UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

VÍTOR LEMOS BAZERQUE

A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE PARÁBOLAS NO CONTEXTO DO ENSINO REMOTO EMERGENCIAL

Bagé
2021

VÍTOR LEMOS BAZERQUE

A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE PARÁBOLAS NO CONTEXTO DO ENSINO REMOTO EMERGENCIAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática-Licenciatura da Universidade Federal do Pampa como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Claudia Laus Angelo.

Bagé
2021

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos pelo autor através do Módulo de Biblioteca do Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais)

B362t Bazerque, Vítor Lemos
A Teoria das Situações Didáticas para o ensino e aprendizagem de Parábolas no contexto do ensino remoto emergencial / Vítor Lemos Bazerque.
110 p.

Trabalho de Conclusão de Curso(Graduação)-- Universidade Federal do Pampa, MATEMÁTICA, 2021.
"Orientação: Claudia Laus Angelo".

1. Teoria das Situações Didáticas. 2. Sequência didática. 3. Parábolas. 4. Geometria Analítica. 5. Ensino remoto. I. Título.

VÍTOR LEMOS BAZERQUE

A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE PARÁBOLAS NO CONTEXTO DO ENSINO REMOTO EMERGENCIAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal do Pampa como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 11 de maio de 2021.
Banca Examinadora:

Prof.ª Dr.ª Claudia Laus Angelo
Orientadora
UNIPAMPA

Prof.ª Dr.ª Dionara Teresinha Aragon Aseff
UNIPAMPA

Prof. Dr. Cristiano Peres Oliveira
UNIPAMPA

AGRADECIMENTO

À minha orientadora Prof.ª Drª. Claudia Laus Angelo pela confiança, carinho e paciência dedicados a mim e a este trabalho durante sua escrita.

À Prof.ª Dr.ª Dionara Teresinha Aragon Assef e ao Prof. Dr. Cristiano Peres Oliveira que se disponibilizaram a participar e contribuir com este trabalho.

Aos acadêmicos da turma de Geometria Analítica que tornaram possível a realização deste trabalho.

Aos meus colegas do curso de graduação pelos laços de amizade formados e pela colaboração para vencer os desafios que enfrentamos juntos.

Aos professores do curso de Matemática – Licenciatura da Universidade Federal do Pampa, Campus Bagé, por todos os ensinamentos que foram além da sala de aula.

Aos meus pais por todo o esforço dedicado à minha educação.

A todos os meus familiares e amigos que me apoiaram e tornaram os meus dias mais alegres durante os anos de graduação.

RESUMO

O presente trabalho apresenta uma pesquisa na área de Educação Matemática que tem como principal objetivo elaborar e analisar o desenvolvimento de uma sequência didática baseada na Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau para o ensino e aprendizagem do conteúdo de Parábolas durante o ensino remoto emergencial em uma turma de Geometria Analítica da UNIPAMPA. Trata-se de uma pesquisa qualitativa na modalidade estudo de caso. Os dados analisados na pesquisa são constituídos pelas atividades resolvidas pelos acadêmicos da turma e as suas respostas em um questionário de avaliação sobre as atividades e encontros síncronos. A análise desses dados permitiu evidenciar dificuldades e facilidades do desenvolvimento de uma sequência didática baseada na Teoria das Situações Didáticas durante o ensino remoto.

Palavras-chave: Teoria das Situações Didáticas. Sequência didática. Parábolas. Geometria Analítica. Ensino remoto.

ABSTRACT

The present work features a research in the area of Mathematics Education whose main objective is to elaborate and analyze the progress of a didactic sequence based on the Theory of Didactical Situations by Guy Brousseau for teaching and learning the Parabola subject during the emergency remote teaching in an Analytic Geometry class at UNIPAMPA. It is a qualitative research in the case study modality. The data analyzed in the research are constituted by the activities solved by the students of the class and their answers in an evaluation questionnaire about the activities and synchronous meetings. The analysis of these data allowed to evidence difficulties and facilities in the progress of a didactic sequence based on the Theory of Didactical Situations during remote teaching.

Keywords: Theory of Didactical Situations. Didactic sequence. Parabolas. Analytic Geometry. Remote teaching.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

O interesse pelo tema da Teoria das Situações Didáticas (TSD) surgiu durante o período em que as aulas estavam suspensas na Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA) no ano de 2020 devido à pandemia da Covid-19. Com a disponibilidade de tempo e a oferta de diversos projetos e seminários, foi possível participar do Curso de Extensão "Materiais de estudo para formação de professores de Matemática" ofertado pelo Curso de Matemática – Licenciatura do Campus Itaqui da UNIPAMPA.

Em uma das atividades propostas pelos professores do curso, a Teoria das Situações Didáticas foi brevemente mencionada. Por ser uma teoria que até o momento não havia sido apresentada em nenhum componente curricular do Curso de Matemática - Licenciatura do Campus Bagé e, pelos estudos iniciais realizados, não havia sido aplicada na modalidade de ensino remoto emergencial, considerou-se que era um tema interessante para investigar num Trabalho de Conclusão de Curso (TCC). Portanto, optou-se por trabalhar com a TSD, pois essa possibilitaria ao pesquisador realizar atividades práticas de forma remota e discutir os resultados neste trabalho.

Quando a comunidade acadêmica recebeu a confirmação de que o retorno das aulas em nível de graduação se daria sob a forma de Atividades de Ensino Remoto Emergenciais (AEREs), a oportunidade de trabalhar com a TSD no contexto do ensino remoto se efetivou. Mas era preciso definir em qual turma trabalhar.

No semestre 2020/1 o pesquisador iria cursar o componente curricular Estágio no Ensino Fundamental. Então, a ideia inicial seria desenvolver uma aplicação da TSD com os alunos de estágio na escola. Porém, como as aulas estavam funcionando de forma remota e a escola campo de estágio havia tido dificuldades para reorganizar seu calendário e atividades letivas, considerou-se que não seria conveniente solicitar modificações nas aulas já planejadas pela professora regente. Além disso, realizar atividades referentes à TSD com alunos menores de idade envolveria obter o consentimento dos pais ou responsáveis por esses alunos, de forma on-line, o que se considerou um empecilho a mais no curto espaço de tempo das atividades de estágio. Outro fator que desmotivou tomar a turma de Estágio no Ensino Fundamental como campo de pesquisa, foi o fato do estágio ter sido realizado em conjunto com dois colegas estagiários que não teriam envolvimento com esta pesquisa, o que também seria um inconveniente para eles.

Após descartar a ideia de realizar as atividades durante o estágio, chegou-se à conclusão que a melhor opção seria trabalhar com uma turma de acadêmicos da UNIPAMPA. A turma escolhida foi uma de primeiro semestre de Geometria Analítica que, para manter o anonimato dos participantes, não será identificada. Dois fatos motivaram essa escolha. O primeiro foi a afinidade do pesquisador com o componente, pois além de ter gostado de cursá-lo, também participou como colaborador voluntário do Projeto de Ensino “Geometria Analítica com o GeoGebra: representações no plano e no espaço cartesiano” durante o ano de 2018. O segundo motivo foi a empatia com uma das professoras que estava ministrando esse componente durante o semestre 2020/1.

A escolha específica pelo tema Parábolas levou em consideração, além do interesse pessoal pelo assunto, a possibilidade de construção do conceito de Parábola seguindo os passos da TSD e o tempo necessário para a preparação das atividades, pois as seções cônicas são um dos últimos itens da ementa do componente curricular Geometria Analítica.

Todas essas escolhas conduziram à formulação da seguinte questão de pesquisa: Como se desenvolveria uma sequência didática baseada na Teoria das Situações Didáticas durante as aulas de Parábolas do componente curricular Geometria Analítica, ministradas remotamente?

Em busca de responder a essa questão, definiu-se como objetivo geral: compreender o desenvolvimento de uma sequência didática baseada na Teoria das Situações Didáticas para a introdução do conteúdo de Parábolas, do componente curricular Geometria Analítica, durante o ensino remoto emergencial. Foram definidos como objetivos específicos: apresentar uma sequência didática sobre o conteúdo de Parábolas que possa ser aplicada durante o ensino remoto emergencial; evidenciar e problematizar dificuldades e/ou vantagens da utilização da Teoria das Situações Didáticas para o ensino e aprendizagem de Parábolas durante o ensino remoto emergencial.

Para atingir esses objetivos, foi necessário, inicialmente, um aprofundamento nos conceitos e procedimentos que envolvem a Teoria das Situações Didáticas e a elaboração e aplicação de uma sequência didática para introdução do conteúdo de Parábolas numa turma de Geometria Analítica. Como não havia garantias de que o semestre 2020/2 fosse ser desenvolvido também de forma remota, boa parte da produção dos dados desta pesquisa foi realizada durante o semestre 2020/1, que iniciou no dia 08 de setembro e finalizou no dia 19 de dezembro de 2020.

A turma era de primeiro semestre, possuía 53 acadêmicos matriculados, mas durante o desenvolvimento da sequência didática sobre Parábolas, apenas 36 mantinham frequência nos encontros síncronos, realizados via plataforma *Google Meet*, e nas atividades assíncronas postadas na plataforma *Google Classroom*. Desses 36 acadêmicos frequentes, 26 aceitaram colaborar com a pesquisa.

Esta pesquisa está estruturada em capítulos. No capítulo 2 são apresentados ao leitor os conceitos mais importantes sobre a Teoria das Situações Didáticas que foram utilizados neste trabalho.

O capítulo 3 traz uma breve revisão sobre o conteúdo de Parábolas para familiarizar o leitor com os assuntos que foram tratados na sequência didática.

No capítulo 4 são analisados outros trabalhos que tratam sobre a Teoria das Situações Didáticas e/ou sobre o ensino de Parábolas. Esses trabalhos serviram de inspiração para a sequência didática elaborada.

O capítulo 5 apresenta a metodologia e as características desta pesquisa.

No capítulo 6 são descritos e analisados os encontros síncronos e as atividades propostas na sequência didática.

No capítulo 7 são analisadas as respostas de alguns acadêmicos a um questionário enviado via *Google Forms* após a aplicação da sequência didática para que eles avaliassem as aulas e as atividades desenvolvidas.

No capítulo 8 constam as considerações finais.

2 A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS

A Teoria das Situações Didáticas (TSD) é descrita por Freitas (2008) como um "[...] modelo teórico desenvolvido na França por Guy Brousseau (1986), que trata de formas de apresentação, a alunos, do conteúdo matemático, possibilitando melhor compreender o fenômeno da aprendizagem da Matemática" (FREITAS, 2008, p. 77).

De acordo com o autor, Brousseau desenvolveu a TSD com base na análise de trabalhos da década de 60 e 70 de outros estudiosos da área. Esses trabalhos promoviam o ensino do estilo formalista conhecido como Matemática Moderna[1] (FREITAS, 2008).

Brousseau trabalhou com "[...] a hipótese de que se aprende por adaptação a um meio que produz contradições e desequilíbrios" (FREITAS, 2008, p.78).

O autor ainda complementa que a TSD foi desenvolvida como contraposição à didática clássica, valorizando a construção dos saberes pelos estudantes:

> [...] Trata-se de um referencial para uma educação matemática que, por um lado, valoriza os conhecimentos mobilizados pelo aluno e seu envolvimento na construção do saber matemático e, por outro, valoriza o trabalho do professor, que consiste, fundamentalmente, em criar condições suficientes para que o aluno se aproprie de conteúdos matemáticos específicos. Dessa forma, ao organizar o *meio*, o professor tem expectativas em relação à participação dos alunos e estes também observam o trabalho do professor e buscam entender quais são as regras do jogo para direcionarem suas ações (FREITAS, 2008, p.78-79, grifo do autor).

O *meio* mencionado por Brousseau é onde ocorrem as interações entre aluno, professor e um conteúdo a ser aprendido. É onde o aluno deverá encontrar conflitos a serem discutidos e analisados para adquirir um novo conhecimento. E as regras do jogo são regidas pelo contrato didático que representa "[...] um conjunto de obrigações implícitas e explícitas relativas a um saber interposto entre o professor e os alunos" (FREITAS, 2008, p. 81).

Com isso, pode-se relacionar, por exemplo, que no contexto deste trabalho o *meio* onde se encontram professora, acadêmicos e conteúdos sobre Parábolas é uma sala de aula virtual do *Google Meet* e uma plataforma virtual (*Google Classroom*). Por outro lado, o contrato didático é estabelecido explicitamente no

---

[1]A partir da década de 1950, o movimento da Matemática Moderna buscou "[...] o sentido de atualizar o ensino adequando-o às exigências de uma sociedade em pleno progresso técnico" (BÚRIGO, 1990, p.259 *apud* DOBROWOLSKI, 2009, p.2).

Plano de Ensino (Anexo A) do componente curricular e nas informações trocadas durante as aulas síncronas e assíncronas. Implicitamente, esse contrato se estabelece na convivência entre a professora e os acadêmicos nesses ambientes virtuais.

2.1 O que é uma situação didática

Em seu texto, Freitas (2008) traz uma citação do próprio Brousseau a respeito do que seria uma situação didática:

> Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição [...] o trabalho do aluno deveria, pelo menos em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos pertinentes (BROUSSEAU, 1986, p. 8 *apud* FREITAS, 2008, p.80).

Freitas (2008) expõe que, ao introduzir novos conteúdos aos seus alunos, o professor não deve simplesmente apresentar diretamente os resultados gerais de conteúdos matemáticos já formalizados, mas sim criar um ambiente (o *meio*) de investigação em sala de aula onde o aluno possa, utilizando seus conhecimentos prévios, refazer alguns passos dados pelos cientistas que estudaram aquele conceito (FREITAS, 2008).

Isso leva à reflexão que, do ponto de vista exposto pelo autor, uma aula de matemática na qual o professor apenas apresenta um teorema ou uma fórmula, sem expor sua motivação histórica e/ou como os pesquisadores chegaram àquele resultado, não estaria dentro do contexto da TSD, pois não levaria em conta os saberes prévios do aluno, nem estimularia sua capacidade de resolver problemas num contexto de investigação matemática. Sobre isso, Brousseau também nos diz que:

> O esquema socrático pode ser aperfeiçoado se supusermos que o estudante é capaz de extrair o saber por meio de suas próprias experiências, de suas próprias interações com o meio, mesmo que este meio não esteja organizado com fins de aprendizagem. [...] O aluno aprende se adaptando ao meio que é um fator de contradição, de dificuldades, de desequilíbrios, em parte como a sociedade humana. Este saber flui por adaptação do aluno, se manifesta por meio de respostas novas que são a

> prova da aprendizagem (BROUSSEAU, 1996, p.63 *apud* ALVES, 2011, p.76).

Com isso, reforça-se a ideia de que o aluno deve desempenhar um papel ativamente participativo e autônomo no seu processo de aprendizagem, em oposição ao método tradicional onde o aluno é apenas um ouvinte da fala do professor. Para tal, o professor deve desempenhar o papel de instigador:

> Segundo essa concepção, o professor deve efetuar, não a simples comunicação de um conhecimento, mas a *devolução* de um bom problema. A devolução, aqui, tem o significado de transferência de responsabilidade, uma atividade na qual o professor, além de comunicar o enunciado, procura agir de tal forma que o aluno aceite o desafio de resolvê-lo como se o problema fosse seu e não somente porque o professor quer (FREITAS, 2008, p. 83, grifo do autor).

Porém, nem sempre é fácil fazer com que o aluno tome para si a responsabilidade pela construção do seu conhecimento em uma situação de aprendizagem. Alves (2011) diz que “[...] em geral, os alunos pensam na situação apenas na frente do professor, em sala de aula, e permanecem na expectativa de o mestre oferecer-lhes a fórmula que resulta no gabarito e aniquila o interesse naquela situação em poucos minutos” (ALVES, 2011, p. 77).

Freitas (2008) também destaca que entre a devolução de um problema e a aprendizagem do aluno, há diversas etapas. Com isso, devemos conhecer e analisar os diversos tipos de situações didáticas que viabilizam a progressão da aprendizagem (FREITAS, 2008).

2.2 Tipologia das Situações Didáticas

De acordo com Freitas (2008), Brousseau desenvolveu uma tipologia de situações didáticas conforme atividades específicas no processo de aprendizagem da matemática.

2.2.1 Situação adidática

Uma *situação adidática* refere-se aos momentos em que o aluno está trabalhando independentemente e não sofre influência direta do professor (FREITAS, 2008). É importante frisar que, sendo assim, as situações adidáticas só ocorrerão após a devolução de um problema pelo professor e o aluno tomar para si a responsabilidade de abordá-lo como um caminho a ser trilhado até seu aprendizado.

2.2.2 Situação adidática de ação

Na situação adidática de ação, o aluno trabalha mais com a intuição ao tentar resolver um problema por meio da experimentação e da elaboração de estratégias para chegar na solução do problema. Nessa fase, o professor não deveria exigir de início as justificativas e os porquês das estratégias adotadas pelo aluno (ALVES, 2011).

Ao estruturar essa situação, o professor escolherá dados convenientes que poderão ser fornecidos ao aluno para que ele possa planejar suas estratégias de resolução (FREITAS, 2008).

2.2.3 Situação adidática de formulação

Nesse tipo de situação o aluno reflete sobre as estratégias adotadas por ele. Trata-se do momento em que o aluno faz afirmações relativas à sua interação com o problema, mas sem a intenção de julgamento sobre validade, embora contenham implicitamente intenções de validação (FREITAS, 2008). Ou seja, nesse momento o aluno tenta justificar o porquê de ter adotado as estratégias escolhidas por ele, sem ainda haver uma validação sobre realmente estarem corretas ou não.

2.2.4 Situação adidática de validação

Na situação de validação, será necessário que o aluno reflita sobre suas estratégias e elabore algum tipo de prova a respeito do que já se afirmou, nas situações de ação e de formulação, por exemplo. Isso poderá ser feito de forma oral e/ou escrita, utilizando-se linguagem natural e simbólica. É comum que os estudantes se expressem por meio das duas linguagens em suas formulações, como uma linguagem híbrida, muitas vezes por domínio insuficiente da linguagem simbólica formal da Matemática (FREITAS, 2008).

2.2.5 Situações de institucionalização

Nessa fase, a situação passa a ser novamente didática e não mais adidática. Mesmo que um aluno resolva um problema e tenha certeza sobre a validade da sua resposta, ele provavelmente não considerará esse aprendizado como um conhecimento novo. Faz-se necessário reconhecimento externo e caberá ao professor realizar a síntese desse conhecimento, procurando elevá-lo a um estatuto de saber que não dependa de aspectos subjetivos e particulares do aluno ou daquele problema em específico, mas sim um saber formal. Faz-se necessário também estabelecer as devidas relações desse saber com outros saberes, a fim de possibilitar o uso desses conhecimentos em outras situações (FREITAS, 2008).

Durante a institucionalização do saber, haverá o diálogo entre professor e alunos sobre os conhecimentos matemáticos historicamente construídos relativos aos problemas trabalhados. Essa institucionalização será feita por meio da apresentação de definições, propriedades e teoremas em linguagem matemática mais formalizada (FREITAS, 2008).

Na análise dos dados desta pesquisa, essa classificação será relacionada com as atividades da sequência didática sobre Parábolas desenvolvidas com os acadêmicos de uma turma de Geometria Analítica.

Convém esclarecer a conceituação de sequência didática assumida neste trabalho. Uma sequência didática "[...] é formada por um certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática" (PAIS, 2001, p.102). No caso desta pesquisa as aulas foram preparadas na forma de atividades e os conceitos trabalhados foram referentes a conteúdos de Parábolas. Outro fato interessante relacionado ao conceito de sequência didática é o seu caráter específico para pesquisa pois "[...] é preciso estar atento ao maior número possível de informações que podem contribuir no desvelamento do fenômeno investigado" (PAIS, 2001, p.102).

Para relembrar o leitor, apresenta-se a seguir um breve resumo sobre Parábolas a partir dos conteúdos que foram selecionados para compor a sequência didática aplicada nesta pesquisa.

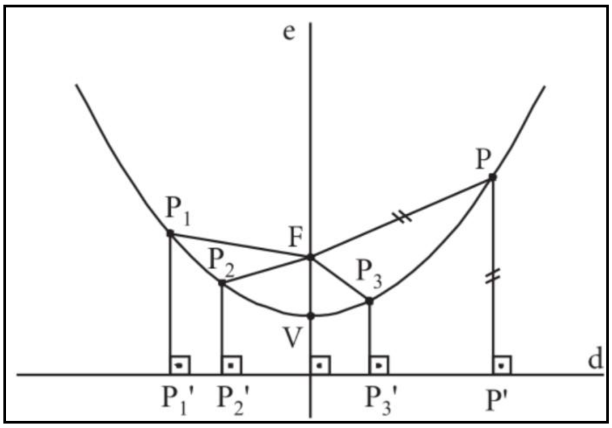
3 UMA BREVE REVISÃO SOBRE PARÁBOLAS

Devido ao curto tempo disponibilizado pela professora no Plano de Ensino de Geometria Analítica (Anexo A) para o trabalho com Parábolas, fez-se necessário escolher quais assuntos desse conteúdo seriam trabalhados com a turma. Optou-se por focar na definição de Parábola e nas suas equações reduzidas, omitindo detalhes sobre translação de eixos para discutir as equações de parábolas com vértice fora da origem, sobre equações paramétricas de parábolas e sobre as aplicações desses conteúdos.

Para essa revisão e como base da sequência didática elaborada, foram selecionados os livros didáticos de Winterle (2014) e Santos (2009) que já eram utilizados pela professora.

Em seu livro didático, Winterle (2014) nos traz a seguinte definição: “Parábola é o conjunto de todos os pontos de um plano equidistantes de um ponto fixo e de uma reta fixa desse plano” (WINTERLE, 2014, p. 170). Ele apresenta a seguinte figura (Figura 1) na qual se deve considerar uma reta d e um ponto F não pertencente à d.

Figura 1 - Parábola como conjunto de pontos equidistantes de *F* e de *d*



Fonte: WINTERLE (2014, p. 170).

O autor chama a atenção para o fato dos pontos P, V, P_1, P_2 e P_3 que estão sobre a parábola (Figura 1) serem equidistantes do ponto F e da reta d, expressando:

> Então, um ponto P qualquer pertence à parábola, se e somente se,
> $$d(P,F) = d(P,d)$$
> ou, de modo equivalente
> $$\mathrm{d(P,F)} = \mathrm{d(P,P')}$$
> onde P' é o pé da perpendicular baixada de P sobre a reta d (WINTERLE, 2014, p.170).

Baseado também na Figura 1, Winterle (2014) apresenta os seguintes elementos de uma parábola:

> *Foco*: é o ponto F.
> *Diretriz*: é a reta d.
> *Eixo***:** é a reta e que passa por F e é perpendicular a d. É fácil ver pela própria definição de parábola que essa curva é *simétrica* em relação ao seu eixo.
> *Vértice*: é o ponto V de interseção da parábola com seu eixo (WINTERLE, 2014, p. 170).

Dando continuidade ao estudo, Winterle (2014) apresenta o desenvolvimento para se chegar às equações reduzidas das parábolas com vértice na origem e concavidades voltadas para cima (do tipo $x^2 = 2py$) e para a direita (do tipo $y^2 = 2px$), nas quais *p* é o parâmetro. Uma proximidade com a abordagem desse autor pode ser vista no Apêndice D.

Mas, o que chama à atenção foi o fato de o autor escrever que a concavidade da parábola dependerá, em cada caso, se $p > 0$ ou $p < 0$. Porém, o parâmetro *p* é a distância do foco à reta diretriz. Como tal, não pode ser menor do que zero, como bem esclarece Santos (2009) em seu livro didático: “[...] como se trata de uma distância, é sempre positivo” (SANTOS, 2009, p.63).

Assim sendo, decidiu-se utilizar a definição de Santos (2009) para apresentar o parâmetro p durante as aulas ministradas para a turma, pois o parâmetro é uma distância e, sendo assim, não pode ser negativo.

Para os casos de parábolas com vértices fora da origem Winterle (2014) utiliza translação de eixos da origem $O(0,0)$ para uma origem $O'(h,k)$, na qual o ponto (h,k) é o vértice da parábola. Como não havia tempo hábil para esse tipo de desenvolvimento, optou-se por construir as equações desses casos com exemplos específicos e trabalhando apenas com a definição de parábola, como pode ser visto na Atividade 3 (Apêndice E) e na Aula 3 (Apêndice F).

O desenvolvimento dessas atividades com acadêmicos de uma turma de Geometria Analítica será descrito mais adiante. A seguir, são apresentados três trabalhos que também tiveram o ensino e aprendizagem de Parábolas como objeto de reflexões.

4 PESQUISAS SOBRE O ENSINO E APRENDIZAGEM DE PARÁBOLAS

Neste item é apresentada uma síntese dos principais aspectos e resultados apontados em trabalhos que abordam o conteúdo de Parábolas. Foram selecionados os trabalhos de Lopes (2014), Lopes (2011) e Oliveira (2011) por trazerem reflexões que colaboram com esta pesquisa. Cabe ressaltar que após pesquisas em plataformas como o *Google* Acadêmico, não foram encontrados trabalhos que abordassem a Teoria das Situações Didáticas para qualquer conteúdo matemático em um contexto de ensino remoto emergencial por ser um tema muito recente. Também não foram encontradas aplicações da TSD em atividades de Ensino à Distância (EAD).

Sandra Pereira Lopes (LOPES, 2014) investigou em sua Dissertação de Mestrado a apropriação das definições de parábola como lugar geométrico por alunos do 2º ano do Ensino Médio utilizando uma sequência didática baseada na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval e na Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau.

A abordagem da investigação foi qualitativa, observando as produções dos sujeitos de pesquisa durante as atividades propostas pela autora e seguindo os pressupostos da Engenharia Didática de Michèle Artigue.

Lopes (2014) trouxe em seu trabalho uma revisão dos conceitos de Parábola. Assim, optou-se por apresentar também nesta pesquisa uma breve revisão sobre os principais conceitos e elementos relacionados a essa cônica para que o leitor tenha a oportunidade de recordá-los.

Outro aspecto abordado no trabalho de Lopes (2014) que também está presente nesta pesquisa é a utilização do software GeoGebra para visualizar as representações das parábolas e de seus elementos.

Lopes (2014) trouxe uma análise *a priori* e *a posteriori* da aplicação das sequências didáticas com alunos do Ensino Médio. Descreveu cada atividade e os resultados observados. Em algumas dessas atividades a autora solicitou que os alunos utilizassem a definição de parábola, trabalhada em atividades anteriores, para encontrar a equação geral de uma parábola dados foco, reta diretriz e um ponto qualquer pertencente à parábola. Essa ideia inspirou as atividades desta pesquisa.

Nas considerações finais, Lopes (2014) afirmou que a conversão do registro gráfico para o algébrico e vice-versa ocorreu de forma satisfatória. Também observou que a incorporação de um conceito pelos alunos depende da retomada desse conceito em diversos momentos durante a escolarização. Na finalização, a autora reforçou que a utilização de uma sequência didática utilizando diferentes registros de representação favoreceu aos alunos do Ensino Médio a apropriação de conhecimentos sobre Parábolas como lugar geométrico.

Já Adilson Lopes de Oliveira (OLIVEIRA, 2011) teve o propósito, em sua Dissertação de Mestrado profissional, de construir Objetos de Aprendizagem e analisar como estudantes do 3º ano do Ensino Médio, ao utilizá-los, identificariam e conceituariam as curvas cônicas tendo como auxílio o software GeoGebra. As atividades desenvolvidas por esse autor foram baseadas em teorias relativas à Atividades Investigativas e Objetos de Aprendizagem. Oliveira (2011), baseado nos estudos de outros autores, toma os Objetos de Aprendizagem como recursos digitais que possam ser reutilizados para suporte ao ensino (OLIVEIRA, 2011, p.13).

Oliveira (2011), apesar de não utilizar a TSD em seu trabalho, afirma "O estudante só aprende com a mobilização de seus recursos cognitivos e afetivos. Dessa forma, é convidado a atuar como matemático pela atividade cuja trajetória se inicia pela intuição [...]" (OLIVEIRA, 2011, p. 18).

Como Oliveira (2011) se propôs a trabalhar com as três cônicas (Parábola, Elipse e Hipérbole), será dada ênfase para a Atividade 7 que se refere à Parábola. Os objetivos para a Atividade 7 eram: Construir uma parábola utilizando os comandos do software GeoGebra, identificar seu eixo, foco e reta diretriz, verificar sua excentricidade, identificar em uma figura/foto o formato de uma parábola e identificar propriedades da parábola. De acordo com o autor, essa atividade foi planejada para ser desenvolvida por grupos de três estudantes. Oliveira (2011) conta que, ao serem questionados sobre o conceito de parábola durante essas atividades, os estudantes acabaram conseguindo responder: "Todos os pontos da Parábola estão equidistantes do foco e da reta diretriz."; "Curva na qual a distância de reta diretriz a qualquer ponto da curva é igual à distância deste mesmo ponto ao foco da parábola."; "Uma parábola é um conjunto de pontos em que a distância entre um ponto qualquer à reta diretriz e a distância dele ao foco é igual."

Dentre os itens do Objeto de Aprendizagem referente ao estudo da Parábola desenvolvido por Oliveira (2011), destacam-se os seguintes, pois foram inspiradores para a primeira atividade que compôs a sequência didática aplicada nesta pesquisa:

> 1) Construa uma reta que passa por $A = (-2,0)$ e $O = (0,0)$.
> 2) Construa uma perpendicular AO, no ponto $A = (-2,0)$.
> 3) Marque o ponto $B = (2,0)$.
> 4) Verifique em “Comando” o item “parábola” e construa uma parábola, com foco no ponto B e a reta perpendicular ao eixo x, AO, como reta diretriz.
> 5) Marque um ponto na parábola e verifique a distância desse ponto à reta diretriz e a distância dele ao foco.
> 6) Repita o processo com mais pontos.
> 7) Qual foi a conclusão a que você chegou sobre o conceito de uma parábola? (OLIVEIRA, 2011, p. 105)

Como pode ser visto, esses itens da atividade sobre Parábolas proposta aos estudantes da pesquisa de Oliveira (2011) apresentam um objetivo muito semelhante ao da Atividade 1 (Apêndice A) desta pesquisa, utilizando a construção da parábola no software GeoGebra para compreender a sua definição.

Em suas considerações finais, Oliveira (2011) diz que "[...] quando um conteúdo é construído em parceria com os estudantes, transformando-os em agentes ativos no processo de ensino e aprendizagem, o resultado é bastante eficaz" (OLIVEIRA, 2011, p. 82). Segundo esse autor, os estudantes, sem terem conhecimento prévio sobre os assuntos, puderam, por meio dos Objetos de Aprendizagem e do software GeoGebra, conceituar as três curvas cônicas: Elipse, Hipérbole e Parábola.

Na dissertação de mestrado profissional de Juracélio Ferreira Lopes (LOPES, 2011), o autor preocupou-se em explorar as cônicas sob o ponto de vista geométrico e não exclusivamente suas equações algébricas. Nesse sentido, o autor trabalhou com construções no software GeoGebra para apresentar a visualização das cônicas. Além disso, esse trabalho é voltado para o ensino das cônicas no nível universitário, o que o diferencia dos trabalhos desenvolvidos por Lopes (2014) e Oliveira (2011). Assim, embora o estudo de Lopes (2011) seja de cunho teórico, alguns dos conteúdos que ele traz sobre Parábolas vêm ao encontro dos que se propõe a trabalhar nesta pesquisa, complementando estudos prévios sobre esse assunto.

Na primeira parte de seu trabalho, Lopes (2011) traz uma abordagem sobre as origens históricas do estudo das cônicas. Como não se tinha como propósito abordar temas de História da Matemática pelo curto período de tempo disponível para o desenvolvimento das atividades, essa parte do trabalho de Lopes (2011) não será enfatizada.

Em seguida, o autor trata de estabelecer os conceitos das cônicas (Elipse, Hipérbole e Parábola) por meio de duas etapas: um tratamento geométrico e um tratamento analítico. Para o tratamento geométrico da Parábola o autor traz uma construção a ser realizada com um esquadro, um fio inextensível e lápis para formar o trecho de uma parábola, assim como formas de encontrar pontos dessa parábola com o uso de régua e compasso.

