UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

MARIANA OLIZ ALVES

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA DO TEOREMA DE PITÁGORAS UTILIZANDO AS TECNOLOGIAS DIGITAIS VISANDO À APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Bagé
2019

MARIANA OLIZ ALVES

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA DO TEOREMA DE PITÁGORAS UTILIZANDO AS TECNOLOGIAS DIGITAIS VISANDO À APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profa. Dra. Vera Lúcia Duarte Ferreira
Coorientadora: Profa. Dra. Denice A. F. N. Menegais

Bagé
2019

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

A474s Alves, Mariana Oliz
Uma sequência didática do teorema de Pitágoras utilizando as tecnologias digitais visando à aprendizagem significativa / Mariana Oliz Alves.
53 p.

Trabalho de Conclusão de Curso(Graduação)-- Universidade Federal do Pampa, MATEMÁTICA, 2019.
"Orientação: Vera Lúcia Duarte Ferreira".

1. Teorema de Pitágoras. 2. Aprendizagem significativa. 3. Modelagem 3D. I. Título.

MARIANA OLIZ ALVES

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA DO TEOREMA DE PITÁGORAS UTILIZANDO AS TECNOLOGIAS DIGITAIS VISANDO À APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Matemática - Licenciatura da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 05 de dezembro de 2019.

Banca examinadora:

Denice Menegais

Profa. Dra. Denice A. F. N. Menegais
Coorientadora
(UNIPAMPA)

Prof. Dr. Cristiano Correa Ferreira
(UNIPAMPA)

Valter Antonio Ferreira

Prof. Msc. Valter Ferreira
(UNIPAMPA)

Dedico este trabalho a minha mãe, Mira Marta Oliz Neto que, com muito carinho e apoio, não mediu esforços para que eu chegasse até esta etapa da minha vida.

AGRADECIMENTO

Agradeço primeiramente a Deus pelo dom da vida e a força para a realização de mais uma conquista.

As professoras Vera Lúcia Duarte Ferreira e Denice Aparecida Fontana Nisxota Menegais, respectivamente, orientadora e co-orientadora deste trabalho, um agradecimento pela orientação, sabedoria e o grande desempenho para que este trabalho fosse realizado da melhor forma.

Ao professor Cristiano Ferreira e a bolsista Myllena Carvalho pela dedicação e comprometimento para a Constituição e Prototipagem do mateiral 3D.

A minha família pelo seu permanente incentivo e apoio durante minha trajetória acadêmica.

E finalmente, agradeço aos meus colegas e amigos que estiveram presentes, me apoiando e motivando para seguir em busca do meu objetivo.

RESUMO

Esta pesquisa tem por objetivo analisar as contribuições de uma sequência didática relacionada ao Teorema de Pitágoras aplicada ao 9º ano do Ensino Fundamental no intuito de buscar evidências de aprendizagem significativa. A metodologia empregada refere-se a uma abordagem quanti-qualitativa. Na quantitativa, foi calculado o ganho de aprendizagem dos estudantes segundo Hake (2002) via uma sequência didática a qual obteve-se um ganho alto de 75%. Já na abordagem qualitativa, analisou-se o processo de ensino e aprendizagem dos estudantes com intuito de atingir evidências de uma aprendizagem significativa em relação ao Teorema de Pitágoras. A aplicação da sequência didática contribuiu de modo significativo no processo de ensino e aprendizagem do conceito apresentado.

Palavras-Chave: Teorema de Pitágoras. Aprendizagem significativa. Modelagem 3D.

ABSTRACT

This research aims to analyze the contributions of a didactic sequence related to the Pythagorean Theorem applied to the 9th grade of Elementary School in order to seek evidence of meaningful learning. The methodology employed refers to a quantitative and qualitative approach. In quantitative terms, students' learning gain was calculated according to Hake (2002) via a didactic sequence which resulted in a high gain of 75%. In the qualitative approach, the students' teaching and learning process was analyzed in order to reach evidence of significant learning in relation to the Pythagorean Theorem. The application of the didactic sequence contributed significantly in the teaching and learning processo f the presented concept.

Keywords: Pythagorean theorem. Meaningful learning. 3d modeling.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SIGLAS

PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais

SD – Sequência Didática

TAS - Teoria da Aprendizagem Significativa

GPERCEM - Grupo de Pesquisa e Extensão em Recursos Computacionais no Ensino de Matemática

UESB - Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia

OAs – Objetos de Aprendizagem

CAD – Computer Aied Design

3D – Três Dimensões

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Um dos notáveis autores que contribuíram na evolução do pensamento matemático ao longo da história da ciência temos o filósofo e matemático grego Pitágoras, que tem sua trajetória de vida envolta em lendas e apoteoses (BOYER, 2010).

Nesse sentido, de acordo com Gaspar (2003), o Teorema de Pitágoras é considerado como um dos mais úteis teoremas da geometria elementar, sendo muito utilizado em soluções de problemas práticos relacionados às medidas, constituindo-se de suma importância na área da Matemática.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) focalizam que desde as situações mais habituais como calcular, fazer leitura de mapas e gráficos que está presente no dia a dia das pessoas, necessitam de conhecimentos matemáticos. Dessa forma o PCN (1998) destaca a importância da utilização de recursos tecnológicos assim como jogos para o auxílio na resolução de problemas de maneira que os estudantes não reproduzam de forma mecânica os conhecimentos.

A metodologia empregada refere-se a uma abordagem quanti-qualitativa. Na quantitativa, será calculado o ganho de aprendizagem dos estudantes segundo Hake (2002) via uma sequência didática e realizado o Teste estatístico não paramétrico de Mann-Whitney e o Teste de Shapiro Wilk. Já na abordagem qualitativa, será analisado o processo de ensino e aprendizagem dos estudantes visando evidências de uma aprendizagem significativa em relação ao Teorema de Pitágoras. Sequências Didáticas (SD) são consideradas atividades elaboradas pelo professor, conforme o seu objetivo para que a partir dos conhecimentos prévios, os estudantes consigam dominar novos assuntos.

Nesta pesquisa, apresenta-se inicialmente uma breve fundamentação teórica sobre a aprendizagem significativa de David Ausubel (1965), logo após uma seção com os estudos relacionados sobre o uso do *software* Geogebra e aplicações no ensino do Teorema de Pitágoras. Após, apresenta-se a metodologia que será utilizada, a análise dos resultados e as considerações finais.

2 JUSTIFICATIVA

A matemática está presente na vida do ser humano desde o tempo das cavernas no período Paleolítico, onde o homem primitivo precisava de um meio para determinar quantidades de pessoas, alimentos e animais. Esse fato teve grande importância para o surgimento do número, das grandezas e formas que foram registradas através de entalhes em ossos e pinturas nas cavernas (BARASUOL, 2006).

No entanto, o avanço dos argumentos matemáticos aconteceu gradativamente no decorrer das necessidades dos sujeitos históricos. Hoje é sabido que as culturas antigas estabeleceram os fundamentos matemáticos de dois enfoques, a saber: empírico e o dedutivo. O primeiro deles, desenvolvido na Babilônia e Egito e o segundo, desenvolveu-se na Grécia. Porém, cabe enfatizar que possivelmente culturas anteriores a essas três também tenham fundamentado a matemática sob esses dois enfoques, como pontua Gonzales e Vivas (2017):

> É possível que existam outras culturas que também desenvolvam essa abordagem (acredita-se que os sumérios tiveram um grande desenvolvimento em matemática), mas não há documentos probatórios, são apenas especulações. (GONZALES E VIVAS, 2017, p.2, tradução nossa).

Salienta-se que, a diferença fundamental entre os dois enfoques está na necessidade de demonstração do empírico, bem como na formalidade e prática do dedutivo. Nesse sentido, tem-se o Teorema de Pitágoras como um enfoque dedutivo.

De acordo com o Parâmetro Curricular Nacional (BRASIL, 1998), alguns conhecimentos precedem outros necessários e deve-se escolher um certo percurso. Nessa perspectiva, as atividades de geometria aparecem como uma sugestão aos professores, visando à utilização de outros meios, nos quais os conhecimentos teóricos sejam transmitidos aos estudantes via experiências concretas. Fernandes et al. (2009), destaca que o insucesso de alguns estudantes na aprendizagem matemática está diretamente relacionado à insuficiência de contextualização com algo real. Por exemplo, a utilização de quebra-cabeças como instrumento didático pedagógico que promova a dedução da fórmula do Teorema de Pitágoras através do cálculo de áreas.

Em consequência desse “insucesso”, os estudantes acabam ficando desestimulados por enfrentarem diversas dificuldades e assim colocam barreiras frente a matemática, muitas vezes rotulando-a como uma das disciplinas mais difíceis. Diante disso, entra o papel do professor que pode trazer metodologias que instigue os estudantes por intermédio de recursos diversificados tais como, tecnologias, material concreto, entre outros, pois a maior dificuldade da grande maioria dos estudantes está no entendimento da abstração dos conteúdos.

Nesse cenário, esta pesquisa justifica-se pelo fato de haver no âmbito escolar uma grande dificuldade na aprendizagem de conteúdos matemáticos, os quais precisam da compreensão do abstrato, por exemplo, o teorema de Pitágoras, assim, sequências didáticas com recursos alternativos como a tecnologia 3D, dão um suporte significativo para o entendimento desta e de várias outras fórmulas matemáticas.

3 OBJETIVOS

Objetivo geral: Analisar as contribuições de uma sequência didática relacionada ao Teorema de Pitágoras aplicada ao 9º ano do Ensino Fundamental no intuito de buscar evidências de aprendizagem significativa.

