
91992	4,37189839885832E-10	-2,26741292408406E-10	0,000250211879631
91993	-3,49296058743676E-09	-5,75031577909613E-09	0,000273951768918
91994	-1,92367011209171E-09	-6,33562535767851E-10	-0,000546086184727
91995	9,31780874680044E-10	7,18671344657196E-10	-0,000364047274047
91996	-5,17919929166055E-09	6,89659884756111E-10	-0,000103606551875
91997	4,77654182873266E-09	2,0221619934091E-09	0,000279972210478
91998	6,43957775992021E-10	-5,52692824840051E-09	-3,25331836990017E-05
91999	2,70406275149071E-09	3,45045236826991E-09	-0,000139614798172
91850	-3,20929061103925E-09	-2,43372966224342E-09	0,000144912041719
92015	1,22923893286497E-09	-3,00953928444869E-09	-0,00021010775119
92016	1,88093096653574E-09	3,13633563564508E-09	-6,28350682063683E-06
92017	1,98759764202805E-09	-4,87353446487759E-09	-0,000130982510683
92018	-4,80038053751741E-09	2,54530618803983E-10	-0,000153880231125

92019	1,77440284687691E-10	-2,07947437047551E-09	-0,000454412646604
91899	5,15320053295909E-09	-1,03415231933468E-09	0,000255075186487
91976	6,60950405517724E-10	-3,31171889911275E-09	2,56472826016818E-05
91977	2,5520989765937E-09	4,98564389772582E-09	-4,10348251485004E-05
91978	1,9629382563835E-09	-3,58685525725377E-09	5,47714084007111E-05
91979	-3,97101729276983E-09	-1,90809146261017E-09	-0,0003779913187
91980	-4,69563943283902E-09	-2,25503526962711E-09	0,000168507583425
91981	5,15498754793953E-10	1,1202700989088E-09	-0,000226669885194
91982	-1,39826994427494E-09	-2,93305646437148E-09	-5,40540441988924E-05
91983	1,63813140829916E-09	7,48812567508139E-09	-0,0001917919964
91984	-1,74011915987649E-11	2,3250379399542E-09	-0,000239588923819
91985	-3,801929437941E-09	-4,11072420547498E-09	0,000308652825709
91988	7,72708119711751E-10	-4,59595383972555E-09	-0,000116937421296
91986	3,11784020823325E-09	-4,15290912769706E-09	0,000176737181818
91987	-4,98409136184819E-09	1,61931978936991E-09	-0,000272526949601
91605	1,35845112936295E-09	2,38316033573938E-10	0,000392301082599
92025	-3,38502559316112E-11	-3,48863693488965E-09	1,39571801014426E-05
92026	-3,98980048998965E-09	4,16093826061115E-10	-0,000430354237608
92027	3,27024096691275E-09	3,26767235492298E-09	0,00021816336357
92022	1,84327930696782E-09	-4,60820359649006E-09	-0,000317156232896
92023	1,30284760757604E-09	-2,72812172852355E-09	-0,000263304434696

92024	-4,41259828676266E-09	2,07315054012724E-10	9,33955311666068E-05
92020	2,36308750345415E-09	-2,89476531634136E-09	2,17446386869824E-05
92011	-1,69452363252276E-09	-1,54955159814563E-10	-0,00027226252854
92012	-2,20277129869828E-09	-2,00073202449857E-09	0,000232131376858
92013	2,21332996375168E-09	6,42963016161957E-10	0,000280196622001
92014	-2,4732997871979E-09	4,87418105876714E-09	0,000183237887917
91949	3,11288061993764E-09	-4,6287595978356E-09	-1,30814462977469E-05
91951	-4,5923087554911E-10	1,14847154009112E-09	0,000683106519276
91713	-2,08022754577541E-09	-2,70588884632161E-10	0,000299591086801
92030	-1,08052944369774E-09	-5,38479127953906E-09	5,33609390345191E-05
92031	-5,94649307572581E-09	5,51388268377195E-10	-0,000312242977316
92032	6,30208774055063E-10	1,37525546506367E-09	0,000151939265407
92033	2,30732055683802E-09	3,25500337794438E-09	-0,000222857765856
99656	1,61669788667496E-10	1,74323133705911E-09	-0,000339602381018
91714	-3,10492964672449E-10	-5,16100584491142E-09	-0,000457757800818
91715	-2,72947886514885E-09	4,3593999521363E-09	-6,69324174502606E-05
91942	4,65085037149038E-09	-1,08956044186925E-09	0,000289204657065
92029	-3,93159993450354E-09	6,6316658831056E-09	7,99767524313211E-05
92036	-4,15422007904454E-09	5,45913536598164E-09	0,000356735840441
92037	-3,05223224472684E-09	1,88682491852887E-09	0,000213118180628
93525	3,37330163802108E-11	8,39939673369372E-10	0,000283403404055

