

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA  
CAMPUS ALEGRETE  
PROGRAMA DE PÓS -GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA**

**ÉDIBLU SILVA CÉZAR**

**ANÁLISE DINÂMICA E ESTRUTURAL DE UM CHASSI TUBULAR ATRAVÉS DE  
ELEMENTOS FINITOS COM VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL**

**Alegrete  
2017**

**ÉDIBLU SILVA CÉZAR**

**ANÁLISE DINÂMICA E ESTRUTURAL DE UM CHASSI TUBULAR ATRAVÉS DE  
ELEMENTOS FINITOS COM VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Engenharia da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia.

Orientador: Prof. Dr. Tonilson de Souza Rosendo

Coorientador: Prof. Dr. Vicente Bergamini Puglia

**Alegrete  
2017**

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos  
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do  
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

C425a Cézar, Édiblu Silva

Análise dinâmica e estrutural de um chassi tubular através  
de elementos finitos com validação experimental / Édiblu Silva  
Cézar.

113 p.

Dissertação (Mestrado)-- Universidade Federal do Pampa,  
MESTRADO EM ENGENHARIAS, 2017.

"Orientação: Tonilson de Souza Rosendo".

1. Veículo off-road. 2. Geometria Complexa. 3. Método dos  
elementos finitos. 4. Vibração aleatória. I. Título.

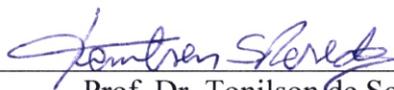
**ÉDIBLU SILVA CÉZAR**

**ANÁLISE DINÂMICA E ESTRUTURAL DE UM CHASSI TUBULAR ATRAVÉZ DE  
ELEMENTOS FINITOS COM VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação  
Stricto Sensu em Engenharia da Universidade Federal do  
Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de  
Mestre em Engenharia.

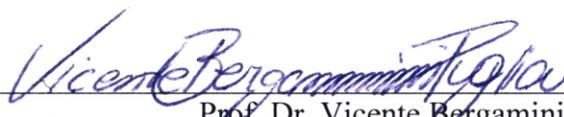
Área de concentração: Tecnologia de materiais

Dissertação defendida e aprovada em: 14 de dezembro de 2017.



---

Prof. Dr. Tonilson de Souza Rosendo  
Orientador  
UNIPAMPA



---

Prof. Dr. Vicente Bergamini Puglia  
Coorientador  
UNIPAMPA

Banca examinadora:

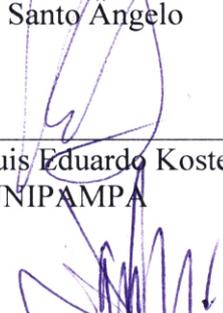


---

Prof. Dr. Flávio Kieckow  
URI Santo Ângelo

---

Prof. Dr. Luis Eduardo Kostaski  
UNIPAMPA



---

Prof. Dr. Wang Chong  
UNIPAMPA

## RESUMO

Um veículo é classificado como *off-road* quando este é capaz de trafegar em vias que apresentam diferentes tipos de obstáculos, os quais podem ser superados pelo veículo. O chassi de um tipo de veículo *off-road* conhecido como Mini-Baja é o objeto de estudo deste trabalho. A concepção, o projeto detalhado, a construção e testes do veículo para competições SAE, são desenvolvidos por equipes de alunos de engenharia, os quais representam suas respectivas Instituições de Ensino Superior de várias localidades mundo a fora. O chassi em estudo neste trabalho foi desenvolvido pela equipe Baja Pampa, composta por alunos da Universidade Federal do Pampa - Campus Alegrete. A estrutura do chassi é modelada pelo Método de Elementos Finitos (MEF), com o *software* ANSYS® APDL (Ansys Parametric Design Language), sendo empregado um elemento de barra do tipo BEAM189. Então são desenvolvidas análises estáticas e dinâmicas (modal, harmônica e espectral) considerando diferentes condições de contorno e carregamentos. Para validar os resultados obtidos a partir do modelo computacional, são instrumentados à estrutura dispositivos de coleta de dados (acelerômetros e extensômetros) e desenvolvidos um ensaio de frequência, para a obtenção das frequências naturais da estrutura, e a aplicação de um carregamento estático, para a obtenção dos níveis de tensões. O modelo numérico apresenta valores de frequências naturais e níveis de tensão coerentes com valores medidos experimentalmente. Inicialmente, são propostas modificações na estrutura, visando a melhora do desempenho esportivo de veículo e também um novo modelo de chassi que sirva de base para um novo projeto da Equipe.

Palavras-Chave: Veículo *off-road*, geometria complexa, método dos elementos finitos, vibração aleatória.

## ABSTRACT

A vehicle is classified as off-road when it is able to travel on runways that present different types of obstacles, which can be overcome by the vehicle. The chassis of an off-road vehicle known as Mini-Baja is the object of study of this dissertation. The project, detailed design, construction and testing of the vehicle for SAE competitions are carried out by teams of engineering students, who represent their respective Higher Education Institutions from various locations around the world. The chassis under study in this work was developed by the Baja Pampa team, composed of students from the Federal University of Pampa – Alegrete. The chassis structure, considered of complex geometry, is modeled by the Finite Element Method (FEM) with ANSYS® APDL (Ansys Parametric Design Language) software, using a BEAM189 bar element type. Then static and dynamic analyses (modal, harmonic and spectral) are developed considering different boundary conditions and loads. In order to validate the results obtained from the computational model data collection devices (accelerometers and extensometers) are instrumented to the structure and so are developed a frequency test, to obtain the natural frequencies of the structure, and the application of a static load for the obtaining the stress level. The numerical model show values of natural frequencies and stress levels coherent with values measured experimentally. Initially, modifications are proposed in the current structure, aiming at improving the sporting performance of the vehicle and also a new chassis model of chassis that serves as basis for a new project of the Team.

Keywords: Off-road vehicle, geometry complex, finite element method, random vibration.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplo de veículo <i>off-road</i> .....	15
Figura 2 – Exemplo de chassi tipo escada.....	20
Figura 3 – Exemplo de chassi tipo monobloco .....	21
Figura 4 – Exemplo chassi tubular (Lamborghini Countach) .....	22
Figura 5 – Exemplo de chassi tipo coluna vertebral (Lotus Elan).....	22
Figura 6 – Exemplo de Baja “original” .....	24
Figura 7 – Exemplo de Baja SAE.....	24
Figura 8 – Curvas para resposta espectral em único ponto (a) e em vários pontos (b) .....	31
Figura 9 – Possível histórico para um sistema em vibração aleatória .....	32
Figura 10 – Conjunto de funções-amostra de um processo aleatório.....	33
Figura 11 – Varável aleatória $x(t)$ , em (a) e a correspondente função de autocorrelação $R_x(\tau)$ , em (b).....	34
Figura 12 – Exemplo de processo banda estreita (a), banda larga (b) e ruído branco (c) .....	34
Figura 13 – Análise nos domínios do tempo e da frequência.....	35
Figura 14 – Transformada de Fourier.....	40
Figura 15 – Históricos equivalentes no tempo e PSDs.....	42
Figura 16 – PSD bilateral $S(f)$ e unilateral $G(f)$ .....	43
Figura 17 – Exemplo de <i>aliasing</i> .....	45
Figura 18 – Vibração livre amortecida de um sistema dinâmico .....	46
Figura 19 – Vista frontal da estrutura sob carregamento de teste por binário.....	48
Figura 20 – Vista frontal da estrutura sob carregamento de teste (alavanca) .....	49
Figura 21 – Fluxograma de procedimentos adotados neste trabalho.....	50
Figura 22 – Estrutura em estudo.....	51
Figura 23 – Perfil C do suporte à suspensão .....	52
Figura 24 – Geometria do elemento BEAM189.....	53
Figura 25 – Modelo desenvolvido em elementos finitos (BEAM189) .....	53
Figura 26 – Dimensões dos perfis estruturais utilizados no chassi .....	54
Figura 27 – Modelo em Elementos Finitos com geometria atribuída .....	54
Figura 28 – Condições de contorno para simulações prévias.....	55
Figura 29 – Aplicação do carregamento estático no modelo.....	56
Figura 30 – <i>Spider</i> conectado a um <i>laptop</i> .....	58
Figura 31 – SG colado em um tubo da estrutura .....	58
Figura 32 – Analizador de sinal (a), cabo coaxial (b), acelerômetro (c).....	59
Figura 33 – Acelerômetro fixo em um tubo da estrutura .....	60
Figura 34 – Localização dos acelerômetros e SGs na estrutura .....	60
Figura 35 – Estrutura real instrumentada .....	61
Figura 36 – Condições de apoio para os testes experimentais .....	62
Figura 37 – Fluxograma do ensaio de frequência experimental.....	62
Figura 38 – Direção e posição do impacto na estrutura .....	63
Figura 39 – Esquema da aplicação do carregamento estático .....	64
Figura 40 – Condições de contorno específicas .....	65
Figura 41 – Local de aplicação do carregamento harmônico.....	66
Figura 42 – Amostra do perfil aleatório de estrada .....	67

Figura 43 – Condições de contorno para a análise de vibração aleatória.....	68
Figura 44 – Deslocamentos medidos pelos acelerômetros.....	70
Figura 45 – FFT do primeiro acelerômetro (acel1).....	70
Figura 46 – FFT do segundo acelerômetro (acel2).....	71
Figura 47 – Deformação medida pelo SG.....	72
Figura 48 – Modos de vibração da estrutura, 1º (a) e 2º (b) modos.....	73
Figura 49 – Resposta da análise estática.....	75
Figura 50 – Resposta na direção Y das regiões analisadas.....	77
Figura 51 – Resposta na direção Z das regiões analisadas.....	78
Figura 52 – PSD do perfil aleatório de estrada.....	79
Figura 53 – Deslocamento na direção X devido à PSD.....	80
Figura 54 – Deslocamento na direção Y devido à PSD.....	81
Figura 55 – Deslocamento na direção Z devido à PSD.....	81
Figura 56 – Tensão Equivalente devido à PSD.....	82
Figura 57 – Localização dos tubos modificados.....	83
Figura 58 – Resposta da estrutura Original em a) e Modificada em b) à ação da gravidade ...	84
Figura 59 – Localização da aplicação da carga P.....	85
Figura 60 – Vistas do modelo proposto.....	86
Figura 61 – Condições de contorno para o modelo proposto.....	87

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Faixa de valores típicos de rigidez torcional para diferentes tipos de veículos.....	47
Tabela 2 – Propriedades do aço SAE 1045 .....	52
Tabela 3 – Características dos extensômetros utilizados .....	57
Tabela 4 – Características dos acelerômetros utilizado.....	59
Tabela 5 – Frequências naturais de vibração do modelo.....	73
Tabela 6 – Comparação entre frequências.....	74
Tabela 7 – Comparação entre as tensões .....	75
Tabela 8 – Frequências naturais do modelo para as condições específicas.....	76
Tabela 9 – Valores espectrais vs frequência.....	79
Tabela 10 – Dados obtidos do ANSYS® e rigidez torcional .....	85
Tabela 11 – Frequências naturais de vibração da nova estrutura .....	88
Tabela 12 – Comparações entre os modelos da estrutura analisada.....	89

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- APDL – ANSYS *Parametric Design Language*
- CAD – *Computer Aided Design*
- CAE – *Computer Aided Engineering*
- CVT – *Continuously Variable Transmission* (Transmissão continuamente variável)
- FFT – *Fast Fourier Transform*
- GDL – Graus De Liberdade
- GF – *Gage Factor*
- ISO – *International Organization for Standardization*
- LVDT – *Linear Variable Differential Transformer*
- MEF – Método de Elementos Finitos
- MEV – Microscópio Eletrônico de Varredura
- MIG – *Material Inert Gas*
- MSH – Método da Superposição de Harmônicos
- PSD – *Power Spectral Density*
- PW – Ponte de Wheatstone
- RBSB – Regulamento Baja SAE Brasil
- SAE – *Society of Automotive Engineers*
- SG – *Strain Gauge* (ou *strain gage*)

## LISTA DE SÍMBOLOS

- $A$  – Área da seção transversal [ $m^2$ ]  
 $c$  – Fator de amortecimento [ $Nms/rad$ ]  
 $C$  – Matriz amortecimento  
 $f_i$  –  $i$ -ésima frequência natural [Hz ou ciclos/s]  
 $f_s$  – Frequência de amostragem  
 $F$  – Força  
 $F^a$  – Força de excitação  
 $F(t)$  – Carregamento harmônico  
 $g$  – Aceleração da gravidade ( $9,81 m/s^2$ )  
 $G_x(f)$  – Densidade espectral de potência unilateral  
 $h$  – Taxa ou Frequência de amostragem  
 $K$  – Matriz de rigidez  
 $K_T$  – Coeficiente de rigidez torcional [ $Nm/grau$  ou  $lbft/deg$ ]  
 $L$  – Comprimento [m]  
 $L_1$  – Largura da estrutura [m]  
 $L_2$  – Comprimento do braço de alavanca [m]  
 $m$  – Massa do sistema [kg]  
 $M$  – Matriz de massa  
 $M_b$  – massa do balde [kg]  
 $M_m$  – massa da madeira [kg]  
 $N$  – Número de amostras  
 $R$  – Resistência elétrica [ $\Omega$ ]  
 $R_x(t_1, t_1 + \tau)$  – Função de autocorrelação no instante  $t_1 + \tau$   
 $S_x(f)$  – Densidade espectral de potência bilateral  
 $T$  – Momento torçor [Nm]  
 $U$  – Amplitude de oscilação  
 $u$  – Vetor de deslocamento  
 $\gamma_{xy}$  – Deformação por cisalhamento  
 $\varepsilon$  – Deformação  
 $\theta$  – Ângulo de torção [grau]  
 $\mu_x(t_1)$  – Média de valores de um processo no instante de tempo  $t_1$   
 $\rho$  – Resistividade elétrica [ $\Omega m$ ]

$\sigma_m$  – Tensão medida pelo SG

$\tau$  – Incremento de tempo

$\varphi$  – Ângulo de direção

$\phi$  – Ângulo de fase do deslocamento

$\phi_i$  –  $i$ -ésimo autovetor que representa a forma modal da  $i$ -ésima frequência natural

$\Psi$  – Ângulo de fase da força

$\zeta$  – Fator de amortecimento

$\Omega$  – Frequência externa imposta ao sistema

$\omega_n$  – Frequência circular natural [rad/s]

$\omega_d$  – Frequência angular natural amortecida [rad/s]

$\omega_i$  –  $i$ -ésima frequência circular [rad/s]

$\Delta A$  – Deslocamento vertical do ponto A [m]

$\Delta B$  – Deslocamento vertical do ponto B [m]

$\Delta R$  – Variação da resistência elétrica

$\Delta L$  – Variação de comprimento

$\epsilon'_x$  – Deformação na direção  $x'$

$\epsilon_{xx}$  – Deformação normal na direção  $x$

$\epsilon_{yy}$  – Deformação normal na direção  $y$

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>15</b>
1.1	Objetivos .....	16
1.1.1	Objetivos específicos .....	16
1.2	Justificativa .....	17
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>19</b>
2.1	Chassi veicular .....	19
2.1.1	Chassi tipo escada.....	19
2.1.2	Chassi tipo monobloco .....	20
2.1.3	Chassi tipo tubular .....	21
2.1.4	Chassi tipo coluna vertebral .....	22
2.2	Mini-baja SAE .....	23
2.3	Modelagem numérica .....	25
2.3.1	Análise estática .....	26
2.3.2	Análise modal .....	27
2.3.3	Análise harmônica .....	29
2.3.4	Análise espectral.....	30
2.3.5	Solicitação aleatória.....	32
2.4	Domínio do tempo e da frequência.....	35
2.4.1	Transformada de Fourier .....	38
2.4.2	Densidade Espectral de Potência – PSD.....	41
2.4.3	Estimativa da PSD via FFT .....	43
2.4.4	Frequência de Nyquist e <i>Aliasing</i> .....	44
2.5	Ensaio de frequência .....	45
2.6	Rigidez torcional.....	46
<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS .....</b>	<b>50</b>
3.1	Desenvolvimento do modelo em elementos finitos .....	50
3.1.1	Geometria da estrutura.....	51
3.1.2	Modelo numérico.....	52
3.2	Simulações numéricas prévias .....	55
3.2.1	Análise modal .....	55
3.2.2	Análise estática .....	56
3.3	Testes experimentais.....	57
3.3.1	Instrumentação da estrutura.....	57
3.3.2	Ensaio de frequência.....	61
3.3.3	Carregamento estático .....	63
3.4	Aplicações numéricas .....	64
3.4.1	Análise harmônica .....	65
3.4.2	Análise de vibração aleatória.....	66
<b>4</b>	<b>RESULTADOS .....</b>	<b>69</b>
4.1	Validação do modelo numérico .....	69
4.1.1	Análise experimental .....	69
4.1.1.1	Ensaio de frequência .....	69
4.1.1.2	Carregamento estático .....	71
4.1.2	Análise numérica .....	72

4.1.2.1	Análise modal.....	72
4.1.2.2	Análise estática.....	75
4.2	Aplicações numéricas .....	75
4.2.1	Análise harmônica .....	76
4.2.2	Análise de vibração aleatória.....	78
4.3	Análise do projeto estrutural.....	82
4.3.1	Modificações na estrutura.....	83
4.3.1.1	Análise estática com força gravitacional.....	83
4.3.1.2	Análise estática com força arbitrária.....	84
4.3.2	Proposta de nova estrutura.....	85
<b>5</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>90</b>
5.1	Trabalhos futuros .....	91
	<b>APÊNDICE A – CARACTERÍSTICAS DE VIBRAÇÃO DOS MODOS .....</b>	<b>98</b>
	<b>APÊNDICE B – DIMENSÕES DA ESTRUTURA AUXILIAR DE FIXAÇÃO .....</b>	<b>102</b>
	<b>ANEXO A – DADOS DO VEÍCULO OFF-ROAD JEEP® WRANGLER RUBICON</b>	<b>103</b>
	<b>ANEXO B – EXTENSOMETRIA .....</b>	<b>104</b>
	<b>ANEXO C – ACELERÔMETROS.....</b>	<b>112</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Um veículo classificado como “fora de estrada” ou *off-road* é projetado para trafegar não somente em estradas pavimentadas, mas também em situações onde a via de tráfego apresenta irregularidades como desníveis, aclives, declives e demais obstáculos (pedras, troncos de árvores, areia, lama, etc.).

De modo geral, dois itens são fundamentais em um veículo *off-road*, a tração integral (nas quatro rodas) e a suspensão reforçada, para maior estabilidade e mínimo de vibrações. Existem outras características desejadas para este tipo de veículo como marcha reduzida (proporciona maior torque ao motor), pneus *off-road* (com sulcos mais profundos) e bloqueio do diferencial (proporciona maior aderência). Vários modelos deste tipo de veículo têm sido desenvolvidos ao longo dos últimos anos como, por exemplo, o Jeep® (Figura 1), que é atualmente marca registrada do conglomerado *Fiat Chrysler Automobiles*. Detalhes quanto às características do veículo apresentado, encontram-se no **ANEXO A**.

Figura 1 – Exemplo de veículo *off-road*



Fonte: carrodegareagem.com, 2017.

Veículos *off-road* podem servir a um propósito específico, como no caso de veículos militares para o transporte de soldados e equipamentos. Além disso, atualmente a atividade de superar obstáculos de pista com este tipo de veículo é considerada como um esporte, praticado

no mundo todo. A modalidade do automobilismo na qual o veículo é submetido à diferentes condições de tráfego é chamada de *Rally* (RONDINELLI, 2017).

Inspirados nesta modalidade do automobilismo a *Society of Automotive Engineers* – SAE organiza uma competição anual (desde 1976), envolvendo veículos *off-road* conhecidos como *Baja* ou *Mini-Baja*. Essa competição estudantil oferece uma oportunidade a estudantes de engenharia de aplicar conhecimentos de sala de aula a um caso real de desenvolvimento de um veículo *off-road* (SAE Brasil, 2017).

O chassi<sup>1</sup> de um mini-baja (desenvolvido pela equipe Baja Pampa da UNIPAMPA) é o objeto de estudo deste trabalho.

A estrutura (chassi) é modelada pelo Método de Elementos Finitos (MEF), por meio do *software* ANSYS® (APDL – Ansys Parametric Design Language), a partir do qual são implementadas análises estáticas e dinâmicas (modal, harmônica e espectral). Para validar os resultados obtidos a partir do modelo teórico (numérico), sensores (acelerômetros e *strain gauges*) são instrumentados à estrutura em pontos de interesse, para o desenvolvimento de ensaios com a aplicação de carregamento estático sobre a estrutura (para a obtenção das tensões atuantes) e de impacto para a obtenção das suas frequências naturais. Desta forma, busca-se contribuir à equipe Baja Pampa através da modelagem, simulação e análise da estrutura de geometria complexa quando sujeita a carregamentos com características aleatórias. Uma limitação deste trabalho consiste na forma de aplicação dos carregamentos à estrutura, uma vez que o veículo Mini-Baja ainda está em fase de projeto/desenvolvimento.

## 1.1 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é o desenvolvimento de um modelo numérico por meio de métodos experimentais e numéricos de uma estrutura tipo tubular em aço de um veículo *off-road* Baja SAE.

### 1.1.1 Objetivos específicos

Os objetivos específicos são descritos a seguir:

- Desenvolver um modelo em Elementos Finitos da estrutura em estudo;
- Instrumentar o sistema estrutural;

---

<sup>1</sup> A palavra “chassi”, neste trabalho, refere-se somente à estrutura do veículo sem a integração da suspensão e do sistema de transmissão.

- Realizar ensaios e simulações dinâmicas na estrutura sob diferentes condições de carregamentos;
- Analisar as respostas dinâmicas da estrutura;
- Validar o modelo numérico por meio da comparação de resultados experimentais com os obtidos das simulações;
- Aplicar carregamentos e condições de contorno específicas para a implementação de novas análises dinâmicas (harmônica e espectral);
- Sugerir modificações, baseadas nas análises, que podem melhorar o desempenho esportivo do veículo, sem provocar modificações no projeto original da Equipe;
- Propor um modelo numérico para este tipo de estrutura que atenda aos requisitos de segurança e estruturais exigidos pelo regulamento SAE, que sirva de referência para projetos Baja.

## 1.2 Justificativa

A estrutura (chassi) em estudo neste trabalho é parte fundamental no desenvolvimento de qualquer veículo, pois tem várias funções como, integração e conexão das partes do veículo, suporte a todos os sistemas do veículo (motor, transmissão, suspensão, etc.), acomodação e proteção do piloto em eventuais colisões e suportar as cargas transmitidas das rodas para o sistema de suspensão, entre outros. Este componente torna-se fundamental em competições esportivas como a Baja SAE Brasil. A escolha deste tipo de estrutura deu-se em função do alto nível de esforços decorrentes das pistas de competições e também pela sua geometria, considerada complexa.

Este trabalho justifica-se pela caracterização detalhada de forma numérica e experimental do chassi desenvolvido pela equipe Baja Pampa, por meio de análises estática e dinâmicas, uma vez que a Equipe não adotou este procedimento para a confecção do modelo real da sua estrutura. Análises deste tipo permitem um melhor entendimento do comportamento da estrutura quando sujeita a determinadas solicitações, em condições de interesse. Desta forma busca-se contribuir ao projeto da equipe, de forma que se tenha um melhor entendimento (numérico) do comportamento da estrutura desenvolvida, ou seja, este trabalho é parte integrante de um projeto mais amplo, no qual pretende-se construir um veículo esportivo *off-road* competitivo e que atenda às recomendações da SAE.

Como resultado final desta dissertação tem-se um modelo numérico em Elementos Finitos, considerado válido, que representa o comportamento dinâmico e estrutural do chassi do veículo mini-baja.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção são apresentados uma breve abordagem acerca de estruturas veiculares, os princípios matemáticos empregados nas análises numéricas, além das ferramentas matemáticas utilizadas para que a resposta de um sistema seja convertida do domínio do tempo para o domínio da frequência e ainda uma abordagem sobre a obtenção do coeficiente de rigidez torcional.

### 2.1 Chassi veicular

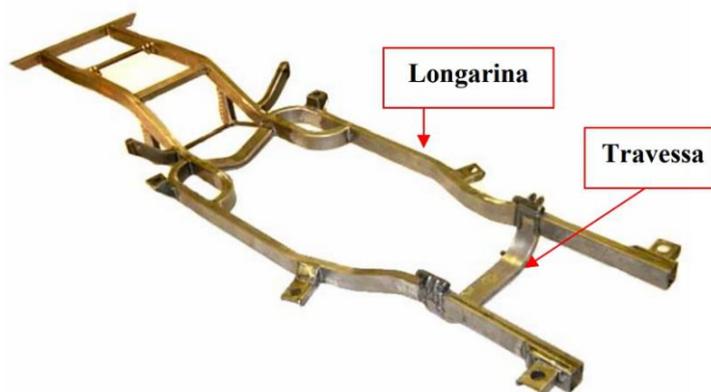
O chassi veicular é um tipo de estrutura de natureza complexa, pois apresenta arranjos geométricos irregulares e são submetidos a condições de carregamentos e contorno complicadas, diferentemente das estruturas mais simples, regulares e estáticas, onde a obtenção analítica de parâmetros como carregamentos, tensões e deformações apresentam-se viáveis (OLIVEIRA, 2007). Um chassi veicular pode ser construído de diferentes formas como, por exemplo, o tipo Escada (*Ladder Frame*), tipo Monobloco (*Monocoque*), o tipo Tubular (*Spaceframe*) e ainda o tipo Coluna Vertebral (*Backbone*). Em veículos de competição é comum o uso de estruturas *monoposto*, ou seja, para um único ocupante.

#### 2.1.1 Chassi tipo escada

O chassi tipo escada ou *ladder frame* também conhecido como “*twin-rail*”, é chamado assim, pois tem sua forma semelhante a uma escada. É composto de dois membros longitudinais (de mesmo comprimento do veículo), chamados longarinas, conectados por membros menores perpendiculares aos dois primeiros, chamados de travessas. As longarinas suportam esforços provenientes das acelerações e frenagens enquanto que as travessas fornecem resistência às forças laterais. Estes componentes são construídos apartir de tubos retangulares, redondos ou em perfil aberto tipo C, de forma a ser possível utilizar longarinas retas ou curvas, paralelas ou não, com duas ou mais travessas (PINTO FILHO, 2004). A Figura 2 ilustra a geometria deste tipo de chassi.

Este tipo de estrutura foi muito utilizada em veículos do início do Séc. XX até a década de 1960, principalmente em veículos destinados a suportar altos carregamentos. Um exemplo de veículo que utiliza este tipo de estrutura é o Shelby 289 Cobra.

Figura 2 – Exemplo de chassi tipo escada



Fonte: OLIVEIRA, 2007, p. 21.

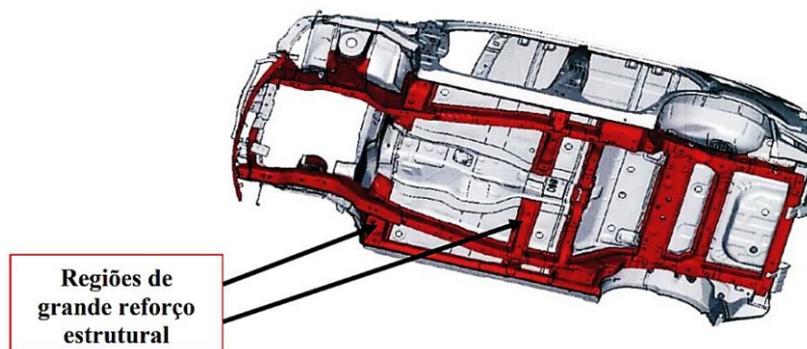
Nesta configuração, o chassi é separado da carroceria, possibilitando assim a montagem de diversos tipos de carrocerias, sendo muitas vezes empregado em veículos comerciais leves, como *pick-ups* e em veículos de carga pesados, como caminhões (CASTRO, 2008). Este tipo de chassi é geralmente fabricado em aço e embora seu processo de fabricação seja simples, sua estrutura apresenta uma menor capacidade de deformação e uma baixa rigidez à torção, que é indesejável para um veículo de competição.

### 2.1.2 Chassi tipo monobloco

A estrutura veicular do tipo monobloco (*monocoque*) é atualmente o tipo mais utilizado em veículos de passeio. O chassi monobloco é uma estrutura única, ou seja com a carroceria integrada ao chassi, definindo assim toda a forma do veículo. Alguns componentes do monobloco (na forma de painéis) são fabricados por processos de estampagem e unidos ao conjunto por processo de soldagem. Este tipo de chassi deve resistir aos mesmos esforços e aos mesmo requisitos que outros tipos de estruturas veiculares, sendo assim possível identificar em um monobloco membros significativamente mais reforçados, como no exemplo apresentado na Figura 3.

Este tipo de chassi apresenta complexos processos de fabricação, com altos custos ferramentais, de moldes e máquinas para estampagem, o que torna sua produção inviável em baixas escalas. A principal vantagem deste tipo de estrutura é a sua boa proteção contra impactos devido as suas colunas laterais nas regiões frontal, central e traseira (OLIVEIRA, 2007). Quando utilizados em veículos de competição pode ser fabricado em alumínio e/ou fibra de carbono.

Figura 3 – Exemplo de chassi tipo monobloco



Fonte: OLIVEIRA, 2007, p. 23.

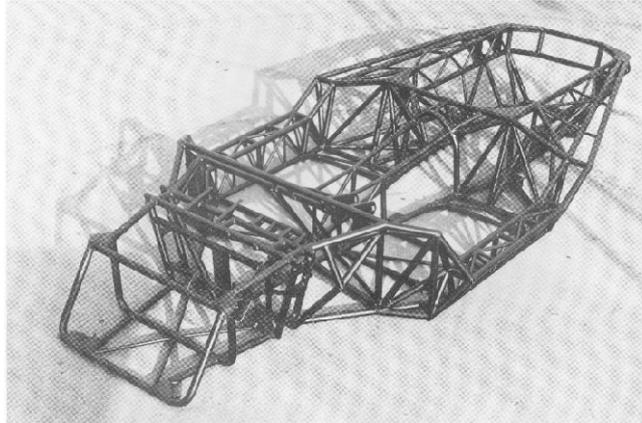
### 2.1.3 Chassi tipo tubular

A principal característica do chassi tipo tubular ou *spaceframe* é a sua configuração tridimensional bastante complexa. O chassi é composto por um arranjo de pequenos membros tubulares e/ou quadrados, geralmente retos, posicionados em direções triangulares (analogamente a uma treliça). Isto significa que cada ponto de suporte deve ser composto por membros em três planos, fazendo com que seus componentes sejam submetidos somente a tração e compressão, evitando cargas de torção e flexão na estrutura, quando submetida a carregamentos de qualquer espécie.

O primeiro projeto deste tipo de estrutura é atribuído a um aviador inglês chamado Barnes Wallis em plena Segunda Guerra Mundial, o qual proporcionou uma maior capacidade de resistência ao suportar grandes quantidades de danos aos aviões da época. Após a Segunda Guerra alguns fabricantes de veículos como a Porsche, Lotus e a Maseratti utilizaram o conceito para desenvolver carros esportivos e também modelos como o Mercedes 300SLR, a Lamborghini Countach (Figura 4) e o Jaguar Bird Cage são exemplos que apresentam este tipo de chassi (OLIVEIRA, 2007).

O principal material utilizado para a sua confecção é o aço, o que faz com que a principal desvantagem deste tipo de chassi seja a grande habilidade exigida no processo de soldagem dos tubos e também o difícil acesso à região ocupada pelo motorista (em alguns projetos). Para solucionar este problema o projeto do modelo Mercedes 300SLR apresenta as portas abrindo em direção ao teto do veículo.

Figura 4 – Exemplo chassi tubular (Lamborghini Countach)

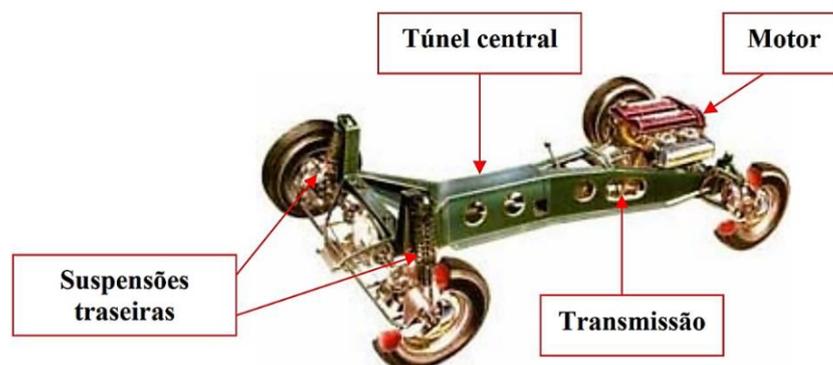


Fonte: OLIVEIRA, 2007, p. 24.

#### 2.1.4 Chassi tipo coluna vertebral

O tipo de chassi conhecido como coluna vertebral ou *backbone* apresenta uma geometria bastante simples, onde uma peça única central de formato aproximadamente retangular conecta os eixos dianteiro e traseiro do veículo em suas extremidades, dando suporte ao motor, suspensões e alojando a transmissão em sua cavidade interior, como mostra a Figura 5. Este tipo de estrutura foi inicialmente desenvolvida por Colin Chapman em 1962 ao projetar a Lotus Elan (OLIVEIRA, 2007).

Figura 5 – Exemplo de chassi tipo coluna vertebral (Lotus Elan)



Fonte: OLIVEIRA, 2007, p. 18.

Apresenta sua maior vantagem quando empregada em veículos de pequenos portes devido à sua elevada robustez. Para veículos esportivos esta robustez pode ainda ser aumentada com a inserção de tubos à estrutura. Seu processo de fabricação é simples e o material geralmente empregado na sua fabricação é o alumínio. A sua desvantagem fica por conta da

baixa rigidez quando empregado em veículos longos e também que não oferece proteção contra impactos laterais.

Em Milliken, Milliken (1995) encontra-se uma lista de problemas e possíveis soluções para estruturas de veículos de competição. Eles ainda discutem mudanças para o aumento de performance do veículo bem como o *tunning* do veículo. Já em Wong (2001) encontra-se uma rica discussão a cerca do projeto de veículos *off-road*, bem como capítulos dedicados ao aumento de performance deste tipo de veículo.

## 2.2 Mini-baja SAE

Os Mini-Bajas são derivados do *Baja* “original” (uma adaptação do Volkswagen® Fusca), popularmente conhecido como “Gaiola” (BYCOLELLA, 2017). A Figura 6 apresenta um exemplo de adaptação do Volkswagen® Fusca para Gaiola.