Objetivo Específico:

- Identificar o nível de conhecimento dos estudantes sobre o Teorema de Pitágoras através do pré-teste;
- Elaborar e aplicar uma sequência didática envolvendo a modelagem geométrica em 3D via Geogebra de algumas demonstrações do Teorema de Pitágoras;
- Realizar a prototipagem dos Objetos de Aprendizagem (OAs) obtidos via Solidworks;
- Comparar os resultados obtidos com a aplicação do pré-teste e pós-teste utilizando o cálculo do ganho de aprendizagem de Hake;
- Analisar a potencialidade significativa da aplicação da sequência didática;
- Analisar quantitativamente a eficácia da aprendizagem dos estudantes referente à aplicação da sequência didática via ganho normalizado de Hake.

4 CONCEITOS GERAIS E REVISÃO DE LITERATURA

Este capítulo está estruturado em duas seções: “A Aprendizagem Significativa”, em que apresentamos uma discussão a respeito da Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS), levando em conta os conceitos propostos por Ausubel (1978) e Moreira (2011); e “Estudos Relacionados”, em que buscamos pesquisas relacionadas ao Teorema de Pitágoras e suas aplicações no ensino de matemática, a Aprendizagem Significativa e o Teorema de Pitágoras, bem como a Utilização do Teorema de Pitágoras via *Software* Geogebra.

4.1 Aprendizagem Significativa

O conceito de aprendizagem significativa, proposto por David Ausubel em meados da década de 60, trouxe um novo olhar para o processo de ensino e aprendizagem que estabelece um continuum entre a aprendizagem mecânica e a significativa. Nesse sentido, a aprendizagem que ocorre por meio da memorização de informações, separadas das demais na estrutura cognitiva sem haver interação é dita ser uma aprendizagem mecânica, pois, armazena de maneira arbitrária, as novas informações. Contrastando a aprendizagem mecânica, Ausubel estabelece a aprendizagem significativa como sendo aquela que o estudante ao receber novas informações tenha assegurada uma organização cognitiva hierárquica, de modo que associe o conhecimento já existente ao que foi aprendido recentemente (Moreira 2011).

Convém salientar que, a estrutura cognitiva de um estudante no que se refere ao processo de aquisição e organização de novos conhecimentos é denominado de “teoria da assimilação” (Ausubel, 1978). Esta teoria, tem valor significativo tanto para a aprendizagem quanto para a retenção. Na estrutura cognitiva do estudante são relacionados e assimilados novos conhecimentos potencialmente significativos através de subsunçores[1] prévios. Em consequência, tem-se um subsunçor modificado, os novos conhecimentos são

[1] Conhecimentos prévios, que o estudante já possui na estrutura cognitiva

suplementares aos conceitos subsunçores preexistentes. Pode ser representado por:

Quadro 1 - Esquematização de um Subsunçor modificado

Nova informação, potencialmente $\rightarrow$ *significativa*	Relacionada a, e assimilada por $\rightarrow$	Conceito subsunçor existente na estrutura $\rightarrow$ *cognitiva*	Produto interacional (subsunçor modificado)
A		**A**	**A'a'**

Fonte: Moreira, 2011

Para Moreira (2011), a assimilação de um conceito ou uma ideia que já existe na estrutura cognitiva, ocorre através de um procedimento que acontece quando um conceito ou proposição **a**, potencialmente significativo, é assimilado. Como apresentado na Tabela 1, o conceito subsunçor **A** ligado com a nova informação **a**, sofrem alterações ocasionadas pela interação. Por fim resulta um subsunçor modificado, onde **a'** e **A'**, permanecem associados gerando uma nova unidade **a'A'**. Por exemplo, se o Teorema de Pitágoras deve ser aprendido por um aluno que já possui o conhecimento do comprimento dos lados de um triângulo retângulo, organizado na estrutura cognitiva, o novo conceito específico (Teorema de Pitágoras) será assimilado pelo conceito mais inclusivo (Comprimento dos lados de um triângulo retângulo) já adquirido. Portanto, considera-se que para o aluno o conceito específico terá significado e o conceito inclusivo será modificado, tornando mais completo.

Dessa forma, existem organizadores prévios, que possibilitam melhor rendimento nesse processo de aprendizagem significativa. Sendo eles uma forma de inserção do que se pretende ensinar, relacionando o entendimento que o estudante já possui, com o que se planeja mostrar, construindo assim um espaço de crescimento delineado e significativo. Nesse contexto, Ausubel (2002) diz que um material para ser potencialmente significativo necessita ser relacionável de maneira não arbitrária e não literal de maneira que o estudante tenha aprendido e em sua estrutura cognitiva haja subsunçores adequados.

Moreira (2011) também enfatiza que, a compreensão verdadeira de um conceito, requer aptidão de conteúdos precisos, claros e distintos. Apesar disso, ao analisar esse entendimento, pode-se receber apenas respostas decoradas pelo estudante, visto que, durante muito tempo está acostumado a gravar exemplos, fórmulas, explicações e passos para resolver exercícios específicos. O autor ainda acrescenta que “ao procurar evidência de compreensão significativa, a melhor maneira de evitar a “simulação da aprendizagem significativa” é formular questões e problemas de uma maneira nova e não familiar”.

A Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) identifica três tipos de aprendizagem, a saber: representacional, de conceitos e proposicional. A primeira delas, está relacionada a símbolos ou palavras únicas para fixar um novo conceito. No segundo tipo de aprendizagem tem-se, a de conceitos, de certa forma está relacionada a aprendizagem representacional pois, são utilizados símbolos para representar conceitos. Por fim, a aprendizagem proposicional, ao contrário da representacional, tem como objetivo apreender as ideias apresentadas em forma de proposições.

A teoria descrita até aqui, enfatiza a influência dos subsunçores, uma vez que por meio deles, ocorre uma significância das novas informações considerando, assim, uma interação de subordinação do novo material em relação à estrutura cognitiva prévia, chamada por Ausubel de aprendizagem subordinada.

A aprendizagem superordenada, se dá quando a nova informação é mais ampla e abrangente para ser assimilada por um subsunçor já existente, passando, assim, a assimilá-los. Por exemplo, se o aprendiz tem subsunçores para os conceitos de potência, cateto, hipotenusa, e depois aprende o conceito geral de Teorema de Pitágoras, ou seja, esse conceito geral assimilará os três anteriores.

A aprendizagem que não estabelece relação de subordinação ou de superordenação com um subsunçor específico, é conhecida como “combinatória”, de maneira mais geral as novas informações potencialmente significativas podem ser inter-relacionável à estrutura cognitiva como um todo.

Durante a aprendizagem significativa surgem dois métodos importantes segundo Ausubel, a diferenciação progressiva e a reconciliação integrativa. Quando ao receber novas informações o subsunçor muda alterando o significado pode-se dizer que é uma diferenciação progressiva. Na aprendizagem significativa superordenada ou na combinatória pode ocorrer uma reconciliação integrativa no momento em que há uma relação entre os subsunçores, adquirindo novos significados.

4.2 Estudos relacionados

Nesta seção serão apresentados, de modo bastante breve, pesquisas de outros autores que dialoguem com o tema proposto, bem como os tópicos pontuados ao longo deste trabalho. Nesse sentido, a seção foi organizada em 3 subseções, a saber: Teorema de Pitágoras e Suas Aplicações no Ensino de Matemática; Aprendizagem Significativa e Teorema de Pitágoras; Utilização do Teorema de Pitágoras via *software* Geogebra.

4.2.1 Teorema de Pitágoras e Suas Aplicações no Ensino de Matemática

Oliveira Filho (2016) descreve em sua pesquisa uma análise sobre as diversas demonstrações, aplicações e resoluções de problemas do Teorema de Pitágoras e também explora algumas atividades didáticas. O referido autor, concluiu que esse teorema é um dos mais demonstrados dentro da matemática, possibilitando o estudo de diversas formas, sejam elas por fatos históricos ou demonstrações “algébricas”, “geométricas” e “vetoriais”.

Balbino Júnior (2015) em sua dissertação apresenta o Teorema de Pitágoras de forma lúdica para melhor compreensão geométrica do Teorema, trazendo algumas demonstrações e aplicações. Utilizou como metodologia objetos de aprendizagem, facilitando o desempenho do conteúdo didático, trazendo novas possibilidades para o desenvolvimento do Teorema. O autor relata a importância do Teorema de Pitágoras para a resolução de diversos problemas em várias áreas da matemática, não apenas da geometria.

4.2.2 Aprendizagem Significativa e o Teorema de Pitágoras

Silva (2014) relata em seu trabalho atividades desenvolvidas no Grupo de Pesquisa e Extensão em Recursos Computacionais no Ensino de Matemática - GPERCEM da Universidade Estadual do Sudoeste da Bahia - UESB, via o *software* Geogebra. Em seu trabalho, a autora fez uma revisão de algumas demonstrações do Teorema de Pitágoras, pontuando tópicos da história da matemática para complementar o estudo. O estudo conclui que esse método pode ser uma maneira prazerosa e criativa, tanto para o professor quanto para o estudante, pois assim, não precisa-se ficar decorando fórmulas e sim desenvolvendo conceitos e representações matemáticas através de uma TAS.

Gonçalves (2014) apresenta uma sequência didática com o uso do *software* SuperLogo para construção geométrica do Teorema de Pitágoras visando uma aprendizagem significativa. Os resultados de sua pesquisa, foram analisados sob um qualitativo segundo a TAS de David Ausubel e a Teoria das Situações Didáticas de Brousseau (1997). Como conclusão, o trabalho mostrou que foi possível obter uma concepção a respeito do que é necessário para que sequências didáticas sejam constituídas.

