

Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Haiglan Frank Batista Plotzki

**Controle de Corrente em Conversores
Conectados à Rede Elétrica por meio de
Filtro-LCL Utilizando o Controle Adaptativo
Simples com Dinâmicas Suplementares
Discretas.**

Alegrete, RS

2018

Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Haiglan Frank Batista Plotzki

Controle de Corrente em Conversores Conectados à Rede Elétrica por meio de Filtro-LCL Utilizando o Controle Adaptativo Simples com Dinâmicas Suplementares Discretas.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica

Orientador: Prof. Dr. Márcio Stefanello

Alegrete, RS
2018

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

P729c Plotzki, Haiglan Frank Batista

Controle de Corrente em Conversores Conectados à Rede
Elétrica por meio de Filtro-LCL Utilizando o Controle
Adaptativo Simples com Dinâmicas Suplementares Discretas. /
Haiglan Frank Batista Plotzki.

149 p.

Dissertação (Mestrado)-- Universidade Federal do Pampa,
MESTRADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA, 2018.

"Orientação: Márcio Stefanello".

1. Controle Adaptativo Simples com dinâmicas suplementares.
2. Controladores PR. 3. Filtro LCL. 4. Conversores VSI. I.
Título.

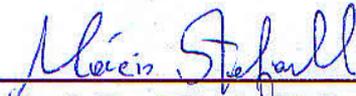
Haiglan Frank Batista Plotzki

Controle de Corrente em Conversores Conectados à Rede Elétrica por meio de Filtro-LCL Utilizando o Controle Adaptativo Simples com Dinâmicas Suplementares Discretas.

Dissertação de mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia Elétrica.

Área de concentração: Sistemas de Energia

Trabalho aprovado. Alegrete, RS, 23 de março de 2018



Prof. Dr. Márcio Stefanello
Orientador
UNIPAMPA



Prof. Dr. Rodrigo Padilha Vieira
UFSM



Prof. Dr. Felipe Bovolini Grigoletto
UNIPAMPA

Alegrete, RS
2018

*Aos meus pais, Nelson e Sandra, às minhas irmãs, Anna Maria e Isabella, pelo apoio,
confiança e incentivo.*

Agradecimentos

Aos meus pais, Nelson e Sandra, pela presença e pelo suporte em todos os momentos da minha vida.

Às minhas irmãs, Anna Maria e Isabella, pelo companheirismo e incentivo.

Ao meu orientador, Márcio Stefanello, pela difícil tarefa de incentivo junto com a cobrança necessária para o desenvolvimento do trabalho.

Ao Grupo de Eletrônica de Potência e Controle (GEPOC) da Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) pela disponibilização do laboratório e da bancada experimental para obtenção dos resultados.

Aos amigos do GPSEI (Grupo de Pesquisa em Sistemas Eletrônicos) e a todos que de alguma forma ajudaram, agradeço por acreditarem no meu potencial e nas minhas ideias.

“Se A é o sucesso, então A é igual a X mais Y mais Z. O trabalho é X; Y é o lazer; e Z é manter a boca fechada.”
(Albert Einstein)

Resumo

Em aplicações envolvendo a conexão de conversores na rede elétrica via filtro LCL, o controlador do tipo Proporcional Ressonante (PR) está entre os mais utilizados para a rejeição dos distúrbios provenientes da rede elétrica e rastreamento assintótico de referências senoidais. Entretanto, devido às incertezas inerentes do sistema físico, a aplicação prática do PR necessita, na maioria das vezes, realizar ajustes nos seus ganhos via tentativa e erro de forma a obter o desempenho desejado. Com intuito de compensar as incertezas da planta utilizam-se controladores de topologias adaptativas, pois estas técnicas apresentam a capacidade de modificar seus ganhos de forma a manter o desempenho desejado quando submetido a variações dos parâmetros da planta. Uma técnica de controle adaptativa é o Controle Adaptativo Simples ou SAC (*Simple Adaptive Control*), topologia de controle derivada do Rastreador Gerador de Comando ou CGT (*Command Generator Tracker*), e deve ser utilizada em plantas com critérios de passividade do tipo SPR ou ASPR; utilizando o filtro LCL como planta, a aplicação do SAC não é possível, já que o filtro LCL é classificado como uma planta do tipo não ASPR. Desta forma, é necessário utilizar o SAC com adição das dinâmicas suplementares, estrutura adicional com finalidade de ampliar a faixa de aplicação do algoritmo adaptativo. Combinando o PR com essa técnica de controle obtém-se um algoritmo que suporta variações paramétricas sem perda de desempenho e utiliza de um compensador, com procedimento de projeto já consolidado na literatura, para estabilização da planta. Este trabalho tem por objetivo aplicar, no domínio do tempo discreto, o algoritmo adaptativo SAC com dinâmica suplementar, utilizando como estrutura o controlador PR, para controlar a corrente de saída do filtro LCL conectado à rede elétrica. A estrutura proposta necessita ser estudada e comprovada de forma a garantir a estabilidade do algoritmo, dessa forma, além do objetivo proposto, é realizado o desenvolvimento do SAC com dinâmicas suplementares para aplicação no tempo discreto. O desenvolvimento do algoritmo resultou em uma estrutura semelhante à apresentada no tempo contínuo, sendo necessário apenas a modificação do termo de estabilização do algoritmo adaptativo ($v(k)$) e a adição de um ganho constante ($0 < \alpha_f \ll 1$) na estrutura das dinâmicas suplementares. A validação da técnica de controle aplicada ao filtro LCL consistiu em simulações computacionais e aplicações experimentais considerando os parâmetros do filtro LCL com condições nominais e com variações paramétricas. Do ponto de vista de desempenho, mesmo com problemas de ressonância do filtro LCL, a estratégia adaptativa utilizando o PR como dinâmica suplementar obteve menor tempo de transitório e redução do erro de rastreamento quando comparado ao mesmo controlador PR aplicado isoladamente, ou seja, sem a adição da parcela adaptativa.

Palavras-chave: Conversores conectados à rede elétrica. Controlador PR. Controle Adaptativo Simples com dinâmicas suplementares.

Abstract

In applications involving the connection of converters in the electric network by LCL filter, the Proportional Resonant (PR) controller are among the most used for the rejection of disturbances from the electric grid and to achieve asymptotic tracking of sinusoidal references. However, due to the inherent uncertainties of the physical system, the practical application of PR requires, in most cases, to make adjustments to its gains through trial and error in order to obtain the desired performance. In order to compensate the uncertainties of the plant are used controllers with adaptive topologies, since these techniques have the ability to modify their gains in order to obtain the desired performance when the plant have parametric variation. An adaptive control technique is the Simple Adaptive Control (SAC), a control topology derived from the Command Generator Tracker (CGT), and must be used in plants with passivity criteria of SPR or ASPR; using the LCL filter as plant, the application of the SAC is not possible, since the LCL filter is classified as a non-ASPR plant. In this way, it is necessary to use the SAC with addition of the supplementary dynamics, additional structure in order to extend the application range of the adaptive algorithm. Combining PR with this control technique yields an algorithm that supports parametric variations without loss of performance and uses a compensator, with a design procedure already consolidated in the literature, for stabilization of the plant. This work aims to apply, in the discrete time domain, the adaptive algorithm SAC with supplementary dynamics, using as structure the PR controller, to control the output current of the LCL filter. The proposed structure needs to be studied and proven in order to guarantee the stability of the algorithm, thus, in addition to the proposed objective, the development of the SAC with supplementary dynamics for the application in the discrete time is realized. The development of the algorithm resulted in a structure similar to that presented in continuous time, requiring only the modification of the stabilization term of the adaptive algorithm ($v(k)$) and the addition of a constant gain ($0 < \alpha_f \ll 1$) in the structure of the supplementary dynamics. The validation of the control technique applied to the LCL filter consisted of computational simulations and experimental applications considering the parameters of the LCL filter with nominal conditions and with parametric variations. From the performance point of view, even with resonance problems of the LCL filter, the adaptive strategy using the PR as supplementary dynamic obtained a shorter transient time and reduced tracking error when compared to the same PR controller applied alone, ie without the addition of the adaptive topology.

Keywords: Grid connect converters. PR controller. Simple Adaptive Control with Supplementary Dynamics.