Para que um mini-baja participe das competições SAE, a sua concepção, o projeto detalhado, a construção e os testes do veículo, devem ser desenvolvidos por equipes de alunos de engenharia, os quais representam sua respectivas Instituições de Ensino Superior em competições promovidas pela SAE. Neste processo, as equipes precisam cumprir uma série de requisitos definidos por regulamento da própria SAE. No Brasil, a competição ocorre desde 1991, é conhecida como Baja SAE Brasil e é desenvolvida em etapas regionais (como Etapa Sul, Etapa Sudeste e Etapa Nordeste). As etapas não são complementares e a equipe vencedora do Baja nacional ganha o direito de competir na etapa internacional, nos Estados Unidos (SAE Brasil, 2017). Ao cumprirem os requisitos impostos pela SAE Brasil, através do RBSB (Regulamento Baja SAE Brasil), os mini-bajas passam a ser conhecidos como Baja SAE. Os veículos Baja SAE passam por avaliações como de projeto, segurança, conforto, motorização, velocidade máxima, aceleração, suspensão e tração, além da prova dinâmica no enduro de resistência.

Segundo o RBSB o veículo Baja SAE possui estrutura tipo tubular em aço (do tipo monoposto) e sua fabricação deve ser feita com ferramentas padrão da indústria. O veículo deve ser capaz de transportar pessoas com até 1,90 m (6 ft 3 in) de altura e até 113,4 kg (250 lbs). O Baja SAE é impulsionado por um motor estacionário de 10 HP Briggs & Stratton de 305cc, padronizados pela competição com 18,6 N.m de Torque a 2600 rpm, com rotação máxima de 4200 rpm, não sendo permitido fazer nenhum tipo de modificação que ocasiona aumento de potência. O tipo de transmissão comumente utilizado é o CVT (Transmissão Continuamente Variável), com controle de variação mecânico (SAE Brasil, 2017).

Figura 6 – Exemplo de Baja “original”



Fonte: Imagem retirada da internet

Na Figura 7 é mostrado um exemplo, de Baja SAE, o Velociraptor/UDESC 2014.

Figura 7 – Exemplo de Baja SAE



Fonte: Flatout, 2015.

Devido às condições severas impostas pelos terrenos acidentados das competições, a estrutura deste tipo de veículo merece uma atenção especial em seu projeto.

No decorrer dos últimos anos, as competições SAE (em particular a Baja SAE) têm se tornado cada vez mais populares entre as Instituições de Ensino Superior no âmbito nacional. Desta forma, não é difícil de se encontrar atualmente, trabalhos envolvendo projetos desenvolvidos por Equipes de diferentes regiões do país.

Soeiro *et al.* (2002) partem de uma estrutura, desenvolvida pela equipe ParáBaja da Universidade Federal do Pará, a qual foi constatada como superdimensionada, para propor uma nova estrutura modificada e otimizada, levando em conta critérios como material, concepção ergonômica e capacidade de produção. O modelo proposto é modelado pelo MEF e eles impõem um carregamento à estrutura realizando dois tipos de análise estrutural: uma estática e uma modal. Eugênio *et al.* (2010) empregaram o *software* ANSYS® e avaliaram as frequências naturais e modos de vibração do chassi do protótipo desenvolvido pela equipe Piratas do Cerrado da Universidade de Brasília.

Yan (2011), apresentou a modelagem e simulação de um componente chamado “manga de eixo” (este elemento faz a conexão entre a roda e o sistema de suspensão) do protótipo Baja SAE desenvolvido pela Equipe Poli de Baja (São Paulo). Ele empregou o método de elementos finitos em seu modelo por meio do *software* SolidWorks®/SimulationXpress®. Ele também instrumentou a estrutura com dois extensômetros em posições pré-determinadas para testes efetuados em pistas da SAE nos Estados Unidos, para estimar a vida em fadiga do componente. Santos *et al.* (2015) modelaram a estrutura do chassi de um mini-baja utilizando o MEF com o *software* ANSYS®. Foram simuladas situações a velocidades de 20 e 30 km/h, onde o chassi foi submetido a carregamentos que representam estes dois casos em colisões frontais e traseiras.

Dornelas *et al.* (2015) apresentam de forma sucinta a construção de um protótipo de chassi desenvolvido pela equipe UGBaja (Piraí – RJ). Eles apresentam uma modelagem feita em CAD (*Computer Aided Design*), no *software* SolidWorks®, utilizando o módulo CAE (*Computer Aided Engineering*) desse *software*, conhecido como SimulationXpress®. Eles mostram uma análise modal com a qual se determinou os modos de vibração da estrutura. Rodrigues *et al.* (2016) também apresentam, a modelagem e a análise do projeto desenvolvido pela mesma equipe UGBaja. Eles mostram particularidades do projeto exigidos pelo regulamento da competição e a estrutura é avaliada sob um regime de carregamento que simula um impacto frontal. A força aplicada nas simulações não resultaram em danos à estrutura ou ao piloto.

### 2.3 Modelagem numérica

É comum em sistemas complexos de infinitos Graus De Liberdade (GDL) onde o modelo matemático que o representa é um sistema de equações diferenciais no domínio do tempo e do espaço, empregar-se técnicas de discretização, sendo a mais popular destas o método dos elementos finitos (BATHE, 1998). O Método de Elementos Finitos (MEF) pode ser descrito

de forma sucinta como a discretização do contínuo, em um número finito de Elementos menores, os quais são conectados entre si por pontos discretos chamados de Nós (MADENCI, 2015). O MEF, no entanto, produz uma solução aproximada do problema. Existem duas técnicas de Elementos Finitos: o Matriz de Deslocamentos ou Método de Rigidez onde os deslocamentos são escolhidos como desconhecidos, e o Matriz de Forças ou Método de Flexibilidade onde as forças são desconhecidas.

A modelagem numérica contribui significativamente para a redução de falhas em componentes mecânicos e estruturas em serviço permitindo uma avaliação do comportamento desejado para estes componentes e estruturas, diminuindo expressivamente o tempo de projeto/desenvolvimento. Segundo Meirovitch (2001) embora um modelo represente apenas uma aproximação, um bom modelo deve conter todas as características estáticas e dinâmicas do sistema e uma vez que o sistema físico é modelado, este permite a realização de diferentes análises estruturais, detalhadas a seguir. O objetivo é que o comportamento mostrado pelo modelo seja razoavelmente o mesmo apresentado pelo sistema físico.

Dentre os vários *softwares* para aplicação do MEF, disponíveis atualmente, destaca-se o ANSYS<sup>®</sup>, que consiste em uma poderosa ferramenta computacional para aproximar soluções de grande variedade de problemas de engenharia com domínios complexos sujeitos a diferentes condições de contorno.

No projeto Baja SAE, a simulação numérico-computacional do chassi auxilia os projetistas (alunos e professores) durante a concepção do protótipo.

### 2.3.1 Análise estática

Esta análise é empregada, principalmente, para se determinar tensões e deformações. Os carregamentos e condições de contorno aplicados ao corpo rígido não variam no domínio do tempo (MADENCI, 2015). O método de solução da análise estática é válido para todos os GDL e os efeitos de amortecimento e inercial são ignorados, exceto para campos de aceleração estáticos (ANSYS, 2013). Este tipo de análise, por sua vez, pode ser linear ou não-linear onde são incluídos, por exemplo, plasticidade, hiperelasticidade, grandes deformações, superfícies de contato, etc.

A equação geral de equilíbrio para análises estática estrutural linear é:

$$\{F\} = [K]\{u\} \quad (1)$$

onde:  $\{F\}$  é o vetor de forças;

$[K]$  é a matriz de rigidez da estrutura;

$\{u\}$  é o vetor de deslocamentos.

A matriz  $[K]$  é geralmente singular por que o movimento do corpo rígido não é impedido.

Para um elemento de mola, a Eq. (1) fica:

$$\begin{Bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K & -K \\ -K & K \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix} \quad (2)$$

onde:  $F_i$  são forças e  $u_i$  deslocamentos.

A matriz de rigidez pode ser obtida assumindo um deslocamento unitário em um grau de liberdade (mantendo os outros deslocamentos nulos) e encontrando a força necessária para causar este deslocamento unitário.

### 2.3.2 Análise modal

Neste tipo de análise o comportamento dinâmico da estrutura/componente é caracterizado encontrando as frequências naturais de vibração e os modos de vibração do objeto em estudo. Analiticamente, em resumo, após deduzidas as equações diferenciais (ordinárias ou parciais) do problema em questão com suas respectivas condições de contorno, sua solução fornece uma família de autovalores e autovetores os quais são, respectivamente, as frequências naturais e modos de vibração. No entanto, tem-se vários métodos disponíveis para que se chegue às frequências e modos, os quais atualmente, são incorporados a *softwares* comerciais como SolidWorks<sup>®</sup>/SimulationXpress<sup>®</sup> e ANSYS<sup>®</sup>, por exemplo.

O ANSYS<sup>®</sup> oferece algumas opções de Métodos de Extração de Modos: *Block Lanczos*, *Subspace*, *PowerDynamics*, *Reduced*, *Unsymmetric*, *Damped* e *QR Damped* (BATHE, 1998). Os métodos mais utilizados são *Block Lanczos*, *Subspace*, *Reduced* e também o *PowerDynamics*. Os métodos *Block Lanczos* e *Subspace* são utilizados para problemas semelhantes entre si, simétricos e com um número elevado de autovalores (graus de liberdade). O método *Subspace* é aplicado para se extrair alguns modos de vibração (até 40 modos) de modelos sólidos ou cascas “bem formados”; ele é mais lento mas requer menos memória computacional do que o *Block Lanczos*. Já o método *Block Lanczos* é aplicado para se extrair muitos modos de vibração (mais de 40 modos) de modelos “mal formados” sólidos, cascas ou

de uma combinação dos dois; ele possibilita uma taxa de convergência mais rápida, porém requer mais memória computacional que o *Subspace*.

O método *PowerDynamics* é usado para problemas com muitos autovalores (na ordem de 100000 ou mais GDL), porém é indicado para se extrair até os 20 primeiros modos de vibração. O método *Reduced* é o mais rápido dentre os métodos porque usa matrizes reduzidas para encontrar todos os modos de vibração de modelos com números de GDL menores que 100000; por usar uma matriz de massa reduzida, este é o método menos preciso. O método *Unsymmetric* é usado para problemas com matrizes não-simétricas, como problemas de interação fluido-estrutura. Por fim, os métodos *Damped* e *QR Damped* são utilizados para problemas onde o amortecimento não pode ser ignorado, como problemas de rolamentos (ANSYS, 2013).

A equação de movimento para um sistema não amortecido em vibração livre é (ANSYS, 2013):

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = \{0\} \quad (3)$$

onde:  $[M]$  é a matriz de massa;

$[K]$  é a matriz de rigidez da estrutura;

$\{\ddot{u}\}$  é o vetor de acelerações;

$\{u\}$  é o vetor de deslocamentos.

Para um sistema linear, as vibrações livres têm a seguinte forma harmônica:

$$\{u\} = \{\phi\}_i \cos \omega_i t \quad (4)$$

onde:  $\{\phi\}_i$  representa o autovetor da forma modal da  $i$ -ésima frequência natural;

$\omega_i$  é a  $i$ -ésima frequência natural [rad/s];

$t$  é o tempo [s].

Desta forma, substituindo a Eq. (4) em (3), tem-se:

$$\left(-\omega_i^2 [M] + [K]\right) \{\phi\}_i = \{0\} \quad (5)$$

A Eq. (5) é satisfeita quando  $\{\phi\}_i = \{0\}$  ou quando o determinante de  $(-\omega_i^2[M] + [K])$  é zero. A primeira opção é trivial e portanto, não serve. Assim, a segunda fornece a seguinte solução:

$$[[K] - \omega_i^2 [M]] = 0 \quad (6)$$

Este é um problema de autovalor o qual pode ser resolvido por  $n$  valores de  $\omega^2$  e  $n$  autovetores  $\{\phi\}_i$  os quais satisfazem a Eq. (5), onde  $n$  é o número de GDL. Assim, o resultado produzido são as frequências naturais ( $f$ ):

$$f_i = \frac{\omega_i}{2\pi} \quad (7)$$

onde:  $f_i$  é a  $i$ -ésima frequência natural [Hz].

### 2.3.3 Análise harmônica

Na análise harmônica são determinadas as respostas do sistema à carregamentos e deslocamentos harmônicos (senoidalmente) variáveis ao longo do tempo com a mesma frequência. Esta análise resolve as equações de movimento dependentes do tempo para estruturas lineares sujeitas à vibrações no estado estacionário. O ANSYS® permite esta análise por meio de três métodos: Método *Full*, *Reduced* ou Reduzido e o *Mode Superposition* ou Superposição Modal (ANSYS, 2013).

Método *Full* é o mais fácil dos três métodos, ele usa o sistema de matrizes para calcular a resposta harmônica sem a redução do tamanho da matriz, sendo que as matrizes podem ser simétricas ou assimétricas. Este método tem como vantagem, facilidade de uso, pois não é necessário escolher os principais GDL ou formas modais. Este método de solução usa as matrizes completas, não sendo necessária a aproximação da matriz de massa; calcula todas as tensões e deformações num único passo; aceita todos os tipos de carregamentos e deslocamentos iguais ou diferentes de zero. Sua desvantagem é o custo computacional frente aos outros métodos.

O Método Reduzido simplifica o problema usando os principais GDL e as matrizes reduzidas, sendo que após determinado os deslocamentos dos principais GDL do sistema, a solução pode ser expandida para todos os GDL. Suas vantagens estão numa maior velocidade e menor custo computacional da solução quando comparado com o Método *Full*. As

desvantagens estão na solução do cálculo dos deslocamentos iniciais que devem ser feitos somente para os principais GDL do sistema, não se aplicam carregamentos nos elementos do sistema e todos os carregamentos aplicados devem ser feitos nos principais GDL.

Método da Superposição Modal é a soma fatorada das formas modais (autovetores) feitas através da análise modal da resposta da estrutura. Suas vantagens são a velocidade e o menor custo computacional quando comparado com os outros dois métodos já mencionados. Pode-se aplicar os carregamentos nos elementos precedendo a análise modal do sistema e após determinar a resposta da análise harmônica da estrutura; este método permite o uso de pré-tensionamento nos elementos e permite também a aplicação do amortecimento modal. A desvantagem deste método é que não se permitem GDL na estrutura, ou seja, somente deslocamentos nulos (PUGLIA, 2009).

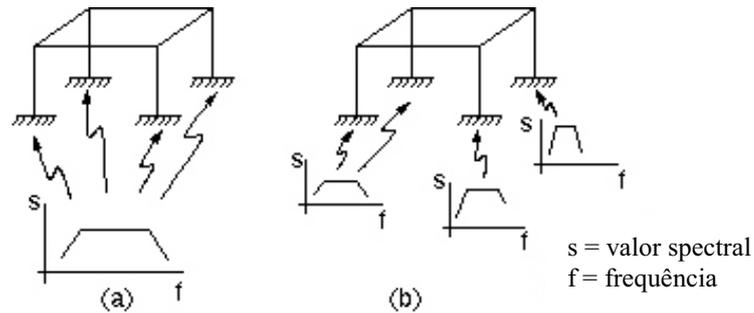
#### 2.3.4 Análise espectral

Em uma Análise Espectral os resultados de uma análise modal prévia são usados com um espectro conhecido para calcular deslocamentos e tensões no modelo. Este tipo de análise é principalmente usada, ao invés de uma análise no domínio do tempo, para determinar a resposta de estruturas para condições de carregamentos aleatórios ou dependentes do tempo como terremotos, carregamentos de ventos, carregamentos de ondas do oceano, vibrações do motor de um foguete, dentre outros.

O Espectro é um gráfico de um valor espectral *versus* frequência que captura a intensidade e a frequência contidas em um carregamento ao longo do tempo. No ANSYS®, são possíveis dois tipos de análise espectral: o método da resposta espectral determinística e o método de vibração aleatória não-determinístico. Para o método de resposta espectral determinística estão disponíveis a Resposta Espectral em um Único Ponto (SPRS) e em Vários Pontos (MPRS) e o Método de Projeto de Análise Dinâmica (*Dynamic Design Analysis Method* - DDAM). Enquanto que o método de vibração aleatória usa a abordagem de Densidade Espectral de Potência (PSD) (ANSYS, 2013).

A Resposta Espectral representa a resposta de um sistema a um carregamento que é uma função no domínio do tempo. A Resposta Espectral é um gráfico de uma resposta *versus* frequência, onde esta resposta pode ser deslocamento, velocidade, aceleração ou força. Na Resposta Espectral em um Único Ponto (SPRS) é especificada uma curva de resposta espectral (ou família de curvas) para cada ponto de interesse no modelo (Figura 8(a)). Na Resposta Espectral em Vários Pontos (MPRS) são especificados diferentes curvas de espectros para diferentes pontos do modelo, como na Figura 8 (b) (ANSYS, 2013).

Figura 8 – Curvas para resposta espectral em único ponto (a) e em vários pontos (b)



Fonte: Adaptado de ANSYS.

O Método de Projeto de Análise Dinâmica (DDAM) é uma técnica para avaliar a resistência ao choque de equipamentos de bordo. A técnica é essencialmente a análise da resposta espectral na qual o espectro é obtido de uma série de equações empíricas e tabelas de projeto de choque obtidos de relatórios do *U.S. Naval Research Laboratory*.

Um espectro de PSD (*Power Spectral Density*) é uma medida estatística da resposta de uma estrutura à condições de carregamentos dinâmicos aleatórios. O espectro de PSD é um gráfico de valores de PSD *versus* frequência, onde a PSD pode ser uma PSD de deslocamento, uma PSD de velocidade, uma PSD de aceleração, ou uma PSD de força. Similar à análise da resposta espectral, uma análise de vibrações aleatória (análise PSD) pode ser em um Único Ponto ou em Vários Pontos de interesse. Para uma análise de vibrações aleatórias em um único ponto de interesse, é especificado um espectro PSD para todos os pontos de interesse no modelo. Já para uma análise de vibração aleatória em vários pontos, é possível especificar diferentes espectros de PSD para diferentes pontos de interesse no modelo (ANSYS, 2013). Uma análise de vibração aleatória geralmente é desenvolvida em uma ampla faixa de frequências (20 a 2000 Hz), assim o estudo não busca uma frequência ou amplitude específicas em um instante específico de tempo, mas em vez disto analisa estatisticamente a resposta de uma estrutura a um ambiente de vibração aleatória. Desta forma, o que se busca é saber se há frequências que causem uma grande resposta aleatória na estrutura em alguma das suas frequências naturais, bem como conhecer a resposta da estrutura de modo geral. As respostas de saída são valores de 1 sigma ( $1\sigma$ ) ou de Desvio-Padrão (com valor médio zero). Estes resultados seguem uma distribuição Gaussiana. A interpretação é que 68,3% do tempo a resposta será menor do que o valor de Desvio-Padrão. Mas, um Fator de Escala pode ser ajustado (no ANSYS®) para se obter os resultados dos múltiplos de sigma, como 2 sigma ( $2\sigma$ ) e 3 sigma ( $3\sigma$ ). O que significa dizer que a resposta do sistema será menor que os valores de 2

sigma 95,45% do tempo e menor que os valores de 3 sigma 99,73% do tempo. O fator de escala para 3 sigma produz uma estimativa conservadora dos limites superiores (ANSYS, 2013).

### 2.3.5 Solicitação aleatória

Uma solicitação aleatória, refere-se a um tipo de carregamento probabilístico variável, do qual as informações sobre seus parâmetros (frequências, duração, amplitudes e fases) são obtidos a partir de dados gravados ou observações de ocorrências. Exemplos deste tipo de carregamento são: o vento em prédios e torres de alturas elevadas, o tráfego de cargas em pontes e viadutos, os terremotos e as ondas do mar, etc. Os terremotos, por exemplo, ocorrem periodicamente em áreas sísmicas com informações desconhecidas. A única informação que se tem é baseada em experiências de ocorrências passadas das quais pode-se prever informações da resposta estrutural por meio de métodos estatísticos e probabilísticos (NEWLAND, 1993).

Um carro viajando por estradas irregulares também apresenta respostas com características de caráter aleatório. Em Barbosa (2011; 2012), são desenvolvidos modelos numéricos do tipo meio-veículo (*half-car*), onde os dados de entrada para as simulações são irregularidades aleatórias de estrada, medidos por LVDT (*Linear Variable Differential Transformer*). Enquanto que os dados aleatórios que alimentam as simulações desenvolvidas por Wang H. *et al* (2014), são geradas numericamente com base na Norma GB/T 7031-1986. Isto fica mais evidente quando o veículo se encontra em competições do tipo *rally*, com múltiplos obstáculos na pista.

A Figura 9 mostra um possível deslocamento arbitrário  $x$  plotado como uma função do tempo  $t$ . Como o movimento é aleatório o valor preciso de  $x$  em um tempo qualquer  $t = t_0$  não pode ser precisamente descrito através de relações matemáticas explícitas e portanto, classificado como não-determinístico ou Estocástico, pois para cada observação o deslocamento será único. Sendo assim, é necessário descobrir a chance ou a probabilidade de  $x$  em  $t_0$  estar dentro de certos limites (NEWLAND, 1993).

Figura 9 – Possível histórico para um sistema em vibração aleatória

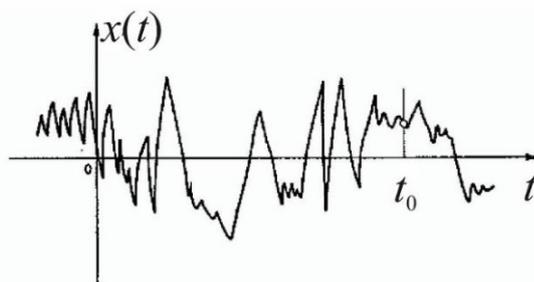
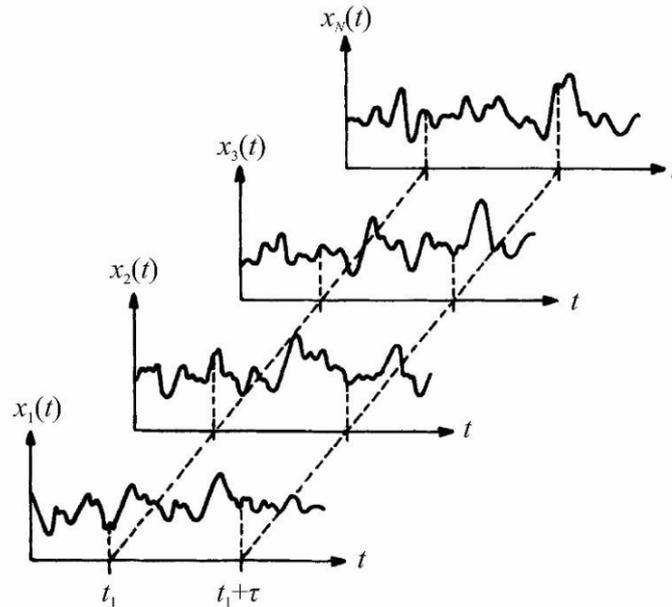


Figura 10 – Conjunto de funções-amostra de um processo aleatório



Fonte: Bendat; Piersol, 2010, p. 10.

Em um processo aleatório como o mostrado na Figura 10, é obtido o valor médio em um dado instante  $t_1$ , através da soma dos valores no instante  $t_1$  de cada função-amostra do conjunto dividido pelo número de amostras, de acordo com a Eq. (8). De forma análoga, tem-se o valor da função de autocorrelação do processo, conforme a Eq. (9) (BENDAT; PIERSOL, 2010)

$$\mu_x(t_1) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k(t_1) \quad (8)$$

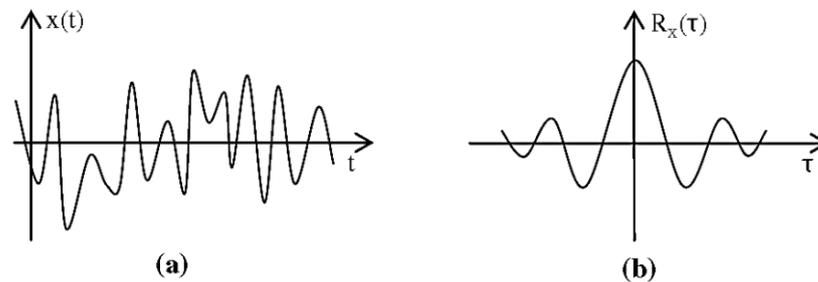
$$R_x(t_1, t_1 + \tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k(t_1) x_k(t_1 + \tau) \quad (9)$$

Onde:  $\mu_x(t_1)$  é a média do processo no instante de tempo  $t_1$ ;

$R_x(t_1, t_1 + \tau)$  é o valor da função de autocorrelação no instante  $t_1 + \tau$ .

As Eqs. (8) e (9) indicam que a média ( $\mu_x(t_1)$ ) e a função de autocorrelação ( $R_x(t_1, t_1 + \tau)$ ) do processo aleatório variam de acordo com  $t_1$ . Assim, o processo aleatório é dito Estacionário quando a sua estatística (média e função de autocorrelação) não sofrem variações quando  $t_1$  varia, portanto, o processo tem as mesmas estatísticas para qualquer valor de  $\tau$  (KARADENIZ, 2013). A Figura 11 mostra um exemplo de função de autocorrelação.

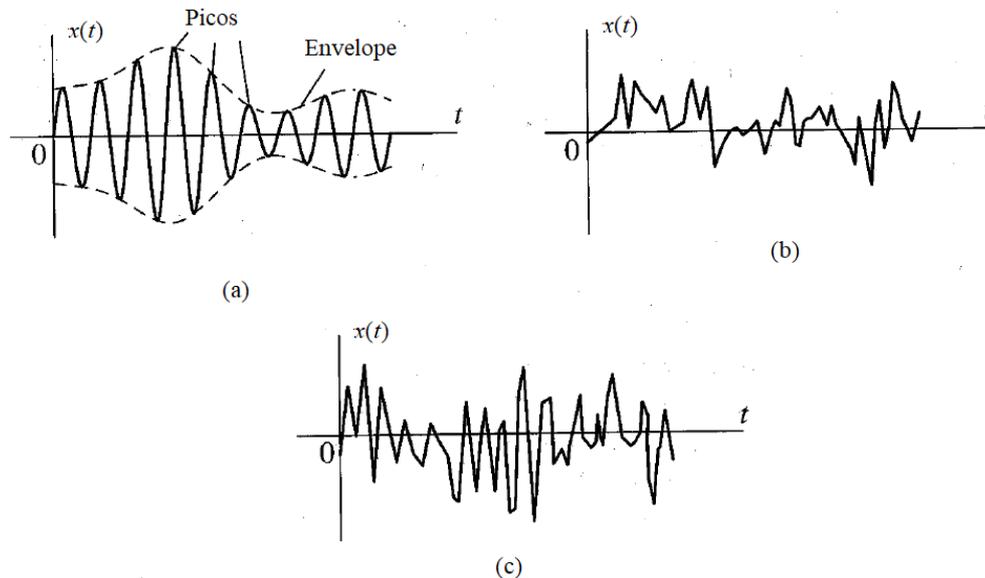
Figura 11 – Varável aleatória  $x(t)$ , em (a) e a correspondente função de autocorrelação  $R_x(\tau)$ , em (b).



Fonte: Adaptado de Karadeniz, 2013, p. 152.

De acordo com Karadeniz (2013) quando estas duas propriedades do processo (média e função de autocorrelação) são também invariantes para cada função-amostra, então o processo é dito Ergódico. Desta forma, se o processo aleatório é estacionário e ergódico as medidas estatísticas podem ser calculadas ao longo de uma única função-amostra do processo, ou seja, uma única amostra no tempo do conjunto representa o conjunto inteiro (BENDAT; PIERSOL, 2010). Ainda de Meirovitch (2001) tem-se que um processo ergódico é necessariamente estacionário, mas um processo estacionário não necessariamente será um processo ergódico.

Figura 12 – Exemplo de processo banda estreita (a), banda larga (b) e ruído branco (c)



Fonte: Adaptado de Meirovitch, 2001.

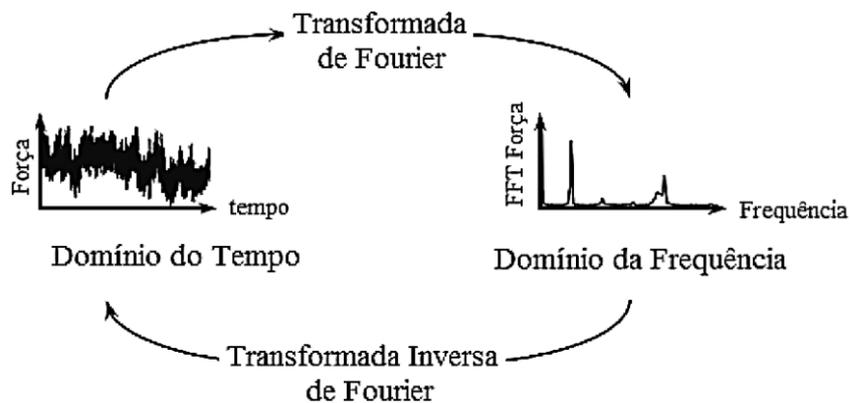
Segundo Bosco Junior (2007), os processos estocásticos podem ser classificados da seguinte maneira, se picos ou valores significativos estão concentrados em uma pequena faixa

de tempo, o sinal é dito de Banda Estreita (*narrow band*), Figura 12 (a). Mas, se estas solicitações aleatórias apresentam picos ou valores significativos ao longo do tempo, o sinal é dito de Banda Larga (*wide band*), Figura 12 (b). A Figura 12 (c) ainda mostra um processo do tipo ruído branco ideal.

## 2.4 Domínio do tempo e da frequência

Em uma análise no domínio do tempo os dados de entrada têm a forma de pontos discretos e sua resposta pode ser representada por séries temporais. Estes pontos ou dados de entrada podem ser transformados do domínio do tempo para o domínio da frequência.

Figura 13 – Análise nos domínios do tempo e da frequência



Fonte: Cesário, 2012, p. 68.

Quando uma estrutura ou sistema linear é submetido a uma excitação periódica ou cíclica a resposta também será cíclica e com a mesma frequência da excitação. A resposta de uma análise no domínio da frequência prediz o comportamento dinâmico de uma estrutura, permitindo a verificação da existência de ressonância numa determinada faixa de frequência de excitação em que a estrutura trabalhe.

Considerando a equação geral do movimento,

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F^a\} \quad (10)$$

onde:  $\{\ddot{u}\}$  é o vetor aceleração;

$\{\dot{u}\}$  é o vetor velocidade;

$\{u\}$  é o vetor deslocamento;

$[M]$  é a matriz de massa;

$[K]$  é a matriz de rigidez;

$[C]$  é a matriz de amortecimento (para sistemas amortecidos);

$\{F^a\}$  é a força de excitação.

A matriz de massa  $[M]$  do sistema é diagonal quadrada de dimensões  $n \times n$ , onde  $n$  é o número de GDL do sistema. Fisicamente esta matriz representa as propriedades de inércia do sistema, ela pode ser determinada colocando-se na diagonal principal os valores de massa correspondentes a cada GDL. Para um sistema discreto com  $n$  GDL a matriz de massa pode ser expressa por:

$$[M] = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_n \end{pmatrix} \quad (11)$$

A matriz da rigidez  $[K]$  também possui dimensão quadrada de  $n \times n$ , e representa a rigidez elástica do sistema. A matriz  $[K]$  é formada definindo-se os elementos  $k_{ij}$ , os quais podem ser obtidos impondo-se um deslocamento unitário em  $j$  e medindo-se a força na direção  $i$ . Para um sistema com  $n$  GDL a matriz de rigidez pode ser expressa da seguinte forma:

$$[K] = \begin{pmatrix} k_{11} & k_{12} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \cdots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ k_{n1} & k_{n2} & \cdots & k_{nn} \end{pmatrix} \quad (12)$$

Em sistemas com amortecimento, a matriz  $[C]$  é determinada de forma análoga à matriz de rigidez, porém, em vez de impor um deslocamento unitário, é usada para determinar a matriz  $[C]$  uma velocidade unitária (PUGLIA, 2009).

A solução da Eq. (10) consiste de duas partes, a função complementar, que é a solução da equação homogênea, e a solução particular. A função complementar, neste caso, é uma vibração livre amortecida. A solução particular para a equação descrita é uma oscilação de estado permanente de mesma frequência  $\omega$  que a excitação, onde esta solução particular é dada pela Eq. (13):

$$\{u\} = \{Ue^{i\phi}\} e^{i\Omega t} \quad (13)$$

onde:  $U$  é a amplitude de oscilação;

$\Omega$  é a frequência externa imposta ao sistema;

$\phi$  é o ângulo de fase do deslocamento;

$t$  é o tempo;

$i$  é a unidade imaginária.

O valor da amplitude de oscilação e da fase podem ser diferentes em cada grau de liberdade da estrutura. Usando a notação complexa na Eq. (13), apresenta-se a solução do problema em uma forma compacta e mais eficiente:

$$\{u\} = \{U(\cos\phi + i\text{sen}\phi)\} e^{i\Omega t} \quad (14)$$

Esta última equação (Eq. (14)) ainda pode ser expressa como segue:

$$\{u\} = (U_1 + i\{U_2\}) e^{i\Omega t} \quad (15)$$

Analogamente ao deslocamento, o vetor de forças pode ser definido da seguinte forma:

$$\{F\} = \{F_{\max} e^{i\Psi}\} e^{i\Omega t} \quad (16)$$

onde:  $F_{\max}$  é a amplitude da força máxima;

$\Psi$  é o ângulo de fase da força.

Como foi feito anteriormente para Eq. (13), tem-se agora a Eq. (16) reescrita como segue:

$$\{F\} = \{F_{\max} (\cos\Psi + i\text{sen}\Psi)\} e^{i\Omega t} \quad (17)$$

ou ainda

$$\{F\} = (F_1 + i\{F_2\}) e^{i\Omega t} \quad (18)$$

Substituindo as equações (15) e (18) na Eq. (10), tem-se

$$(-\Omega^2 [M] + i\Omega [C] + [K])(\{U_1\} + i\{U_2\}) e^{i\Omega t} = (\{F_1\} + i\{F_2\}) e^{i\Omega t} \quad (19)$$

Observa-se que na Eq. (19), pode-se cancelar o fator  $e^{i\Omega t}$  por aparecer em ambos os lados da equação. Desta forma, pode-se afirmar que a Eq. (19) representa a Eq. (10) no domínio da frequência. Sendo então possível obter o vetor de deslocamentos complexo quando atua sobre o sistema uma excitação harmônica com uma determinada frequência  $\Omega$ .