4.2.3 Utilização do Teorema de Pitágoras via *Software* Geogebra

Martins (2018) propôs em sua pesquisa uma sequência de atividades utilizando como recurso o *Software* Geogebra para o estudo de transformações geométricas, relacionando-as com as operações de matrizes. A sequência didática foi aplicada no segundo ano do Ensino Médio a qual contemplava oito atividades. Por fim, o autor concluiu que a proposta foi desafiadora para os professores, inovadora constituindo-se em uma boa alternativa para explorar o estudo das transformações geométricas.

Silva (2014) em seu trabalho estudou algumas demonstrações do Teorema de Pitágoras de maneira lúdica também apresentando outras que se destacaram ao longo da história. Como recurso metodológico utilizou o *Software* Geogebra no intuito de desenvolver atividades para aplicação do teorema. O autor concluiu que a utilização das tecnologias digitais aliadas ao estudo da matemática torna-se o processo de ensino e aprendizagem mais atraente e prazeroso. A pesquisa também destaca que o uso do Geogebra em sala de aula, pode proporcionar aos estudantes a manipulação de elementos geométricos, desenvolvendo assim suas habilidades e competências.

O reconhecimento e a exploração desses trabalhos ressaltam a importância e a necessidade de expandir o desenvolvimento de intervenções pedagógicas que saiam do cenário tradicional, de forma que os conteúdos matemáticos sejam transmitidos de maneira que o estudante consiga associar os novos conceitos com os conhecimentos prévios.

4.3. Potencialidades da Modelagem 3D e Prototipagem

A modelagem 3D está cada vez mais difundida nos dias atuais, construindo modelos tridimensionais com diferentes níveis de complexidade a serem utilizados nas mais diversas áreas do conhecimento. Caracterizada pela impressão 3D (prototipagem), tal modelagem é vista como uma aplicação matemática da geometria espacial, uma vez que necessita de cálculos executados por algum *software* CAD (SANTOS, 2018).

No que se refere ao ensino, uma aplicação da tecnologia de impressão 3D consiste na construção de recursos didáticos para a sala de aula. Especificamente, no contexto do ensino da matemática, existe uma necessidade dos estudantes em compreender e assimilar conceitos através do material concreto. Oshima e Pavanello (2010) entendem que elaborar e produzir ferramentas matemáticas com a finalidade de auxiliar na aprendizagem, pode transformar as aulas mais interessantes e agradáveis, ajudando assim o estudante no processo de construção do conhecimento. E apontam que "o uso de material didático (MD), por proporcionar aos alunos a participação em atividades manipulativas e visuais, pode ser de grande importância no processo de ensino e promover a compreensão de conceitos e propriedades matemáticas." (OSHIMA; PAVANELLO, 2010, p.5).

Dessa forma, para a construção do material 3D foi utilizado o *software* do sistema CAD (*Computer Aided Design*), Solidworks. Cabe enfatizar que, o uso das novas tecnologias não anula a necessidade de haver aulas tradicionais para a explicação dos conteúdos aos estudantes, porém auxilia para que haja uma melhor absorção por parte destes.

Para Silva et al. (2017, p.1), “... é fundamental entender que a visualização de um objeto matemático e a sua manipulação tátil podem desempenhar um papel importante na elaboração de processos mentais mais eficientes [...]”. Contudo, convém salientar a importância do acompanhamento dos estudantes no processo de modelagem 3D e construção do recurso didático do objeto matemático.

5 METODOLOGIA

Para que os objetivos definidos neste trabalho sejam alcançados, serão adotados procedimentos metodológicos que servirão como guia da pesquisa, que contemplará duas abordagens, a saber: uma abordagem qualitativa e outra quantitativa. Na abordagem qualitativa, como não há necessidade do uso de métodos e estratégias estatísticas, o pesquisador é o instrumento-chave, como fonte direta da coleta de dados tem-se o ambiente de aplicação. Procedimento em que realiza-se a interpretação de situações e atribuição de significados (GIL, 1991).

Para Moreira (2011), as experiências e ações são tão importantes como os significados das pesquisas qualitativas, onde se aplicam métodos como desenvolvimento de hipóteses, significados individuais, contextuais e observação participativa.

Na abordagem quantitativa será utilizada a metodologia de Hake (2002), que analisa a porcentagem de ganho de aprendizagem através da execução de instrumentos de coleta de dados antes e depois da realização da oficina. Esse método baseia-se em uma equação simples que avalia o quanto o estudante progrediu na assimilação de determinado conteúdo. As equações 1 ou 2 calcula o ganho médio normalizado <g>, definido por:

$$< g >= \frac{\% < ganho>}{\%< ganho > máx} \tag{1}$$

ou ainda,

$$< g >= \frac{<\%< pós-testes> - \%< pré-teste>>}{100 - \% < pré-teste>} \tag{2}$$

Onde:

%<ganho> é a percentagem de aumento de acertos entre o pré-teste e o pós-teste.

%<pré-teste> é a percentagem de acertos do estudante individual ou da turma toda no pré-teste.

%<pós-teste> percentagem de acertos do estudante individual ou da turma toda no pós-teste.

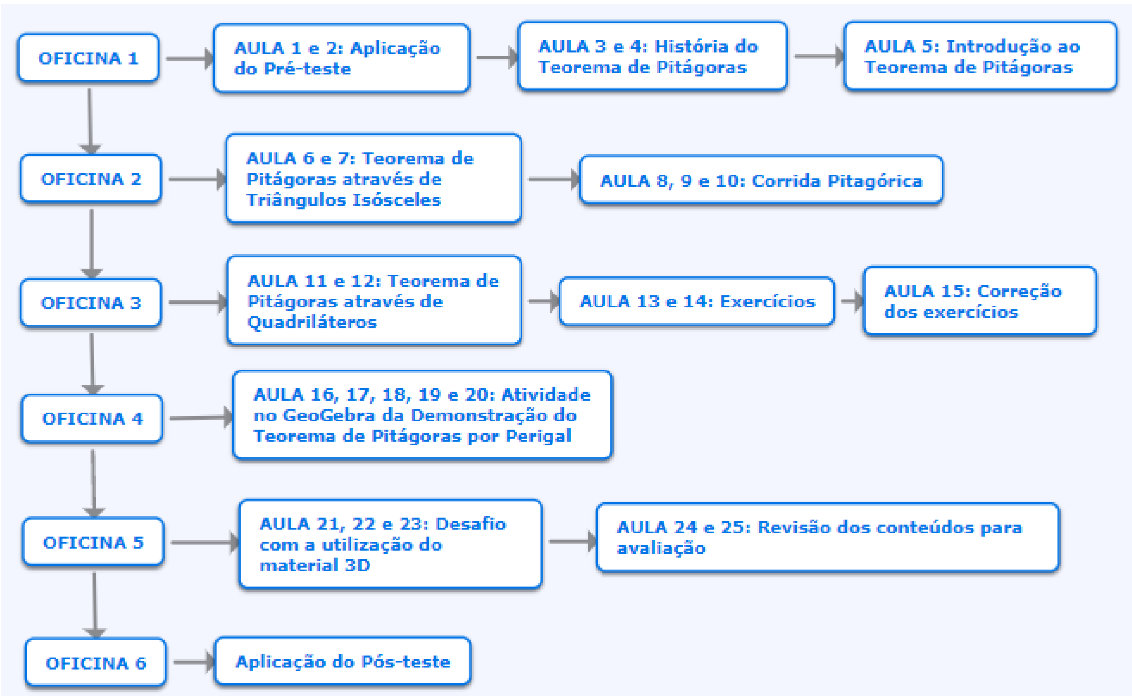
5.1 Procedimentos Metodológicos

Neste capítulo apresenta-se o passo a passo dos procedimentos que constitui a elaboração das oficinas e construção do Objeto de Aprendizagem 3D (Material didático).

5.1.1 Constituição da oficina

Na Figura 1 consta a esquematização das oficinas que serão aplicadas conforme descrito no capítulo Cronograma.

Figura 1 - Detalhamento das oficinas 1, 2, 3, 4, 5 e 6



Fonte: Autora, 2019

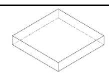
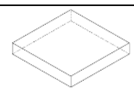
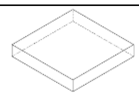
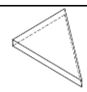
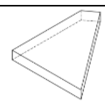
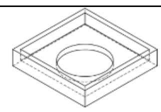
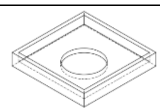
5.1.2 Definição, Modelagem e Prototipagem do Objeto de Aprendizagem em 3D

Palhais (2015) enfatiza os benefícios do uso da prototipagem para criação de protótipos de objetos. A partir desse conceito se pensou a elaboração de um recurso acessível, utilizando-se inicialmente o software CAD solidworks / versão acadêmica 2010 da Universidade Federal do Pampa / Campus - Bagé-RS. Posteriormente, imprimiu-se algumas peças do teorema de Pitágoras na impressora 3D modelo AIP/Sethi 3D de 175mm e as outras peças foram recortadas em uma cortadora a laser de uma empresa particular.

Os modelos produzidos no software de modelagem 3D solidworks das peças que estão representados na Tabela 1 a seguir: 3 prismas de base quadrangular conforme peças 1, 2 e 3, 1 prisma de base triangular peça 4, 1 prisma de base trapezoidal peça 5, 2 caixas de base quadrangular conforme peça 6 e 7.