Lista de ilustrações

Figura 1 – Representação elétrica de um VSI conectado com a rede elétrica por meio de um filtro LCL.	33
Figura 2 – Circuito elétrico trifásico representando as variáveis do filtro LCL.	34
Figura 3 – Circuito monofásico para o filtro LCL.	38
Figura 4 – Exemplo de aplicação para uma topologia de controle por modelo de referência.	48
Figura 5 – Diagrama de blocos para o controle adaptativo utilizando dinâmicas suplementares inseridas no caminho da realimentação do erro.	55
Figura 6 – Estrutura adaptativa para o SAC no domínio discreto.	62
Figura 7 – Diagrama de blocos aplicados no domínio discreto para o SAC com dinâmicas suplementares inseridas no caminho do erro de rastreamento.	64
Figura 8 – Configuração em malha fechada para um compensador utilizado com realimentação negativa	74
Figura 9 – Diagrama de blocos representando a conexão do controlador à rede elétrica. Os blocos sombreados são aqueles implementados internamente na DSP.	77
Figura 10 – Diagrama de blocos representando o algoritmo de controle do SAC com dinâmicas suplementares implementado nas coordenadas α e β no DSP.	78
Figura 11 – Traçado do lugar das raízes no tempo contínuo para as diferentes combinações entre os parâmetros do filtro LCL, sendo R_1 mínimo, de acordo com a Tabela 2.	81
Figura 12 – Traçado do lugar das raízes no tempo contínuo para algumas combinações entre parâmetros do filtro LCL, considerando L_1 máximo; e R_1 , R_c e C_f mínimos, de acordo com a Tabela 2.	82
Figura 13 – Comparação entre a saída do modelo de referência e a corrente controlada nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 0,3mH na simulação em software.	88
Figura 14 – Comparação do erro de rastreamento entre a corrente de saída do filtro e a saída do modelo de referência nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 0,3mH na simulação em software.	89
Figura 15 – Convergência dos ganhos do controlador adaptativo SAC para uma planta com indutância de saída de 0,3mH nas coordenadas $\alpha\beta$ para o transitório inicial (a) e na aplicação dos degraus na amplitude de referência (b), para simulação em software.	90

Figura 16 – Comparação entre a saída do modelo de referência e a corrente controlada nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 1,3mH na simulação em software.	91
Figura 17 – Comparação entre o erro de rastreamento composto pela corrente de saída do filtro e pela saída do modelo de referência nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 1,3mH na simulação em software.	92
Figura 18 – Convergência dos ganhos do controlador adaptativo SAC para uma planta com indutância de saída de 1,3mH nas coordenadas $\alpha\beta$ para o transitório inicial (a) e na aplicação dos degraus na amplitude de referência (b), para simulação em software.	93
Figura 19 – Comparação entre as respostas transitórias iniciais do sistema para a saída do modelo de referência e a corrente controlada nas coordenadas $\alpha\beta$ do algoritmo adaptativo (a) , e do algoritmo ressonante (b) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 0,3mH e uma carga em série de 6 Ω na simulação em software.	94
Figura 20 – Comparação entre o transitório inicial do erro de rastreamento entre a corrente de saída do filtro e a saída do modelo de referência nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e para o algoritmo ressonante (b) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 0,3mH e uma carga em série de 6 Ω na simulação em software.	94
Figura 21 – Convergência durante o transitório inicial dos ganhos do controlador adaptativo SAC para uma planta com indutância de saída de 0,3mH e uma carga em série de 6 Ω nas coordenadas $\alpha\beta$ durante a simulação em software.	95
Figura 22 – Comparação entre as respostas transitórias iniciais do sistema para a saída do modelo de referência e a corrente controlada nas coordenadas $\alpha\beta$ do algoritmo adaptativo (a) , e do algoritmo ressonante (b) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 1,3mH e uma carga em série de 6 Ω	95
Figura 23 – Comparação entre o transitório inicial do erro de rastreamento entre a corrente de saída do filtro e a saída do modelo de referência nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e para o algoritmo ressonante (b) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 1,3mH e uma carga em série de 6 Ω	96
Figura 24 – Convergência durante o transitório inicial dos ganhos do controlador adaptativo SAC para uma planta com indutância de saída de 1,3mH e uma carga em série de 6 Ω nas coordenadas $\alpha\beta$	96

Figura 25 – Comparação entre a saída do modelo de referência e a corrente controlada nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 0,3mH e conexão com a rede elétrica.	97
Figura 26 – Comparação do erro de rastreamento entre a corrente de saída do filtro e a saída do modelo de referência nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 0,3mH e conexão com a rede elétrica.	98
Figura 27 – Convergência dos ganhos do controlador adaptativo SAC para uma planta com indutância de saída de 0,3mH nas coordenadas $\alpha\beta$ para o transitório inicial (a) e na aplicação dos degraus na amplitude de referência (b) com o conversor conectado à rede elétrica.	99
Figura 28 – Comparação entre a saída do modelo de referência e a corrente controlada nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 1,3mH com conexão à rede elétrica.	100
Figura 29 – Comparação entre o erro de rastreamento composto pela corrente de saída do filtro e pela saída do modelo de referência nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 1,3mH conectado com a rede elétrica.	101
Figura 30 – Convergência dos ganhos do controlador adaptativo SAC para uma planta com indutância de saída de 1,3mH nas coordenadas $\alpha\beta$ para o transitório inicial (a) e na aplicação dos degraus na amplitude de referência (b) na aplicação da bancada conectada à rede elétrica.	102
Figura 31 – Comparação entre a saída do modelo de referência e a corrente controlada nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 0,3mH.	105
Figura 32 – Comparação do erro de rastreamento entre a corrente de saída do filtro e a saída do modelo de referência nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 0,3mH.	106
Figura 33 – Convergência dos ganhos do controlador adaptativo SAC para uma planta com indutância de saída de 0,3mH nas coordenadas $\alpha\beta$ para o transitório inicial (a) e na aplicação dos degraus na amplitude de referência (b).	107
Figura 34 – Comparação entre a saída do modelo de referência e a corrente controlada nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 1,3mH.	108

Figura 35 – Comparação entre o erro de rastreamento composto pela corrente de saída do filtro e pela saída do modelo de referência nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 1,3mH.	109
Figura 36 – Convergência dos ganhos do controlador adaptativo SAC para uma planta com indutância de saída de 1,3mH nas coordenadas $\alpha\beta$ para o transitório inicial (a) e na aplicação dos degraus na amplitude de referência (b).	110
Figura 37 – Comparação entre as respostas transitórias iniciais do sistema para a saída do modelo de referência e a corrente controlada nas coordenadas $\alpha\beta$ do algoritmo adaptativo (a) , e do algoritmo ressonante (b) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 0,3mH e uma carga em série de 6 Ω	111
Figura 38 – Comparação entre o transitório inicial do erro de rastreamento entre a corrente de saída do filtro e a saída do modelo de referência nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e para o algoritmo ressonante (b) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 0,3mH e uma carga em série de 6 Ω	111
Figura 39 – Convergência durante o transitório inicial dos ganhos do controlador adaptativo SAC para uma planta com indutância de saída de 0,3mH e uma carga em série de 6 Ω nas coordenadas $\alpha\beta$	112
Figura 40 – Comparação entre as respostas transitórias iniciais do sistema para a saída do modelo de referência e a corrente controlada nas coordenadas $\alpha\beta$ do algoritmo adaptativo (a) , e do algoritmo ressonante (b) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 1,3mH e uma carga em série de 6 Ω	112
Figura 41 – Comparação entre o transitório inicial do erro de rastreamento entre a corrente de saída do filtro e a saída do modelo de referência nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e para o algoritmo ressonante (b) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 0,3mH e uma carga em série de 6 Ω	113
Figura 42 – Convergência durante o transitório inicial dos ganhos do controlador adaptativo SAC para uma planta com indutância de saída de 1,3mH e uma carga em série de 6 Ω nas coordenadas $\alpha\beta$	113
Figura 43 – Comparação entre a saída do modelo de referência e a corrente controlada nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 0,3mH e conexão com a rede elétrica.	114
Figura 44 – Comparação do erro de rastreamento entre a corrente de saída do filtro e a saída do modelo de referência nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 0,3mH e conexão com a rede elétrica.	115