No tratamento algébrico, Lopes (2011) já traz a definição de Parábola e parte para o estudo da equação reduzida a partir da definição, assim como foi solicitado aos acadêmicos nas atividades desta pesquisa.

O autor trouxe também alguns estudos sobre retas tangentes e normais à parábola, os quais não serão detalhados aqui pois não fazem parte do estudo de Parábola proposto no componente Geometria Analítica da turma investigada nesta pesquisa.

Lopes (2011) finaliza o estudo dos conceitos principais relacionados às curvas cônicas realizando um estudo unificado das três (Elipse, Hipérbole e Parábola) baseado em suas excentricidades e explora as equações de cônicas em um sistema de coordenadas polares.

A terceira e última parte do trabalho de Lopes (2011) trata das aplicações das cônicas, mais especificamente das propriedades de reflexão e aplicações na Mecânica Celeste (Astronomia). Tais aplicações também são abordadas no livro de Winterle (2014). Porém, infelizmente, devido à escassez de tempo, as aplicações de Parábolas não foram exploradas nas atividades desta pesquisa.

Em suas conclusões, Lopes (2011) relata que as contribuições de seu trabalho são a "[...] exposição sobre as origens históricas do assunto, tratamento das cônicas do ponto de vista geométrico, análise do conceito de excentricidade através da definição foco - diretriz e sua relação com as formas destas curvas, definição das cônicas em coordenadas polares, abordagem computacional dos principais resultados da teoria das cônicas e as importantes aplicações do tema" (LOPES, 2011, p. 165). Ele também ressalta que muitos assuntos referentes a esse tema ainda podem ser abordados em trabalhos deste tipo como, por exemplo, cônicas em um espaço tridimensional.

A leitura desses três trabalhos trouxe inspiração para a elaboração das atividades sobre Parábolas aplicadas nesta pesquisa, proporcionou um aprofundamento do estudo de Parábolas, trouxe algumas percepções sobre o ensino e a aprendizagem desse conteúdo e indicou caminhos possíveis para a análise dos dados produzidos. No capítulo que segue são expostos os caminhos escolhidos para a produção desses dados.

5 METODOLOGIA

5.1 Características da pesquisa

O propósito desta pesquisa é compreender o desenvolvimento de uma sequência didática baseada na Teoria das Situações Didáticas para a introdução do conteúdo de Parábolas, do componente curricular Geometria Analítica, durante o ensino remoto emergencial.

Para tal, foi elaborada uma sequência didática composta de quatro atividades sobre Parábolas, que foram desenvolvidas nos moldes da Teoria das Situações Didáticas com uma turma de Geometria Analítica da UNIPAMPA, durante as Atividades de Ensino Remoto Emergenciais do semestre 2020/1.

Os dados produzidos para análise foram constituídos pelas atividades realizadas pelos acadêmicos e postadas na plataforma *Google Classroom*, pela gravação das aulas síncronas ministradas pelo pesquisador, por um questionário aplicado via *Google Forms*e respondido por 13 acadêmicos e por uma entrevista semiestruturada com um desses acadêmicos.

De acordo com as fontes de dados, com a análise realizada e com a especificidade da pesquisa, pode-se caracterizá-la como uma pesquisa qualitativa na modalidade estudo de caso.

Lüdke e André (2018) apresentam cinco características de uma pesquisa qualitativa, de acordo com os escritos de Bogdan e Biklen (1982 *apud* LÜDKE; ANDRE, 2018, p. 12-14):

- Tem o ambiente natural como sua fonte direta de dados e o pesquisador como seu principal instrumento;

- Os dados coletados são predominantemente descritivos;

- A preocupação com o processo é muito maior do que com o produto;

- O significado que as pessoas dão as coisas e a sua vida são focos de atenção especial pelo pesquisador;

- A análise dos dados tende a seguir um processo indutivo.

Essas características vêm ao encontro do estudo delineado nesta pesquisa. O ambiente natural foi constituído pelos encontros via *Google Meet* com a turma de Geometria Analítica durante as aulas regulares desse componente curricular, dos quais três tiveram a participação ativa do pesquisador. Os dados produzidos são descritivos (gravações das aulas, atividades realizadas pelos acadêmicos, questionário, entrevista). O foco da pesquisa está mais voltado para o processo de desenvolvimento das atividades elaboradas e de participação dos acadêmicos na forma remota, do que nos resultados em termos de avaliação. Os questionários e entrevista procuram “[...] capturar a “perspectiva dos participantes”, isto é, a maneira como os informantes encaram as questões que estão sendo focalizadas” (LÜDKE; ANDRÉ, 2018, p. 14). A análise dos dados não será guiada por uma hipótese definida *a priori*. Os resultados da pesquisa emergirão de uma análise cuidadosa e descritiva de todos os dados produzidos.

A pesquisa se adéqua à modalidade estudo de caso pois “[...] o caso é sempre bem delimitado, devendo ter seus contornos claramente definidos no desenrolar do estudo” (LÜDKE; ANDRÉ, 2018, p. 20). Como já dito, a pesquisa se restringe à uma turma específica de Geometria Analítica, na qual se investigou o desenvolvimento de uma sequência didática baseada na Teoria das Situações Didáticas para a introdução do conteúdo de Parábolas, durante o ensino remoto emergencial.

5.2 O desenvolvimento da pesquisa

Para produzir os dados que foram analisados nesta pesquisa, primeiro se fez necessária a elaboração e aplicação de uma sequência didática sobre o conteúdo de Parábolas, procurando seguir os conceitos e procedimentos da TSD e adaptando-os, conforme possível, para a realidade do ensino remoto emergencial. Como mencionado anteriormente, a turma escolhida foi uma de primeiro semestre de Geometria Analítica da UNIPAMPA, Campus Bagé, que contava com 36 acadêmicos frequentes. Para conhecer a dinâmica das aulas e da turma, foram realizadas duas observações em outras aulas ministradas pela professora. Também foi feito um termo de consentimento via *Google Forms* (Apêndice G) para ser preenchido pelos acadêmicos interessados em colaborar com esta pesquisa. Dos 36 acadêmicos, 26 responderam o formulário concordando em participar.

No Plano de Ensino do componente curricular estavam planejados três encontros nos quais seriam trabalhados os conteúdos sobre Parábolas, sendo um assíncrono, um síncrono e outro assíncrono. Mas, para a aplicação das atividades da sequência didática, todos esses três encontros foram síncronos.

A verificação do curto período para desenvolver os conteúdos de Parábolas resultou na delimitação dos temas a serem trabalhados com a turma: definição de parábola, elementos da parábola e equações reduzidas de parábolas.

Para a elaboração das atividades da sequência didática tendo em vista a TSD, elas foram planejadas para serem divididas em momentos distintos. Haveria momentos nos quais os acadêmicos receberiam atividades a serem realizadas no GeoGebra. Em outros momentos a resolução das atividades seria redigida no papel para construírem a definição de Parábola e suas diferentes equações a partir de conhecimentos que já possuíam, sendo eventualmente auxiliados pelo pesquisador. Essa estrutura foi pensada com base nos conceitos de Situação Adidática de Ação, de Formulação e de Validação.

Após a realização de cada atividade, os acadêmicos seriam convidados a compartilhar os resultados que encontraram com o uso do microfone ou escrevendo no *chat* do *Google Meet*, sendo esses resultados posteriormente validados ou corrigidos pelo pesquisador, de acordo com o conceito de Situação de Institucionalização.

Também com base na Situação de Institucionalização, ao final de cada aula o pesquisador apresentaria o conteúdo de maneira formal, conforme os autores Winterle (2014) e Santos (2009), em um momento mais expositivo, no qual a participação dos acadêmicos era de esclarecer dúvidas ou realizar novos questionamentos.

Cada encontro síncrono contou com atividades que foram realizadas e postadas pelos acadêmicos na plataforma *Google Classroom*. Foram analisadas apenas as atividades dos acadêmicos que concordaram em participar da pesquisa.

Além dessas atividades, após os encontros síncronos, foi elaborado também um questionário (Apêndice H), no qual os acadêmicos que participaram da pesquisa puderam avaliar as atividades e expor relatos pessoais. Dos 26 acadêmicos que concordaram em participar da pesquisa apenas 13 responderam ao questionário que foi encaminhado no dia 03 de dezembro de 2020, nove dias depois do último encontro síncrono sobre Parábolas.

Outra proposta para produção de dados era a realização de uma entrevista (Roteiro disponível no Apêndice I) com alguns dos acadêmicos através do *Google Meet*. Essa entrevista seria na forma de uma roda de conversa e retomaria, esclareceria e ampliaria questões já abordadas no questionário do *Google Forms*.

No entanto, o convite foi encaminhado por e-mail somente no dia 07 de janeiro de 2021, período em que os acadêmicos estavam de férias e apenas um se fez presente na reunião via *Google Meet* numa das datas combinadas com o pesquisador. Como já havia uma quantidade expressiva de dados para análise e um semestre reduzido para conclusão desta pesquisa, optou-se por não insistir na entrevista com outros acadêmicos e a entrevista realizada com o único acadêmico que se dispôs a colaborar não será analisada pois não seria representativa do grupo voluntário.

Os próximos capítulos apresentam uma análise dos dados considerados para esta pesquisa.

6 DESCRIÇÃO E ANÁLISE DOS ENCONTROS

Neste capítulo são descritos e analisados os três encontros realizados com a turma de Geometria Analítica, bem como as atividades desenvolvidas pelos acadêmicos que concordaram em fazer parte desta pesquisa. Esses acadêmicos são identificados por pseudônimos que eles mesmos escolheram ao preencher o Termo de Consentimento. Aqueles que não indicaram nenhum pseudônimo são identificados pelas letras do alfabeto (Acadêmica A, Acadêmica B, Acadêmica C e Acadêmico D).

6.1 Primeiro encontro: a definição de parábola

O primeiro encontro síncrono com a turma foi realizado no dia 17 de novembro de 2020. Foi iniciado com informações gerais a respeito do andamento das aulas que seriam ministradas e da TSD, com menção aos momentos nos quais os acadêmicos realizariam as atividades (situação adidática) e outros momentos de explicação do conteúdo (institucionalização).

Para dar início às atividades, a tela do computador do pesquisador foi compartilhada no *Google Meet* com a Atividade 1 (Figura 2) para que os acadêmicos da turma tentassem realizá-la.

Figura 2 – Atividade 1

Atividade 1

Nome:

1) Abra o GeoGebra.

2) Na caixa de entrada digite $F = (0{,}1)$ para criar o ponto F.

3) Na caixa de entrada digite $d\colon y = -1$ para criar a reta d.

4) Na caixa de entrada digite, um por um, os seguintes pontos: $A = (0{,}0)$, $B = (2{,}1)$, $C = (-2{,}1)$, $D = (6{,}9)$, $E = (-6{,}9)$, $G = (8{,}16)$, $H = (-8{,}16)$. Alguns pontos não aparecerão. Mas, movimentando a Janela de Visualização, você irá encontrá-los.

5) Ao observar os pontos A, B, C, D, E , G e H você já consegue imaginar qual forma será criada ao ligar todos os pontos por uma linha contínua?

6) Sem utilizar os recursos do GeoGebra, preencha a seguinte tabela calculando as distâncias indicadas por D:

***Dica**: Para os pontos D, E, G e H você pode utilizar os módulos dos vetores $\overrightarrow{DF}$, $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{GF}$ e $\overrightarrow{HF}$ para calcular as distâncias envolvendo o ponto F.*

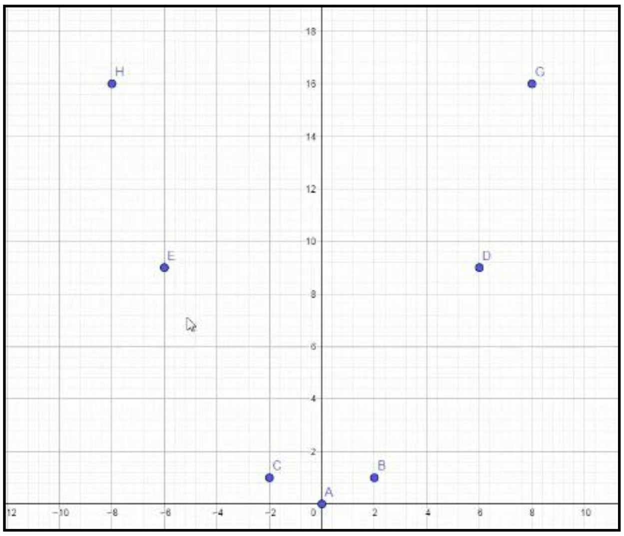
$D(A,F) =$	$D(A,d) =$
$D(B,F) =$	$D(B,d) =$
$D(C,F) =$	$D(C,d) =$
$D(D,F) =$	$D(D,d) =$
$D(E,F) =$	$D(E,d) =$
$D(G,F) =$	$D(G,d) =$
$D(H,F) =$	$D(H,d) =$

O que você observou ao preencher a tabela do item 6)? Será que agora você é capaz de enunciar a propriedade que todos os pontos de uma parábola possuem?

Fonte: O autor.

Essa atividade tinha como objetivo que os acadêmicos entendessem a definição de parábola ao medir as distâncias entre os pontos da parábola e seu foco e reta diretriz. A atividade trazia uma construção a ser realizada em 4 passos no GeoGebra para criar, nessa ordem, o foco, a reta diretriz e alguns pontos pertencentes à parábola, como mostra a figura abaixo (Figura 3).

Figura 3 – Construção dos passos 2, 3 e 4 da Atividade 1



Fonte: O autor.

Torna-se importante salientar que os acadêmicos já conheciam o software GeoGebra, pois a professora o utilizava nas aulas síncronas e havia solicitado que eles realizassem duas tarefas, uma sobre retas e outra sobre planos, com a utilização desse software. No entanto, para a realização dessas tarefas, foi utilizada a Janela 3D do GeoGebra.

Após os acadêmicos estarem com a construção pronta, deveriam responder os itens 5 e 6. O item 5 indagava qual gráfico os acadêmicos imaginavam que seria formado ao ligarem os pontos criados nos passos anteriores. Era esperado que eles reconhecessem o gráfico como uma parábola ou o gráfico da função quadrática. No item 6, deveriam preencher uma tabela que solicitava a determinação das distâncias entre os pontos da parábola e o foco F e as distâncias entre esses pontos e a reta diretriz, sem a utilização do GeoGebra. Essa questão tinha como objetivo que os acadêmicos percebessem que, para cada ponto, as distâncias deste ponto ao foco F e à reta diretriz são iguais e era finalizada com a seguinte pergunta: “O que você observou ao preencher a tabela do item 6)? Será que agora você é capaz de enunciar a propriedade que todos os pontos de uma parábola possuem?”.

O pesquisador solicitou que os acadêmicos respondessem na própria folha da atividade ou num caderno, mas que postassem no *Google Classroom* a primeira versão da sua resolução da atividade, feita por eles antes da institucionalização dos conceitos, mesmo que incorreta.

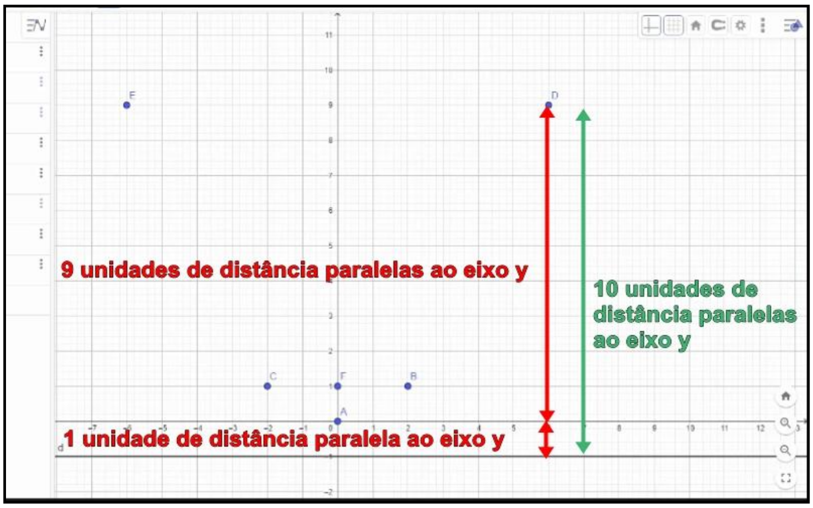
Alguns acadêmicos comentaram que já haviam realizado alguns passos da atividade, pois ela foi postada pela professora no *Google Classroom* meia hora antes da aula. Foi disponibilizado um tempo para que os acadêmicos tentassem realizar os primeiros passos da atividade e apenas esclarecessem dúvidas sobre as instruções ou sobre o uso do GeoGebra.

Nessa primeira atividade alguns acadêmicos tiveram dificuldade em abrir a janela 2D do GeoGebra e foi necessário que o pesquisador compartilhasse a tela para ajudá-los, pois estavam habituados a utilizar a janela 3D em outras aulas.

Como alguns acadêmicos entraram atrasados, foi dado um pouco mais de tempo até que fosse possível questionar toda a turma sobre o item 5, na esperança de ouvir as respostas de cada um. A maioria dos acadêmicos respondeu de imediato que o gráfico formado seria uma parábola e o relacionaram com o gráfico da função quadrática. Além disso, a maioria demorou pouco mais de meia hora para chegar até o item 6. Para esse item era prevista a necessidade de intervir um pouco mais para responder dúvidas dos acadêmicos, como a da acadêmica DrubanY que estava em dúvida se os pontos mencionados no item 6 eram os mesmos do item 4.

Portanto, depois de todos estarem com os passos anteriores prontos foi reforçado que seria importante seguir a dica do material para poder calcular as distâncias solicitadas. A dica era a seguinte: “Para os pontos D, F e H você pode utilizar o módulo dos vetores $\overrightarrow{DF}$, $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{GF}$ e $\overrightarrow{HF}$ para calcular as distâncias envolvendo o ponto F”. Após os acadêmicos estarem preenchendo a tabela dessa atividade, o acadêmico Ronaldinho conseguiu perceber por meio do cálculo das distâncias que a parábola é simétrica em relação ao seu eixo, ao observar que as distâncias equivalentes em lados opostos do eixo y seriam iguais. Ele questionou “Dá para fazer, por exemplo, só a distância entre F e B, F e D e F eG? E o outro lado é só espelhar, sem fazer o cálculo, porque é a mesma distância”. A acadêmica Chespirita comentou que ainda não havia entendido como calcular as distâncias até a reta d indicadas na tabela. Então foi preciso explicar na tela do GeoGebra (Figura 4) como os acadêmicos deveriam observar o plano cartesiano para obter as distâncias, utilizando o eixo y como uma “régua” para contar as unidades de distância entre cada ponto e a reta diretriz.

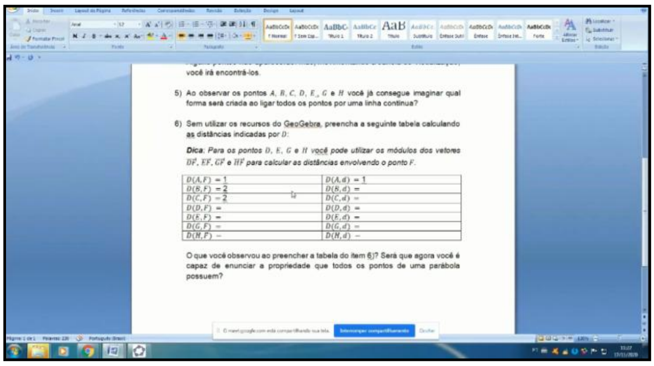
Figura 4 – Explicação sobre as distâncias paralelas ao eixo y no GeoGebra



Fonte: O autor.

Quando havia terminado o tempo destinado para os acadêmicos tentarem realizar a atividade eles foram convidados a preencher a tabela apresentada no *Google Meet* com os dados que eles encontraram (Figura 5). A maioria conseguiu calcular corretamente as primeiras distâncias solicitadas ($D(A,F), D(B,F)$e $D(C,F)$), pois essas distâncias eram paralelas a algum dos eixos coordenados.

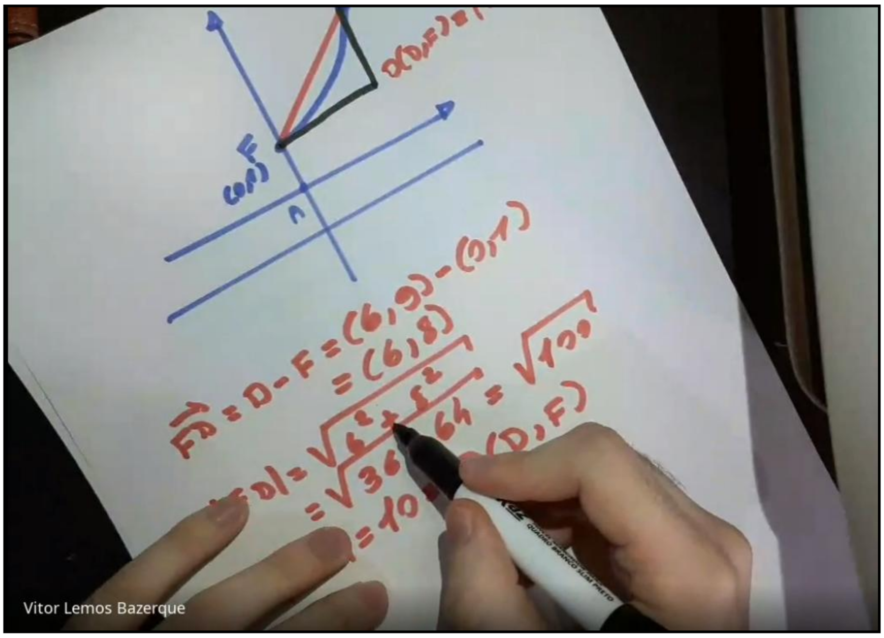
Figura 5 – Tela do pesquisador no *Google Meet*



Fonte: O autor.

Porém, alguns tiveram dificuldade com o conceito de que uma distância é sempre medida em módulo. Além disso, alguns também não conseguiram calcular as distâncias que envolviam a utilização do módulo do vetor formado pelos pontos em questão. Portanto, foi necessário explicar essa atividade com papel e caneta (Todas as folhas utilizadas pelo pesquisador estão no Apêndice J), desenhando o plano cartesiano, a parábola da atividade e os pontos F e D, mostrando aos acadêmicos como calcular a distância pelo módulo do vetor $\overrightarrow{FD}$, como mostra a Figura 6.

Figura 6 – Explicação de como calcular a distância entre os pontos F e D



Fonte: O autor.

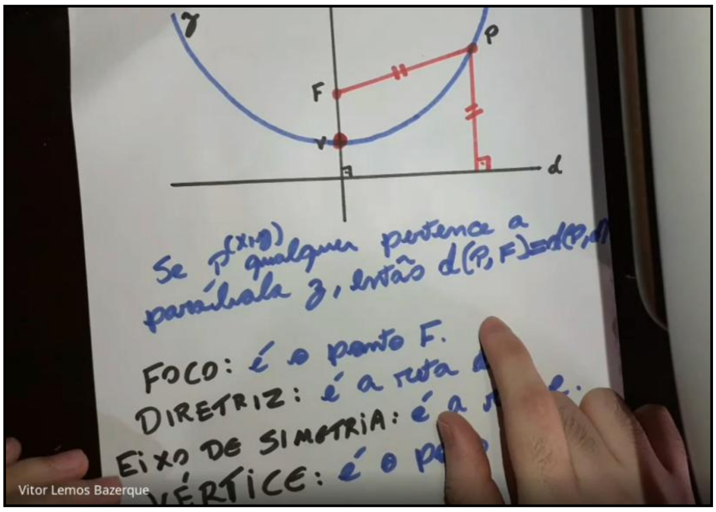
Após a explicação, o acadêmico Raul Seixas manifestou que havia tido a ideia correta de resolução, porém ao realizar os cálculos, utilizou a fórmula equivocada para o módulo de um vetor. Ele disse: “Eu tinha feito pelo Teorema de Pitágoras, pela hipotenusa, e daí tinha dado $\sqrt{100}$, tinha dado certo. Mas eu achei que tava errado e tentei fazer pelo vetor, como tu falou, só que daí eu esqueci de tirar as raízes quadradas, foi isso que deu 14”. Nesse caso, o acadêmico Raul Seixas talvez quisesse dizer que se esqueceu de elevar ao quadrado as componentes do vetor. O correto seria $|\overrightarrow{FD}| = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10$. Provavelmente ele fez apenas $|\overrightarrow{FD}| = \sqrt{6 + 8}$, chegando em $\sqrt{14}$.

Ao terminar a explicação de como calcular uma das distâncias, a tela da atividade foi retomada para que os acadêmicos tentassem calcular a próxima distância, que envolvia o mesmo princípio. Dessa vez a maioria conseguiu calcular corretamente. As distâncias na coluna direita da atividade foram respondidas corretamente pelo acadêmico Raul Seixas que demonstrou ter entendido como as distâncias à reta eram calculadas ao dizer “Essa aí é só as distâncias pelo eixo y, né?”.Os demais acadêmicos não manifestaram dúvidas. Pouco depois desse momento a acadêmica Chespirita já escreveu no chat que percebeu que as medidas nas colunas esquerda e direita da tabela eram iguais, dizendo “Tudo igual mesmo”.

Como a última questão perguntava justamente isso, foi dado tempo para que todos os acadêmicos refletissem e respondessem. A acadêmica Chespirita disse que “As distâncias entre os pontos e as distâncias entre os pontos e a reta d são iguais” e os demais colegas concordaram.

Após o término dessa atividade, iniciou-se o momento de institucionalização, formalizando os conceitos que foram explorados de forma intuitiva na atividade anterior. O pesquisador mostrou na câmera uma folha com desenhos de uma parábola, sua reta diretriz, um ponto P na parábola, seu foco F e uma reta vertical representando seu eixo de simetria (Figura 7).

Figura 7 – Folha utilizada pelo pesquisador no momento de institucionalização



Fonte: O autor.

Ao terminar de explicar o que eram cada um desses elementos no desenho da parábola, foi escrita uma definição de parábola: “Se $P(x, y)$ qualquer pertence a uma parábola z, então $d(P, F) = d(P, d)$”, seguida de uma breve descrição dos elementos Foco, Diretriz, Eixo de Simetria e Vértice (como apresentado no Apêndice B).

Não houve questionamentos durante essas explicações. E, devido ao avançar do horário previsto para o término da aula, a mesma foi encerrada. Alguns acadêmicos deixaram mensagens no *chat* elogiando a aula e agradecendo o pesquisador, como mostra a Figura 8:

Figura 8 – Mensagens dos acadêmicos no *chat*

"muito bom o método", "gostei!! parabéns" - Acadêmica Bibi

"Ótima aula", "Valeuu!!!" - Acadêmico Ronaldinho

"Obrigada pela aula vitor" - Acadêmica Alex Vouse

"Obrigado pela aula Vitor!! até quinta" - Acadêmico Matheus

Fonte: O autor.

Torna-se importante ressaltar que como toda a atividade foi desenvolvida durante a aula, a professora determinou o prazo de uma hora após o término do encontro para a postagem da resolução da mesma no *Google Classroom*.

6.1.1 Análise das resoluções da Atividade 1

No caso dessa atividade, era esperado que os acadêmicos respondessem, no item 5, que o gráfico formado seria o de uma parábola e, no item 6, que todos os pontos pertencentes à parábola eram equidistantes do ponto F e da reta diretriz d. Após uma leitura das atividades enviadas, pôde-se perceber que, dos 23 acadêmicos, apenas sete apresentaram respostas realmente próximas ao esperado. Para exemplificar, serão comentadas três dessas sete respostas.

A figura abaixo (Figura 9) mostraas respostas produzidas pela acadêmica Nathalia:

Figura 9 – Respostas da acadêmica Nathalia para a Atividade 1

5) Ao observar os pontos A, B, C, D, E, G e H você já consegue imaginar qual forma será criada ao ligar todos os pontos por uma linha contínua?
Se formará uma parábola ao ligar os pontos.

6) Sem utilizar os recursos do GeoGebra, preencha a seguinte tabela, calculando as distâncias indicadas por D:

***Dica**: Para os pontos D, E, G e H você pode utilizar os módulos dos vetores $\vec{DF}$, $\vec{EF}$, $\vec{GF}$ e $\vec{HF}$ para calcular as distâncias envolvendo o ponto F.*

$AF = F - A = (0,1) - (0, 0) = |(0, 1)| = \sqrt{0^2+1^2} = \sqrt{1} = 1$

$BF = F - B = (0,1) - (2, 1) = |(-2, 0)| = \sqrt{(-2)^2+0^2} = \sqrt{4} = 2$

$BF = CF = 2$

$DF = F - D = (0,1) - (6, 9) = |(-6, -8)| = \sqrt{(-6)^2+(-8)^2} = \sqrt{100} = 10$

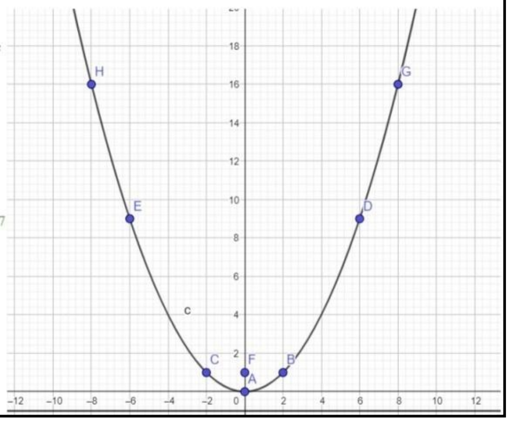
$DF = EF = 10$

$GF = F - G = (0,1) - (8, 16) = |(-8, -15)| = \sqrt{(-8)^2+(-15)^2} = \sqrt{289} = 17$

$GF = HF = 17$

$D(A,F) = 1$	$D(A,d) = 0 - (-1) = 1$
$D(B,F) = 2$	$D(B,d) = 1 - (-1) = 2$
$D(C,F) = 2$	$D(C,d) = 1 - (-1) = 2$
$D(D,F) = 10$	$D(D,d) = 9 - (-1) = 10$
$D(E,F) = 10$	$D(E,d) = 9 - (-1) = 10$
$D(G,F) = 17$	$D(G,d) = 16 - (-1) = 17$
$D(H,F) = 17$	$D(H,d) = 16 - (-1) = 17$

O que você observou ao preencher a tabela do item 6)? Será que agora você é capaz de enunciar a propriedade que todos os pontos de uma parábola possuem? Que as distâncias dos pontos A, B, C, D, E, F, G, H até o ponto F são as mesmas distâncias dos mesmos pontos até a reta d.



Fonte: Produção da acadêmica Nathalia.

A acadêmica Nathalia demonstrou ter entendido a proposta da atividade. Realizou corretamente o cálculo das distâncias utilizando conhecimentos sobre módulo de um vetor, construiu os pontos solicitados e escreveu uma resposta correta para os itens 5 e 6. Apenas incorreu em erro ao dar continuidade ao cálculo do módulo dos vetores, numa sequência de igualdades. Deveria ter separado o cálculo do vetor da determinação do seu módulo.

A seguir (Figura 10 e Figura 11) temos as produções de outros dois acadêmicos que também alcançaram os objetivos da Atividade 1.

Figura 10 – Respostas da acadêmica Chespirita para a Atividade 1

5) Uma parábola.

6) Tabela:

1	1
2	2
2	2
10	10
10	10
17	17

Foi observado que a distância, entre os pontos (A, B, C, D, E, G, H) e o ponto F é sempre igual a distância da reta d aos pontos (A, B, C, D, E, G, H).

Fonte: Produção da acadêmica Chespirita.

Figura 11 – Respostas do acadêmico Pelé para a Atividade 1

5) Ao observar os pontos A, B,C, D, E, G eH você já consegue imaginar qual forma será criada ao ligar todos os pontos por uma linha contínua? **Sim, irá formar uma parábola**

6) Sem utilizar os recursos do GeoGebra, preencha a seguinte tabela, calculando as distâncias indicadas por D:

***Dica**: Para os pontos D, E, G e H você pode utilizar os módulos dos vetores $\overrightarrow{DF}$, $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{GF}$ e $\overrightarrow{HF}$ para calcular as distâncias envolvendo o ponto F.*

$D(A,F)$ =1	$D(A,d)$ =1
$D(B,F)$ =2	$D(B,d)$ =2
$D(C,F)$ =2	$D(C,d)$ =2
$D(D,F)$ = 10	$D(D,d)$ = 10
$D(E,F)$ = 10	$D(E,d)$ =10
$D(G,F)$ = 17	$D(G,d)$ =17
$D(H,F)$ =17	$D(H,d)$ =17

O que você observou ao preencher a tabela do item 6)? Será que agora você é capaz de enunciar a propriedade que todos os pontos de uma parábola possuem? **<u>A distâncias</u> dos pontos referente ao ponto F é a mesma quando se é comparado com a reta d.**

Fonte: Produção do acadêmico Pelé.