#### 2.4.1 Transformada de Fourier

Seja uma função periódica  $x(t)$  com período de tempo  $T$ , esta função pode ser definida como uma série trigonométrica infinita (Cesário, 2012):

$$x(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ A_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) + B_k \text{sen}\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) \right] \quad (20)$$

Onde:

$$A_0 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x(t) dt$$

$$A_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x(t) \cos\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) dt \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

$$B_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x(t) \text{sen}\left(\frac{2\pi kt}{T}\right) dt \quad k = 0, 1, 2, \dots$$

Para processos aleatórios e estacionários, seguindo a fórmula de Euler para relacionar funções do tipo trigonométricas e exponenciais, a série da Eq. (20) pode ser expressa na forma de coeficientes complexos, chamada de Série de Fourier:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_k e^{i2\pi kt/T} \quad (21)$$

Onde os coeficientes  $C_k$  são dados por

$$C_k = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x(t) e^{-i2\pi kt/T} dt \quad (22)$$

A série de Fourier é válida para qualquer função periódica. Para funções não-periódicas emprega-se a Transformada de Fourier, ou seja, o limite da série de Fourier  $x(t)$ , considerando a função não-periódica como uma função periódica, quando  $T$  tende ao infinito. Assim:

$$x(t) = \lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left( \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{+T/2} x(t) e^{-i2\pi kt/T} dt \right) e^{-i2\pi kt/T} \quad (23)$$

Mas como  $T$  tende ao infinito, e  $\omega_k = \frac{2\pi k}{T}$  (frequência do  $k$ -ésimo harmônico, em  $rad/s$ )

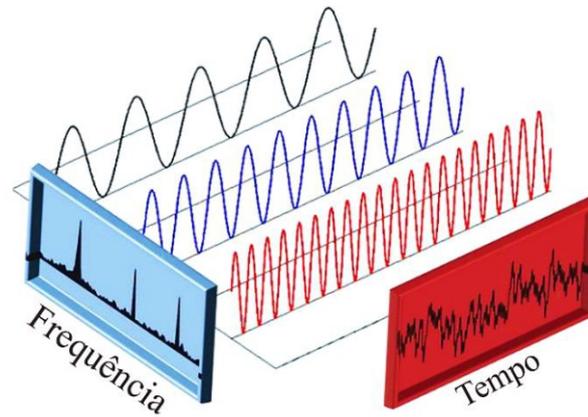
o somatório torna-se uma integral, da seguinte forma

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad (24)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} X(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad (25)$$

A Eq. (24) é a transformada de Fourier de  $x(t)$ . A Eq. (25) representa a transformada inversa de Fourier de  $X(\omega)$  (Reis, 2013). Resumidamente, a Transformada de Fourier é uma ferramenta matemática que decompõe uma função ou sinal periódico temporal em uma soma de determinadas frequências, como pode ser visto na Figura 14. Com estas múltiplas frequências ocorrendo ao mesmo tempo, as ressonâncias de diferentes componentes podem ser excitadas simultaneamente, e desta forma aumentando um potencial dano devido à vibrações aleatórias.

Figura 14 – Transformada de Fourier



Fonte: Adaptado de Amuchastegui, 2015.

A Transformada Rápida de Fourier ou FFT (*Fast Fourier Transform*) pode ser definida como um algoritmo utilizado para a obtenção da transformada discreta de Fourier, uma vez que para processos aleatórios, estacionários e ergódicos, os dados experimentais de uma única amostra temporal da variável aleatória, são dispostos na forma de registros temporais discretos ao invés de contínuos. Em outras palavras, a FFT produz a frequência média existente em um sinal ao longo de todo o período de aquisição (AMUCHASTEGUI, 2015). A FFT pode ser obtida através da seguinte equação

$$X(f, T) = \int_0^T x(t) e^{-i2\pi ft} dt \quad (26)$$

Quando a variável aleatória  $x(t)$  é amostrada em  $N$  pontos igualmente espaçados de  $h$ , a Eq. (26), pode ser escrita na forma discreta como (BENDAT; PIERSOL, 2010):

$$X(f, T) = h \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-i2\pi fnh} \quad (27)$$

onde:  $x_n = x(nh)$ , com  $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$

Os valores discretos das frequências são dados por

$$f_k = kf_0 = \frac{k}{T} = \frac{k}{Nh}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots, N-1) \quad (28)$$

Nestas frequências, a FFT tem as componentes definidas por

$$X_k = \frac{X(f_k, T)}{h} = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-i \frac{2\pi kn}{N}}, \quad (k = 0, 1, 2, \dots, N-1) \quad (29)$$

Segundo Reis (2013) estes resultados possuem valores únicos somente até  $N/2$ , ponto onde ocorre a frequência de corte de Nyquist, também conhecido como *Aliasing*, descrito no item 2.4.4. A FFT mantém a unidade que foi medida no tempo, ou seja, se uma aceleração ( $m/s^2$ ) é medida ao longo do tempo (s), essa mesma aceleração ( $m/s^2$ ) será expressa ao longo do espectro de frequências (Hz).

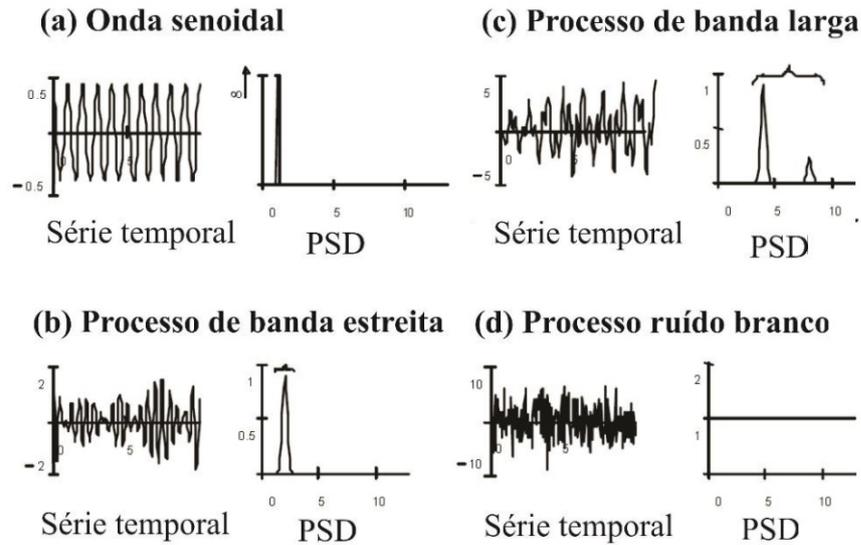
#### 2.4.2 Densidade Espectral de Potência – PSD

Em análises no domínio da frequência utilizam-se métodos espectrais, os quais têm como objetivo determinar a função densidade de probabilidade de ciclos alternantes ou PSD de um processo aleatório ou periódico. A PSD mostra onde a potência média é distribuída em função da frequência. Em outras palavras, a PSD captura a frequência e o conteúdo médio da amplitude quadrada do histórico temporal do carregamento.

Em um sinal aleatório no domínio do tempo a identificação de frequências dominantes, bem como sua distribuição ao longo do tempo são de difícil identificação, uma vez que a sua Transformada de Fourier é também aleatória, enquanto que a PSD é determinística e para alguns sinais é independente do tempo.

No domínio da frequência, a PSD mostra a probabilidade de o carregamento estar situado em uma determinada frequência. Em outras palavras, a PSD de um processo aleatório descreve como a potência média de um sinal é distribuída por unidades de frequência. Também é definida como a medida da intensidade da potência de um sinal de vibração medido, no domínio da frequência. A Figura 15 mostra o comportamento de diferentes processos ao longo do tempo e suas respectivas PSDs.

Figura 15 – Históricos equivalentes no tempo e PSDs



Fonte: Cesário, 2012, p. 69.

A Figura 15 (a) mostra uma onda senoidal e sua respectiva PSD, a qual apresenta um único pico centrado na frequência da onda. A área abaixo deste pico representa a amplitude média quadrática da mesma, ou seja, uma medida qualitativa da intensidade da vibração. Para um processo de banda estreita (Figura 15 (b)) a PSD apresenta uma pequena faixa de frequências dominantes. Essa faixa aumenta na PSD de um processo de banda larga (Figura 15 (c)) e cobre toda a faixa de frequências para um processo ruído branco (Figura 15 (d)) (CESÁRIO, 2012).

Uma amostra no domínio do tempo de uma função não-periódica não pode ser representada por uma série discreta de Fourier, então a teoria clássica de Fourier não pode ser aplicada a essa amostra. Esta dificuldade pode ser superada pela análise, não de uma função-amostra do processo, mas sim da função de autocorrelação (NEWLAND, 1993). Para um processo estocástico a densidade espectral de potência bilateral (PSD – *two-sided*) pode ser expressa como a transformada de Fourier da função de autocorrelação, da seguinte forma

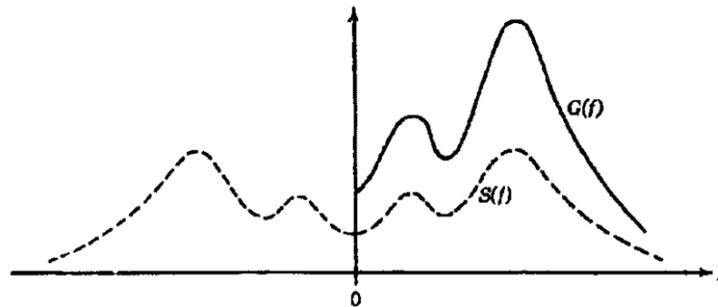
$$S_x(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R_x(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (30)$$

Onde  $S_x(\omega)$  é chamada de Densidade Espectral do processo  $x$  e é uma função da frequência angular  $\omega$ . As unidades de  $S_x(\omega)$  são, portanto, os de (média quadrada)/(unidade de frequência). De acordo com Cesário (2012) em problemas estruturais as frequências negativas

não possuem sentido físico. Desta forma, são utilizadas somente as frequências positivas, ou seja, uma PSD unilateral (*one-sided*) como a mostrada na Figura 16, que é definida como (REIS, 2013):

$$G_x(f) = \begin{cases} 2S_x(f) & \text{para } 0 \leq f < \infty \\ 0 & \text{para } f < 0 \end{cases} \quad (31)$$

Figura 16 – PSD bilateral  $S(f)$  e unilateral  $G(f)$



Fonte: Bendat; Piersol, 2010, p. 120.

Reis (2013) faz uso da PSD a partir de carregamentos cíclicos aleatórios para modelar (por MEF) e simular a vida em fadiga de uma viga em balanço com concentrador de tensões (furo), sujeita a este tipo de carregamento, no domínio da frequência, utilizando o *software nCode*<sup>®</sup> (ANSYS<sup>®</sup>), comparando seus resultados com os resultados obtidos de rotinas implementadas em ambiente MATLAB<sup>®</sup>.

A PSD de um sinal aleatório no tempo  $x(t)$  pode ainda ser expressa, de forma equivalente, como a média da magnitude da Transformada de Fourier ao quadrado, durante um grande intervalo de tempo (BENDAT; PIERSOL, 2010).

$$S_x(\omega) = \lim_{x \rightarrow \infty} \left\{ \frac{1}{2T} \left| \int_{-T}^T x(t) e^{-i2\pi ft} dt \right|^2 \right\} \quad (32)$$

#### 2.4.3 Estimativa da PSD via FFT

Reis (2013) indica dois métodos para estimar a PSD. Um deles é baseado na transformada de Fourier da função de autocorrelação (Eq. (30)) chamado de *Standard* ou *Blackman-Tukey*, enquanto que o outro, considerado mais eficiente em termos computacionais, estima a PSD através da FFT dos dados originais da amostra, chamado de *Cooley-Tukey*.

O tamanho de amostra é definido por (BENDAT; PIERSOL, 2010)

$$N = 2^l \quad (33)$$

onde  $l$  representa o passo da PSD.

Desta forma, as amostras devem ser truncadas em  $2^l$ . Segundo Bishop; Sherratt (2000), a FFT retorna um número complexo dado em relação à frequência, no entanto a PSD retorna apenas a amplitude de cada onda do sinal, sendo as informações com relação às fases descartadas. A PSD é então definida pelo módulo quadrado da FFT :

$$G_x(f) = \frac{2}{T} |X(f, T)|^2 \quad (34)$$

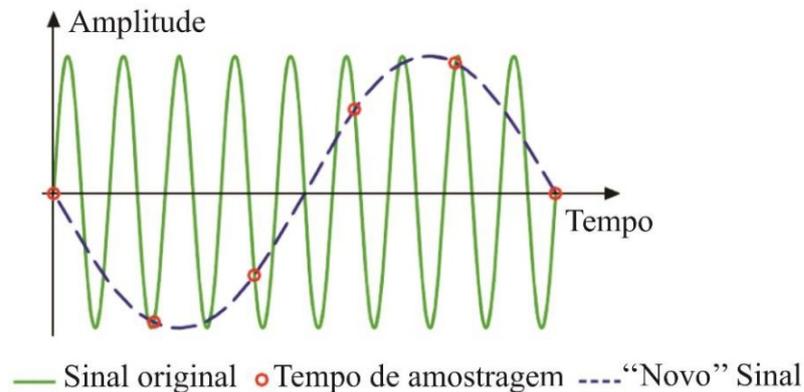
Utilizando as notações das Eqs. (27), (28) e (29), a Eq. (34) é reescrita da seguinte forma

$$G_k(f) = G_x(f_k) = \frac{2}{Nh} |X(f_k, T)|^2 = \frac{2h}{N} |X_k|^2 \quad (35)$$

#### 2.4.4 Frequência de Nyquist e *Aliasing*

O Teorema de Nyquist mostra qual o limite teórico, de quantidades de amostras por unidade de tempo (taxa ou frequência de amostragem  $h$ ), para que um sinal contínuo possa ser integralmente representado através de amostras igualmente espaçadas. Este limite deve ser, no mínimo igual a duas vezes a maior frequência que se está medindo pela PSD ( $f_{amostragem} \geq 2 \times f_{máx}$ ) (Cesário, 2012).

Quando a frequência de amostragem for inferior ao dobro da frequência mais alta presente no sinal, ocorre um fenômeno conhecido como *Aliasing*, ou mascaramento. O *aliasing* pode ocorrer quando se deseja mapear altas frequências com uma baixa taxa de amostragem  $h$ , pois ele mascara altas frequências como se fossem baixas (Reis, 2013). A Figura 17 mostra um exemplo de mascaramento de frequência.

Figura 17 – Exemplo de *aliasing*

Fonte: Cesário, 2012, p. 34.

A Figura 17 mostra o sinal gerado (linha tracejada) quando a frequência de amostragem é inferior à dada pelo teorema de Nyquist. Para se evitar o *aliasing* a frequência de amostragem deve ser extremamente alta o que tornaria a análise inviável. Então, o que se faz é filtrar os dados antes da amostragem por um filtro anti-*aliasing* ou passa-baixa.

## 2.5 Ensaio de frequência

Este procedimento é simples e consiste da aplicação de um impulso unitário capaz de fazer com que o sistema vibre livremente até parar. A condição de um sistema vibrando livremente, ao longo do tempo, pode ser aproximada pelo “funil” (linha pontilhada) mostrado na Figura 18, o qual pode ser expresso matematicamente da seguinte forma:

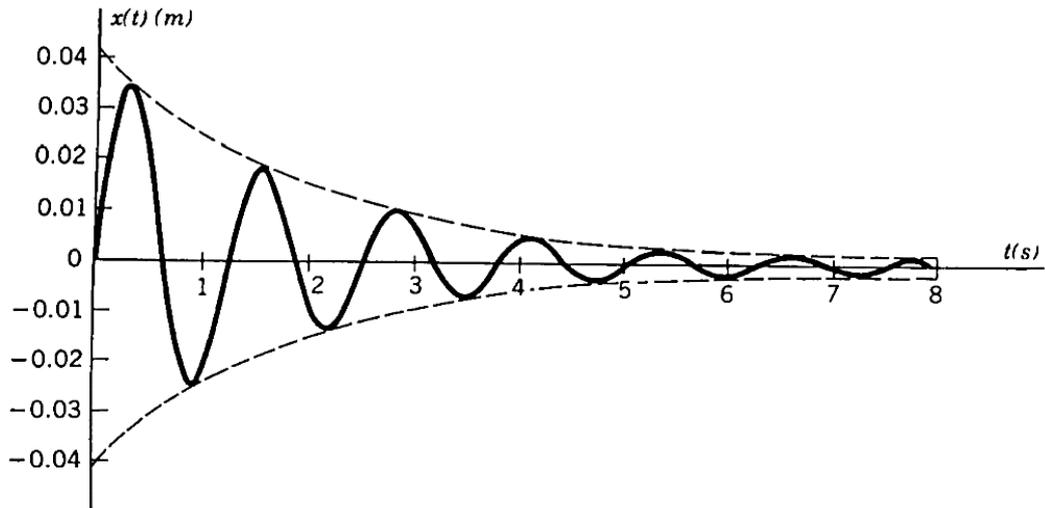
$$X(t) = e^{-\zeta\omega_n t} \left[ x_0 \cos \omega_d t + \frac{\zeta\omega_n x_0 + x_0}{\omega_d} \operatorname{sen} \omega_d t \right] \quad (36)$$

Onde  $\zeta = \frac{c}{2m\omega_n}$  é o fator de amortecimento;  $\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$  é a frequência circular natural [rad/s];  $t$  é o tempo [s];  $x_0$  é o deslocamento inicial [m];  $\dot{x}_0$  é a velocidade inicial [m/s] e  $\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$  é a frequência angular natural amortecida [rad/s].

A Eq. (36) é uma expressão composta pelo produto de uma função exponencial decrescente por uma função harmônica, onde a função harmônica é oscilatória enquanto que a

exponencial decrescente faz com que haja uma diminuição da amplitude da função harmônica à medida que o tempo cresce.

Figura 18 – Vibração livre amortecida de um sistema dinâmico



Fonte: Adaptado de Rao, 2010.

De forma experimental, um impulso pode ser aplicado com o uso de um macete (ou martelo), por exemplo, o qual faz com que o sistema vibre até parar, podendo assim a sua resposta ser captada por meio de dispositivos (acelerômetros, por exemplo). A resposta captada pelos acelerômetros, no domínio do tempo, pode então ser convertida ao domínio da frequência (utilizando a transformada de Fourier) para que sejam detectadas as frequências naturais do sistema (AMUCHASTEGUI, 2015). Além das frequências naturais, também é possível avaliar o amortecimento do sistema por meio desta técnica. Procedimento semelhante foi aplicado por Thota (2010) para determinar a frequência natural de uma estrutura em forma de cubo, por meio de uma FFT.

## 2.6 Rigidez torcional

A rigidez torcional da estrutura de um veículo é considerada uma das propriedades mais importantes a se analisar durante a fase de projeto (SAMPÒ, 2011). Uma estrutura demasiada rígida tem por consequência um peso elevado, juntamente com um acréscimo no seu custo de fabricação. Desta forma, deve-se encontrar um “meio termo” para a rigidez torcional de um chassi, de modo que esta não comprometa o trabalho da suspensão sendo o mais leve possível. A Tabela 1 apresenta valores típicos para a rigidez torcional de diferentes tipos de veículos.

Tabela 1 – Faixa de valores típicos de rigidez torcional para diferentes tipos de veículos

Veículo	Rigidez torcional (N·m/grau)
Baja SAE*	750 – 1500
Fórmula SAE	1000 – 5000
Carros de passeio	5000 – 25000
Carro de corrida Winston Cup (Nascar)	15000 – 30000
Carros esportivos	15000 – 40000
Fórmula 1	10000 – 100000

\* Faixa de valores estimada por Barbosa (2015)

Fonte: Barbosa, 2015, p. 20.

A rigidez torcional pode ser medida de acordo com uma técnica que consiste na fixação de uma extremidade da estrutura aplicando-se um momento torçor (ou binário) na extremidade oposta de forma que a rigidez torcional da estrutura seja medida por meio de um coeficiente de rigidez  $K_t$  [N m/grau ou *lb ft/deg*], da seguinte forma

$$K_t = \frac{T}{\theta} \quad (37)$$

onde:  $T$  é o momento torçor aplicado;

$\theta$  é o ângulo de torção medido.

A rigidez torcional pode ser obtida tanto por métodos analíticos (resolução exata, inviável para estruturas complexas), por métodos experimentais (valores reais, requer protótipo e aparato experimental) e ainda através do MEF (modelo virtual, valor aproximado da rigidez torcional) (BARBOSA, 2015).

O chassi de um veículo pode tanto torcer quanto fletir, no entanto, a rigidez torcional se sobrepõe à rigidez à flexão pois, uma estrutura com boa rigidez torcional terá como consequência uma adequada rigidez à flexão (SAMPÒ, 2011).

Uma estrutura veicular sofre diferentes tipos de solicitações quando em curvas ou devido à frenagens, por exemplo, dentre outras. De acordo com o tipo de solicitação a estrutura pode deformar de diferentes maneiras, sendo os principais (RILEY, GEORGE, 2002):

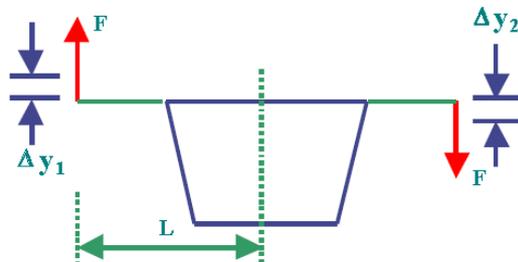
- Torção longitudinal;

- Flexão vertical;
- Flexão lateral;
- “Losango” horizontal.

Em todas as configurações a rigidez torcional pode ser obtida aplicando um torque conhecido na estrutura e medindo o ângulo de torção resultante desse torque. Alternativamente, pode-se aplicar um ângulo de torção e medir as forças de reação para, então, obter o torque ao qual a estrutura está sendo submetida.

Quando o torque é aplicado na forma de um binário, como mostra a Figura 19, a metodologia para a obtenção do ângulo de torção é simples.

Figura 19 – Vista frontal da estrutura sob carregamento de teste por binário



Fonte: Riley, George, 2002, p. 11.

Tomando a definição do coeficiente de rigidez (Eq. (37)), a rigidez torcional pode ser calculada da seguinte forma:

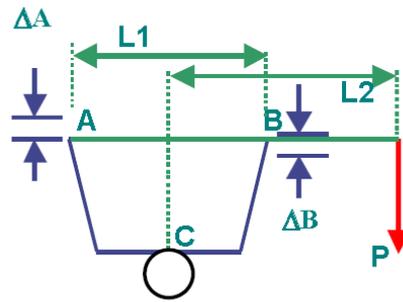
$$K_T = \frac{2FL}{\tan^{-1} \left[ \frac{(\Delta y_1 + \Delta y_2)}{2L} \right]} \quad (38)$$

onde o torque total é o produto do dobro da força  $2F$  pela distância de aplicação  $L$  em relação ao eixo longitudinal.

A deflexão é tomada como o ângulo formado do centro da estrutura até a sua extremidade lateral. Uma deflexão média entre as deflexões da esquerda e direita é utilizada para fins de maior exatidão na estimativa da deflexão angular total (RILEY, GEORGE, 2002).

Quando o torque é aplicado na forma de alavanca, uma força conhecida é aplicada em uma das extremidades da estrutura, como mostra a Figura 20.

Figura 20 – Vista frontal da estrutura sob carregamento de teste (alavanca)



Fonte: Riley, George, 2002, p. 11.

A força ‘P’ é aplicada sobre uma alavanca  $L_2$ , a qual é conectada à estrutura nos pontos ‘A’ e ‘B’. A estrutura é suportada por um ponto de apoio simples ‘C’ (pivô). A rigidez torcional é calculada por (RILEY, GEORGE, 2002):

$$K_T = \frac{PL_2}{\tan^{-1} \left[ \frac{(\Delta A + \Delta B)}{L_1} \right]} \quad (39)$$

onde:  $\Delta A$  é o deslocamento vertical do ponto A.

$\Delta B$  é o deslocamento vertical do ponto B.

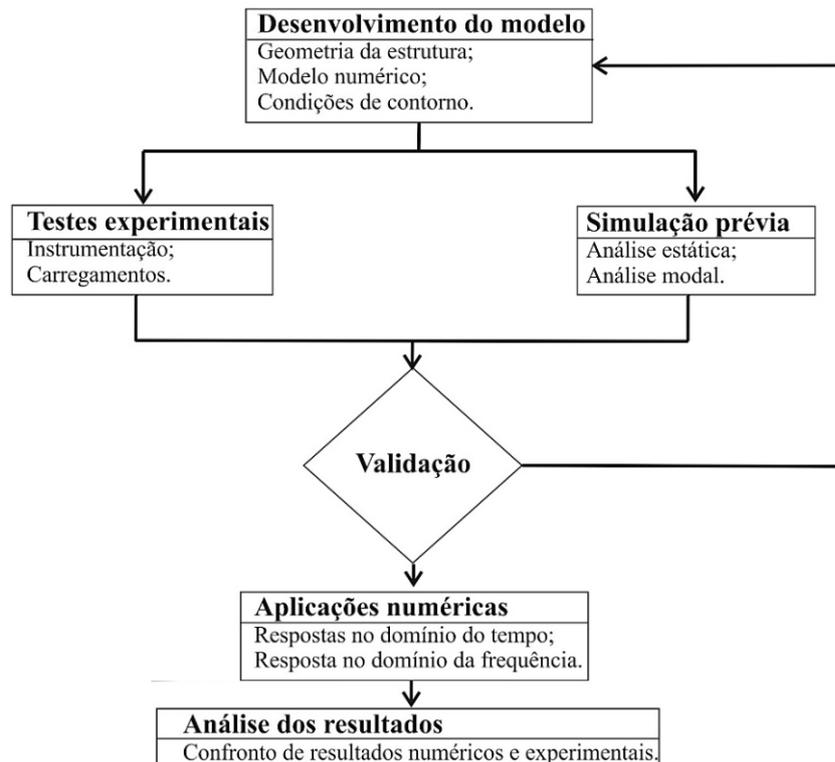
A rigidez torcional de chassis de Baja SAE são obtidas por Barbosa (2015) e Oyama (2009). Barbosa (2015) alcançou um valor de 1207,0 N.m/grau, para um torque aplicado por alavanca de 611 N.m, obtidos do modelo em elementos finitos, com uma diferença de 13,5% para o valor experimental; enquanto que Oyama (2009) alcançou um valor de rigidez torcional de 1050 lb.ft/ deg (1581,842 N.m/grau), para um torque de 1470 lb.ft (1993,05 N.m). Nestes dois trabalhos as formulações para a obtenção de suas rigidezes são diferentes entre si e da apresentada por Riley; George (2002). Barbosa (2015), por exemplo, utiliza uma equação para o cálculo da rigidez que considera um ângulo de torção médio (entre a traseira e a dianteira) conforme apresentado por Thompson *et al* (1998). Por sua vez, Deakin *et al* (2000) sugerem um procedimento para a obtenção da rigidez torcional, na qual afirmam que a rigidez torcional de um chassi deve ser um múltiplo da rigidez total do sistema de suspensão. A rigidez torcional da estrutura em estudo foi calculada experimentalmente por Andrade (2017), fazendo uso da metodologia de Riley; George (2002). O valor da rigidez obtido em seu trabalho foi de 940 N.m/grau, para um torque (aplicado na forma de alavanca) de 135,279 N.m.

### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

Nesta seção do trabalho são apresentados os procedimentos para o desenvolvimento e validação do modelo numérico em elementos finitos. Também são apresentados os procedimentos para os testes experimentais da estrutura, bem como para a coleta e tratamento dos dados obtidos pelos sensores (extensômetros e acelerômetros). O modelo numérico é considerado válido mediante a comparação das frequências naturais da análise modal do modelo com as frequências naturais obtidas experimentalmente da estrutura real. Uma segunda comparação modelo/estrutura também é realizada com os resultados de uma análise estática do modelo e de um experimento com carga aplicada à estrutura real.

Para uma melhor compreensão das etapas executadas durante o trabalho, um fluxograma é apresentado na Figura 21.

Figura 21 – Fluxograma de procedimentos adotados neste trabalho



#### 3.1 Desenvolvimento do modelo em elementos finitos

A seguir a estrutura em estudo é mostrada, juntamente com algumas das suas principais características. O modelo numérico em elementos finitos é então desenvolvido a partir da geometria da estrutura da real.

### 3.1.1 Geometria da estrutura

O chassi em estudo neste trabalho foi construído pela equipe Baja Pampa da UNIPAMPA e é composto de uma estrutura tubular de seção constante, conectados por solda do tipo MIG (*Metal Inert Gas*), sendo suas dobras feitas a frio. A Figura 22 mostra uma foto da estrutura juntamente com parte do seu sistema de suspensão, parte do assento e chapa corta-chamas, os quais não fazem parte da modelagem numérica.

Figura 22 – Estrutura em estudo



Fonte: Equipe Baja Pampa

A estrutura desenvolvida pela equipe apresenta um comprimento de 2,107 m, largura de 0,89 m e altura de 1,43 m, sendo todas medidas tomadas pelos lados externos dos tubos. O material dos tubos utilizados na construção da estrutura é o aço SAE 1045, o qual tem suas propriedades apresentadas na Tabela 2.

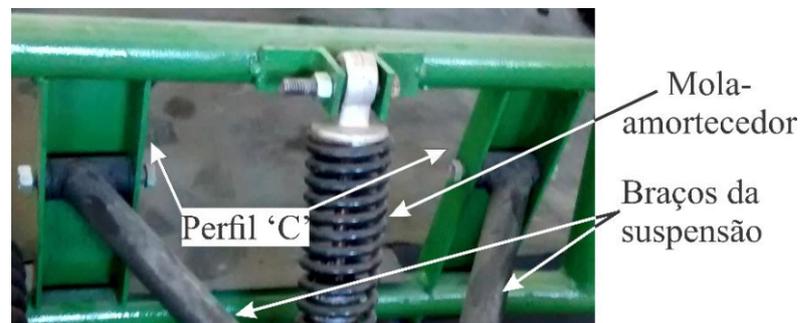
Tabela 2 – Propriedades do aço SAE 1045

Propriedades – Aço SAE 1045 HR (Laminado a quente)	
Módulo de Elasticidade (E)	207 GPa
Coefficiente de Poisson ( $\nu$ )	0,292
Massa específica ( $\rho$ )	7850 kg/m <sup>3</sup>
Resistência ao escoamento ( $S_y$ )	310 MPa
Resistência à tração ( $S_{ut}$ )	570 MPa

Fonte: Callister Jr., 2008.

O tipo de suspensão adotado pela equipe é a conhecida como “duplo A”. Para dar suporte à suspensão dianteira do veículo o projeto da equipe apresenta quatro elementos (dois em cada lado) de perfil “C” à parte frontal da estrutura tubular, como pode ser visto na Figura 23.

Figura 23 – Perfil C do suporte à suspensão



### 3.1.2 Modelo numérico

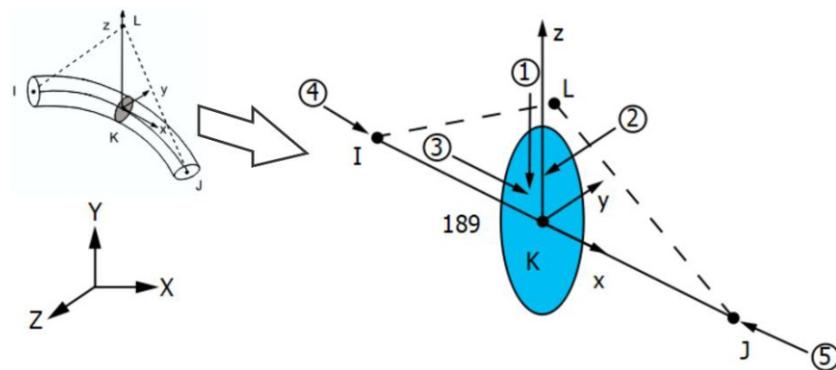
A estrutura foi modelada em Elementos Finitos fazendo uso do *software* ANSYS®, através do *Mechanical APDL (ANSYS Parametric Design Language)*, fazendo uso das dimensões medidas de cada tubo. Inicialmente a estrutura foi decomposta em linhas e pontos (no ANSYS® *lines* e *keypoints*, respectivamente), com as linhas representando cada tubo do chassi, enquanto que os pontos são alocados nas junções entre os tubos. Desta forma, são informados ao ANSYS® as coordenadas X, Y e Z de cada ponto (*keypoint*) do modelo, unindo-os por meio das linhas (*lines*).

No ANSYS®, cada linha foi modelada utilizando elementos de barra, sendo que, o tipo de elemento utilizado foi o BEAM189. Este elemento é do tipo barra quadrática com três nós

em três dimensões, possuindo ao todo 6 GDL (Graus De Liberdade), sendo translação e rotação nas direções X, Y e Z em cada nó. A geometria do elemento é mostrada na Figura 24.

Como é baseado na Teoria de Vigas de Timoshenko (ANSYS, 2013), este elemento considera efeitos de deformação por cisalhamento ou por esforço cortante. Este tipo de elemento foi escolhido em função dos tubos soldados do chassi apresentarem rigidez na flexão e na torção (RILEY, GEORGE, 2002; DEBNATH, DEBNATH, 2014 ).

Figura 24 – Geometria do elemento BEAM189

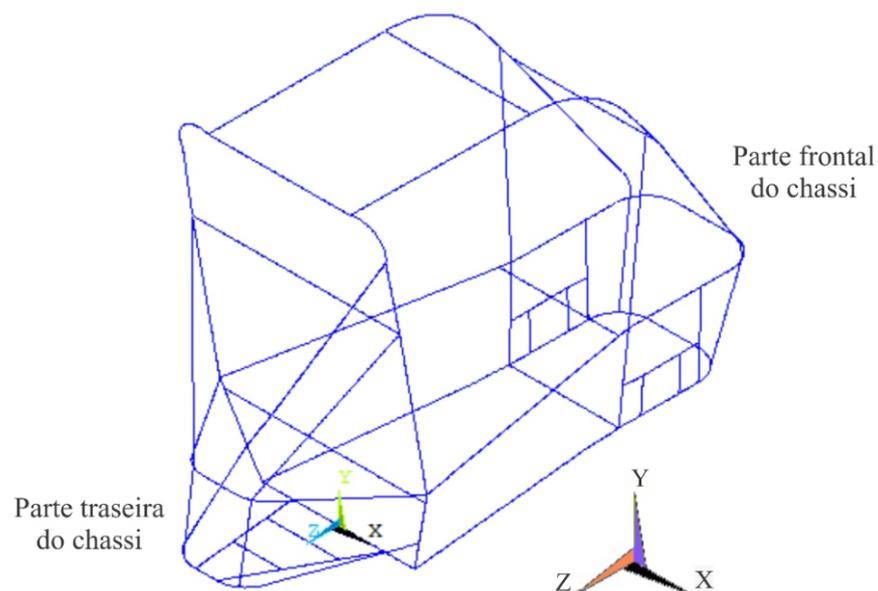


Fonte: Ansys, 2013.

As propriedades mecânicas necessárias (ou dados de entrada) para este elemento são Módulo de Young  $E$  (GPa), coeficiente de Poisson  $\nu$  e a densidade  $\rho$  ( $\text{kg/m}^3$ ).