Figura 45 – Convergência dos ganhos do controlador adaptativo SAC para uma planta com indutância de saída de 0,3mH nas coordenadas $\alpha\beta$ para o transitório inicial (a) e na aplicação dos degraus na amplitude de referência (b) com o conversor conectado à rede elétrica.	116
Figura 46 – Comparação entre a saída do modelo de referência e a corrente controlada nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 1,3mH com conexão à rede elétrica.	117
Figura 47 – Comparação entre o erro de rastreamento composto pela corrente de saída do filtro e pela saída do modelo de referência nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 1,3mH conectado com a rede elétrica.	118
Figura 48 – Convergência dos ganhos do controlador adaptativo SAC para uma planta com indutância de saída de 1,3mH nas coordenadas $\alpha\beta$ para o transitório inicial (a) e na aplicação dos degraus na amplitude de referência (b) na aplicação da bancada conectada à rede elétrica.	119
Figura 49 – Comparação entre o conteúdo harmônico das simulações do algoritmo adaptativo quando conectado: (a) em curto com indutância de 0,3mH; (b) curto com indutância de 1,3mH; (c) contra a rede elétrica com indutância de 0,3mH; (d) contra a rede elétrica com indutância de 1,3mH	121
Figura 50 – Comparação entre o conteúdo harmônico das simulações do PR quando conectado: (a) em curto com indutância de 0,3mH; (b) curto com indutância de 1,3mH; (c) contra a rede elétrica com indutância de 0,3mH; (d) contra a rede elétrica com indutância de 1,3mH	122
Figura 51 – Comparação entre o conteúdo harmônico do acionamento da bancada experimental com indutância de 0,3mH do algoritmo adaptativo quando conectado em (a) curto e (c) contra a rede elétrica, e do PR quando conectado em (b) curto e (d) contra a rede elétrica.	123
Figura 52 – Comparação entre o conteúdo harmônico do acionamento da bancada experimental com indutância de 1,3mH do algoritmo adaptativo quando conectado em (a) curto e (c) contra a rede elétrica, e do PR quando conectado em (b) curto e (d) contra a rede elétrica.	124
Figura 53 – Comparação entre as ações de controle para as coordenadas $\alpha\beta$ do algoritmo adaptativo conectado em curto circuito com indutância de (a) 0,3mH e (c) 1,3mH, e para o PR conectado em curto de (b) 0,3mH e (d) de 1,3mH.	125
Figura 54 – Comparação entre as ações de controle para as coordenadas $\alpha\beta$ do algoritmo adaptativo conectado contra a rede elétrica com indutância de (a) 0,3mH e (c) 1,3mH, e para o PR com indutância de (b) 0,3mH e (d) 1,3mH.	126

Figura 55 – Comparação entre as ações de controle da simulação em software para as coordenadas $\alpha\beta$ do algoritmo adaptativo conectado contra a rede elétrica com indutância de (a) 0,3mH e (c) 1,3mH, e para o PR com indutância de (b) 0,3mH e (d) 1,3mH.	127
Figura 56 – Topologia do filtro LCL adotado para projeto dos seus parâmetros.	141
Figura 57 – Circuito elétrico a ser modelo para o projeto do filtro LCL e controladores.	142
Figura 58 – Diagrama de blocos para a aplicação de um controle ressonante em conjunto com a planta.	145

Lista de tabelas

Tabela 1 – Parâmetros de projeto para o filtro LCL	78
Tabela 2 – Valores nominais de construção do filtro LCL e suas possíveis variações. . .	78
Tabela 3 – Parâmetros de filtro LCL utilizado para projeto das dinâmicas suplementares.	82
Tabela 4 – Variações de parâmetros entre os ensaios de validação do algoritmo adaptativo.	86
Tabela 5 – Ganhos do algoritmo adaptativo durante a implementação em ambiente com- putacional.	87
Tabela 6 – Valores adotados para os ganhos do algoritmo adaptativo quando aplicado na bancada experimental.	104

Sumário

1	INTRODUÇÃO	23
1.1	Filtros de Saída para Conversores Conectados à Rede Elétrica	24
1.2	Controladores Clássicos	25
1.3	Técnicas de Controle Avançadas	27
1.4	Objetivos	30
1.5	Organização do Documento	30
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	33
2.1	Filtro LCL	33
2.1.1	Representação em coordenadas $\alpha\beta 0$	36
2.2	Amortecimento Ativo	39
2.3	Controlador Proporcional Ressonante	40
2.4	Critérios de Passividade de Sistemas Dinâmicos	41
2.4.1	Caso contínuo	42
2.4.2	Caso discreto	44
2.5	Controle Adaptativo Simples	47
2.5.1	Algoritmo base do SAC	47
2.5.2	Adaptação dos ganhos do controlador CGT	50
2.6	Uso de Dinâmicas Suplementares	54
2.6.1	Análise de estabilidade	56
2.6.2	Escolha das dinâmicas suplementares	59
3	DESENVOLVIMENTO DO CONTROLE ADAPTATIVO SIMPLES PARA O DOMÍNIO DISCRETO	61
3.1	Discretização do Algoritmo Base	61
3.2	Dinâmicas Suplementares Discretas	63
3.2.1	Erro de rastreamento	66
3.2.2	Análise de estabilidade	67
3.3	Prova de Estabilidade	68
3.4	Escolha das Dinâmicas Suplementares	73
4	PROJETO E IMPLEMENTAÇÃO	77
4.1	Configurações Iniciais	77
4.2	Projeto do Sistema Adaptativo	79
4.2.1	Projeto do modelo de referência	84
4.2.2	Equações de adaptação	85

4.3	Roteiro de Ensaios	85
4.4	Validação por Meio de Simulações Computacionais	87
4.4.1	Simulação em curto-circuito	87
4.4.2	Aplicação conectado à rede elétrica	96
4.5	Validação Experimental	103
4.5.1	Realização em curto-circuito	103
4.5.2	Implementação conectado à rede elétrica	113
4.6	Análise dos Resultados	120
5	CONCLUSÃO	129
5.1	Trabalhos futuros	130
	REFERÊNCIAS	133
	APÊNDICES	139
A	– PROJETO DO FILTRO LCL	141
B	– PROJETO DO CONTROLADOR PR	145
C	– PROVA DE ESTABILIDADE PARA SAC COM DINÂMICAS SUPLEMENTARES NO TEMPO CONTÍNUO	147

1 INTRODUÇÃO

Em aplicações envolvendo a conexão de conversores na rede elétrica são necessários alguns componentes básicos para sua implementação. Um dos mais importantes são os filtros no estágio de saída do conversor, pois este componente tem a função de atenuar o conteúdo harmônico de corrente gerado no processo de comutação das chaves do conversor; dentre as opções de filtros utilizadas, as mais comuns são os filtros do tipo L e do tipo LCL (BAO et al., 2014). A utilização de conversores atuando como inversores de frequência devem atender certos critérios de qualidade da energia ao serem conectados à rede elétrica, pois a degradação do sinal elétrico aumenta as perdas do sistema de distribuição (MUNIR; LI, 2013). Dessa forma, a topologia de conversor na configuração de VSI (do inglês, *Voltage Source Inverters*) utilizada na implementação de um filtro ativo de potência (FAP) apresenta a capacidade de melhorar a qualidade de energia no ponto de conexão com a rede elétrica, pois esta topologia soluciona problemas relacionados à correção do fator de potência, oscilações de tensão, compensação de harmônicos e correção no desbalanço de fases (SINGH; AL-HADDAD; CHANDRA, 1999). Algumas das topologias para conexão de filtros ativos são apresentadas em Steela e Rajpurohit (2014), onde os autores abordam as topologias de operação dos conversores atuando como fonte de tensão (VSI) e fonte de corrente ou CSI (do inglês, *Current Source Inverter*). Conforme Singh, Al-Haddad e Chandra (1999) diferentes topologias de conexão para FAPs implicam na compensação de diferentes problemas de qualidade de energia. A topologia a VSI (apresentada em Barcenas, Cardenas e Roffiel (2006)) é a mais aplicada devido às características de atuação sobre mais variados problemas de qualidade de energia gerada pelos componentes em uma instalação industrial, comercial e/ou residencial, ao comparar esta topologia com o CSI. Os principais problemas solucionados pelos VSI estão relacionados com a redução do conteúdo harmônico de corrente e a degradação do fator de potência, devido aos equipamentos como motores, fornos de indução, computadores, retificadores etc (PRABAAKARAN; CHITRA; KUMAR, 2013). Independentemente da topologia de conversor escolhida, é necessário a utilização de controladores para realizar o acionamento das chaves do conversor; a escolha entre qual dos diferentes tipos de controladores utilizar deve considerar a planta utilizada (a maioria das vezes é o modelo do filtro utilizado na saída do conversor), os critérios de desempenho (tempo de resposta, erro em regime etc) definidos, principalmente, pelas normas que padronizam a aplicação de conversores isolados e/ou conectados à rede elétrica, e também é necessário considerar se o controlador será implementado em tempo contínuo ou discreto.

1.1 Filtros de Saída para Conversores Conectados à Rede Elétrica

Quando é desejado a injeção de corrente na rede elétrica através de um VSI faz-se necessário o uso de filtros indutivos, sendo os utilizados com maior frequência os formados estritamente por indutores (filtro do tipo L) e o filtro que apresenta uma combinação entre indutores e capacitores conhecido filtro LCL.

O filtro do tipo L consiste na utilização de apenas um indutor entre o conversor e a rede elétrica. Esse tipo de filtro pode ser facilmente projetado e resulta em uma planta que aceita controladores que apresentam baixa complexidade, como os da família PID (Proporcional Integral Derivativo). Entretanto, o valor da indutância necessária para atingir uma determinada atenuação depende da frequência de comutação das chaves, do nível de tensão da rede e do barramento de corrente contínua (CC). Dependendo destes parâmetros de projeto e dos requisitos impostos pelas normas, os valores de indutância podem inviabilizar a aplicação deste tipo de filtro dado ao tamanho, ao volume e/ou às perdas devido a presença de correntes reativas circulantes no sistema (TANG et al., 2010).