Cabe ressaltar que, embora demonstrem ter entendido os conceitos apresentados, alguns dos sete acadêmicos mencionados não conseguiram formular suas respostas utilizando uma linguagem matemática mais apropriada, como foi o caso do acadêmico Pelé em sua resposta para o item 6. Também foi observado que alguns acadêmicos conseguiram responder corretamente o item 6, porém deixaram de apresentar resposta para o item 5 ou apresentaram uma resposta incorreta, como mostram as figuras 12, 13 e 14:

Figura 12 – Respostas do acadêmico Ronaldinho para a Atividade 1

$|\overrightarrow{AF}| = |F - A| = |(0,1)-(0,0)| = |(0,1)| = \sqrt{0^2+1^2} = \sqrt{1} = 1$

$|\overrightarrow{BF}| = |F - B| = |(0,1)-(2,1)| = |(-2,0)| = \sqrt{(-2)^2+0^2} = \sqrt{4} = 2$

$|\overrightarrow{CF}| = |\overrightarrow{BF}| = 2$

$|\overrightarrow{DF}| = |F - D| = |(0,1)-(6,9)| = |(-6,-8)| = \sqrt{(-6)^2+(-8)^2} = \sqrt{100} = 10$

$|\overrightarrow{EF}| = |\overrightarrow{DF}| = 10$

$|\overrightarrow{GF}| = |F - G| = |(0,1)-(8,16)| = |(-8,-15)| = \sqrt{(-8)^2+(-15)^2} = 17$

$|\overrightarrow{HF}| = |\overrightarrow{GF}| = 17$

D(A,d) = 1
D(B,d) = 2
D(C,d) = 2
D(D,d) = 10
D(E,d) = 10
D(G,d) = 17
D(H,d) = 17

A distância dos pontos ao F é igual à distância dos pontos à reta

Fonte: Produção do acadêmico Ronaldinho.

No caso do acadêmico Ronaldinho destaca-se, apesar da ausência de resposta para o item 5, a inclusão dos cálculos realizados corretamente utilizando o módulo dos vetores e a resposta satisfatória ao item 6.

Figura 13 – Respostas da acadêmica Alex Vouse para a Atividade 1

5. Ao observar os pontos A, B, C, D, E, G e H você já consegue imaginar qual forma será criada ao ligar todos os pontos por uma linha contínua? **paralelogramo**
6. Sem utilizar os recursos do GeoGebra, preencha a seguinte tabela calculando as distâncias indicadas por D:

***Dica**: Para os pontos D, E, G e H você pode utilizar os módulos dos vetores DF, EF, GF e HF para calcular as distâncias envolvendo o ponto F.*

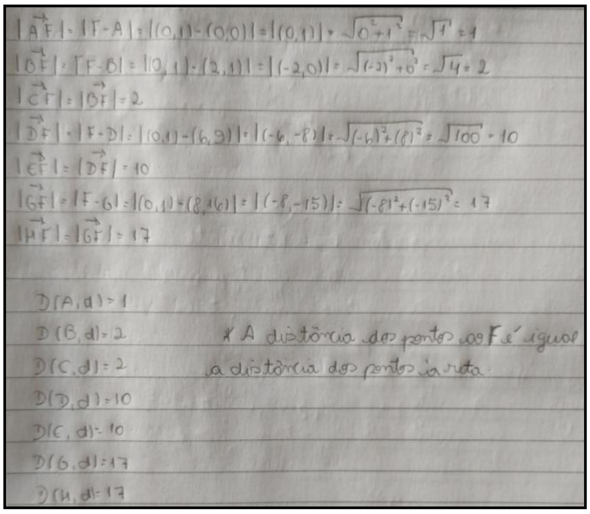
D(A,F) =1	D(A,d) =1
D(B,F) =2	D(B,d) =2
D(C,F) =2	D(C,d) =2
D(D,F) =10	D(D,d) =10
D(E,F) =10	D(E, d) =10
D(G,F) =17	D(G,d) =17
D(H,F) =17	D(H,d) =17

O que você observou ao preencher a tabela do item 6)? Será que agora você é capaz de enunciar a propriedade que todos os pontos de uma parábola possuem? **A distância entre os pontos A,B,C,D,E,G,H a F são iguais a mesma distância ate a reta d**

Fonte: Produção da acadêmica Alex Vouse.

Apesar da resposta no item 6 demonstrar um entendimento inicial do conceito (porém faltou uma melhor formulação), a acadêmica Alex Vouse respondeu “Paralelogramo” no item 5. O motivo não ficou claro.

Figura 14 – Repostas da acadêmica Tobirama Senju para a Atividade 1


$|\vec{AF}| = |F-A| = |(0,1)-(0,0)| = |(0,1)| = \sqrt{0^2+1^2} = \sqrt{1} = 1$

$|\vec{BF}| = |F-B| = |(0,1)-(2,1)| = |(-2,0)| = \sqrt{(-2)^2+0^2} = \sqrt{4} = 2$

$|\vec{CF}| = |\vec{BF}| = 2$

$|\vec{DF}| = |F-D| = |(0,1)-(6,9)| = |(-6,-8)| = \sqrt{(-6)^2+(8)^2} = \sqrt{100} = 10$

$|\vec{EF}| = |\vec{DF}| = 10$

$|\vec{GF}| = |F-G| = |(0,1)-(8,16)| = |(-8,-15)| = \sqrt{(-8)^2+(-15)^2} = 17$

$|\vec{HF}| = |\vec{GF}| = 17$

D(A,d) = 1
D(B,d) = 2
D(C,d) = 2
D(D,d) = 10
D(E,d) = 10
D(G,d) = 17
D(H,d) = 17

* A distância dos pontos ao F é igual a distância dos pontos à reta.

Fonte: Produção da acadêmica Tobirama Senju.

Assim como o acadêmico Ronaldinho, a acadêmica Tobirama Senju mostrou, com seus cálculos e respostas, que entendeu os conceitos propostos, apesar da redação inadequada da resposta. Porém não apresentou uma resposta para o item 5.

Foi constatado também que o acadêmico Jau Iaiones aparentou ter apenas copiado a resposta para o item 6 do material teórico postado no *Classroom* (Apêndice B). Como mostra a Figura 15 abaixo:

Figura 15 – Respostas do acadêmico Jau Iaiones para a Atividade 1

5) Ao observar os pontos A, B, C, D, E , G eH você já consegue imaginar qual forma será criada ao ligar todos os pontos por uma linha contínua? R: É uma parábola.

6) Sem utilizar os recursos do GeoGebra, preencha a seguinte tabela calculando as distâncias indicadas por D:

***Dica**: Para os pontos D, E, G e H você pode utilizar os módulos dos vetores* $\overrightarrow{DF}$, $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{GF}$ *e* $\overrightarrow{HF}$ *para calcular as distâncias envolvendo o ponto F.*

$D(A,F)$ = 1	$D(A,d)$ = 1
$D(B,F)$ = 2	$D(B,d)$ = 2
$D(C,F)$ = 2	$D(C,d)$ = 2
$D(D,F)$ = 10	$D(D,d)$ = 10
$D(E,F)$ = 10	$D(E,d)$ = 10
$D(G,F)$ = 17	$D(G,d)$ = 17
$D(H,F)$ = 17	$D(H,d)$ = 17

O que você observou ao preencher a tabela do item 6)? Será que agora você é capaz de enunciar a propriedade que todos os pontos de uma parábola possuem?
R: Observei que, os resultados foram o mesmo, pois, se P(x,y) qualquer pertence a parábola z, então d=(PF)=d(Fd).

Fonte: Produção do acadêmico Jau Iaiones.

O pesquisador observou que a notação z para parábola e a notação $P(x,y)$ para um ponto da parábola só foram apresentados no momento de institucionalização.Ressalta-se que esse encontro síncrono foi o único que contou com a participação do acadêmico Jau Iaiones, assim como a Atividade 1 foi a única postada por ele no *Classroom*. De acordo com a professora da turma, esse acadêmico perdeu acesso a um computador ou celular e não pôde mais acompanhar as aulas e atividades do componente curricular.

Também houve acadêmicos que pareceram ter dificuldade de redigir suas conclusões no item 6, ou não compreenderam a propriedade dos pontos de uma parábola e que define essa curva. Isso é aparente, por exemplo, na atividade da acadêmica Bibi que respondeu corretamente o item 5 porém, sua resposta para o item 6 ficou incompleta, como mostra a Figura16:

Figura 16 – Respostas da acadêmica Bibi para a Atividade 1

6) Sem utilizar os recursos do GeoGebra, preencha a seguinte tabela, calculando as distâncias indicadas por D:

Dica*: Para os pontos D, E, G e H você pode utilizar os módulos dos vetores $\vec{DF}$, $\vec{EF}$, $\vec{GF}$ e $\vec{HF}$ para calcular as distâncias envolvendo o ponto F.*

$D(A,F)$ = 1	$D(A,d)$ = - 1
$D(B,F)$ = 2	$D(B,d)$ = 2
$D(C,F)$ = 2	$D(C,d)$ = 2
$D(D,F)$ = 10	$D(D,d)$ = 10
$D(E,F)$ = 10	$D(E, d)$ = 10
$D(G,F)$ = 17	$D(G,d)$ =17
$D(H,F)$ = 17	$D(H,d)$ = 17

O que você observou ao preencher a tabela do item 6)? Será que agora você é capaz de enunciar a propriedade que todos os pontos de uma parábola possuem?

Os pontos simétricos possuem a mesma distância. Também, é perceptível que os valores da coluna 1 são iguais aos valores da coluna 2.

Fonte: Produção da acadêmica Bibi.

A acadêmica observou que os valores das duas colunas são iguais, porém não conseguiu utilizar esta informação para escrever uma definição de parábola. O caso do acadêmico Khada Jhin (Figura 17) foi semelhante:

Figura 17 – Respostas do acadêmico Khada Jhin para a Atividade 1

O que você observou ao preencher a tabela do item 6)? Será que agora você é capaz de enunciar a propriedade que todos os pontos de uma parábola possuem?

R: Eles são simétricos, tudo que ocorre em um lado da parábola vai ocorrer no outro também. e há alguma relação entre a distância dos pontos e a reta abaixo da parábola.

Fonte: Produção do acadêmico Khada Jhin.

Em sua resposta, o acadêmico aparenta perceber que existe uma relação envolvendo os pontos da Parábola e a reta diretriz (que ele se referiu como “a reta abaixo da parábola”) e que essa relação leva à definição de Parábola. Porém, não conseguiu enunciar essa relação.

Outros acadêmicos enviaram respostas confusas, demonstrando que, para eles, a Atividade 1 não foi suficiente para compreenderem que os pontos de uma parábola são equidistantes do foco e da reta diretriz. A Figura 18 mostra as produções das acadêmicas Leon e Acadêmica C:

Figura 18 – Respostas das acadêmicas Leon (acima) e Acadêmica C (abaixo)

O que você observou ao preencher a tabela do item 6)? Será que agora você é capaz de compreender a propriedade que todos os pontos de uma parábola possuem?

R : Que as respostas de ambas as colunas são idênticas, ou seja, elas são paralelas.

O que você observou ao preencher a tabela do item 6)? Será que agora você é capaz de enunciar a propriedade que todos os pontos de uma parábola possuem? Que as respostas de ambas colunas são iguais ou seja elas são paralelas.

Fonte: Produções das acadêmicas Leon e Acadêmica C.

Elas observaram que os valores em ambas as colunas são iguais, porém, a partir disso, concluíram que elas “são paralelas”. Não fica claro o que as acadêmicas queriam dizer por meio da formulação de suas respostas. Além delas, o acadêmico Hermes (Figura 19) também apresentou uma resposta confusa para o item 6:

Figura 19 – Respostas do acadêmico Hermes para a Atividade 1

6) Sem utilizar os recursos do GeoGebra, preencha a seguinte tabela calculando as distâncias indicadas por D:

Dica: *Para os pontos D, E, G e H você pode utilizar os módulos dos vetores $\overrightarrow{DF}$, $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{GF}$ e $\overrightarrow{HF}$ para calcular as distâncias envolvendo o ponto F.*

$D(A,F)$ =(0,1)=1	$D(A,d)$ =(0,-1)=1
$D(B,F)$ =(-2,0)=2	$D(B,d)$ =(0,-2)=2
$D(C,F)$ =(2,0)=2	$D(C,d)$ =(0,-2)=2
$D(D,F)$ = $(-6,-8)$=10	$D(D,d)$ =(0,-10)=10
$D(E,F)$ = $(6,-8)$=10	$D(E,d)$ =(0,-10)=10
$D(G,F)$ =(-8,-15)=17	$D(G,d)$ =(0,-17)=17
$D(H,F)$ =(8,-15)=17	$D(H,d)$ =(0,-17)=17

O que você observou ao preencher a tabela do item 6)? Será que agora você é capaz de enunciar a propriedade que todos os pontos de uma parábola possuem?

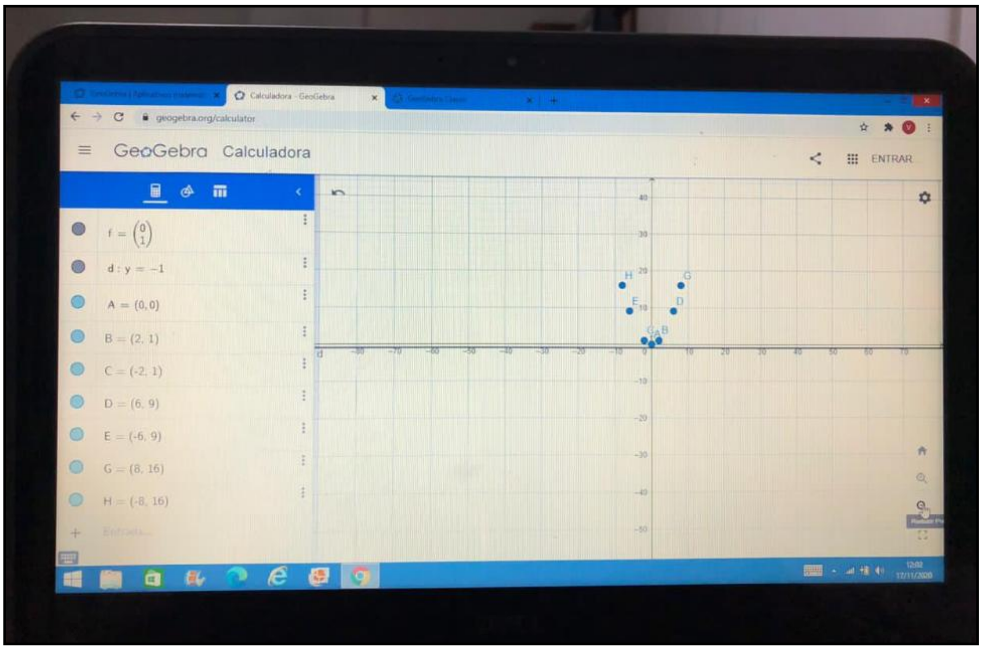
Que os valores são iguais em ambas as colunas, os módulo dos pontos até um ponto em y sempre serão iguais, se paralelos ao eixo x.

Fonte: Produção do acadêmico Hermes.

Ele percebeu que os valores em ambas as colunas são iguais e escreveu que “os módulos dos pontos até um ponto em y sempre serão iguais, se paralelos ao eixo x”. Acredita-se que o acadêmico pudesse se referir aos momentos em que o pesquisador orientou os acadêmicos a utilizarem os eixos coordenados como uma régua para medir distâncias, quando essas fossem paralelas a um desses eixos. Mas, sua resposta não condiz com o que era esperado nessa atividade.

Para finalizar a análise dessas atividades, vale comentar também sobre a produção da Acadêmica B (Figura 20) que enviou apenas uma foto da sua construção no GeoGebra sem nenhuma resposta para os itens 5 e 6:

Figura 20 – Resposta da Atividade 1 da Acadêmica B



Fonte: Produção da Acadêmica B.

Mais tarde, a professora da turma comentou com o pesquisador que essa acadêmica apresentou dificuldades na realização das atividades propostas durante o andamento do componente curricular, o que indica que ela pode não ter compreendido a atividade e por isso a enviou incompleta. Apesar disso, a acadêmica não manifestou nenhuma dúvida durante o encontro síncrono.

6.2 Segundo encontro: equações de parábolas com vértice na origem

O segundo encontro síncrono com a turma foi realizado no dia 19 de novembro de 2020. De início, a Atividade 2 (Figura 21) foi compartilhada no *Google Meet* para que os acadêmicos tentassem desenvolvê-la, encontrando as equações solicitadas.

Figura 21 – Atividade 2

Atividade 2

Nome:

2.1 – Parábola com vértice na origem e eixo de simetria vertical.

1) Na caixa de entrada do GeoGebra, insira o Ponto $F = (0,1)$.
2) Na caixa de entrada insira a reta diretriz $d: y = -1$.
3) Selecione a ferramenta Parábola e então clique no Ponto F e na reta d.
4) Suponha um ponto genérico (x,y) pertencente a parábola e use a definição de parábola para encontrar a equação dessa parábola, você pode conferir sua resposta olhando para a equação da parábola na janela de álgebra.
5) Digite aqui os passos que você executou ou cole uma foto dos mesmos:

2.2 – Parábola com vértice na origem e eixo de simetria horizontal.

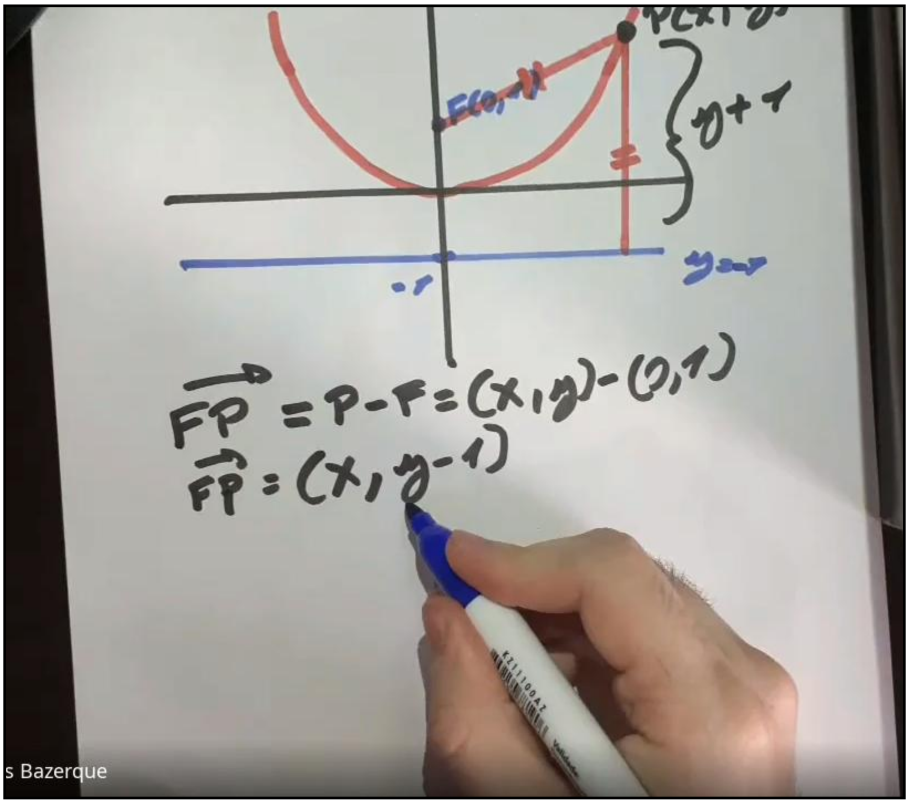
1) Na caixa de entrada do GeoGebra, insira o Ponto $F = (2,0)$.
2) Na caixa de entrada insira a reta diretriz $d: x = -2$.
3) Selecione a ferramenta Parábola e então clique no Ponto F e na reta d.
4) Suponha um ponto genérico (x,y) pertencente à parábola e use a definição de parábola para encontrar a equação dessa parábola, você pode conferir sua resposta olhando para a equação da parábola na janela de álgebra.
5) Digite aqui os passos que você executou ou coleuma foto dos mesmos:

Fonte: O autor.

Para a Atividade 2 foram escolhidas duas parábolas com vértice na origem, uma com eixo de simetria vertical e outra com eixo de simetria horizontal. Para cada uma das parábolas foram dadas instruções para a sua construção no GeoGebra, além das coordenadas do foco e a equação da reta diretriz. Após a parábola estar pronta, os acadêmicos, em seus cadernos ou em uma folha, deveriam supor um ponto genérico (x, y) pertencente à parábola e utilizar a definição vista na aula anterior para encontrar as equações dessas parábolas. Foi avisado aos acadêmicos que deveriam chegar pelo menos ao item 3 da atividade,ou seja, à construção da parábola, pois o item 4 poderia gerar dúvidas,visto que eles ainda não haviam feito nenhuma atividade em que deveriam encontrar equações de parábolas partindo da definição.

Após alguns minutos certos acadêmicos já manifestaram que conseguiram realizar os 3 passos e obtiveram a equação da primeira parábola na janela de álgebra do GeoGebra. Foi questionado se algum acadêmico tinha ideia de como chegar na equação da parábola sem consultar o GeoGebra e os acadêmicos DrubanY e Matheus disseram que não. Assim, optou-se por mostrar uma dica no papel de como seria feito o cálculo das distâncias de um ponto genérico $P(x, y)$ ao foco F e à reta diretriz d utilizando a definição de parábola e módulo do vetor $\overrightarrow{FP}$ (Figura 22):

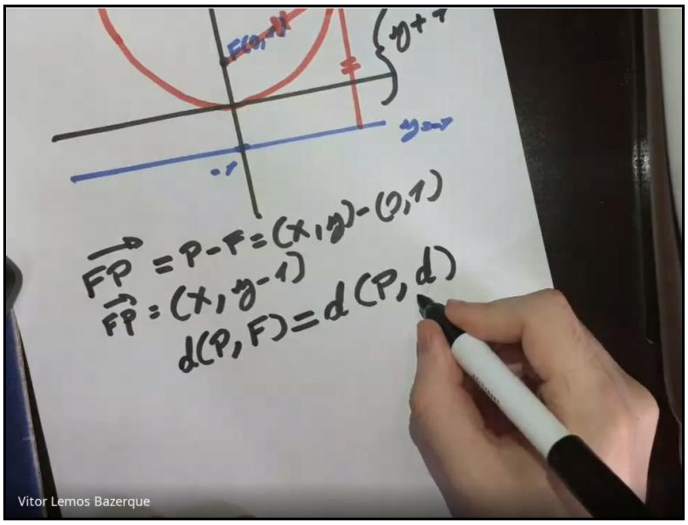
Figura 22 – Dica de cálculo das distâncias do ponto P ao foco F e à diretriz d



Fonte: O autor.

Em seguida, as acadêmicas DrubanY e Chespirita disseram que não conseguiram chegar à equação mostrada na janela de álgebra do GeoGebra utilizando a dica dada e não souberam explicar o porquê. Outros acadêmicos manifestaram no *chat* que também não haviam conseguido. Assim, a professora sugeriu ao pesquisador que reforçasse no papel (Figura 23) a definição sobre parábolas apresentada na aula anterior.

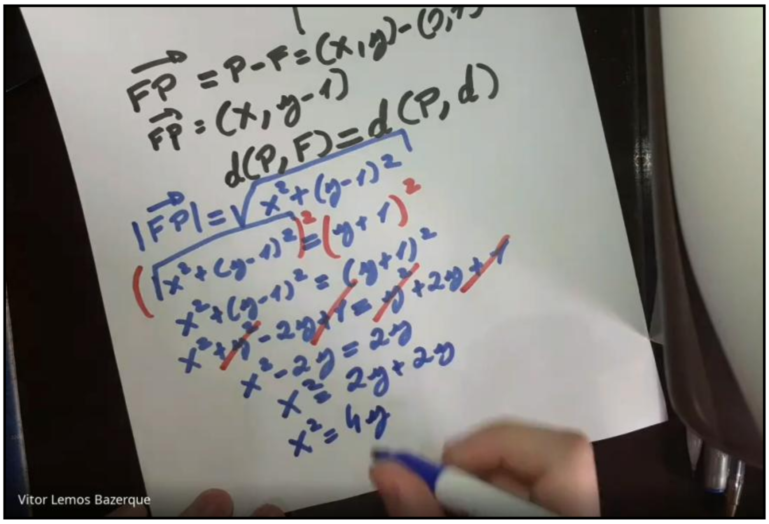
Figura 23 – Dica anterior com o reforço sobre a definição de parábola



Fonte: O autor.

Após esperar alguns minutos e para um melhor aproveitamento do tempo, o pesquisador decidiu realizar a atividade no papel, utilizando a definição para chegar na sua equação (Figura 24). Assim, acreditava-se que os acadêmicos fossem compreender melhor a ideia para aplicá-la na próxima atividade.

Figura 24 – Resolução do pesquisador para a Atividade 2.1

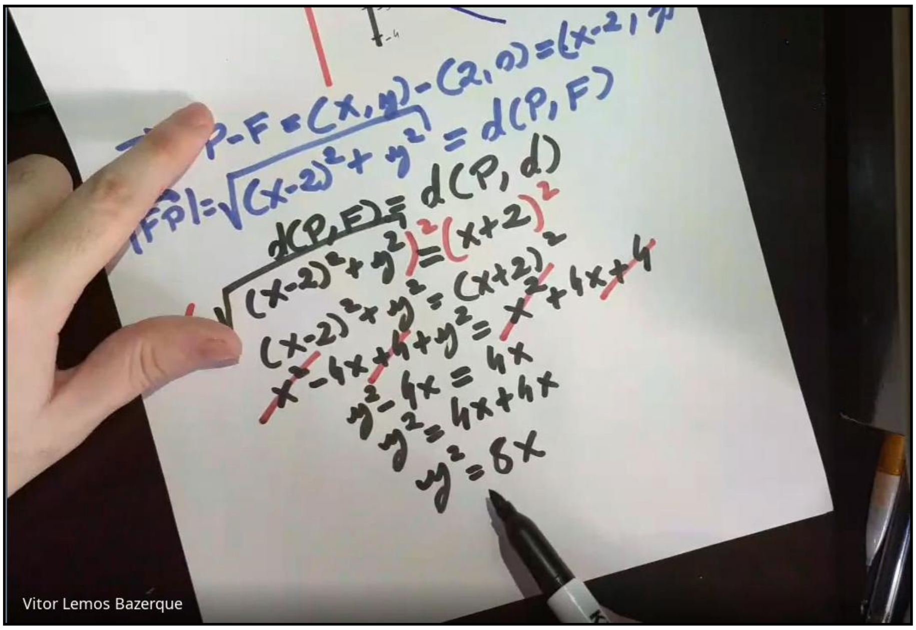


Fonte: O autor.

O Acadêmico D acabou pedindo para repetir a explicação, pois não havia compreendido alguns passos dos cálculos algébricos, porém havia entendido como a definição de parábola foi aplicada. Ao finalizar a resolução o pesquisador solicitou que os acadêmicos tentassem fazer a segunda atividade sozinhos.

Passado algum tempo, as acadêmicas Chespirita e Heisenberg solicitaram para que fosse mostrada na janela de álgebra do GeoGebra qual seria a equação que deveria ser encontrada.Ambas afirmaram que conseguiram encontrar a equação correta. A acadêmica DrubanY apresentou dificuldades em identificar a distância do ponto à diretriz, caindo novamente na questão de que uma distância deve ser sempre positiva. Após algum tempo, mais alguns acadêmicos disseram que conseguiram terminar a atividade. Portanto, decidiu-se corrigi-la para os acadêmicos que não estavam se manifestando, pois não se tinha certeza se todos haviam conseguido ou não. Assim como na primeira atividade, a parábola foi ilustrada na folha de papel e foi mostrado como encontrar a sua equação a partir da definição (Figura 25).

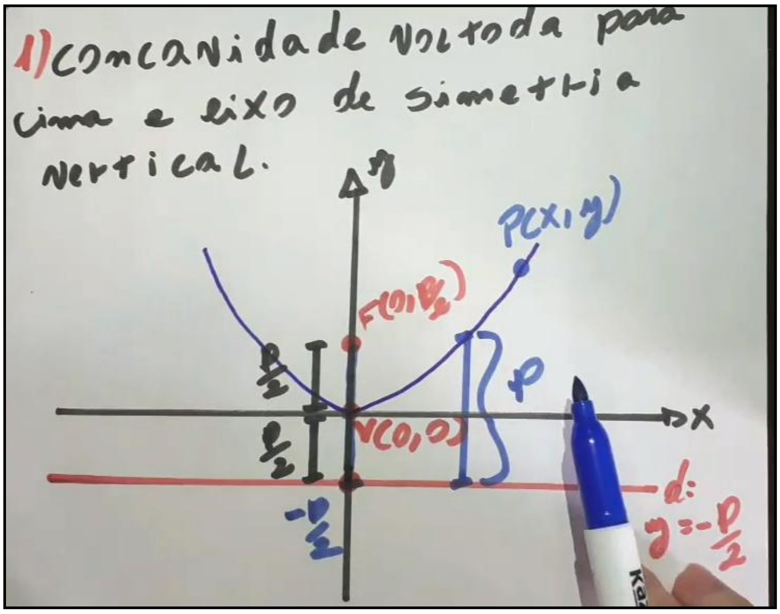
Figura 25 – Resolução do pesquisador para a atividade 2.2



Fonte: O autor.

Como o final do encontro já estava próximo e nenhum acadêmico manifestou dúvidas, procedeu-se com o momento de institucionalização (conforme Apêndice D) sobre as equações reduzidas de parábolas genéricas como vértice na origem. Iniciou-se a explicação tratando-se de uma parábola com concavidade voltada para cima e eixo de simetria vertical, ilustrando na folha essa parábola, seu foco $F(0,\frac{p}{2})$, sua reta diretriz $d: y = -\frac{p}{2}$, um ponto qualquer $P(x, y)$ sobre a curva, seu vértice $V(0,0)$ e seu parâmetro p (Figura 26)

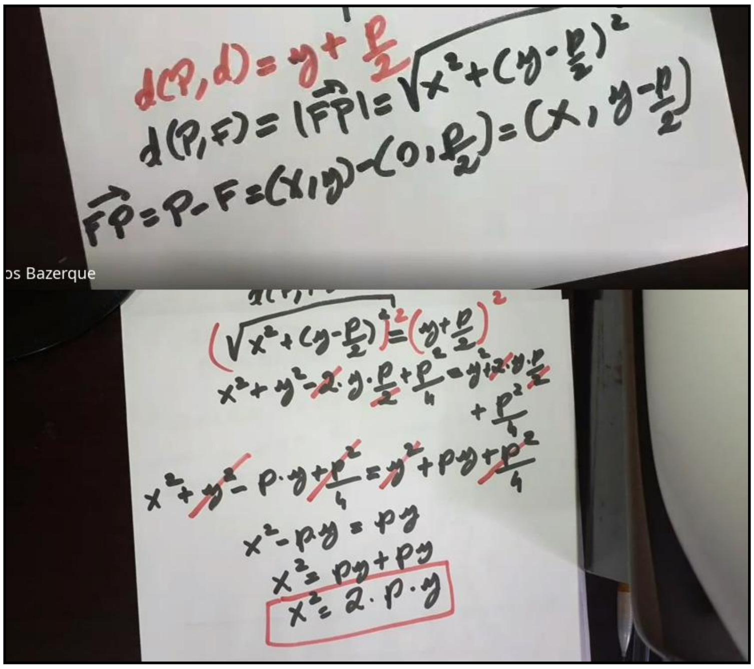
Figura 26 – Folha para a explicação da primeira equação de parábola



Fonte: O autor.

