

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

ELIANE DA SILVA MOREIRA

**QUALIDADE DE COORDENADAS PLANIMÉTRICAS EM POLIGONAL
TOPOGRÁFICA FRENTE À PROPAGAÇÃO DE ERROS NAS MENSURAÇÕES**

**Itaqui
2018**

ELIANE DA SILVA MOREIRA

**QUALIDADE DE COORDENADAS PLANIMÉTRICAS EM POLIGONAL
TOPOGRÁFICA FRENTE À PROPAGAÇÃO DE ERROS NAS MENSURAÇÕES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharela em Ciência e Tecnologia.

Orientador: Marcelo Jorge de Oliveira

**Itaqui
2018**

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

M111q Moreira, Eliane da Silva
QUALIDADE DE COORDENADAS PLANIMÉTRICAS EM POLIGONAL
TOPOGRÁFICA FRENTE À PROPAGAÇÃO DE ERROS NAS MENSURAÇÕES /
Eliane da Silva Moreira.
30 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) -- Universidade
Federal do Pampa, INTERDISCIPLINAR EM CIÊNCIA E TECNOLOGIA,
2018.

"Orientação: Marcelo Jorge de Oliveira".

1. Levantamento topográfico. 2. Propagação de erros. 3.
Método das direções. I. Título.

ELIANE DA SILVA MOREIRA

**QUALIDADE DE COORDENADAS PLANIMÉTRICAS EM POLIGONAL
TOPOGRÁFICA FRENTE À PROPAGAÇÃO DE ERROS NAS MENSURAÇÕES**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso Interdisciplinar
em Ciência e Tecnologia da
Universidade Federal do Pampa,
como requisito parcial para obtenção
do Título de Bacharela em Ciência e
Tecnologia.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 30 de novembro de 2018.

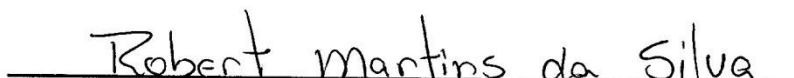
Banca examinadora:



Prof. MSc. Marcelo Jorge de Oliveira
Orientador
UNIPAMPA



Prof. MSc. Leonard Niero da Silveira
UNIPAMPA



Prof. MSc. Robert Martins da Silva
UNIPAMPA

AGRADECIMENTOS

A Deus por ter me proporcionado chegar até aqui.

Aos meus pais, Rita e Milton, e minha irmã Daiane, pelo incentivo e apoio.

Ao meu orientador Prof. Marcelo Jorge Oliveira, pela atenção, paciência e dedicação.

Aos colegas, pela amizade, companheirismo e incentivo.

“Lute com determinação, abrace a vida com paixão, perca com classe e vença com ousadia, porque o mundo pertence a quem se atreve e a vida é muito bela para ser insignificante.”

Augusto Branco

RESUMO

A Topografia segundo sua etimologia é a descrição de um lugar. É a ciência que estuda procedimentos para obtenção de coordenadas planimétricas e planialtimétricas. Apesar de não ser possível identificar quando a Topografia foi utilizada pela primeira vez acredita-se que ela surgiu da necessidade do homem de conhecer o meio em que está inserido. Em levantamentos topográficos qualquer observação possui erros inerentes, isto é, apresentam valores próximos do real, porém não são os valores verdadeiros. Sendo assim, estes valores são precisos quando há proximidade dos valores obtidos durante a repetição do processo de mensuração. Já, quando existe a proximidade da medida em relação ao verdadeiro valor que se deseja obter, tem-se a acurácia. Estes erros podem ser de origem aleatória, sistemática e grosseira. A propagação de erros é de extrema importância, é necessário o conhecimento dos erros sistemáticos, pois estes se propagam durante o trabalho. Porém podem ser evitados por meio de técnicas específicas de mensurações ou por aplicações de fórmulas matemáticas, como por exemplo, a lei de propagação de erros. Outro exemplo são as leituras conjugadas. Os valores dos ângulos medidos pelo método das direções são as médias aritméticas dos seus valores obtidos nas diversas séries. Para obras de engenharia como pontes, barragens, entre outros há necessidade de utilizar métodos topográficos precisos. Tornando-se importante a pesquisa nesta área.

Palavras-Chave: Levantamento topográfico. Propagação de erros. Método das direções.