A topologia de filtro do tipo LCL consiste no uso de uma estrutura de filtro em T, com dois indutores e um capacitor, combinando-se esses elementos resulta em uma maior atenuação das componentes harmônicas de alta frequência, oriundas do processo de comutação do conversor e que afeta tanto a tensão quanto a corrente de saída do filtro. Entretanto, o procedimento de projeto é mais elaborado e apresenta algumas restrições relacionados à frequência de ressonância e ao amortecimento da mesma (JALILI; BERNET, 2009).

Um dos problemas encontrados no uso do filtro LCL é devido à indutância de saída, visto que, esta indutância é composta como a soma entre a indutância do filtro e a indutância da rede. Para redes fracas, que apresentam uma indutância de linha alta, há uma interação maior entre essas indutâncias resultando em uma variação significativa da frequência de ressonância. Sendo assim, é necessário o conhecimento das características da rede para o projeto dos controladores, como observado em Liserre, Teodorescu e Blaabjerg (2006), onde foi estudado o efeito da rede sobre o pico de ressonância do filtro e os efeitos no controle da corrente.

A ressonância do filtro LCL é oriunda da associação dos elementos indutivos (indutores do filtro e da rede elétrica) e capacitivos. Existem inúmeras formas de atenuação para essa ressonância, em Zhao e Chen (2009) são apresentadas algumas técnicas, sendo classificadas como métodos ativos e métodos passivos. O processo de inserção de resistências em diferentes locais do circuito é denominado amortecimento passivo; estas resistências podem ser adicionadas em qualquer elemento reativo, sendo mais comum a inserção destas em série ou paralelo com o capacitor do filtro; uma maneira de contornar as elevadas perdas oriundas desse método é a utilização de topologias de filtros passivos em conjunto com as resistências de amortecimento, entretanto, pode ocasionar dissintonia da frequência de ressonância projetada para o filtro LCL. Na classificação de amortecimento ativo, os autores mostram a possibilidade de realizar retro-

ação dos estados do filtro LCL, realimentação da corrente/tensão do capacitor e a aplicação de um atraso de amostragem na planta; a retroação dos estados resultou em uma baixa banda passante para o controlador, além de ter aumentado a complexidade do algoritmo de controle, visto que, para reduzir custos com sensores é necessário projetar um observador de estados, o qual necessita do exato conhecimento da planta a ser trabalhada, dessa forma, tornando este método inviável sua aplicação para casos onde há variação paramétrica; o processo de amortecimento ativo pela realimentação da corrente do capacitor, denominado por resistor virtual, consiste na aplicação de uma malha interna de controle utilizando a corrente que circula nos capacitores do filtro LCL de forma que o comportamento dinâmico da planta, observado pelo controlador na malha externa, é semelhante a um filtro do tipo LCL com amortecimento passivo via inserção de um resistor em série com o capacitor do filtro (DAHONO, 2002); o amortecimento com base na realimentação da tensão do capacitor resulta em uma aplicação semelhante ao resistor virtual, entretanto, é necessária a adição de um compensador em avanço de fase para encontrar a corrente que circula sobre o capacitor do filtro; por fim, a adição de um atraso na medição de corrente garante efeitos de amortecimento da ressonância, entretanto esse método prejudica a compensação de correntes harmônicas, pois leva a limitações na banda passante do sistema.

A comparação entre o amortecimento passivo e o ativo por realimentação da corrente do capacitor é estudada em Hojabri e Hojabri (2006), onde foi observado que esses métodos aplicam, na frequência de ressonância, uma atenuação no ganho da planta e evita variações bruscas de fase. Apesar da redução nas perdas do sistema, o amortecimento ativo apresenta uma desvantagem relacionado ao aumento na quantidade de sensores utilizados para a sua implementação, além da perda de desempenho diante variações da frequência de ressonância, como observado em Wessels, Dannehl e Fuchs (2008), onde foi realizado um estudo sobre a influência da frequência de ressonância no comportamento do amortecimento ativo. Os autores observaram que para uma alta frequência de ressonância é possível obter um sistema estável a partir do correto projeto da resistência virtual, e para o caso de uma baixa frequência de ressonância seria necessário diminuir a banda passante do controlador para que o sistema permaneça estável.

1.2 Controladores Clássicos

Os controladores classificados com clássicos, para este trabalho, são aqueles que não apresentam em sua estrutura a capacidade de trabalhar sob variações paramétricas da planta, ou seja, havendo variações de parâmetros a resposta do sistema será degradada e deixará de atender aos critérios desejados pelo projetista, podendo até a levar o sistema a instabilidade. Sob essas condições, os controladores comumente utilizados no acionamento de conversores conectados na rede elétrica e classificados como clássicos são: o controlador Proporcional Integral (PI), o Proporcional Ressonante (PR), o *Deadbeat*, o Histerese e o Repetitivo (BLAABJERG et al., 2006). Dependendo da aplicação do conversor algumas topologias de controle não poderão ser aplicadas devido às condições impostas pelo sistema, como critérios de erro nulo, banda

passante, limitação da capacidade de processamento do microcontrolador etc.

Na implementação em sistemas trifásicos são utilizadas as transformações de coordenadas do sistema de abc para eixos síncronos dq ou estacionários $\alpha\beta 0$ (YAZDANI; IRAVANI, 2010). Essas transformações permitem a utilização de controladores como os citados, pois reduzem a complexidade e retiram o acoplamento do sistema trifásico.

A aplicação do controlador PI em conversores conectados à rede elétrica consegue garantir erro de rastreamento nulo quando sua implementação é realizada no referencial síncrono dq (CHA; VU; KIM, 2009). Dessa forma, em aplicações com múltiplos sinais harmônicos faz necessária a mudança de sincronismo para cada frequência que o controlador deverá atuar (BLA-ABJERG et al., 2006). Em Dannehl, Wessels e Fuchs (2009) os autores realizaram a análise de estabilidade para o controlador PI quando utilizado para controlar as correntes sobre os indutores do filtro LCL e do filtro L, foi demonstrado que o controlador PI apresentou erro nulo de rastreamento, entretanto, houve limitação de banda passante, além de haver perda de desempenho relacionada à variação paramétrica.

Alternativamente, pode-se utilizar controladores do tipo PR no referencial estacionário $\alpha\beta 0$. Segundo a demonstração dos autores, a função de transferência do PR apresenta erro nulo para a frequência que se deseja rejeitar/rastrear, e ainda é observado que o controlador PI é um caso específico em que a frequência utilizada é zero, ou seja, é realizada a integral de um sinal constante. Ainda é mostrado que é possível utilizar o mesmo procedimento de projeto para os ganhos em ambas as topologias, sendo que a única diferença é definida pela posição dos polos do PR, devem estar localizados sobre a frequência de ressonância. Um dos problemas ao utilizar o controlador PR em sistemas digitais está no ganho infinito que este apresenta na frequência de ressonância, sendo assim, uma topologia de PR usando amortecimento (também chamado Quasi-PR) é implementada em Chattopadhyay, De e Bhattacharya (2014). Nesse trabalho é realizado um estudo comparativo entre as duas topologias de controladores ressonantes, onde se observou que o Quasi-PR proporciona uma maior banda de operação dos controladores ressonantes ao permitir uma variação de frequência do sinal/distúrbio analisado, sendo que a magnitude da banda passante é representada pelo termo de amortecimento adicionado.

O controle por Histerese resulta num sistema inerentemente estável e robusto devido ao seu funcionamento, o qual consiste em gerar os sinais de comutação das chaves eletrônicas de acordo com o valor do erro do sinal controlado, gerando assim, problemas para modelagem da planta devido à frequência de comutação variável das chaves (KAZMIERKOWSKI; MALESANI, 1998) (MALESANI; TOMASIN, 1993).

Os controladores citados anteriormente podem ser implementados em hardware analógico ou digital, desde que considerado as especificações de cada método de implementação. Já os controladores *Deadbeat* e Repetitivo são exclusivamente implementados em meio digital.

O controlador *Deadbeat* visa utilizar o modelo discretizado da planta para que a ação

de controle aplicada à mesma corresponda à referência com o menor atraso possível (BLAAB-JERG et al., 2006), dessa forma, esse controlador apresenta extrema dependência do tempo de amostragem e do conhecimento dos parâmetros da planta, pois qualquer atraso ou parâmetro não modelado ao aplicar a ação de controle ocasionará uma resposta indesejada da ação do controlador. Como forma de compensar os efeitos indesejados são estudados métodos como em Kawabata, Miyashita e Yamamoto (1987), onde é apresentada uma adaptação do algoritmo para suprimir o problema de atraso de processamento, o que acaba por alterar o modelo dinâmico do sistema; e Malesani, Mattavelli e Buso (1998), é mostrado uma estratégia de controle para melhorar a robustez quanto à variação paramétrica presente na planta.

