Universidade Federal do Pampa

ESPECIALIZAÇÃO EM EDUCAÇÃO CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

O uso do Algeplan em uma turma multisseriada para o estudo de polinômios.

Simone Beatriz Moreira

Trabalho final apresentado à banca examinadora como requisito parcial para obtenção do título de Especialista em Educação Científica e Tecnológica.
Profª. Dra. Ângela Maria Hartmann (Orientadora)

Caçapava do Sul, 07 de março de 2019.

O uso do Algeplan em uma turma multisseriada para o estudo de polinômios.

Simone Beatriz Moreira

RESUMO

Este trabalho de pesquisa teve por objetivo investigar a interação entre alunos durante o estudode polinômios em uma classe multisseriada durante o ensino de Álgebra,em uma escola do campo do município de Caçapava do Sul, RS.A intervenção promoveu o estudo de polinômios, fazendo uso do Algeplan, por alunos do 8º e 9º anos do Ensino Fundamental durante aulas de Matemática.Para tal, foi preparada uma atividades, que abrangeu desde a compreensão do conceito de monômios até operações de adição, multiplicação e divisão de polinômios. Durante a aplicação da sequência de atividades foram observadas as interações entre os alunos e gravados seus comentários, visando identificar e analisar como aconteceu a colaboração entre eles à medida que realizavam as tarefas, bem como sua compreensão do conteúdo. Durante as atividades, observou-se um maior envolvimento e entusiasmo dos alunos em realizar o estudo das operações algébricas. O uso de material manipulável facilitou o entendimento do conteúdo de polinômios e propiciou uma maior participação dos alunos no estudo. Foi possível identificar ocasiões em que alunos do 8º ano explicavam como resolver as situações propostas para alunos do 9º ano, que já tinham estudado esse conteúdo no ano anterior. De um modo geral, a maior dificuldade dos alunos foi à interpretação das atividades propostas, uma vez que não estavam habituados a raciocinar usando material manipulável, o que exige atenção e esforço de compreensão do que é esperado na tarefa.

Palavras-chave: Educação Matemática; Escola do Campo; Ensino Fundamental.

ABSTRAC

This work aimed to investigate the interaction between students during the study of polynomials in a multiseriate class during the teaching of Algebra, at a school in the countryside of the municipality of Caçapava do Sul, RS. The intervention promoted the study of polynomials, making use of of Algeplan, by students of the 8th and 9th years of Elementary School during Mathematics classes. For this, an activities was prepared, ranging from understanding the concept of monomials to operations of addition, multiplication and division of polynomials. During the application of the sequence of activities were observed the interactions between the students and recorded their comments, aiming to identify and analyze how the collaboration happened between them as they performed the tasks, as well

as their understanding of the content. During the activities, students were more involved and enthusiastic in carrying out the study of algebraic operations. The use of manipulative material facilitated the understanding of the content of polynomials and provided a greater participation of students in the study. It was possible to identify occasions in which 8th year students explained how to solve the situations proposed for 9th grade students, who had already studied this content in the previous year. In general, the students' greatest difficulty was the interpretation of the proposed activities, since they were not accustomed to reasoning using manipulative material, which requires attention and effort to understand what is expected in the.
Keywords: Mathematics Education; School of the Field; Elementary School.

1 INTRODUÇÃO

Como docente em escola do campo há sete anos, constato que os professores dessas escolas têm a difícil tarefa de fazer seus alunos interessarem-se pelo conhecimento escolar. Para a maioria deles, a escola não é só um espaço de aprendizagem do conhecimento, mas um espaço de lazer. Além da falta de atenção e interesse de vários alunos, também a discriminação e o preconceito marcam presença em sala de aula. Alguns alunos têm vergonha de se expor e dizer exatamente o que fazem no seu cotidiano.

Mesmo que na lida do campo, o produtor efetue regularmente cálculos, o que faz normalmente com facilidade, essas são ações que ele aprendeu a fazer de acordo com suas necessidades. Na escola, porém, grandes obstáculos parecem ser enfrentados pelos estudantes para fazer uso formal do conhecimento matemático e aplicar o que lhes é ensinado. Dentro desta dinâmica, as metodologias de ensino têm sido alvo da crítica, na medida em que não contribuem significativamente para o anseio social de a escola ensinar algo relevante para seus estudantes.

A escola do campo, onde foi realizada a pesquisa sobre a intervenção pedagógica, atende uma comunidade de baixo poder aquisitivo, em que as pessoas subsistem por meio de subempregos na cidade e da pequena agricultura ligada à lavoura e/ou à criação de animais. A maior parte dos alunos é formada por filhos de trabalhadores da terra, que mantêm ligação com ela porque seus pais trabalham em associações de recebimento da produção agrícola ou na própria terra.

Conversando com os alunos da escola, constata-se que, apesar da forte ligação de dependência que possuem com o meio rural, não há neles envolvimento com as questões da terra. Desconhecem as políticas agrícolas, os processos produtivos, os ciclos da agricultura, a rentabilidade e o funcionamento do mercado agrícola. Muitos não sabem qual o tamanho da área de terras que a família trabalha (ou possui) e qual é seu potencial produtivo. Os adultos consideram afortunadas as crianças e jovens que vão para a zona urbana estudar. Pela ausência de políticas públicas que mantenham as pessoas no campo, nos últimos anos, o êxodo rural tem sido uma alternativa para melhorar de vida. De acordo com Molina (2005, p. 58): "Trabalhadores rurais e suas estratégias são vistas como inúteis, desprezados, suas localidades não existem, exatamente porque este modelo não tem o campo como localidade de vida". Como cultura, alguns pais incentivamos filhos a estudar e a "sair do campo".

E necessário pensar sobre o conhecimento escolar e a individualidade das populações rurais, levando em consideração a importância de serem aceitos e educados no local onde estão inseridos, tendo o mesmo direito à educação de alunos na zona urbana. A Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional nº 9394/1996 (LDB/96) (BRASIL, 1996) enfatiza o direito a uma escola pública, gratuita e de qualidade para todos. Além disso, a Educação Básica nas escolas do campo é um direito que implica a responsabilidade do poder público em promover um ensino de qualidade, respeitando-se suas especificidades.

> Art. 28. - Na oferta da educação básica para a população rural, os sistemas de ensino promoverão as adaptações necessárias à sua adequação às peculiaridades da vida rural e de cada região, especialmente:
> I.conteúdos curriculares e metodologias apropriadas às reais necessidades e interesses dos alunos da zona rural
> II.organização escolar própria, incluindo a adequação do calendário escolar às fases do ciclo agrícola e às condições climáticas
> III.adequação à natureza do trabalho na zona rural (BRASIL, 1996).