Os principais comandos utilizados para a modelagem das peças foram: extrusão e corte por extrusão. A seguir na Tabela 1 mostra as imagens das peças com as dimensões após modelagem 3D no software solidworks.

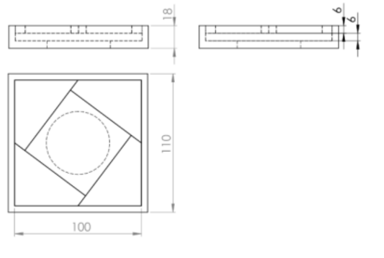
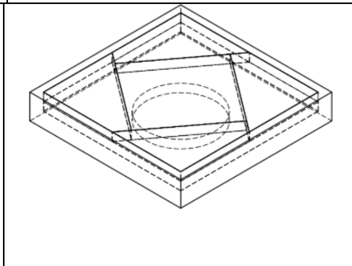
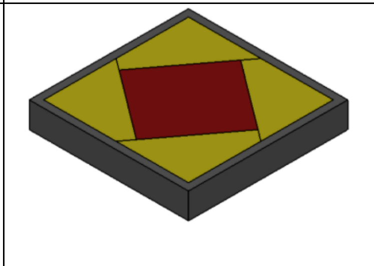
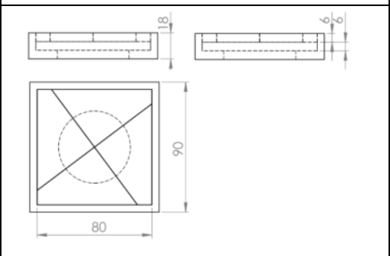
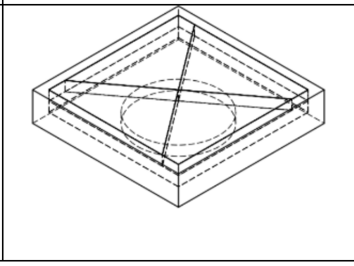
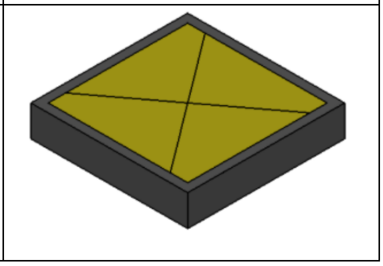
Tabela 1 – Desenho e detalhamento das peças modeladas no solidworks versão acadêmica 2010

	Dimensão			
Denominação	Largura (mm)	Compriment o (mm)	Altura (mm)	Imagem 3D
Peça 1	60	60	6	
Peça 2	80	80	6	
Peça 3	100	100	6	
Peça 4	60	80	6	
Peça 5	50	50	6	
Peça 6	90	90	18	
Peça 7	110	110	18	

Fonte: Autora, 2019.

O Quadro 2 mostra o detalhamento feito no ambiente de montagem do solidworks o conjunto formado pelo encaixe das peças 1, 2, 3, 4 e 5 mostradas na Tabela 1 em suas respectivas caixas (peças 6 e 7 da Tabela 1).

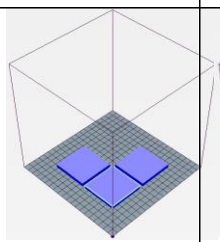
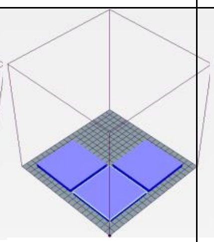
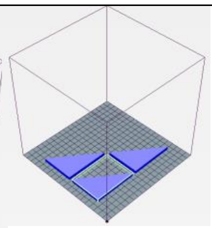
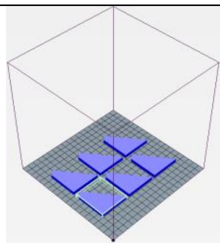
Quadro 2 – Montagem das peças no solidworks

Modelo	Vistas ortográficas detalhadas	Perspectiva isométrica com arestas visíveis e invisíveis	Perspectiva isométrica colorida
100X100			
80X80			

Fonte: Autora, 2019.

A seguir a Tabela 2 mostra as imagens do software Repetier host e Cura que são responsáveis por fazer a manufatura, ou seja, a impressão de cada peça modelada no solidworks.

Tabela 2 – Detalhamento das peças no software repetier

Dados	Peça 1	Peça 2	Peça 4	Peça 5
Projeção na impressora				
Escala de impressão	1	1	1	1
Número de	3	3	3	6

peças por impressão				
Qualidade impressão	1.5mm	1.5mm	1.5mm	1.5mm
Tipo de Suporte	Em toda a Parte	Em toda a Parte	Em toda a Parte	Em toda a Parte
Contagem de Camadas	39	39	39	39
Linhas totais	20628	27012	18645	29877
Filamento necessário	12260	21083	8695	11876
Tempo Estimado	4h:15m:11s	7h:13m:15s	3h:8m:21s	4h:19m:17s

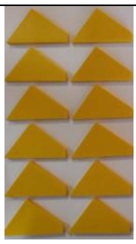
Legenda: mm= milímetro; h= horas; min= minutos; s= segundos.

Fonte: Autora, 2019

Em relação ao apresentado na Tabela 2 deve-se salientar que todas as peças foram impressas na escala 1/1, com qualidade de impressão de 1.5mm e com material suporte em toda a parte o que garante menor deformação durante o processo de fabricação. Uma outra informação importante diz respeito ao tempo de impressão estimado e a peça 2 foi a que atingiu um maior tempo em torno de 7 horas, por outro lado, a impressão mais rápida foi a da peça 4 com um tempo aproximado de 3 horas.

As peças 3, 6 e 7 foram construídas em uma cortadora a laser e a escolha por utilizar essa técnica ocorreu em função do tempo menor em relação a prototipagem e por apresentar características dimensionais as desejadas no projeto. O Quadro 3 (A, B, C e D) mostram as peças 1, 2, 4 e 5 respectivamente após prototipagem. As imagens do Quadro 3 (E, F e G) mostram as peças 3, 6 e 7 que foram feitas na cortadora.

Quadro 3 – Peças prototipadas em impressora 3D e cortadas em cortadora a laser

						
(A)	(B)	(C)	(D)	(E)	(F)	(G)

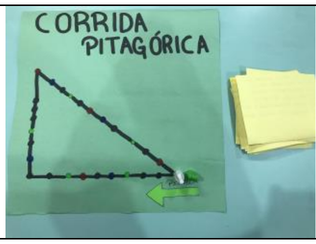
6 APRESENTAÇÃO DA PESQUISA E ANÁLISE DOS RESULTADOS

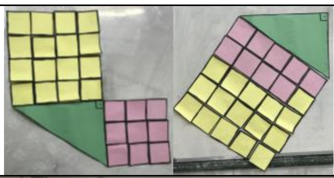
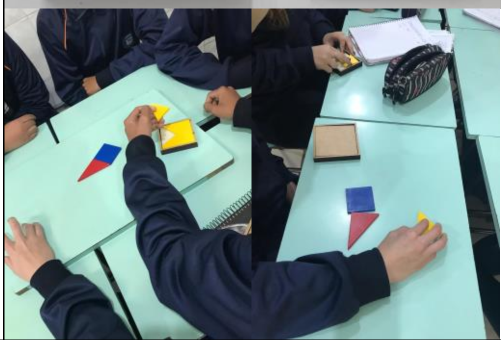
Nesta seção, serão apresentados e analisados os dados obtidos pela aplicação da sequência didática referente ao Teorema de Pitágoras com a utilização de tecnologias digitais. Vale destacar que, a metodologia adotada na investigação do processo de aprendizagem do referido Teorema, como já mencionado é constituída por dois viés: Quantitativa e Qualitativa.

6.1. Diário de Atividades

A SD aconteceu no período de seis semanas consecutivas durante o terceiro trimestres do ano corrente, o Quadro apresenta uma síntese das atividades que foram feitas durante a aplicação da SD.

Quadro 4 – Esquema das aulas correspondentes as oficinas

OFICINA	IMAGEM	AULA
1		1ª e 2ª aulas: Aplicação do Pré-teste 3ª e 4ª aulas: Sessão pipoca com Slides, Vídeos e texto sobre a história do Teorema de Pitágoras. 5ª aula: Introdução ao Teorema de Pitágoras
2		6ª e 7ª aulas: Teorema de Pitágoras através de Triângulos Isósceles 8ª, 9ª e 10ª aulas: Corrida Pitagórica

3		11ª e 12ª aulas: Teorema de Pitágoras através de Quadriláteros 13ª e 14ª aulas: Exercícios 15ª aula: Correção dos exercícios
4	 	16ª, 17ª, 18ª, 19ª e 20ª aulas: Atividade no GeoGebra da Demonstração do Teorema de Pitágoras por Perigal (Apêndice 1) no laboratório de informática da UNIPAMPA.
5	 	21ª, 22ª e 23ª aulas: Desafio: montar a Demonstração do Teorema de Pitágoras por Perigal no material 3D para visualização e resolução de exercícios propostos pelo grupo. 24ª e 25ª aulas: Revisão para avaliação
6		26ª e 27ª aulas: Aplicação do Pós-teste

Fonte: Autora, 2019

Deu-se início a 1ª oficina com a aplicação do Pré-teste de forma individual, para ver se os alunos tinham subsunçores necessários para dar início aos conteúdos. Logo na terceira e quarta aula foi realizada uma sessão pipoca, onde foi exibido vídeos, slides e textos sobre a história e curiosidades do Teorema de Pitágoras e para finalizar, foi solicitado aos estudantes que realizassem uma breve resenha dos fatores que mais chamou a atenção deles durante a aula. Para encerrar a semana, na quinta aula, a professora fez uma introdução ao Teorema com a Demonstração trivial.