Controladores Repetitivos são utilizados principalmente para obter um rastreamento assintótico com rejeição de distúrbios envolvendo grandezas periódicas, independentemente da forma de onda, nas frequências desejadas através da inserção de atrasos para um determinado número de amostras (COSTA-CASTELLO; GRINO; FOSSAS, 2004). Esse controlador ainda apresenta a particularidade de não demandar maior esforço computacional à medida que os sinais de referência e/ou as grandezas de distúrbio se tornam mais complexas (MATTAVELLI; MARAFAO, 2004), entretanto, o desempenho e a estabilidade são severamente comprometidos à medida que a frequência desses sinais varia (MICHELS; STEFANELLO; GRÜNDLING, 2012). Como forma de corrigir esse problema, em Mattavelli e Marafao (2004) foi utilizado uma PLL (do inglês, *Phase-Locked Loop*) para realizar a mudança da frequência de amostragem do controlador de forma a manter o número de períodos de amostragem com valor múltiplo ao da frequência fundamental do sistema. Para os casos onde é considerado que a frequência do sinal varia de forma lenta, pode-se considerar o método de projeto apresentado em Mattavelli (2001), onde é utilizado um compensador do tipo integrador como modelo de projeto do controlador repetitivo.

1.3 Técnicas de Controle Avançadas

As técnicas de controle avançadas receberam esse nome, neste trabalho, por serem técnicas de controle que apresentam robustez para variações paramétricas da planta, ou seja, mesmo quando há mudança dos parâmetros da planta esses controladores manterão o desempenho estipulado pelo projetista.

Dada as possíveis incertezas, tanto paramétricas quanto de estrutura, presentes em sistemas formados por conversores conectados no sistema elétrico, várias técnicas de controle e metodologias de projeto mais complexas têm sido propostas. Dentre essas topologias podem-se citar os controladores Adaptativos, Fuzzy e Redes Neurais (MALESANI; TOMASIN, 1993).

O controlador por lógica Fuzzy é baseado na tomada de decisões com base em um conjunto de regras atribuídas às diferentes combinações das entradas. Esse método de controle têm sido de grande interesse devido sua robustez e a não necessidade do conhecimento do mo-

delo matemático da planta, podendo ainda ser aplicado em sistemas não lineares (ZHANG; LI; WANG, 2010). Em Mekri, Mazari e Machmoum (2006) foi desenvolvido e implementado um controlador Fuzzy em conjunto com o controlador por Histerese de forma a otimizar o acionamento do conversor e ainda foi realizado um estudo comparativo para a carga do capacitor do barramento CC através de controlador PI em conjunto com a lógica Fuzzy.

Outra técnica baseada em sistemas inteligentes é a utilização de Redes Neurais, a grande vantagem no uso deste método é pelo algoritmo utilizado no processo de aprendizagem da mesma, pois esse algoritmo tem a capacidade de realizar separação de amostras, predição de respostas, modelagem de funções etc (HAYKIN; ENGEL, 2007). Dessa forma, é possível aplicá-lo em sistemas de controle mais complexos e predição do comportamento da planta, como observado em Vazquez e Salmeron (2003), onde os autores fazem uso de duas topologias de redes neurais para aplicação em um FAP (Filtro Ativo de Potência).

A diferença mais significativa entre os controladores clássicos e os controladores adaptativos está evidente nos ganhos desses controladores. Enquanto os controladores clássicos apresentam ganhos invariantes no tempo e projetados para um determinado conjunto de parâmetros da planta ou ponto de operação; os controladores adaptativos tem seus ganhos modificados de forma a compensar os erros obtidos entre a planta modelada e a planta controlada durante a operação do controlador.

Algumas topologias de controladores adaptativos consistem em realizar modificações nos controladores clássicos com a finalidade tornar seus ganhos, sua estrutura, e/ou seus parâmetros de projeto uma estrutura adaptativa, obtendo assim, robustez do sistema para variações paramétricas. Esse tipo de controladores são classificados como robustos. Um método gráfico para projeto de controladores do tipo Proporcional Ressonante é apresentado em Li et al. (2013), seu projeto é realizado através da representação do traçado dos polos e zeros da planta em malha fechada para as diferentes possibilidades de parâmetros que a planta estaria submetida. Outro método é a utilização dos conceitos de Desigualdade Matricial Linear ou LMI (do inglês, *Linear Matrix Inequality*) para realizar o projeto robusto dos controladores; como observado em Gabe, Montagner e Pinheiro (2009), onde foi utilizado do LMI para o projeto de um controlador multi-malha composto uma realimentação de estados na malha interna e a malha externa sendo aplicado um PR; e em Syed, Abido e Kennel (2016), onde é aplicado o controlador por retroação de estados em conjunto com um observador de estados utilizando LMI para garantir robustez. Em Yang et al. (2011), Emami e Watkins (2011) e Kahrobaeian e Mohamed (2014) são apresentadas técnicas de projeto para controladores PI, PR e PID (Proporcional Integral Derivativo), respectivamente, são projetos robustos utilizando da teoria do controle H_∞ para escolha dos ganhos desses controladores, visto que o H_∞ é uma técnica de projeto para controles robustos que une o sistema de inequações do LMI com a otimização dos ganhos através da norma H_∞ ($\|\cdot\|_\infty$). Em Mohamed (2011) é apresentado uma estrutura multi-malha adaptativa que conta com uma malha interna contendo o controle robusto para predição da corrente de saída do con-

versor e a malha externa utiliza a combinação de um controlador proporcional ressonante e um sliding mode para a geração da referência de corrente a ser sintetizada pelo conversor. Outro exemplo de modificações das estruturas clássicas é apresentado em Zeng et al. (2005), onde foi proposta uma topologia de alocação de polos para controladores PR discreto em que a função de transferência do compensador utilizado é atualizado automaticamente pelo algoritmo, através da identificação do polinômio característico do compensador por uma técnica de projeto robusto.

Uma das topologias de controladores adaptativos lineares que apresenta variedade de aplicações e modificações é o Controle Adaptativo por Modelo de Referência ou MRAC (do inglês, *Model Reference Adaptive Control*). Esta topologia consiste em estipular uma ação de controle que aproxime o comportamento da planta controlada à dinâmica definida por um modelo desejado, denominado modelo de referência (SASTRY; BODSON, 2011). Este controlador não apresenta dependência do conhecimento dos parâmetros da planta, sendo necessário somente que o modelo de referência tenha o mesmo grau relativo da planta. A aplicação de um MRAC para o controle de um filtro ativo é apresentado em Shyu et al. (2008), neste artigo observaram que a resposta do controlador adaptativo apresentou transitórios suaves na inicialização do sistema, bom desempenho transitório quanto à variação de carga e compensação satisfatória em regime permanente, que são características obtidas pela implementação desta técnica de controle.

Uma topologia de controle adaptativo direto por modelo de referência é apresentado em Kaufman, Barkana e Sobel (2012), neste controlador é utilizado um conjunto de leis de adaptação para os ganhos do controlador Rastreador Gerador de Comando ou CGT (do inglês, *Command Generator Tracker*), técnica de controle utilizado para plantas lineares invariantes no tempo e com coeficientes constantes e conhecidos. A lei de controle do CGT é composta por duas parcelas, uma obtida através da definição de trajetórias ideais da planta, representadas pelas variáveis, a ação de controle e os estados da planta, do modelo de referência; e a outra parcela é um ganho de realimentação negativa da planta para garantir rastreamento assintótico. A eliminação do conhecimento dos parâmetros da planta é possível através da utilização de uma lei de adaptação direta aplicada aos ganhos do controlador CGT de forma a obter uma topologia adaptativa, denominada de Controle Adaptativo Simples ou SAC (do inglês, *Simple Adaptive Control*). Essa técnica de controle adaptativa é empregada somente em plantas que apresentam critérios de estabilidade definidos pelos conceitos de: Estritamente Positivo Real ou SPR (do inglês, *Strictly Positive Real*); ou Quase Estritamente Positivo Real ou ASPR (do inglês, *Almost Strictly Positive Real*) (KAUFMAN; BARKANA; SOBEL, 2012). Nos casos em que os critérios de estabilidade das plantas são classificadas do tipo não ASPR é necessário realizar modificações na estrutura do SAC para que seja possível a sua utilização, essas modificações podem se apresentar de duas maneiras: através da inserção de dinâmicas suplementares; ou adição de uma ação *feedforward* paralela à planta de forma a tornar o sistema ASPR. As dinâmicas suplementares é uma estrutura adicional, com funcionalidade semelhante aos dos compensadores *feedforward*, adicionada à topologia de controle como forma de estabilizar a planta do

tipo não ASPR para que o algoritmo do SAC seja aplicado (SU; SOBEL, 1991); em Kaufman, Barkana e Sobel (2012) são apresentados três topologias para a inserção das dinâmicas suplementares, onde cada uma apresenta características de aplicações distintas; sendo em Su e Sobel (1990) apresentado um caso de aplicação utilizando a topologia inserida no caminho do erro de realimentação do algoritmo. A não utilização das dinâmicas suplementares força a aplicação de compensadores com ação *feedforward* paralela para mudar as condições de estabilidade da planta, pois dessa forma a aplicação do algoritmo base do SAC é realizado em uma planta virtual que atenda aos critérios do algoritmo adaptativo, essa técnica pode ser observada em IWAI e MIZUMOTO (1994) e em TANEMURA e CHIDA (2015).