Como os acadêmicos já estavam familiarizados com os primeiros conceitos, dedicou-se mais atenção na explicação inicial sobre o parâmetro p e sobre o vértice da parábola. Em seguida, utilizou-se a definição de parábola para encontrar a equação reduzida para esse caso geral (Figura 27). Durante as explicações o acadêmico Raul Seixas solicitou que retornasse ao desenvolvimento da equação reduzida genérica, por dificuldades com a álgebra envolvida.

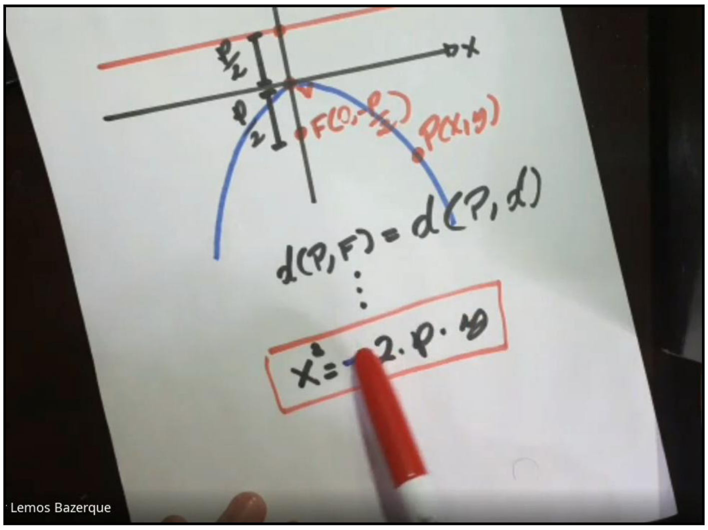
Figura 27 – Explicação sobre a equação da parábola



Fonte: O autor.

O segundo caso tratado foi sobre uma parábola com concavidade voltada para baixo e eixo de simetria vertical. Porém, como havia pouco tempo disponível, apenas foi mostrada aos acadêmicos a equação reduzida já pronta (Figura 28), pois o desenvolvimento era análogo ao caso anterior.

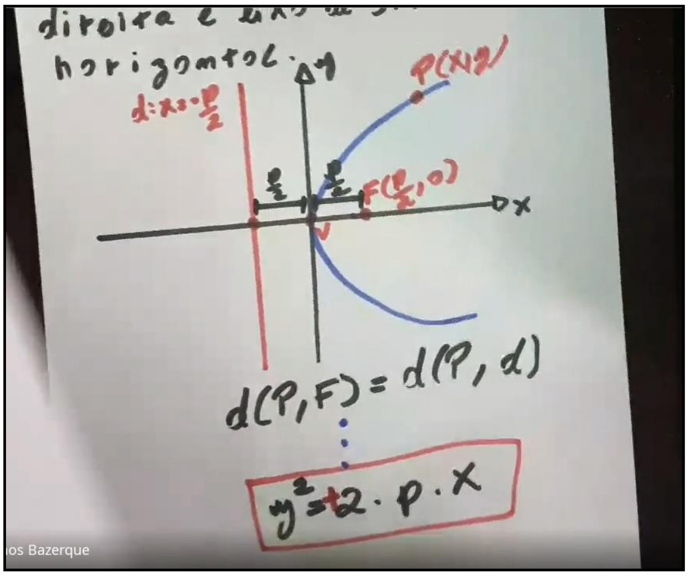
Figura 28 – Explicação sobre o segundo caso



Fonte: O autor.

No terceiro caso, que era uma parábola com concavidade voltada para a direita e eixo de simetria horizontal, assim como no segundo caso, apenas foi mostrada a ilustração da parábola no papel e a sua equação reduzida (Figura 29).

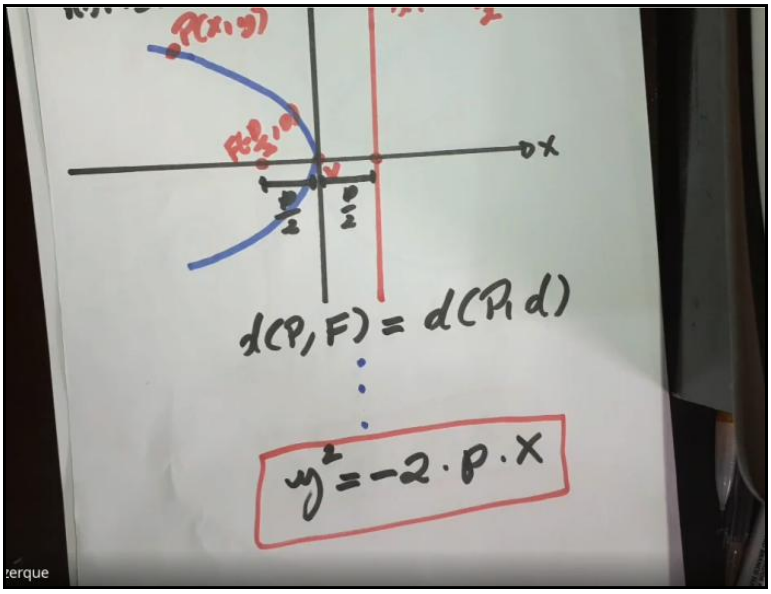
Figura 29 – Folha de explicação do terceiro caso



Fonte: O autor.

O quarto caso, de uma parábola com concavidade voltada para a esquerda e eixo de simetria vertical, foi tratado analogamente ao exemplo anterior (Figura 30).

Figura 30 – Folha de explicação do quarto caso



Fonte: O autor.

Após mais nenhum acadêmico realizar questionamentos sobre os conteúdos, o encontro foi encerrado. E, assim como na aula anterior, também foram deixadas algumas mensagens no *chat* do *Google Meet* (Figura 31)

Figura 31 – Mensagens das acadêmicas DrubanY e Tata

"obrigada pela aula até terça" - Acadêmica DrubaNy

"obrigada pela aula, até terça" - Acadêmica Tata

Fonte: O autor.

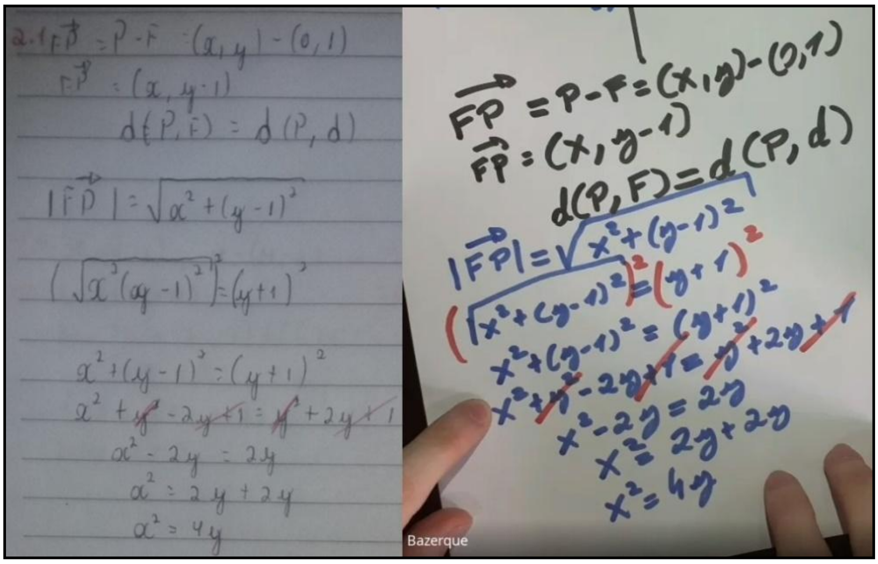
6.2.1 Análise das resoluções da Atividade 2

A Atividade 2 tinha como objetivo que os acadêmicos conseguissem utilizar a definição de parábola para encontrar a equação reduzida das parábolas $x^2 = 4y$ (item 5 da atividade 2.1) e $y^2 = 8x$ (item 5 da atividade 2.2) e perceber a diferença entre as equações de uma parábola com concavidade voltada para cima e concavidade voltada para a direita.

Dessa vez, 20 acadêmicos participantes desta pesquisa postaram a atividade no *Classroom*. Como há muitas resoluções parecidas, nem todas serão mostradas.

No item 5 da atividade 2.1 o pesquisador chegou à conclusão, revendo a gravação do encontro síncrono, que talvez a semelhança na resolução das atividades tenha ocorrido pois, como já relatado, os acadêmicos não estavam avançando na atividade e optou-se por mostrar dicas da resolução no papel. Provavelmente eles fizeram cópia dessa resolução, como mostra a Figura 32:

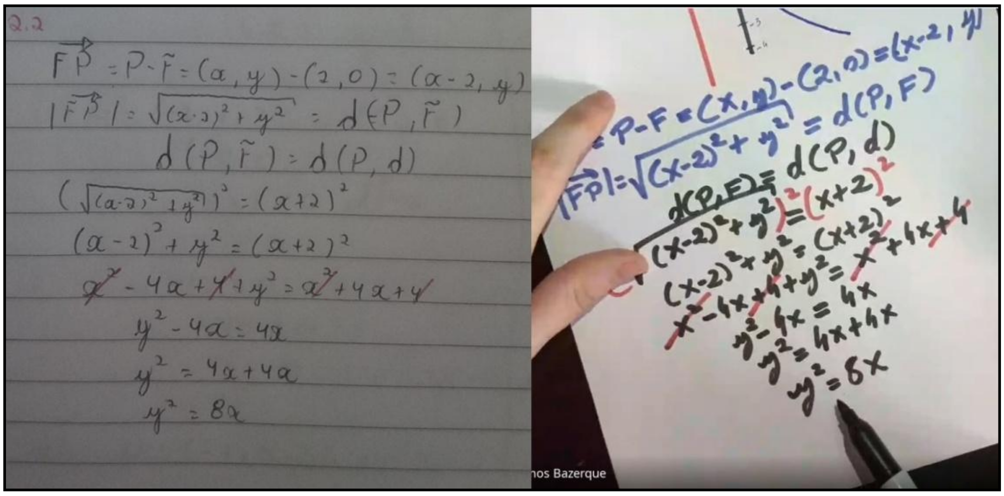
Figura 32 – Comparação da produção do acadêmico Hashirama Senju (esquerda) com a resolução do pesquisador (direita) para o item 5 da atividade 2.1



Fonte: Produção de Hashirama Senju (esquerda) e produção do autor (direita).

Esse mesmo acadêmico também realizou corretamente o item 5 da atividade 2.2, como mostra a Figura 33:

Figura 33 – Resolução do item 5 da atividade 2.2 do acadêmico Hashirama Senju (Esquerda) e resolução do pesquisador para o mesmo item (direita)



Fonte: Produção do acadêmico Hashirama Senju (esquerda) e produção do autor (direita).

As figuras 34 e 35 são outros exemplos de resoluções dos acadêmicos:

Figura 34 – Resolução do item 5 da atividade 2.1 dos acadêmicos Hermes (acima) e Matheus (abaixo)

$\vec{FP} = (x, y-1)$

$d(P,F) = d(P,d)$

$|\vec{FP}| = \sqrt{x^2+(y-1)^2}$

$\left(\sqrt{x^2+(y-1)^2}\right)^2 = (y+1)^2$

$x^2+(y-1)^2 = (y+1)^2$

$x^2+y^2-2y+1 = y^2+2y+1$

$x^2-2y = 2y$

$x^2-4y = 0$

$\vec{FP} = P - F = (x, y) - (0, 1)$

$\vec{FP} = (x, y-1)$

$d(P,F) = d(P,d)$

$|\vec{FP}| = \sqrt{x^2+(y-1)^2}$

$\sqrt{x^2+(y-1)^2} = y+1$

$\left(\sqrt{x^2+(y-1)^2}\right)^2 = (y+1)^2$

$x^2+(y-1)^2 = (y+1)^2$

$x^2+\cancel{y^2}-2y\cancel{+1} = \cancel{y^2}+2y\cancel{+1}$

$x^2-2y = 2y$

$x^2 = 2y+2y$

$x^2 = 4y$

Fonte: Produções dos acadêmicos Hermes e Matheus.

Figura 35 – Resolução do item 5 da atividade 2.1 da acadêmica Zitria

5) Digite aqui os passos que você executou ou cole uma foto dos mesmos:

FP = P - F = (x, y) - (0,1) = (x, y-1)

$|FP| = \sqrt{x^2 + (y-1)^2}$

$(\sqrt{x^2 + (y-1)^2})^2 = (y+1)^2$

$x^2 + (y-1)^2 = (y+1)^2$

$x^2 + y^2 - 2y + 1 = y^2 + 2y + 1$

$x^2 - 2y = 2y$

$x^2 = 4y$

5) Digite aqui os passos que você executou ou cole uma foto dos mesmos:

FP = P - F = (x, y) - (2,0) = (x-2, y)

$|FP| = \sqrt{(x-2)^2 + y^2}$

$(\sqrt{(x-2)^2 + y^2})^2 = (x+2)^2$

$(x-2)^2 + y^2 = (x+2)^2$

$x^2 - 2x - 2x + 4 + y^2 = x^2 + 2x + 2x + 4$

$x^2 - 4x + 4 + y^2 = x^2 + 4x + 4$

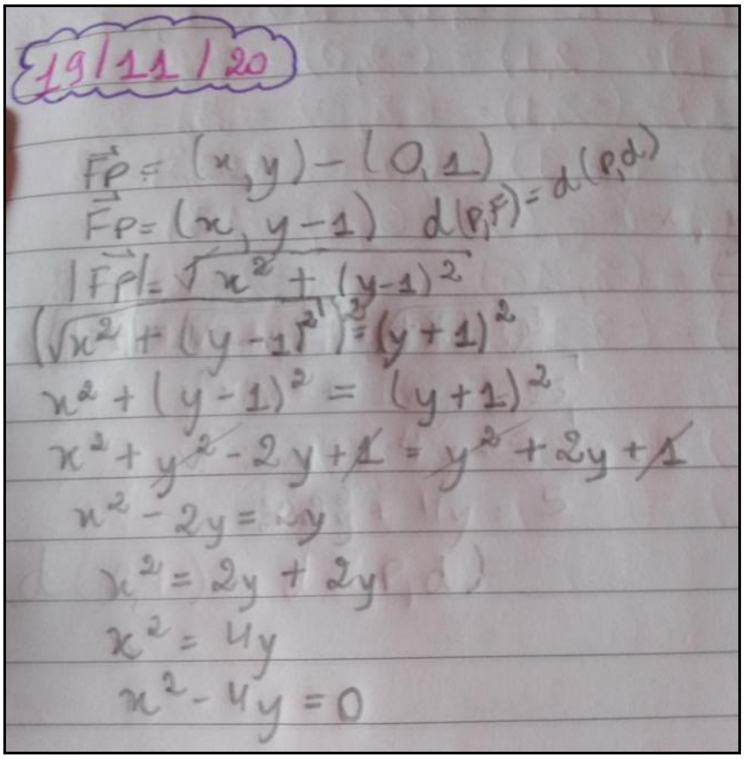
$-4x + y^2 = +4x$

$y^2 = 8x$

Fonte: Produção da acadêmica Zitria.

Na atividade do acadêmico Matheus mostrada na Figura 34 é possível perceber que existem marcas no papel indicando que o acadêmico havia escrito algo anteriormente e apagado para substituir pela resolução que foi submetida. Esse é um indício de que Matheus, talvez, tenha tentado fazer a resolução antes do pesquisador. As mesmas marcas de lápis apagado podem ser observadas também nas atividades da acadêmica Chespirita (Figura 36):

Figura 36– Resolução do item 5 da atividade 2.1 da acadêmica Chespirita

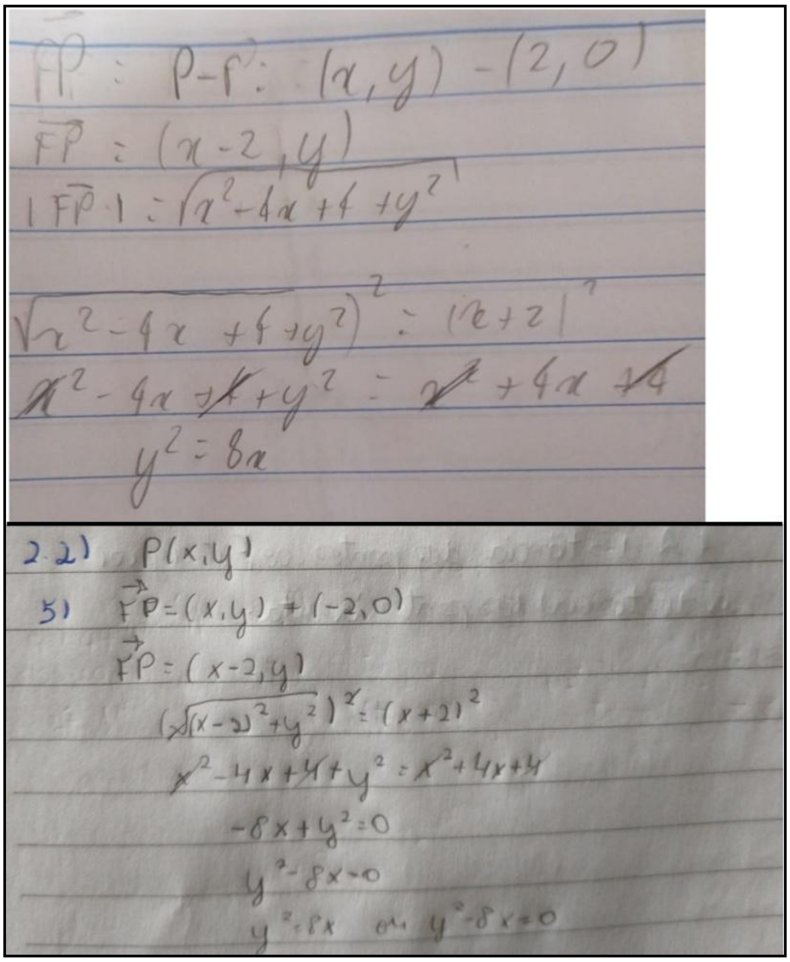


Fonte: Produção da acadêmica Chespirita.

Para o item 5 da atividade 2.2, foi dado um tempo maior aos acadêmicos e pressupõe-se que eles seguiram os mesmos passos do item 5 da atividade 2.1, resolvido pelo pesquisador. Após a maioria dos acadêmicos confirmar que havia conseguido chegar à equação da parábola mostrada na janela de álgebra do GeoGebra, o pesquisador apresentou a resolução dessa atividade.

Seguem as produções dos acadêmicos Khada Jhin e Tobirama Senju (Figura 37).

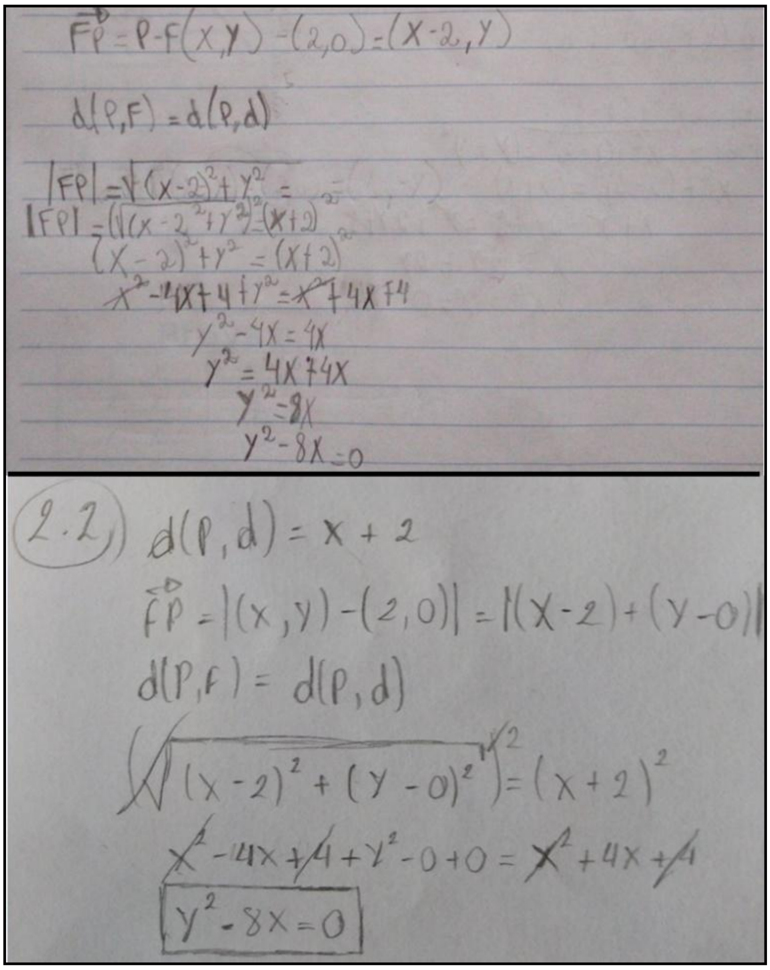
Figura 37 - Resolução do item 5 da atividade 2.2 dos acadêmicos Khada Jhin (acima) e Tobirama Senju (abaixo)



Fonte: Produções dos acadêmicos Khada Jhin e Tobirama Senju.

Na atividade do acadêmico Khada Jhin, nota-se que ele pulou alguns passos se comparada à resolução do pesquisador, indicando que ele pode ter conseguido encontrar a equação antes que o pesquisador resolvesse a atividade. No caso da acadêmica Tobirama Senju, percebe-se que ao escrever o vetor $\overrightarrow{FP}$ ela escreveu a igualdade $\overrightarrow{FP} = (x, y) + (-2,0)$, quando o correto seria $\overrightarrow{FP} = (x, y) - (-2,0)$. Mesmo assim ela chegou no vetor correto $\overrightarrow{FP} = (x - 2, y)$, mostrando que o sinal trocado na expressão anterior foi provavelmente um erro de falta de atenção. Abaixo (Figura 38) têm-se as resoluções dos acadêmicos Alex Vouse e Ronaldinho:

Figura 38– Resolução do item 5 da atividade 2.2 dos acadêmicos Alex Vouse (acima) e Ronaldinho (abaixo)



Fonte: Produções dos acadêmicos Alex Vouse e Ronaldinho.

Esses dois acadêmicos também mostram resoluções parecidas, porém com alguns erros na notação matemática. A acadêmica Alex Vouse, por exemplo, escreveu $|FP| = \sqrt{(x-2)^2 + y^2} = (x+2)^2$, o que implicaria que $|FP| = (x+2)^2$ e isso está incorreto. Mesmo assim, os passos seguintes estão corretos e ela conseguiu encontrar a equação solicitada. Já o acadêmico Ronaldinho utiliza barras que denotam módulo para escrever as coordenadas do vetor escrevendo $\overrightarrow{FP} = |(x,y) - (2{,}0)| = |(x-2) + (y-0)|$. Apesar disso, ele parte corretamente da igualdade $d(P,F) = d(P,d)$ e chega na equação solicitada.

6.3 Terceiro encontro: equações de parábolas com vértice fora da origem

Como os acadêmicos já estavam habituados à metodologia, a aula iniciou com uma retomada breve do que já havia sido estudado e com o compartilhamento na tela do *Google Meet* da Atividade 3 (Apêndice E) para dar instruções gerais sobre os passos no GeoGebra e permitir que os acadêmicos tentassem realizá-la. A Atividade 3 (Figura 39) era similar à Atividade 2. Porém, foram selecionadas duas parábolas com vértices fora de origem, uma com eixo de simetria vertical e outra com eixo de simetria horizontal. Para ambas as parábolas também foram dadas as instruções para sua construção no GeoGebra (coordenadas do foco e reta diretriz). Após a construção, os acadêmicos deveriam supor um ponto (x, y) na parábola e utilizar a definição vista nas aulas anteriores para encontrar as equações dessas parábolas.

Figura 39 – Atividade 3

Atividade 3

3.1 – Parábola com vértice fora da origem e eixo de simetria vertical.

1) Na caixa de entrada do GeoGebra, insira o Ponto $F = (2,3)$.
2) Na caixa de entrada insira a reta diretriz $d: y = 1$.
3) Selecione a ferramenta Parábola e então clique no Ponto F e na reta d.
4) Suponha um ponto genérico (x, y) pertencente a parábola e use a definição de parábola para encontrar a equação dessa parábola, você pode conferir sua resposta olhando para a equação da parábola na janela de álgebra.

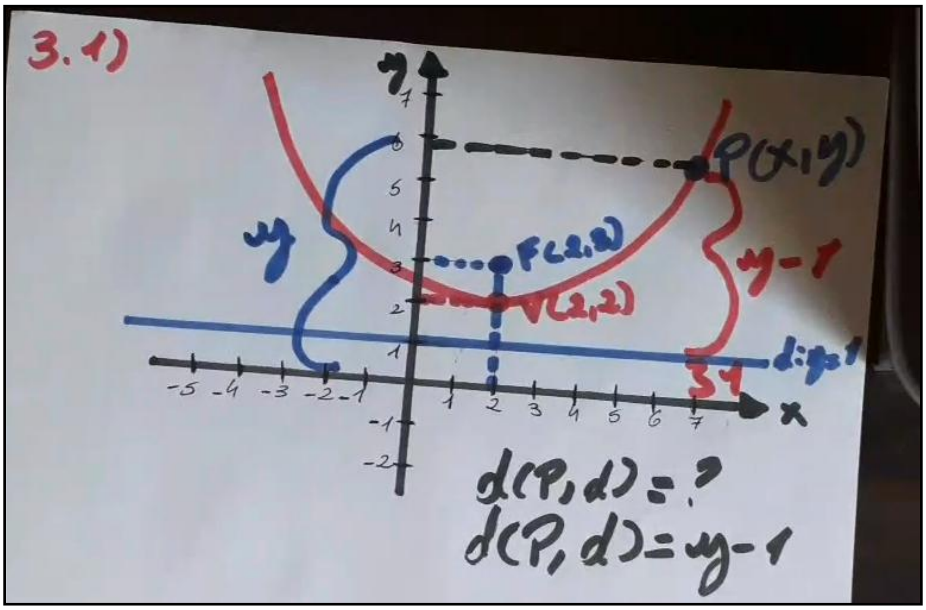
3.2 – Parábola com vértice fora da origem e eixo de simetria horizontal.

1) Na caixa de entrada do GeoGebra, insira o Ponto $F = (3,1)$.
2) Na caixa de entrada insira a reta diretriz $d: x = 1$.
3) Selecione a ferramenta Parábola e então clique no Ponto F e na reta d.
4) Suponha um ponto genérico (x, y) pertencente a parábola e use a definição de parábola para encontrar a equação dessa parábola, você pode conferir sua resposta olhando para a equação da parábola na janela de álgebra.

Fonte: O autor.

Passados alguns minutos do início da atividade, o pesquisador perguntou aos acadêmicos se haviam conseguido calcular as distâncias, pois estas seriam determinadas de forma um pouco diferente da aula anterior (a distância do foco F ao ponto P seria calculada pelo módulo do vetor $\overrightarrow{FP}$ e a distância do ponto P à reta diretriz d seria calculada tomando a ordenada y e subtraindo uma unidade, pois a reta diretriz era $y = 1$). O acadêmico Pelé escreveu no *chat*: “Eu me esqueci como q se faz pra achar a distancia” e, como nenhum outro acadêmico respondeu que tivesse conseguido, foi dada uma dica no papel. A dica consistiu em mostrar no plano cartesiano como obter a distância solicitada, tomando a ordenada y do ponto P e subtraindo uma unidade “ocupada” pela reta diretriz (Figura 40).

Figura 40 – Dica dada pelo pesquisador para calcular a distância necessária para encontrar a equação da parábola na atividade 3.1

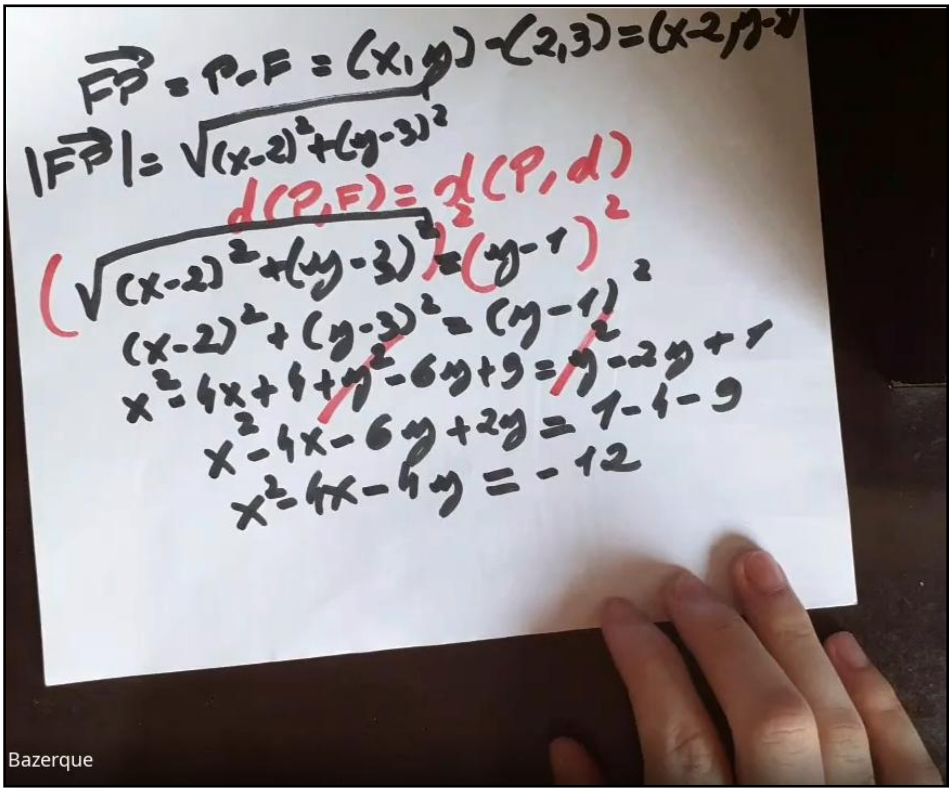


Fonte: O autor.

O acadêmico Pelé obteve a equação da parábola pelo GeoGebra e questionou se poderia passar o termo independente para o outro lado e se isso modificaria a equação. Após alguns minutos, certos acadêmicos conseguiram desenvolver a equação solicitada, mas os demais não. A acadêmica Chespirita afirmou que não chegou no resultado. Ela disse “Eu quase consegui chegar na resposta só que eu me perdi aqui no $-4y$, não deu certo, não sei o que eu fiz”. Mais tarde, na correção da atividade, ela percebeu que não elevou ambos os membros da equação ao quadrado para eliminar a raiz num dos membros da igualdade.

Por fim, a atividade 3.1 foi resolvida pelo pesquisador (Figura 41) para tentar sanar as dúvidas de todos, pois muitos acadêmicos não se manifestavam se estavam conseguindo fazer a atividade ou se tinham dúvidas. Durante a correção, o acadêmico Raul Seixas demonstrou compreender a ideia para calcular a distância envolvendo a reta d comentando outro exemplo “Se a reta diretriz ficar abaixo da origem, daí ficaria $y + 1$?”.

Figura 41 – Resolução do pesquisador para o item 3.1

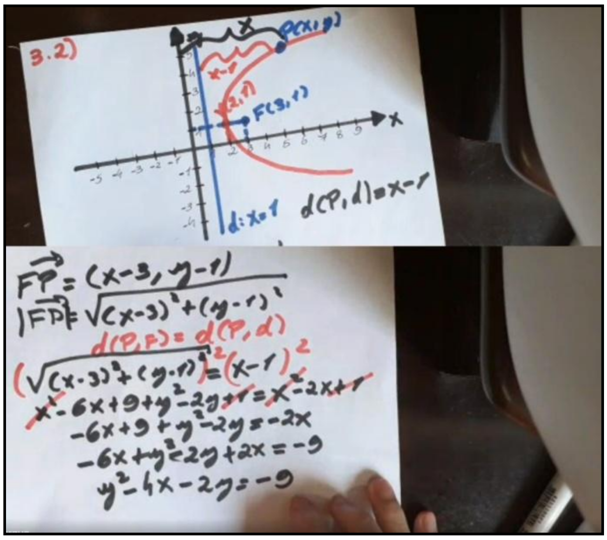


Fonte: O autor.