A oficina 2 foi demonstrado o Teorema através dos triângulos isósceles no quadro. Para encerrar esta oficina, nas últimas aulas da semana aconteceu a Corrida Pitagórica. A turma foi dividida em 4 equipes, 2 para cada tabuleiro. Para dar início a partida um representante de cada equipe deveria jogar os dados que representavam o cateto maior e o cateto menor e a partir dessas informações calculariam o valor da hipotenusa, o valor maior começava a partida repetindo esse processo. Nas cartinhas tinham questões contextualizadas do Teorema de Pitágoras. Nesta atividade a turma se desempenhou bastante e teve bastante espírito de grupo, uns ajudando os outros no desenvolvimento das questões.

Na 3ª oficina foi trabalhado com os alunos a demonstração do referido Teorema através dos quadriláteros, na qual a professora construiu juntamente com os estudantes no quadro e depois enumerou os quadradinhos para que eles identificassem que a soma do quadrado dos catetos era igual a hipotenusa. Colocando em prática, foi proposto aos estudantes exercícios e após a correção e um espaço reservado para retirar as dúvidas.

Os estudantes foram levados até a UNIPAMPA campus Bagé para utilizarem o laboratório de Informática do curso de Matemática para realizarem a 4ª oficina, pois a escola não tem o laboratório para disponibilizar aos seus estudantes. Chegando lá pode-se perceber que muito estudantes estavam tendo o primeiro contato com o computador. Foi escolhido o Software GeoGebra para serem feitas as atividades por ser de fácil entendimento e manuseio. Primeiramente foi entregue a folha de atividades para as duplas, em seguida foi apresentado o Software aos estudantes e a professora fez no projetor os primeiros passos, depois eles seguiram fazendo e preenchendo a folha. Depois da construção da demonstração trivial, os estudantes abriram no Geogebra uma animação com a Demonstração por Perigal para visualizarem.

Foi proposto um desafio durante a 5ª oficina. A turma foi separada em 3 grupos, contendo estudantes que haviam ido na UNIPAMPA e os que não teriam ido. Logo, foi entregue para cada grupo um kit com o material impresso em 3D e a professora deu algumas instruções de como iria proceder o desafio da construção da demonstração. Quando todos os grupos tinham realizado, foram propostos exercícios para que fossem realizados com o auxílio do material.

A 6ª oficina foi aplicado o Pós-teste para poder obter os resultados dos estudantes perante a Sequência Didática.

6.2. Análise da Sequência Didática

A análise da Sequência Didática será feita segundo os dados coletados pela a aplicação do pré-teste e do pós-teste.

6.2.1. Análise Qualitativa

Para analisar qualitativamente os resultados obtidos durante a aplicação da Sequência Didática, foram retomados os objetivos específicos apresentados inicialmente nesta pesquisa.

O primeiro objetivo, identificar o nível de conhecimento dos estudantes sobre o Teorema de Pitágoras pela aplicação do Pré-teste, pode-se concluir que a grande maioria dos estudantes não tinha conhecimentos prévios sobre o referido Teorema. Apenas um aluno demonstrou ter tais conhecimentos por estar cursando novamente o nono ano. Portanto, para introduzir o conteúdo foi necessário construir uma estrutura cognitiva prévia, visto que de acordo com os resultados obtidos no Pré-teste não haviam subsunçores suficientes para que cada estudante tivessem uma aprendizagem significativa. Ausubel (1978), pontua que os novos conhecimentos devem ser ancorados no intuito de estabelecer uma ligação com àqueles que o estudante já possui. Desse modo, deu-se início a Sequência Didática com o conteúdo de Triângulos Retângulos.

Quanto ao segundo e terceiro objetivo, elaborar e aplicar uma Sequência Didática envolvendo a modelagem geométrica em 3D via Geogebra de algumas demonstrações do Teorema de Pitágoras e realizar a prototipagem dos Objetos de Aprendizagem (OAs) obtidos via Geogebra, foram totalmente atingidos. Em se tratando da operacionalidade da aplicação da Sequência Didática no que se refere a representação da Demonstração do Teorema por Perigal via *Software* Geogebra, essa foi realizada no laboratório de informática do curso de Licenciatura - Matemática do Campus Bagé, a qual estimulou bastante os estudantes proporcionando uma reflexão esta demonstração. Nas aulas foram empregados diversos tipos de recursos para serem trabalhados desde a história do Teorema aos conceitos, dentre eles: vídeos, jogos e demonstrações 3D.

O quarto objetivo foi atingido via a aplicação do Pré e Pós-teste para realizar a comparação dos resultados obtidos por ambos pelo cálculo do ganho de aprendizagem. E por fim, efetuar a análise estatística dos dados coletados, como mostra a Seção 6.2.2.

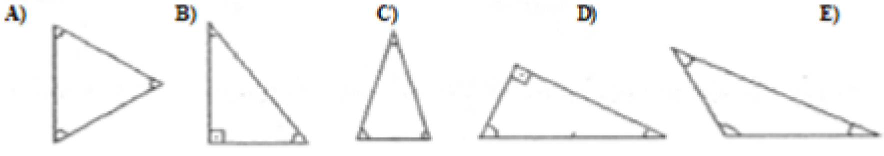
Conforme a análise da potencialidade significativa da aplicação da Sequência Didática e quantificação do ganho de aprendizagem dos estudantes referente à aplicação da Sequência Didática via o ganho normalizado de Hake, alcançou-se um ganho alto que pode ser considerado através do ganho de aprendizagem que foi de 75% conforme a classificação estabelecida por Hake (2002).

6.2.2. Análise Quantitativa

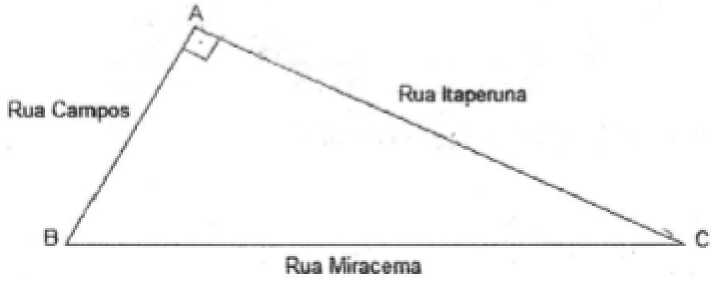
O Pré-teste foi aplicado aos estudantes, de modo impresso, contendo questões abertas e fechadas, como é apresentado no Quadro 7. Vale comentar que, objetivo principal do referido pré-teste foi identificar os conhecimentos prévios sobre o Teorema de Pitágoras dos estudantes. É relevante destacar que, para Ausubel (2002), o aspecto principal no processo de aprendizagem é denominado como conhecimento prévio, na medida que envolve interação entre os saberes já existentes pelo estudante com os novos, este conhecimento passa a ser considerado como significativo.

Quadro 5- Questões do Pré-teste

1) (Silva, 2016) Qual(is) dos triângulos abaixo é (são) um triângulo(s) retângulo? Justifique.

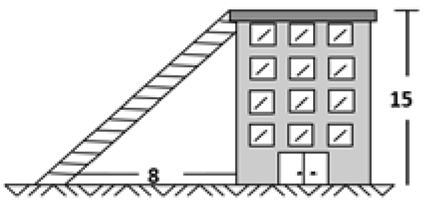


2) (Silva, 2016) O triângulo ABC, com o ângulo reto A, da figura abaixo, representa um terreno onde será construída uma praça. Esta praça fica entre as ruas Campos, Miracema e Itaperuna.



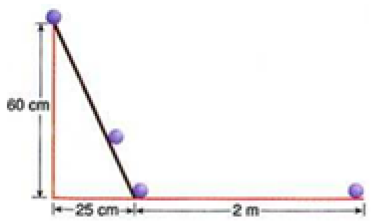
Qual destas ruas representa a hipotenusa do triângulo ABC, por quê?

3) (Adaptado de Dante, 2016) A figura mostra um edifício que tem 15 m de altura, com uma escada colocada a 8 m de sua base ligada ao topo do edifício. O comprimento dessa escada é de:

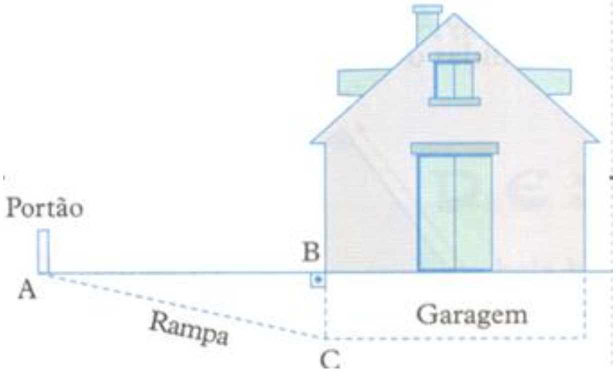


a) 12 m. b) 30 m. c) 15 m. d) 17 m. e) 20 m.

4) (Adaptado de Dante, 2016) Qual é a distância percorrida pela bolinha? Justifique sua resposta.



5) (Bonjorno, 2006) O acesso a uma garagem situada no subsolo de uma casa é feito por rampa, conforme nos mostra o desenho:



Sabe-se que a rampa AC tem 10,25 metros de comprimento, e a altura BC da garagem é 2,25 metros. A distância AB entre o portão e a entrada da casa é de quantos metros? Justifique sua resposta.