1.4 Objetivos

Este trabalho tem por objetivo a aplicação do algoritmo adaptativo nomeado Controle Adaptativo Simples utilizando o controlador Proporcional Ressonante (PR) como dinâmica complementar para controlar a corrente de saída de um filtro do tipo LCL.

Como forma de atingir esse objetivo é necessário realizar uma série de passos, sendo assim, como objetivos específicos podem-se citar:

- Aplicar o controlador Proporcional Ressonante para controlar um conversor alimentado em tensão conectado na rede elétrica;
- Empregar o Controle Adaptativo Simples, utilizando um PR como dinâmica complementar, no domínio do tempo contínuo para o controle do conversor conectado na rede elétrica;
- Converter a estrutura do SAC com dinâmicas suplementares para domínio discreto;
- Realizar o desenvolvimento matemático do SAC com dinâmicas suplementares no tempo discreto para verificação da possibilidade aplicação;
- Desenvolver um método gráfico de projeto para as dinâmicas suplementares quando utilizando o SAC no tempo discreto.

1.5 Organização do Documento

O Capítulo 1 apresenta um breve estudo sobre a utilização de conversores de potência conectados à rede elétrica como fontes de tensão, assim como, as possibilidades de controladores a serem adotados.

No Capítulo 2 é apresentado os conhecimentos básicos necessários para a aplicação do Controle Adaptativo Simples no controle de corrente de um sistema formado por um conversor conectado à rede elétrica por meio do filtro LCL. Esses conceitos estão relacionados: à modelagem do filtro LCL (Seção 2.1); à utilização da técnica de amortecimento da ressonância do filtro

LCL pelo método do resistor virtual (Seção 2.2); aos conceitos básicos envolvendo o controlador Proporcional Ressonante (Seção 2.3); aos critérios de estabilidade segundo os conceitos de passividade dos sistemas dinâmicos (Seção 2.4). Sendo na Seção 2.5 apresentado a estrutura do algoritmo base do SAC no tempo contínuo, assim como, a topologia para controlar plantas não ASPR através da adição das dinâmicas suplementares (Seção 2.6).

A contribuição do presente trabalho se inicia a partir do Capítulo 3, sendo provado na Seção 3.1 que o algoritmo base para o SAC pode ser utilizado em aplicações no domínio discreto. Posteriormente, na Seção 3.2, é realizada a análise da estrutura adaptativa do SAC utilizando dinâmicas suplementares no domínio discreto, e na Seção 3.3, é provada a estabilidade do algoritmo. Por fim, na Seção 3.4 é obtido a metodologia de conversão dos compensadores em dinâmicas suplementares, com representação em espaço de estados.

A validação do algoritmo utilizando o controlador PR como dinâmica suplementar para o SAC no domínio discreto está apresentada no Capítulo 4. Primeiramente, na Seção 4.1, são apresentados às características da planta, e o projeto do algoritmo adaptativo é apresentado na Seção 4.2. Os resultados obtidos via simulação computacional estão apresentados na Seção 4.4 e os resultados experimentais na Seção 4.5, sendo na Seção 4.6 realizado algumas análises sobre os resultados obtidos.

O Capítulo 5 apresenta as conclusões sobre o trabalho e sugestões de trabalhos futuros.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo é apresentada a revisão teórica necessária para o desenvolvimento e aplicação do controlador proposto. Essa revisão consiste na modelagem em coordenadas $\alpha\beta$ do filtro LCL conectado a um Inversor Alimentado em Tensão ou VSI (do inglês, *Voltage Source Inverter*) interligado à rede elétrica; a introdução das características do controlador Proporcional Ressonante, o qual será utilizado em conjunto com o algoritmo adaptativo; são apresentados os critérios de passividade para as plantas nos domínios contínuo e discreto; e é introduzido alguns dos conceitos fundamentais para o entendimento e aplicação do controlador adaptativo no domínio contínuo.

2.1 Filtro LCL

A configuração de um VSI trifásico utilizando um filtro LCL para a conexão com a rede elétrica é apresentada na Figura 1.

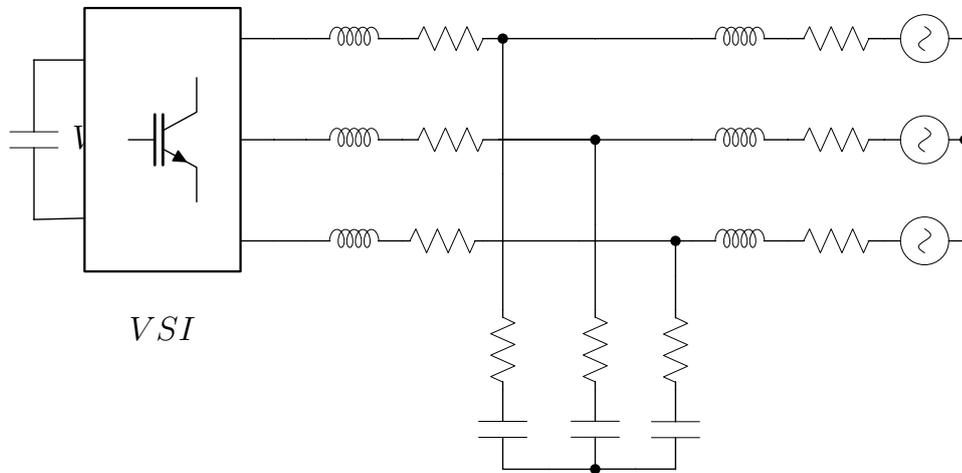


Figura 1 – Representação elétrica de um VSI conectado com a rede elétrica por meio de um filtro LCL.

Convertendo o conversor da Figura 1 em uma fonte de tensão pulsada $u_{an}(t)$, $u_{bn}(t)$ e $u_{cn}(t)$ (as tensões sintetizadas pelos braços do conversor) e admitindo o filtro LCL com parâmetros idênticos entre suas fases, é obtido o diagrama elétrico da Figura 2. $v_{gan}(t)$, $v_{gbn}(t)$ e $v_{gcn}(t)$ representam as tensões de fase da rede elétrica no ponto de conexão do filtro; as correntes de fase do lado do conversor são definidas por $i_{x_1}(t)$, as correntes do lado rede elétrica por $i_{x_2}(t)$ e as tensões dos capacitores do filtro identificadas por v_{x_n} , onde $x = a, b, c$ representa a fase elétrica.

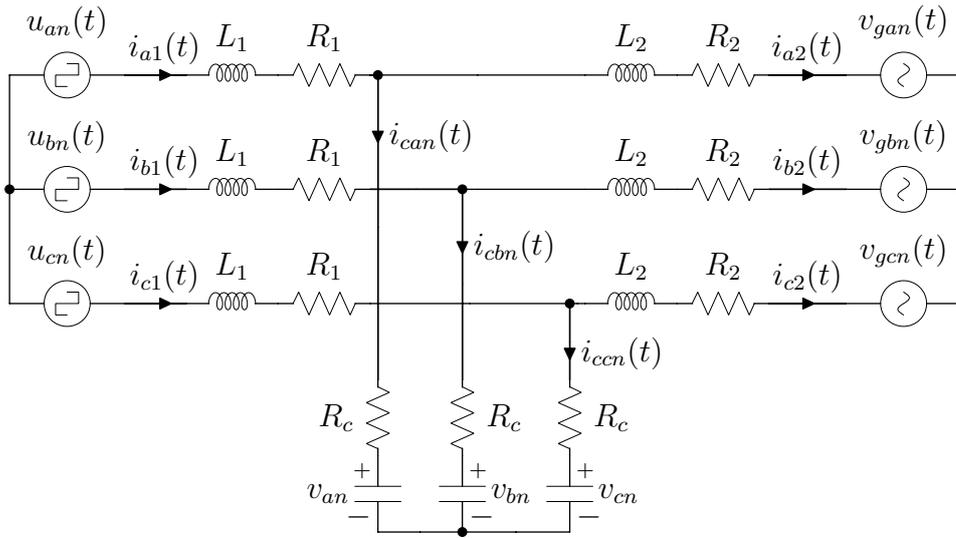


Figura 2 – Circuito elétrico trifásico representando as variáveis do filtro LCL.