RESUMEN

La topografía según su etimología es la descripción de un lugar. Es la ciencia que estudia procedimientos para la obtención de coordenadas planimétricas. A pesar de no ser posible identificar cuando la topografía fue utilizada por primera vez creyó que surgió de la necesidad del hombre de conocer el medio en que está inserto. En encuestas topográficas cualquier observación tiene errores inherentes, es decir, presentan valores cercanos al real, pero no son los valores verdaderos. Por lo tanto, estos valores son precisos cuando hay proximidad de los valores obtenidos durante la repetición del proceso de medición. Ya cuando existe la proximidad de la medida en relación al verdadero valor que se desea obtener, se tiene la exactitud. Estos errores pueden ser de origen aleatorio, sistemático y grosero. La propagación de errores es de extrema importancia, es necesario el conocimiento de los errores sistemáticos, pues éstos se propagan durante el trabajo. Pero pueden ser evitados por medio de técnicas específicas de mensuraciones o por aplicaciones de fórmulas matemáticas, como por ejemplo, la ley de propagación de errores. Otro ejemplo, son las lecturas conjugadas. Los valores de los ángulos medidos por el método de las direcciones son los promedios aritméticos de sus valores obtenidos en las diversas series. Para obras de ingeniería como puentes, represas, entre otros hay necesidad de utilizar métodos topográficos precisos. Se hace importante la investigación en esta área.

Palabras clave: Levantamiento topográfico. Propagación de errores. Método de las direcciones.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Local da coleta de dados.	13
Figura 2 - Estação total na posição direta	14
Figura 3 - Estação total na posição inversa.	14
Figura 4 - $R_{M0}-E_{M1}-V_{M2}$	17
Figura 5 - $R_{M0}-E_{M1}-V_{M3}$	17
Figura 6 - $R_{M1}-E_{M3}-V_{M2}$	18
Figura 8 - $R_{M1}-E_{M3}-V_{M2}$	22

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Dados coletados em R_{M0} - E_{M1} - V_{M2}	17
Tabela 2 - Dados coletados em R_{M0} - E_{M1} - V_{M3}	18
Tabela 3 - Dados coletados em R_{M1} - E_{M3} - V_{M2}	18
Tabela 4 - Ângulos horizontais em graus decimais	19
Tabela 5 - Leituras PD e PI calculadas	19
Tabela 6 - Média aritmética	20
Tabela 7 - Desvio padrão dos ângulos horizontais.....	20
Tabela 8 - Desvio padrão das distâncias	20
Tabela 9 - Ângulos horizontais internos e externos.....	21
Tabela 10 - Azimutes.....	21
Tabela 11 - Coordenadas obtidas	22
Tabela 12 - Dados coletados em R_{M0} - E_{M1} - V_{M2} – V_{M3}	23
Tabela 13 - Dados coletados em R_{M1} - E_{M3} - V_{M2}	23
Tabela 14 - Conversão do ângulo horizontal de graus para graus decimais	24
Tabela 15 - Leituras PD e PI calculadas a partir da equação 5.....	24
Tabela 16 - Média aritmética	25
Tabela 17 - Desvio padrão dos ângulos horizontais.....	25
Tabela 18 - Desvio padrão das distâncias.....	25
Tabela 19 - Ângulos horizontais internos e externos.....	26
Tabela 20 - Azimutes.....	26
Tabela 21 - Coordenadas obtidas	26

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

PD - Posição direta

PI - Posição inversa

Az - Azimute

M - Vértice

NBR - Norma brasileira

IBGE - Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística

UNIPAMPA - Universidade Federal do Pampa

R- Leitura de ré

V - Leitura de vante

E - Estação ocupada

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	11
2 OBJETIVO	12
2.1 Objetivo geral.....	12
2.2 Objetivos específicos.....	12
3 METODOLOGIA	12
3.1 Equipamentos utilizados.....	12
3.2 Descrição do experimento.....	13
3.2.1 Cálculo dos ângulos.....	13
3.2.2 Cálculo dos azimutes.....	15
3.2.3 Cálculo das coordenadas.....	15
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	16
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	27
6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	28

1 INTRODUÇÃO

Segundo a etimologia a palavra topografia é originária do grego onde, *topos* significa lugar e *graphen* denota descrição. Sendo assim, a Topografia é a descrição de um lugar (Araujo,2014). Apesar de não ser possível identificar quando a Topografia foi utilizada pela primeira vez acreditasse que ela surgiu da necessidade do homem de conhecer o meio em que está inserido. Segundo Veiga, Zanetti e Faggion (2012, p.1) historiadores dizem que o homem já fazia mapas antes mesmo da existência da escrita. Para sua sobrevivência era preciso que ele identificasse os locais em que poderiam ocorrer guerras, aqueles que lhe serviriam de abrigo, os que seriam navegáveis, os que continham alimentos, entre outros (VEIGA; ZANETTI; FAGGION, 2012). Segundo Gudolle (2015,p.10) a partir dos avanços tecnológicos e dos equipamentos a Topografia deixou de ser restrita somente a demarcação de áreas e passou a ter vasta aplicabilidade, como em: planejamento urbano, locação de estruturas, mineração, entre outros.