6) (Adaptado de Silva, 2010) A respeito dos elementos de um triângulo retângulo, assinale a alternativa correta e descreva o erro nas demais questões.

a) Um triângulo retângulo é assim conhecido por possuir pelo menos dois lados iguais.

b) O triângulo retângulo é assim conhecido por possuir pelo menos um ângulo de 180°, também conhecido como ângulo reto.

c) A hipotenusa é definida como o maior lado de um triângulo qualquer.

d) A hipotenusa é definida como o lado que se opõe ao maior ângulo de um triângulo qualquer.

e) A hipotenusa é definida como o lado que se opõe ao ângulo reto de um triângulo retângulo.

7) (Adaptado das Notas de aula, professora Ana Kesler, Colégio Aplicação-UFRGS) As raízes da equação $x^2 - 14x + 48 = 0$ expressam, em cm, as medidas dos catetos de um triângulo retângulo. Nessas condições, determine a medida da hipotenusa desse triângulo. Explique como você chegou nessa resposta.

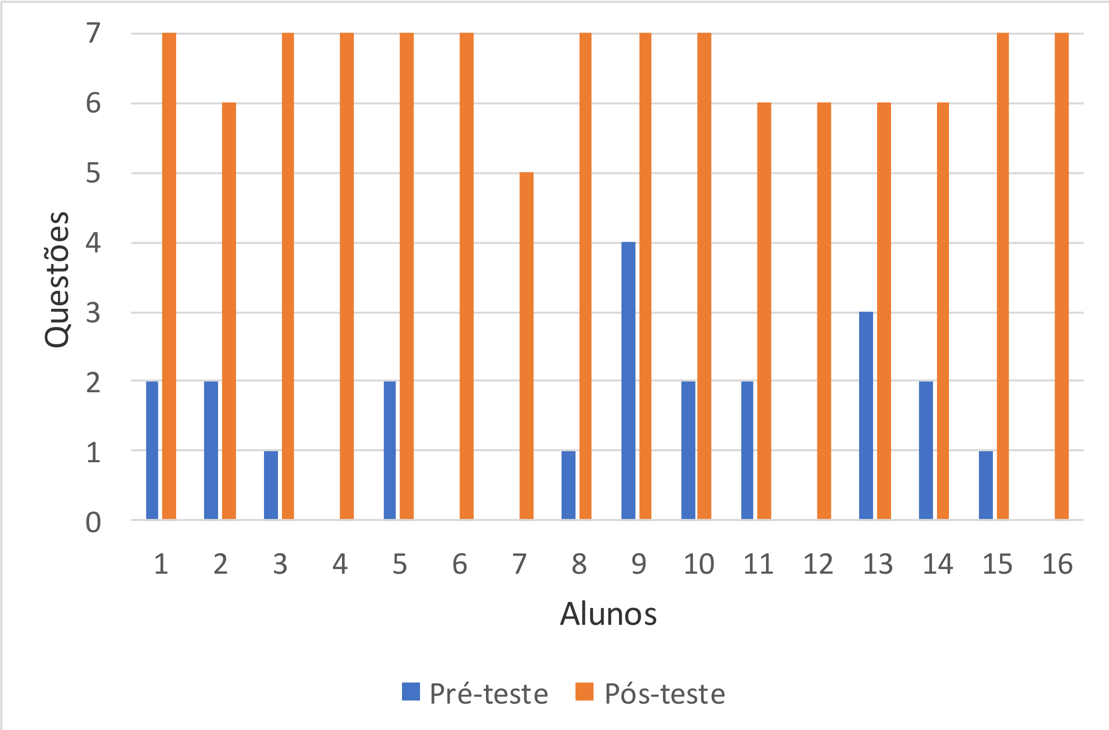
Fonte: Adaptado dos autores citados

Ressalta-se que, o Pré-teste (Quadro 5) foi reaplicado na conclusão da sequência didática, sendo chamado agora de Pós-teste, com o objetivo de analisar o ganho de aprendizagem referente aos saberes adquiridos ao longo desta intervenção pedagógica.

A média do ganho de aprendizagem obtido pelos estudantes 75%, que também foi identificado durante a realização das atividades propostas, nas quais os estudantes demonstraram interesse e progresso. Para comparar o rendimento do pré e pós-teste foi aplicado o teste estatístico não paramétrico de Mann-Whitney, uma vez que os dados não atendem a suposição de normalidade, verificados via teste Shapiro Wilk (FÁVERO et al, 2009). O nível de significância pré-estabelecida foi de 5%. Esse nível de significância indica que a probabilidade de que as alterações no ganho (desempenho dos estudantes ao responder as perguntas dos pré e pós testes) tenham ocorrido por acaso é menor que 5%. Como já mencionado no capítulo Metodologia, vale ressaltar que as questões do pré e pós-teste foram selecionadas e adaptadas de vestibulares nacionais.

Apresenta-se na Figura 2 uma comparação entre o número de acertos do pré e pós-teste dos 16 estudantes participantes, no qual responderam 7 questões (pré-teste e pós-teste). Ao analisar a Figura 2, pode-se concluir que a grande maioria dos estudantes apresentaram um melhor desempenho após a aplicação da sequência didática (barras em vermelho).

Figura 2 - Gráfico de barras comparativo entre o pré-teste e o pós-teste



Fonte: elaborado pela autora, 2019

Na análise quantitativa foi utilizado o método do ganho de aprendizagem de Hake (2002), para obter uma melhor compreensão do avanço do conhecimento dos estudantes, que emprega uma equação bem simples, a qual possibilita avaliar o quanto um estudante que participou da pesquisa com a utilização da sequência didática progrediu na absorção de um determinado saber em particular.

No Tabela 3 consta o percentual de aproveitamento no Pré-teste e no Pós-teste, assim como a diferença de desempenho entre esses dois testes:

Tabela 3 - Desempenho percentual dos estudantes.

ESTUDANTES	ACERTOS PRÉ-TESTE (%)	ACERTOS PÓS-TESTE (%)	DIFERENÇA ENTRE PRÉ E PÓS-TESTE (%)
1	29	100	71

2	29	86	57
3	14	100	86
4	0	100	100
5	29	100	71
6	0	100	100
7	0	71	71
8	14	100	86
9	57	100	43
10	29	100	71
11	29	86	57
12	0	86	86
13	43	86	43
14	29	86	57
15	14	100	86
16	0	100	100

Fonte: Elaborada pela autora 2019.

Nota-se na Tabela 3, que os estudantes 9 e 13 (cor laranja) obtiveram o menor progresso entre o Pré-teste e o Pós-teste, atingindo apenas 43%. Três estudantes (4, 6, 16), representados pela cor verde apresentaram 100% na diferença do desempenho entre o Pré-teste e o Pós-teste. Os 11 estudantes restantes (1, 2, 3, 5, 7, 8, 10, 11, 12, 14, 15), alcançaram um percentual de desempenho entre 57% a 86%. Destaca-se que a aplicação da Sequência Didática teve um rendimento satisfatório perante a aprendizagem dos estudantes, visto que atingiram um desempenho significativo entre o Pré e o Pós-teste.

Foi utilizado o método de Hake (2002) para calcular o ganho de aprendizagem dos estudantes, o qual avalia a porcentagem de acertos do Pré-teste (%<pré-teste>) e do Pós-teste (%<pós- teste>) segundo a equação 2 descrita no (Capítulo 5), resultando nas porcentagens exibidas na Tabela 3.

Tabela 4- Valores percentuais de acerto nos pré-testes e pós-testes e o ganho normalizado na aprendizagem da turma, (%<g>) calculados segundo o Método de Hake (2002)

Acertos <Pré-teste> (%)	Acertos <Pós-teste> (%)	<g> normalizado (%)	<g> absoluto (Pós - Pré) (%)
17%	79%	75%	62%

Fonte: elaborado pela autora adaptado de DA SILVA, João Batista; SALES, Gilvandenys Leite; DE CASTRO, Juscileide Braga, 2019

Hake (2002), estabelece uma classificação para o ganho normalizado de aprendizagem de acordo com as classes abaixo:

i) ganho alto (<g>) ≥ 0,7;

ii) ganho médio 0,7> (<g>) ≥0,3;

iii) ganho baixo (<g>) <0,3.

Considera-se que um ganho de 75% é alto, contribuindo assim, para que haja indícios de aprendizagem com a aplicação da Sequência Didática do Teorema de Pitágoras com a utilização das tecnologias digitais produzindo um melhor desempenho dos estudantes na realização dos exercícios deste conteúdo.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os professores que são os transmissores do conhecimento podem e devem buscar alternativas para estimularem o interesse dos estudantes, tornando as aulas mais atraentes, com isso resulta em um melhor desempenho por parte dos estudantes, por estarem motivados. O estudante que está interessado, motivado, acaba transformando a matemática em uma disciplina mais compreensível e agradável. Dessa forma, o comprometimento de ambas as partes, tanto do professor quanto dos estudantes permite que haja uma conexão cíclica entre o ensino/aprendizagem, pois melhorando o processo, consequentemente trará contribuições significativas.

Nessa perspectiva, como objetivo principal deste trabalho tem-se a análise das contribuições de uma Sequência Didática relacionada ao Teorema de Pitágoras aplicada ao 9º ano do Ensino Fundamental no intuito de buscar evidências de aprendizagem significativa. Para isso, utilizou-se durante a aplicação desta Sequência Didática como recurso a tecnologia digital e materiais diversificados em sala de aula para auxiliar o processo de aprendizagem, a fim de explorar aptidões dos estudantes com aulas mais dinâmicas e interativas.