As equações elétricas referentes ao circuito da Figura 2 são: (2.1), o conjunto de equações para as malhas de corrente referentes ao lado do conversor; (2.2), as equações referentes às malhas de corrente da saída do filtro; e (2.3), o balanço de corrente sobre o ponto de conexão dos capacitores. A notação de tempo nas variáveis elétricas foi suprimida com o propósito de simplificar a representação das equações.

$$\begin{cases} u_{an} - R_1 i_{a1} - L_1 \dot{i}_{a1} - R_c i_{can} - v_{an} + v_{bn} + R_c i_{cbn} + L_1 \dot{i}_{b1} + R_1 i_{b1} - u_{bn} = 0 \\ u_{bn} - R_1 i_{b1} - L_1 \dot{i}_{b1} - R_c i_{cbn} - v_{bn} + v_{cn} + R_c i_{ccn} + L_1 \dot{i}_{c1} + R_1 i_{c1} - u_{cn} = 0 \\ i_{a1} + i_{b1} + i_{c1} = 0 \iff \dot{i}_{a1} + \dot{i}_{b1} + \dot{i}_{c1} = 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

$$\begin{cases} v_{an} + R_c i_{can} - R_2 i_{a2} - L_2 \dot{i}_{a2} - v_{gan} + v_{gbn} + R_2 i_{b2} + L_2 \dot{i}_{b2} - R_c i_{cbn} - v_{bn} = 0 \\ v_{bn} + R_c i_{cbn} - R_2 i_{b2} - L_2 \dot{i}_{b2} - v_{gbn} + v_{gcn} + R_2 i_{c2} + L_2 \dot{i}_{c2} - R_c i_{ccn} - v_{cn} = 0 \\ i_{a2} + i_{b2} + i_{c2} = 0 \iff \dot{i}_{a2} + \dot{i}_{b2} + \dot{i}_{c2} = 0 \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\begin{cases} i_{can} = C_f \dot{v}_{an} = i_{a1} - i_{a2} \\ i_{cbn} = C_f \dot{v}_{bn} = i_{b1} - i_{b2} \\ i_{ccn} = C_f \dot{v}_{cn} = i_{c1} - i_{c2} \end{cases} \quad (2.3)$$

Adotando a representação de espaço de estados para os sistemas anteriores, obtém-se o seguinte modelo:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{abc}(t) &= A_{abc} x_{abc}(t) + B_{abc} u_{abc}(t) + E_{abc} v_{abc}(t) \\ y(t) &= C_{abc} x_{abc}(t), \end{aligned} \quad (2.4)$$

sendo a matriz C_{abc} escolhida de acordo com a saída desejada do sistema,

$$\begin{aligned}
 A_{abc} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{3} - \frac{2R'_1}{3L_1} & \frac{1}{3} + \frac{R'_1}{3L_1} & \frac{1}{3} + \frac{R'_1}{3L_1} & \frac{2R_c}{3L_1} & -\frac{R_c}{3L_1} & -\frac{R_c}{3L_1} & -\frac{2}{3L_1} & \frac{1}{3L_1} & \frac{1}{3L_1} \\ \frac{1}{3} + \frac{R'_1}{3L_1} & \frac{1}{3} - \frac{2R'_1}{3L_1} & \frac{1}{3} + \frac{R'_1}{3L_1} & -\frac{R_c}{3L_1} & \frac{2R_c}{3L_1} & -\frac{R_c}{3L_1} & \frac{1}{3L_1} & -\frac{2}{3L_1} & \frac{1}{3L_1} \\ \frac{1}{3} + \frac{R'_1}{3L_1} & \frac{1}{3} + \frac{R'_1}{3L_1} & \frac{1}{3} - \frac{2R'_1}{3L_1} & -\frac{R_c}{3L_1} & -\frac{R_c}{3L_1} & \frac{2R_c}{3L_1} & \frac{1}{3L_1} & \frac{1}{3L_1} & -\frac{2}{3L_1} \\ \frac{2R_c}{3L_2} & -\frac{R_c}{3L_2} & -\frac{R_c}{3L_2} & \frac{1}{3} - \frac{2R'_2}{3L_2} & \frac{1}{3} + \frac{R'_2}{3L_2} & \frac{1}{3} + \frac{R'_2}{3L_2} & \frac{2}{3L_2} & -\frac{1}{3L_2} & -\frac{1}{3L_2} \\ -\frac{R_c}{3L_2} & \frac{2R_c}{3L_2} & -\frac{R_c}{3L_2} & \frac{1}{3} + \frac{R'_2}{3L_2} & \frac{1}{3} - \frac{2R'_2}{3L_2} & \frac{1}{3} + \frac{R'_2}{3L_2} & -\frac{1}{3L_2} & \frac{2}{3L_2} & -\frac{1}{3L_2} \\ -\frac{R_c}{3L_2} & -\frac{R_c}{3L_2} & \frac{2R_c}{3L_2} & \frac{1}{3} + \frac{R'_2}{3L_2} & \frac{1}{3} + \frac{R'_2}{3L_2} & \frac{1}{3} - \frac{2R'_2}{3L_2} & -\frac{1}{3L_2} & -\frac{1}{3L_2} & \frac{2}{3L_2} \\ \frac{1}{C_f} & 0 & 0 & -\frac{1}{C_f} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_f} & 0 & 0 & -\frac{1}{C_f} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_f} & 0 & 0 & -\frac{1}{C_f} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 B_{abc} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{3} + \frac{2}{3L_1} & \frac{1}{3} - \frac{1}{3L_1} & \frac{1}{3} - \frac{1}{3L_1} \\ \frac{1}{3} - \frac{1}{3L_1} & \frac{1}{3} + \frac{2}{3L_1} & \frac{1}{3} - \frac{1}{3L_1} \\ \frac{1}{3} - \frac{1}{3L_1} & \frac{1}{3} - \frac{1}{3L_1} & \frac{1}{3} + \frac{2}{3L_1} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad E_{abc} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} - \frac{2}{3L_2} & \frac{1}{3} + \frac{1}{3L_2} & \frac{1}{3} + \frac{1}{3L_2} \\ \frac{1}{3} + \frac{1}{3L_2} & \frac{1}{3} - \frac{2}{3L_2} & \frac{1}{3} + \frac{1}{3L_2} \\ \frac{1}{3} + \frac{1}{3L_2} & \frac{1}{3} + \frac{1}{3L_2} & \frac{1}{3} - \frac{2}{3L_2} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 x_{abc}(t) &= \begin{bmatrix} i_{a1}(t) & i_{b1}(t) & i_{c1}(t) & i_{a2}(t) & i_{b2}(t) & i_{c2}(t) & v_{an}(t) & v_{bn}(t) & v_{cn}(t) \end{bmatrix}^T \\
 u_{abc} &= \begin{bmatrix} u_a(t) \\ u_b(t) \\ u_c(t) \end{bmatrix}, \quad v_{abc}(t) = \begin{bmatrix} v_a(t) \\ v_b(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix}, \quad R'_1 = R_1 + R_c, \quad R'_2 = R_2 + R_c \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

Como observado na modelagem do sistema (analisando a matriz de estados B_{abc}), ao utilizar as coordenadas no domínio abc obtém-se um sistema em que as dinâmicas dos estados são modificadas por uma combinação linear entre as ações de controle ($u_{abc}(t)$) de duas ou mais fases do filtro LCL. Do ponto de vista de aplicação e projeto de controladores esse efeito torna-se indesejado, sendo assim, para realizar a remoção desse acoplamento é utilizada a transformação de coordenadas elétricas abc para coordenadas $\alpha\beta$ ou em coordenadas dq. Portanto, apesar do algoritmo adaptativo a ser utilizado permitir a aplicação em sistemas MIMO (do inglês, *Multiple Input Multiple Output*), neste trabalho será utilizado a transformação de coordenadas abc para $\alpha\beta$ de modo a obter modelos equivalentes SISO (do inglês, *Single Input Single Output*) desacoplados.

2.1.1 Representação em coordenadas $\alpha\beta 0$

A utilização dessa transformação de variáveis proporciona uma modificação matemática da representação do circuito elétrico trifásico ($i_a, i_b, i_c, u_a, u_b \dots$) permitindo obter três sistemas monofásicos, desacoplados entre si, e que contém as informações dos sinais originais (YAZDANI; IRAVANI, 2010). Aplicando a transformada de Clark no sistema elétrico abc, (2.4), é o equivalente a obter três modelos em espaço de estados de um filtro LCL monofásico, com a estrutura e parâmetros nas três coordenadas idênticas (considerando que o sistema trifásico simétrico e equilibrado).