Um levantamento topográfico é um conjunto de métodos e processos na qual são realizadas as mensurações dos ângulos verticais e horizontais, distâncias horizontais, verticais e inclinadas. Assim são implantados no terreno pontos de apoio, determinando as coordenadas topográficas. Um dos métodos mais empregados é a poligonação, que consiste em levantar uma poligonal realizando o método de caminhamento. Este consiste em mover-se seguindo um itinerário definido por uma série de pontos, a união desses pontos forma linhas consecutivas; a poligonal (VEIGA; ZANETTI; FAGGION, 2007).

Qualquer observação possui erros inerentes, isto é, apresentam valores próximos do real, porém não são os valores verdadeiros. Sendo assim, estes valores são precisos quando há proximidade dos valores obtidos durante a repetição do processo de mensuração. Já quando existe a proximidade da medida em relação ao verdadeiro valor que se deseja obter, tem-se a acurácia. Estes erros podem ser de origem aleatória, sistemática e grosseira.

A análise da propagação de erros é de extrema importância, sendo necessário o conhecimento dos erros sistemáticos, pois estes se propagam durante o trabalho, porém, podem ser minimizados por meio de técnicas específicas de medições ou por aplicações de fórmulas matemáticas, como por exemplo, a lei de propagação de erros (VEIGA; ZANETTI; FAGGION, 2007).

Segundo a NBR 13.133 o método das direções compreende em realizar as mensurações com visadas nas posições direta e inversa, as únicas permitidas pela estação total. As observações de uma direção, nas posições direta e inversa, chamam-se leituras conjugadas. Os valores dos ângulos medidos pelo método das direções são as médias aritméticas dos seus valores obtidos nas diversas séries. Para obras de engenharia como pontes, barragens, entre outros há necessidade de utilizar métodos topográficos precisos. Tornando-se importante a pesquisa nesta área.

2 OBJETIVO

Objetivo geral

O presente trabalho tem o propósito de analisar a propagação de erros de uma poligonal topográfica definida por vértices de centragem forçada. Com o intuito de analisar a relevância da metodologia aplicada para projetos de engenharia, onde se tem a necessidade de obter mensurações com alta precisão.

Objetivos específicos

- Análise da lei de propagação de erros frente à acurácia;
- Análise da acurácia das distâncias e ângulos de uma poligonal topográfica.

3 METODOLOGIA

Equipamentos utilizados

Encontram-se listados a seguir os materiais que foram utilizados no desenvolvimento do trabalho.

- 04 marcos geodésicos de centragem forçada, construídos no padrão indicado pela instrução técnica do Serviço de Geociências do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística DGC-Nº29/88 (IBGE,1988);

- 01 Estação Total FOIF, com precisão angular de 5" e precisão linear de $\pm(1\text{mm}+2\text{ppm}\cdot D)\text{mm}$, onde D significa a distância dada em quilômetros (km) ;
- 01 Prisma;
- 01 Base nivelante.

Descrição do experimento

O presente trabalho foi realizado na área experimental da Universidade Federal do Pampa- UNIPAMPA, campus Itaqui. Sendo esta localizada na Rua Luiz Joaquim de Sá Britto, Bairro Promorar. As medições foram realizadas a partir de quatro marcos geodésicos de centragem forçada. Os quais foram denominados M_0 , M_1 , M_2 e M_3 . A seguir, na figura 1 será representado o local da coleta de dados.

Figura 1 - Local da coleta de dados



Fonte: Google Earth (2017)

Cálculo dos ângulos

Para a mensuração dos ângulos e distâncias adotou-se o método das direções, com a finalidade de minimizar os erros de horizontalidade do aparelho. Para todas as medições foi realizada a leitura nas posições direta (PD) e inversa (PI). Estas posições podem ser observadas respectivamente na figura 2 e na figura 3.

Figura 2 - Estação total na posição direta



Fonte: Elaborada pela autora

Figura 3 - Estação total na posição inversa



Fonte: Elaborada pela autora

A partir dos dados obtidos em campo realizou-se a construção de planilhas eletrônicas. E posteriormente foram calculados os ângulos horizontais.