Na educação do campo, é fundamental que o professor realize adequações curriculares e empregue metodologias de interesse dos alunos da zona rural. É fundamental que essas metodologias estimulem a iniciativa, a criatividade e a interatividade, empregando ferramentas apropriadas para que os estudantes sejam protagonistas do seu aprendizado. Nessa perspectiva, considera-se que ensinar a Matemática, de forma a proporcionar momentos de trocas de saberes, permite que os alunos e as alunas exponham inclusive o que trazem consigo historicamente construídos, e resolvam problemas de outras formas que não apenas por fórmulas matemáticas. Na intervenção e pesquisa descritas neste trabalho escolheu-se trabalhar dessa forma com o conteúdo de Álgebra previsto para os Anos Finais do Ensino Fundamental.

A Álgebra é o ramo da Matemática que trabalha com incógnitas e variáveis. Assim como as demais áreas da Matemática, a Álgebra não foi criada por uma única pessoa ou sociedade. Ao longo da história, os conceitos algébricos foram sendo experimentados e aperfeiçoados. (ANDRINI, 2017). O chamado “Pai da Álgebra” é Diofante, matemático grego que viveu em Alexandria, Egito, por volta do século III d.C. Nas primeiras tentativas de criar uma notação algébrica, Diofante representava os números de 1 a 19 com letras gregas e incógnitas. Uma igualdade era indicada pela palavra “isos”. (ANDRINI, 2017).

Segundo Baumgart (1992), o termo “álgebra” advém da palavra árabe “al-jabr”, empregada no livro “Al-Kitabal-jabrwa’lMuqabalah” do matemático Mohammed ibn-Musa al-Khwarizmi. Esta obra foi escrita em Bagdá por volta do ano 825 e tratava dos procedimentos de “restauração” e de “redução” de equações para a obtenção de suas raízes.Os gregos Aristóteles (384-322 a.C.) e Euclides(séculos III a.C.)foram os filósofos que deram os primeiros passos no emprego de letras e símbolos para indicar números e expressar a solução de um problema.O matemático francês François Viète (1540-1603), por sua vez, foi um dos grandes responsáveis pelo desenvolvimento da linguagem algébrica. Viète era advogado e dedicava seu tempo livre para estudar Matemática. Suas contribuições foram importantes na Aritmética e na Geometria. (ANDRINI, 2017).

De acordo com Miguel, Fiorentini e Miorim (1992), a Álgebra foi introduzida legalmente no ensino brasileiro a partir da Carta Régia de 19 de agosto de 1799. Mas foi no início do século XIX que o estudo de Álgebra foi efetivamente introduzido no ensino de Matemática.

A Álgebra caracteriza-se, atualmente, pelo estudo das relações matemáticas na resolução de problemas, em que as operações são realizadas de modo abstrato (PONTE, 2006). Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) (BRASIL, 1998), a Álgebra é um importante ramo da Matemática a ser trabalhado no Ensino Fundamental, sendo um dos objetivos relacionados a esse conteúdo

> [...] resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como intuição, indução, dedução, analogia, estimativa e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos. (BRASIL, 1998, p.48).

Contudo, a passagem da Aritmética para a Álgebra é uma das grandes dificuldades dos alunos, cabendo ao docente promover habilidades de modo a fortalecer o pensamento algébrico dos alunos no que diz respeito à simbolização (PONTE, 2006). Segundo Warren e Cooper (2008), deve-se buscar fortalecer o pensamento algébrico de modo que o aluno compreenda as estruturas matemáticas. Para tal, é importante empregar diferentes representações e utilizar materiais manipuláveis.

De acordo com a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) (BRASIL, 2017), a unidade temática Álgebra tem como finalidade o desenvolvimento de um tipo especial de pensamento – o pensamento algébrico – que é essencial para utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas de grandezas e, também, de situações e estruturas matemáticas, fazendo uso de letras e outros símbolos. Para esse desenvolvimento, é necessário que os alunos identifiquem regularidades e padrões de sequências numéricas e não numéricas, estabeleçam leis matemáticas que expressem a relação de interdependência entre grandezas em diferentes contextos, bem como criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas para resolver problemas por meio de equações e inequações, com compreensão dos procedimentos utilizados. As ideias matemáticas fundamentais vinculadas a essa unidade são: equivalência, variação, interdependência e proporcionalidade. Em síntese, essa unidade temática enfatiza o desenvolvimento de uma linguagem, o estabelecimento de generalizações, a análise da interdependência de grandezas e a resolução de problemas por meio de equações ou inequações.

Tendo em vista o exposto acima, foi elaborada uma sequência de atividades utilizando como material manipulável o Algeplan. A metodologia para desenvolver com os alunos a sequência de atividades teve por objetivo provocar a interação e a colaboração entre eles, visando à compreensão do conteúdo de Álgebra estudado nos Anos Finais do Ensino Fundamental. A proposta de investigação teve como objetivo responder o seguinte problema de pesquisa “A interação entre alunos de uma classe multisseriada, durante o estudo de polinômios, contribui para uma aprendizagem efetiva e interação de conteúdos algébricos?”

Apresenta-se, a seguir, algumas pesquisas e relatos de experiências, em que os autores utilizaram do Algeplan para o ensino de polinômios em turmas de Anos Finais do Ensino Fundamental.

2 ESTUDOS RELACIONADOS

São apresentados a seguir quatro trabalhos que inspiraram a realização da intervenção e a pesquisa descritas neste artigo: Bertoli e Schuhmacher (2013); Santos e Santos(2014); Schuck, Strottmann, Negreiros e Schein (2013); Fanti, Kodama, Martins e Cunha(2006).

O trabalho de Bertolie Schuhmacher (2013) teve por objetivo auxiliar o processo de ensino de polinômios para o 8º ano do Ensino Fundamental. Os autores trabalharam com a hipótese de que a utilização de uma atividade experimental nas aulas de matemática podia favorecer a aprendizagem significativa nos alunos. Ao avaliar os resultados, observaram que os alunos, ao realizar as atividades em duplas, motivaram-se para o estudo de polinômios devido à confecção das peças do Algeplan. No trabalho aqui relatado, as atividades de confecção do Algeplan também foram realizadas em duplas, mas em uma escola do campo, com uma turma multisseriada composta por alunos do 8º ano e 9º ano, enquanto que Bertoli e Schuhmacher (2013) as aplicaram em uma turma de 8º ano do Ensino Fundamental, de uma escola pública da cidade de Blumenau.