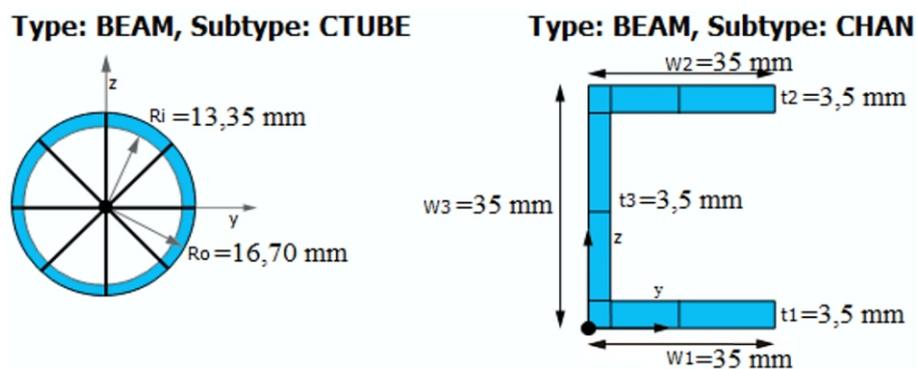
O modelo desenvolvido em elementos finitos é mostrado na Figura 25, sob uma perspectiva isométrica.

Figura 25 – Modelo desenvolvido em elementos finitos (BEAM189)



O tipo de elemento adotado permite atribuir diferentes geometrias às suas seções transversais. Desta forma os tubos da estrutura serão representados, no modelo, por elementos com seção tubular (*CTUBE* – *Circular Tube* no ANSYS®). Da mesma forma, os suportes da suspensão dianteira (Figura 23) serão representados por elementos com seção “C” (*CHAN* – *Channel* no ANSYS®). A Figura 26 mostra as dimensões de entrada no ANSYS® para as duas seções, circular e “C”, respectivamente.

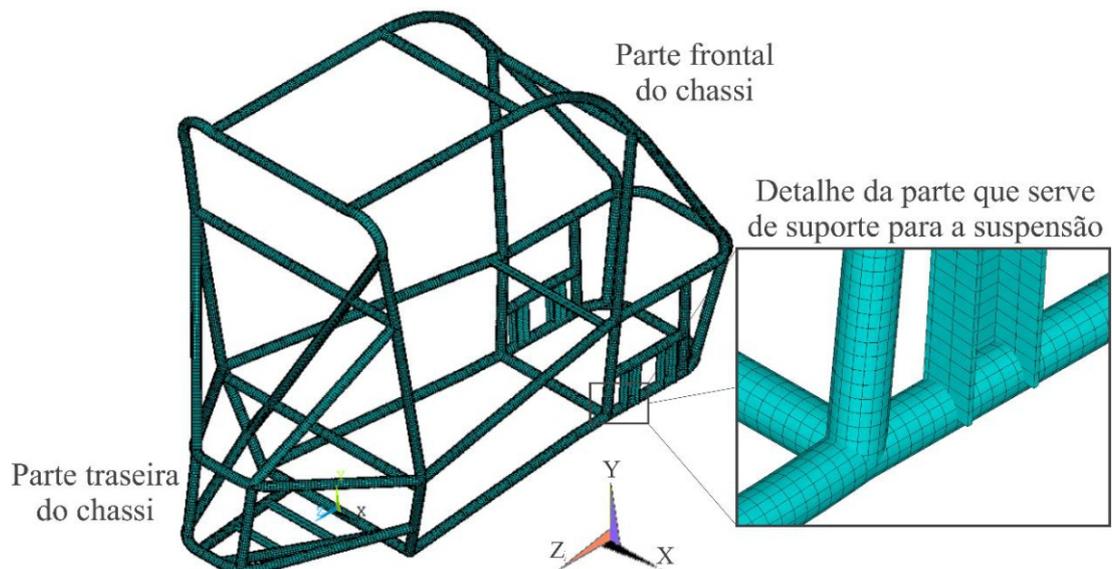
Figura 26 – Dimensões dos perfis estruturais utilizados no chassi



Fonte: Adaptado de ANSYS (2013).

Posteriormente às especificações descritas, o modelo numérico pode ser representado com a geometria de suas seções, conforme mostra a Figura 27.

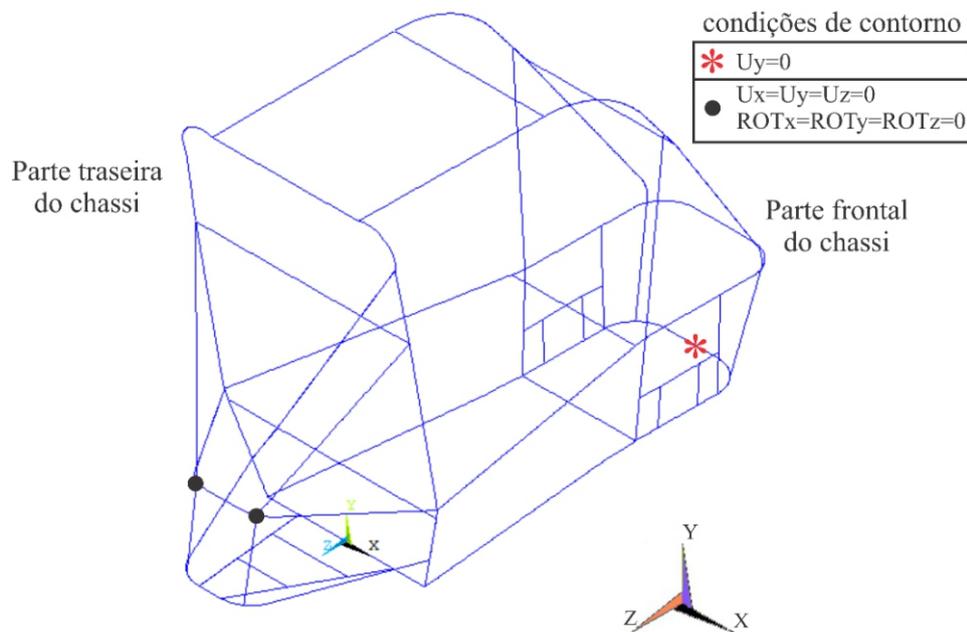
Figura 27 – Modelo em Elementos Finitos com geometria atribuída



### 3.2 Simulações numéricas prévias

A finalidade desta etapa do trabalho foi, principalmente, determinar as condições de contorno aplicadas ao modelo numérico, de modo que estas possam ser implementadas experimentalmente na estrutura real. Além de determinar os possíveis locais a serem instrumentados na estrutura. Dois tipos de simulação foram desenvolvidas no ANSYS®, uma estática e uma modal do modelo. Desta forma, para estas simulações prévias foram consideradas as condições de contorno mostradas na Figura 28.

Figura 28 – Condições de contorno para simulações prévias



Assim, estes tipos de restrições serão utilizados nos testes experimentais, descritos posteriormente.

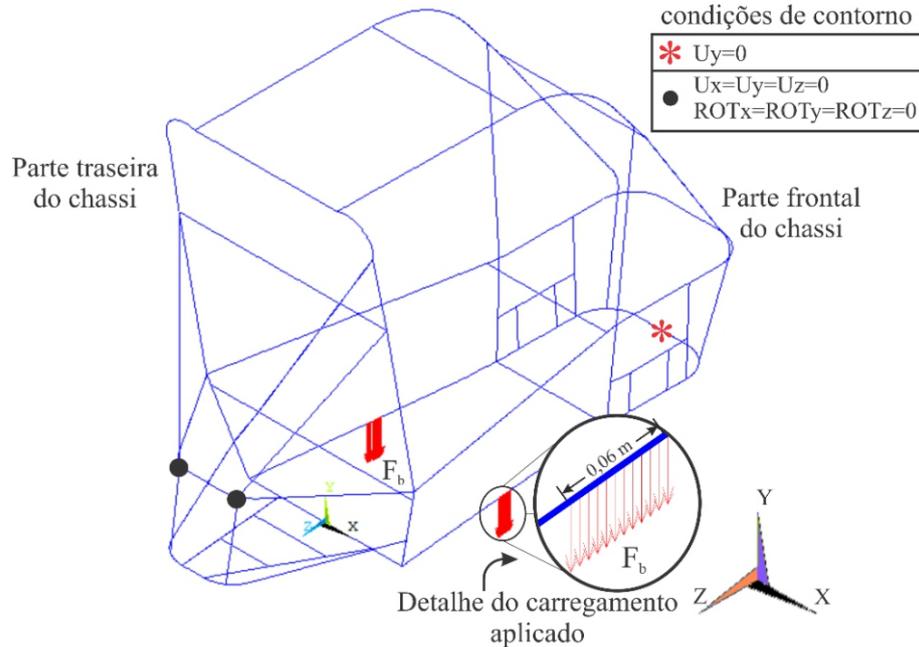
#### 3.2.1 Análise modal

Para o desenvolvimento da análise modal do modelo, são impostas à estrutura as restrições já mostradas na Figura 28, todas em GDL. Por meio do *software* ANSYS®, são obtidos os 5 primeiros modos de vibração do modelo. Foi utilizado o método de extração modal *Block Lanczos*.

### 3.2.2 Análise estática

A análise estática do modelo foi desenvolvida para comparações com as respostas da estrutura para uma carga aplicada estaticamente. Foi considerado no modelo um carregamento no sentido negativo do eixo Y, na mesma posição de aplicação da carga estática sobre a estrutura real, conforme mostrado na Figura 29.

Figura 29 – Aplicação do carregamento estático no modelo



Cada uma das setas mostradas no detalhe da Figura 29 representa a carga aplicada em um respectivo nó do modelo. Esta carga é determinada da seguinte forma

$$F_b = \frac{(\sum M)g}{2(\sum \text{n}^\circ \text{ de nós})} \quad (40)$$

onde:  $\sum M = M_b + M_m$  [kg];

$\sum \text{n}^\circ \text{ de nós}$  = número de nós na região a ser aplicada a carga;

$g$  = gravidade ( $9,81 \text{ m/s}^2$ ).

Sendo que  $M_b$  e  $M_m$  são as massas do balde e da madeira utilizada como suporte no ensaio denominado de Carregamento estático, descrito a seguir (seção 3.3.3). O carregamento total aplicado à estrutura foi de  $242,307 \text{ N}$ , ou seja,  $\sum M = 24,7 \text{ kg}$ . Desta forma, o carregamento

aplicado em cada um dos 12 nós (em cada lado do modelo) é, de acordo com a Eq. (40),  $F_b = 10,096 N$ .

Esta análise, da maneira como foi desenvolvida, permite a obtenção das tensões atuantes no modelo, na região correspondente à localização dos SGs na estrutura, em função da aplicação do carregamento estático.

### 3.3 Testes experimentais

Nesta seção, são descritos os testes experimentais desenvolvidos no trabalho, sendo que inicialmente, são descritos os procedimentos da instrumentação da estrutura real para posteriormente o Ensaio de Frequência e o Carregamento Estático. Os objetivos desta etapa são a obtenção das frequências naturais da estrutura real e também das deformações sofridos devido ao carregamento aplicado.

#### 3.3.1 Instrumentação da estrutura

Os extensômetros SGs (*Strain Gauges*) utilizados são do tipo folha uniaxiais e descritos na Tabela 3. O princípio de funcionamento de SGs pode ser encontrado no **ANEXO B** deste trabalho.

Tabela 3 – Características dos extensômetros utilizados

Extensômetros – <i>Strain Gauge</i>	
Tipo	Uniaxial
Fabricante	Kyowa
Modelo	KFG-2-120-C1-11
Resistência	$120,2 \pm 0,2 \Omega$
Comprimento da grade	2 mm
<i>Gauge Factor</i> – GF	$2,09 \pm 1,0\%$
Ponte de Wheatstone utilizada	$\frac{1}{4}$ de ponte

Fonte: KYOWA®.

A aquisição dos dados coletados pelos SGs é feita por um sistema *Spider* 8-30 (Figura 30). O *Spider* é um sistema eletrônico utilizado para medir sinais elétricos e variáveis mecânicas desenvolvido pela HBM®.

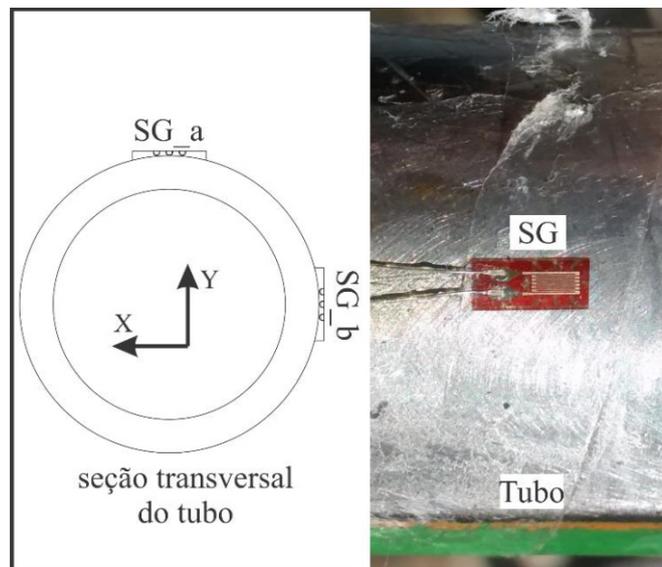
Figura 30 – *Spider* conectado a um *laptop*.



Cada unidade do *Spider* contém 8 canais de entrada/saída, os quais possuem funções como alimentação para transdutores, amplificadores, condicionamento de sinais, filtros e conversores Analógico/Digital passivos. Todos os conversores Analógico/Digital trabalham sincronizados e fornecem até 9600 valores medidos por segundo. O *Spider* tipo 8-30 possui resistores de compensação integrados com calibração *shunt*. A *interface* entre o *Spider* e um computador é feita por meio do *software* Catman<sup>®</sup> Easy.

Concluídas as análises prévias (seção 3.2), 6 SGs são instrumentados nos tubos mais longos da estrutura e localizados de modo a captar as deformações longitudinais na região superior (SG\_a) e lateral (SG\_b) como mostra a Figura 31.

Figura 31 – SG colado em um tubo da estrutura



Também são instrumentados na estrutura dois acelerômetros piezoelétricos. Algumas características dos acelerômetros utilizados são descritas na Tabela 4. Uma descrição do funcionamento de acelerômetros pode ser encontrada no **ANEXO C** deste trabalho.

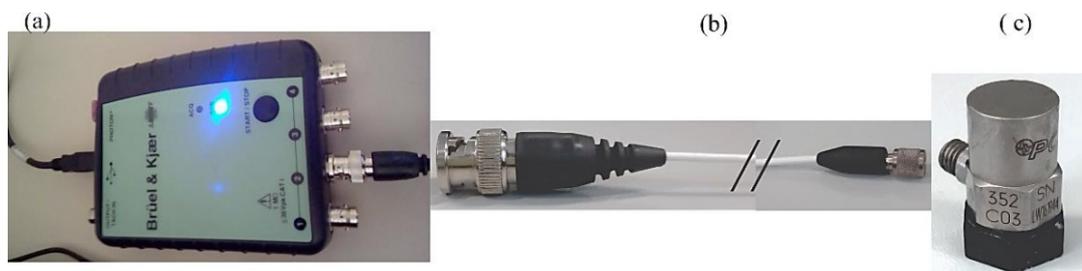
Tabela 4 – Características dos acelerômetros utilizado

Acelerômetro	
Fabricante	PCB Piezotronics
Modelo	352C03
Sensibilidade	10 mV/g ( $\pm 10\%$ )
Faixa de medição	$\pm 500$ g peak
Faixa de frequência	0,5 a 10 k Hz ( $\pm 5\%$ )
Frequência de ressonância	$\geq 50$ kHz
Faixa de temperatura	$-54^\circ$ a $+121^\circ$ C

Fonte: PCB Piezotronics®.

A aquisição do sinal dinâmico captado pelos acelerômetros é feita pela placa PHOTON+ da fabricante Bruel & Kjaer® modelo DP240-2C1S, que resumidamente possui 2 entradas de 24 bit, 1 saída de 24 bit e uma largura de banda de 40 kHz. A placa de aquisição capta o sinal na forma de uma voltagem (v), a qual posteriormente, pode ser convertida em deslocamento (m), velocidade (m/s) ou aceleração ( $m/s^2$ ). A Figura 32 mostra a placa PHOTON+ juntamente com um cabo coaxial e um exemplo de acelerômetro piezoelétrico.

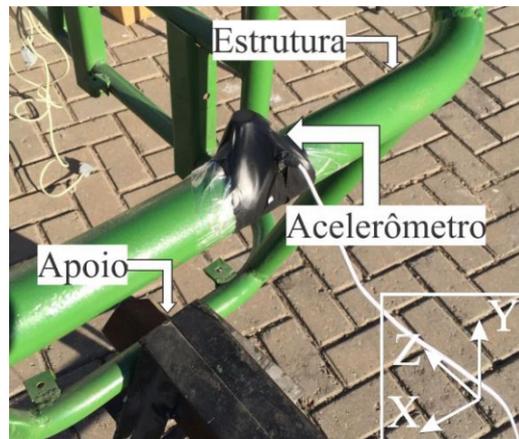
Figura 32 – Analizador de sinal (a), cabo coaxial (b), acelerômetro (c).



Fonte: Adaptado de Bruel & Kjaer®.

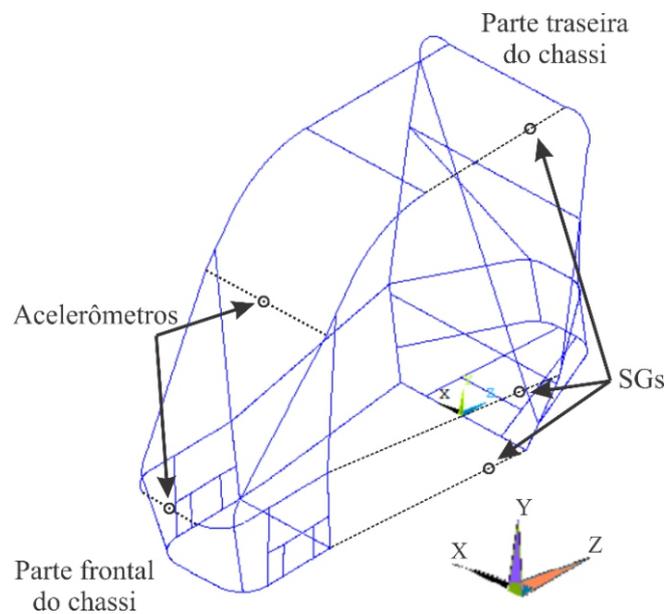
A *interface* entre a placa de aquisição PHOTON+ com o computador é feita por meio do *software* RT Pro Photon. Os dois acelerômetros foram localizados na estrutura em pontos de maior deslocamento (observados na análise modal) e foram fixados à estrutura por meio da aplicação de uma fita adesiva de modo que não houvesse nenhum tipo de movimento relativo dispositivos/estrutura. Os dois acelerômetros são localizados na metade do comprimento de cada tubo instrumentado. A Figura 33 mostra em detalhe um dos acelerômetros utilizados.

Figura 33 – Acelerômetro fixo em um tubo da estrutura



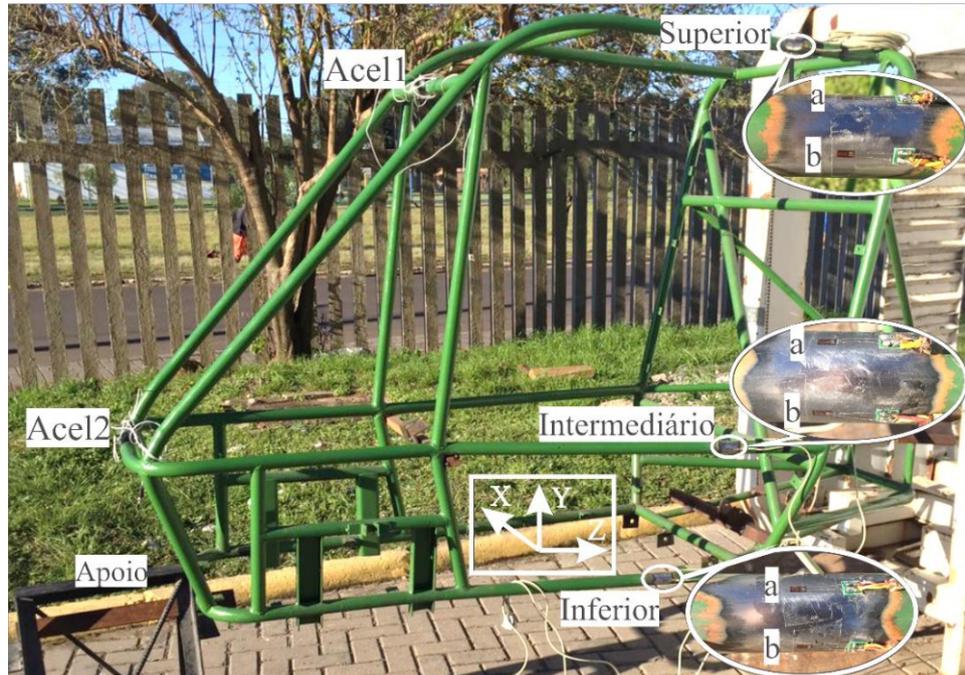
Os tubos nos quais os acelerômetros e os SGs foram posicionados são mostrados no esquema da Figura 34.

Figura 34 – Localização dos acelerômetros e SGs na estrutura



Tomando como referência o esquema da Figura 34, a Figura 35 mostra a estrutura real instrumentada.

Figura 35 – Estrutura real instrumentada



Acel1 = acelerômetro 1;  
 Acel2 = acelerômetro 2;  
 a = posição no tubo do SG\_a;  
 b = posição no tubo do SG\_b.

### 3.3.2 Ensaio de frequência

A técnica empregada para a validação do modelo numérico foi o ensaio de frequência, o qual consiste na obtenção experimental das frequências naturais da estrutura por meio de um impulso (impacto).

Uma parte da validação do modelo numérico é feita pela comparação entre as frequências naturais obtidas experimentalmente no ensaio de frequência com as obtidas da análise modal do modelo.

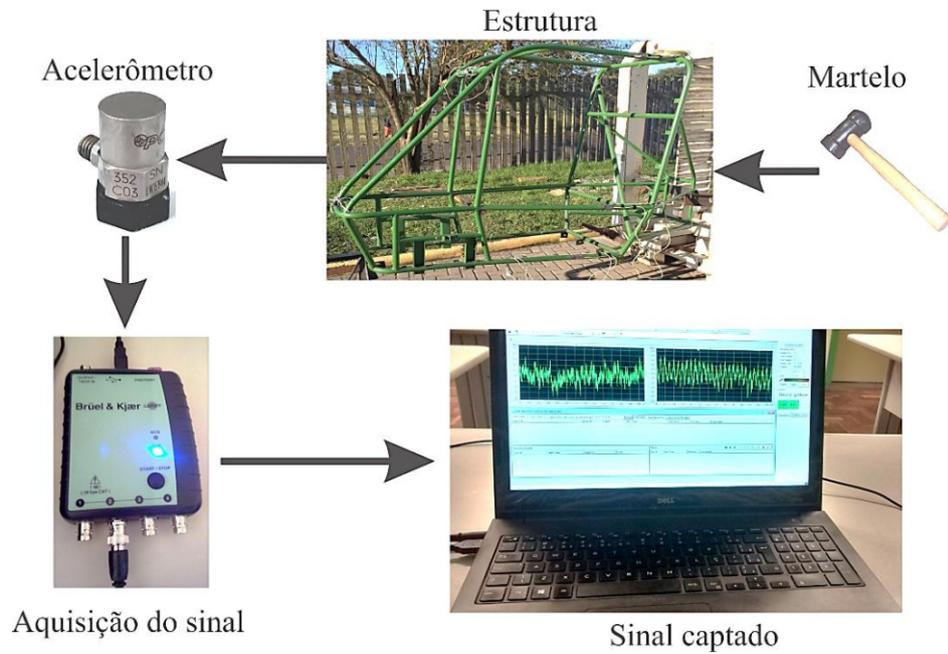
Para os testes, as condições de apoio impostas à estrutura foram as mostradas na Figura 36. A parte traseira é considerada como um engaste, pois não permite GDL em nenhuma direção. A estrutura é fixa em cada lado da sua parte traseira, por um de seus suportes de suspensão com três parafusos de 5/16" de diâmetro à uma estrutura metálica de fixação. As dimensões da estrutura auxiliar utilizada para a fixação do chassi são apresentados no **APÊNDICE B**. Enquanto na sua parte frontal a estrutura é simplesmente apoiada com o auxílio de um cavalete, restringindo a translação na direção Y.

Figura 36 – Condições de apoio para os testes experimentais



O ensaio de frequência é então desenvolvido de acordo com o procedimento mostrado no fluxograma da Figura 37.

Figura 37 – Fluxograma do ensaio de frequência experimental



A estrutura foi excitada com o uso de um macete. Dentre algumas localizações (na estrutura) e direções de impactos testadas, a combinação posição/direção que apresentou melhor resposta é mostrada na Figura 38.

Figura 38 – Direção e posição do impacto na estrutura



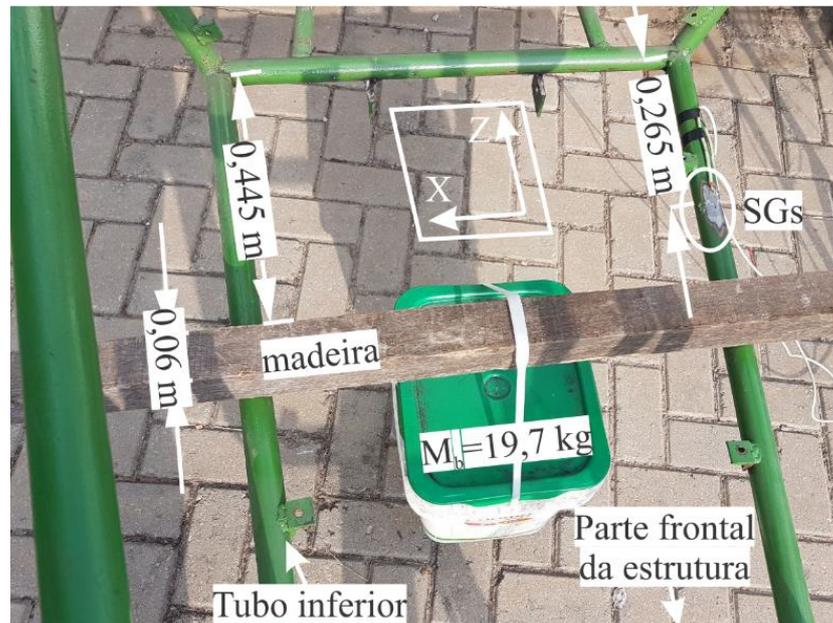
Os sinais coletados (ao longo do tempo), são convertidos para o domínio da frequência por meio da FFT e assim é possível se obter as frequências naturais da estrutura. Como, teóricamente, é mais difícil de se excitar modos de frequências mais altas, de modo geral os ensaios experimentais obtêm os primeiros modos (comumente da primeira até a terceira frequência natural).

### 3.3.3 Carregamento estático

Neste procedimento uma massa ( $M_b$  em kg) arbitrária é adicionada em uma posição previamente determinada sobre os tubos inferiores da estrutura. O carregamento foi aplicado utilizando um balde e um suporte de madeira, de modo que o balde foi localizado (no suporte de madeira) à metade do comprimento entre os tubos inferiores e o suporte de madeira perpendicular e à uma distância arbitrária ao longo dos mesmos, conforme mostra a Figura 39. As condições de apoio são as mesmas mostradas na Figura 36. A deformação sofrida pela estrutura é medida pelos SGs previamente instrumentados.

Para uma melhor medição, a carga é aplicada manualmente com três repetições, em um período de tempo suficiente para que haja estabilidade na leitura dos SGs. Como estão instrumentados à estrutura 6 SGs, é considerada para a análise somente a leitura do SG que se mostrar mais satisfatória. A deformação medida  $\epsilon$  [m/m] é convertida em tensão média  $\sigma_m$  [MPa] com o uso da teoria de elasticidade.

Figura 39 – Esquema da aplicação do carregamento estático



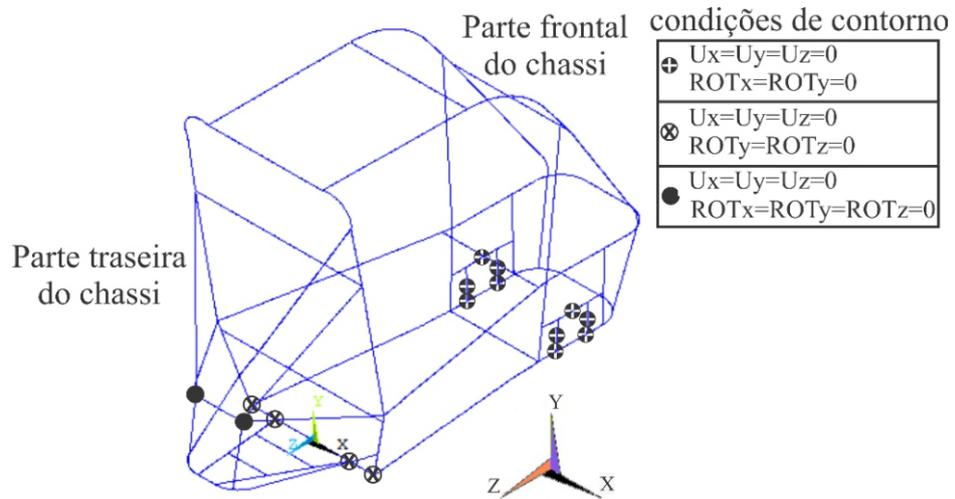
### 3.4 Aplicações numéricas

Uma vez que o modelo seja considerado como válido, novas análises dinâmicas são implementadas, podendo agora serem aplicadas diferentes condições de contorno e carregamentos ao modelo.

Verificada a confiabilidade do modelo computacional, serão analisadas condições de interesse específicas para as novas análises. Uma condição de contorno de interesse diz respeito aos pontos de conexão do sistema de suspensão ao chassi, uma vez que o esforço das rodas é transmitido à estrutura por meio destes pontos.

Desta forma, a condição de apoio apresentada anteriormente, é substituída por uma nova condição, a qual representa os pontos de conexão do sistema de suspensão do veículo à estrutura. As novas condições de contorno são apresentadas na Figura 40.

Figura 40 – Condições de contorno específicas



### 3.4.1 Análise harmônica

A análise harmônica do modelo foi desenvolvida pelo método *Full*, considerando uma faixa no domínio da frequência de 0 até 70,0 Hz, a qual corresponde à faixa de funcionamento do motor do veículo *Baja*. Foi considerado um passo de 300 intervalos (*substeps*) nesta faixa de frequências. Para desenvolver a análise harmônica o sistema é excitado por uma força segundo uma função do tipo:

$$F(t) = A \sin(\Omega t) \quad (41)$$

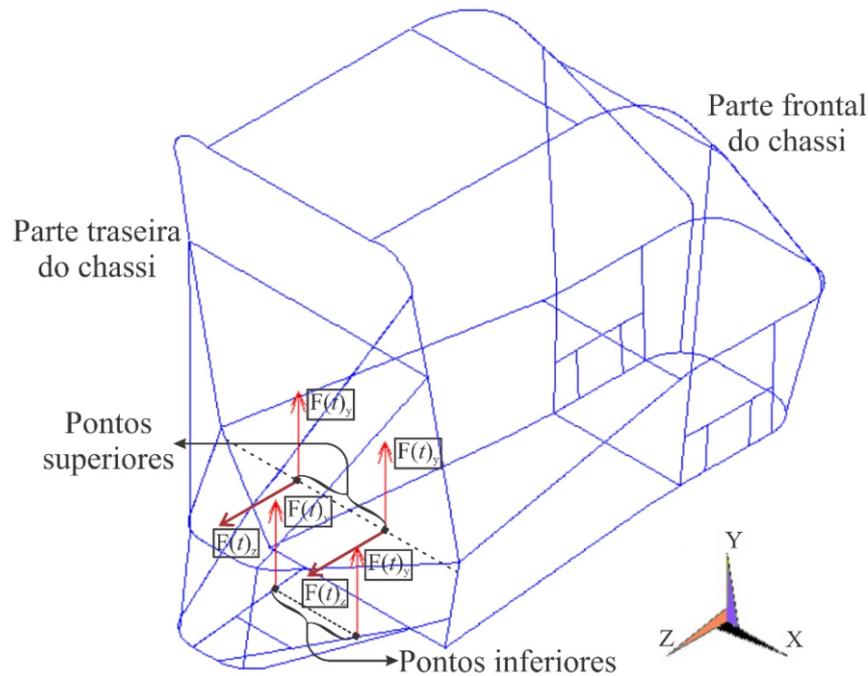
onde:  $\Omega$  é a frequência externa imposta ao sistema;

$A$  é a amplitude de oscilação;

$t$  é o tempo.

Para a implementação desta análise no ANSYS® é necessário informar somente a amplitude  $A$  da Eq. (41). O carregamento é aplicado igualmente em todas as frequências com a opção *Stepped*. É considerada uma amplitude de carregamento constante em duas direções (eixo Y e eixo Z) de  $A = 245,25 \text{ N}$  que corresponde ao peso em [N] do motor. A Figura 41 mostra que o carregamento harmônico foi aplicado na estrutura nos pontos dos tubos (tracejados) que servem como suporte para o posicionamento do motor do veículo.

Figura 41 – Local de aplicação do carregamento harmônico



Como pode ser verificado na Figura 41, os “pontos superiores” são solicitados nas direções Y e Z, enquanto que os “pontos inferiores” são solicitados na direção do eixo Y, que são pontos de apoio do motor.