Com a correção finalizada, foi dado mais um tempo para que os acadêmicos tentassem realizar a atividade 3.2, que era muito parecida com a anterior. Dessa vez a acadêmica Chespirita rapidamente escreveu no *chat* que havia conseguido calcular as distâncias corretamente. Quando o pesquisador perguntou se alguém havia conseguido ela apenas disse “Deu”. Passado mais um tempo, outros acadêmicos também responderam que conseguiram realizar a atividade corretamente.

Assim, a atividade foi corrigida ilustrando a parábola no papel e utilizando a definição para encontrar a equação (Figura 42).

Figura 42 – Resolução do pesquisador para a atividade 3.2

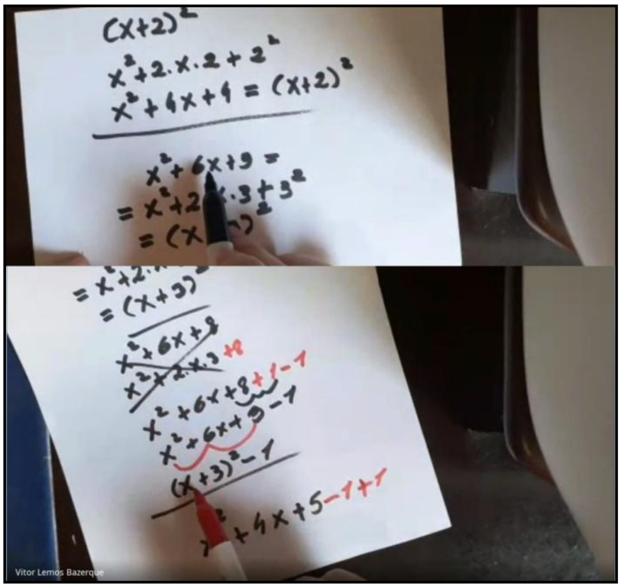


Fonte: O autor.

Como mais nenhum acadêmico manifestou dúvidas, foi dado prosseguimento ao momento de institucionalização (Apêndice F) do conteúdo, no qual foram mostradas as equações de parábolas com vértice fora da origem com as formas: eixo de simetria vertical e concavidade voltada para cima; eixo de simetria vertical e concavidade voltada para baixo; eixo de simetria horizontal e concavidade voltada para a direita e eixo de simetria horizontal com concavidade voltada para a esquerda.

Como o método para encontrar as equações dependia de completamento de quadrados, este procedimento foi explicado separadamente antes de prosseguir com as equações, tomando alguns exemplos de expressões quadráticas e realizando o completamento do quadrado das mesmas (Figura 43).

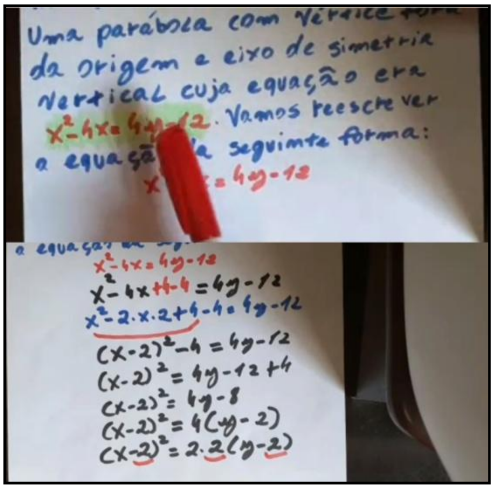
Figura 43 – Explicação sobre o completamento de quadrados



Fonte: O autor.

Após finalizar essa parte, o pesquisador percebeu que foi uma decisão correta incluir essa explicação, pois vários acadêmicos relataram ter dificuldade ou não saber efetuar o completamento de quadrados e não conseguiriam desenvolver as equações. Com isso, a explicação sobre como obter a primeira equação reduzida (eixo de simetria vertical e concavidade voltada para cima) fluiu tranquilamente (Figura 44). Não houve manifestação de dúvidas por parte dos acadêmicos.

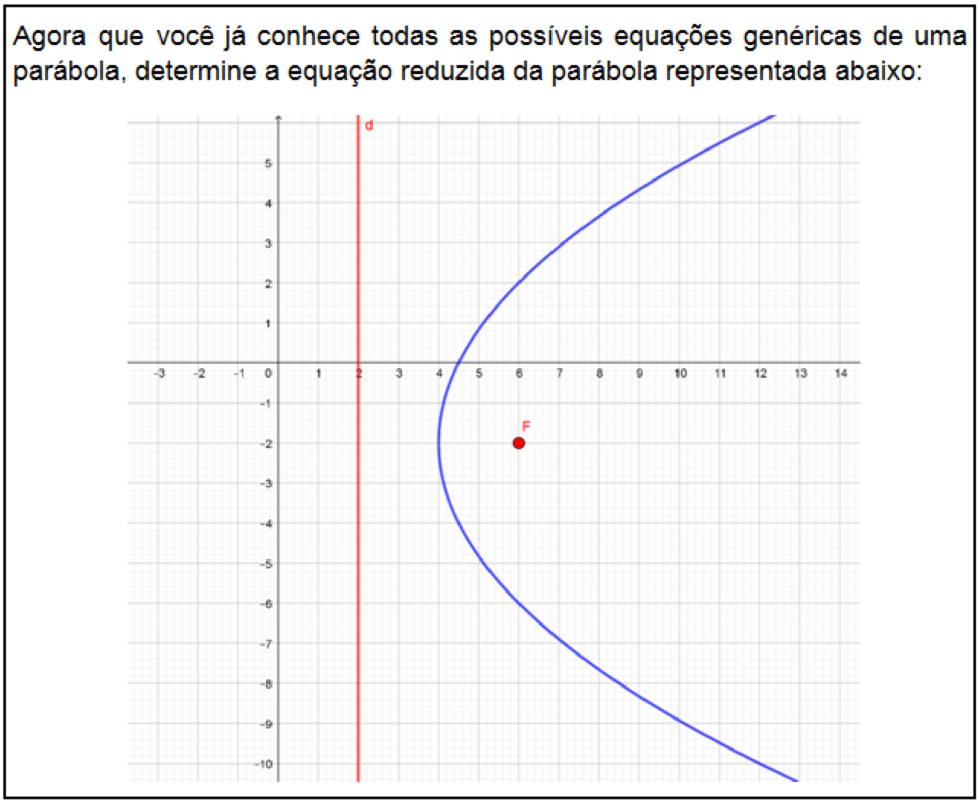
Figura 44 – Completamento do quadrado para encontrar a equação reduzida na atividade 3.1



Fonte: O autor.

Por falta de tempo, foi necessário passar rapidamente pelas equações reduzidas restantes, destacando apenas a equação característica de cada caso, como determinar o vértice e o parâmetro implícitos nessas equações e mostrar os gráficos dessas parábolas no GeoGebra (com exceção do gráfico do quarto caso), pois o pesquisador e a professora queriam dar um tempo para que os acadêmicos tentassem realizar a Atividade 4 (Apêndice F) ainda em aula.Essa atividade (Figura 45) envolvia todos os conceitos estudados até então. Consistia na imagem do gráfico de uma parábola com vértice fora da origem, eixo de simetria horizontal e concavidade voltada para a esquerda, no plano cartesiano. A atividade solicitava que os acadêmicos encontrassem a equação reduzida dessa parábola.

Figura 45 – Atividade 4



Fonte: O autor.

Para realizar essa atividade eles poderiam utilizar a definição de Parábola, como nas atividades anteriores, ou obter, olhando para o gráfico, as coordenadas do vértice e o valor do parâmetro p para serem aplicados na fórmula reduzida $(y -$ $y02=2p(x-x0)$.

Alguns acadêmicos optaram por utilizar a definição e manifestaram no *chat* que estavam com dificuldades no completamento do quadrado para chegar na equação reduzida da parábola, pois através da definição chegariam primeiro à equação geral.

Como essa era a última aula síncrona, o pesquisador decidiu já se despedir e agradecer a participação de todos os acadêmicos. Também recebeu algumas mensagens positivas como resposta pelo *chat* do *Google Meet* e pelo *Google Classroom* (Figura 46).

Figura 46 – Mensagens dos acadêmicos durante e após o final da última aula síncrona

"Vlw pelas aulas", "Ótimo professor!!!", "Até uma próxima!!" - Acadêmico Ronaldinho

"[...]obrigada vitor [...] pela excelente aula" - Acadêmica DrubanY

"Prof! Gostaria muito de parabenizar o Victor e agradecer pois nunca consegui entender produto notável kkkk parece besta, mas desde o ensino médio, e hoje consegui entender e acho que gravei!! Obrigada Victor <3 será um ótimo professor!" - Acadêmica Bibi

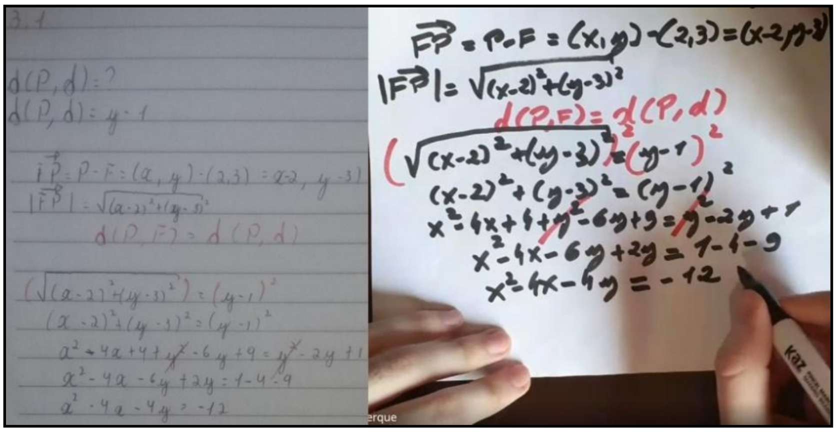
Fonte: O autor.

6.3.1 Análise das resoluções da atividade 3

Nessa atividade, os acadêmicos deveriam utilizar os conhecimentos que adquiriram sobre equações de parábolas e utilizá-los para encontrar novas equações, dessa vez de duas parábolas que tinham seus vértices fora da origem: $x^2 - 4x - 4y + 12 = 0$ e $y^2 - 4x - 2y + 9 = 0$. Essa atividade foi postada por 21 acadêmicos participantes da pesquisa.

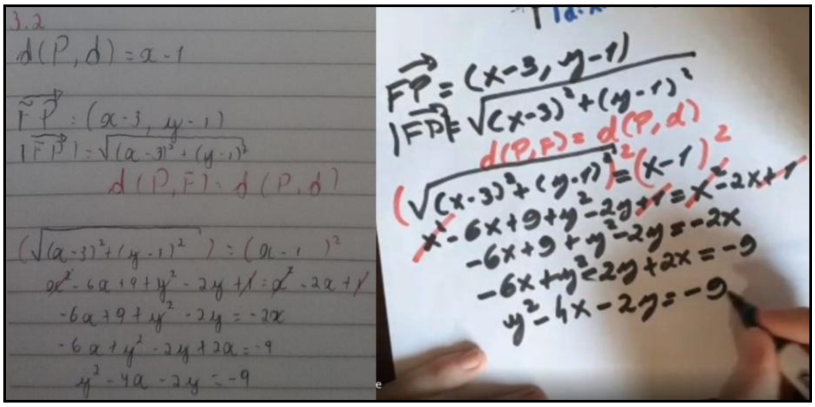
Assim como na atividade anterior, percebe-se que os acadêmicos optaram por postar a atividade 3.1 após terem a resolução do pesquisador. Isso fica mais evidente nas atividades do acadêmico Hashirama Senju (Figuras 47 e 48):

Figura 47 – Resolução do acadêmico Hashirama Senju para o item 4 da atividade 3.1 (esquerda) e resolução do pesquisador (direita)



Fonte: Produções do acadêmico Hashirama Senju e do autor.

Figura 48 – Resolução do acadêmico HashiramaSenju para o item 4 da atividade 3.2 (esquerda) e resolução do pesquisador (direita)

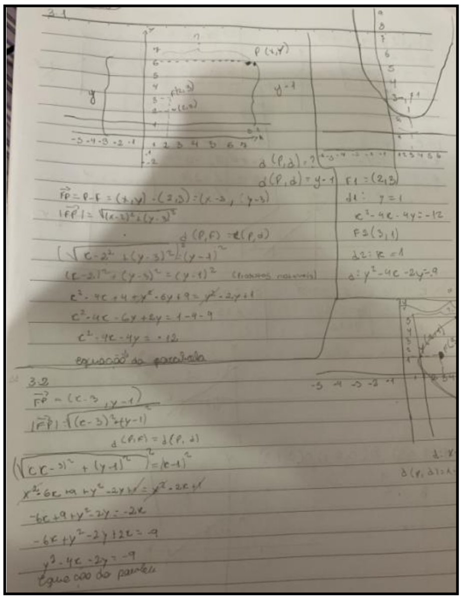


Fonte: Produções do acadêmico Hashirama Senju e do autor.

Da mesma forma que na Atividade 2, nota-se que o acadêmico apresenta uma resolução idêntica à do pesquisador, utilizando até as mesmas cores de caneta.

Situação semelhante foi observada na maioria das atividades dos outros acadêmicos. A Figura 49 é em bom exemplo dessa situação:

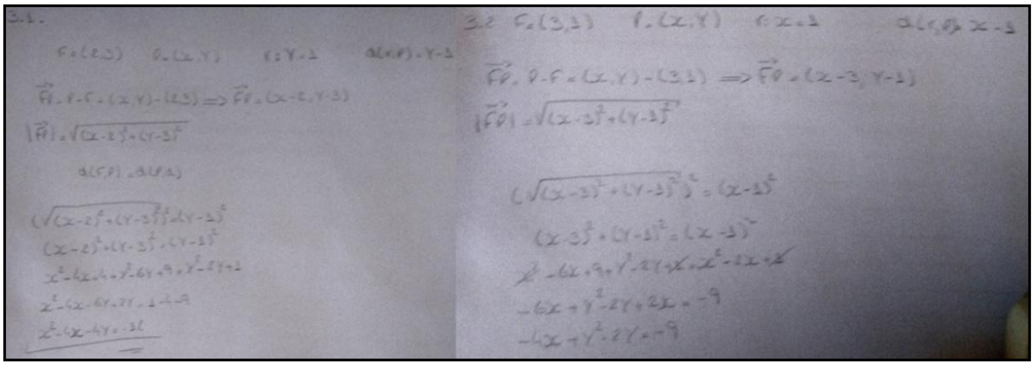
Figura 49 – Resoluções da Acadêmica B para o item 4 das atividades 3.1 e 3.2



Fonte: Produção da Acadêmica B.

No caso do acadêmico Raul Seixas (Figura 50), há omissão de alguns passos durante a resolução e a troca de ordem de alguns termos. Mas não se pode afirmar se ele tentou resolver ou copiou a resolução do pesquisador, visto que os dados foram escritos na mesma ordem e ambos os membros da equação foram elevados ao quadrado já no primeiro passo.

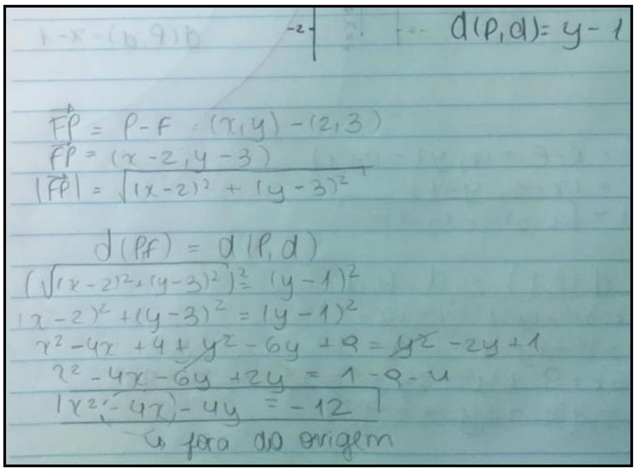
Figura 50 – Resoluções do acadêmico Raul Seixas para o item 4 das atividades 3.1 e 3.2



Fonte: Produção do acadêmico Raul Seixas.

Foi interessante observar que o acadêmico Matheus (Figura 51) fez uma pequena anotação, no final, que o termo linear em x indicava que a parábola (para esse caso, eixo de simetria vertical) não tinha vértice na origem.

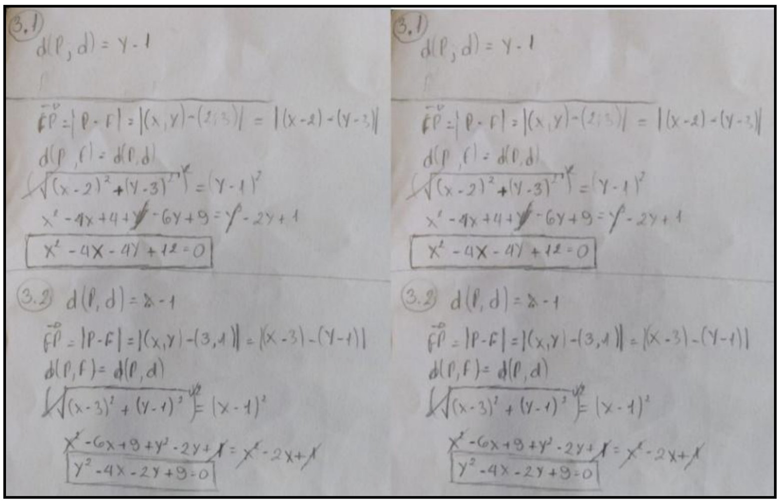
Figura 51 – Resolução do acadêmico Matheus para o item 4 da atividade 3.1



Fonte: Produção do acadêmico Matheus.

Outro caso observado pelo pesquisador foi o da acadêmica Leon. Ela, por algum motivo, entregou como sua atividade a mesma foto postada pelo acadêmico Ronaldinho (Figura 52):

Figura 52 – Resoluções do item das atividades 3.1 e 3.2 do acadêmico Ronaldinho (esquerda) e da acadêmica Leon (direita)

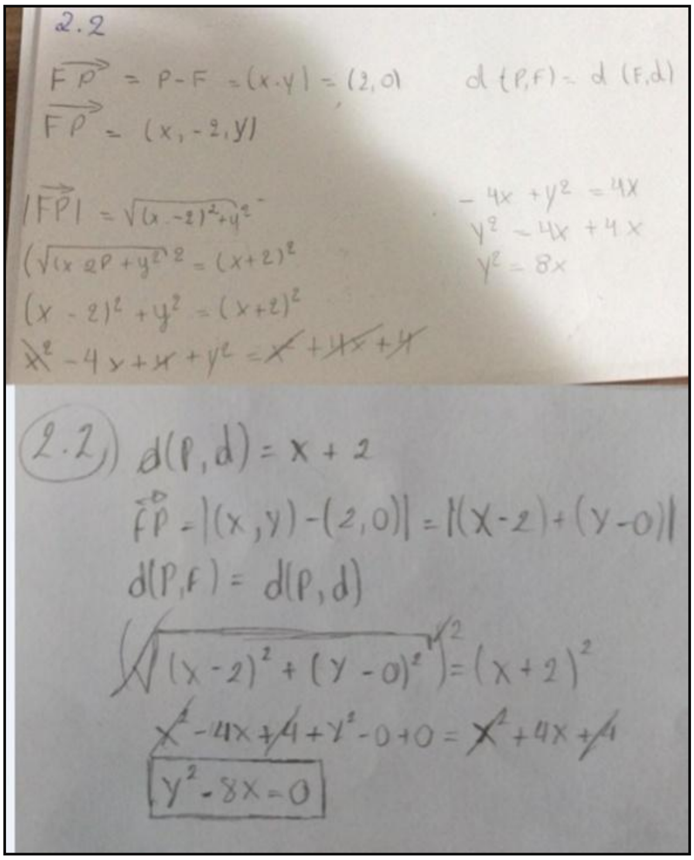


Fonte: Produções dos acadêmicos Ronaldinho e Leon.

Olhando as imagens com atenção, percebe-se que a foto postada pela acadêmica Leon apresenta uma qualidade de imagem inferior, como se tivesse sofrido uma compressão em relação à foto postada pelo acadêmico Ronaldinho (Como tirando um *print* da tela, por exemplo).

A Figura 53 a seguir é uma comparação da letra de cada um utilizando a Atividade 2.2 desses acadêmicos.

Figura 53 – Comparação entre as resoluções do item 5 da Atividade 2.2 pelos acadêmicos Leon (acima) e Ronaldinho (abaixo)



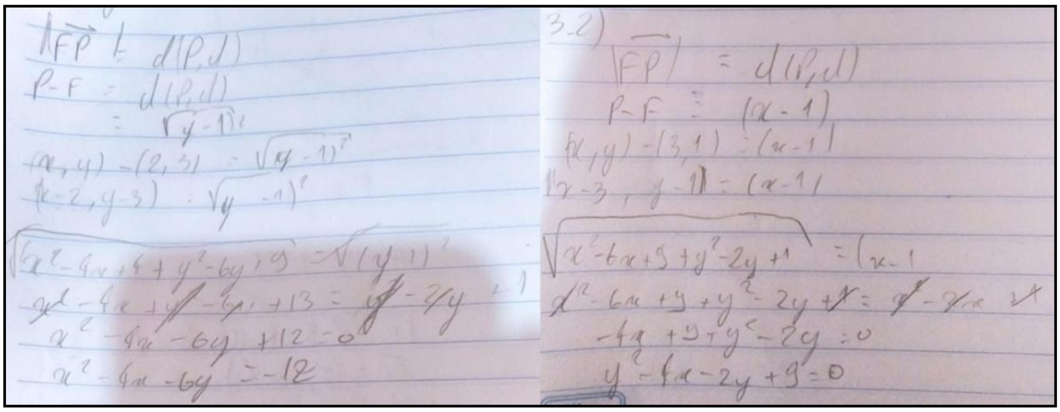
Fonte: Produções dos acadêmicos Leon e Ronaldinho.

Por comparação, percebemos que a letra utilizada nas atividades 3.1 e 3.2 em análise pertence ao acadêmico Ronaldinho.

Ainda sobre a resolução do acadêmico Ronaldinho, destaca-se o fato que ele utilizou uma notação incorreta para representar o vetor $\overrightarrow{FP}$, utilizando barras de módulo ao invés de parênteses. Nota-se também que o acadêmico trouxe uma resolução que contém menos passos que a resolução do pesquisador, porém utiliza o mesmo procedimento de elevar ambos os membros da equação ao quadrado já no primeiro passo. Assim, não fica claro se esse acadêmico conseguiu realizar a atividade sozinho ou apenas se inspirou na resolução do pesquisador com o equívoco na notação para o vetor $\overrightarrow{FP}$.

Nas atividades postadas pelo acadêmico Khada Jhin (Figura 54) percebe-se que há uma diferença de organização dos dados em relação à resolução do pesquisador. Por exemplo, ao invés de organizar separadamente os dados $\overrightarrow{FP} = P - F = (x, y) - (2,3) = (x - 2, y - 3)$ e $d(P, d) = y - 1$ na atividade 3.1, o acadêmico inicia diretamente da definição escrevendo $\left|\overrightarrow{FP}\right| = d(P, d)$. Encontram-se também erros como igualar as coordenadas do vetor $\overrightarrow{FP}$ à distância $d(P, d)$, essa dentro de uma raiz quadrada, o que também está incorreto. Apesar disso, o acadêmico conseguiu chegar nas equações corretas. Porém, não soube expressar suas ideias em notação matemática adequada e por isso escreveu alguns dos erros citados.

Figura 54 – Resoluções do item 4 das atividades 3.1 (esquerda) e 3.2 (direita) do acadêmico Khada Jhin



Fonte: Produção do acadêmico Khada Jhin.

No geral, constata-se que essa atividade, assim como a anterior, foi provavelmente copiada ou muito inspirada na resolução do pesquisador pela maioria dos acadêmicos. Isso aconteceu possivelmente porque, assim como na aula anterior do dia 19 de novembro, o pesquisador resolveu a atividade 3.1 e após isso deu um tempo para os acadêmicos resolverem a atividade 3.2 antes de resolvê-la também.

Assim, para a atividade 3.2 os acadêmicos poderiam apenas seguir os mesmos passos da resolução da atividade 3.1.

6.3.2 Análise das resoluções da Atividade 4

Essa era a última atividade proposta pelo pesquisador sobre o conteúdo de Parábolas. Era esperado que os acadêmicos utilizassem o conhecimento que adquiriram durante as aulas e atividades para encontrarem a equação de uma parábola, dado o seu gráfico.

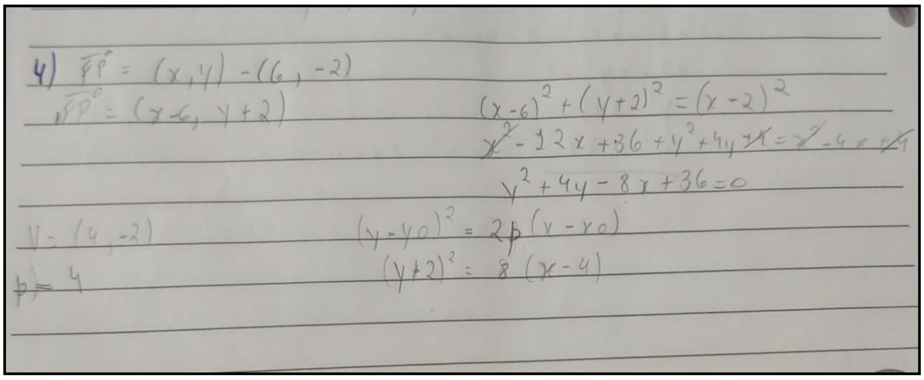
Olhando o gráfico, os acadêmicos poderiam concluir que o foco F da parábola tinha coordenadas $(6,-2)$ e a reta diretriz d tinha equação $x = 2$. Deveriam observar também que a distância de um ponto qualquer $P(x,y)$ da parábola teria distância $x-2$ à reta diretriz d e distância ao foco F igual ao módulo do vetor $\overrightarrow{FP}$. Assim, poderiam encontrar a equação utilizando a definição, partindo da igualdade $d(P,F) = d(P,d)$. No entanto, por meio desse procedimento os acadêmicos chegariam à equação geral dessa parábola e precisariam fazer o completamento do quadrado para chegar à equação reduzida.

Outra possibilidade seria perceber que se trata de uma parábola com vértice fora da origem e concavidade voltada à direita e que teria equação reduzida da forma $(y-y_0)^2 = 2p(x-x_0)$, onde p é o parâmetro e (x_0,y_0) são as coordenadas do vértice. Pela figura, poderiam ver que $p = 4$, pois trata-se da distância do foco Fà reta diretriz d, e que o vértice tem coordenadas $V = (4,-2)$. Assim, precisariam apenas colocar estes valores na equação $(y-y_0)^2 = 2p(x-x_0)$.

Essa atividade foi a que menos acadêmicos participantes da pesquisa entregaram (apenas doze). Sobre as duas possibilidades de resolução comentadas anteriormente, seis deles iniciaram sua resolução partindo da definição de parábola e seis deles aplicaram os valores do vértice e parâmetro p na equação reduzida.

Dos seis acadêmicos que fizeram a atividade com o uso da definição, apenas um deles apresentou a equação reduzida, os outros apresentaram apenas a equação geral encontrada pela aplicação da definição, não realizando o completamento do quadrado para chegar na equação reduzida. Porém, o único acadêmico que apresentou a equação reduzida apenas aplicou os valores do vértice e parâmetro p na equação $(y-y_0)^2 = 2p(x-x_0)$ após encontrar a equação geral, não realizando o completamento do quadrado para encontrar a equação reduzida, como mostra a Figura 55:

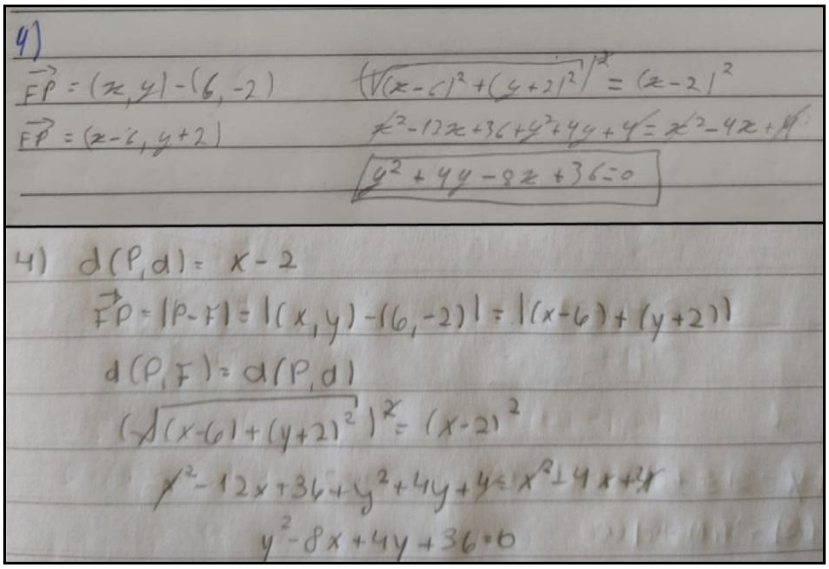
Figura 55 – Resolução do acadêmico Pelé para a Atividade 4



Fonte: Produção do acadêmico Pelé.

Apesar de não ter realizado o completamento do quadrado na equação geral, o acadêmico realizou a atividade corretamente por meio de uma das formas planejadas pelo pesquisador. A Figura 56 mostra exemplos de acadêmicos que entregaram apenas a equação geral:

Figura 56 – Resolução das acadêmicas Magikarp (acima) e TobiramaSenju (abaixo) para a Atividade 4

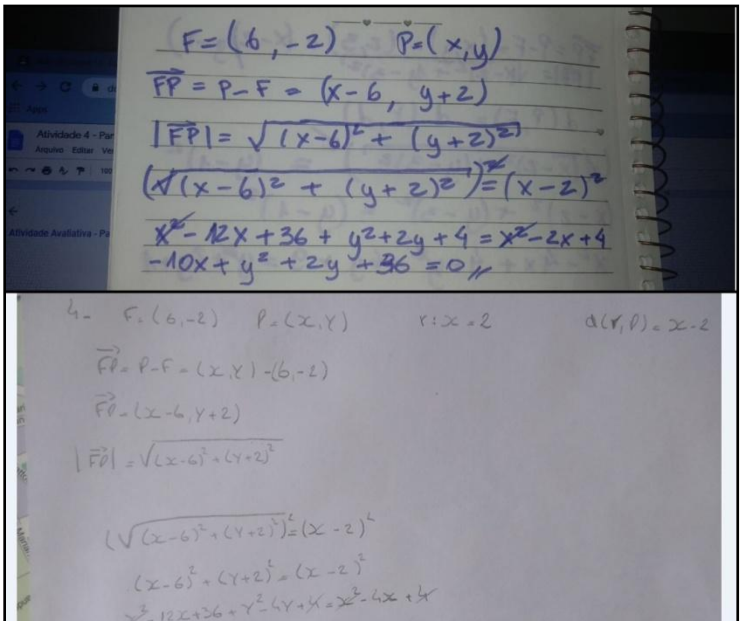


Fonte: Produções das acadêmicas Magikarp e Tobirama Senju.

Mesmo não tendo completado o quadrado ou aplicado os valores do vértice e parâmetro p para encontrar a equação reduzida, essas acadêmicas realizaram corretamente os cálculos para encontrar a equação geral.

Os acadêmicos Bibi e Raul Seixas (Figura 57) extraíram corretamente os dados para a resolução a partir do gráfico, porém suas respostas ficaram incorretas porque cometeram erros ao expandir a expressão $(y+2)^2$ em seu desenvolvimento. A acadêmica Bibi escreve que $(y+2)^2$ resulta em y^2+2y+4 e o correto seria y^2+4y+4. Já o acadêmico Raul Seixas cometeu um erro de sinal trocando y^2+4y+4 por y^2-4y+4. Assim, suas equações gerais ficaram incorretas além de não apresentarem a equação reduzida.