Santos e Santos (2014) construíram o Algeplan com materiais recicláveis em um minicurso para professores (as) da Educação Básica e licenciados (as) em Matemática da Universidade Federal de Pernambuco (CAA),com quatro horas de duração. As atividades propostas no minicurso relacionavam figuras geométricas com a Álgebra com o objetivo de auxiliarn o processo de ensino e de aprendizagem. O Algeplan foi apresentado como um jogo que servia de apoio para a introdução de conceitos algébricos. Na intervenção e pesquisa relatadas neste trabalho, também foram usadas figuras geométricas para entender conceitos algébricos, utilizando 30 aulas de 50 minutos.

Schuck *et al.*(2013) realizaram uma investigação em duas etapas. Na primeira etapa, foi feito um levantamento das maiores dificuldades dos alunos em aulas de Matemática. Na segunda etapa, os alunos participaram de uma oficina sobre polinômios. Durante a oficina foi proposta a atividade de construção dos conceitos referentes a polinômios usando o Algeplan. O trabalho descrito neste artigo se aproxima da segunda parte da investigação realizada por esses autores, diferenciando-se pela confecção do material manipulável ao invés de apresentá-lo pronto aos alunos.

Fanti *et al.*(2006)utilizaram o Algeplan em sala de aula após uma introdução teórica ao estudo de polinômios. As peças do Algeplan foram construídas utilizando o Cabri Géomètre II, de modo a obter um Algeplan virtual. No trabalho descrito neste artigo foi utilizado o Algeplan construído com peças manipuláveis fisicamente, diferenciando-se do trabalho desses autores, que utilizaram o laboratório de informática. Uma das razões para não desenvolver atividades computacionais é que a escola, onde foram realizadas a intervenção e a pesquisa, não possui laboratório de informática.

Apresenta-se a seguir o referencial teórico que dá embasamento a este trabalho, discutindo questões relativas ao currículo de Matemática no Ensino Fundamental, em especial, o ensino de Álgebra.

3 O CURRÍCULO DE MATEMÁTICA E O ENSINO DE ÁLGEBRA

A Matemática possui relações de estabilidade e ligação que acarretam o interesse e incentivam as habilidades de abranger, idealizar e abstrair, colaborando com a organização do pensamento e o desenvolvimento do raciocínio lógico. (DIENES, 1974).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Fundamental (PCN) (BRASIL, 1997) explicam as funções da Matemática no Ensino Fundamental pela proposição de objetivos que evidenciam a importância de o aluno valorizá-la como instrumental para compreender o mundo a sua volta e de olhar como área do conhecimento que estimula o interesse, a curiosidade e o espírito de investigação.

> O ensino de matemática prestará sua contribuição à medida que forem exploradas metodologias que priorizem a criação de estratégias, a comprovação, a justificativa, a argumentação, o espírito crítico, e favoreçam a criatividade, o trabalho coletivo, a iniciativa pessoal e a autonomia, advinda do desenvolvimento da confiança na própria capacidade de conhecer a enfrentar desafios. (BRASIL, 1997, p.31).

O documento destaca ainda que: “para garantir o desenvolvimento do pensamento algébrico o aluno deve estar necessariamente engajado em atividades que inter-relacionem as diferentes concepções da Álgebra.” (idem, p. 116).

O pensamento algébrico e caracteriza por estruturas significativas que servem de base para analisar e resolver situações problemas, ampliando os esquemas mentais já existentes, modificando-os ou substituindo-os por outros, necessários para o enriquecimento de informações. (MOYSES, 2006). Por outro lado, fazer uso da Álgebra é muito mais do que apenas reproduzir símbolos, mas “[...] questionar [...] em busca de significados, e abandoná-los a favor de outra representação quanto eles não proporcionam esses mesmos significados.” (ARCAVI, 2006, p. 374).

Lins e Gimenez (2005, p. 11) afirmam que “[...] a introdução da álgebra é o grande momento de corte na educação matemática escolar, e que a reação usual é deixar para depois, ao invés de antecipar essa introdução”. Ou seja, é o período em que os estudantes saem do ensino da alfabetização e passam a ter contato com símbolos que representam números desconhecido, o que os tira da zona de conforto, fazendo com que tenham reações de fuga, e tornando a matemática uma disciplina difícil e, por vezes, desinteressante.

Lev Seminovitch Vygotsky (1896-1934), um dos mais importantes psicólogos do século XX, defendeu que o crescimento do ser humano é motivado pela interação com o meio físico e social e das condições do ser humano e do meio. Segundo ele, o conhecimento se origina e se desenvolve pela interação de diferentes gêneses e como decorrente da relação sujeito-meio que permite a cada um interpretar o mundo em que vive, e situa os indivíduos como sujeitos neste mundo (VYGOTSKY, 1987).

Para Vygotsky, o outro tem um importante papel no desenvolvimento do ser humano. Esse outro atua na Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP) do indivíduo (OLIVEIRA, 1993, p.58). A ZDP é a distância entre o nível de desenvolvimento real, que se costuma determinar através da solução independente de problemas, e o nível de desenvolvimento potencial, determinado através da solução de problemas sob a orientação de um indivíduo (VYGOTSKY, 1991, p.97). Segundo Vygotsky (*apud* MOYSES, 2006), no ensino voltado para a compreensão

> (...) explicar é muito mais do que fazer uma mera exposição. É buscar na estrutura cognitiva dos alunos as ideias relevantes que servirão como ponto de partida para o que se quer ensinar. É caminhar com base nessas ideias, ampliando os esquemas mentais já existentes, modificando-os ou substituindo-os por outros mais sólidos e abrangentes. Nesta tarefa desempenham papel fundamental e exemplificação e o enriquecimento do que está sendo explicado com um número suficiente de informações. (MOYSES, 2006, p. 37).

De acordo com Vygotsky (1988, p.62), "o desenvolvimento do pensamento é determinado pela linguagem, isto é, pelos instrumentos linguísticos do pensamento e pela experiência sócio cultural da criança".Portanto, juntamente com o desenvolvimento do pensamento algébrico, a bagagem sociocultural que possuem permite compreender que determinadas crianças terão mais dificuldades em apreender o conteúdo simbólico da Álgebra.

Paralelo a isso, quando trabalhada a Matemática pode vir a tornar-se uma disciplina compreensível e desejada pelos alunos, com investigações, desafios, e situações problema colocadas não exclusivamente pelo método tradicional, mas fazendo uso de metodologias alternativas e inovadoras, as quais despertem vontade em aprender.