- 1) Na planilha para dados brutos foram adicionados os dados obtidos em campo.
- 2) Planilha para efetuar a conversão dos ângulos horizontais em graus decimais, visto que o software utilizado não efetua os cálculos a partir da configuração apresentada na primeira tabela. Foi utilizada a equação a seguir.

$$\Delta H_{\text{DECIMAL}} = \text{graus} + \text{minutos}/60 + \text{segundos}/3600 \quad (1)$$

3) Para o cálculo das leituras em PD e PI.

$$\Delta H = \text{leituta de vante} - \text{leitura de ré} \quad (2)$$

4) Foram calculadas as médias das leituras em PD e PI.

$$\overline{\Delta H} = \frac{\Delta H_1 + \Delta H_2 + \dots + \Delta H_n}{n} \quad (3)$$

Em que:

$\overline{\Delta H}$ = é a média aritmética;

ΔH = cada observação;

n = número de observações.

$$5) \quad \Delta H = \frac{PD + PI(\pm 180^\circ)}{2} \quad (4)$$

Onde, ΔH = ângulo horizontal.

6) Foram calculados os desvios.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (5)$$

Cálculo dos azimutes

Para calcular os azimutes da poligonal em questão foi atribuído um azimute de 80° para o alinhamento M_0-M_1 .

$$AZ = AZ_{\text{anterior}} + \Delta H(\text{condição}) \text{ ou } AZ_n = AZ_{n-1} + (\Delta H \pm 180^\circ) \quad (6)$$

Sendo, ΔH o ângulo horizontal no sentido horário.

As condições são as seguintes: onde $Az \leq 180^\circ$, adiciona-se 180° ; se $180^\circ < Az \leq 540^\circ$, subtrai-se 180° ; se $> 540^\circ$ subtrai-se 540° .

Cálculo das coordenadas

Para o cálculo das coordenadas foram arbitradas as coordenadas de $X_1 = 1000$ m e $Y_1 = 1000$ m. Como o objetivo do trabalho é identificar a propagação de erros, existem dois caminhos para se chegar ao vértice M_2 . Logo será avaliado se ocorreu ou não a propagação de erros.

Para coordenadas de M_2 calculadas a partir de M_0 - M_1 :

$$X_{M_2} = X_{M_1} + DH_{M_1-M_2} * \text{sen } Az_{M_1-M_2} \quad (7)$$

$$Y_{M_2} = Y_{M_1} + DH_{M_1-M_2} * \text{cos } Az_{M_1-M_2} \quad (8)$$

Para coordenadas de M_2 calculadas a partir de M_1 - M_3 e M_3 - M_2 :

$$X_{M_3} = X_{M_1} + DH_{M_1-M_3} * \text{sen } Az_{M_1-M_3} \quad (9)$$

$$Y_{M_3} = Y_{M_1} + DH_{M_1-M_3} * \text{cos } Az_{M_1-M_3} \quad (10)$$

$$X_{M_2} = X_{M_3} + DH_{M_3-M_2} * \text{sen } Az_{M_3-M_2} \quad (11)$$

$$Y_{M_2} = Y_{M_3} + DH_{M_3-M_2} * \text{cos } Az_{M_3-M_2} \quad (12)$$

Para análise da propagação de erros:

A equação geral para a propagação de erros é:

$$\sigma_c^2 = \left(\frac{\partial C}{\partial x} \right)^2 * \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial y} \right)^2 * \sigma_y^2 + \left(\frac{\partial C}{\partial z} \right)^2 * \sigma_z^2 + \dots + \left(\frac{\partial C}{\partial n} \right)^2 * \sigma_n^2 \quad (13)$$

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

A seguir estão apresentados os dados obtidos no primeiro levantamento da poligonal topográfica em estudo. As Figuras 4, 5 e 6 representam os locais em que os equipamentos foram instalados. E as Tabelas 1, 2 e 3 os dados brutos.

Figura 4 - $R_{M0}-E_{M1}-V_{M2}$ 

Fonte: Google Earth (2017)

Tabela 1 - Dados coletados em $R_{M0}-E_{M1}-V_{M2}$

$E_{M1}-R_{M0}$				$E_{M1}-V_{M2}$			
PD		PI		PD		PI	
ΔH	DH	ΔH	DH	ΔH	DH	ΔH	DH
00°02'58"	79,295 m	180°03'08"	79,295 m	230°47'22"	115,531 m	50°47'23"	115,530 m
00°02'51"	79,295m	180°03'12"	79,295 m	230°47'20"	115,531 m	50°47'20"	115,531m
00°02'59"	79,295m	180°03'01"	79,295 m	230°47'18"	115,531 m	50°47'22"	115,530 m