### 3.4.2 Análise de vibração aleatória

O tipo de Análise Espectral utilizada foi a *Random Vibration* ou Vibração Aleatória. Para desenvolver esta análise é utilizado um perfil de pista gerado numericamente, tomando como referência o trabalho de Dharankar *et al.* (2016). Trata-se de uma amostra de um sinal aleatório Gaussiano gerado pelo Método da Superposição de Harmônicos (MSH). Neste método, o espectro da PSD (*Power Spectral Density*) unilateral do sinal é dividida em um número  $N$  de faixas de frequências e  $N$  números de amostras de harmônicos são gerados com correspondentes faixas centrais de frequências. A equação para gerar o perfil de estrada no domínio do espaço é a seguinte

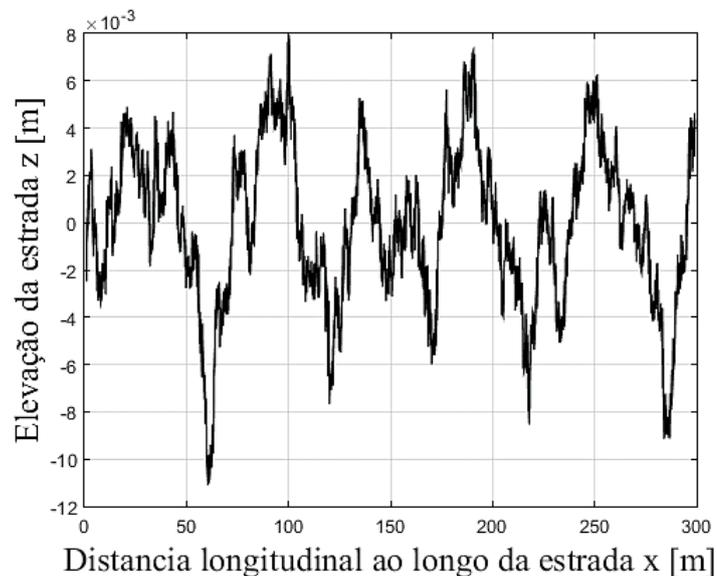
$$z(x) = \sum_{n=1}^N Z_n \sin(2\pi \Omega_n x + \phi_n), n = 1, 2, 3 \dots N \quad (42)$$

onde  $z(x)$  é a elevação do perfil de estrada. Note que  $z$  é descrito no domínio do espaço, isto é, não varia com o tempo pois é uma função da distância trafegada pelo veículo ao longo

do caminho  $x$ .  $Z_n$  é a amplitude do  $n$ -ésimo harmônico;  $N = (\Omega_U - \Omega_L) / \Delta\Omega$  é o número de faixas de frequências em que a PSD é dividida,  $\Omega_U$  e  $\Omega_L$  são as frequências alta e baixa, respectivamente, na PSD;  $\Delta\Omega$  é a largura de cada faixa de frequências;  $\Omega_n = \Omega_L + \Delta\Omega(2n-1)/2$  é a frequência espacial do  $n$ -ésimo harmônico;  $\phi_n [0 \ 2\pi]$  é o ângulo de fase do  $n$ -ésimo harmônico. O máximo valor de  $x$  ou o mínimo comprimento da estrada considerado para a simulação é  $L = 3/\Omega_L$  com um passo mínimo de  $\Delta x = 1/2 \Omega_U$ .

A amostra de perfil de estrada corresponde à ISO 8680 (1995) de classe A (ver Dharankar *et al.* (2016), p. 1960) e é gerada fazendo uso do *software* MATLAB<sup>®</sup>. Os parâmetros da simulação são  $\Omega_L = 0,01$  ciclos/m,  $\Omega_U = 10$  ciclos/m,  $L = 3/\Omega_L = 300$  m,  $\Delta x = 0,01$  m,  $n = 10000$  e o ângulo de fase é distribuído uniformemente no intervalo  $[0 \ 2\pi]$ . A elevação do perfil de estrada gerado, correspondente à ISO, usando o MSH é mostrada na Figura 42.

Figura 42 – Amostra do perfil aleatório de estrada



Fonte: Adaptado de Dharankar *et al.*, 2016.

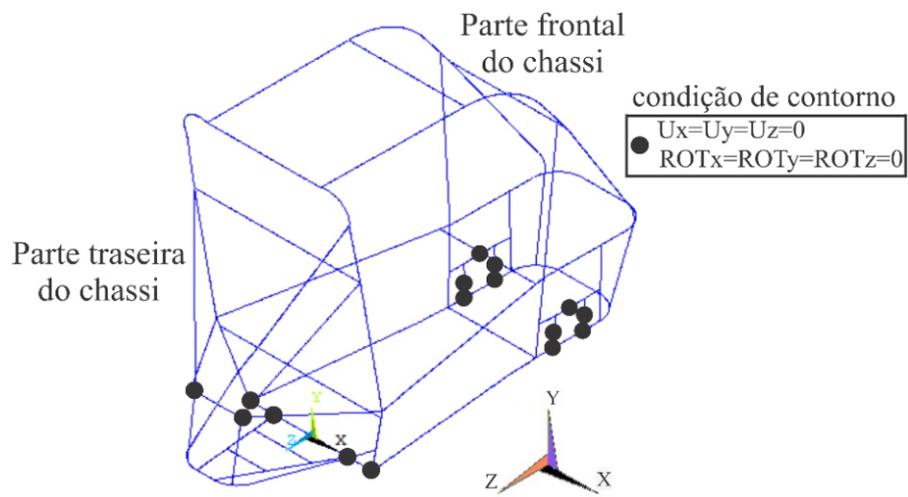
Apartir da amostra do perfil aleatório de estrada apresentada na Figura 42, é gerada uma PSD de Deslocamento ( $m^2/Hz$ ) unilateral utilizando o MATLAB<sup>®</sup>; esta PSD gerada é utilizada como dado de entrada para as simulações.

Esta análise, no ANSYS<sup>®</sup>, tem uma particularidade com relação às condições de contorno. Exceto para PSDs de força, quaisquer dos outros tipos de PSD (deslocamento, velocidade e aceleração) somente podem ser aplicadas ao sistema em estudo em pontos fixos,

ou seja, na forma de excitação de base. Portanto, as condições de contorno para esta análise (mostradas na Figura 43) são aplicadas nos mesmos pontos mostrados na Figura 40, com a diferença de que agora todos os pontos são fixos em todas as direções.

Desta forma, utilizou-se o método Envelope para identificar os picos do sinal da PSD, também implementado com algoritmo no MATLAB<sup>®</sup>. Então os picos de deslocamento obtidos do Envelope são aplicados aos pontos do modelo (Figura 43) no sentido positivo do eixo vertical Y, o que representa dizer que a mesma excitação foi aplicada em cada um dos pontos engastados, de acordo com o esquema visto na Figura 8 (a).

Figura 43 – Condições de contorno para a análise de vibração aleatória



## 4 RESULTADOS

Nesta seção do trabalho são apresentadas as respostas obtidas das análises numéricas do modelo computacional, desenvolvidas no ANSYS®, bem como as respostas obtidas dos procedimentos experimentais aplicados à estrutura real.

### 4.1 Validação do modelo numérico

No decorrer desta subseção do trabalho são apresentados os resultados obtidos a partir das análises experimental e numéricas utilizadas no procedimento de validação do modelo numérico.

#### 4.1.1 Análise experimental

Na análise experimental são apresentados as respostas dos procedimentos do ensaio de frequência e do carregamento estático aplicado à estrutura real.

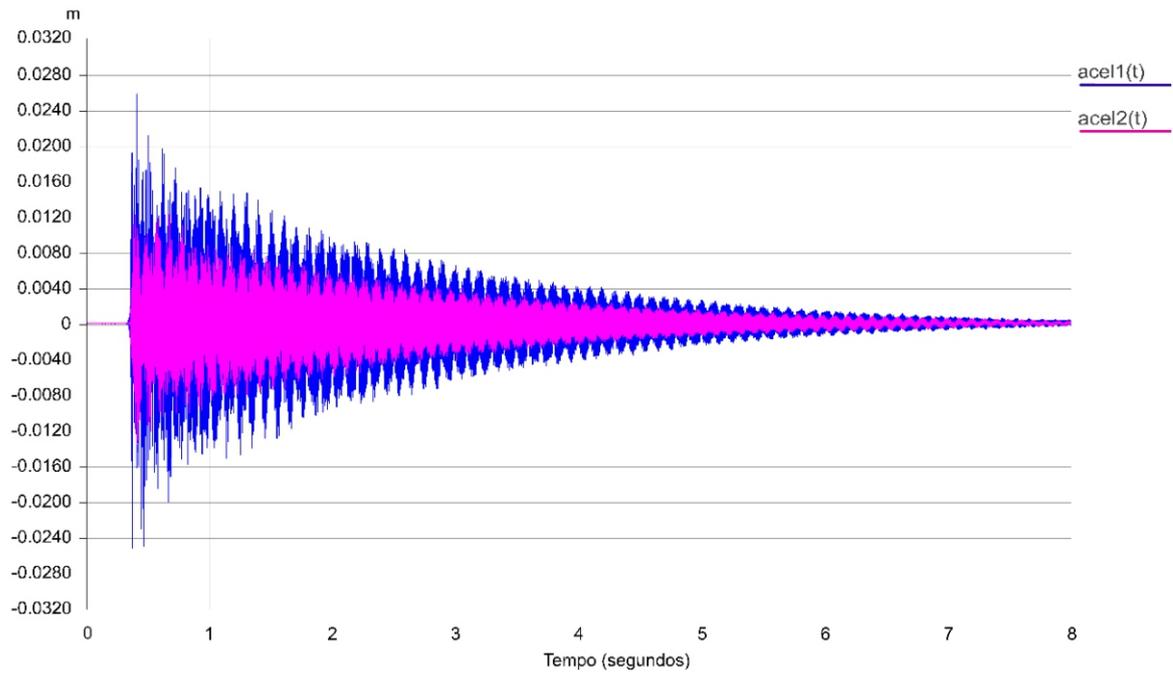
##### 4.1.1.1 Ensaio de frequência

A Figura 44 mostra o sinal captado pelos 2 acelerômetros (mostrados na Figura 35), simultaneamente (acel1, em azul e acel2, em rosa), na forma de deslocamentos (medidos em ‘m’) captados ao longo de um intervalo de tempo de 8 s, para um único impacto com martelo na estrutura. As figuras a seguir foram obtidas diretamente do *software* RT Pro Photon®.

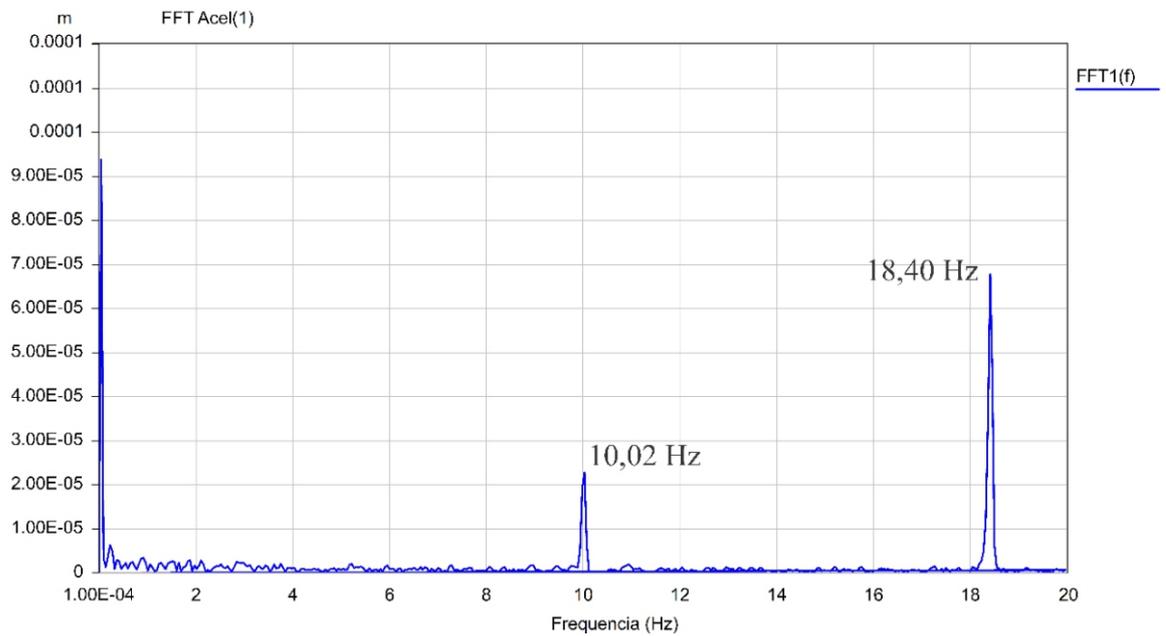
Como mostrado na Figura 35, o acelerômetro 1 (em azul na Figura 44) está localizado à metade do comprimento do tubo superior, enquanto que o acelerômetro 2 (em rosa na Figura 44) está localizado à metade do comprimento do tubo inferior.

Os dois sinais de deslocamentos mostrados na Figura 44 são então convertidos ao domínio da frequência, por meio da FFT e mostrados, em separado, na Figura 45 e Figura 46, para o primeiro acelerômetro (acel1, Figura 45) e para o segundo acelerômetro (acel2, Figura 46), respectivamente.

Figura 44 – Deslocamentos medidos pelos acelerômetros

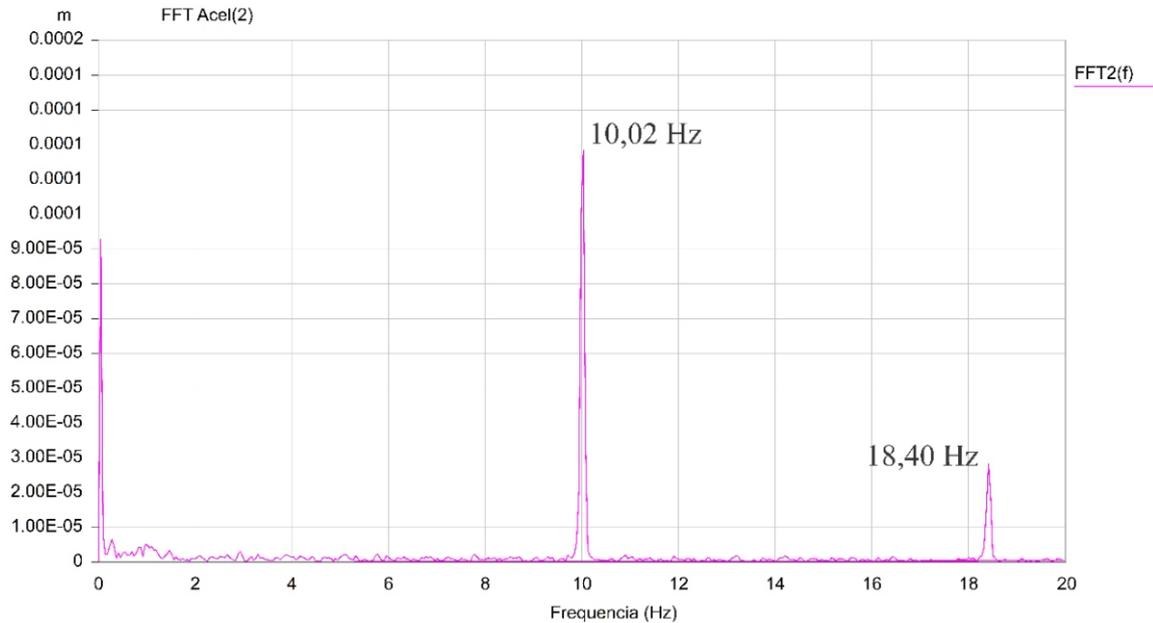


$acel1$  = corresponde ao acelerômetro 1;  $acel2$  = corresponde ao acelerômetro 2.  
 Fonte: Dados experimentais.

Figura 45 – FFT do primeiro acelerômetro ( $acel1$ )

Fonte: Dados experimentais.

Figura 46 – FFT do segundo acelerômetro (acel2)



Fonte: Dados experimentais.

De acordo com a FFT dos sinais captados, é possível verificar dois picos bem definidos de frequências em um intervalo de 0 a 20 Hz. A escolha da faixa de frequências da FFT (0 a 20 Hz) de cada acelerômetro, foi feita arbitrariamente visando a captura de frequências naturais dos primeiros modos de vibração, localizadas nesta faixa.

A diferença de amplitudes dos picos de uma figura para outra é influenciada pela posição do acelerômetro, posição da batida e modo de vibração. Desta forma, um acelerômetro capta a intensidade de uma vibração de maneira diferente, dependendo da sua localização, neste caso. Em outras palavras, o acelerômetro localizado no tubo acima (acel1, Figura 45) que está mais próximo do impacto (a posição/direção do impacto está mostrada na Figura 38), captou com maior intensidade a vibração do modo 2 enquanto que o acel2 (Figura 46) mais afastado do impacto, captou melhor a vibração do modo 1.

#### 4.1.1.2 Carregamento estático

No teste de carregamento estático, a melhor leitura de deformação deu-se no “SG\_a” da posição Inferior. A deformação captada por este SG é mostrada na Figura 47. Como o carregamento foi aplicado manualmente com três repetições, ao longo do tempo, adotou-se como deformação para o cálculo da tensão, uma deformação média  $\bar{\epsilon}$ , destacada na Figura 47. Nos demais pontos instrumentados, a deformação foi pouco expressiva, para a magnitude do

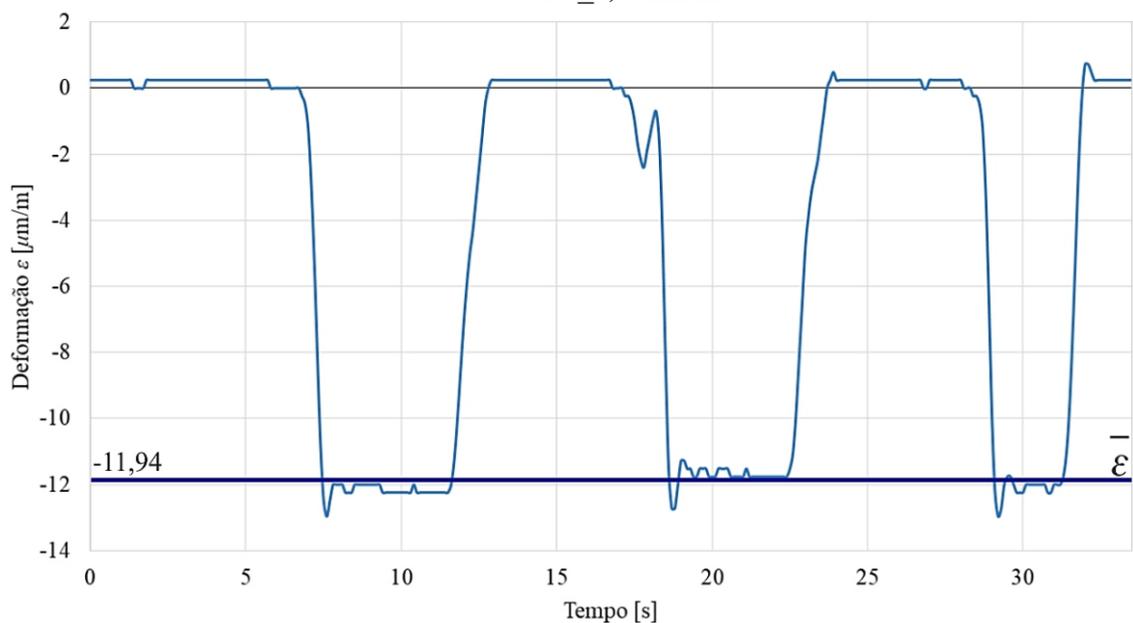
carregamento aplicado. Devido à baixa relação sinal/ruído para estes pontos, os mesmos foram descartados.

Assim, de acordo com o exposto, a tensão calculada é:

$$\sigma = \varepsilon \cdot E \quad (43)$$

$$\sigma = (11,9428 \cdot 10^{-6}) \cdot 207000 = 2,472 \text{ MPa}$$

Figura 47 – Deformação medida pelo SG  
SG\_a; Inferior



Fonte: Dados experimentais.

Esta tensão medida pode ser comparada com a tensão fornecida pela análise estática do modelo numérico, na região de localização do “SG\_a Inferior”, na mesma direção (longitudinal ao eixo Z).

#### 4.1.2 Análise numérica

As respostas das duas primeiras análises desenvolvidas ( a modal e a estática) no modelo numérico têm suas respectivas respostas apresentadas a seguir.

##### 4.1.2.1 Análise modal

Nesta análise, os cinco primeiros modos de vibração foram extraídos, uma vez que as frequências mais baixas são as de maior interesse, pois os modos mais altos apresentam suas

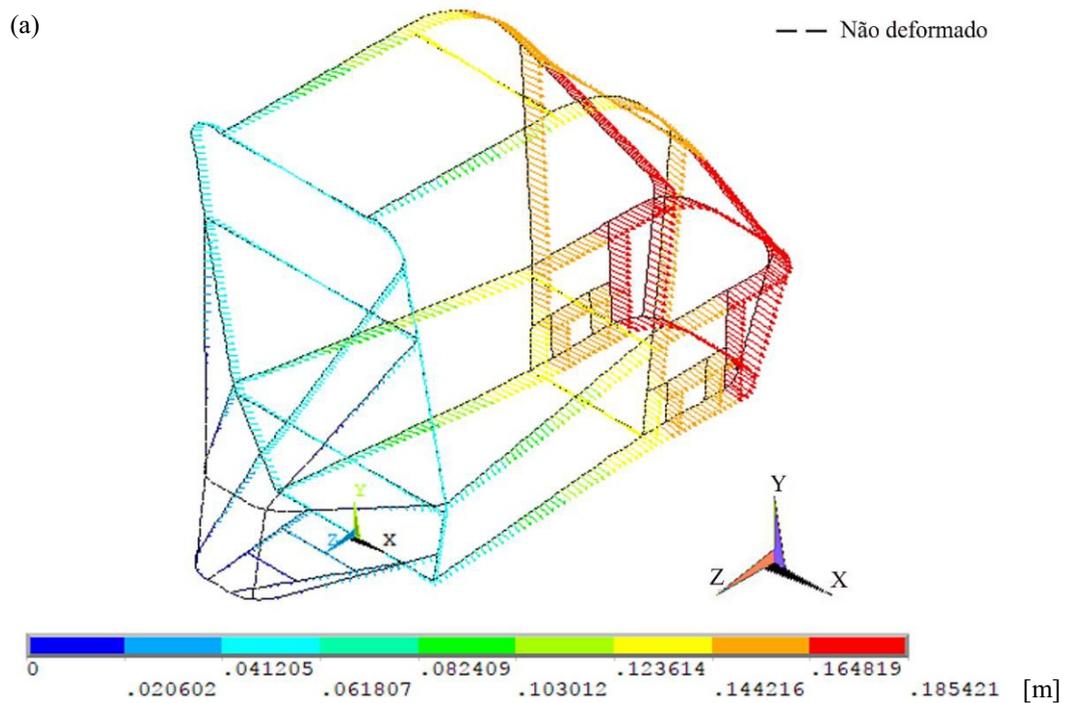
frequências de vibração mais difíceis de entrarem em ressonância com frequências externas, devido aos seus valores mais elevados. A Tabela 5 apresenta as frequências naturais da estrutura para os 5 primeiros modos de vibração extraídos, respectivamente.

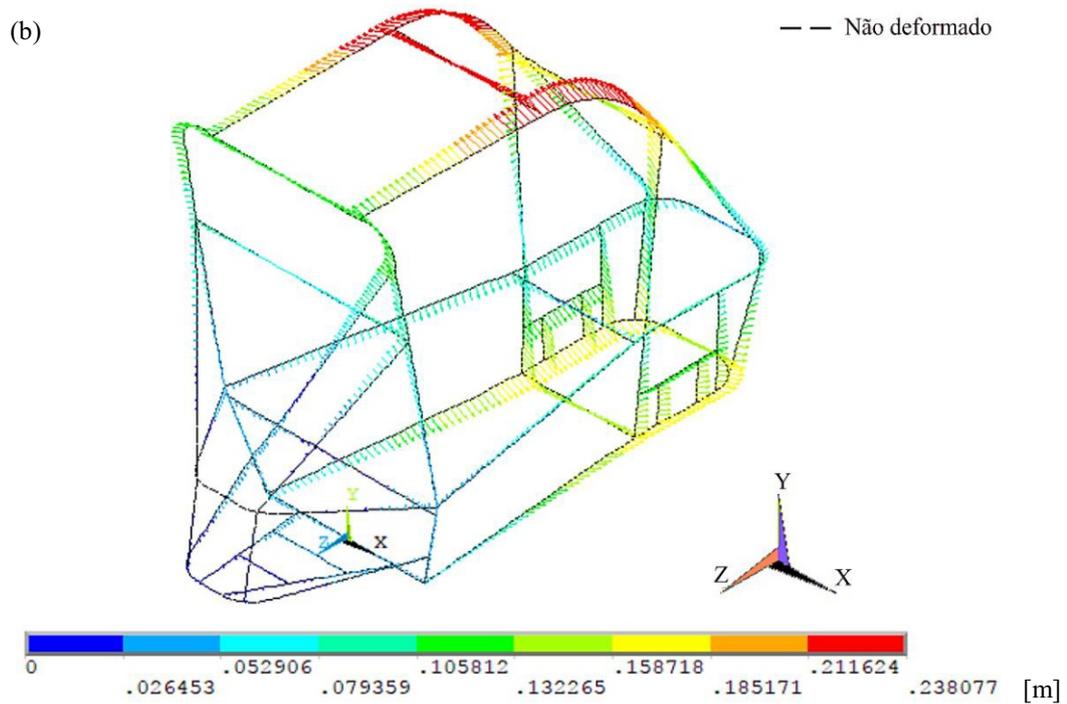
Por meio da Tabela 5 verifica-se que os dois picos captados no Ensaio de frequência (Figura 45 e Figura 46) correspondem às frequências naturais do 1º e do 2º modo de vibração.

Tabela 5 – Frequências naturais de vibração do modelo

Modo	Frequência [Hz]
1º	9,4551
2º	19,202
3º	39,041
4º	44,980
5º	58,956

Figura 48 – Modos de vibração da estrutura, 1º (a) e 2º (b) modos





Desta forma, os resultados da análise modal do primeiro e do segundo modo de vibração da estrutura são mostrados na Figura 48, ambos em uma vista em perspectiva, onde os vetores indicam as direções dos deslocamentos nodais. Detalhes de todos os modos extraídos podem ser encontrados no **APÊNDICE A**, sob diferentes vistas.

Da análise modal tem-se que os dois primeiros modos de vibração (Figura 48 (a) e (b), respectivamente) apresentam comportamentos bem definidos, sendo que o primeiro modo apresenta uma característica de flexão vertical enquanto que o segundo modo, de torção em torno do eixo longitudinal Z da estrutura. Por conta da geometria complexa da estrutura, os seguintes modos obtidos (terceiro ao quinto) não apresentam vibrações com características bem definidas, sendo consideradas como modos mistos (flexão + torção simultaneamente).

A Tabela 6 apresenta uma comparação direta entre as frequências dos 1º e 2º modos obtidas do modelo em elementos finitos e as frequências, para os mesmos modos, obtidas da FFT do ensaio de frequência.

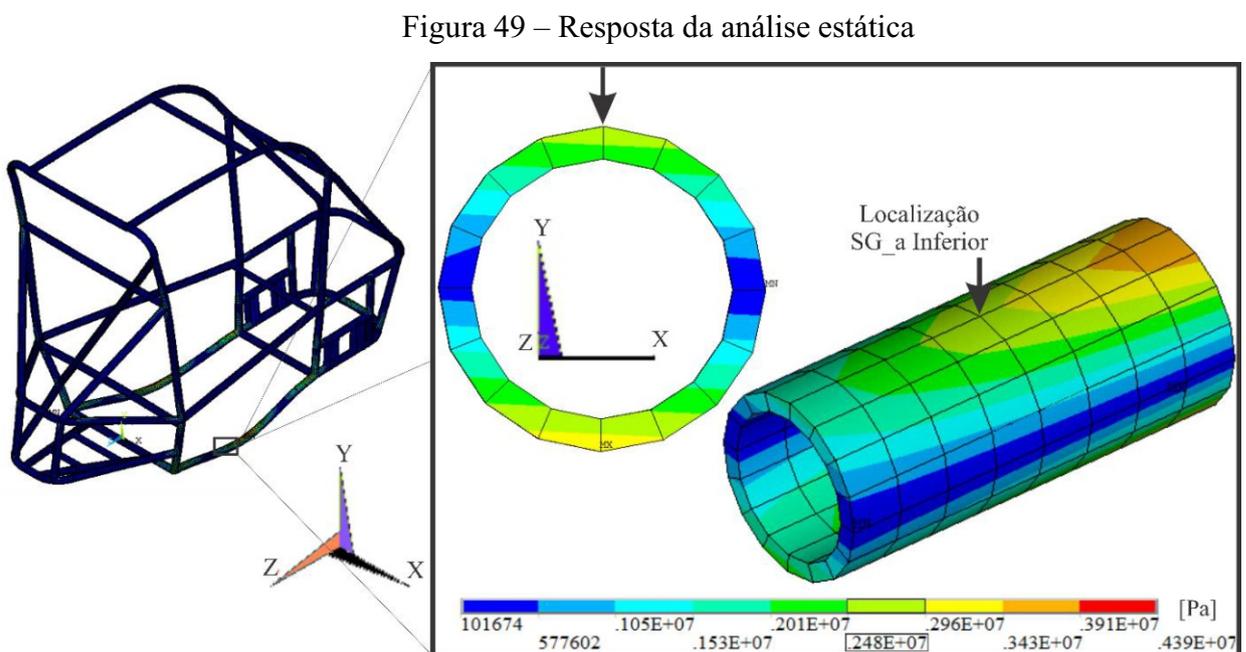
Tabela 6 – Comparação entre frequências

	Frequências [Hz]		
	Modelo	Teste	Diferença [%]
1º Modo	9,45	10,02	5,68
2º Modo	19,20	18,40	4,16

Apartir da comparação entre as frequências obtidas da análise modal com as frequências captadas pelos acelerômetros, verifica-se que as diferenças (mostradas na Tabela 6) podem ser aceitáveis para a validação do modelo em Elementos Finitos.

#### 4.1.2.2 Análise estática

O resultado da análise estática do modelo é mostrado na Figura 49, destacando-se a região onde se encontra instalado o “SG\_a Inferior”. A Figura 49 mostra a tensão fornecida pelo ANSYS® na direção longitudinal Z do modelo.



Os dois resultados obtidos da etapa denominada de Carregamento Estático e da Análise Estática são confrontados a seguir na Tabela 7.

Tabela 7 – Comparação entre as tensões

Medido [MPa]	Modelo [MPa]
2,47	2,48

## 4.2 Aplicações numéricas

Uma vez que as condições de apoio do modelo são alteradas, uma nova análise modal é desenvolvida aplicando-se estas novas condições (mostradas na Figura 40), uma vez que as

frequências e os modos de vibração do sistema são diretamente dependentes das condições de contorno aplicadas.

Desta forma, as frequências dos cinco primeiros modos de vibração para as condições de contorno específicas, mostradas na Figura 40, são apresentadas na Tabela 8.

Tabela 8 – Frequências naturais do modelo para as condições específicas

Modo	Frequência [Hz]
1 <sup>o</sup>	7,4873
2 <sup>o</sup>	26,700
3 <sup>o</sup>	39,063
4 <sup>o</sup>	58,448
5 <sup>o</sup>	72,002

Embora as condições de contorno tenham sido completamente alteradas, as características de vibração dos modos continuaram semelhantes ao que foi apresentado anteriormente, sendo que o primeiro modo apresenta uma característica de flexão vertical enquanto que o segundo modo de torção em torno do eixo longitudinal Z da estrutura. Enquanto que os modos seguintes continuam apresentando modos mistos (flexão + torção simultaneamente).

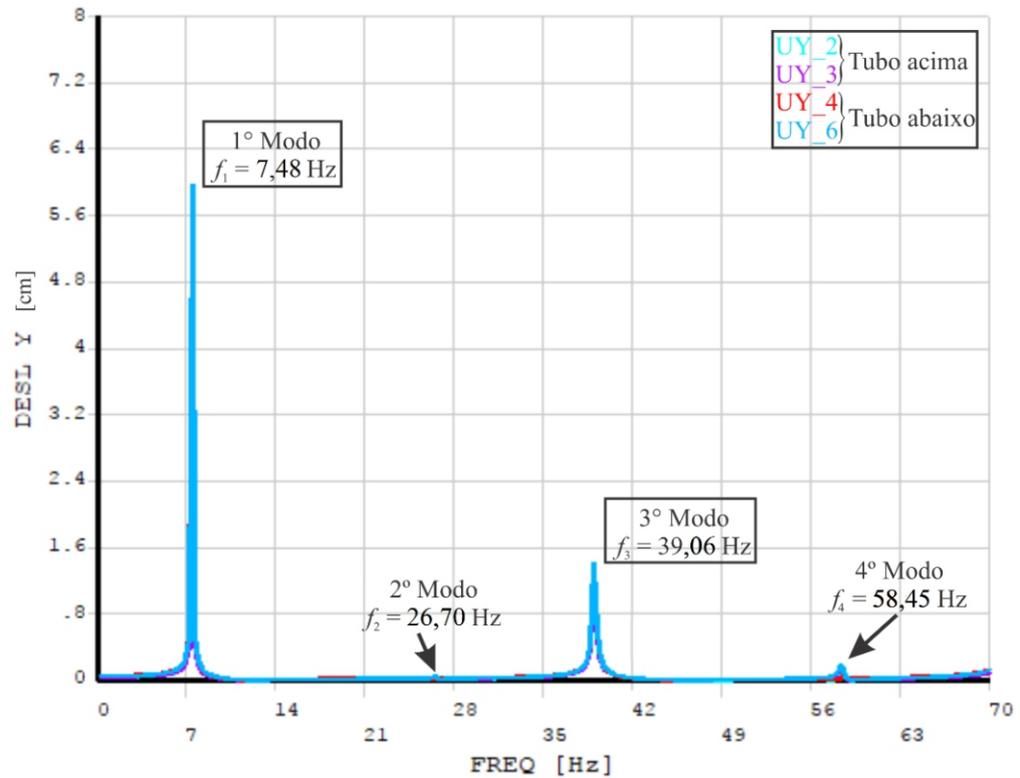
#### 4.2.1 Análise harmônica

Para a análise harmônica foi considerada uma função senoidal com amplitude igual ao peso do motor e uma frequência variando de 0 a 70 Hz (faixa de funcionamento do motor), aplicada nos tubos da estrutura que servem como suporte ao motor.

A Figura 50 apresenta a resposta da estrutura à excitação harmônica. São mostrados os deslocamentos verticais (na direção Y) da estrutura para as regiões de suporte ao motor do veículo. As legendas UY\_2 e UY\_3, mostradas na figura, são referentes às posições superiores, enquanto que as UY\_4 e UY\_6 são referentes às posições inferiores, conforme mostrado anteriormente na Figura 41.

Os modos mostrados nas Figura 50 e Figura 51 são referentes aos modos apresentados na Tabela 8, por se tratar das mesmas condições de contorno utilizadas para a análise harmônica. Sendo que o 5<sup>o</sup> modo não seria excitado na faixa de frequências considerada para análise harmônica (faixa de funcionamento do motor, de 0 – 70 Hz).