> O conceito de investigação matemática, como atividade de ensino-aprendizagem,ajuda a trazer para a sala de aula o espírito da atividade matemática genuína, constituindo, por isso, uma poderosa metáfora educativa. O aluno é chamado a agircomo um matemático, não só na formulação de questões e conjecturas e narealização de provas e refutações, mas também na apresentação de resultados e nadiscussão e argumentação com os seus colegas e o professor (PONTE, BROCARDO e OLIVEIRA, 2006, p.23).

A aritmética e a álgebra são a "[...] base da matemática escolar". (LINS e GIMENEZ, 1997, p. 13). Contudo, o uso de letras e outras variáveis na Matemática tende a ser confundido com o simples uso de letras como x, y e z, manipulando-as de forma inconsciente, sem valorizar a complexidade do pensamento algébrico e seus múltiplos significados (KLUSENER, 2001). Nesse sentido, é importante que os docentes promovam atividades que desenvolvam o pensar matemático desde os anos iniciais do ensino fundamental, para que não cheguem aos anos finais apenas reproduzindo numerais e símbolos.

> Os adolescentes desenvolvem de forma bastante significativa a habilidade de pensar "abstratamente", se lhes forem proporcionadas experiências variadas, envolvendo noções algébricas, a partir dos ciclos iniciais, de modo informal, em um trabalho articulado com a Aritmética. Assim os alunos adquirem base para uma aprendizagem de Álgebra mais sólida e rica de significados. (BRASIL, 1998, p.117).

Assim, é necessário colocar para a criança uma variável e mostrar como esta varia segundo determinado padrão, fazendo-a perceber o sentido de representar números diferentes por letras. Agindo dessa forma, pode-se diminuir o tempo em convencê-la de que podemos economizar expressões usando letras-códigos. (DIENES, 1974).

Ademais, o pensamento algébrico desde as séries iniciais se valoriza em diferentes formas de representações de ideias por meio de símbolos, desenhos, materiais manipulativos. Desenvolvendo esse pensamento a partir de uma série de atividades de agrupar, classificar, ordenar, é possível facilitar a compreensão dos estudantes em trabalhar com padrões (OLIVEIRA e LAUDARES, 2015). Nesse sentido:

> As atividades com padrões constituem, pois, um poderoso veículo para a compreensão das relações de dependência entre quantidades, assim como são também uma forma concreta e transparente de os alunos começarem a entender as noções de abstração e generalização. (MOSS *et al.*, 2006, p. 59).

É necessário passar por toda essa concretude para que o aluno alcance o sucesso no aprendizado da abstração algébrica. Vale e Pimentel (2005) defendem a ideia de que esse tipo de atividades auxilia no desenvolvimento de capacidades de comunicação na Matemática e contribui para o aumento do desempenho na resolução de problemas. Por fim, Schmidt (2007, p. 45) esclarece que:

> (...) é preciso muito mais do que informar, repetir e aplicar os conceitos em atividades para dar vida e subjetividade à aprendizagem de Matemática, de modo que o aluno efetue uma aprendizagem significativa, é necessário deixar de lado o formalismo, a linguagem rigorosa, as regras rígidas e permitir que as crianças se sintam desafiadas a terem as suas próprias reações.

Assim, às vezes é preciso deixar de lado a rigorosidade e tornar a Matemática uma disciplina instigante, pois não existe uma fórmula única e rígida de ensiná-la, mas metodologias adequadas à realidade do grupo a que se destina o ensino desse conhecimento (ALMEIDA, 2011).

Relata-se a seguir como foi realizada a intervenção.

4 METODOLOGIA

A intervenção foi realizada em uma classe multisseriada, de 8º ano e 9º ano, de uma escola do campo situada no município de Caçapava do Sul, RS. Optou-se por trabalhar com Algeplan porque é um material manipulável que permite trabalhar vários conceitos. O estudo de polinômios é um dos conteúdos propostos no currículo escolar do Ensino Fundamental, mas escuta-se, com certa frequência, os alunos comentarem que Álgebra é difícil de aprender. Ao usar o Algeplan, acredita-se que alguma das dificuldades em compreender as operações algébricas consiga ser superada pelos estudantes. As atividades com material manipulável foram planejadas de modo fossem realizadas de forma interativa, onde houve trocas de conhecimentos entre eles, uma vez que em uma classe multisseriada coexistem alunos de diferentes idades e níveis de escolaridade.

A turma de 8º ano possuía sete alunos e a de 9º ano, seis alunos, totalizando treze alunos envolvidos no trabalho proposto. Como a turma é multisseriada, foi feito um sorteio para formar cinco duplas com um aluno do 8º ano e outro do 9º ano e um trio com dois alunos do 8º ano e um aluno do 9º ano. O sorteio foi realizado, para que os alunos não escolhessem suas duplas.

Neste trabalho, os sujeitos são identificados como Aluno A (8º ano) e Aluno B (9º ano). Para registrar a interação entre os alunos de cada dupla e no trio, foram utilizados gravadores. O mesmo gravador foi utilizado pelas duplas e pelo trio para todas as atividades. Os gravadores foram identificados pelos números gravados na parte de trás do aparelho.

Após a realização das atividades foram ouvidos os diálogos para identificar se houve colaboração e integração entre os alunos das duplas e do trio. Para os alunos do 8º ano, o estudo de polinômios foi novidade e para os de 9º ano foi uma revisão usando material manipulável.

Para a introdução do assunto, foi realizada uma breve revisão de conceito de área de figuras planas e também um breve histórico do estudo de Álgebra no Brasil. As atividades compartilhadas, por serem realizadas em duplas ou trio, foram desenvolvidas entre 05 de setembro e 26 de outubro de 2018, empregando-se para tal 30 aulas de 50 minutos. No quadro 1, é apresentado o número de aulas empregado para o desenvolvimento de cada uma das atividades. Foram realizados dez encontros de três aulas cada um.

As turmas têm, semanalmente, cinco aulas de Matemática de 50 minutos, sendo um dia com duas aulas e outro com três aulas. As atividades compartilhadas foram realizadas nos dias que aconteciam as três aulas seguidas. As outras duas aulas eram destinadas a desenvolver outros conteúdos.