93645	1,18662768500144E-09	2,7223308052271E-09	-0,000494468972093
93704	-4,79084860671719E-09	1,51212020682578E-09	0,00012704703212
94038	-8,39570191146777E-10	9,37269817313791E-10	-0,000268342055392
91934	2,88133250592182E-09	1,77720238525581E-09	0,000128171406686
91935	-3,77794151518174E-09	6,20346440882713E-10	0,000575212530805
93972	-3,09459835534653E-09	-1,9619648128355E-09	0,000271923772971
94058	-4,20461176986464E-09	8,89755824573513E-10	0,000452952422222
93627	-1,50454937397626E-09	-6,44208597577745E-09	7,89679288857314E-05
93684	-9,51686729422363E-10	-9,90048931726051E-10	-0,000726732656361
93685	1,62221169830445E-09	3,24292415143645E-09	0,00014441340417
93790	-6,87347068151212E-10	-3,6552592064254E-09	0,000175691723825
94124	-1,96379801309377E-10	3,59373331093593E-09	-0,00038016158345
93903	4,11297662594734E-11	3,0601654543716E-10	0,000462309800099
93904	-1,82618009603175E-09	6,71747102387599E-11	0,000168091811219
93641	-4,85672302374951E-09	3,18438964086454E-09	-4,20765056787786E-05
93642	4,4537671328726E-09	-1,48639145436391E-09	-0,000175583906472
93756	2,7397604185353E-09	3,47959883129079E-10	0,00052533853054
93773	7,9948847542255E-10	-6,83030521031469E-10	9,39414724996368E-05
93783	2,73623967927961E-09	2,19274909341038E-09	-0,000339891008991
93784	3,64637031680104E-09	1,26381394238706E-09	-8,99446532116599E-05
93815	1,53731960494952E-09	-3,55899487658462E-09	7,65296823601602E-06

93817	1,31623778543144E-09	6,91422030740796E-10	-0,000111137323074
93818	2,08341077723162E-09	5,07888842093962E-09	0,000163098990917
93869	-9,08798369891883E-10	3,43496253663034E-09	-0,000137717306643
91946	1,86098958465664E-09	2,66928879000261E-09	-0,00030191249401
92028	-1,70516045727709E-09	-5,87850479405461E-09	-0,000156593516067
94070	4,01279010020517E-10	5,19663245768243E-09	-4,24036980462006E-05
93805	1,46270906498103E-09	3,88161680575649E-09	-0,000409872300907
94040	-1,86646076372199E-09	-2,35489494571084E-09	0,000150888085372
96106	3,89279009027632E-09	-3,90386389881314E-10	0,000485301867087
96132	-2,24661889092204E-09	5,15718312499303E-09	0,000153563499453
96120	-1,45060141676368E-09	-5,11957409798924E-09	-2,34439372661654E-05
96133	-4,89966112127149E-09	4,47747083853756E-09	2,01083198589913E-05
99511	-4,66221905526254E-09	-1,1882761441484E-09	-5,30019029838513E-05
99509	3,38422267986971E-09	1,7531220919409E-09	0,000120973728599
99544	2,73859868116233E-09	-5,12662978735534E-09	-0,000102906860434
99542	-1,38783207148663E-09	-1,74053127466323E-09	0,000152525715521
99543	3,89490750762889E-09	-3,12901704546675E-09	-1,92627161368364E-05
99552	-4,79870010394734E-09	6,13773920576932E-10	-1,1248275654907E-05
99513	-3,60275009825273E-09	-3,34535599222363E-09	-0,000121337056157
99558	-9,89921034033614E-10	5,03718666777786E-09	6,57630041587254E-05
99551	-1,02892983022684E-09	1,2692709105977E-09	-0,000290358118718