Figura 50 – Resposta na direção Y das regiões analisadas

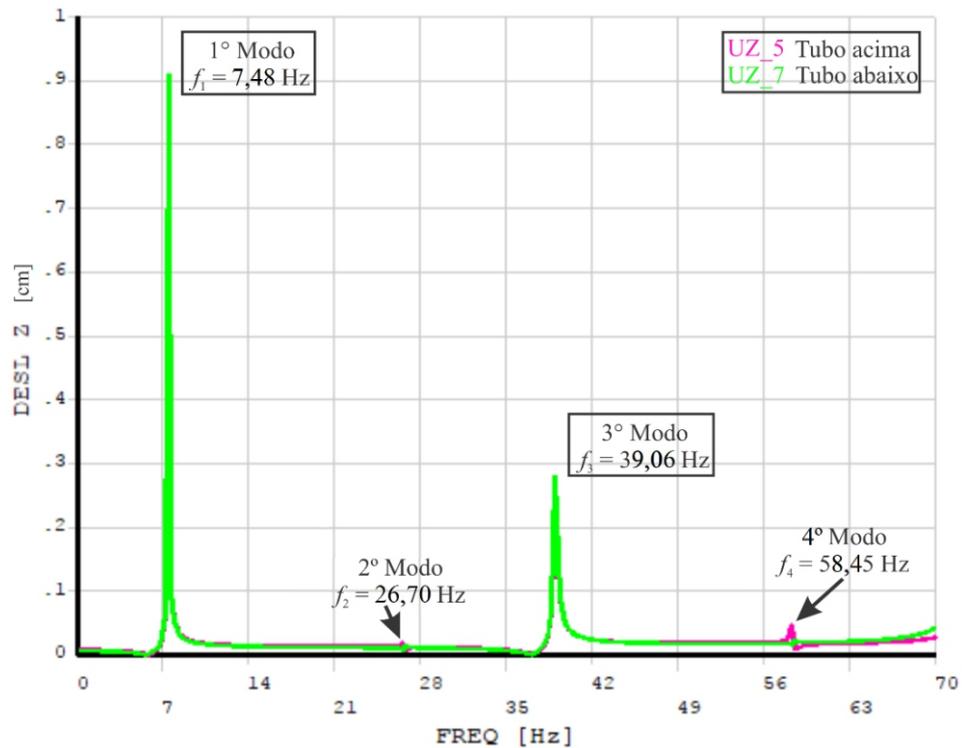


\* Frequências correspondentes à Tabela 8

É possível verificar que na faixa de frequência de operação do motor, o primeiro e o terceiro modos de vibração apresentam maior significância, em termos de magnitudes de deslocamentos na direção Y.

Os deslocamentos na direção do eixo Z, da região analisada são mostrados na Figura 51. As legendas UZ\_5 e UZ\_7, apresentadas na figura, são referentes aos pontos analisados, correspondentes ao tubo inferior de suporte ao motor, conforme mostrado anteriormente na Figura 41.

Figura 51 – Resposta na direção Z das regiões analisadas



\* Frequências correspondentes à Tabela 8

Já com relação à análise harmônica, a Figura 50 e a Figura 51, mostram picos com amplitudes mais significativas em frequências próximas ao 1º e 3º modos, em duas direções (Y e Z). Isto significa que estes modos poderão entrar em ressonância quando o motor apresentar uma frequência de operação (excitação externa  $\Omega$ ) que seja próxima às suas frequências naturais. Quando isto ocorrer, os tubos das regiões analisadas tenderão a vibrar de acordo com o modo que está sendo excitado, com a magnitude na direção do eixo Y mostrada na Figura 50 e com a magnitude na direção do eixo Z mostrada na Figura 51.

#### 4.2.2 Análise de vibração aleatória

A análise de vibração aleatória é desenvolvida utilizando como dados de entrada uma PSD (*Power Spectral Density*) de deslocamento obtida a partir de uma amostra de perfil aleatório de estrada gerado numericamente (Figura 42), aplicada no sentido positivo do eixo vertical Y. A PSD foi obtida com o uso do MATLAB® e é mostrada na Figura 52, em azul.

Para uma melhor visualização da PSD obtida, o intervalo de frequência na Figura 52 é limitado de 0 a 90 Hz e também para melhor determinar os picos desta PSD, os quais serão utilizados nas simulações, um Envelope do sinal foi obtido com uso do MATLAB®, mostrado

na Figura 52, em vermelho. Os 15 picos da PSD, obtidos do envelope, para as simulações no ANSYS® são apresentados na Tabela 9.

Figura 52 – PSD do perfil aleatório de estrada

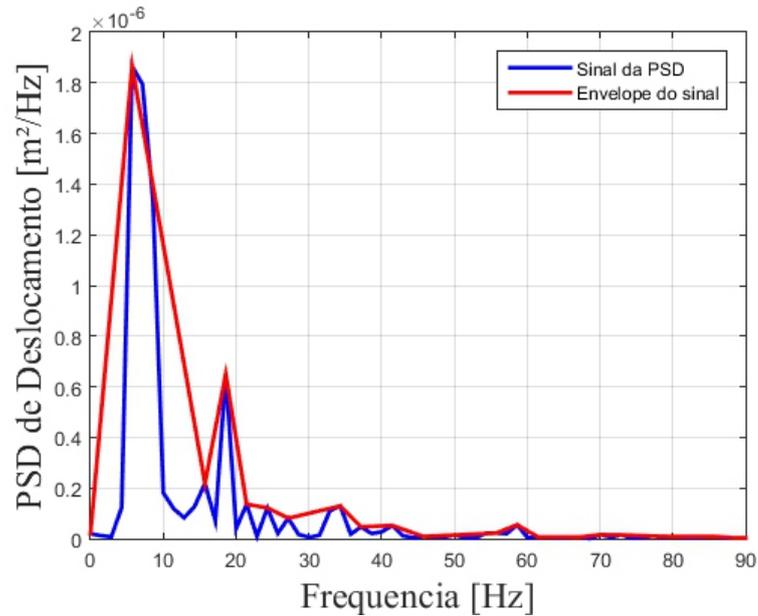
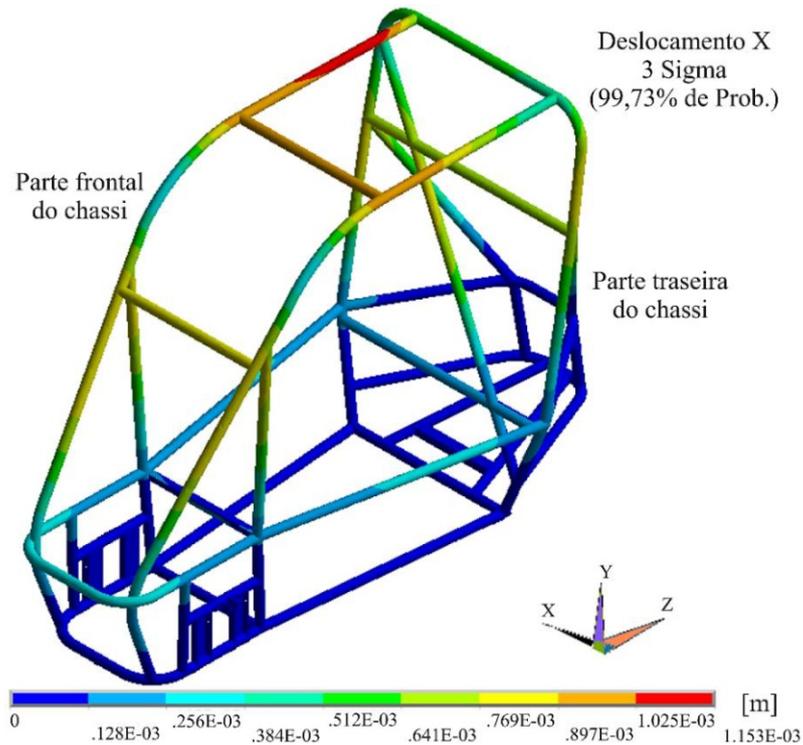


Tabela 9 – Valores espectrais vs frequência

Frequência [Hz]	PSD [ $\text{m}^2/\text{Hz}$ ]
0,001	$1,958 \times 10^{-8}$
5,72	$1,866 \times 10^{-6}$
15,73	$2,183 \times 10^{-7}$
18,59	$6,506 \times 10^{-7}$
21,45	$1,360 \times 10^{-7}$
24,31	$1,211 \times 10^{-7}$
27,17	$8,078 \times 10^{-8}$
34,32	$1,291 \times 10^{-7}$
37,18	$4,669 \times 10^{-8}$
41,47	$5,197 \times 10^{-8}$
45,76	$8,577 \times 10^{-9}$
55,77	$2,171 \times 10^{-8}$
58,63	$5,466 \times 10^{-8}$
61,49	$6,363 \times 10^{-9}$
90,08	$2,946 \times 10^{-9}$

Os resultados obtidos da análise de vibração aleatória no ANSYS® são mostrados a seguir. A Figura 53, a Figura 54 e a Figura 55 mostram as magnitudes dos deslocamentos sofridos pela estrutura devido à excitação aleatória, nas direções X, Y e Z, respectivamente.

Figura 53 – Deslocamento na direção X devido à PSD



Os deslocamentos são mostrados em separado para cada eixo uma vez que este tipo de análise não permite a sua combinação para a obtenção da magnitude do deslocamento total, isto é devido à natureza estatística das respostas (ANSYS, 2013).

Estes três resultados mostram as respostas da estrutura para um fator de escala de 3 sigma ( $3\sigma$ ), o que significa dizer que (nesta situação) os deslocamentos apresentados pela estrutura serão inferiores aos mostrados 99,73% do tempo.

Figura 54 – Deslocamento na direção Y devido à PSD

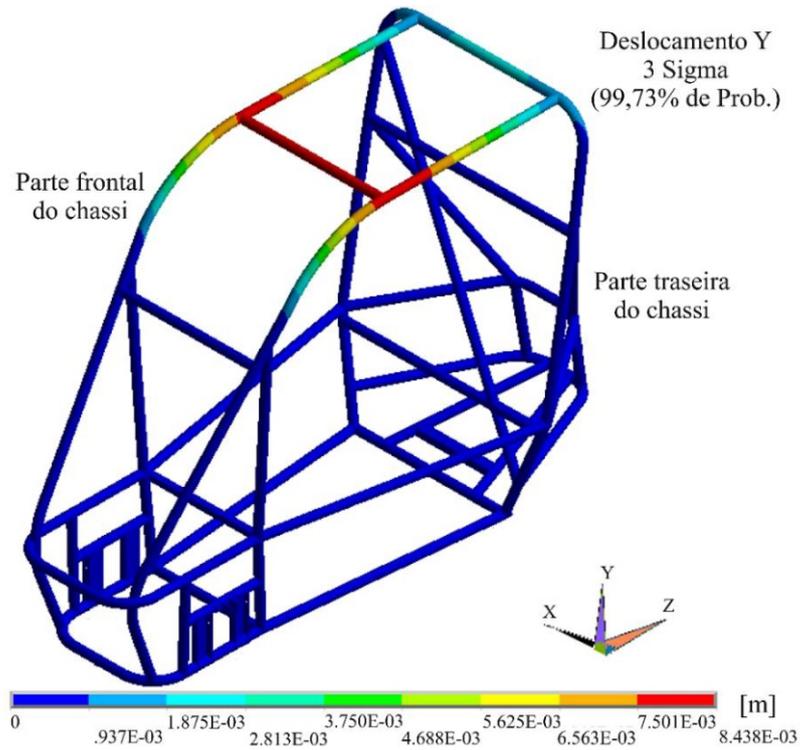
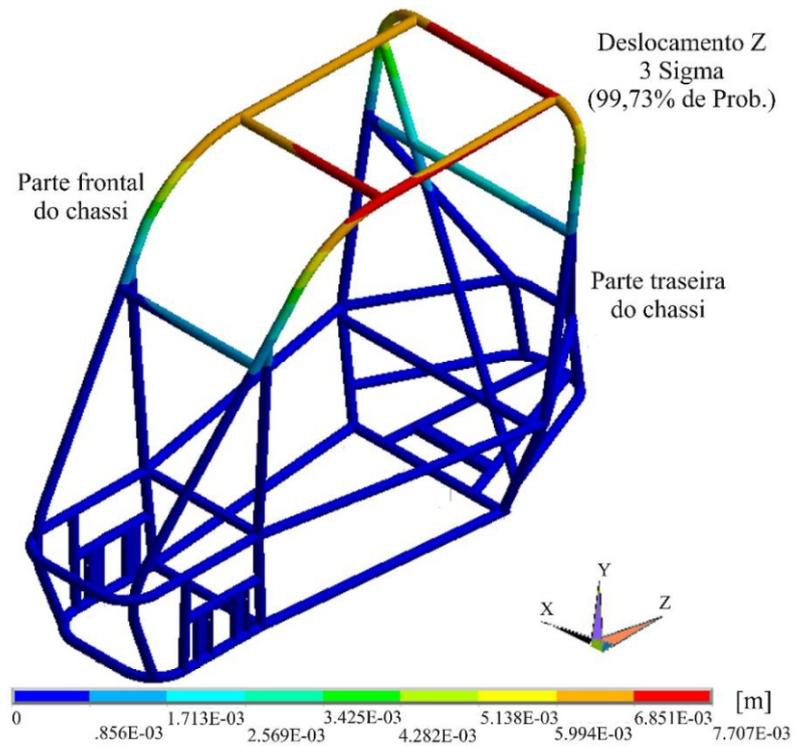
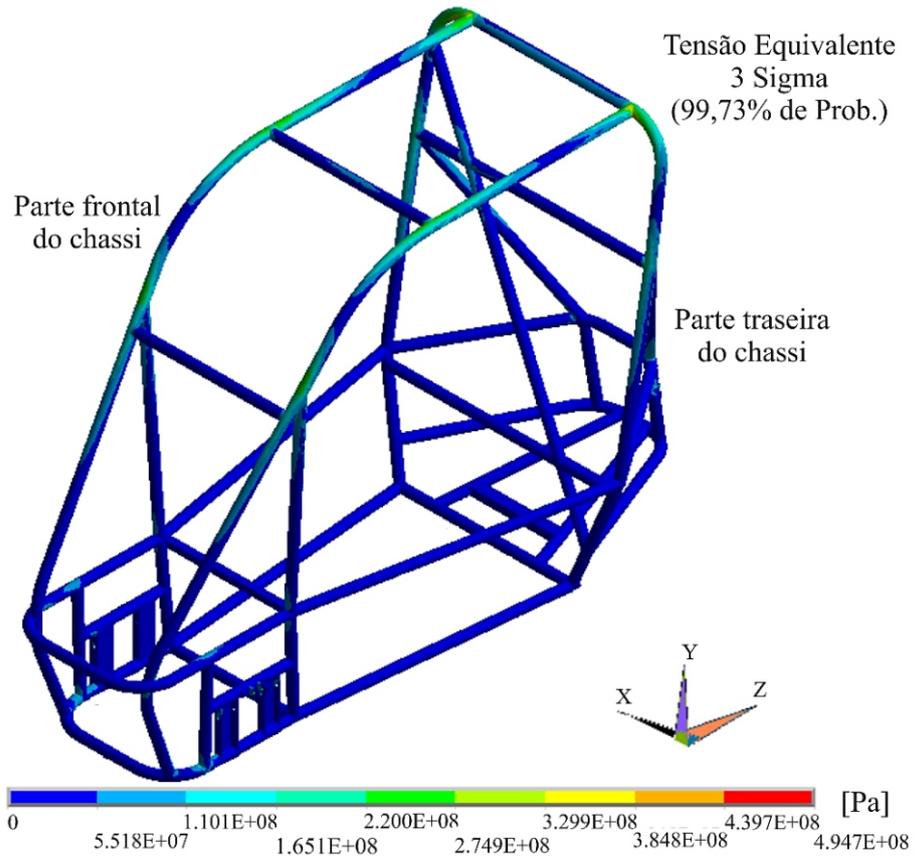


Figura 55 – Deslocamento na direção Z devido à PSD



A Figura 56 mostra a intensidade de tensão equivalente sofrida pela estrutura devido à excitação aleatória simulada.

Figura 56 – Tensão Equivalente devido à PSD



Aqui verifica-se um nível de tensões superior à tensão de escoamento do material do chassi, fato que comprometeria a integridade estrutural do mesmo, para o carregamento aleatório simulado. Isto é atribuído às condições de contorno adotadas ao modelo, que embora sejam os pontos de fixação da suspensão, estas fazem com que o sistema seja alimentado 16 vezes, em pontos diferentes, com a mesma excitação; além disso, o sistema de suspensão absorveria parte das vibrações reduzindo assim as tensões da estrutura.

### 4.3 Análise do projeto estrutural

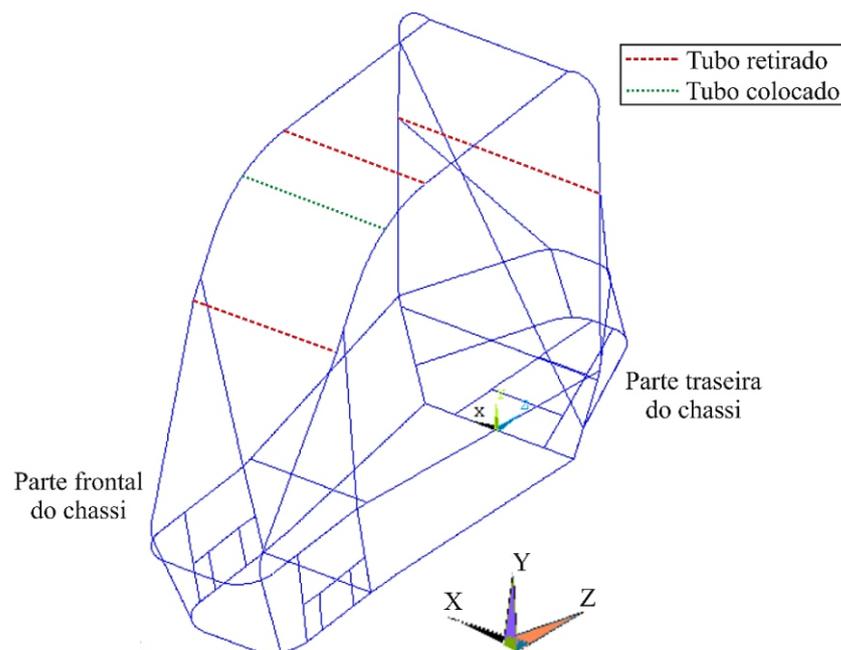
Nesta seção, o projeto estrutural desenvolvido pela equipe é analisado, a partir das respostas numéricas do modelo desenvolvido, visando a melhorias tanto estruturais quanto de performance esportiva. Desta forma, são propostas modificações na estrutura atual e também uma nova geometria que atenda aos requisitos da SAE Brasil.

#### 4.3.1 Modificações na estrutura

Apartir dos resultados obtidos foram feitos estudos em termos de algumas modificações na estrutura estudada com o objetivo de aumentar, do ponto de vista esportivo, a performance do veículo. As modificações são mostradas na Figura 57.

Vale enfatizar que estas modificações podem ser implementadas na estrutura estudada provocando pequenas alterações na estrutura, sem que o restante do projeto seja alterado. Para realizar uma comparação numérica entre o modelo de estrutura original e o modelo de estrutura modificado, foram realizadas duas análises estáticas, uma aplicando somente o campo gravitacional para verificar as reações (peso) e outra aplicando uma força arbitraria, calculando a rigidez torcional dos modelos. Para as análises são consideradas as condições de contorno já mostradas na Figura 28.

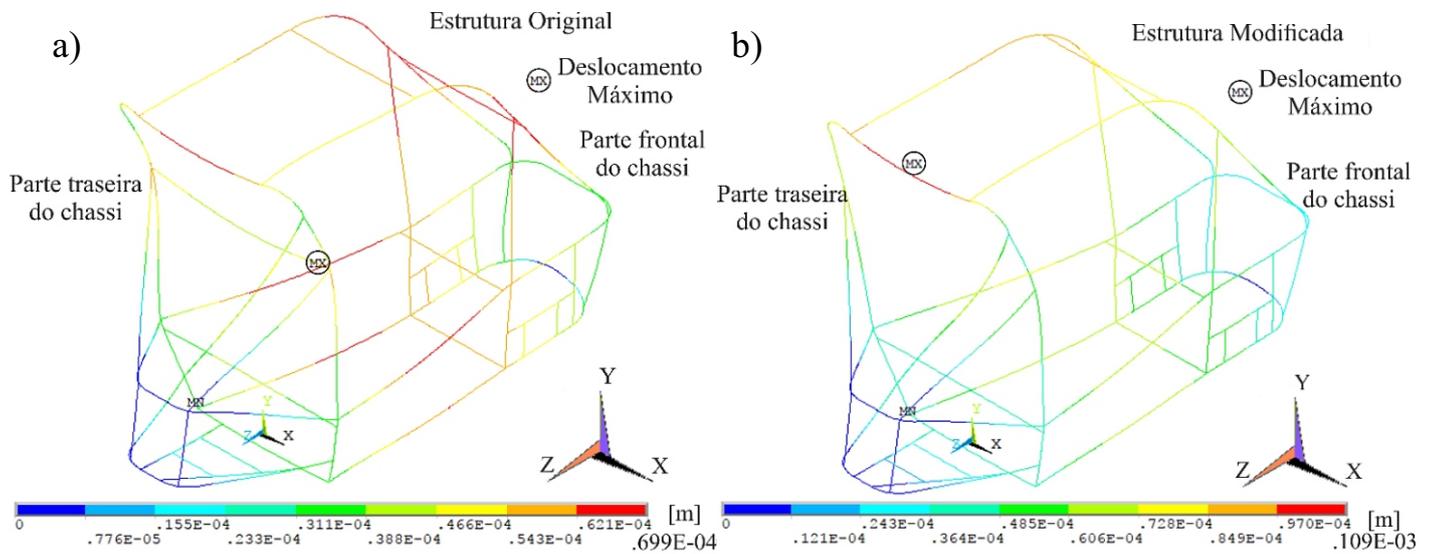
Figura 57 – Localização dos tubos modificados



##### 4.3.1.1 Análise estática com força gravitacional

Aqui é aplicada a força gravitacional ( $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ ) no sentido negativo do eixo vertical Y. As condições de contorno empregadas são as mostradas na Figura 28, para análise estática. As respostas de ambas as estruturas (original e modificada) à essa análise são mostradas na Figura 58.

Figura 58 – Resposta da estrutura Original em a) e Modificada em b) à ação da gravidade



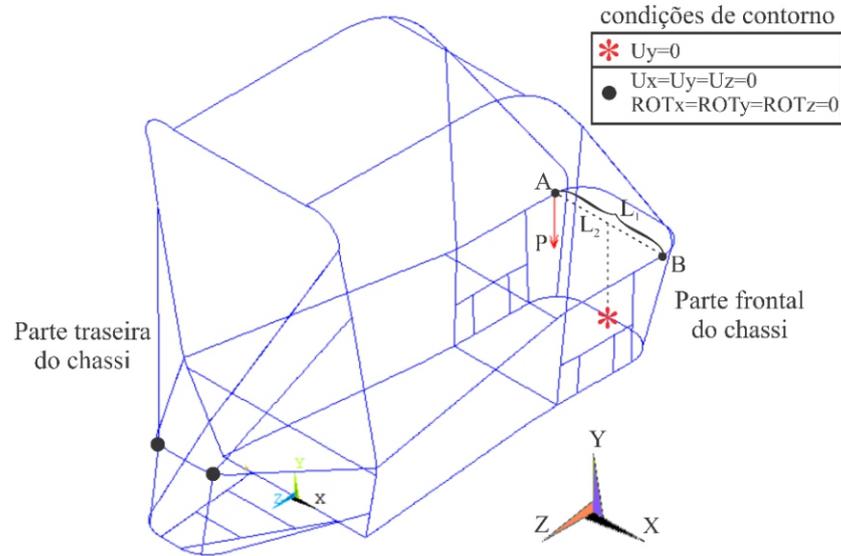
Apartir desta análise, verifica-se que as modificações nos tubos da estrutura original resultam em um aumento de  $0,699 \times 10^{-4} \text{ m}$  para  $0,109 \times 10^{-3} \text{ m}$  no valor de deslocamento máximo, bem como em uma variação na posição do ponto de deslocamento máximo, justificados pela retirada dos tubos.

Desta análise tem-se que o resultado foi uma redução no peso da estrutura, que vai de 779,58 N (79,467 kg) para 743,77 N (75,817 kg) do modelo original para o modificado, o que se traduz em uma redução de massa da estrutura de aproximadamente 4,59%.

#### 4.3.1.2 Análise estática com força arbitrária

Para verificar a integridade da estrutura modificada, a rigidez torcional de ambos os modelos é calculada fazendo uso da Eq. (43) (Seção 2.6). Uma carga arbitrária  $P$  é aplicada na posição conforme mostrada na Figura 59. As condições de contorno aplicadas continuam sendo as mostradas na Figura 28. É considerado para a análise um valor de  $P = 500 \text{ N}$ , enquanto que  $L_1 = 0,4826 \text{ m}$  (de  $A$  até  $B$ ) e  $L_2 = l_1/2 = 0,2413 \text{ m}$ .

Figura 59 – Localização da aplicação da carga P



Os resultados obtidos do ANSYS® para os deslocamentos verticais (eixo Y) dos pontos *A* e *B*, bem como o resultado da Eq. (43) para a rigidez torcional ( $K_T$ ), são apresentados a seguir na Tabela 10.

Tabela 10 – Dados obtidos do ANSYS® e rigidez torcional

	Est. Original	Est. Modificada
$\Delta A$ [m]	$-0,31284 \times 10^{-3}$	$-0,35768 \times 10^{-3}$
$\Delta B$ [m]	$0,21078 \times 10^{-3}$	$0,25554 \times 10^{-3}$
$K_T$ [N.m/grau]	1940,778	1657,203

Em contrapartida à redução de massa, de acordo com a Tabela 10, é possível verificar que também houve uma redução de aproximadamente 14,6% na rigidez torcional ( $K_T$ ) do modelo modificado em relação ao modelo original.

No entanto, mesmo com essa redução, a rigidez do modelo modificado ainda é elevada, visto que extrapola a faixa de valores apontados na Tabela 1, tomada como referência para veículos *off-road*.

#### 4.3.2 Proposta de nova estrutura

Uma vez que com as modificações nos tubos, apresentadas na seção anterior, a estrutura ainda apresenta, por exemplo, elevada massa (verificada pelas reações do modelo) e que mais ou diferentes modificações provocariam alterações no projeto original, propõe-se então um

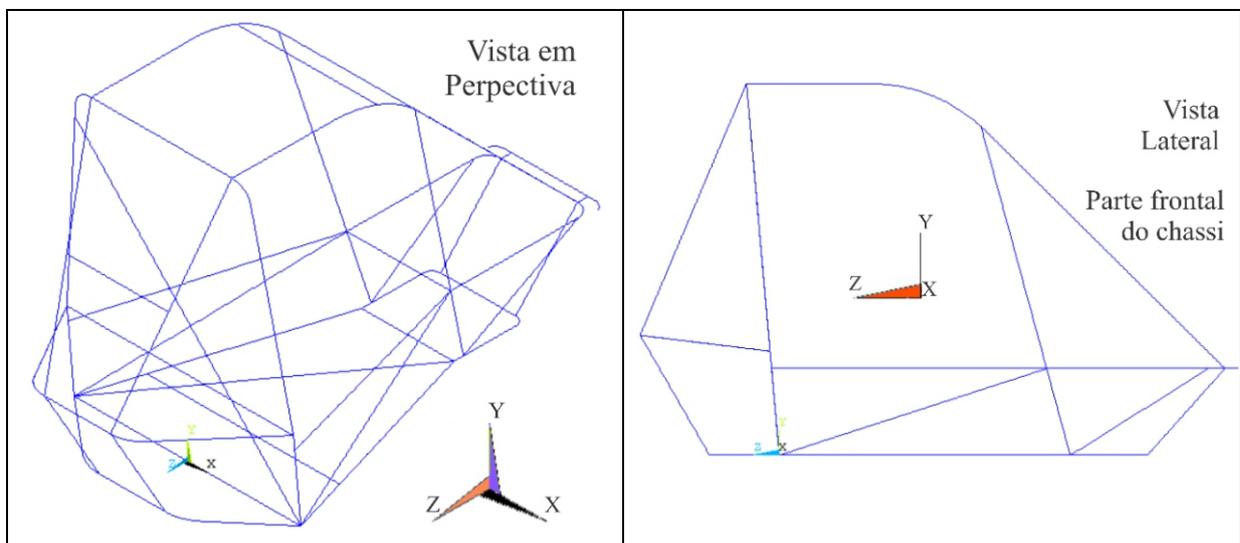
modelo de estrutura completamente nova, baseado nas recomendações estruturais e de segurança do regulamento SAE.

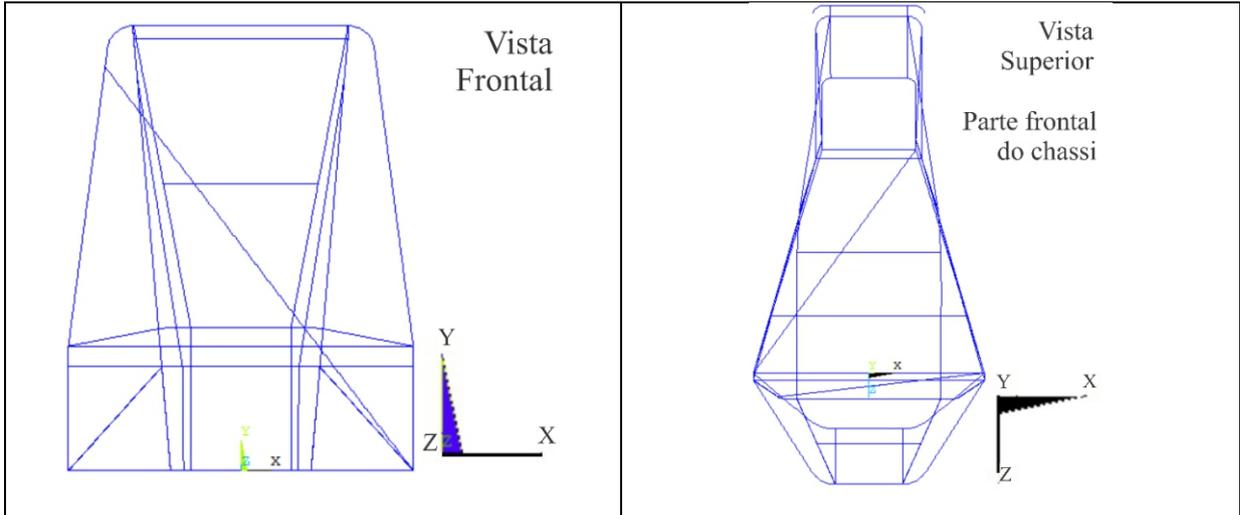
O novo modelo apresenta as seguintes dimensões: 1,539 m de comprimento (diferença de  $-0,568$  m para o original), 0,835 m de largura (diferença de  $-0,055$  m para o original) e 1,088 m de altura (diferença de  $-0,342$  m para o original), sendo todas as medidas tomadas dos centros dos tubos do novo modelo.

O modelo é discretizado pelo MEF utilizando, novamente, o elemento BEAM189 no ANSYS®. Para a seção transversal dos tubos (constante para toda a estrutura) são atribuídos um raio externo de  $R_o = 0,0127$  m e um raio interno de  $R_i = 0,009652$  m, os quais atendem às recomendações mínimas da SAE para o diâmetro externo e espessura de parede.

O regulamento SAE recomenda um material para a construção com um mínimo de 0,18% de carbono, preferencialmente sem a adição de elementos de liga. Desta forma considerou-se como material o aço do tipo SAE 1045, com propriedades já apresentadas na Tabela 2. O novo modelo é mostrado, sob diferentes vistas, na Figura 60.

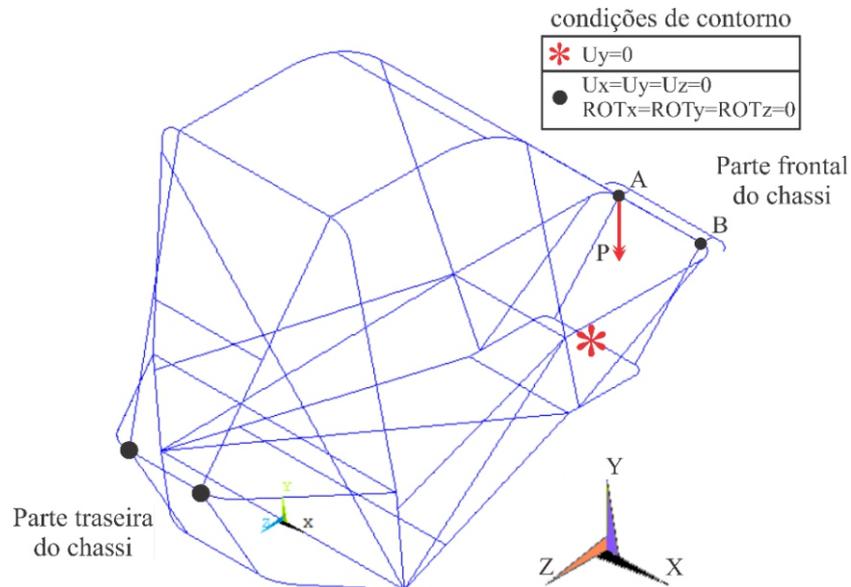
Figura 60 – Vistas do modelo proposto





As condições de apoio, consideradas para analisar o modelo proposto são apresentadas na Figura 61, bem como a localização do carregamento arbitrário  $P$  e dos pontos  $A$  e  $B$  para o cálculo da rigidez torcional.

Figura 61 – Condições de contorno para o modelo proposto



O resultado das reações na direção vertical (eixo Y) da análise estática, quando aplicado o campo gravitacional é de 470,16 N que representa uma massa de 47,926 kg para a nova estrutura proposta.

O resultado da análise estática mostra que o novo modelo proposto apresenta uma redução de massa de aproximadamente 36,79% com relação à estrutura modificada e de 39,69% com relação à estrutura original estudada.

Para chegar na rigidez torcional ( $K_T$ ), novamente considera-se um carregamento arbitrário  $P = 500 \text{ N}$  e as distâncias são tais que  $L_1 = 0,382723 \text{ m}$  (de  $A$  até  $B$ ) e  $L_2 = L_1/2 = 0,19136154 \text{ m}$ . Então, o modelo proposto apresenta  $\Delta A = 0,46094 \times 10^{-3} \text{ m}$  e  $\Delta B = 0,18128 \times 10^{-3} \text{ m}$ , desta forma a Eq. (43) fornece uma rigidez torcional  $K_T = 997,467 \text{ N.m/grau}$ . Este valor obtido para a rigidez torcional está coerente com a faixa de valores apontada na Tabela 1. Como já mencionado anteriormente, a rigidez torcional é um dos parâmetros mais importantes no projeto de um chassi veicular. É possível dizer que um chassi com uma baixa rigidez torcional pode prejudicar suas principais funções estruturais, além de apresentar problemas de dirigibilidade, entre outros. Enquanto que uma elevada rigidez torcional também pode levar o chassi a experimentar elevados níveis de tensões quando solicitado, o que poderia ter contribuído para os níveis de tensão equivalente obtidos anteriormente, da análise de vibração aleatória.