Quadro 1 – Conteúdo e número de aulas da sequência de atividades

Atividades compartilhadas	Nº de aulas	Conteúdo
Atividade Compartilhada I	03	Representação polinomial.
Atividade Compartilhada II	06	Adição algébrica.
Atividade Compartilhada III	09	Multiplicação e fatoração de polinômios.
Atividade Compartilhada IV	12	Divisão de polinômios

Fonte: a autora

O Algeplan foi empregado, inicialmente, para familiarizar os alunos com a representação de variáveis e relacionar áreas de figuras geométricas regulares com a representação polinomial. A intervenção foi realizada por meio de quatro atividades compartilhadas

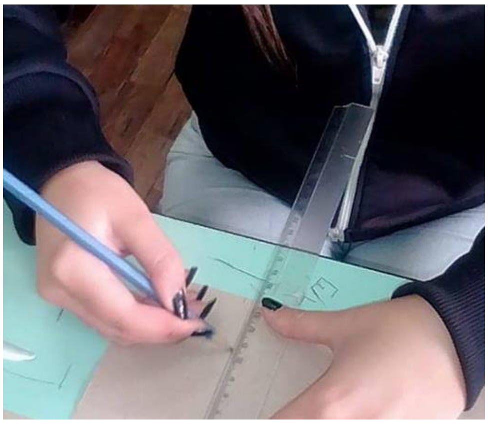
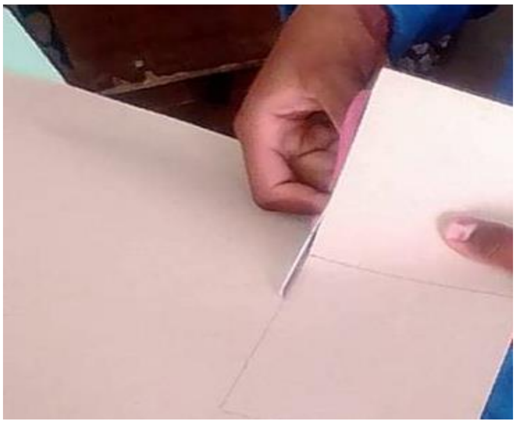
Atividade Compartilhada I–Construção do material manipulável

Inicialmente, os alunos construiram um conjunto de peças do Algeplan composto por quadrados e retângulos, cujas unidades de medida são 1, x e y. As peças, com mesma medida, têm a mesma cor e são associadas a uma área. As cores são escolhidas arbitrariamente. O verso de todas as peças é marrom. Para a confecção desse material foi utilizado papel cartaz em seis cores diferentes, régua e tesoura. Dessa forma, foram recortados:

4 quadrados de lado x; (lado 10 cm) – cor: branco
4 quadrados de lado y; (lado 4 cm) – cor: amarelo
12 quadrados de lado 1; (lado 2 cm) – cor: azul marinho
4 retângulos de lados x ey; (10x4 cm) – cor: verde
8 retângulos lados x e1; (10x2 cm) – cor: laranja
8 retângulos lados y e1; (4x2 cm) – cor: azul claro

Após uma breve introdução ao conteúdo a ser estudado,cada aluno construiu o seu próprio Algeplan em papel cartaz colorido. Os treze alunos construíram o Algeplan para que tivessem o material à disposição para a realização das atividades.Para evitar desperdício de material, antes de começarem a construir o Algeplan, foi explicado que a medida deveria começar pelas bordas do papel cartaz.O material foi elaborado com êxito, e com mais dedicação até do que o esperado, durante as três primeiras aulas.

Figura 1 - Alunos construindo o Algeplan em sala de aula

Fonte – Acervo da autora

O critério estabelecido para a sequência de atividades seguiu a forma usual de estudar polinômios, começando pela representação da forma polinomial, seguida do estudo das operações básicas (adição algébrica, multiplicação e divisão de polinômios)[1].

1) **Atividade Compartilhada II**–Operação de adição algébrica:

A atividade compartilhada II foi composta de cinco situações a serem resolvidas pelos alunos usando o Algeplan.Tinham as seguintes orientações:

1- Construa um retângulo de lados com medida 2x e x. Nesse caso, qual a área do retângulo?

2- Construa um retângulo de base $3\,y$ *e altura* 2. *Qual é área desse retângulo?*

Transcreve-se a seguir o diálogo de uma das duplas ao resolver a questão:

> *Aluno A - Será que sendo adição e subtração podemos multiplicar ou só somar?*
>
> *Aluno B- Mas se der o mesmo resultado tanto faz.Vou fazer no caderno para ir mais rápido.*
>
> *Aluno A- Vou tentar fazer com o Algeplan.*

Uma intervenção para explicar a questão um tornou mais fácil a resolução da questão dois. A escuta dos áudios revelou que alguns alunos somaram os quatro lados do retângulo e outros multiplicaram. Participaram dessa atividade três duplas e um trio. Foi utilizada uma aula para desenvolver esta atividade.

[1]As atividades foram baseadasem atividades semelhantes realizadas durante oficina da *Semana Acadêmica do Curso de Ciências Exatas –Licenciatura*(2018) e no componente *Laboratório de Experienciação Didática em Matemática*, ofertado no *Curso de Especialização em Educação Científica e Tecnológica*, no campus Caçapava do Sul, da Universidade Federal do Pampa, em 2018.

A terceira atividade, cuja realização levou uma aula, solicitava o seguinte:

3- Resolva a expressão $(x^2 + x - 2) + (-2x + 1)$

Para resolver a expressão acima, o Aluno A usou o Algeplan explicando os passos para o Aluno B que passou a resolução para o caderno conforme a explicação do Aluno A. Mesmo assim, o aluno B fez o cálculo do modo prático, sem o uso Algeplan, para conferir a resposta.Nessa atividade,o Aluno A (da turma do 8º Ano) teve mais facilidade de compreensão que o Aluno B(da turma do 9º Ano). Nas demais duplas os Alunos B resolveram a questão com o uso do Algeplan e explicando o procedimento para os Alunos A.

Figura 2 - Alunos realizando a atividade3 em sala de aula

Fonte:Acervo da autora

Para realização da quarta atividade, da qual participaram quatro duplas, foi utilizada duas aulas. A atividade solicitava o seguinte:

4- Resolva a expressão $(2x^2 - x + 3) - (x^2 + 2x + 1)$

Transcreve-se a seguir o diálogo de uma das duplas ao resolver a questão:

> *Aluno A - Vamos separar as peças que vamos usar que é branca, laranja e azul marinho.*
>
> *Aluno B – Então a primeira vão ser duas brancas depois uma laranja e três azuis marinhos.*
>
> *Aluno A - Agora eu coloco uma branca, duas laranjas e uma azul marinho.*
>
> *Aluno B –Deixa eu tentar fazer agora. Tem que mudar o sinal da segunda expressão e todos vão ficar negativo. Vou virar todas as peças. Agora me dei conta que não virei na primeira expressão a laranja.*
>
> *Aluno A – Vou eliminar uma branca positiva com negativa e também um azul marinho. Restaram desta operação uma branca, três laranjas viradas e dois azuis marinhos.*

Na atividade acima houve interação entre os alunos. Em uma das duplas a iniciativa de resolver a atividade partiu do Aluno A (8º Ano), que separou as peças. Nas demais duplas e no trio foram os alunos B (9ºAno) que começaram a resolver a atividade.