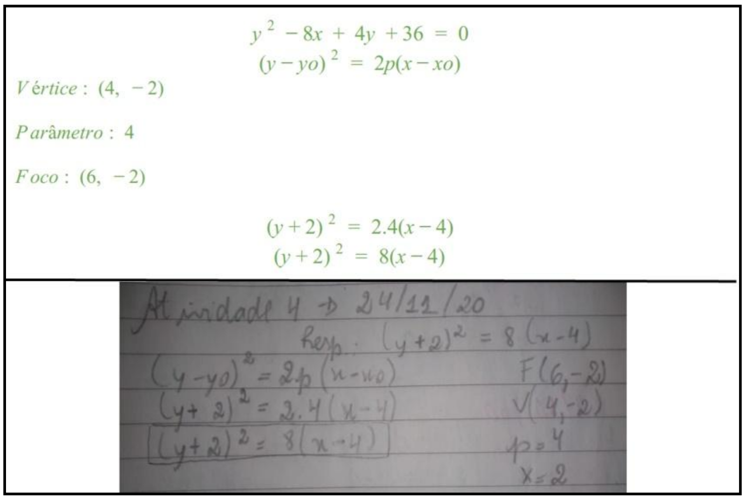
Figura 57 – Resolução dos acadêmicos Bibi (acima) e Raul Seixa (abaixo) para a Atividade 4



Fonte: Produções dos acadêmicos Bibi e Raul Seixas.

Para servir como ilustração, seguem dois exemplos (Figura 58) dos seis acadêmicos que aplicaram os valores do vértice e do parâmetro p diretamente na equação $(y-y_0)^2=2p(x-x_0)$ e encontraram a equação reduzida conforme a Atividade 4 solicitava.

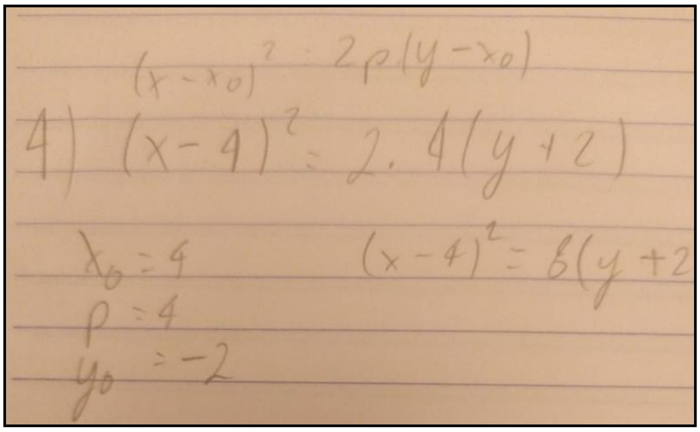
Figura 58 – Resolução das acadêmicas Zitria (acima) e Chespirita (abaixo) para a Atividade 4



Fonte: Produções das acadêmicas Zitria e Chespirita.

Destaca-se a resolução do acadêmico KhadaJhin(Figura 59) que foi um dos seis a utilizar diretamente a equação reduzida e aplicar os valores. Porém, ele utilizou incorretamente a equação reduzida $(x - x_0)^2 = 2p(y - y_0)$de parábolas com eixo de simetria vertical e concavidade voltada para cima. Assim, mesmo substituindo corretamente os valores, sua resolução ficou incorreta.

Figura 59 – Resolução do acadêmico KhadaJ hin para a Atividade 4



Fonte: Produção do acadêmico Khada Jhin.

No geral pôde-se observar que dos doze acadêmicos que postaram essa atividade apenas três deles erraram de alguma forma suas respostas. Isso é um indicativo de que esses acadêmicos conseguiram compreender o conteúdo de parábolas ministrado durante os três encontros síncronos, pois essa atividade não foi resolvida em aula pelo pesquisador.

6.4 Considerações sobre o desenvolvimento da sequência didática

Para trabalhar com a Teoria das Situações Didáticas durante o ensino remoto emergencial foram encontrados muitos desafios. Um deles foi a falta de trabalhos publicados sobre o tema que pudessem servir de inspiração direta para a sequência didática, pois como foi esclarecido no capítulo 4, os trabalhos revisados nesta pesquisa tratam da TSD e do ensino de Parábolas durante o ensino presencial

Outro desafio foi o curto período para desenvolver a sequência didática e aplicá-la, pois os encontros síncronos duravam pouco e havia um cronograma estabelecido pelo Plano de Ensino do componente curricular a ser seguido. Sendo assim, a elaboração da sequência didática e sua aplicação foram limitadas pelo tempo disponível.

Outro grande desafio foi a criação dos momentos em que ocorreriam as situações adidáticas, momentos nos quais os acadêmicos trabalhariam nas atividades sem intervenção direta do pesquisador e com seus conhecimentos prévios, pois o pesquisador não conseguia verificar o andamento do trabalho dos acadêmicos e nem auxiliar apenas aqueles que estivessem necessitando de alguma orientação. Além disso, muitos acadêmicos relataram ter vergonha de fazer perguntas durante uma aula on-line.

Outra desvantagem sobre a TSD em uma aula on-line pelo *Google Meet* foi a dificuldade de dividir a turma em grupos de trabalho para que os acadêmicos discutissem ideias sobre os conteúdos, o que tornaria a aula mais dinâmica, já que os colegas poderiam suprir explicações do pesquisador. Nesse caso, cada acadêmico teve que trabalhar sozinho para tentar resolver suas atividades e chegar a uma resposta. Embora isso ainda caracterize uma situação adidática de ação, o trabalho em grupo seria mais proveitoso pela colaboração entre os acadêmicos. Isso vale também para a situação adidática de formulação, na qual o acadêmico reflete sobre as estratégias adotadas para a resolução do problema, pois refletir sozinho provavelmente tornará mais difícil perceber falhas e acertos de suas estratégias para o aprimoramento delas. Na situação adidática de validação, na qual o acadêmico deveria elaborar algum tipo de prova sobre suas afirmações, apesar de não ser indispensável que os acadêmicos trabalhassem em grupo, seria interessante que eles pudessem compartilhar com os colegas suas abordagens para o problema e defender a validade de suas soluções. Assim como mencionado anteriormente, a timidez era um fator que os impedia de interagir com a turma, impossibilitando esse debate.

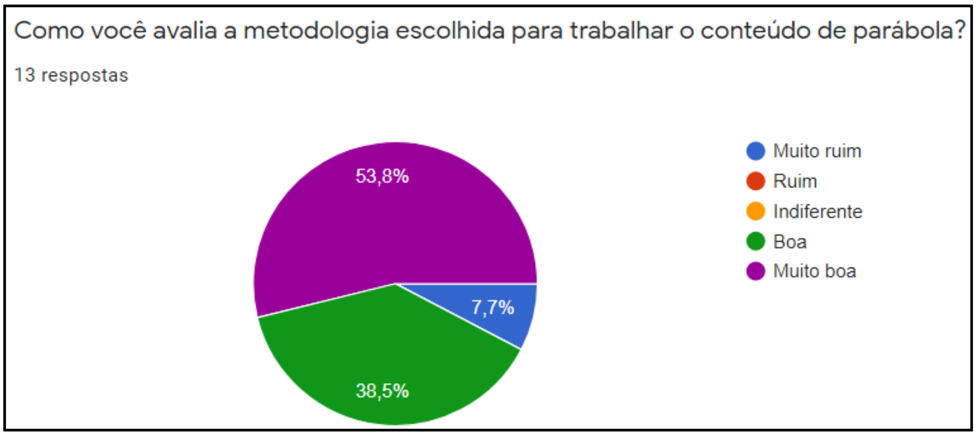
Para os momentos dedicados à situação de institucionalização dos conceitos, o pesquisador sente que as dificuldades foram menores e não houve tantas limitações como com as situações adidáticas. Porém, é válido ressaltar que isso aconteceu porque o pesquisador dispunha de ferramentas que possibilitavam a explicação dos conteúdos durante a aula virtual pelo *Google Meet*, como um computador com o software GeoGebra e um celular com câmera para filmar as folhas de papel. Sem alguma dessas ferramentas, o momento de institucionalização também seria um grande desafio durante o ensino remoto emergencial.

7 UMA ANÁLISE DO QUESTIONÁRIO

O questionário de avaliação das atividades síncronas foi preenchido por apenas treze dos vinte e seis acadêmicos participantes desta pesquisa. Neste capítulo, cada questão presente no questionário será analisada individualmente.

A primeira questão era de múltipla escolha e os acadêmicos deveriam avaliar a metodologia adotada para as aulas. Os resultados (Figura 60) foram os seguintes:

Figura 60 – Resultado da primeira questão do questionário de avaliação



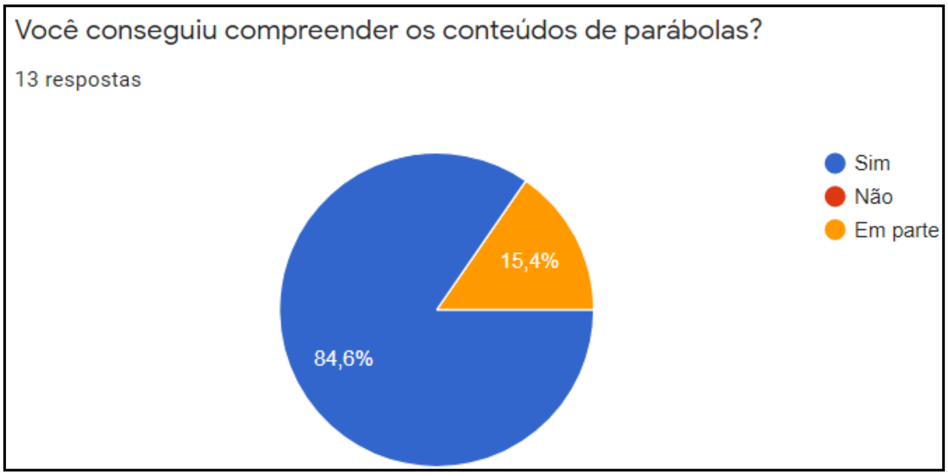
Fonte: *Google Forms*.

A maioria dos acadêmicos respondeu que considerou a metodologia como “Muito boa” (sete respostas) ou “Boa” (cinco respostas). Apenas uma acadêmica (Chespirita) considerou a metodologia como “Muito ruim”.

A segunda questão era aberta e era destinada aos acadêmicos que tivessem respondido “Muito ruim” ou “Ruim” na questão anterior. Porém, a acadêmica que respondeu “Muito ruim” na questão 1, não respondeu essa questão.

A terceira questão perguntava se os acadêmicos haviam compreendido o conteúdo de parábolas. O resultado está expresso na Figura 61:

Figura 61 – Resultado da terceira questão do questionário de avaliação

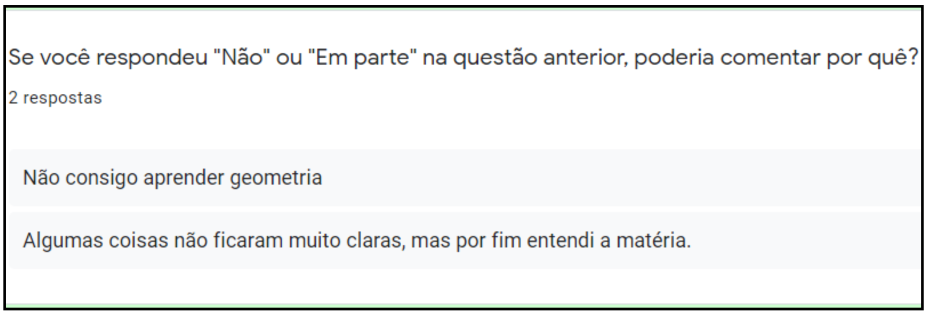


Fonte: *Google Forms*.

Nenhum acadêmico escolheu a opção “Não”, onze deles responderam “Sim” e dois deles optaram por “Em parte”.

A quarta questão era direcionada aos acadêmicos que escolheram “Não” ou em “Em parte” na questão anterior. Ambas as acadêmicas que votaram “Em parte” responderam essa pergunta como mostra a Figura 62:

Figura 62 – Resultado da quarta questão do questionário de avaliação

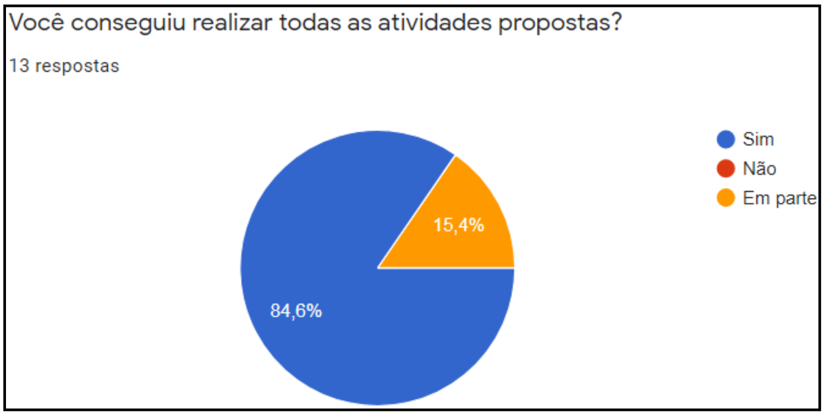


Fonte: *Google Forms*.

A resposta “Não consigo aprender geometria” foi da acadêmica Leon. Esse talvez seja o motivo dessa acadêmica realmente ter dificuldades com a aprendizagem dos conteúdos trabalhados, pois na análise das atividades foi percebido que ela apresentou respostas incorretas na Atividade 1 e não entregou as Atividades 3 e 4 (sua Atividade 3 era o trabalho do acadêmico Ronaldinho). Já a resposta “Algumas coisas não ficaram muito claras, mas por fim entendi a matéria” é da acadêmica Chespirita e pode justificar seu voto na opção “Muito ruim” na primeira questão. Apesar disso, seu desempenho nas atividades foi satisfatório

A quinta questão perguntava se os acadêmicos haviam conseguido realizar todas as atividades propostas e o resumo das respostas está na Figura 63.

Figura 63 – Resultado da quinta questão do questionário de avaliação

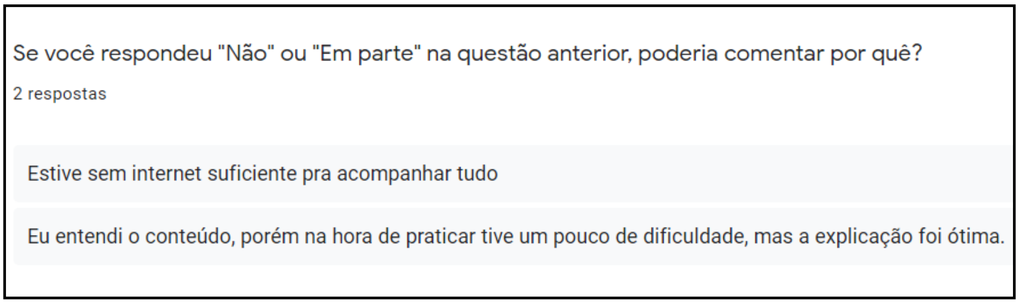


Fonte: *Google Forms*.

De acordo com o resultado, desses treze acadêmicos todos conseguiram realizar pelo menos em parte as atividades, com onze acadêmicos optando pela resposta “Sim” e dois pela alternativa “Em parte”.

A sexta questão solicitava que os acadêmicos que respondessem “Não” ou “Em parte” na quinta questão, justificassem sua resposta. Na Figura 64 temos asduas respostas:

Figura 64 – Resultado da sexta questão do questionário de avaliação


Se você respondeu "Não" ou "Em parte" na questão anterior, poderia comentar por quê?

2 respostas

Estive sem internet suficiente pra acompanhar tudo

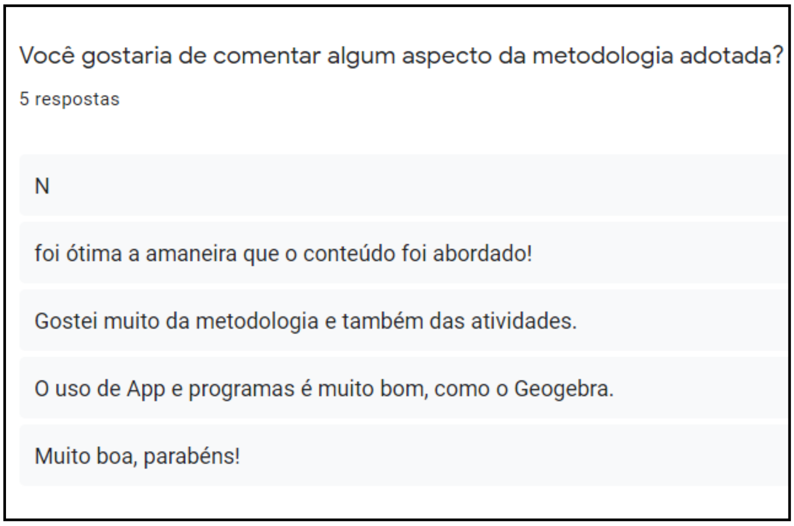
Eu entendi o conteúdo, porém na hora de praticar tive um pouco de dificuldade, mas a explicação foi ótima.

Fonte: *Google Forms*.

A acadêmica Leon respondeu “Estive sem internet suficiente para acompanhar tudo”. Isso pode explicar porque essa acadêmica deixou de realizar algumas das atividades e teve dificuldades nas que realizou. Além do mais, a participação dessa acadêmica durante os encontros síncronos foi pouca. A acadêmica Tata relatou “Eu entendi o conteúdo, porém na hora de praticar tive um pouco de dificuldade, mas a explicação foi ótima”. É interessante ressaltar que essa acadêmica não entregou nenhuma das quatro atividades propostas, apesar de ter participado dos encontros síncronos.

Na sétima questão os acadêmicos poderiam, se quisessem, comentar algo a respeito da metodologia que foi adotada nas aulas. As cinco respostas obtidas estão na Figura 65:

Figura 65 – Resultado da sétima questão do questionário de avaliação.


Você gostaria de comentar algum aspecto da metodologia adotada?

5 respostas

N

foi ótima a amaneira que o conteúdo foi abordado!

Gostei muito da metodologia e também das atividades.

O uso de App e programas é muito bom, como o Geogebra.

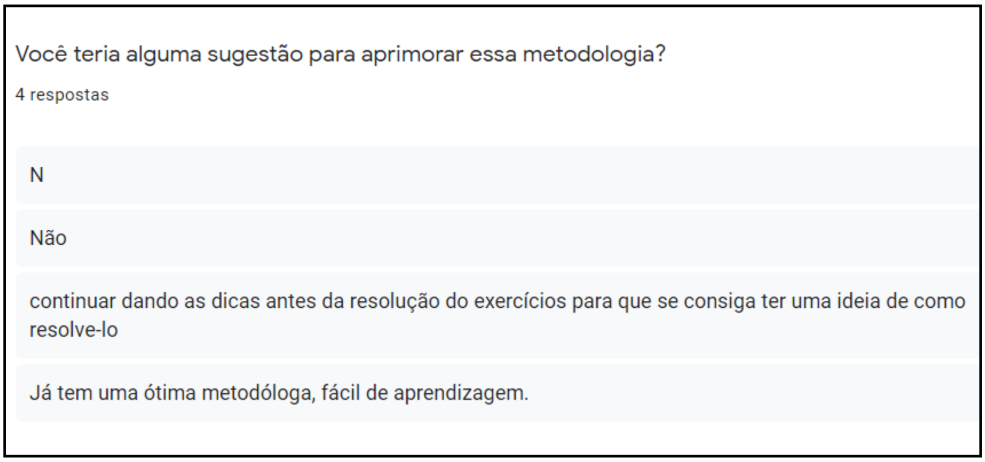
Muito boa, parabéns!

Fonte: *Google Forms*.

Dos cinco acadêmicos que responderam a essa questão, quatro deles deram respostas favoráveis à metodologia utilizada, ressaltando também o uso do software GeoGebra durante a aula

A oitava questão (Figura 66) dava aos acadêmicos a oportunidade de sugerir ideias para aprimorar a metodologia. Apenas quatro responderam e nenhum apresentou alguma ideia nova. Um apenas reforçou a prática adotada durante as aulas e outro comentou que a metodologia era de fácil aprendizagem.

Figura 66 – Resultado da oitava questão do questionário de avaliação



Você teria alguma sugestão para aprimorar essa metodologia?

4 respostas

N

Não

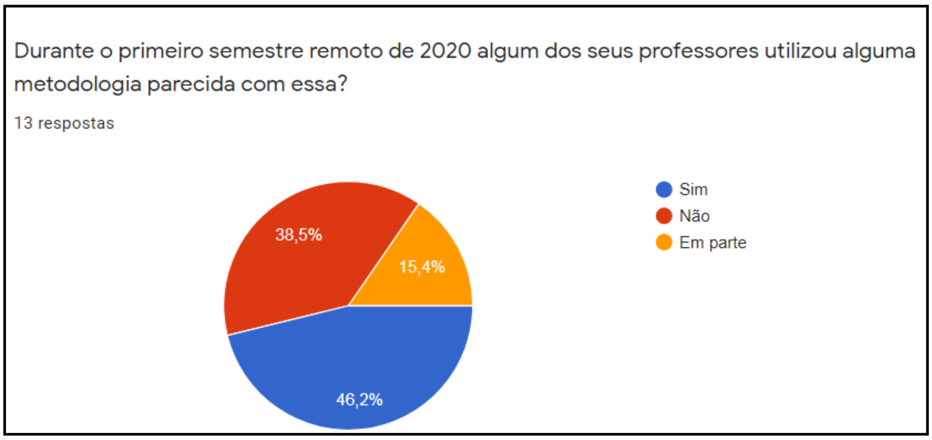
continuar dando as dicas antes da resolução do exercícios para que se consiga ter uma ideia de como resolve-lo

Já tem uma ótima metodóloga, fácil de aprendizagem.

Fonte: *Google Forms*.

A nona questão (Figura 67) perguntava aos acadêmicos se algum de seus professores estava utilizando metodologia parecida durante o ensino remoto. Seis deles responderam “Sim”, cinco responderam que “Não” e dois responderam “Em parte”.

Figura 67 – Resultado da nona questão do questionário de avaliação



Fonte: *Google Forms*.

A décima questão (Figura 68) dava espaço para os acadêmicos que respondessem “Em parte” justificarem sua resposta.

Figura 68 – Resultado da décima questão do questionário de avaliação

Se você respondeu "Em parte" na questão anterior, poderia comentar como foi a metodologia utilizada?

2 respostas

em uma disciplina foi proposto que resolvêssemos as atividades sem ajuda do professor para depois ele auxiliar no que ficasse duvida!

Alguns professores pediam para fazer as atividades em aula e mandar depois ou fazer depois da aula e mandar.

Fonte: *Google Forms*.

É interessante que os acadêmicos relacionaram as aulas síncronas ministradas pelo pesquisador com outras aulas em que os “professores pediam para fazer as atividades em aula e mandar depois”. Isso reforça a dificuldade de trabalhar com a TSD de forma eficiente durante o ensino remoto emergencial.

A décima primeira questão (Figura 69) perguntava “Você acha que compreenderia melhor o conteúdo se as aulas fossem ministradas durante o ensino presencial? Por quê?”. As respostas obtidas foram:

Figura 69– Resultado da décima primeira questão do questionário de avaliação

"De mesma maneira, a didática e a metodologia foram boas, não deixando dúvidas"

"Acho que em ambos os ensinos seria compreendido a matéria!"

"Sim, porque me sentiria mais a vontade para fazer perguntas.

"sou indiferente em relação ao ensino ead"

"Sim, porque nas aulas presenciais além do tempo disponível ser melhor as aulas são mais iterativas com o ensino remoto todos tiveram que se readapitar."

"Sim! No ensino presencial é melhor para tirar as dúvidas"

"Sim, eu particularmente tenho vergonha de perguntar nas aulas online, ainda não conhecemos os colegas e os professores pessoalmente isso gera um desconforto. Se fosse presencial conseguiria perguntar"

"Sim, pois aula presencial é muito melhor do que aula online."

"Não vejo diferença, até porque geralmente recorremos a internet para intender melhor ou recorremos em horários extra aula para tirar as dúvidas com o (a) professor(a)."

"sim, muito mais fácil para se concentrar"

"Sim, porque seria mais fácil pra tirar as dúvidas, ensino remoto é muita dificuldade para prestar atenção."

"Talvez, como to começando agora nao sei como seria o presencial"

Fonte: O autor.

Essa questão tinha como objetivo expor a visão dos acadêmicos a respeito do ensino remoto emergencial. No geral, a maioria dos acadêmicos respondeu que acredita que aprenderia melhor se essas aulas tivessem sido ministradas durante o ensino presencial, relatando problemas como dificuldade para se concentrar durante as aulas on-line, timidez para fazer perguntas, menor interação com os colegas e professores para esclarecer dúvidas. Já outros acadêmicos se mostraram indiferentes com respostas como: “Acho que em ambos os ensinos seria compreendido a matéria!”. Essa resposta parece indicar que o acadêmico gostou da metodologia das aulas e acredita que também daria certo no ensino presencial. Outra resposta negativa interessante foi: “Não vejo diferença, até porque geralmente recorremos a internet para intender melhor ou recorremos em horários extra aula para tirar as dúvidas com o (a) professor(a).” Nesse caso o acadêmico parece querer dizer que mesmo no ensino presencial seria necessário recorrer a materiais adicionais para compreender o conteúdo, indicando que houve pelo menos um pouco de descontentamento com a metodologia.

A décima segunda questão solicitava para que eles respondessem, com suas palavras, o que responderiam se alguém lhes perguntasse o que era uma curva denominada parábola. A Figura 70 mostra as respostas enviadas:

Figura 70 – Respostas para a décima segunda questão do questionário de avaliação

"Baaaa não sei"

"É uma curva que conseguimos criar uma equação, e a partir dessa equação descobrir o que quiser sobre a curva"

"o lugar geométrico dos pontos P tais que d(P,F)=d(P,r) é uma curva denominada parábola de foco F e diretriz r"

"É uma curva muito usada para representar funções de segundo grau."

"uma curva determinada por uma funçao quadrática"

"É uma conica que pode ser gerada através de pontos em um gráfico."

"A distância entre o foco e um ponto qualquer deve ser a mesma que do ponto a uma reta diretriz"

"O gráfico de uma f quadrática é uma curva denominada parábola"

"Seja um ponto P, um foco F e uma reta diretriz d, se d(P,F)=d(P,d), isso é uma curva denominada parábola."

"É quando intersectamos a superfície cônica por um plano paralelo à sua geratriz."

"Não com palavras especificas kkkk"

"A parábola representa o gráfico de 2° grau"

Fonte: O autor.

Esse questionário só foi enviado aos acadêmicos nove dias após a última aula síncrona, portanto isso pode ter tido influência nas respostas dos acadêmicos. Ou seja, eles podem ter se esquecido da definição de parábola que foi trabalhada durante as aulas ou podem não ter construído essa definição durante as aulas, da forma desejada. De qualquer forma, concorda-se com Lopes (2014) quando conclui que a incorporação de um conceito pelos alunos depende da retomada desse conceito em diversos momentos.

Como exemplos de respostas aproximadas as que foram trabalhadas, destacam-se: “A distância entre o foco e um ponto qualquer deve ser a mesma que do ponto a uma reta diretriz”; “Seja um ponto P, um foco F e uma reta diretriz d, se d(P,F)=d(P,d), isso é uma curva denominada parábola.”.

Quatro acadêmicos relacionaram a Parábola ao gráfico da função quadrática. Isso pode ser devido ao fato dessa relação ter sido mencionada no primeiro encontro ou devido às memórias dos acadêmicos dos seus estudos sobre função quadrática na Educação Básica: “É uma curva muito usada para representar funções de segundo grau.”; “uma curva determinada por uma função quadrática”; “O gráfico de uma f quadrática é uma curva denominada parábola”; “A parábola representa o gráfico de 2° grau”.

Duas respostas levam o pesquisador a acreditar que podem ter sido pesquisadas pelos acadêmicos com o auxílio da internet: “o lugar geométrico dos pontos P tais que d(P,F)=d(P,r) é uma curva denominada parábola de foco F e diretriz r”; “É quando intersectamos a superfície cônica por um plano paralelo à sua geratriz.”. Em nenhum momento dos encontros foi mencionado o fato da Parábola ser um lugar geométrico ou ser obtida pela interseção de um plano paralelo à geratriz de uma superfície cônica. Mas o fato deles terem pesquisado trouxe respostas que foram além dos conteúdos trabalhados nos encontros, o que é muito desejado. O trabalho de Lopes (2011) mostra a variedade de conhecimentos associados às Parábolas que infelizmente não foram possíveis de serem explorados na sequência didática proposta.

Para finalizar, dois acadêmicos não souberam responder e um deu uma resposta parcialmente correta, mas não relacionada com a definição que foi trabalhada nos encontros: “Baaaa não sei”; “Não com palavras especificas kkkk”; “É uma conica que pode ser gerada através de pontos em um gráfico.”.

A última questão dizia “Se desejar, escreva algo que não tenha sido contemplado nas questões anteriores”. Porém, apenas um acadêmico a respondeu, deixando a seguinte mensagem: “Todos os conteúdos foram bem explicados, o Vitor fez o possível para eliminar todas as dúvidas explicando com muita paciência e clareza. Parabéns Vitor muito sucesso.”.

Embora o pesquisador fique feliz com a satisfação desse acadêmico, esperava-se que na questão doze as respostas fossem mais próximas à definição que foi enfatizada nos encontros, pois esse era um dos principais objetivos da sequência didática desenvolvida.

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao término deste trabalho retoma-se a questão que o norteou: “Como se desenvolveria uma sequência didática baseada na Teoria das Situações Didáticas durante as aulas de Parábolas do componente curricular Geometria Analítica, ministradas remotamente?”

Para responder a essa pergunta, foram realizados estudos sobre os conceitos da TSD; pesquisa de trabalhos que tratam sobre a TSD e sobre o ensino de Parábolas; elaboração e aplicação de uma sequência didática sobre Parábolas baseada nos preceitos da TSD com uma turma de acadêmicos do componente curricular Geometria Analítica da UNIPAMPA; produção de dados por esses acadêmicos e análise qualitativa desses dados.

Essa estrutura também foi pautada no estabelecimento dos objetivos geral “compreender o desenvolvimento de uma sequência didática baseada na Teoria das Situações Didáticas para a introdução do conteúdo de Parábolas, do componente curricular Geometria Analítica, durante o ensino remoto emergencial” e específicos “apresentar uma sequência didática sobre o conteúdo de Parábolas que possa ser aplicada durante o ensino remoto emergencial” e “evidenciar e problematizar dificuldades e/ou vantagens da utilização da Teoria das Situações Didáticas para o ensino e aprendizagem de Parábolas durante o ensino remoto emergencial”. Acredita-se que esses três objetivos caminharam juntos no decorrer da pesquisa pois, apesar de ter sido apresentada uma sequência didática sobre o conteúdo de Parábolas aplicável durante o ensino remoto emergencial, o seu desenvolvimento evidenciou dificuldades no uso da TSD nessa modalidade de ensino, acentuadas pelo fato do pesquisador nunca ter trabalhado com essa teoria e de que os trabalhos selecionados que serviram de referência se baseavam no ensino presencial. Esses fatores provocaram o pesquisador a elaborar uma sequência didática que adaptasse a TSD para uma realidade de ensino remoto emergencial.

Como já foi mencionado no capítulo 6, a maior dificuldade na elaboração e na aplicação da sequência didática foi proporcionar aos acadêmicos momentos eficientes de situações adidáticas que são muito importantes para um bom desenvolvimento de uma aula baseada na TSD. De acordo com a análise das atividades e das respostas de alguns acadêmicos ao questionário, acredita-se que a pouca possibilidade de uma interação direta com eles via *Google Meet* não favoreceu o acompanhamento necessário para um bom desenvolvimento das etapas iniciais da TSD e um melhor rendimento dos acadêmicos nas atividades propostas.

Além disso, não há como saber se as atividades entregues foram de fato realizadas durante os encontros síncronos ou se foram copiadas de algum colega ou das resoluções do pesquisador durante os momentos de institucionalização dos conceitos.

Apesar das poucas interações durante as aulas síncronas e de nem todos os participantes terem respondido o questionário, algumas respostas e algumas interações demonstraram que para alguns acadêmicos os encontros foram desenvolvidos de forma satisfatória e proporcionaram a aprendizagem dos conteúdos desenvolvidos. Isso mostra que com mais planejamento e mais tempo disponível seria possível elaborar e desenvolver uma sequência didática baseada na Teoria das Situações Didáticas para o ensino remoto que permitisse uma maior interação entre os acadêmicos e que possibilitasse ao professor acompanhar o desenvolvimento das atividades e não apenas analisá-las posteriormente.