99553	1,0783907100631E-09	-4,48991954726807E-11	8,7130084580167E-05
99595	-1,0714700238168E-09	2,24406448978698E-09	-0,00020154387504
94053	-2,85011125811252E-09	-1,36201094846911E-09	0,000135295189921
94048	2,16839879385589E-10	1,39652911457233E-09	-0,000221620842794
96172	-1,40878952947787E-09	4,72468997259057E-09	-1,81246549146863E-06
92035	1,05992725707438E-09	6,85233203512325E-10	-5,00479266065668E-05
99606	-7,94031507211912E-10	-4,75140637945515E-09	-0,000227702900816
99601	-4,70063099555773E-09	-5,9162630350329E-10	5,5706679823686E-05
96254	-4,99640151474523E-09	-2,25501395334504E-09	-0,000180412463806
99603	1,76812875452015E-09	-2,38659936258045E-09	8,17201137977008E-05
99591	1,50599888115721E-09	1,04196828942804E-09	-0,000410784803336
99690	2,82118151062605E-09	1,66276237223428E-09	-0,000411896534274
99725	1,17048770675865E-09	8,70990390922088E-10	0,000377291426059
99726	-3,54492968313025E-09	-1,38882683131669E-09	-0,000421077899631
99727	-5,65291102816445E-09	-2,60791210848765E-09	2,47402042177214E-05
99737	-1,95410976289168E-09	6,65032473534666E-10	0,000566660523404
99738	-3,02874880730997E-09	-2,78811995713113E-09	-3,81365641999309E-05
99713	2,96536839528017E-09	1,00816777148793E-09	0,00028799442947
99714	-4,99825958399924E-09	-1,15748832740792E-09	-0,000488211914899
99715	-1,17162102242219E-09	3,74956243831548E-09	0,000298856005102
99716	-8,57472315374253E-10	-3,20120818741998E-09	-3,53909358388194E-05

99717	4,72990890898473E-09	2,41924880128863E-09	0,000369850941
99720	-3,49085027551155E-09	-1,33468347485177E-09	-6,88041150596064E-05
99721	3,55630191961609E-10	3,23034043958614E-09	-0,00036196984351
99722	-5,13922771006037E-09	-5,33653121692623E-09	-7,45101273125215E-06
99723	-2,50728149353563E-09	-4,39883507397099E-09	-0,000164624452594
99724	2,51094078862479E-09	-5,35187183459129E-09	0,000163261346515
94120	7,56880780272695E-10	6,68620714350254E-11	0,00040818286687
99718	-1,57827173552505E-09	-2,88338242171449E-10	0,000494212046306
99760	-3,77042042032372E-09	-4,03715461061438E-09	-0,00013595825434
99761	1,19797860520521E-09	-3,84701337452498E-09	-0,000203111775219
99767	8,46021919187479E-10	-6,80998368807195E-10	0,000106827087734
99768	-2,96546076583581E-09	1,11143094727595E-09	0,000520427882634
99769	3,58638985176185E-09	2,87121082465092E-09	-5,22296428613345E-05
99770	-1,14946985263487E-09	-1,85024617849194E-09	-0,000214275397411
99771	-4,00032007519258E-09	-8,66108962327417E-10	0,000126049198229
99772	3,62085827987357E-09	2,29179875077534E-09	0,000272510245438
99773	-3,71219144312818E-09	-5,30756238958929E-09	0,000209108397371
99774	-4,18516776790057E-09	5,29082910816214E-09	0,000111377008295
92021	-2,48956055770577E-09	-1,27224097923317E-09	0,000152953267104
91952	1,24231291920296E-09	-4,96479657385862E-09	-0,000187720023099
99775	-8,11191114280518E-10	3,08939718252077E-09	-0,000303207226125

99776	-2,24307683538427E-10	1,13057296857733E-09	-0,00013295748829
99762	-2,33619346090563E-10	9,25240328797372E-10	-0,000427320987001
99741	3,46361161973618E-10	-2,24180496388726E-09	0,000223087549216
99765	-4,51897719244698E-09	-3,74299702343706E-09	-0,000110091358419
99766	-4,21595913735473E-09	2,12669704069413E-09	-7,57729634557336E-05
93696	-5,0257007444543E-09	5,41454880931269E-10	7,82743915905826E-05
94128	-3,06840775010642E-09	2,50808795954072E-09	0,000423435278236
99764	8,2176043747495E-10	5,61588819891767E-09	0,000164092242699