5- Utilizando o Algeplan, mostre que as igualdades abaixo são verdadeiras:

a) $3xy - 2xy + xy = 2xy$
b) $3x + 2x^2 - x^2 - 2x = x^2 + x$
c) $2y + 1 - 3y - x^2 + 3x^2 = 2x^2 - y + 1$

Transcreve-se a seguir o diálogo de uma das duplas ao resolver as questões propostas nessa atividade:

Questão a.

> *Aluno B – Vamos ter que usar os dois Algeplan, pois precisamos usar oito peças.*
> *Aluno A - Três peças verdes positivas, duas peças verdes negativas e mais uma peça verde igualdade verdadeira.*

Questão b.

> *Aluno B - Usaremos cinco peças laranja e três peças brancas.Agora vou montar a expressão: três peças laranja, duas peças brancas, uma branca negativa e duas peças laranja negativa.*
> *Aluno A - Tirar duas peças laranja e duas brancas positiva e negativa, sobrou uma peça branca e uma laranja. Igualdade verdadeira.*

Questão c.

> *Aluno A – Peças que vou utilizar: quatro quadrados brancos, cinco retângulos azuis claros e um quadrado azul marinho.*
> *Aluno B - Montando a expressão: dois retângulos azuis claros, um quadrado azul marinho, três retângulos azuis claro negativos, um quadrado branco negativo e mais três quadrados brancos positivos. Resolvendo tirando duas peças azuis claros e brancas positivas e negativas, restaram dois quadrados brancos, um azul claro negativo e um azul marinho positivo.*

Nas questões acima (a e b) as duplas de Alunos A e B interagiram entre si.Na questão (c) o Aluno A já tinha uma noção do material que iria utilizar para montar a igualdade e separou as peças, porém o Aluno B explicou a expressão para o Aluno A. Foram utilizadas duas aulas para essa atividade.

3) Atividade Compartilhada III - Operação de multiplicação e fatoração:

1- Utilizando as peças do Algeplan construa um retângulo de lados 2x e 3x.

a) *Determine a sua área.*
b) *Complete:* $2x.\ 3x = 6x^2$

Transcreve-se a seguir o diálogo de uma das duplas ao resolver a questão:

> *Aluno A - Área do retângulo é base vezes altura, ou seja,* $2x.\ 3x = 6x^2$

Aluno B – Vai acrescentar seis quadrados brancos, no interior desse retângulo.

As cinco duplas e o trio realizaram a atividade durante uma aula. A escuta dos diálogos e a observação da forma como os alunos realizaram o trabalho mostra que, no geral, os alunos interagiram de forma interativa.

2- Construa um retângulo de lados 3 e 2x.

a) Determine a sua área.

*b) Complete: 3**.** 2x = 6 x*

Transcreve-se a seguir o diálogo de uma das duplas ao resolver a questão:

Aluno A – Quais peças iremos usar?
Aluno B- Vamos usar 3 peças azul marinho e 2 peças laranja.

De modo semelhante ao que aconteceu na atividade 1, as cinco duplas e o trio realizaram a atividade durante uma aula. Houve boa interação entre os alunos das duplas e do trio, sendo que todos resolveram a atividade da mesma maneira.

3- Construa um retângulo de área 8xy

Os alunos construíram um retângulo de base 4x e multiplicaram pela altura 2y. Todos os alunos que participaram desta atividade fizeram da mesma forma. Utilizaram uma aula para desenvolver esta atividade havendo, no geral, uma boa interação entre os alunos de cada dupla e trio.

4-Fazendo uso das peças do Algeplan, resolva a expressão (3 x + 5) . (x + 2).

Transcreve-se a seguir o diálogo de uma das duplas ao resolver a questão:

Aluno A – Como irá resolver?
Aluno B – Vou resolver as multiplicações 3x. x = $3x^2$, 3x. 2 = 6x, 5.x = 5x e 5. 2 = 10. Agora unir o que são semelhantes 6x +5x = 11x. A expressão $3x^2$ + 11x + 10.

Todas as duplas e o trio resolveram essa expressão da mesma maneira, não havendo dificuldades e interagindo cada um com sua dupla.

5- Fazendo uso das peças do Algeplan resolva a expressão (2 x + 3) . (4x – 5).

Transcreve-se a seguir o diálogo de uma das duplas ao resolver a questão:

Aluno A – Me explica como você irá resolver?
Aluno B - Vou resolver as multiplicações 2x. 4x = $8x^2$, 2x. (-5)= - 10x, 3. 4x= 12x, 3. (-5)=-15. Montandoa expressão $8x^2$-10x + 12x – 15 é igual a $8x^2$ + 2x – 15.

O áudio das gravações mostra que nas duplas, os Alunos B resolveram as questões4e5 mentalmente, sem utilizar o Algeplan. Já os Alunos A estavam resolvendo primeiro com o Algeplan, tendo conseguido resolver as questões interagindo com a sua dupla. Foram utilizadas três aulas para essas duas situações.

6- Fatore os polinômios a seguir. Para tal, primeiramente, escolha as peças que formam esse polinômio. Verifique se é possível formar um retângulo com essas peças, caso isso não seja, possível, reorganize as peças de modo que os polígonos de mesmo lado fiquem justapostos. Complete a figura com peças do Algeplan.

OBS: *As peças acrescentadas devem ser plausíveis de cancelamento, ou seja, se você colocou uma peça de área* x^2*, deverá colocar outra peça que corresponda a* $-x^2$*(lado marrom).*

a) $x^2 + x - 2$

b) $2x^2 + x - 6$

c) $2xy + 6x$

Nenhuma das cinco duplas ou o trio conseguiu resolver essa atividade compartilhada III, demonstrando dificuldades com a interpretação do que era solicitado na questão. Como gerou-se um pequeno tumulto, a professora/pesquisadora interviu e todos os alunos realizaram a atividade juntos, no pátio da escola. Foram utilizadas três aulas para concluir os três exercícios.