Como sugestão de pesquisa futura pode-se destacar a aplicação da mesma sequência didática durante o ensino presencial para comparação dos resultados.

Mesmo com os problemas mencionados, a realização desta pesquisa na área de Educação Matemática trouxe muitas contribuições para a formação do pesquisador como a oportunidade de ministrar aulas no Ensino Superior, de conhecer e de se aprofundar na Teoria das Situações Didáticas, de revisar conteúdos sobre Parábolas, de elaborar uma sequência didática para esse conteúdo baseada nos pressupostos dessa teoria, de ministrar aulas de forma remota e de refletir sobre as fragilidades dessa modalidade de ensino.

REFERÊNCIAS

ALVES, Francisco Régis Vieira. **Didática da matemática**. Fortaleza: UAB/IFCE, 2011. Disponível em:https://educapes.capes.gov.br/bitstream/capes/430187/2/Did%C3%A1tica%20Matem%C3%A1tica.pdf.Acesso em: 30 nov. 2020.

DOBROWOLSKI, Eunice Nunes; PINTO, Neuza Bertoni. Movimento da matemática moderna nas práticas escolares e suas repercussões na maneira de ensinar. *In*: Congresso Nacional de Educação, 9. Encontro Sul Brasileiro de Psicopedagogia, 3., 2009, Curitiba. **Anais** [...]. Curitiba: PUC, 2009. Disponível em: https://educere.bruc.com.br/arquivo/pdf2009/3038_1678.pdf. Acesso em: 28 jan. 2021.

FREITAS, José Luiz Magalhães de. Teoria das situações didáticas. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara (org.). **Educação matemática**: uma (nova) introdução. 3. ed. São Paulo: Educ, 2008.

LOPES, Juracélio Ferreira. **Cônicas e aplicações**. 2011. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática Universitária) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”. Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro-SP, 2011.

LOPES, Sandra Pereira. **Uma sequência didática para o ensino de parábola enquanto lugar geométrico**. 2014. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2014.

LUDKE, Menga; ANDRÉ, Marli E. D. A. **Pesquisa em educação**: abordagens qualitativas. 2. ed. Rio de Janeiro: E.P.U., 2018.

OLIVEIRA, Adilson Lopes. **Objeto de aprendizagem para desenvolvimento de habilidades de visualização e representação de secções cônicas**: atividades para o ensino médio. 2011. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Ciências e Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2011.

PAIS, Luiz Carlos. **Didática da matemática**: uma análise da influência francesa. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

SANTOS, Fabiano José dos; FERREIRA, Silvimar Fábio. **Geometria analítica.** Porto Alegre: Bookman, 2009.Disponível em: https://integrada.minhabiblioteca.com.br/#/books/9788577805037/recent. Acesso em: 30 out. 2020.

WINTERLE, Paulo. **Vetores e geometria analítica**. 2. ed. São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2014.

APÊNDICE A – Atividade 1, encontro síncrono do dia 17/11/2020

Atividade 1

Nome:

1) Abra o GeoGebra.

2) Na caixa de entrada digite $F = (0,1)$ para criar o ponto F.

3) Na caixa de entrada digite $d: y = -1$ para criar a reta d.

4) Na caixa de entrada digite, um por um, os seguintes pontos: $A = (0,0)$, $B = (2,1)$, $C = (-2,1)$, $D = (6,9)$, $E = (-6,9)$, $G = (8,16)$, $H = (-8,16)$. Alguns pontos não aparecerão. Mas, movimentando a Janela de Visualização, você irá encontrá-los.

5) Ao observar os pontos A, B, C, D, E , G e H você já consegue imaginar qual forma será criada ao ligar todos os pontos por uma linha contínua?

6) Sem utilizar os recursos do GeoGebra, preencha a seguinte tabela calculando as distâncias indicadas por D:

   ***Dica**: Para os pontos D, E, G e H você pode utilizar os módulos dos vetores $\overrightarrow{DF}$, $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{GF}$ e $\overrightarrow{HF}$ para calcular as distâncias envolvendo o ponto F.*

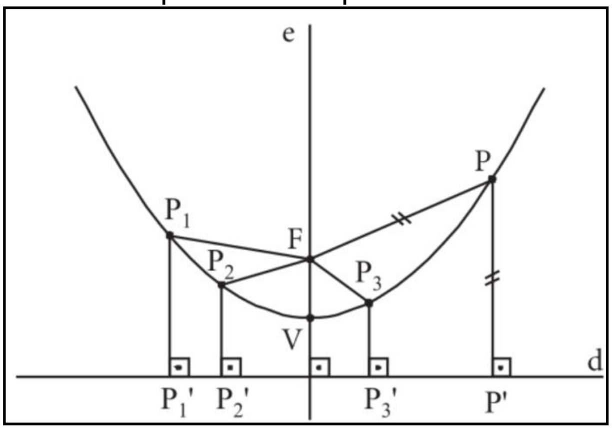
$D(A,F) =$	$D(A,d) =$
$D(B,F) =$	$D(B,d) =$
$D(C,F) =$	$D(C,d) =$
$D(D,F) =$	$D(D,d) =$
$D(E,F) =$	$D(E,d) =$
$D(G,F) =$	$D(G,d) =$
$D(H,F) =$	$D(H,d) =$

O que você observou ao preencher a tabela do item 6)? Será que agora você é capaz de enunciar a propriedade que todos os pontos de uma parábola possuem?

APÊNDICE B – Material teórico, encontro síncrono do dia 17/11/2020

Aula 1

Definição: Parábola é o conjunto de todos os pontos de um plano eqüidistantes de um ponto fixo e de uma reta fixa desse plano.
Consideremos uma reta d e um ponto F não pertencente a d.



Na figura acima estão representados cinco pontos (P_1,P_2, V, P_3 e P) que são equidistantes do ponto F e da reta d.
Então, um ponto P qualquer pertence à parábola se, e somente se:

$$d(P, F) = d(P, d)$$

ou, de modo equivalente:

$$d(P, F) = d(P, P')$$

sendo P' o pé da perpendicular baixada de P sobre a reta d.
Elementos
Na figura mostrada acima temos:

- **Foco:** é o ponto F.
- **Diretriz:** é a reta d.
- **Eixo de simetria:** é a reta e que passa por F e é perpendicular a d. É fácil ver que pela própria definição de parábola que essa curva é simétrica em relação ao seu eixo.
- **Vértice:** é o ponto V de interseção da parábola com seu eixo.

APÊNDICE C – Atividade 2, encontro síncrono do dia 19/11/2020

Atividade 2

Nome:

2.1 – Parábola com vértice na origem e eixo de simetria vertical.

1) Na caixa de entrada do GeoGebra, insira o Ponto $F = (0,1)$.
2) Na caixa de entrada insira a reta diretriz $d: y = -1$.
3) Selecione a ferramenta Parábola e então clique no Ponto F e na reta d.
4) Suponha um ponto genérico (x, y) pertencente a parábola e use a definição de parábola para encontrar a equação dessa parábola, você pode conferir sua resposta olhando para a equação da parábola na janela de álgebra.
5) Digite aqui os passos que você executou ou cole uma foto dos mesmos:

2.2 – Parábola com vértice na origem e eixo de simetria horizontal.

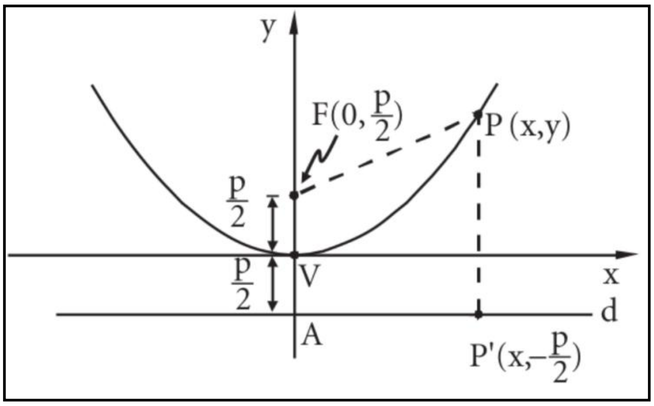
1) Na caixa de entrada do GeoGebra, insira o Ponto $F = (2,0)$.
2) Na caixa de entrada insira a reta diretriz $d: x = -2$.
3) Selecione a ferramenta Parábola e então clique no Ponto F e na reta d.
4) Suponha um ponto genérico (x, y) pertencente à parábola e use a definição de parábola para encontrar a equação dessa parábola, você pode conferir sua resposta olhando para a equação da parábola na janela de álgebra.
   5) Digite aqui os passos que você executou ou coleuma foto dos mesmos:

APÊNDICE D – Material teórico, encontro síncrono do dia 19/11/20

Equações reduzidas da parábola
Seja a parábola de vértice $V(0{,}0)$. Consideremos quatro casos:

1) ***Concavidade voltada para cima e o eixo de simetria é o eixo dos y.***

Seja $P(x,y)$ um ponto qualquer da parábola abaixo de foco $F(0,\frac{p}{2})$ e diretriz de equação $y = -\frac{p}{2}$.



A definição de parábola nos diz que:

$$|\overrightarrow{FP}| = |\overrightarrow{P'P}|$$

Portanto, temos que

$$\sqrt{(x-0)^2 + \left(y - \frac{p}{2}\right)^2} = \sqrt{(x-x)^2 + \left(y + \frac{p}{2}\right)^2}$$

Elevando ambos os membros ao quadrado, obtemos

$$(x-0)^2 + \left(y - \frac{p}{2}\right)^2 = (x-x)^2 + \left(y + \frac{p}{2}\right)^2$$

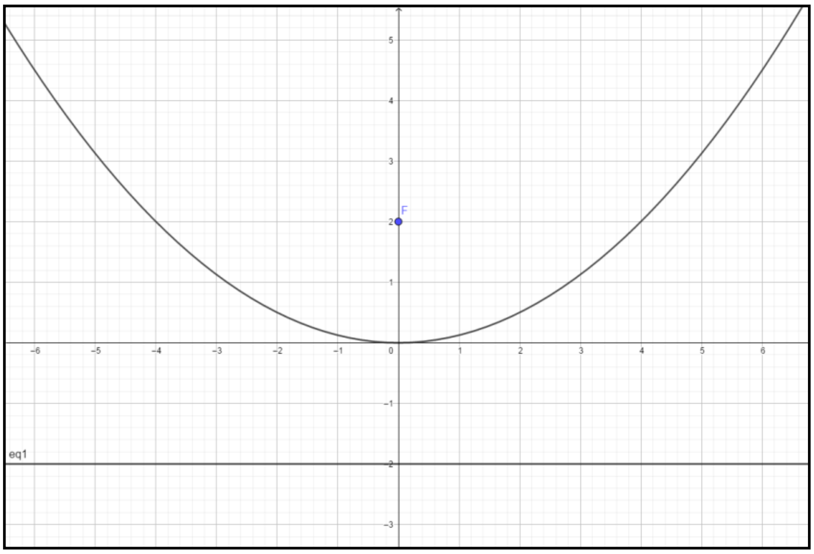
$$x^2 + y^2 - py + \frac{p^2}{4} = y^2 + py + \frac{p^2}{4}$$

Ou, simplesmente

$$\boldsymbol{x^2 = 2py}$$

que é a equação reduzida para esse caso.

Ex: Dada a parábola de equação $x^2 = 8y$ o vértice é $(0{,}0)$, o parâmetro é $p = 4$, o foco é $F = (0{,}2)$ e a diretriz é $d\colon y = -2$, como mostra a figura abaixo:

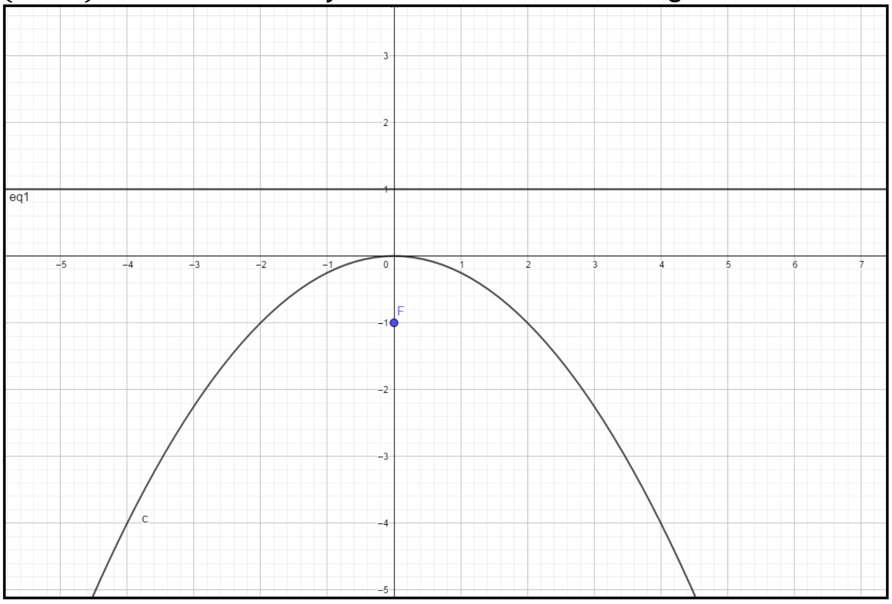


2) Concavidade voltada para baixo e o eixo de simetria é o eixo dos y.

Sendo$P(x, y)$ um ponto qualquer da parábola de foco $F(0, -\frac{p}{2})$ e diretriz de equação $y = \frac{p}{2}$obteremos, de forma análoga ao primeiro caso, a equação reduzida

$$\boldsymbol{x^2 = -2py}$$

Ex: Dada a parábola de equação $x^2 = -4y$ o vértice é **(0,0)**, o parâmetro é $p = 2$, o foco é $F = (0, -1)$ e a diretriz é $d: y = 1$, como mostra a figura abaixo:

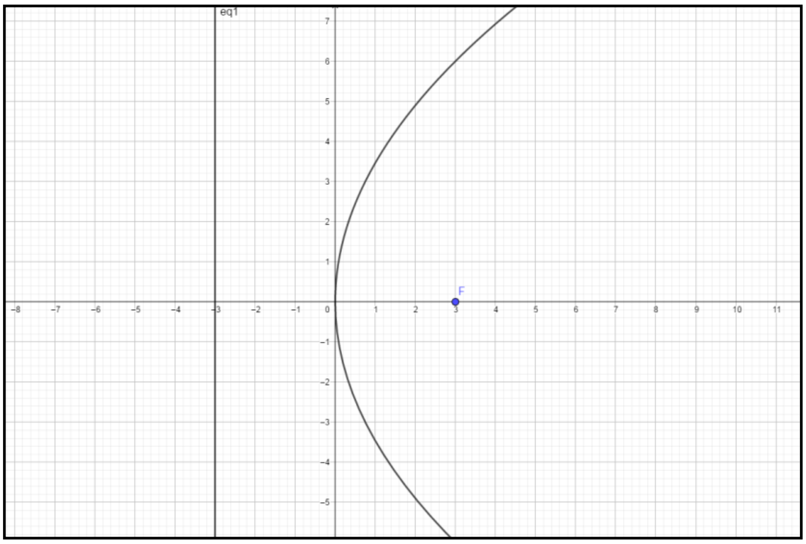


3) Concavidade voltada para a direita e o eixo de simetria é o eixo dos x.

Sendo $P(x, y)$ um ponto qualquer da parábola de foco $F(\frac{p}{2}, 0)$ e diretriz $x = -\frac{p}{2}$ obteremos, de forma análoga ao primeiro caso, a equação reduzida

$$\boldsymbol{y^2 = 2px}$$

Ex: Dada a parábola de equação $y^2 = 12x$ o vértice é $(0,0)$, o parâmetro é $p = 6$, o foco é $F = (3,0)$ e a diretriz é $d: x = -3$, como mostra a figura abaixo:

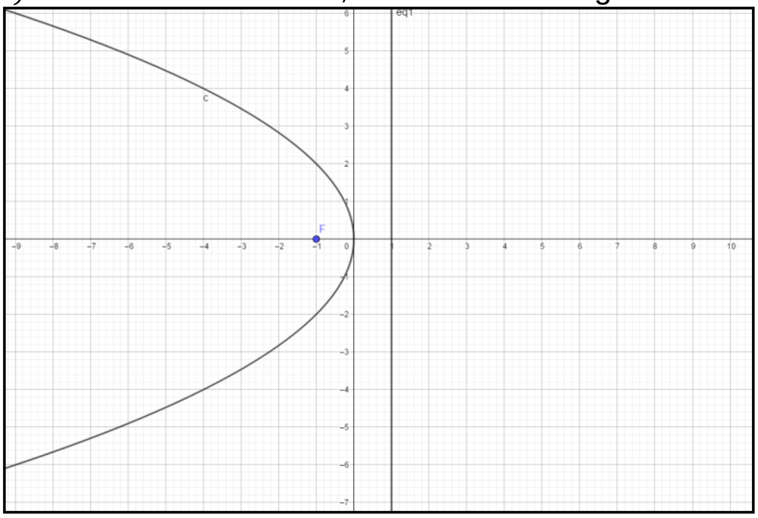


4) Concavidade voltada para a esquerda e o eixo de simetria é o eixo dos x.

Sendo $P(x, y)$ um ponto qualquer da parábola de foco $F(-\frac{p}{2}, 0)$ e diretriz $x = \frac{p}{2}$ obteremos, de forma análoga ao primeiro caso, a equação reduzida

$$\boldsymbol{y^2 = -2px}$$

Ex: Dada a parábola de equação $y^2 = -4x$ o vértice é $(0,0)$, o parâmetro é $p = 2$, o foco é $F = (-1,0)$ e a diretriz é $d: x = 1$, como mostra a figura abaixo:



APÊNDICE E – Atividade 3, encontro síncrono do dia 24/11/2020

Atividade 3

3.1 – Parábola com vértice fora da origem e eixo de simetria vertical.

1) Na caixa de entrada do GeoGebra, insira o Ponto $F = (2,3)$.
2) Na caixa de entrada insira a reta diretriz $d: y = 1$.
3) Selecione a ferramenta Parábola e então clique no Ponto F e na reta d.
4) Suponha um ponto genérico (x, y) pertencente a parábola e use a definição de parábola para encontrar a equação dessa parábola, você pode conferir sua resposta olhando para a equação da parábola na janela de álgebra.

3.2 – Parábola com vértice fora da origem e eixo de simetria horizontal.

1) Na caixa de entrada do GeoGebra, insira o Ponto $F = (3,1)$.
2) Na caixa de entrada insira a reta diretriz $d: x = 1$.
3) Selecione a ferramenta Parábola e então clique no Ponto F e na reta d.
4) Suponha um ponto genérico (x, y) pertencente a parábola e use a definição de parábola para encontrar a equação dessa parábola, você pode conferir sua resposta olhando para a equação da parábola na janela de álgebra.

APÊNDICE F – Material teórico e Atividade 4, encontro síncrono do dia 24/11/2020

Equações da Parábola com Vértice Fora da Origem

Na atividade 3.1 tínhamos uma parábola com vértice fora da origem, eixo de simetria vertical, cuja equação determinada foi: $x^2 - 4x = 4y - 12$. Vamos reescrever essa equação da seguinte forma:

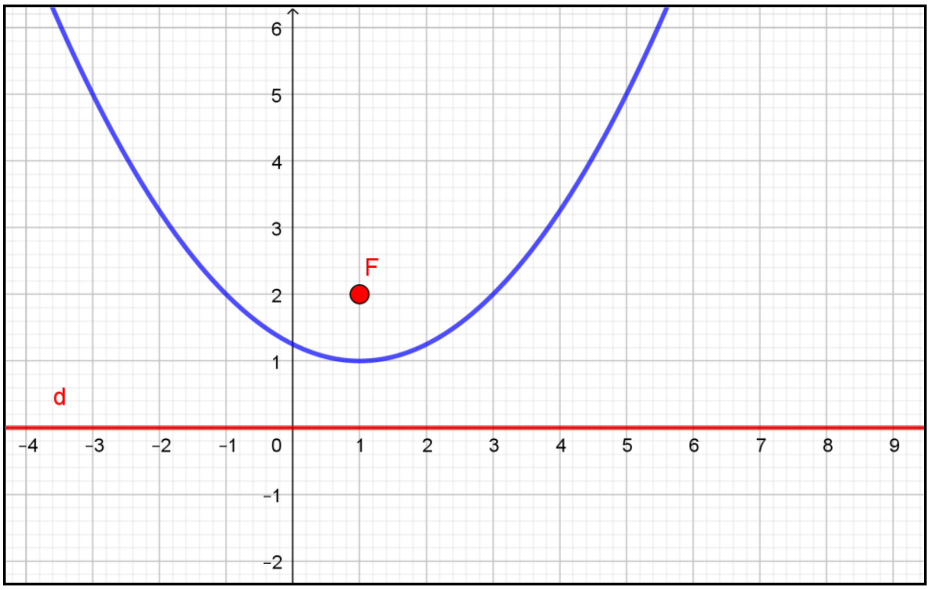
$$x^2 - 4x = 4y - 12$$
$$x^2 - 4x + \mathbf{4} - \mathbf{4} = 4y - 12$$
$$(x-2)^2 - 4 = 4y - 12$$
$$(x-2)^2 = 4y - 12 + 4$$
$$(x-2)^2 = 4y - 8$$
$$(x-2)^2 = 4(y-2)$$

Assim a **equação genérica de uma parábola com vértice fora da origem, eixo de simetria vertical e concavidade voltada para cima** é:

$$\boldsymbol{(x - x_0)^2 = 2p(y - y_0)}$$

Onde $\boldsymbol{V(x_0, y_0)}$ é o vértice dessa parábola.

Ex: Dada a parábola de equação $(x-1)^2 = 4(y-1)$ o vértice é (1,1), o parâmetro é p=2 , o foco é F=(1,2) e a diretriz é d: y= 0, coincidindo com o eixo x, como mostra a figura abaixo:



Já a **equação genérica de uma parábola com vértice fora da origem, eixo de simetria vertical e concavidade voltada para baixo** é:

$$\boldsymbol{(x - x_0)^2 = -2p(y - y_0)}$$

Onde $\boldsymbol{V(x_0, y_0)}$ é o vértice dessa parábola.

As **equações genéricas de parábolas com vértice** $\boldsymbol{V(x_0, y_0)}$ **fora da origem e eixo de simetria horizontal** são

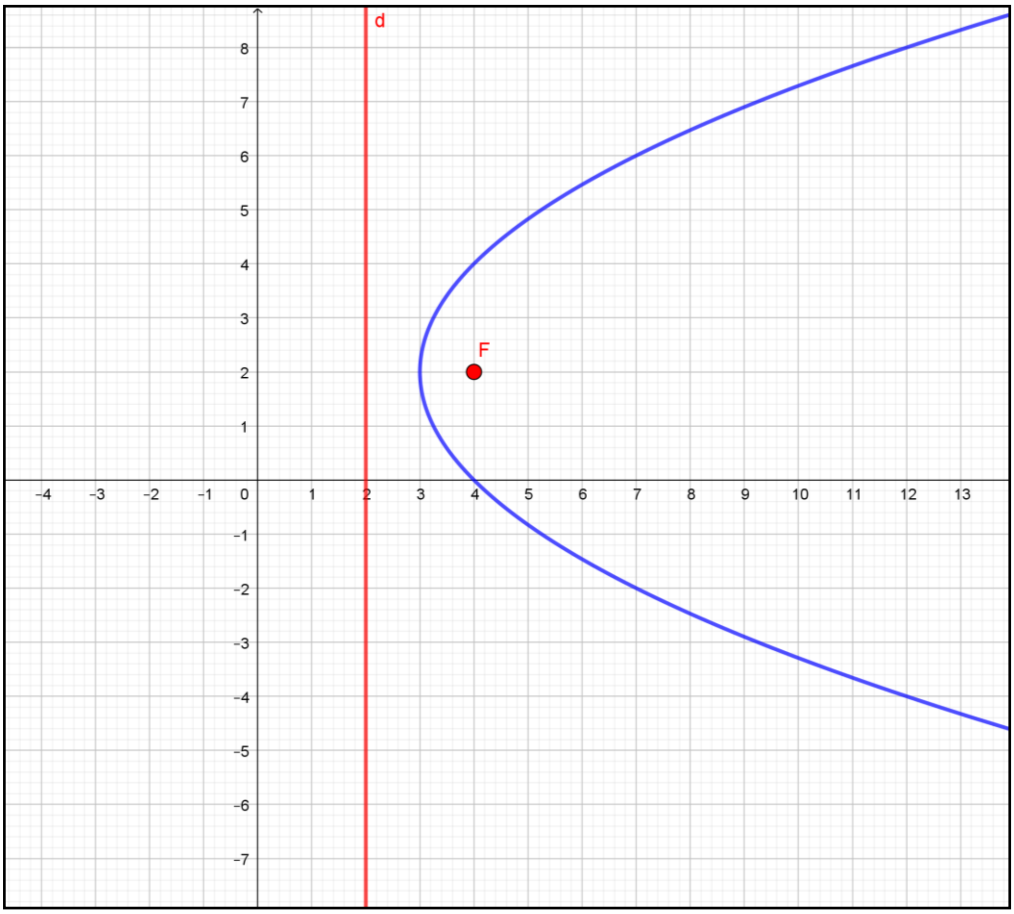
$$\boldsymbol{(y - y_0)^2 = 2p(x - x_0)}$$

para concavidade voltada para a direita e

$$\boldsymbol{(y - y_0)^2 = -2p(x - x_0)}$$

para concavidade voltada para a esquerda.

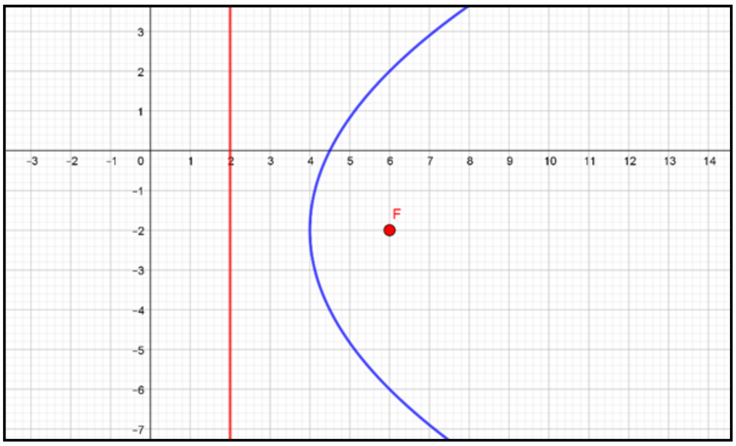
Ex: Dada a parábola de equação $(y-2)^2 = 4(x-3)$ o vértice é (3,2), o parâmetro é p=2 , o foco é F=(4,2) e a diretriz é d: x= 2 , como mostra a figura abaixo:



Atividade 4 - Parábolas

Nome:

Agora que você já conhece todas as possíveis equações genéricas de uma parábola, determine a equação reduzida da parábola representada abaixo:



APÊNDICE G – Termo de consentimento de participação na pesquisa

Termo de Consentimento - "A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE PARÁBOLAS NO CONTEXTO DO ENSINO REMOTO EMERGENCIAL

Prezado(a) discente, você está sendo convidado(a) para participar, como voluntário(a), em uma pesquisa intitulada: "A TEORIA DAS SITUAÇÕES DIDÁTICAS PARA O ENSINO E APRENDIZAGEM DE PARÁBOLAS NO CONTEXTO DO ENSINO REMOTO EMERGENCIAL", cujos dados produzidos serão utilizados para a realização do Trabalho de Conclusão de Curso do Curso de Matemática – Licenciatura da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA).A pesquisa tem como objetivo geral problematizar a aplicabilidade da Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau durante as atividades de Ensino Remoto Emergencial para o componente curricular Geometria Analítica. O estudo é coordenado pela Profª. Drª. Claudia Laus Angelo, professora do Curso de Matemática – Licenciatura da UNIPAMPA e as atividades são conduzidas pelo acadêmico Vítor Lemos Bazerque, discente do Curso de Matemática – Licenciatura da UNIPAMPA. Por meio deste instrumento e a qualquer momento, você poderá solicitar esclarecimentos adicionais sobre o estudo em qualquer aspecto que desejar. Também poderá retirar seu consentimento ou interromper a participação a qualquer momento, sem sofrer qualquer tipo de penalidade ou prejuízo. A sua cooperação será estabelecida a partir de sua participação nas atividades síncronas referentes ao conteúdo de Parábola conduzidas pelo discente Vítor Lemos Bazerque durante as aulas de Geometria Analítica, do preenchimento de um questionário que antecederá as atividades, do preenchimento de um questionário sobre sua experiência com as atividadese da eventual concessão de uma entrevista. Com a participação neste estudo, você não terá nenhum custo, nem receberá qualquer vantagem financeira. Além disso, seu nome, assim como dos(as) demais participantes do estudo não serão identificados em nenhum momento, garantindo seu anonimato. Você poderá escolher um pseudônimo de sua preferência para ser referido nos resultados apresentados. Havendo qualquer dúvida, você poderá entrar em contato com o discente ou a coordenadora responsáveis pelo estudo através dos e-mails vitorbazerque.aluno@unipampa.edu.br ou claudiaangelo@unipampa.edu.br.

Este formulário coleta automaticamente os endereços de e-mail dos usuários de Universidade Federal do Pampa. Alterar configurações

Você concorda em participar da referida pesquisa? *

- Concordo em participar da pesquisa intitulada: "GEOMETRIA ANALÍTICA COM O GEOGEBRA: A TEORIA D...
- Não concordo em participar da pesquisa intitulada: "GEOMETRIA ANALÍTICA COM O GEOGEBRA: A TEORI...

Caso tenha concordado em participar, por qual pseudônimo (nome ficticio) gostaria de ser referido na pesquisa?

Texto de resposta curta

APÊNDICE H – Questionário de avaliação sobre as atividades e aulas síncronas

Avaliação sobre as atividades e aulas síncronas do conteúdo de parábola

Prezado(a) acadêmico(a), gostaríamos que você expressasse suas opiniões e contribuições a respeito das aulas síncronas sobre o conteúdo de Parábolas e sobre as atividades que você realizou durante essas aulas. Ao responder esse questionário você estará colaborando com resultados que serão utilizados na escrita do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) do acadêmico Vítor Lemos Bazerque do curso de Matemática - Licenciatura da UNIPAMPA, sob orientação da Profª.Drª. Claudia Laus Angelo. Desde já agradecemos sua disponibilidade.

*Obrigatório

Endereço de e-mail *

Seu e-mail

Como você avalia a metodologia escolhida para trabalhar o conteúdo de parábola? *

- Muito ruim
- Ruim
- Indiferente
- Boa
- Muito boa

Caso tenha respondido "Muito ruim", "Ruim" ou "Indiferente" na questão anterior, você poderia comentar por quê?

Sua resposta

Você conseguiu compreender os conteúdos de parábolas? *

- ◯ Sim
- ◯ Não
- ◯ Em parte

Se você respondeu "Não" ou "Em parte" na questão anterior, poderia comentar por quê?