Fonte: Elaborada pela autora

Figura 5 - $R_{M0}-E_{M1}-V_{M3}$ 

Fonte: Google Earth (2017)
Tabela 2 - Dados coletados em R_{M0} - E_{M1} - V_{M3}

E_{M1} - R_{M0}				E_{M1} - V_{M3}			
PD		PI		PD		PI	
ΔH	DH	ΔH	DH	ΔH	DH	ΔH	DH
00°00'27"	79,294 m	179°59'55"	79,295 m	158°56'03"	184,986 m	338°55'39"	184,986 m
00°00'25"	79,295 m	179°59'50"	79,296 m	158°55'51"	184,987 m	338°55'35"	184,987 m
00°00'21"	79,295 m	179°59'58"	79,295 m	158°55'59"	184,988 m	338°55'32"	184,988 m

Fonte: Elaborada pela autora

Figura 6 - R_{M1} - E_{M3} - V_{M2}



Fonte: Google Earth (2017)

Tabela 3 - Dados coletados em R_{M1} - E_{M3} - V_{M2}

E_{M3} - R_{M1}				E_{M3} - V_{M2}			
PD		PI		PD		PI	
ΔH	DH	ΔH	DH	ΔH	DH	ΔH	DH
359°58'47"	194,99	179°58'43"	194,99	323°32'30"	184,997	143°33'19"	184,997
359°58'45"	194,99	179°58'45"	194,99	323°32'29"	184,999	143°33'29"	184,997
359°58'51"	194,99	179°58'42"	194,99	323°32'30"	184,998	143°33'20"	184,998

Fonte: Elaborada pela autora

Na Tabela 4 estão dispostos os ângulos horizontais em graus decimais.

Tabela 4 - Ângulos horizontais em graus decimais

$E_{M1-R_{M0}}$							
PD				PI			
ΔH				ΔH			
graus	min	s	graus decimais	graus	min	s	graus decimais
0	2	58	0,04944444444°	180	3	8	180,0522222222°
0	2	51	0,0475000000°	180	3	12	180,0533333333°
0	2	59	0,0497222222°	180	3	1	180,0502777777°
$E_{M1-V_{M2}}$							
230	47	22	230,7894444444°	50	47	23	50,7897222222°
230	47	20	230,7888888889°	50	47	20	50,7888888889°
230	47	18	230,7883333333°	50	47	22	50,7894444444°
$E_{M1-R_{M0}}$							
0	0	27	0,0075000000°	179	59	55	179,9986111111°
0	0	25	0,0069444444°	179	59	50	179,9972222222°
0	0	21	0,0058333333°	179	59	58	179,9994444444°
$E_{M1-V_{M3}}$							
158	56	3	158,9341666667°	338	55	39	338,9275000000°
158	55	51	158,9308333333°	338	55	35	338,9263888889°
158	55	59	158,9330555556°	338	55	32	338,9255555556°
$E_{M3-R_{M1}}$							
359	58	47	359,9797222222°	179	58	43	179,9786111111°
359	58	45	359,9791666667°	179	58	45	179,9791666667°
359	58	51	359,9808333333°	179	58	42	179,9783333333°
$E_{M3-V_{M2}}$							
323	35	30	323,5916666667°	143	35	19	143,5886111111°
323	35	29	323,5913888889°	143	35	29	143,5913888889°
323	35	30	323,5916666667°	143	35	20	143,5888888889°

Fonte: Elaborada pela autora

Leituras PD e PI

As leituras PD e PI foram calculadas por meio da equação 5, pode-se analisar na Tabela 5 o resultado da operação. Também se pode verificar que as leituras na PD e na PI apresentaram valores bem próximos.

Tabela 5 - Leituras PD e PI calculadas

ΔH_{M0-M2}		ΔH_{M0-M3}		ΔH_{M1-M2}	
PD	PI	PD	PI	PD	PI
230,7400000°	230,7375000°	158,9266667°	158,9288889°	323,6119444°	323,6100000°
230,7413889°	230,7355556°	158,9238889°	158,9291667°	323,6122222°	323,6122222°

230,7386111° 230,7391667° 158,9272222° 158,9261111° 323,6108333° 323,6105556°

Fonte: Elaborada pela autora

Média aritmética

Realizou-se a média aritmética, estando na Tabela 6 os resultados.