Figura 3 - Alunos realizando a atividade com Algeplan no pátio da escola

Fonte: Acervo da autora

4) Atividade Compartilhada IV - Operação de divisão:

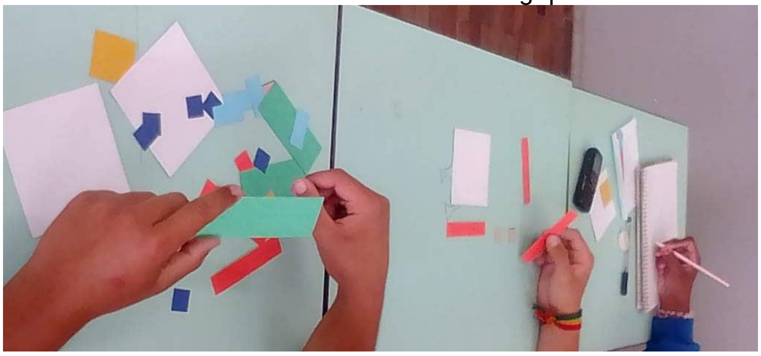
1- ***Divisão exata****: Na divisão exata o produto do quociente pelo divisor será o próprio dividendo. No Algeplan, utilizamos as peças que equivalem ao dividendo para construir um* *retângulo cujo um dos lados seja o divisor. O outro lado, consequentemente, será o quociente procurado. Caso não seja possível montar um retângulo complete-o com as peças do Algeplan de tal modo que as peças acrescentadas não alterem a expressão.*

a) Modele e efetue a divisão $(x^2 + 4x + 3) \div (x + 1)$.

b) Modele e efetue a divisão $(x^2 + 2x - 3) \div (x - 1)$.

c) Modele e efetue a divisão $(x^2 + 3x + 2) \div (x + 1)$.

Figura 4 - Alunos realizando a atividade com Algeplan em sala de aula.



Fonte: a autora

Transcreve-se a seguir o diálogo de uma das duplas ao resolver a questão:

> Aluno A – Não tenho ideia por onde começar, mas vamos tentar. O que acha?
> Aluno B- Olha vou tentar fazer; pego a peça branca somente uma, quatro peças laranja e três peças azuis marinhos. Não vou conseguir fazer esta atividade.

A afirmação do aluno B (acima) foi semelhante a de alunos de outras duplas, havendo interação com o Aluno A que também não conseguiu realizar a atividade.A divisão gerou algumas dúvidas. Os alunos tentaram usar o Algeplan na atividade, mas não conseguiram. Houve intervenção da professora/pesquisadora, orientando para que as duplas resolvessem o exercício no caderno primeiro e depois construíssem as respostas com o material manipulável.

O resultado das atividades acima, mesmo sendo realizadas fora do proposto, mostrou que as duplas compreenderam a resolução, chegando a um resultado correto. Participaram dessa atividade quatro duplas e um trio. Foram utiliza das três aulas para essas atividades.

2- Sabemos que 3. 4 = 12. Então: 12: 3 = 4 ou 12: 4 = 3

a) Utilizando o Algeplan construa um retângulo cuja área seja $x^2 + 3x + 2$.
Aplicando o mesmo raciocínio podemos concluir que $(x + 1).(x + 2) = x^2 + 3x + 2$

Transcreve-se a seguir o diálogo de uma das duplas ao resolver a questão:

> *Aluno A – A área do retângulo é $x^2 + 3x + 2$ dividimos pela base $x + 2$ que é igual a $x + 1$.*

O diálogo mostra que é o aluno do 8º ano que explica a solução para o aluno do 9º ano. O primeiro aluno (Aluno A) tem mais facilidade que o Aluno B, que tem problemas de aprendizagem. A atividade 2 foi realizada em uma aula.Essa atividade foi realizada por apenas duas duplas, que estavam presentes em aula. Devido à intervenção da atividade anterior essa atividade foi realizada mais tranquilamente.

A terceira atividade consistia numa divisão entre dois polinômios.

3-Aplicando a regra prática efetue as seguintes divisões de polinômios:
a) $(x^2 + 7x + 10) : (2x + 10) =$
b)$(3x^2 + 4x + 1) : (x^2 + x) =$

A terceira atividade foi realizada apenas com duas duplas, pois era um dia de muita chuva, e vários alunos faltaram a aula. Os quatro alunos realizaram essa atividade tranquilamente, sem necessidade de fazer alguma intervenção. Foram utilizadas três aulas para sua realização.

*4- **Divisão não-exata:** Esta divisão não tem resto zero. Para efetuar esse tipo de divisão com o material manipulável, seguem-se os mesmos passos para determinar a divisão exata. Contudo, sobrarão peças, as quais determinarão o resto da divisão.*
a)Modele e efetue a divisão $(2x^2 + 3x + 2) \div (x + 1)$.
b) Modele e efetue a divisão $(x^2 - 3) \div (x - 2)$.
c) Modele e efetue a divisão $(x^2 + 2x + 3) \div (x + 2)$.

A Figura 5 mostra os alunos manipulando o Algeplan para determinar o quociente e o resto das divisões da atividade 4 (divisão não-exata).

Figura 5 - Alunos realizando a atividade com Algeplan em sala de aula

Fonte: Acervo da autora

A divisão não-exata, empregando o Algeplan,não foi realizada pelas duplas e pelo trio, somente no quadro com a intervenção da professora/pesquisadora. Os alunos copiaram a resolução no caderno e montaram a divisão utilizando o Algeplan. Nove alunos (o trio e três duplas) participaram das atividades três e quatro. Foram necessárias cinco aulas de 50 minutos para realização dessas atividades.

5 ANÁLISE DOS DADOS

Analisando os diálogos gravados, vale destacar o envolvimento, a participação e o entusiasmo das duplas na realização das atividades. A maior dificuldade com que os alunos se depararam foi a interpretação das atividades propostas, pois eles não tinham o hábito de ler com atenção o que é proposto nas atividades.

As duplas também tiveram dificuldades com os sinais (positivo e negativo) e colocaram a identificação em cada peça do Algeplan, para que, segundo eles, ficasse mais fácil o entendimento da atividade a ser realizada.

Algumas atividades compartilhadas não foram desenvolvidas integralmente. Mesmo assim, os treze alunos construíram e trocaram experiências importantes ao longo do seu envolvimento e colaboração na realização delas.

A expectativa seria que os alunos do 9º ano explicassem para os alunos do 8º ano, uma vez que os primeiros já estudaram o conteúdo de polinômios no ano anterior. Contudo, os áudios mostram que em algumas duplas foram os alunos do 8º ano que tomaram a iniciativa de resolver as atividades usando o Algeplan, enquanto alguns alunos do 9º ano demonstravam dificuldades em realizá-las.Os áudios e as observações durante as aulas mostram ainda que houve interação e colaboração entre os alunos de cada dupla e trio. As atividades compartilhadas que foram desenvolvidas pelos alunos da turma multisseriada de acordo com áudios confirmam essas evidências, sendo que algumas atividades houve a intervenção da professora/pesquisadora para que os alunos conseguissem resolver as atividades.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste artigo, relata-se e uma intervenção com foco no ensino de Álgebra nos Anos Finais do Ensino Fundamental realizada em uma turma multisseriada de uma escola do campo.A intervenção foi baseada em atividades compartilhadas,que tinham por objetivo fazer os alunos interagir no estudo de polinômios. O objetivo da pesquisa foi examinar se, nessa interação, acontecia um aprendizado colaborativo entre os estudantes.