Sua resposta

Você conseguiu realizar todas as atividades propostas? *

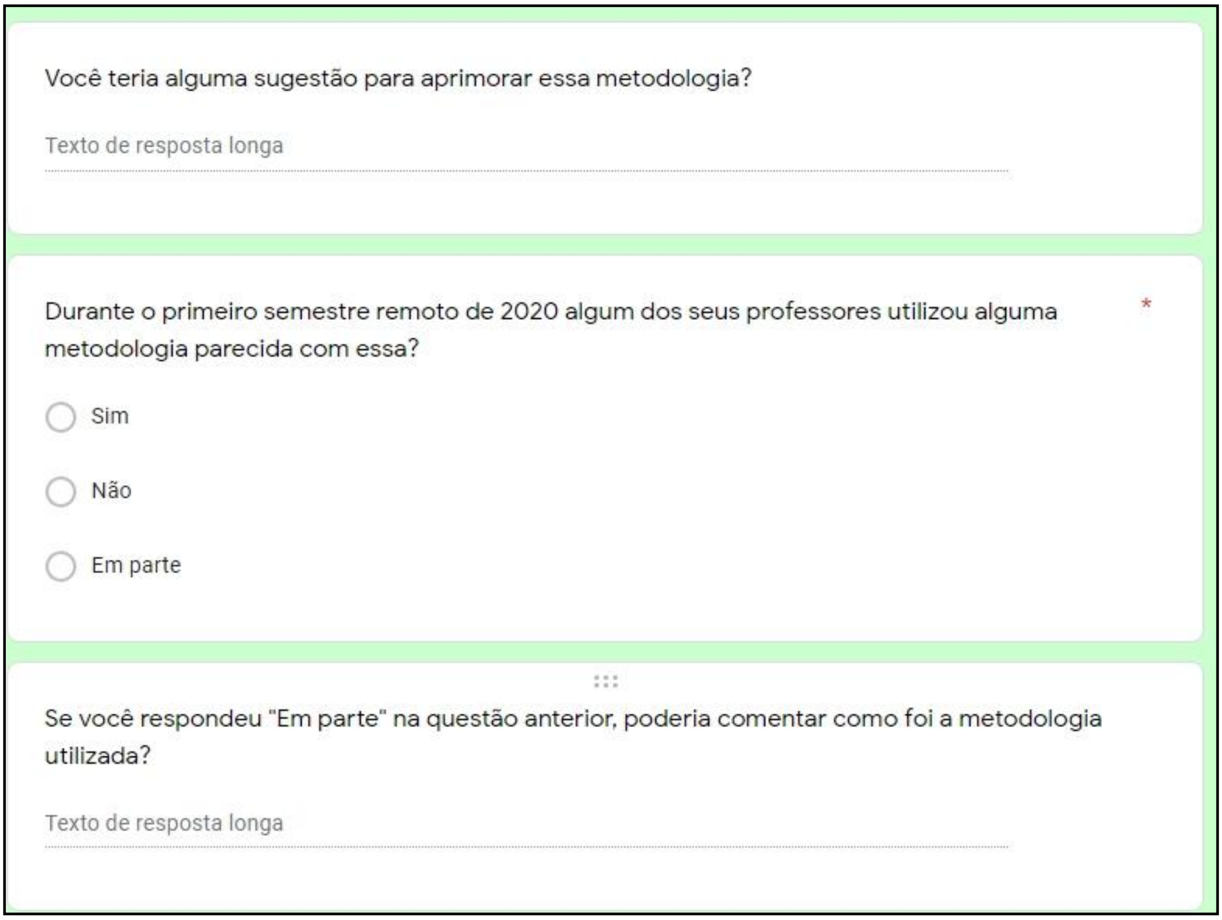
- ◯ Sim
- ◯ Não
- ◯ Em parte

Se você respondeu "Não" ou "Em parte" na questão anterior, poderia comentar por quê?

Sua resposta

Você gostaria de comentar algum aspecto da metodologia adotada?

Sua resposta



Você teria alguma sugestão para aprimorar essa metodologia?

Texto de resposta longa

Durante o primeiro semestre remoto de 2020 algum dos seus professores utilizou alguma metodologia parecida com essa? *

- Sim
- Não
- Em parte

Se você respondeu "Em parte" na questão anterior, poderia comentar como foi a metodologia utilizada?

Texto de resposta longa

Você acha que compreenderia melhor o conteúdo se as aulas fossem ministradas durante o ensino presencial? Por quê? *

Texto de resposta curta

Se, atualmente, alguém lhe perguntasse o que é uma curva denominada parábola, como você responderia? *

Texto de resposta longa

Se desejar, escreva algo que não tenha sido contemplado nas questões anteriores.

Texto de resposta longa

APÊNDICE I – Roteiro de entrevista com os acadêmicos

Roteiro para Entrevista/Conversa sobre o desenvolvimento das aulas síncronas sobre Parábolas

Tópico 1: GeoGebra

- Você já havia utilizado o software GeoGebra?

- Você sentiu dificuldades para utilizá-lo nas aulas sobre parábolas?

- Você acha que a utilização do GeoGebra foi positiva ou negativa para o desenvolvimento das aulas?

Tópico 2: O conteúdo

- Você tem dificuldades com Geometria (no geral) ou com Geometria Analítica? Em quais aspectos?

- Você poderia citar o que você se lembra das aulas sobre parábolas? (Essa questão tem como propósito verificar se os acadêmicos vão mencionar aspectos da metodologia e/ou dos conteúdos trabalhados).

- Qual a definição de parábola? (Essa questão tem como objetivo verificar se os acadêmicos se lembram da definição de parábola muitos dias depois dessa definição ter sido trabalhada nas aulas síncronas.)

Tópico 3: A Metodologia

- Por que você gostou ou deixou de gostar da metodologia adotada?

- Qual(quais) aspecto(s) da metodologia aplicada poderia(m) ser modificado(s) para que sua participação e aprendizagem fossem mais efetivos?

- Você precisou buscar algum conteúdo externo (livros, apostilas, vídeos etc) para conseguir compreender os conteúdos de parábolas?

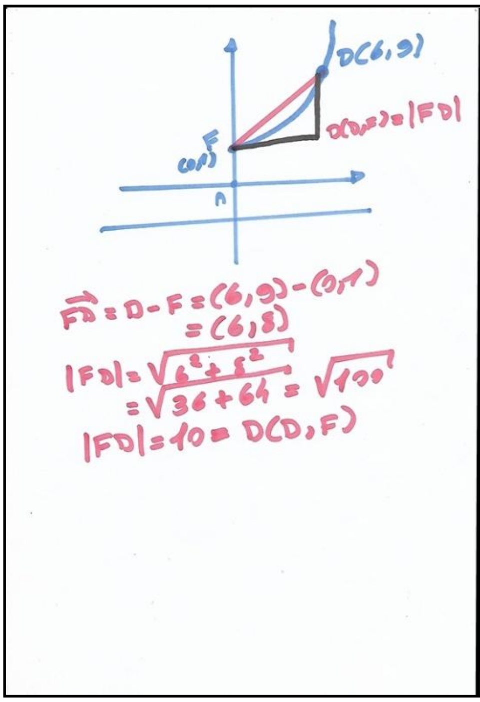
Tópico 4: Remoto x Presencial

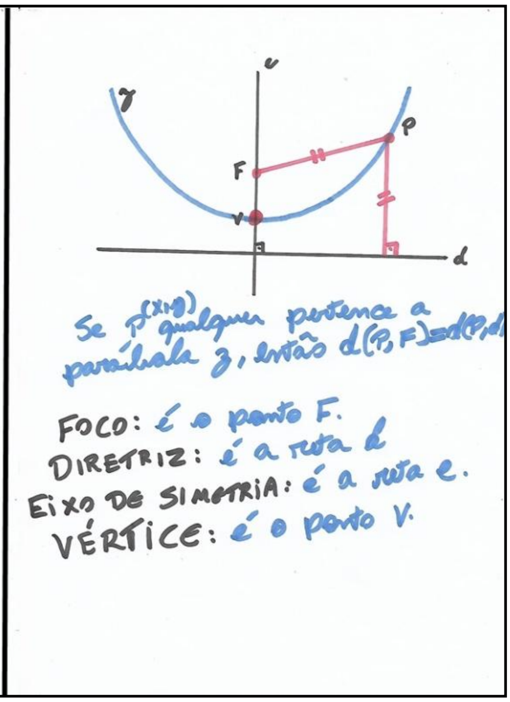
- Você se sentiu à vontade para participar das aulas fazendo perguntas e comentários?

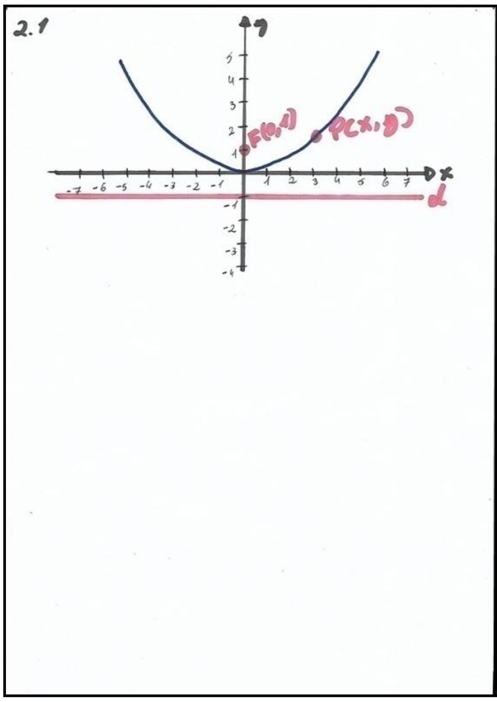
- Você acredita que a metodologia adotada poderia ter sido melhor desenvolvida durante aulas presenciais? Por quê?

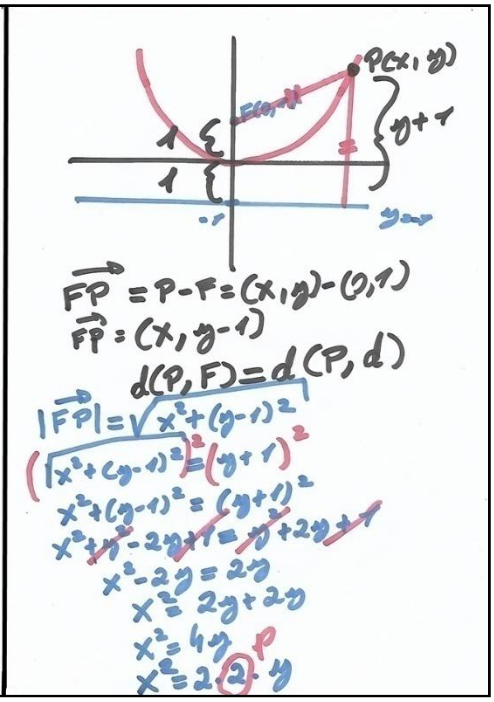
- Você já cursou Geometria Analítica presencialmente? Se sim, como foram as aulas sobre parábolas? Você acha que a metodologia adotada poderia ser utilizada no ensino presencial? Por quê?

APÊNDICE J – Folhas utilizadas pelo pesquisador durante os encontros síncronos

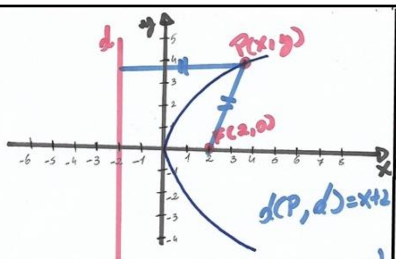








2.2



$\overrightarrow{FP} = P - F = (x, y) - (2, 0) = (x-2, y)$

$|\overrightarrow{FP}| = \sqrt{(x-2)^2 + y^2} = d(P, F)$

$d(P,F) = d(P,d)$

$\left(\sqrt{(x-2)^2+y^2}\right)^2 = (x+2)^2$

$(x-2)^2 + y^2 = (x+2)^2$

$\cancel{x^2} - 4x + \cancel{4} + y^2 = \cancel{x^2} + 4x + \cancel{4}$

$y^2 - 4x = 4x$

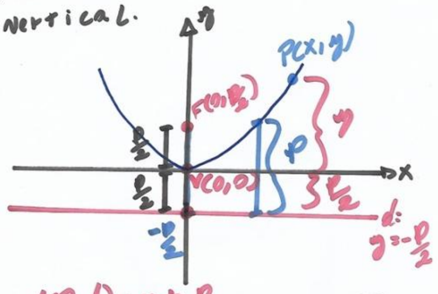
$y^2 = 4x + 4x$

$y^2 = 8x$

$y^2 - 8x = 0$

Equações redugidos da parábola

1) concanidade voltada para cima e eixo de simetria vertical.



$d(P,d) = y + \frac{p}{2}$

$d(P,F) = |\overrightarrow{FP}| = \sqrt{x^2 + (y - \frac{p}{2})^2}$

$\overrightarrow{FP} = P - F = (x, y) - (0, \frac{p}{2}) = (x, y - \frac{p}{2})$

$d(P,F) = d(P,d)$

$\left(\sqrt{x^2 + (y - \frac{p}{2})^2}\right)^2 = \left(y + \frac{p}{2}\right)^2$

$x^2 + \cancel{y^2} - \cancel{2} \cdot y \cdot \frac{p}{\cancel{2}} + \frac{p^2}{4} = \cancel{y^2} + \cancel{2} \cdot y \cdot \frac{p}{\cancel{2}} + \frac{p^2}{4}$

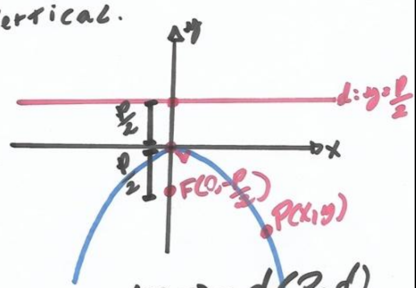
$x^2 + \cancel{y^2} - p \cdot y + \cancel{\frac{p^2}{4}} = \cancel{y^2} + p y + \cancel{\frac{p^2}{4}}$

$x^2 - p y = p y$

$x^2 = p y + p y$

$\boxed{x^2 = 2 \cdot p \cdot y}$

2) concavidade voltada para baixo e eixo de simetria vertical.

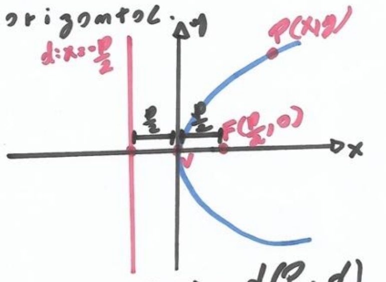


$d(P,F) = d(P,d)$

$\vdots$

$\boxed{x^2 = -2 \cdot p \cdot y}$

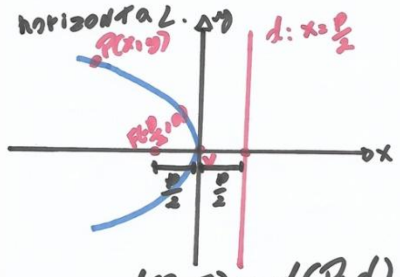
3) Concavidade voltada para a direita e eixo de simetria horizontal.



$d(P,F) = d(P,d)$

$$\boxed{y^2 = 2 \cdot p \cdot x}$$

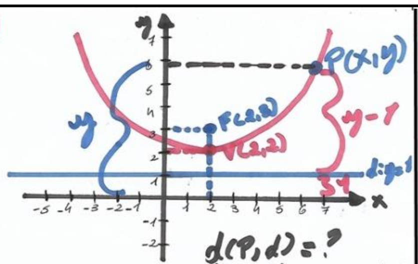
4) Concavidade voltada para a esquerda e eixo de simetria horizontal.



$d(P,F) = d(P,d)$

$$\boxed{y^2 = -2 \cdot p \cdot x}$$

3.1)



$d(P,d) = ?$

$d(P,d) = y-1$

$\vec{FP} = P - F = (x,y) - (2,3) = (x-2, y-3)$

$|\vec{FP}| = \sqrt{(x-2)^2 + (y-3)^2}$

$d(P,F) = d(P,d)$

$\left(\sqrt{(x-2)^2+(y-3)^2}\right)^2 = (y-1)^2$

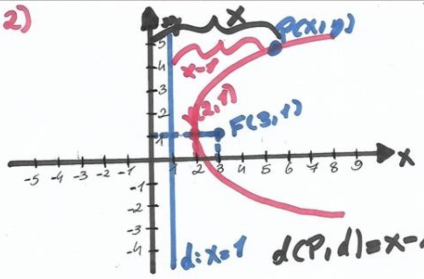
$(x-2)^2 + (y-3)^2 = (y-1)^2$

$x^2 - 4x + 4 + \cancel{y^2} - 6y + 9 = \cancel{y^2} - 2y + 1$

$x^2 - 4x - 6y + 2y = 1 - 4 - 9$

$x^2 - 4x - 4y = -12$

3.2)



$d(P,d) = x-1$

$\vec{FP} = (x-3, y-1)$

$|\vec{FP}| = \sqrt{(x-3)^2 + (y-1)^2}$

$d(P,F) = d(P,d)$

$\left(\sqrt{(x-3)^2+(y-1)^2}\right)^2 = (x-1)^2$

$\cancel{x^2} - 6x + 9 + y^2 - 2y + \cancel{1} = \cancel{x^2} - 2x + \cancel{1}$

$-6x + 9 + y^2 - 2y = -2x$

$-6x + y^2 - 2y + 2x = -9$

$y^2 - 4x - 2y = -9$

Na atividade 3.1 tínhamos uma parábola com vértice fora da origem e eixo de simetria vertical cuja equação era $x^2-4x=4y-12$. Vamos reescrever a equação da seguinte forma:

$$x^2-4x=4y-12$$
$$x^2-4x+4-4=4y-12$$
$$\underbrace{x^2-2.x.2+4}-4=4y-12$$
$$(x-2)^2-4=4y-12$$
$$(x-2)^2=4y-12+4$$
$$(x-2)^2=4y-8$$
$$(x-2)^2=4(y-2)$$
$$(x-2)^2=2.2(y-2)$$

$$(x+2)^2$$
$$x^2+2.x.2+2^2$$
$$x^2+4x+4=(x+2)^2$$

$$x^2+6x+9=$$
$$=x^2+2.x.3+3^2$$
$$=(x+3)^2$$

$$\cancel{x^2+6x+8}$$
$$\cancel{x^2+2.x.3+8}$$
$$x^2+6x+\underbrace{8+1}-1$$
$$\underbrace{x^2+6x+9}-1$$
$$(x+3)^2-1$$

$$x^2+4x+5-1+1$$

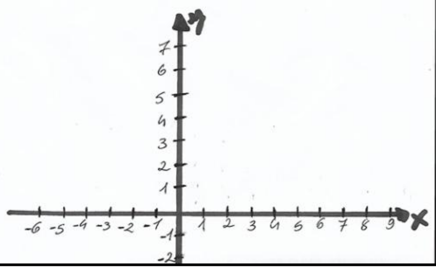
Assim a equação genérica de uma parábola com vértice fora da origem, eixo de simetria vertical e concavidade voltada para cima é:

$$(x-x_0)^2=2p(y-y_0)$$

onde $V(x_0,y_0)$ é o vértice dessa parábola.

Ex: $(x-1)^2=4(y-1)$

$V=(1,1)$, $p=2$

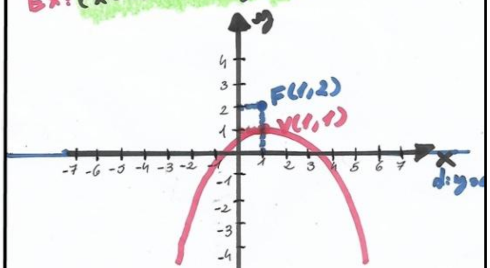


Analogamente, a equação genérica de uma parábola com vértice fora da origem, eixo de simetria vertical e concavidade voltada para baixo é:

$$(x-x_0)^2=-2p(y-y_0)$$

onde $V(x_0,y_0)$ é o vértice dessa parábola

Ex: $(x-1)^2=-4(y-1)$



As equações genéricas com vértice $V(x_0, y_0)$ fora da origem e eixo de simetria horizontal são:

$$(y-y_0)^2 = 2p(x-x_0)$$

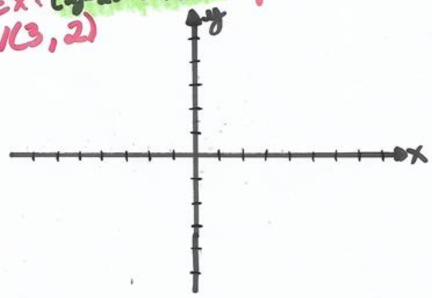
para comcavidade voltada para a direita e:

$$(y-y_0)^2 = -2p(x-x_0)$$

para comcavidade voltada para a esquerda.

Ex. $(y-2)^2 = 4(x-3)$ $p = 2$

$V(3, 2)$



ANEXO A – Plano de Ensino do componente curricular da turma

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO

PLANO DE ENSINO

Dados de Identificação			
Campus: Bagé	Curso:		
Componente Curricular: Geometria Analítica			Código: BA011015
Pré-requisito(s): Não possui pré-requisitos			
Docente: [redacted]			Turma(s):
Ano Letivo / Semestre: 2020/1			Turno: Manhã
Carga Horária Total: 60	CH teórica: 60	CH Prática: -------------	CH Semipresencial:

Ementa

Vetores no plano e no espaço. Produto escalar. Produto vetorial. Produto misto. Retas no plano e no espaço. Estudo do plano. Distâncias. Cônicas. Quádricas.

Objetivos

Objetivo geral: A partir do estudo de vetores utilizar técnicas algébricas para resolver problemas da Geometria Analítica. Desenvolver a intuição e a visualização espacial de figuras.

Objetivos específicos: Desenvolver e aplicar o pensamento geométrico aos problemas que envolvam localização e representação, reconhecendo noções de direção e sentido, de ângulo, de paralelismo e de perpendicularismo. Articular os conhecimentos da álgebra e da geometria. Compreender a aplicação do conceito de vetor na resolução de problemas; Operar com vetores. Calcular os produtos escalar, vetorial e misto, bem como utilizar suas interpretações geométricas. Identificar e representar retas, planos, cônicas e quádricas. Utilizar o software GeoGebra para representar os entes geométricos estudados.

Metodologia

A metodologia seguirá os princípios da Sala de Aula Invertida na qual os acadêmicos estudam em casa os conteúdos postados previamente de forma assíncrona e nos encontros síncronos esclarecem dúvidas, discutem os conteúdos com a professora e com os colegas e resolvem problemas com acompanhamento da professora.
Atividades assíncronas: A plataforma utilizada para a postagem dos conteúdos será a Google Classroom e os recursos utilizados poderão ser apostilas, e-books (Minha Biblioteca), vídeos do YouTube, murais do Padlet, podcasts, slides, entre outros, conforme o decorrer do semestre. Os conteúdos estarão organizados por aula e por datas. Os acadêmicos deverão postar as atividades propostas nas datas combinadas e indicadas na plataforma.
Atividades síncronas: Nos horários das aulas, a professora utilizará o Google Meet e/ou similar para encontros virtuais com os acadêmicos. Nesses encontros os acadêmicos poderão esclarecer dúvidas, solicitar explicações de conteúdos, discutir os conteúdos e a resolução de problemas com a professora e com os colegas. Os recursos utilizados poderão ser slides, software GeoGebra, apostilas, e-books (Minha Biblioteca), Google Forms, Open Board, entre outros, conforme o decorrer do semestre.

Avaliação do Processo de Ensino-Aprendizagem

A avaliação será feita continuamente pela observação da participação, compreensão e interesse dos estudantes durante as atividades síncronas e assíncronas. O diagnóstico da situação de aprendizagem de cada acadêmico será feito com base em, no mínimo, três instrumentos de avaliação (PRO, TAR e IND) que serão utilizados de forma assíncrona durante o semestre para compor as avaliações $\mathbf{A_1}$ (Vetores no plano e no espaço. Produto escalar. Produto vetorial. Produto misto), $\mathbf{A_2}$ (Retas no plano e no espaço. Estudo do plano. Distâncias) e $\mathbf{A_3}$ (Cônicas e Quádricas).

Os instrumentos **PRO** terão o valor de 0 a 3 pontos e consistem na postagem da resolução dos problemas indicados para cada conteúdo.

Os instrumentos **TAR** terão o valor de 0 a 3 pontos e consistem em pequenos trabalhos com apresentação em murais do Padlet ou em outros aplicativos que serão combinados e informados no decorrer do semestre.

Os instrumentos **IND** serão avaliações individuais, com valor de 0 a 4 pontos, que serão desenvolvidas com consulta aos materiais de aula no Google Forms.

Outras formas de avaliação poderão ser pensadas e instituídas, em comum acordo entre os acadêmicos e a professora.

A avaliação A_1 será a soma das avaliações PRO1, TAR1 e IND1 (A_1=PRO1+TAR1+IND1).

A avaliação A_2 será a soma das avaliações PRO2, TAR2 e IND2 (A_2=PRO2+TAR2+IND2).

A avaliação A_3 será a soma das avaliações PRO3, TAR3 e IND3 (A_3=PRO3+TAR3+IND3).

A média aritmética M será obtida da seguinte forma: M=(A_1+ A_2+ A_3)/3.

A nota final mínima para aprovação é M=6,0, condicionada ao mínimo de 75% de frequência nas atividades síncronas e assíncronas; as licenças e afastamentos discentes devem estar de acordo com as possibilidades elencadas na Resolução 29/2011 e na legislação vigente, conforme Resolução CONSUNI 249 de 05 de agosto de 2019.

Atividades de Recuperação Preventiva do Processo de Ensino-Aprendizagem

Caso os instrumentos de avaliação e a observação da participação, compreensão e interesse dos alunos durante as atividades síncronas e assíncronas demonstrem que os acadêmicos ainda não se apropriaram de determinados conteúdos, estes poderão ser revistos durante as aulas. Em todos os casos, os acadêmicos que ainda encontrarem dificuldades na compreensão desses conteúdos, serão atendidos em horário extra disponibilizado pela professora de forma online. Poderá ser realizada uma avaliação para recuperação de desempenho em data e horário a ser combinado com a turma.

Cronograma e Programa do Componente Curricular

Data (quando)	Número da Aula	Conteúdo(s) (o quê)
08/09	01, 02	Síncrona. Apresentação do componente curricular, do Plano de Ensino, da professora e dos acadêmicos.
10/09	03, 04	Assíncrona. Noção intuitiva e definição de vetor. Casos particulares de vetores. Exercícios.
15/09	05, 06	Assíncrona. Operações com vetores. Adição, diferença, multiplicação de número real por vetor, versor de um vetor e ângulo entre dois vetores. Exemplos resolvidos e exercícios.
17/09	07, 08	Síncrona. Esclarecimento de dúvidas e/ou discussão sobre vetores e operações com vetores.
22/09	09, 10	Assíncrona. Vetores no plano. Representação, igualdade, adição, multiplicação por escalar. Exemplos resolvidos e exercícios.
24/09	11, 12	Assíncrona. Vetores definidos por dois pontos. Paralelismo, módulo de um vetor, versor de um vetor. Vetores no espaço. Exemplos resolvidos e exercícios.
29/09	13, 14	Síncrona. Esclarecimento de dúvidas e/ou discussão sobre vetores no plano e no espaço.
01/10	15, 16	Assíncrona. Produto escalar. Propriedades. Ângulo entre dois vetores. Condição de ortogonalidade. Projeção de um vetor. Trabalho realizado por uma força. Exemplos resolvidos e problemas.
06/10	17, 18	Síncrona. Esclarecimento de dúvidas e/ou discussão sobre os conteúdos e problemas relacionados ao produto escalar.
08/10	19, 20	Assíncrona. Produto vetorial. Propriedades. Interpretação geométrica do módulo do produto vetorial. Exemplos resolvidos e problemas.
13/10	21, 22	Síncrona. Esclarecimento de dúvidas e/ou discussão sobre os conteúdos e problemas relacionados ao produto vetorial.
15/10	23, 24	Assíncrona. Produto misto. Propriedades. Interpretação geométrica do módulo do produto misto. Volume do tetraedro. Exemplos resolvidos e problemas.
20/10	25, 26	Síncrona. Esclarecimento de dúvidas e/ou discussão sobre os conteúdos e problemas relacionados ao produto misto.
22/10	27, 28	Assíncrona. AVALIAÇÃO individual (IND 1) sobre os conteúdos que compõem o bloco: Vetores no plano e no espaço. Produto escalar. Produto vetorial. Produto misto.
23/10	29,30	Assíncrona. Retas. Equações paramétricas, simétricas e reduzidas. Posições relativas entre retas. Exemplos resolvidos e problemas.
27/10	31,32	Assíncrona. Retas. Equações paramétricas, simétricas e reduzidas. Posições relativas entre retas. Exemplos resolvidos e problemas.
29/10	33, 34	Síncrona. Esclarecimento de dúvidas e/ou discussão sobre os conteúdos e problemas relacionados às retas.
03/11	35, 36	Assíncrona. Planos. Equação geral, determinação de um plano, planos paralelos aos eixos e aos

		planos coordenados. Exemplos resolvidos e problemas.
05/11	37, 38	Assíncrona. Planos. Equações paramétricas do plano. Interseção de dois planos. Interseção de reta com plano. Exemplos resolvidos e problemas.
10/11	39, 40	Síncrona. Esclarecimento de dúvidas e/ou discussão sobre os conteúdos e problemas relacionados aos planos.
12/11	41, 42	Assíncrona. AVALIAÇÃO individual (IND 2) sobre os conteúdos que compõem o bloco: retas e planos.
17/11	43, 44	Assíncrona. Cônicas: estudo da parábola. Exemplos resolvidos.
19/11	45, 46	Síncrona. Esclarecimento de dúvidas e/ou discussão sobre os conteúdos e problemas relacionados à parábola.
20/11	47, 48	Assíncrona. Resolução de problemas sobre distâncias: entre dois pontos, entre ponto e reta, entre retas paralelas, entre ponto e plano, entre planos paralelos, entre retas reversas.
24/11	49, 50	Assíncrona. Resolução de problemas sobre parábola.
26/11	51, 52	Assíncrona. Cônicas: estudo da elipse. Exemplos resolvidos. Resolução de problemas.
01/12	53, 54	Síncrona. Esclarecimento de dúvidas e/ou discussão sobre os conteúdos e problemas relacionados à elipse.
03/12	55, 56	Assíncrona. Cônicas: estudo da hipérbole. Exemplos resolvidos.
08/12	57, 58	Síncrona. Esclarecimento de dúvidas e/ou discussão sobre os conteúdos e problemas relacionados à hipérbole.
09/12	59, 60	Assíncrona. AVALIAÇÃO individual (IND 3) sobre os conteúdos que compõem o bloco: Cônicas (parábola, elipse e hipérbole).
10/12	61, 62	Assíncrona. Estudo das superfícies quádricas (elipsóides, esferas, parabolóides, hiperbolóides, superfícies cilíndricas e superfícies cônicas).
15/12	63, 64	Síncrona. Esclarecimentos de dúvidas sobre superfícies quádricas (elipsóides, esferas, parabolóides, hiperbolóides, superfícies cilíndricas e superfícies cônicas). Tarefa em trios para construção de superfícies quádricas.
17/12	65, 66	Síncrona. Apresentação das tarefas pelos trios e encerramento do componente.

Atendimento aos Acadêmicos

Os acadêmicos serão atendidos de forma **síncrona** pela professora através do Google Meet e/ou similar (online) nas segundas-feiras, das 10h às 12h.
Perguntas enviadas via Google Classroom, chat ou e-mail serão respondidas de forma **assíncrona** nas segundas-feiras, das 8h às 10h.

Ações Interdisciplinares entre Ensino-Pesquisa-Extensão

Roteiros de aprendizagem desenvolvidos no Projeto de Ensino "Atividades de Geometria Analítica com o GeoGebra" poderão ser utilizados durante o semestre.

Outras Ações

Os acadêmicos que demonstrarem dificuldades em conhecimentos de matemática básica devem acessar a Plataforma Kham Academy, assistir vídeos dos assuntos que mais lhes desafiam e resolver as atividades propostas de forma assíncrona.

Bibliográfica Básica

BOULOS, P.; CAMARGO, I. Geometria analítica um tratamento vetorial. 3. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2005.
LIMA, E. L. Geometria Analítica e álgebra linear. 1. ed. Rio de Janeiro: IMPA, 2006.
WINTERLE, P. Vetores e geometria analítica. 1. ed. São Paulo: MAKRON Books, 2000.

Bibliografia Complementar

SANTOS, Fabiano José dos; FERREIRA, Silvimar Fábio. Geometria analítica [recurso eletrônico]. Porto Alegre: Bookman, 2009. [Minha Biblioteca]

SILVA, Cristiane da; MEDEIROS, Everton Coelho de. Geometria analítica [recurso eletrônico]. Porto Alegre: SAGAH, 2019. [Minha Biblioteca]
CAROLI, A. de et al. Matrizes, vetores e geometria analítica. 1. ed. São Paulo: Nobel, 1984.
IEZZI, G. Fundamentos de matemática elementar. 4. ed. São Paulo: Atual, 1993. v. 7.
JULIANELLI, J. R. Cálculo vetorial e geometria analítica. 1. ed. Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2008.
REIS, G. L.; SILVA, V. V. Geometria analítica. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 1996.
STEINBRUCH, A.; WINTERLE, P. Geometria analítica. 2. ed. São Paulo: MAKRON Books, 1987.

Data: 08/09/2020.

Docente Responsável: ____.