A análise dos resultados foi obtida por intermédio de duas formas metodológicas, a saber: abordagem qualitativa e quantitativa. Na abordagem qualitativa, percebeu-se que no período da aplicação da Sequência Didática os alunos por estarem motivados com os recursos diversificados que foram utilizados conseguiram absorver grande parte das explicações sobre o conteúdo, atingindo assim uma aprendizagem significativa. Já na abordagem quantitativa, pode-se observar ao realizar o cálculo do ganho normalizado de Hake foi de 75%, considerado alto pois está a cima de 70%.

Diante de todas as análises dos resultados obtidos, pode-se afirmar que os objetivos propostos foram atingidos em sua plenitude e, por conseguinte, as tecnologias digitais auxiliaram notavelmente durante o desenvolvimento das oficinas, obtendo assim, ao finaliza-la uma conclusão para os questionamentos que existiam no início da pesquisa. Dessa forma, o presente estudo, pode proporcionar contribuições para professores que procuram elaborar aulas com recursos didáticos tecnológicos e também.

REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D.P.; NOVAK, J.D. and HANESIAN, H. **Educational psychology: a**

BALBINO JÚNIOR, Valci Rodrigues. **Teorema de Pitágoras: Aplicações em Objetos de Aprendizagem**. 2015. 94f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Rio Claro, SP, 2015.

BARASUOL, F. F. **A matemática da pré-história ao antigo Egito**. UNIrevista. vol. 1. n° 2. 2006.

BONJORNO, José Roberto, BONJORNO, Regina Azenha e OLIVARES, Ayrton. **Matemática, fazendo a diferença**, 8ª série. São Paulo: FTD, 2006, 320 p.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática (5a a 8a séries)**. Brasília, DF, 1998.

cognitive view. 2nd. ed. New York, Holt Rinehart and Winston, 1978.

Cunha, M. I. (2006). **O bom professor e sua prática** (18a ed.). São Paulo: Papirus.

DA SILVA, João Batista; SALES, Gilvandenys Leite; DE CASTRO, Juscileide Braga. Gamificação como estratégia de aprendizagem ativa no ensino de Física. ***Revista Brasileira de Ensino de Física***, 2019, 41.4: e20180309.

DA SILVA, Sérgio Marconi; IVANETEZUCHISIPLE, Elisandra Bar de Figueiredo. **USO DA IMPRESSORA 3D NO ENSINO DE MATEMÁTICA**.

DANTE, Luiz Roberto. **Projeto Teláris: matemática**. 2. ed. São Paulo: Ática, 2016. 9 ano.

FAJARDO, R. **Matemática critica: O Porquê de algumas definições e regras** – VII CIBEM, formação e atualização de professores. Montevidéu, Uruguai 2013. Disponível em: . Acesso em 08 set. 2019.

FERNANDES, A. R. B. et al. **Principais motivos que dificultam a aprendizagem da matemática**. In: XI Encontro de Iniciação à Docência. [s.n.], 2009. Disponível em: <http://www.prac.ufpb.br/anais/xenex_xienid/xi_enid/prolicen/ANAIS/Area4/4CFTDCBSPLIC05.pdf>. Acesso em: 20 abril. 2019.

FERREIRA, Cristiano Corrêa; FERREIRA, Vera Lúcia Duarte. Desenvolvimento de Técnicas de Visualização e Modelagem do Desenho 3D para Estudantes do Ensino Médio da Cidade de Bagé–RS: um Estudo de Caso. **Revista Iberoamericana de Tecnología en Educación y Educación en Tecnología**, n. 23, p. e05-e05, 2019.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 1991.

GONZÁLEZ, Gabriela; VIVAS, Miguel. **EL ORIGEN DEL MÉTODO DEDUCTIVO Y ALGUNOS APORTES DE LOS GRIEGOS A LA MATEMÁTICA DE NUESTROS DÍAS**. **Matemática**, v. 15, n. 1, p. 35-39, 2017.

HAKE, R. R. **Assessment of student learning in introductory science courses.** KAL Roundtable on the Future. Duke University, p. 1-3. 2002. Disponível em: Acesso em: 12 jun. 2019.

I. A. M. Rocha. **"Programa e projeto na era digital: O ensino de projeto de arquitetura em ambientes virtuais interativos".** Tese de Doutorado em Arquitetura, 2009.

MARTINS, José Doval Nunes. **Transformações geométricas no plano: uma proposta de atividades para o ensino médio utilizando o GeoGebra**. 2018. 89 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) – Universidade Federal do Cariri, Centro de Ciências e Tecnologia – Programa de Pós-graduação em Matemática em Rede Nacional, Juazeiro do Norte, CE, 2018.

MOREIRA, Marco Antônio. **A teoria da aprendizagem significativa de Ausubel. In: Marco Antônio Moreira. Teorias de aprendizagem**. 2 ed. São Paulo: EPU. 2011. p. 159-173.

MOREIRA, Marco Antonio. Aprendizagem significativa em mapas conceituais (Meaningful learning in concept maps). **Instituto de Física da UFRGS. Série Textos de Apoio ao Professor de Física, PPGEnFis/IFUFRGS**, v. 24, n. 6, 2013.

MOREIRA, Marco Antônio; MASINI, Elcie. ***Aprendizagem Significativa*****: a teoria de David Ausubel**. 2 ed. São Paulo: Centauro. 2001.

Notas de aula, professora Ana Kesler, Colégio Aplicação-UFRGS, disponível em: <https://studylibpt.com/doc/719894/lista-de-exerc%C3%ADcios-sobre-rela%C3%A7%C3%B5es-m%C3%A9tricas-na-circunfer%C3%AA.>. Acesso em: 17 de julho de 2019.

OLIVEIRA FILHO, Amaro José de. **O Teorema de Pitágoras**. 2016. 73f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal Rural de Pernambuco, Programa de Pós-Graduação Profissional em Matemática, Recife, BR-PE, 2016.

OSHIMA, I. S.; PAVANELLO, M. R. **O laboratório de ensino de matemática e a aprendizagem da geometria**. 2010.

PIASESKI, C. M. **A geometria no ensino fundamental**. Monografia. Universidade Regional Integrada do Alto Uruguai e das Missões. Erechim/ RS. 2010.

RESENDE, G.; MESQUITA, M. G. B. F. **Principais dificuldades percebidas no processo ensino-aprendizagem de matemática em escolas do município de Divinópolis**, MG. Educ. Matem. Pesq, v.15, n.1, pp. 199-222, 2013.

SANTOS, Andrey Miranda A. **MODELAGEM DE AMBIENTES 3D USANDO PROGRAMAS GRATUITOS**. 2018.

SILVA, João Evangelista Brito da. **Teorema de Pitágoras : algumas extensões/generalizações e atividades com o Software GeoGebra**. 2014. 152f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, São José do Rio Preto, SP, 2014

SILVA, Lenilson Oliveira da. **Atividades lúdicas no ensino do Teorema de Pitágoras.** 2016. 107f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro. Centro de Ciência e Tecnologia. Laboratório de Ciências Matemáticas, Campos dos Goytacazes, RJ, 2016.

SILVA, Luiz Paulo Moreira. **Exercícios Brasil Escola**. Disponível em: <https://exercicios.brasilescola.uol.com.br/exercicios-matematica/exercicios-sobre-triangulo-retangulo.htm>. Acesso em: 17 de julho de 2019.

APÊNDICES

APÊNDICE A – Termo de consentimento livre e esclarecido

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Dados de Identificação

Título do Projeto: **Uma Sequência Didática do Teorema de Pitágoras Utilizando as Tecnologias Digitais Visando à Aprendizagem Significativa**

Orientadora: Vera Lúcia Ferreira

Co-orientadora: Denice Aparecida Menegais

Instituição a que pertence Orientadora e Co-orientadora: Universidade Federal do Pampa- Unipampa- Campus Bagé.

Nome do voluntário: ____

Idade:__________anos R.G. ____

Você está sendo convidado(a) a participar, como voluntário(a), da pesquisa intitulada Uma Sequência Didática do Teorema de Pitágoras Utilizando as Tecnologias Digitais Visando à Aprendizagem Significativa**, conduzida por Mariana Oliz Alves, aluna regular matriculada no curso Matemática – Licenciatura na Universidade Federal do Pampa – Unipampa – campus Bagé. Este estudo tem por objetivo analisar as contribuições de uma sequência didática relacionada ao Teorema de Pitágoras aplicada ao 9º ano do Ensino Fundamental no intuito de buscar evidências de aprendizagem significativa. Os dados obtidos por meio desta pesquisa serão confidenciais e não serão divulgados os nomes, visando assegurar o sigilo de sua participação.**

Em casos de dúvidas, os voluntários poderão enviar mensagem eletrônica para o endereço marianaoalvess@gmail.com

Eu,____, RG nº ________ declaro ter sido informado e concordo em meu filho(a) participar como voluntário, do projeto de pesquisa acima descrito.

Bagé, _______ de ________________ de ___________.

____
Nome do aluno

____
Nome e assinatura do responsável

APÊNDICE B – Autorização para uso de imagens

AUTORIZAÇÃO PARA USO DE IMAGENS

Eu,____ responsável por__________ ____________________________, aluno da E.M.E.F João Thiago do Patrocínio , AUTORIZO que imagens que incluam meu/minha filho(a) sejam feitas e utilizadas:

a) pela equipe da escola para fins pedagógicos;
b) pela equipe da escola para fins acadêmico-científicos (projetos de pesquisa, extensão e intervenção);
c) por outros pesquisadores e/ou professores da UNIPAMPA ou outra instituição que foram autorizados pela escola a realizar projetos científico-acadêmicos na mesma;

Estou ciente, ainda, de que os pais têm autorização da Escola para fazer **somente** imagens coletivas do grupo de seus filhos e individuais **apenas** dos seus filhos/as.