Tabela 6 - Média aritmética

ΔH_{M0-M2}		ΔH_{M0-M3}		ΔH_{M1-M2}	
PD	PI	PD	PI	PD	PI
230,7400000°	230,7374074°	158,9259259°	158,9280556°	323,6116667°	323,6109259°

Fonte: Elaborada pela autora

Desvio padrão

O desvio padrão indica o grau de dispersão de um conjunto de dados, quanto mais próximo de zero maior é grau de homogeneidade do conjunto de dados. Pode-se observar na Tabela 7 que o conjunto de dados que apresenta o ΔH_{M3-M2} foi o mais homogêneo. Já o ΔH_{M1-M3} foi que mostrou mais dispersão.

Tabela 7 - Desvio padrão dos ângulos horizontais

ΔH_{M1-M2}	ΔH_{M1-M3}	ΔH_{M3-M2}
1,88E-03	2,98E-03	8,18E-04°

Fonte: Elaborada pela autora

Para o desvio padrão das distâncias o conjunto de dados que apresentou menor grau de dispersão foi o da DH_{M3-M2} . Porém, diferentemente do item anterior à distância menos homogeneia foi a DH_{M1-M2} . Esse fato pode ser observado na Tabela 8.

Tabela 8 - Desvio padrão das distâncias

DH_{M1-M2}	DH_{M1-M3}	DH_{M3-M2}
4,71E-04 m	8,16E-04 m	7,45E-04

Fonte: Elaborada pela autora

Ângulos horizontais internos

O levantamento em campo foi realizado no sentido anti-horário, até então os ângulos calculados correspondem a ângulos externos. Para o cálculo de azimutes o ângulo a ser utilizado deve ser em sentido horário. Com a finalidade de resolver esta problemática realizou-se cálculos matemáticos para encontrar o ângulo necessário. O resultado encontrado está contido na Tabela 9.

Tabela 9 - Ângulos horizontais internos e externos

$\Delta H_{\text{EXTERNO}}$		
ΔH_{M0-M2}	ΔH_{M0-M3}	ΔH_{M1-M2}
230,7387037037°	158,9269907407°	323,6112962963°
$\Delta H_{\text{INTERNO}}$		
ΔH_{M0-M2}	ΔH_{M0-M3}	ΔH_{M1-M2}
129,2612962963°	201,0730092593°	36,3887037037°

Fonte: Elaborada pela autora

Azimutes

O azimute é um ângulo horizontal horário que é medido a partir do norte e varia de 0° a 360°. Os azimutes calculados a partir dos dados coletados em campo estão dispostos na Tabela 10. Vale ressaltar que para calcular azimutes devesse sempre somar o azimute anterior com o ângulo horizontal horário.

Tabela 10 - Azimutes

Az_{M1-M2}	Az_{M1-M3}	Az_{M3-M2}
29,2612963°	101,0730093°	317,461713°

Fonte: Elaborada pela autora

Coordenadas

Segundo Oliveira (1993,p.116) coordenadas são valores lineares que indicam a posição ocupada por um ponto em um sistema de referências. As coordenadas calculadas do vértice M_2 indicam que houve propagação de erro quando foi adicionado mais um ponto a poligonal. Para X_{M2} foi bastante significativo, já para Y_{M2} não foi significativo. Estão apresentadas na Tabela 11 as coordenadas calculadas de M_2 .

Tabela 11 - Coordenadas obtidas

	Coordenadas _{iniciais}	DH	Funções trigonométricas	Coordenadas _{finais}
X_{M2}	1000 m	115,53 m	0,488793251	1056,4703 m
Y_{M2}	1000 m	115,53 m	0,872399655	1100,7883 m
X_{M3}	1000 m	184,988 m	0,981383248	1181,5441 m
Y_{M3}	1000 m	184,988 m	-0,19205968	964,4713 m
X_{M2}	1181,544124 m	184,988 m	-0,676082731	1056,4769 m
Y_{M2}	964,4712638 m	184,988 m	0,736825719	1100,7752 m

Fonte: Elaborada pela autora

Propagação de erros

A partir do cálculo da lei de propagação de erros, obtiveram-se os seguintes resultados.

$$X_{M2} = 1.056,4769 \text{ m} \pm 0,0071 \text{ m}$$

$$Y_{M2} = 1.100,7752 \text{ m} \pm 0,0125 \text{ m}$$

Para o segundo levantamento a metodologia foi semelhante ao primeiro, porém, quando a estação estava em M_1 o ângulo horizontal não foi zerado novamente para realizar a vante em M_3 . A seguir nas Tabelas 12 e 13 são apresentados os dados coletados em campo.