Devido estes motivos tomou-se a Tabela 1 como referência de valores para este fator, no entanto, não há um consenso quanto aos seus valores. Sendo assim necessário mais estudos nesta área para que limites de rigidez sejam mais precisamente estimados (levando em consideração: a integridade estrutural do veículo, manobrabilidade, conforto de passageiros, desempenho esportivo, etc). Segundo Sampò (2011) ainda não há uma resposta absoluta para a pergunta “Quanta rigidez é suficiente?”, sendo necessário estabelecer vários aspectos da dinâmica veicular.

Por fim, apresentam-se as frequências naturais do modelo proposto para os cinco primeiros modos de vibração obtidos através da análise modal (via ANSYS®) na Tabela 11.

Tabela 11 – Frequências naturais de vibração da nova estrutura

Modo	Frequência [Hz]
1 <sup>o</sup>	10,336
2 <sup>o</sup>	27,001
3 <sup>o</sup>	59,744
4 <sup>o</sup>	69,850
5 <sup>o</sup>	81,250

As condições de contorno consideradas para esta análise modal são as mostradas anteriormente na Figura 61.

Semelhante ao que foi apresentado anteriormente para a estrutura original, na nova estrutura, a análise modal mostra que os dois primeiros modos de vibração apresentam comportamentos bem definidos, sendo que o primeiro modo apresenta uma característica de flexão lateral, e o segundo modo de torção em torno do eixo longitudinal Z da estrutura. Por conta da geometria da estrutura, os modos seguintes (terceiro ao quinto) não apresentam vibrações com características bem definidas, sendo consideradas como modos mistos, pois apresentam flexão e torção simultaneamente.

Para finalizar esta seção do trabalho, a Tabela 12 apresenta uma comparação direta das características do modelo estudado.

Tabela 12 – Comparações entre os modelos da estrutura analisada

	Est. Original	Est. Modificada	Est. Proposta	
Massa [kg]	79,467	75,817	47,926	
$K_T$ [N.m/grau]	1940,778	1657,203	997,467	
Dimensões [m]	Comp.	2,107*	1,539**	
	Larg.	0,89*	0,835**	
	Alt.	1,43*	1,088**	
Frequências [Hz]	1º modo	9,4551	8,4295	10,336
	2º modo	19,202	18,384	27,001
	3º modo	39,041	39,032	59,744
	4º modo	44,980	43,670	69,850
	5º modo	58,956	51,357	81,250

\* Medida tomada pelo lado externo dos tubos.

\*\* Medida tomada do centro dos tubos.

## 5 CONCLUSÃO

O objeto de estudo desta dissertação é uma estrutura considerada de geometria complexa. Esta estrutura é o chassi de um veículo *off-road* conhecido como Mini Baja, o qual participa de competições estudantis nacionais e internacionais organizadas pela SAE. O chassi em estudo foi projetado e construído pela equipe Baja Pampa da Universidade Federal do Pampa. É desenvolvido um modelo numérico em elementos finitos da estrutura em estudo utilizando o *software* ANSYS APDL. Para se verificar a confiabilidade do modelo numérico, a estrutura real é instrumentada com extensômetros e acelerômetros. Desta forma, a partir de um ensaio de frequência e com carregamento estático na estrutura real, as respostas dos acelerômetros e extensômetros são comparadas com a resposta de uma análise modal e uma estática, respectivamente, do modelo numérico, de modo a validar este modelo.

Pelos resultados obtidos, nas análises experimentais e nas análises numéricas realizadas, pôde-se concluir que:

- Verifica-se uma boa coerência entre os resultados obtidos para as frequências naturais dos dois primeiros modos obtidos do ensaio experimental com os modos obtidos na análise modal do modelo numérico;
- Com relação ao procedimento de aplicação de um carregamento conhecido, os níveis de tensões apresentados, tanto pela estrutura real quanto pela análise estática do modelo numérico, também são coerentes. Com isso, considera-se que o modelo numérico é válido.
- A análise modal, que além das frequências naturais, mostra as características de vibração de cada modo, os quais devido à complexidade da geometria, do terceiro modo em diante, apresentam características que podem ser prejudiciais à integridade da estrutura se estes modos forem excitados.
- A análise harmônica mostra que o primeiro e o terceiro modos são predominantes na faixa de funcionamento do motor do veículo, devendo-se evitar portanto, que o motor permaneça em frequências próximas às frequências destes modos.
- A análise de vibração aleatória mostra que em uma estimativa conservadora ( $3\sigma$ ) do limite de tensão equivalente, esta ultrapassa os limites de tensão de escoamento do material utilizado no chassi (aço SAE 1045).

- As modificações propostas mostram numericamente uma redução de massa e consequente redução da rigidez torcional, no entanto, a redução de massa é viável frente à redução de rigidez, uma vez que esta ainda extrapola valores tomados como referência.
- Um modelo de estrutura completamente novo é proposto para que sirva como referência à equipe para um possível novo chassi. O novo modelo apresenta uma rigidez satisfatória com uma massa relativamente baixa, atendendo aos requisitos estruturais e de segurança exigidos pelo regulamento SAE.

A principal vantagem na obtenção de um modelo numérico confiável da estrutura em estudo é que este permitiu a realização de diferentes ensaios numéricos, como o estudo da interação de componentes móveis (motor) sobre a estrutura e ainda o estudo da sua resposta sob um carregamento aleatório gerado numericamente. A rigidez da estrutura metálica utilizada para fixação do chassi nos ensaios experimentais fica demonstrada pela coerência dos resultados modelo/medidos, uma vez que os engastes utilizados nas simulações são idealmente rígidos.

Com relação às análises numéricas desenvolvidas no ANSYS, as análises estática e modal foram úteis na validação do modelo numérico. Validação esta que foi realizada por meio da comparação entre os resultados obtidos das análises numéricas com as respostas coletadas dos experimentos (acelerômetros e extensômetros). A análise de vibração aleatória é utilizada para se verificar como o veículo responde à irregularidades aleatórias da superfície (estrada).

Sendo assim, após os estudos das respostas do modelo numérico, foram detectadas algumas imperfeições no chassi atual como elevada massa e rigidez torcional. Desta forma este trabalho contribui no projeto global da equipe Baja Pampa de atuar em competições SAE, com uma proposta de nova estrutura, otimizada com relação à atual, sendo que esta também deva ser objeto de estudos e análises posteriormente, visando comprovar a sua eficiência, fazendo com que o estudo do veículo da equipe Baja Pampa e seus componentes seja contínuo.

## **5.1 Trabalhos futuros**

De acordo com as dificuldades encontradas e resultados obtidos na presente dissertação, algumas sugestões para trabalhos futuros são listadas a seguir:

- Aplicar diferentes tipos de elementos ao modelo, como SOLID45, verificando se há variações nos resultados das análises numéricas;

- Desenvolver e calibrar um novo modelo em Elementos Finitos anexando ao mesmo o sistema de suspensão completo, empregando por exemplo, elementos elásticos para representar os amortecedores; aplicando as condições de contorno aos pontos de conexão entre as rodas e a suspensão;
- Desenvolver o ensaio de impacto utilizando um Martelo de Impacto apropriado para a obtenção das frequências naturais da estrutura;
- Verificar a correlação entre os modos de vibração analíticos e experimentais, ou seja, verificar o quão próximo a resposta do modelo está da resposta da estrutura real, por meio da obtenção da matriz de valores MAC (*Modal Assurance Criteria*);
- Projetar e construir uma plataforma para ensaios de rigidez torcional;
- Desenvolver um ensaio de rigidez torcional na estrutura real e comparar os resultados com resultados numéricos e com a literatura.

## REFERÊNCIAS

AMUCHASTEGUI, José G. B., **Cálculo de Fadiga no Domínio da Frequência**. 2015. 78 p. Trabalho de Graduação (Graduação em Engenharia Mecânica) – Instituto de ESSS de Pesquisa e Desenvolvimento, 2015.

ANDRADE, Guilherme A. M. de, **Análise Estrutural – Baja Pampa**. 2017. 62 p. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal do Pampa, 2017.

ANSYS, **Online Manuals Release 5.5**. Disponível em: <http://www.ansys.stuba.sk/html/realtoc.html> . Acesso em: 06 out. 2016.

ANSYS, Inc. **ANSYS Mechanical APDL Theory Reference** . 2013.

BARBOSA, Luis F. F. M., **Avaliação da Rigidez Torcional do Chassi de um Protótipo Baja SAE Através do Método de Elementos Finitos e de Ensaio Experimental**. 2015. 95 p. Trabalho de Graduação (Graduação em Engenharia Mecânica) – Faculdade de Engenharia Mecânica do Campus de Guaratinguetá, Universidade Estadual Paulista, Guaratinguetá, 2015.

BARBOSA, Roberto Spinola, Vehicle Dynamic Response Due to Pavement Roughness. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, Rio de Janeiro, 2011.

BARBOSA, Roberto Spinola, Vehicle Vibration Response Subjected to Longwave Measured Pavement Irregularity. **Journal of Mechanical Engineering and Automation**, 2012.

BATHE, Klaus-Jürgen, **Finite Element Procedures**. Prentice-Hall, New Jersey, 1982.

BENDAT, Julius S., PIERSOL, Allan G., **Random Data: Analysis and Measurement Procedures**. 4<sup>a</sup> ed., John Wiley & Sons, New Jersey, 2010.

BOSCO JUNIOR, Raul, **Análise Numérico-Experimental de Componentes Sujeitos à Fadiga por Solicitações Aleatórias – Avaliação de Modelos**. 2007. 274 p. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2007.

BYCOLELLA, Indústria e comércio de Veículos e Acessórios para Gaiolas. Disponível em: < [http://www.bycolella.com.br/r.php?l=quem\\_somos](http://www.bycolella.com.br/r.php?l=quem_somos) >. Acesso em: 27 fev. 2017.

CALLISTER JR, William D., **Ciência e Engenharia de Materiais: Uma Introdução**. 7ª ed., LTC Editora, 2008.

CARRODEGARAGEM, **O que faz um carro ser off road de verdade?**. Disponível em: < <https://www.carrodegaragem.com/carro-off-road-verdade/> >. Acesso em: 23 fev. 2017.

CESÁRIO, André A., **Estimativa da Vida em Fadiga de Componentes de Implementos Rodoviários Através de Métodos Espectrais**. 2012. 130 p. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

CICLO – Engenharia em Informação Automotiva, **Efeito Piezoelétrico**. Disponível em: < <http://blog.ciclo.eng.br/efeito-piezoelétrico/> >. Acesso em: 27 nov. 2016.

DALLY, J. W., RILEY, W. F., **Experimental Stress Analysis**. Chicago: McGraw-Hill, 1978.

DEAKIN, Andrew, CROLLA, David, RAMIREZ, Juan Pablo, HANLEY, Ray, The Effect of Chassis Stiffness on Race Car Handling Balance. **2000 SAE Motorsports Engineering Conference and Exposition**, Dearborn – Michigan, 2000.

DEBNATH, Victor, DEBNATH, Bikramjit, Deflection and Stress Analysis of a Beam on Different Elements Using ANSYS APDL. **International Journal of Mechanical Engineering and Technology (IJMET)**, 2014.

DORNELAS, Geovani N., DE BARROS, Frederico B., LEAL, Sergio G., VENÂNCIO, Uellinton C., MARINHO, Rennan F. Modelagem e Construção de um Veículo do Tipo *Off-Road* – (Mini Baja) do Centro Universitário Geraldo Di Biase, Campus Barra do Piraí Rio de Janeiro. **Revista Científica Digital da FAETEC**, Rio de Janeiro, Ano VIII, n. 1, 2º Semestre 2015.

DHARANKAR, Chandrashekhar S., HADA, Mahesh Kumar, CHANDEL, Sunil, Numerical Generation of Road Profile Through Spectral Description for Simulation of Vehicle Simulation. **Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering**, Rio de Janeiro, 2016.

EUGÊNIO, F., GONÇALVES, T., ANFLOR, C., NEVES, F., Análise dos Modos de Vibrações da Estrutura da Gaiola do Mini-Baja. **XVII Congresso Nacional de Estudantes de Engenharia Mecânica – CREEM2010**, Viçosa, 2010.

FLATOUT. **Construindo e Testando o Powertrain e Suspensão do Baja Velociraptor**. Disponível em: < <https://www.flatout.com.br/construindo-e-testando-o-powertrain-e-suspensao-do-baja-velociraptor-o-project-cars-103/> >. Acesso em: 23 fev. 2017.

HEARN, E. J., **Mechanics of Materials 2: An Introduction to the Mechanics of Elastic and Plastic Deformation of Solids and Structural Materials**. 3ª ed., University of Warwick, United Kingdom, 1997.

INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION. **ISO 8608: Mechanical Vibration – Road Surface Profile – Reporting of measured data**. 1995.

KARADENIZ, H., **Stochastic Analysis of Offshore Steel Structures**. Springer-Verlag, London, 2013.

KUPHALDT, Tony R., **Lessons in Electric Circuits**. Vol. 1 – Direct Current (DC). Chapter 9. Disponível em: < <http://www.allaboutcircuits.com/textbook/direct-current/chpt-9/strain-gauges/> >. Acesso em: 23 out. 2016.

MADENCI, Erdogan, GUVEN, Ibrahim, **The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS®**. 2. ed. – New York: Springer, 2015.

MEIROVITCH, Leonard, **Fundamentals of Vibrations**. International Edition – New York: McGraw-Hill, 2001.

MCGINTY, Bob, **Strain Gauges**. 2012. Disponível em: < <http://www.continuummechanics.org/straingauges.html> >. Acesso em: 22 out. 2016.

MILLIKEN, William F., MILLIKEN, Douglas L., **Race Car Vehicle Dynamics**. SAE – Warrendale, 1995.

NEWLAND, D. E., **An Introduction to Random Vibrations, Spectral and Wavelet Analysis**, 3 ed., John Wiley & Sons, New York, 1993.

OLIVEIRA, Fernando C. G. de, **Contribuição ao Desenvolvimento de Uma Estrutura Veicular Tipo Spaceframe Usando o Método dos Elementos Finitos e Métodos Heurísticos de Otimização Numérica**. 2007. 130 p. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2007.

OYAMA, Daniel, **Torsion Fixture – Final Design Report**. 2009. 29 p. Interdisciplinary Design Project MECH-499 – McGill University, 2009.

PCB PIEZOTRONICS. **General Piezoelectric Theory**. Disponível em: < [http://www.pcb.com/Resources/Technical-information/tech\\_gen](http://www.pcb.com/Resources/Technical-information/tech_gen) > Acesso em: 30 nov. 2016.

PORTELA, Artur, SILVA, Arlindo, **Mecânica dos Materiais**, Coleção Plátano Universitária, Lisboa, 1996.

PUGLIA, Vicente B., **Análise de Alguns Aspectos no Estudo de Torres Estaiadas**. 2009. 107 p. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2009.

RAO, Singiresu S., **Mechanical Vibrations**. 5ª ed., Prentice Hall, 2010.

REIS, Cesar G., **Estimativa da Vida em Fadiga de Componentes Submetidos a Solicitações Aleatórias**. 2013. 96 p. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2013.

RILEY, William B., GEORGE, Albert R., Design, Analysis and Testing of a Formula SAE Car Chassis. **SAE Motorsports Engineering Conference and Exhibition**, Indianapolis, 2002.

RODRIGUES, Carlos V. B., FARIAS, Thiago da Silveira, FACURI, Renata, DORNELAS, Geovani Nunes, DIOGO, Diego Dornelas. Análise Estrutural, tensão e Fadiga de um Protótipo Tecnológico Baja – UGBaja. **Revista Científica Digital FAETEC**, Rio de Janeiro, Ano VIII, n. 1, 1º Semestre 2016.

RONDINELLI, Paula. **"Rally"; Brasil Escola**. Disponível em < <http://brasilecola.uol.com.br/educacao-fisica/rally.htm> >. Acesso em: 24 mar 2017.

SAE BRASIL, Baja. Disponível em < <http://portal.saebrasil.org.br/programas-estudantis/baja-sae-brasil> >. Acesso em: 10 mar 2017.

SAMPÒ, Enrico, **Modelling Chassis Flexibility in Vehicle Dynamics Simulation**. 2011. 171 p. PhD Thesis (Faculty of Engineering and Physical Sciences) – University of Surrey, 2011.

SANTOS, Marcos D., SILVA, George H. S., TAVARES JUNIOR, Hugo M., KIELING, Antonio C., Projeto de um Chassi tipo Baja SAE e Análise de Colisões em Baixas Velocidades.

**Congresso Técnico Científico de Engenharia e da Agronomia – CONTECC2015**, Fortaleza, 2015.

SOEIRO, Newton S., LOPES, Fábio A. C., CORDEIRO, Carlos E. De A., Dimensionamento e Cálculo Estrutural da Gaiola de um Veículo Mini-Baja. **II Congresso Nacional de Engenharia Mecânica – CONEM2002**, João Pessoa, 2002.

THOMPSON, Lonny L., RAJU, Srikanth, LAW, E. Harry, Design of a Winston Cup Chassis for Torsional Stiffness. **SAE Technical Paper Series 983053**, 1998.

THOTA, Jagadeep, **Optimal Design of Vehicle with Internal Space Frame Structure Subjected to High Impact Load**. 2010. 148 p. Dissertation (Doctor of Philosophy in Mechanical Engineering) – University of Nevada, Las Vegas, 2010.

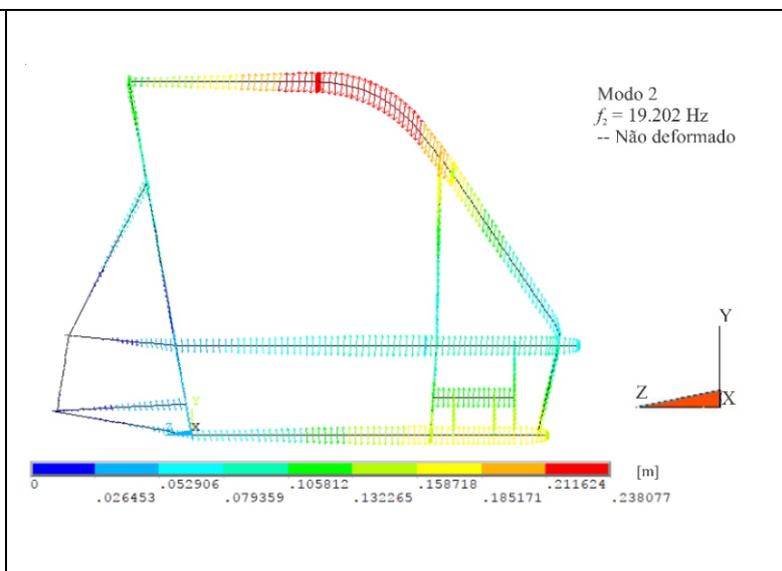
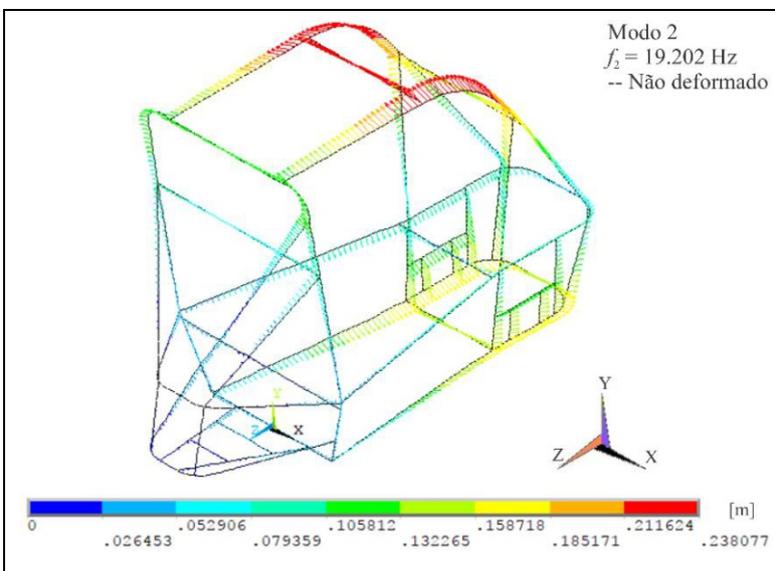
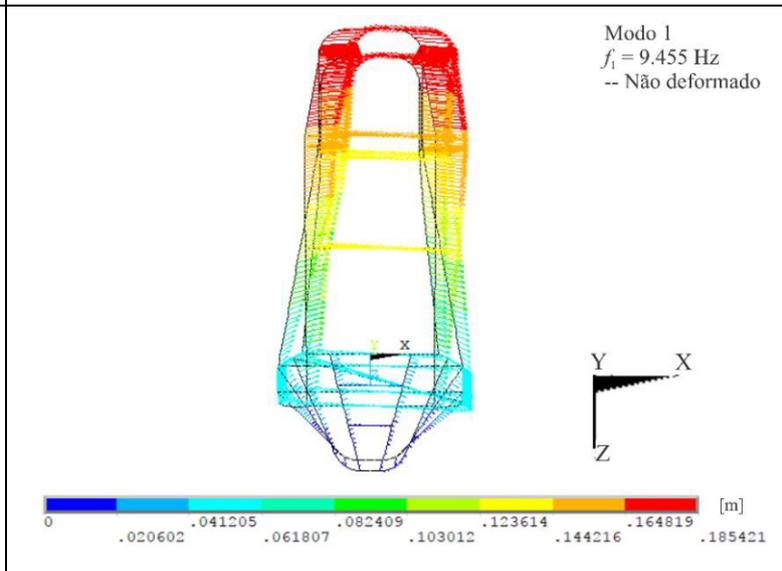
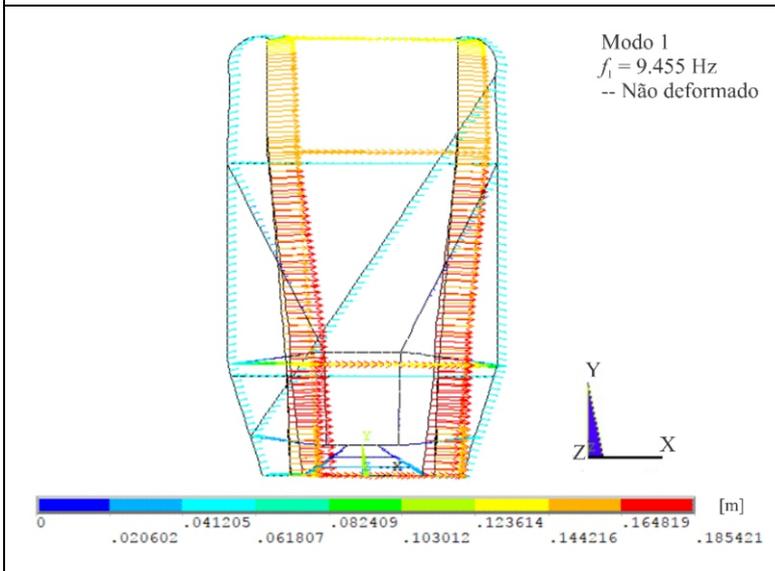
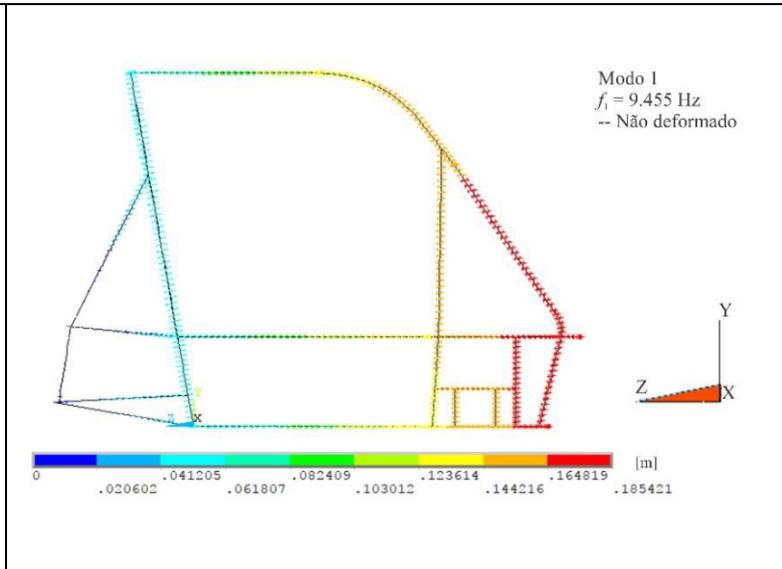
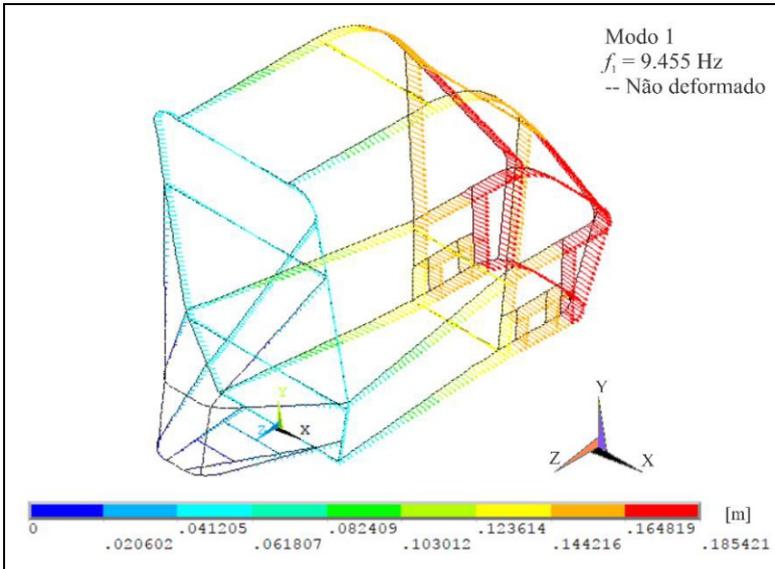
WANG Hai-fei, JIA Kun-kun, GUO Zi-peng, Random Vibration Analysis for the Chassis Frame of Hydraulic Truck Based on ANSYS. **Journal of Chemical and Pharmaceutical Research**, 2014.

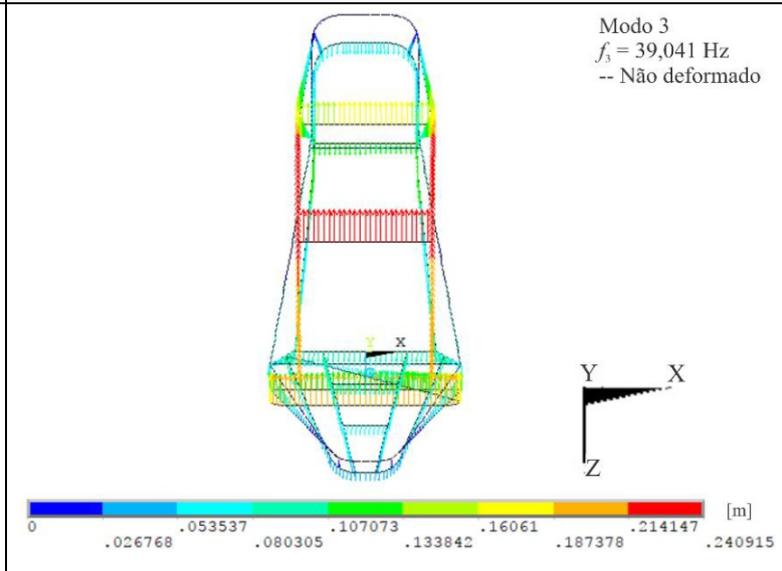
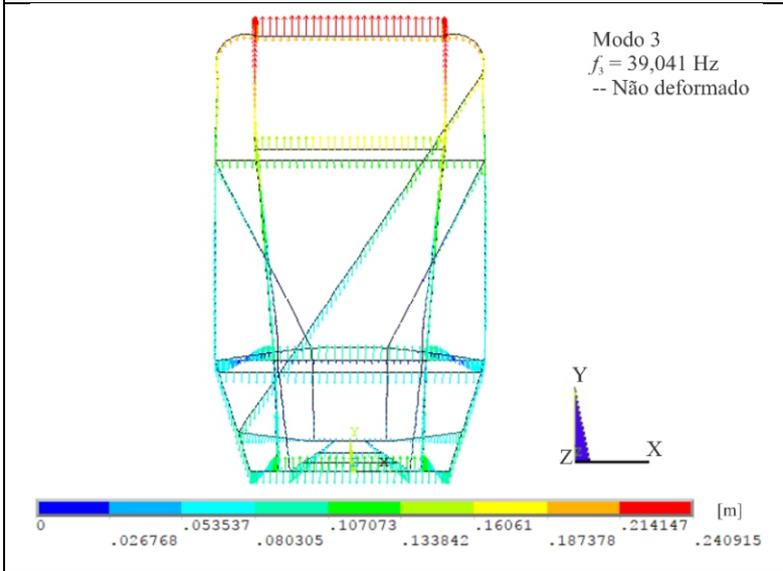
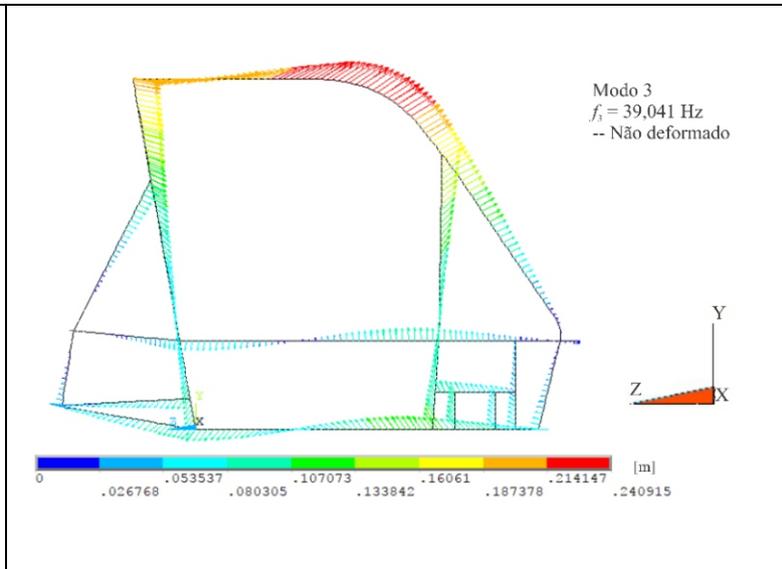
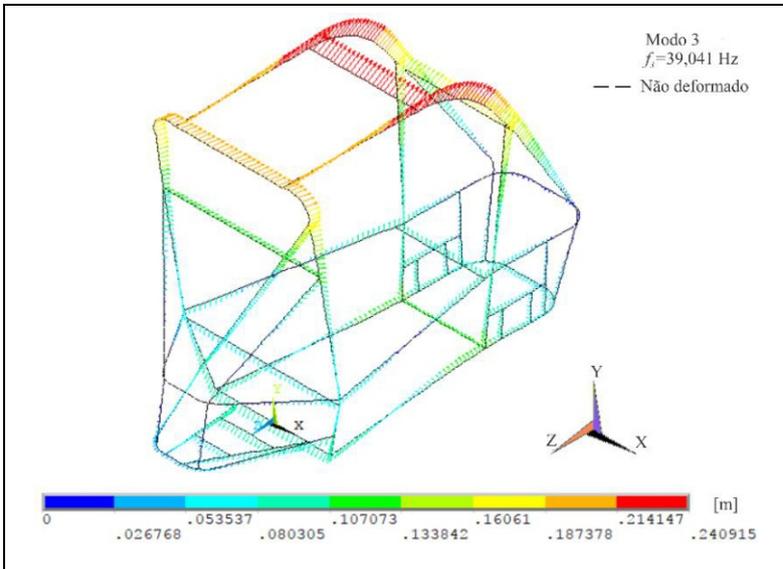
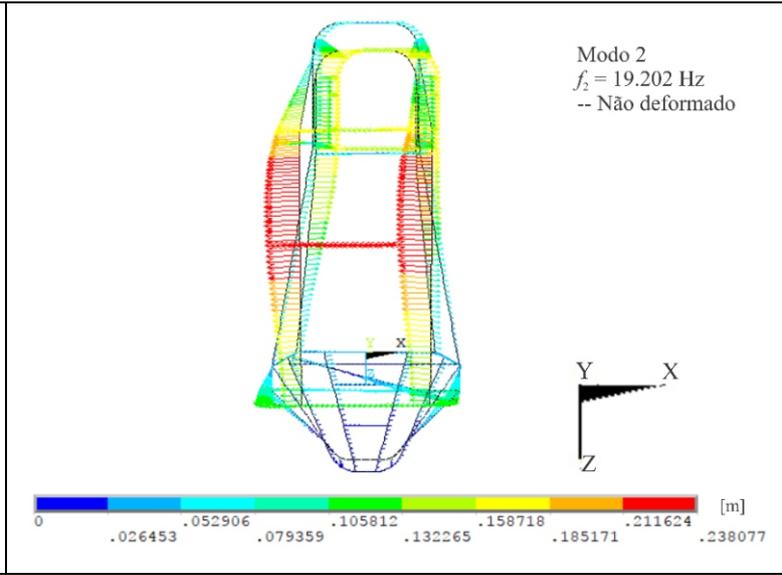
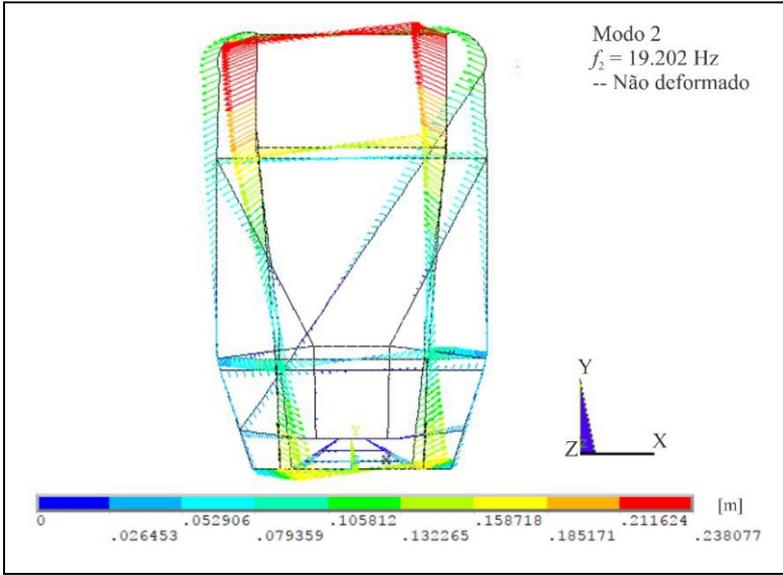
WONG, J. Y., **Theory of Ground Vehicles**. 3 ed. John Wiley & Sons, Inc., New York, 2001.