Durante a realização das atividades pelas cinco duplas e o trio de alunos, observou-se que a maior dificuldade dos alunos do 8º ano e 9º ano é a leitura e interpretação das questões. Observou-se que houve interação entre os alunos e, mesmo com todas as dificuldades de entendimento das tarefas, foi possível constatar que eles se envolveram com o trabalho proposto, demonstrando interesse em resolver as questões colocadas.

A aula com material manipulável (Algeplan) facilitou o entendimento dos alunos sobre os resultados obtidos em operações com polinômios. É importante ressaltar que os alunos não conseguiram realizar algumas atividades sem a ajuda da professora/pesquisadora. Ciente dessas dificuldades da turma em compreender como deveriam manusear o material e obter os resultados, cada conhecimento construído por eles foi valorizado.

A experiência de usar o Algeplan mostrou que se pode promover um processo de criativo e colaborativo numa turma multisseriada, despertando o interesse pelas aulas de Matemática. Mesmo numa escola que não possui computadores, é possível aos alunos manipular fisicamente o Algeplan e compreender como se realizam operações algébricas.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, M. C. **Pré-história e história da Matemática e Educação Matemática**, 2011.

ANDRINI, Álvaro e VASCONCELLOS, Maria José. **Praticando Matemática**.Edição Renovada. PNLD (2017 a 2019) p.79

ARCAVI, A. El desarrolo y el uso del sentido de los símbolos. IN: I. VALE, T. PIMENTAL, A. BARBOSA, L. FONSECA, L. SANTOS. **Números eÁlgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores**.Lisboa: Secção de Educação Matemática da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação, 2006.

BAUMGART, J. K. **Álgebra.** Trad. Hygino H. Domingues. São Paulo: Atual, 1992, 112p. Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula, V. 4).

BERTOLI, V.; SCHUHMACHER, E. Aprendendo polinômios utilizando o Algephan: uma prática no Ensino da Matemática para o Ensino Fundamental. In:**Anais**. VI Congresso Internacional de Ensino da Matemática, Rio Grande do Sul, 2013.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular (BNCC)**.Brasília: Ministério da Educação, 2017.

BRASIL, **Ministério da Educação e Cultura. LDB –** Lei nº 9394/96, de 20 de dezembro de 1996. Brasília: MEC, 1996.

BRASIL. **Parâmetros curriculares Nacionais**: Matemática. Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática, v. 3. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. **Constituição da República Federativa do Brasil**. Brasília, DF: Senado Federal: Centro Gráfico, 1988. 2 BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental.

DIENES, Z. P. **Aprendizado Moderno da Matemática**. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1974.

FANTI, E. L. C.; KODAMA, H. M. Y.; MARTINS, A. C. C.; CUNHA, A. F. C. S. **Ensinando fatoração e funções quadráticas com o apoio de material concreto e informática.**2006.

FERNANDES, B.M.; MOLINA, M. C. O campo da Educação do Campo. In: MOLINA, M. C.; JESUS, S. M. S. A. (Orgs.) **Por uma Educação do Campo: Contribuições para a Construção de um Projeto de Educação do Campo.** Brasília, DF: Articulação Nacional Por uma Educação do Campo, 2005.

LINS, R. C; GIMENEZ, J. **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI**. 4. ed.Campinas: Papirus, 1997.

MIGUEL, A.; FIORENTINI, D.; MIORIM, M. Â. Álgebra ou Geometria:Para onde Pende o Pêndulo? **Pró-Posições**.v. 3, n. 1(7), p. 39 – 54, mar. 1992.

MOSS, J.; BEATY, R.; MCNAB, S.; EISENBAND, J.**Thepotencialofgeometric sequencestofosteryoungstudents’ abilityto generalize in Mathematics.** Opnnus: Rio de Janeiro,2006.

MOYSÉS, L. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática**. Campinas, SP: Papirus,2006.

OLIVEIRA, Marta Kohl. Vygotsky **aprendizagem e desenvolvimento**sócio-historico.São Paulo: Scipione, 1993.

OLIVEIRA, S. C.; LAUDARES, J. B. **Pensamento Algébrico**: uma relação entre álgebra, aritmética e geometria. 2015.

PONTE, J. P.; BROCARDO, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações Matemáticas na Sala de Aula.** 1.ed.Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PONTE, J. P. Números e Álgebra no currículo escolar. In I. Vale, T. Pimentel, A.Barbosa, L. Fonseca, L. Santos; P. Canavarro (Eds.), **Números e Álgebra na aprendizagem da Matemática e na formação de professores**. Lisboa:SEM-SPCE, 2006, p. 5-27.

PONTE, J. P. **Álgebra no currículo escolar**. Educação e Matemática. n. 85, 2005.
SCHMIDIT, A. **Matemática – Por que Ensinar? Para que Aprender?** Santa Maria: UFSM, 2007.

SANTOS, N. G. B.; SANTOS, M. L. S. **Algeplan** – uma proposta dinâmica para o ensino da Álgebra escolar. 2014.

SCHUCK, F.; STROTTMANN, C. I.; NEGREIROS, F. R. N.; SCHEIN, Z. P. O uso do Algeplan como ferramenta para a construção de conceitos referentes a produtos notáveis. In:**Anais**. XI Encontro Nacional de Educação Matemática. 2013.

VALE, I.; PIMENTEL, T. **Padrões, um tema transversal do currículo.** Educação Matemática, 85, 14-22.

VYGOTSKY, LEV S. **Pensamento e linguagem**. Coleção Psicologia e Pedagogia.São Paulo: Martins Fontes, 1987. 135 p.

YGOTSKY, L. S. **A formação social da mente:** o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. 4ª ed. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

VYGOTSKY, Lev Semenovich. **Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar.** In: VIGOTSKY, Lev Semenovich; LURIA, Alexander Romanovich; LEONTIEV, Alexis N. Linguagem, desenvolvimento e aprendizagem. Tradução de Maria da Penha Villalobos. 2. ed. São Paulo: Ícone, 1988. p. 62

WARREN, E.,& COOPER T. J. **Generalising the patter nrule for visual growth patterns**: Actionsthatsupport8yearolds' thinking. Educational Studies in Mathematics, 2008.