Figura 7- $R_{M0}-E_{M1}-V_{M2}-V_{M3}$ 

Fonte: Google Earth (2017)

Tabela 12 - Dados coletados em $R_{M0}-E_{M1}-V_{M2}-V_{M3}$

$E_{M1}-R_{M0}$				$E_{M1}-V_{M2}$			
PD		PI		PD		PI	
ΔH	DH	ΔH	DH	ΔH	DH	ΔH	DH
359°55'57"	79,294m	179°56'39"	79,295m	230°40'17"	115,531m	50°40'58"	115,530m
359°56'00"	79,295m	179°56'45"	79,296m	230°40'21"	115,53m	50°40'55"	115,331m
359°55'56"	79,295m	179°56'43"	79,295m	230°40'15"	115,331m	50°40'56"	115,530m

$R_{M0}-E_{M1}-V_{M3}$			
PD		PI	
ΔH	DH	ΔH	DH
158°51'36"	184,988m	338°52'11"	184,986m
158°51'35"	184,987m	338°52'13"	184,987m
158°51'33"	184,986m	338°52'06"	184,988m

Fonte: Elaborada pela autora

Figura 8 - $R_{M1}-E_{M3}-V_{M2}$ 

Fonte: Google Earth (2017)

Tabela 13 - Dados coletados em $R_{M1}-E_{M3}-V_{M2}$

$E_{M3}-R_{M1}$				$E_{M3}-V_{M2}$			
PD		PI		PD		PI	
ΔH	DH	ΔH	DH	ΔH	DH	ΔH	DH
359°56'33"	184,998 m	179°56'44"	184,989 m	323°32'48"	184,998 m	143°33'21"	184,998 m
559°56'30"	184,988 m	179°56'43"	184,987 m	323°32'52"	184,997 m	143°33'18"	184,997 m
359°56'35"	184,988 m	179°56'41"	184,988 m	323°32'45"	184,998 m	143°33'22"	184,997 m

Fonte: Elaborada pela autora

A partir dos dados coletados os ângulos foram convertidos em graus decimais, como ser visto na Tabela 14.

Tabela 14 - Conversão do ângulo horizontal de graus para graus decimais

$E_{M1-R_{M0}}$							
PD				PI			
ΔH				ΔH			
graus	min	s	graus decimais	graus	min	s	graus decimais
359	55	57	359,9325000000°	179	56	39	179,9441666667°
359	56	0	359,9333333333°	179	56	45	179,9458333333°
359	55	56	359,9322222222°	179	56	43	179,9452777778°
$E_{M1-V_{M3}}$							
230	40	17	230,6713888889°	50	40	58	50,6827777778°
230	40	21	230,6725000000°	50	40	55	50,6819444444°
230	40	15	230,6708333333°	50	40	56	50,6822222222°
$E_{M3-R_{M1}}$							
158	51	36	158,8600000000°	338	52	11	338,8697222222°
158	51	35	158,8597222222°	338	52	13	338,8702777778°
158	51	33	158,8591666667°	338	52	6	338,8683333333°
$E_{M3-V_{M2}}$							
359	56	33	359,9425000000°	179	56	44	179,9455555556°
359	56	30	359,9416666667°	179	56	43	179,9452777778°
359	56	35	359,9430555556°	179	56	41	179,9447222222°
$E_{M3-V_{M2}}$							
323	32	48	323,5466666667°	143	33	21	143,5558333333°
323	32	52	323,5477777778°	143	33	18	143,5550000000°
323	32	45	323,5458333333°	143	33	22	143,5561111111°

Fonte: Elaborada pela autora

Leituras PD e PI

Para encontrar o ângulo horizontal é necessário primeiramente encontrar um ângulo para cada uma das direções. Como está representado na Tabela 15.

Tabela 15 - Leituras PD e PI calculadas a partir da equação 5

ΔH_{M0-M2}		ΔH_{M0-M3}		ΔH_{M1-M2}	
PD	PI	PD	PI	PD	PI
230,7388889°	230,7386111°	158,9275000°	158,9255556°	323,6041667°	323,6102778°
230,7391667°	230,7361111°	158,9263889°	158,9244444°	323,6061111°	323,6097222°
230,7386111°	230,7369444°	158,9269444°	158,9230556°	323,6027778°	323,6113889°

Fonte: Elaborada pela autor

Média aritmética

A média aritmética deve ser encontrada para cada direção. Na Tabela 16 estão contidas as médias das observações em PD e PI.

Tabela 16 - Média aritmética

ΔH_{M0-M2}		ΔH_{M0-M3}		ΔH_{M1-M2}	
PD	PI	PD	PI	PD	PI
230,7388889°	230,7372222°	158,9269444°	158,9243519°	323,6043519°	323,6104630°

Fonte: Elaborada pela autora

Desvio padrão

O desvio padrão encontrado no ΔH_{M3-M2} foi o que apresentou melhor homogeneidade dos dados, já o ΔH_{M1-M3} foi o que apresentou maior discrepância. Como pode ser observado na Tabela 17.