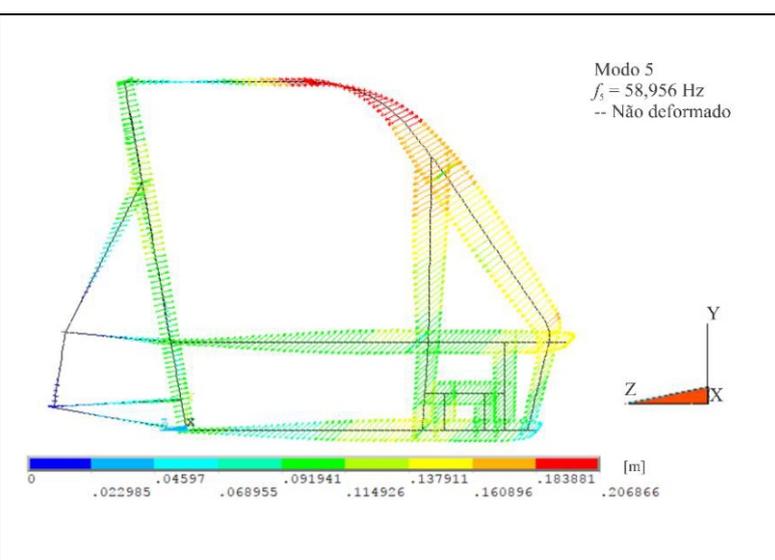
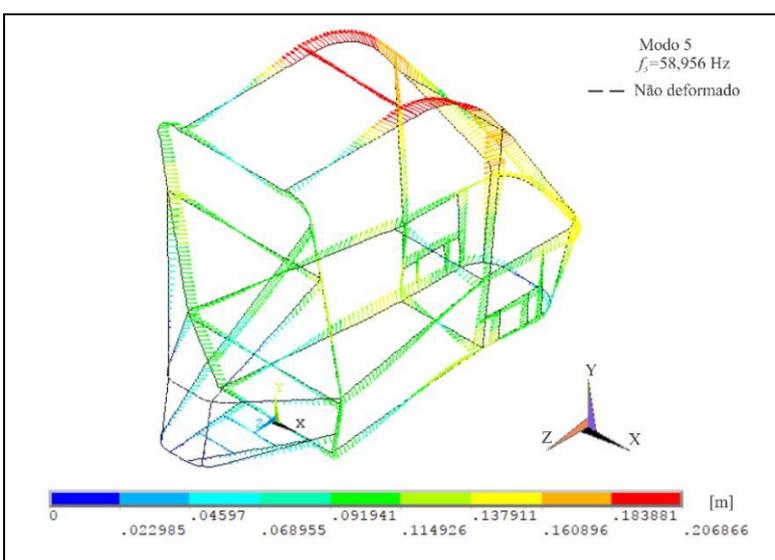
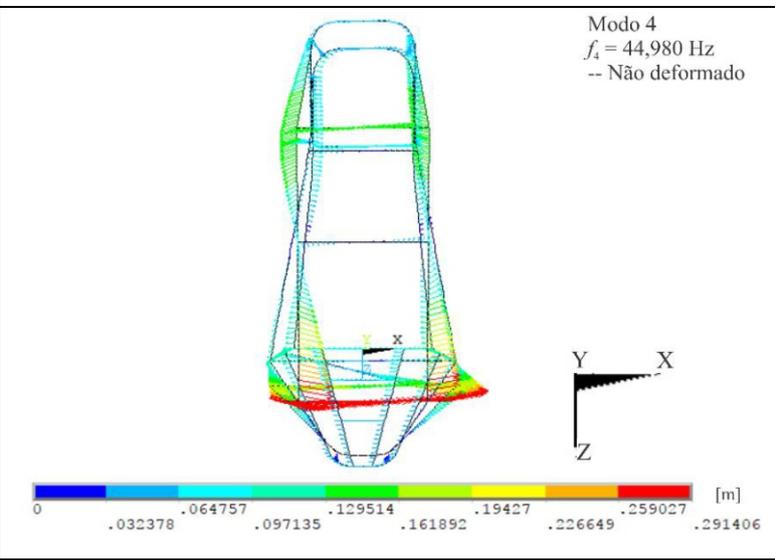
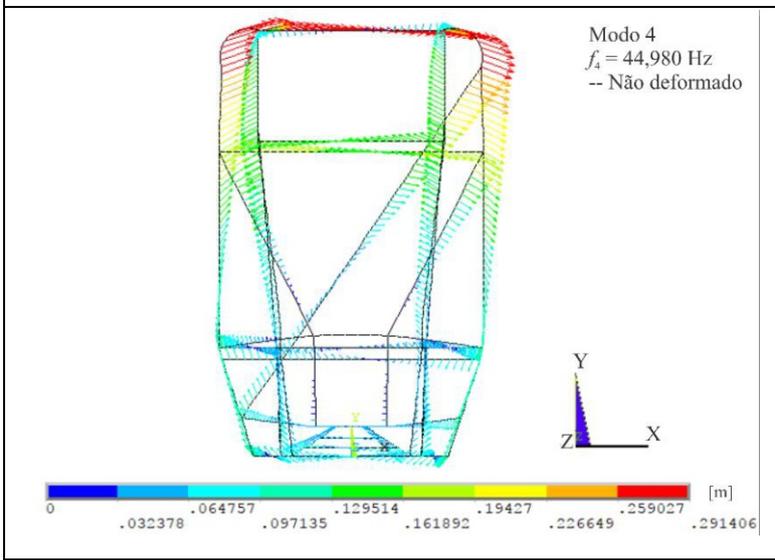
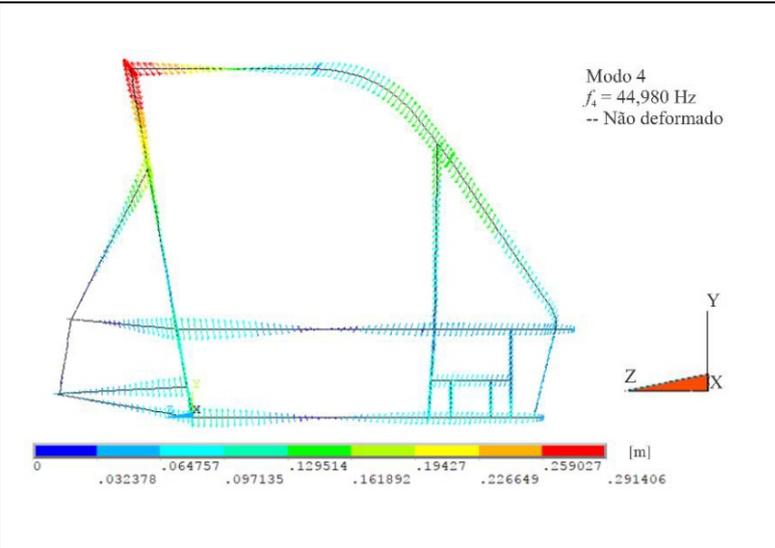
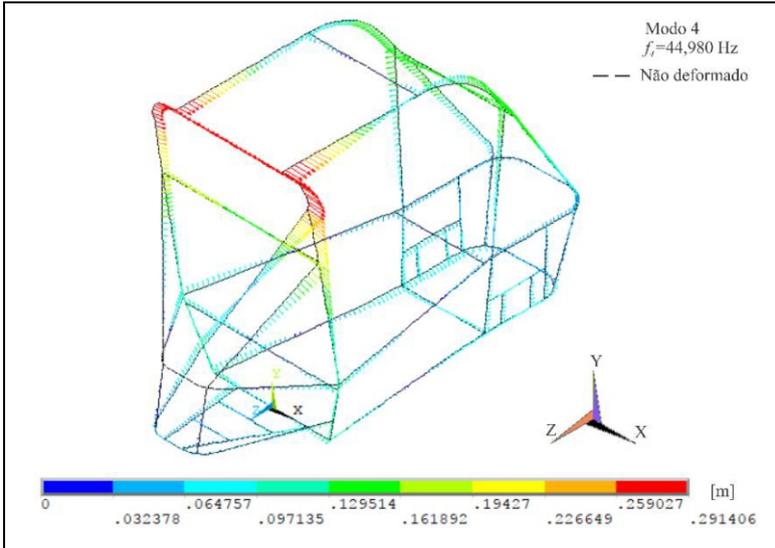
YAN, Lawrence T. W., **Análise Estrutural Utilizando o Método de Elementos Finitos de Componentes do Veículo Baja SAE Submetido a Esforços de Fadiga**. 2011. 131 p. Trabalho de Graduação (Graduação em Engenharia) – Departamento de Engenharia Mecânica, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2011.

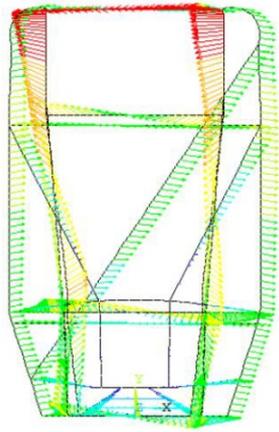
1001MOTEURS, **Jeep Wrangler Unlimited Rubicon**. Disponível em: < <http://www.1001moteurs.com/prestacoes/ficha-Jeep-Wrangler-Unlimited+Rubicon-18717.html> >. Acesso em: 23 fev. 2017.

APÊNDICE A – CARACTERÍSTICAS DE VIBRAÇÃO DOS MODOS

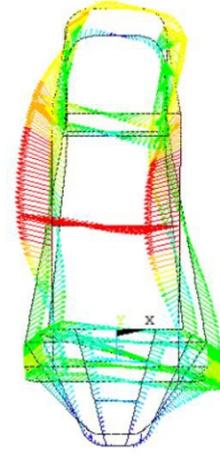
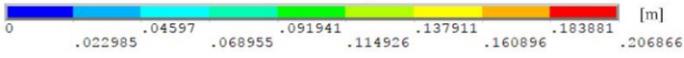




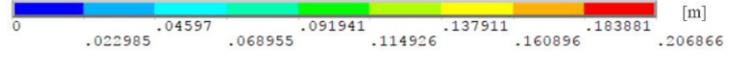




Modo 5  
 $f_s = 58,956$  Hz  
-- Não deformado



Modo 5  
 $f_s = 58,956$  Hz  
-- Não deformado



## APÊNDICE B – DIMENSÕES DA ESTRUTURA AUXILIAR DE FIXAÇÃO



**ANEXO A – DADOS DO VEÍCULO OFF-ROAD JEEP® WRANGLER  
RUBICON**

---

Jeep Wrangler Rubicon (Figura 1)

---

Marca	Jeep
Modelo	Wrangler
Versão	Unlimited Rubicon
Início da produção	2013
Potência	285 cv (210 kW – 282 hp)
Motor	6 cilindros (motor em V)
Cilindrada	3600 cm <sup>3</sup>
Distribuição	24 válvulas
Binário	353 Nm (4800 tr/min)
Transmissão	Tração nas quatro rodas, câmbio manual de 6 velocidades
Peso médio	2057 kg
Relação potência/peso	7,2 kg/cv
Consumo urbano	13,4 l/100 km
Aceleração (0-100 km/h)	7,7 s

---

Fonte: 1001moteurs.com, 2017.

## ANEXO B – EXTENSOMETRIA

Extensometria basicamente pode ser definida como uma técnica empregada para a análise não destrutiva de tensões e deformações em estruturas e componentes mecânicos, tanto para deformações associadas a carregamentos mecânicos quanto por efeito de temperatura.

Uma vertente dentro da extensometria é a que utiliza sensores elétricos (extensômetros elétricos) e sistemas eletrônicos para medição e registro das deformações, constituindo a Extensometria de Resistência Elétrica. Os extensômetros elétricos funcionam sob o princípio de transformar pequenas variações nas suas dimensões em variações equivalentes de sinais elétricos (voltagem) os quais são interpretados por um sistema de aquisição. Os extensômetros elétricos podem ser divididos em três grupos (PORTELA; SILVA, 1996):

1. *Extensômetros elétricos de indução*: baseados na variação da impedância do circuito de um solenóide quando submetido a uma deformação;
2. *Extensômetros de semicondutores*: se baseiam na propriedade que exibem certos materiais não metálicos de variarem a resistência sob a ação de deformações;
3. *Extensômetros elétricos de resistência*: se baseiam na variação da resistência elétrica de um condutor quando submetido a uma deformação.

Os extensômetros elétricos são largamente utilizados para medir deformações em estruturas como pontes, máquinas, locomotivas, navios e ainda associados a transdutores para medir pressão, tensão, força e aceleração. São ainda associados a outros instrumentos de medidas para uso desde análises experimentais de tensão até investigação e práticas médicas e cirúrgicas. Os *Strain Gauges*, são os mais conhecidos tipos de extensômetros elétricos.

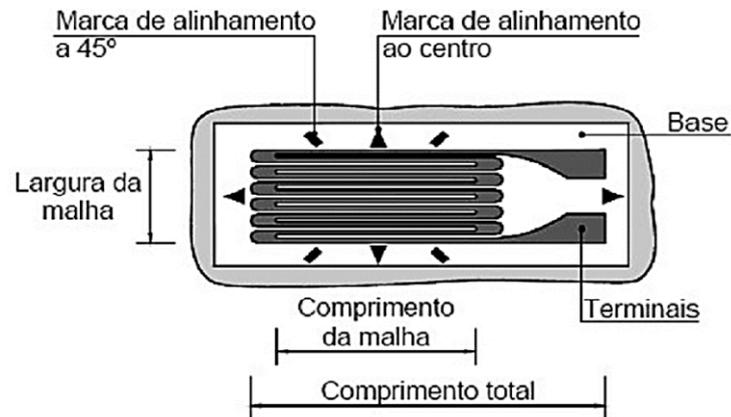
### B.1 Strain Gauges

Um *Strain Gauge*<sup>2</sup> (SG) é um sensor de deformação que é colado na superfície de uma peça ou estrutura, para a qual deseja-se medir deformações.

É constituído por um filamento condutor na forma de uma grade metálica (ou malha) com diâmetro em torno de 0,01 mm, mantida entre duas finas películas de plástico ou papel, que serve como base. A base é o elemento que deve ser colado à peça ou estrutura que se deseja monitorar. Nas extremidades do fio sensível estão soldados os elementos de ligação do extensômetro ao circuito de medição. A Figura B1 mostra um esquema de SG uniaxial do tipo folha, com seus principais componentes

---

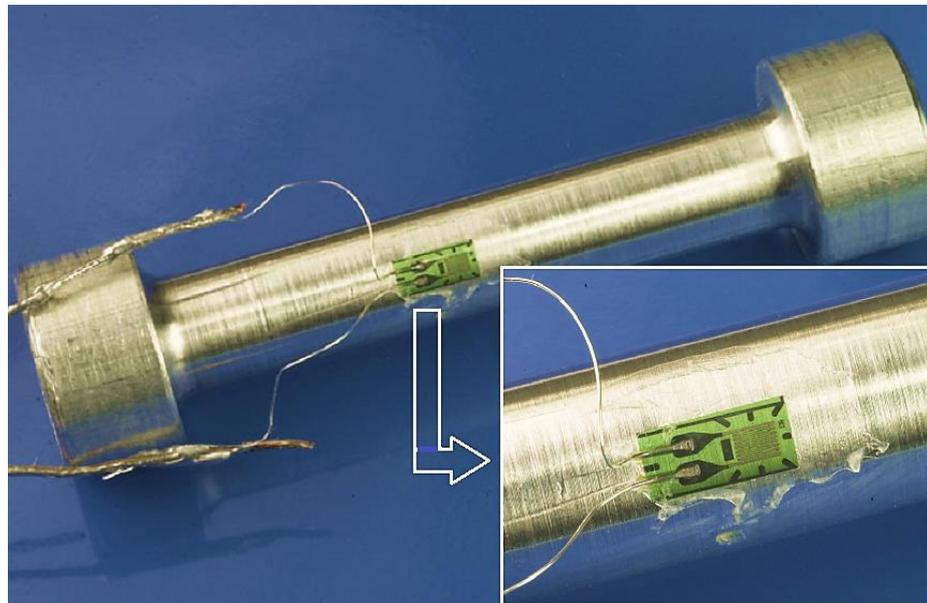
<sup>2</sup> Segundo McGinty (2012) “*Strain Gage*” é o termo americano e “*Strain Gauge*” é o termo britânico de mesmo significado.

Figura B1 – Componentes de um *strain gauge*

Fonte: DOS SANTOS, 2010, p. 15.

A superfície na qual o SG é colado deve ser devidamente preparada. Primeiramente é feito um lixamento para a remoção de pintura, óxidos ou outros tipos de proteção ou sujeira. Posteriormente adota-se uma etapa de limpeza com reagentes adstringentes e, finalmente, o SG pode ser colado na superfície (DALLY; RILEY, 1978). A Figura B 2, mostra um SG colado em um corpo de prova para ensaio de tração.

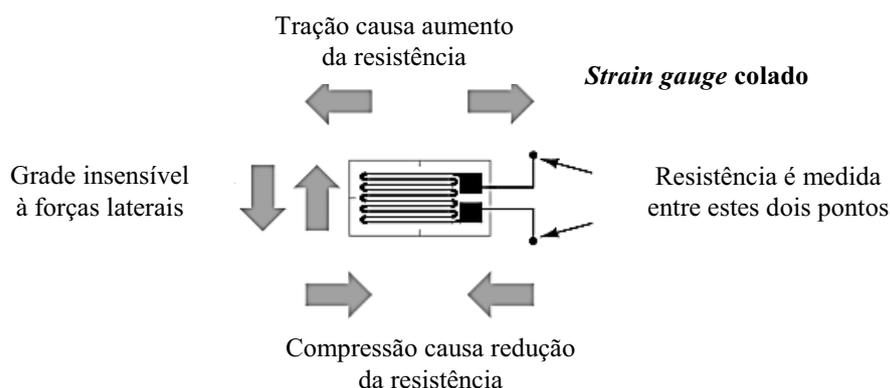
Figura B2 – Exemplo de SG colado em um componente para medição de deformação



Fonte: Adaptado de McGinty, 2012.

Os *strain gauges* mais simples são os uniaxiais, que medem deformações em uma única direção, como mostrado na Figura B3.

Figura B3 – Esquema de funcionamento de um SG uniaxial



Fonte: Adaptado de KUPHALDT.

Seu princípio de funcionamento baseia-se no fato de que materiais condutores sofrem alterações em sua resistência elétrica quando submetidos à deformações. A resistência elétrica  $R$  de um fio condutor é dada pela Eq. (44).

$$R = \frac{\rho L}{A} \quad (44)$$

onde:  $\rho$  é a resistividade elétrica do material do fio;

$L$  é o comprimento do fio;

$A$  é a área da seção transversal do fio.

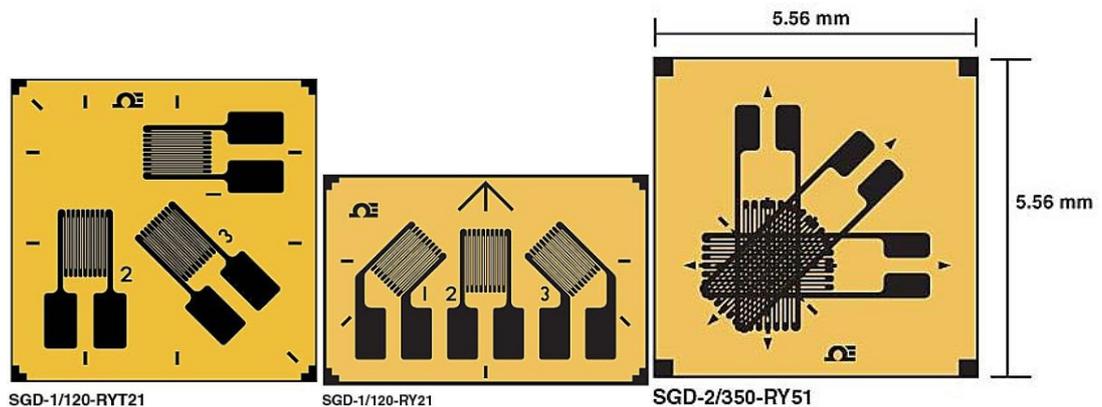
A medida que o fio é tracionado, o seu comprimento aumenta, enquanto que sua área de seção transversal diminui devido ao Efeito de Poisson. Desta forma, essa variação em seu comprimento é transformada em uma variação proporcional de sua resistência elétrica, de forma que a relação entre essa deformação aplicada e tal variação de resistência é dada por uma constante denominada de Fator do Extensômetro ou *Gauge Factor* ( $GF$ ), o qual é definido como:

$$GF = \frac{\Delta R / R}{\Delta L / L} = \frac{\Delta R / R}{\varepsilon} \quad (45)$$

onde os termos  $\Delta R / R$  e  $\Delta L / L$  representam os percentuais de variação na resistência elétrica e no comprimento do fio, respectivamente. O  $GF$  possui um valor teórico de aproximadamente 2 para materiais usualmente utilizados na confecção de *strain gauges* como, por exemplo, a liga cobre-níquel (MCGINTY, 2012).

Para se medir deformações em duas ou três direções (útil quando não se conhece detalhadamente o estado de tensões na estrutura ou componente) dispõe-se de extensômetros especiais denominados Roseta extensométrica. Uma roseta é composta por dois (biaxial) ou três (triaxial) *strain gauges* axiais simples, independentes entre si, dispostos em uma única base. Cada SG de uma roseta poderá ter seu próprio circuito de ponte de Wheatstone. A Figura B4 mostra alguns tipos de rosetas triaxiais.

Figura B4 – Tipos de rosetas triaxiais



Fonte: Adaptado de MCGINTY, 2012.

A Eq. (46) permite calcular as deformações ( $\epsilon'_{xx}$ ) em qualquer orientação  $\varphi$

$$\epsilon'_{xx} = \epsilon_{xx} \cos^2 \varphi + \epsilon_{yy} \sin^2 \varphi + 2 \left( \frac{\gamma_{xy}}{2} \right) \sin \varphi \cos \varphi \quad (46)$$

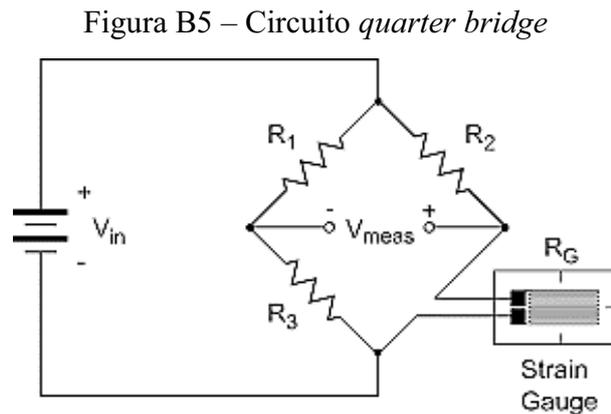
A direção do Eixo  $X$ , pode ser escolhida livremente, de modo que, na prática, o usual é se considerar essa direção coincidente com o comprimento do corpo de prova. Então, a roseta é alinhada de forma que o SG a  $0^\circ$  corresponde ao eixo  $X$  ( $\epsilon_{xx}$ ) e o SG a  $90^\circ$  corresponde ao eixo  $Y$  ( $\epsilon_{yy}$ ). Quando  $\varphi = 45^\circ$ , então a Eq. (46) fornecerá que

$$\gamma_{xy} = 2\epsilon_{45^\circ} - \epsilon_{0^\circ} - \epsilon_{90^\circ} \quad (47)$$

Uma aplicação típica de extensometria é em células de cargas (transdutores de força), as quais geralmente empregam extensômetros de resistência elétrica como sensor de deformação de seu elemento elástico.

## B.2 Ponte de Wheatstone

A *Ponte de Wheatstone* (PW) é um circuito de resistores em forma de losango, que permite a medição de uma resistência elétrica desconhecida, dentre outras aplicações. A Figura B5 mostra um SG ligado a um circuito conhecido como "ponte um-quarto" ou *quarter-bridge*.

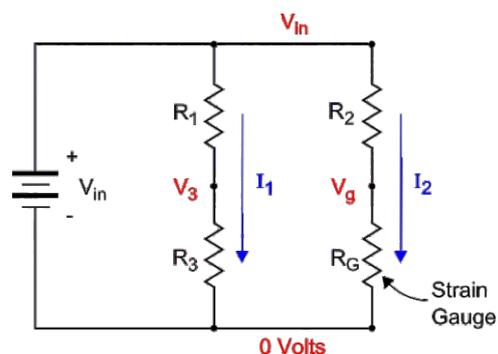


Fonte: MCGINTY, 2012.

Sendo  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$  resistores com resistências conhecidas. Se a razão  $\frac{R_3}{R_1}$  é igual a razão entre as resistências  $\frac{R_G}{R_2}$  então a tensão elétrica medida em  $V_{meas}$  será nula, ou seja, nenhuma corrente fluirá entre estes pontos centrais. Quando isto acontecer a ponte estará em equilíbrio, caso contrário a ponte estará desequilibrada.

Para que se faça entender como funciona uma PW do tipo mostrado acima na Figura B5, o esquema será "redesenhado" na forma de um circuito elétrico mais familiar mostrado na Figura B6.

Figura B6 – Esquema de funcionamento de uma PW em  $\frac{1}{4}$  de ponte



Fonte: MCGINTY, 2012.

Fazendo uma análise do circuito da Figura B6, as correntes elétricas nos braços da PW  $I_1$  e  $I_2$ , são expressas por

$$I_1 = \frac{V_{in}}{R_1 + R_3} \quad I_2 = \frac{V_{in}}{R_2 + R_G} \quad (48)$$

E as voltagens nos resistores  $R_3$  e  $R_G$ :

$$V_3 = I_1 R_3 \quad V_g = I_2 R_G \quad (49)$$

Desta forma substituindo a Eq. (48) na Eq. (49) tem-se

$$V_3 = V_{in} \frac{R_3}{R_1 + R_3} \quad V_G = V_{in} \frac{R_G}{R_2 + R_G} \quad (50)$$

Assim é possível escrever  $V_{meas}$  (tensão entre os braços da PW) como

$$V_{meas} = V_g - V_3$$

Ou, em termos das resistências

$$V_{meas} = V_{in} \left[ \frac{R_G}{R_2 + R_G} - \frac{R_3}{R_1 + R_3} \right] \quad (51)$$

A Eq. (51) mostra que quando todas as quatro resistências forem iguais  $R_1 = R_2 = R_3 = R_G$ , a ponte estará equilibrada, ou seja  $V_{meas} = 0$  (MCGINTY, 2012).

Destaca-se que na Eq. (51) que  $R_G$  é a resistência do SG que varia com a tensão mecânica. Quando essa resistência varia, isso gera uma tensão  $V_{meas} \neq 0$ , ou seja, a Eq. (51) indica que  $V_{meas}$  varia com a deformação  $\epsilon$  da estrutura na qual o SG está colado.

Ainda segundo o autor McGinty (2012) a Eq. (51) não indica claramente a influência de  $R_G$  sobre  $V_{meas}$ , desta forma a resistência  $R_G$  deve ser reescrita como uma soma entre a resistência nominal  $R_{G,0}$  (quando o SG está livre de tensões) e a variação dessa resistência devida tensão  $\Delta R_G$ , ou seja:.

$$R_G = R_{G,o} + \Delta R_G \quad (52)$$

Substituindo a Eq. (52) na Eq. (51) obtém-se:

$$V_{meas} = V_{in} \left[ \frac{\Delta R_G}{4R_{G,o} + 2\Delta R_G} \right] \quad (53)$$

Como o termo  $\Delta R_G$  pode ser desconsiderado do denominador da Eq. (53), pois é uma pequena fração de  $R_{G,o}$  (MCGINTY, 2012), obtém-se:

$$V_{meas} = V_{in} \left[ \frac{1}{4R_{G,o}} \right] \Delta R_G \quad (54)$$

A Eq. (54) mostra que  $V_{meas}$  é proporcional a  $\Delta R_G$ , e, portanto, às tensões que deformam o SG. Por fim, reescrevendo a Eq. (45) como  $\Delta R_G = R_{G,o} \cdot GF \cdot \epsilon$  e substituindo na Eq. (54), a deformação  $\epsilon$  nos braços da PW resulta em:

$$= \left( \frac{4}{GF} \right) \left( \frac{V_{meas}}{V_{in}} \right) \quad (55)$$

A Eq. (55) mostra a correlação que existe entre  $V_{meas}$  e as deformações  $\epsilon$  oriundas de tensões mecânicas aplicadas na estrutura.

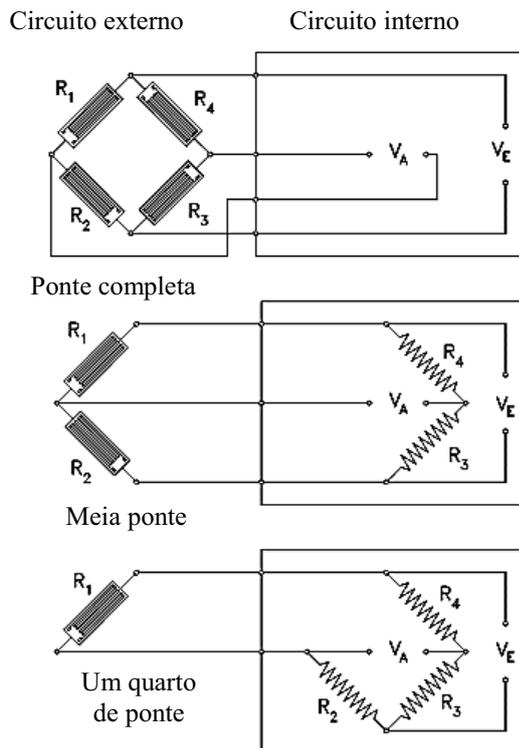
$V_{in}$  é uma tensão de excitação do circuito. Esta tensão  $V_{in}$  pode atuar como uma fonte geradora de calor na resistência do SG o que levará a uma tensão medida diferente de zero ( $V_{meas} \neq 0$ ) mesmo quando  $\epsilon = 0$ . McGinty (2012) recomenda que  $V_{in}$  situe-se entre 2 e 10 V.

Para garantir que a ponte estará sempre equilibrada, um dos três resistores mostrados na Figura B6 é substituído por um resistor variável, o qual terá sua resistência ajustada até que  $V_{meas} = 0$ . Desta forma, quando a ponte estiver em equilíbrio, o valor da resistência desconhecida poderá ser calculado por meio da seguinte relação de proporcionalidade

$$\frac{R_3}{R_1} = \frac{R_G}{R_2} \rightarrow R_G = \frac{R_2 R_3}{R_1} \quad (56)$$

A PW pode ser implementada também na forma de meia ponte ou ponte completa, dependendo da quantidade de resistências ativas (variáveis) ser duas ou quatro, respectivamente. A Figura B7, mostra os três tipos de ponte de Wheatstone.

Figura B7 – Tipos de pontes de Wheatstone



Fonte: Adaptado de Portela, Silva, 1996.

Circuitos *Meia Ponte*, mostrado na Figura B7, são utilizados para eliminar efeitos de temperatura, onde um dos SG terá sua resistência modificada devido à variação de temperatura. Os circuitos *Ponte Completa*, também mostrados na Figura B7, são empregados em transdutores de força para neutralizar o efeito de esforços indesejados, como cisalhamentos e flexões, por exemplo.

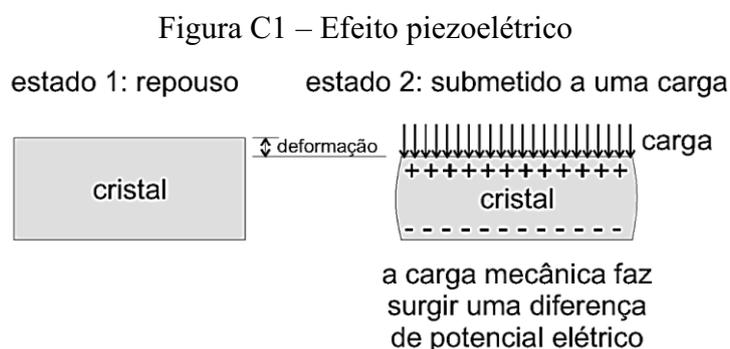
## ANEXO C – ACELERÔMETROS

Existem vários tipos de Acelerômetros, com diversos tipos de propriedades que variam em função da aceleração a qual são submetidos. Assim, conforme seu princípio físico adequa-se para certas aplicações. De acordo com a 2ª Lei de Newton ( $F=m.a$ ), quando força é aplicada a uma determinada massa conhecida causa sobre esta uma aceleração. Conhecendo-se a intensidade desta força é possível se chegar à aceleração emitindo uma tensão elétrica proporcional. Estes dispositivos são capazes de detectar acelerações em até três direções. Suas aplicações são tão amplas que variam desde dispositivos multimídia (*smartphones* e *tablets*, *notebooks*, câmeras fotográficas) até as indústrias automotiva (em *airbags*) e petrolífera (em dutos de extração), por exemplo.

Dentre os vários tipos de acelerômetros tem-se os Piezoelétricos, Piezoresistivos e Capacitivos. Para análises estruturais como a deste trabalho, o tipo piezoelétrico é amplamente empregado, dentre outras razões, por ter uma banda dinâmica maior quando comparado com outros tipos.

### C.1 Acelerômetros piezoelétricos

Alguns cristais como o Quartzo e a Turmalina, por exemplo, apresentam uma capacidade de gerar uma pequena diferença de potencial elétrico quando comprimidos por uma força mecânica (Figura C1). A este comportamento dá-se o nome de Efeito Piezoelétrico (CICLO, 2016).

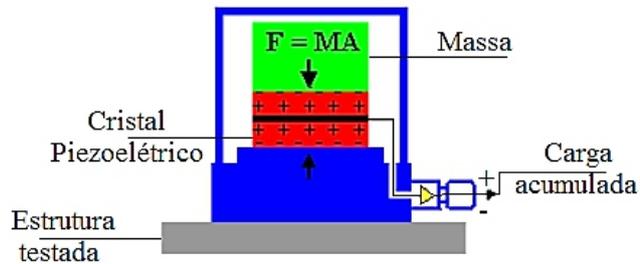


Fonte: Adaptado de Ciclo, 2016.

Este princípio é amplamente empregado em aplicações comerciais, sendo uma delas como sensores de vibração e aceleração, em acelerômetros piezoelétricos.

O dispositivo consiste basicamente, de um material com características piezoelétricas "preso" a uma massa, idênticos ao esquema mostrado a seguir na Figura C2.

Figura C2 – Esquema de um acelerômetro piezoelétrico



Fonte: Adaptado de PCB Piezotronics, 2016.

Quando o dispositivo passa por uma alteração de movimento, isso faz com que a massa cause uma deformação no cristal piezoelétrico, o que gera um sinal elétrico. Como mostra a Figura C2, a aceleração está causando uma compressão no material piezoelétrico fazendo com que uma voltagem de saída aumente proporcionalmente à aceleração. Quando a aceleração decresce, a compressão do material é aliviada e a voltagem de saída diminui. Assim, a voltagem de saída nos terminais é proporcional à aceleração imposta. Este tipo de dispositivo não necessita de uma fonte de alimentação (transdutor passivo), podendo o sinal de saída ser conectado diretamente a um *display* (medidor de vibrações, por exemplo).