Bagé, ____ de ______________ de 20_____

____

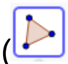
Assinatura do responsável

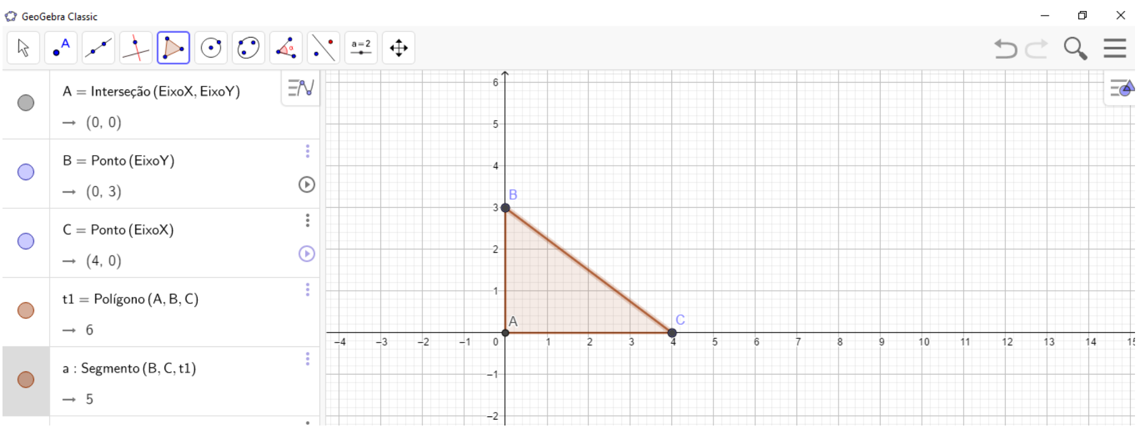
APÊNDICE C- Atividade no GeoGebra

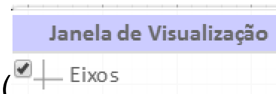
ATIVIDADE NO GEOGEBRA

1- Vamos construir um triângulo ABC que tenha um lado medindo 3 e outro lado medindo 4 unidades, usando os pontos dos eixos cartesianos, como na figura a seguir. Para isso, clique na **<u>caixa 2</u>** e selecione a ferramenta “**Ponto**” () marque 3 pontos, com as seguintes coordenadas: A (0,0), B (0,3) e C (4,0).

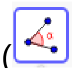
<u>Modo de construção:</u> para construir o ponto A fixo na origem, passe o mouse ao redor da origem, quando aparecer a mensagem EixoX EixoY de um clique e o ponto A será construído na origem do sistema cartesiano, não podendo ser manipulado. Da mesma forma, para construir o ponto B no eixo das ordenadas, clique ao redor do ponto (0,3) e quando aparecer a mensagem EixoY de um clique, fixando o ponto no eixo das ordenadas. De modo análogo, ao posicionar o mouse ao redor de (4,0), surgirá a mensagem EixoX, que fixará o ponto no eixo das abscissas. Dessa maneira, o ponto B se movimentará somente pelo eixo Y e o ponto C, pelo eixo X.

Agora, clique na **<u>Caixa 5</u>** e selecione a ferramenta **“Polígono”** (), e vamos construir nosso triângulo, para isso, clique nos pontos A,B, C e novamente em A. Você deve obter uma figura como esta:



2- Vamos “esconder” os eixos eixos cartesianos, para isso clique com o botão direito no eixo e depois em “Eixos” (

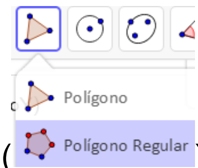
).

3- Vamos medir o valor do ângulo BÂC, clique na **<u>Caixa 8</u>**, selecione “**Ângulo**” () e a seguir, nessa ordem, nos pontos C, A e B. O valor do ângulo deve aparecer junto ao ângulo Â. Agora responda:

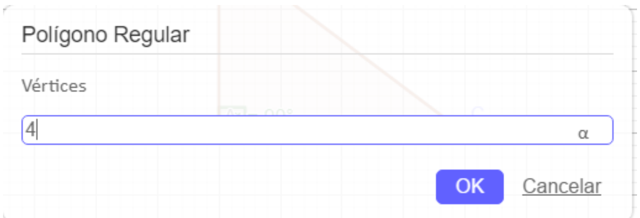
a) Quanto vale o ângulo CÂB?_________.

b) Qual o nome que recebem os triângulos que possuem um ângulo reto?

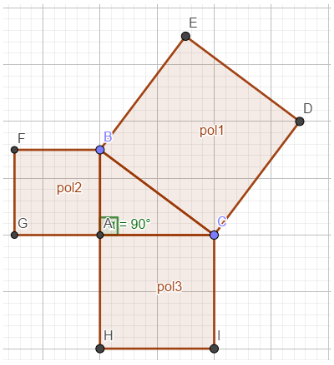
c) Como se chama o lado (do triângulo) oposto ao ângulo reto? ______. E qual o nome dos outros dois lados desse triângulo?____.

4- Agora, vamos construir 3 quadrados, cada um tendo como base um lado do triângulo. Para isso clique novamente na Caixa 5, selecione a ferramenta “**<u>Polígono Regular</u>**” (

). Clique inicialmente no ponto B e depois em C, e uma caixa como a abaixo surgirá:



Digite 4 e dê OK, então um quadrado deverá ser construído sobre o lado BC. Repita este procedimento para os lados AB e CA. No final, você deverá ter uma figura como a esta:



5- Agora vamos conferir a medida dos lados. Para isso vá novamente à **<u>Caixa 8</u>** e selecione a ferramenta “**Distância, comprimento ou perímetro**” ( ) e depois clicar sobre os lados AC, AB, BC.

6- Agora responda:

a) Quais são as medidas dos catetos do triângulo retângulo construído? AB=_____e AC =______. E a hipotenusa? BC =__.

b) Qual é a área do quadrado que tem o cateto **AB** como um lado?____. E a área do quadrado que tem o cateto **AC** como um lado?__.

c) Qual a área do quadrado que tem a hipotenusa **BC** como lado?_______.

d) Para conferir se você acertou, clique na **<u>Caixa 8</u>** e selecione a ferramenta “**<u>Área</u>**” ( ). Clique no interior do quadrado construído sobre o lado AC, deverá aparecer o valor da área desse quadrado. Repita este procedimento para os quadrados construídos sobre os lados AC e AB.

e) Agora some as áreas dos quadrados construídos sobre os catetos. Quanto é?

$\mathbf{3}^2 + \mathbf{4}^2 =$___.

f) Compare a soma das áreas dos quadrados que tem os catetos como lado, obtido em **(*e*)** com a área do quadrado que tem a hipotenusa como lado. Analisando as áreas desses quadrados, o que é possível observar? ____

____

____

____

________________.

7- Será que foi coincidência? Só dará certo para esse triângulo de lados 3, 4 e 5?

Vamos alterar o valor do lado do triângulo retângulo e analisar o que acontece com as áreas dos quadrados construídos sobre os lados. Para isso, selecione na **<u>Caixa 1</u>** a ferramenta “**<u>mover</u>**”() e altere as posições dos pontos B e/ou C. Observe que mesmo alterando as posições dos pontos B e C, o ângulo BÂC continua sendo de 90º e o triângulo ABC permanecerá sendo retângulo. Faça pelo menos 3 alterações e anote os valores obtidos na tabela a seguir:

	Área do quadrado construído sobre o cateto AB. (Área $=\overline{AB}^2$)	Área do quadrado construído sobre o cateto AC. (Área $=\overline{AC}^2$)	Soma das áreas dos quadrados construídos so- bre os catetos. ($\overline{AB}^2+\overline{AC}^2$)	Área do quadrado construíd o sobre a hipotenus a. (Área $=\overline{BC}^2$)
1)				
2)				
3)				

Agora, compare os valores das duas últimas colunas, ou seja, $AB^2 + AC^2$ com BC^2. O que podemos concluir sobre esses dois valores?____________________________

____.

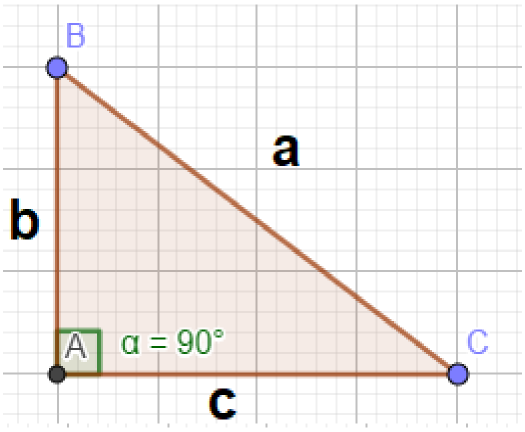
Essa atividade nos permite tirar a seguinte conclusão:

CONCLUSÃO: Nestes triângulos retângulos que foram construídos, a soma dos quadrados das medidas dos _____________________________ é igual ao quadrado da medida da ________________________!

Esse resultado não vale apenas para estes casos particulares. Temos um teorema que nos diz que ***“Para todo triângulo retângulo, a área do quadrado construído sobre a***

hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos".
Esse é o famoso ***Teorema de Pitágoras***!

Simbolicamente ou de forma resumida, se um triângulo retângulo tem hipotenusa com medida a e catetos medindo b e c, então:



$$a^2 = b^2 + c^2$$