Tabela 17 - Desvio padrão dos ângulos horizontais

ΔH_{M1-M2}	ΔH_{M1-M3}	ΔH_{M3-M2}
1,13E-03	1,64E-03	4,04E-04°

Fonte: Elaborada pela autora

Tabela 18 - Desvio padrão das distâncias

DH_{M1-M2}	DH_{M1-M3}	DH_{M3-M2}
4,73E-04 m	8,12E-04 m	7,41E-04 m

Fonte: Elaborada pela autora

Ângulos horizontais internos

Os ângulos de interesse para o presente trabalho estão descritos na Tabela 19.

Tabela 19 - Ângulos horizontais internos e externos

$\Delta H_{\text{EXTERNO}}$		
ΔH_{M0-M2}	ΔH_{M0-M3}	ΔH_{M1-M2}
$230,738056^\circ$	$158,925648'$	$323,607407^\circ$
$\Delta H_{\text{INTERNO}}$		
ΔH_{M0-M2}	ΔH_{M0-M3}	ΔH_{M1-M2}
$129,261944^\circ$	$201,074352'$	$36,3925926^\circ$

Fonte: Elaborada pela autora

Azimutes

Os azimutes encontrados a partir dos ângulos internos da poligonal estão apresentados na Tabela 20.

Tabela 20 - Azimute

Az_{M1-M2}	Az_{M1-M3}	Az_{M3-M2}
$29,2619444^\circ$	$101,074352^\circ$	$317,466944^\circ$

Fonte: Elaborada pela autora

Coordenadas

A partir dos azimutes, coordenadas iniciais e distâncias horizontais foram calculadas as coordenadas dos vértices. Os resultados obtidos estão contidos na Tabela 21.

Tabela 21 - Coordenadas obtidas

	Coordenadas _{iniciais}	DH	Funções trigonométricas	Coordenadas _{finais}
X_{M2}	1000 m	115,53 m	0,488803	1.056,4714 m
Y_{M2}	1000 m	115,53 m	0,872394	1100,7877 m
X_{M3}	1000 m	184,988 m	0,981379	1.181,5433 m
Y_{M3}	1000 m	184,988 m	-0,19208	964,4670 m
X_{M2}	1.182 m	184,988 m	-0,67602	1.056,4885 m
Y_{M2}	964,5 m	184,988 m	0,736887	1.100,7823 m

Fonte: Elaborada pela autora

Propagação de erros

A partir do cálculo da lei de propagação de erros, obtiveram-se os seguintes resultados.

$$X_{M2} = 1.056,4885 \text{ m} \pm 0,017 \text{ m}$$

$$Y_{M2} = 1.100,7823 \text{ m} \pm 0,0058 \text{ m}$$

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados apontam que no presente estudo o cálculo de coordenadas a partir de uma poligonal com maior número de vértices sofreu uma propagação de erros significativa se comparada com a que tem menor número de vértices. Em campo foi observado que a utilização de marcos de centragem forçada minimiza a ocorrência de erros, isso acontece porque não ocorrem erros de centragem do aparelho.

Este trabalho permitiu uma melhor compreensão sobre propagação de erros, e também sobre a importância do conhecimento de técnicas que venham a ser úteis no controle de erros. Visto que em obras de engenharia sempre há a necessidade de obter resultados com alto grau de exatidão, o que torna cada vez mais necessário estudo nesta área.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAUJO, C. A. S. **Topografia Prática**. UNIPAMPA, 2014 (Apostila).

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 13133**: execução de levantamento topográfico. Rio de Janeiro, 1994.

IBGE. **Padronização de marcos geodésicos**: Instrução técnica. 1988. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/pdf/padronizacao_marcos.pdf> Acesso em: 18 de setembro de 2018.

GOOGLE. **Google Earth**. Version Pro 7.3. Itaquí - RS. Disponível em:<<http://www.google.com.br/earth/download/ge/agree.html> >. Acesso em: 25 de setembro de 2018.

GUDOLLE, F. M. **Qualidade das coordenadas topográficas em diferentes métodos de topografia de precisão**. Itaquí,2015.

OLIVEIRA,C. **Dicionário Cartográfico**. 4 ed. Rio de Janeiro: IBGE, 1993.

VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, P. L. **Fundamentos de Topografia**. Paraná: UFPR, 2012 (Apostila).