A mudança de coordenadas elétricas para as coordenadas $\alpha\beta 0$ consiste em aplicar a transformada de Clarke (2.6) nas variáveis de estados do sistema descrito em (2.4).

$$\begin{bmatrix} X_\alpha \\ X_\beta \\ X_0 \end{bmatrix} = T_{\alpha\beta 0} \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{bmatrix} \iff \begin{bmatrix} X_a \\ X_b \\ X_c \end{bmatrix} = T_{\alpha\beta 0}^{-1} \begin{bmatrix} X_\alpha \\ X_\beta \\ X_0 \end{bmatrix}, \quad (2.6)$$

onde

$$T_{\alpha\beta 0} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Considerando as dimensões do vetor de estados, a matriz $T_{\alpha\beta 0}$ é expandida de forma a contemplar os três conjuntos de variáveis contidos no vetor $x_{abc}(t)$. dessa forma obtém-se

$$T_{\text{var}} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{3}} & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

Aplicando a relação descrita em (2.6) em (2.4), usando a adaptação de (2.8), obtém-se

$$T_{\text{var}} \dot{x}_{\alpha\beta 0}(t) = A_{\text{abc}} T_{\text{var}} x_{\alpha\beta 0}(t) + B_{\text{abc}} T_{\alpha\beta 0} u_{\alpha\beta 0}(t) + E_{\text{abc}} T_{\alpha\beta 0} v_{\alpha\beta 0}(t), \quad (2.9)$$

ou

$$\dot{x}_{\alpha\beta 0}(t) = T_{\text{var}}^{-1} A_{\text{abc}} T_{\text{var}} x_{\alpha\beta 0}(t) + T_{\text{var}}^{-1} B_{\text{abc}} T_{\alpha\beta 0} u_{\alpha\beta 0}(t) + T_{\text{var}}^{-1} E_{\text{abc}} T_{\alpha\beta 0} v_{\alpha\beta 0}(t). \quad (2.10)$$

Realizando as operações em (2.10) é obtido (2.11).

$$\dot{x}_{\alpha\beta 0}(t) = A_{\alpha\beta 0}x_{\alpha\beta 0}(t) + B_{\alpha\beta 0}u_{\alpha\beta 0}(t) + E_{\alpha\beta 0}v_{\alpha\beta 0}(t). \quad (2.11)$$

sendo

$$A_{\alpha\beta 0} = \begin{bmatrix} -\frac{R'_1}{L_1} & 0 & 0 & \frac{R_c}{L_1} & 0 & 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{R'_1}{L_1} & 0 & 0 & \frac{R_c}{L_1} & 0 & 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{R_c}{L_2} & 0 & 0 & -\frac{R'_2}{L_2} & 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R_c}{L_2} & 0 & 0 & -\frac{R'_2}{L_2} & 0 & 0 & \frac{1}{L_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_f} & 0 & 0 & -\frac{1}{C_f} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_f} & 0 & 0 & -\frac{1}{C_f} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_f} & 0 & 0 & -\frac{1}{C_f} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_{\alpha\beta 0} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad E_{\alpha\beta 0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{L_2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{L_2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$x_{\alpha\beta 0}(t) = \left[i_{\alpha 1}(t) \quad i_{\beta 1}(t) \quad i_{01}(t) \quad i_{\alpha 2}(t) \quad i_{\beta 2}(t) \quad i_{02}(t) \quad v_{\alpha n}(t) \quad v_{\beta n}(t) \quad v_{0n}(t) \right]^T$$

$$u_{\alpha\beta 0} = \begin{bmatrix} u_{\alpha}(t) \\ u_{\beta}(t) \\ u_0(t) \end{bmatrix}, \quad v_{\alpha\beta 0}(t) = \begin{bmatrix} v_{\alpha}(t) \\ v_{\beta}(t) \\ v_0(t) \end{bmatrix}, \quad R'_1 = R_1 + R_c, \quad R'_2 = R_2 + R_c \quad (2.12)$$

Como observado através de (2.11), é possível realizar a representação e modelagem do sistema trifásico utilizando circuitos monofásicos. Sendo assim, utilizando uma formulação genérica de uma coordenada do plano $\alpha\beta 0$, apresentado na Figura 3, é possível obter a mesma formulação de (2.11) com menos manipulações algébricas.

Considerando o circuito apresentado na Figura 3, obtêm-se as seguintes equações elétricas:

$$\begin{cases} u(t) - v_{R_1}(t) - v_{L_2}(t) - v_{R_c}(t) - v_c(t) = 0 \\ v_c(t) + v_{R_c}(t) - v_{R_2}(t) - v_{L_2}(t) - v(t) = 0 \\ i_1(t) - i_c(t) - i_2(t) = 0, \end{cases} \quad (2.13)$$

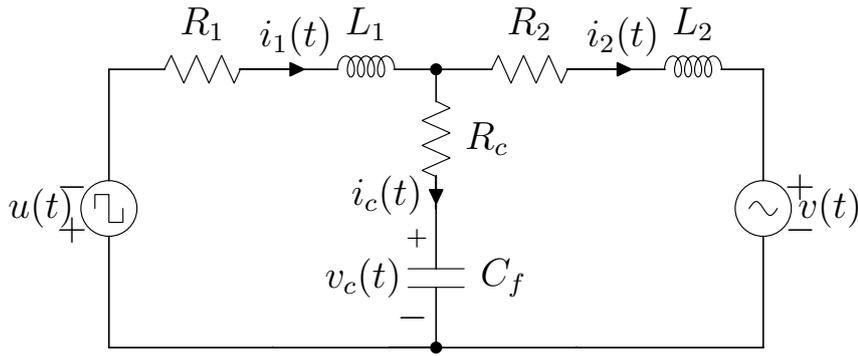


Figura 3 – Circuito monofásico para o filtro LCL.

realizando as manipulações necessárias, o sistema (2.13) torna-se

$$\begin{cases} u(t) - R_1 i_1(t) - L_1 di_1(t)/dt - R_c i_c(t) - v_c(t) = 0 \\ v_c(t) + R_c i_c(t) - R_2 i_2(t) - L_2 di_2(t)/dt - v(t) = 0 \\ i_c(t) = C_f dv_c(t)/dt = i_1(t) - i_2(t). \end{cases} \quad (2.14)$$

Reescrevendo e substituindo $i_c(t) = i_1(t) - i_2(t)$ nas duas primeiras equações

$$\begin{cases} di_1(t)/dt = u(t)/L_1 - R_1 i_1(t)/L_1 - R_c(i_1(t) - i_2(t))/L_1 - v_c(t)/L_1 \\ di_2(t)/dt = v_c(t)/L_2 + R_c(i_1(t) - i_2(t))/L_2 - R_2 i_2(t)/L_2 - v(t)/L_2 \\ dv_c(t)/dt = i_1(t)/C_f - i_2(t)/C_f, \end{cases} \quad (2.15)$$

e adotando a representação em espaços de estados obtêm-se

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{i}_1(t) \\ \dot{i}_2(t) \\ \dot{v}_c(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -(R_1 + R_c)/L_1 & R_c/L_1 & -1/L_1 \\ R_c/L_2 & -(R_2 + R_c)/L_2 & 1/L_2 \\ 1/C_f & -1/C_f & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 1/L_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ -1/L_2 \\ 0 \end{bmatrix} v(t) \\ y &= C \begin{bmatrix} i_1(t) \\ i_2(t) \\ v_c(t) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (2.16)$$

sendo C uma matriz ou vetor escolhido de acordo com a saída desejada para a planta.

Considerando que o circuito trifásico adotado apresenta parâmetros equilibrados entre

as fases, é possível obter os modelos correspondentes às coordenadas $\alpha\beta$ como

$$\begin{cases} \dot{x}_\alpha(t) = A_{\alpha\beta} x_\alpha(t) + B_{\alpha\beta} u_\alpha(t) + E_{\alpha\beta} v_\alpha(t) \\ y_\alpha(t) = C_{\alpha\beta} x_\alpha(t) \\ \dot{x}_\beta(t) = A_{\alpha\beta} x_\beta(t) + B_{\alpha\beta} u_\beta(t) + E_{\alpha\beta} v_\beta(t) \\ y_\beta(t) = C_{\alpha\beta} x_\beta(t) \end{cases}$$

sendo que

$$\begin{aligned} A_{\alpha\beta} &= \begin{bmatrix} -(R_1 + R_c)/L_1 & R_c/L_1 & -1/L_1 \\ R_c/L_2 & -(R_2 + R_c)/L_2 & 1/L_2 \\ 1/C_f & -1/C_f & 0 \end{bmatrix} \\ B_{\alpha\beta} &= \begin{bmatrix} 1/L_1 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \quad E_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} 0 & -1/L_2 & 0 \end{bmatrix}^T \\ x_\alpha(t) &= \begin{bmatrix} i_{1_\alpha}(t) & i_{2_\alpha}(t) & v_{c_\alpha}(t) \end{bmatrix}^T \\ x_\beta(t) &= \begin{bmatrix} i_{1_\beta}(t) & i_{2_\beta}(t) & v_{c_\beta}(t) \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (2.17)$$

Quando o sistema trifásico é balanceado e equilibrado, o circuito da coordenada Zero pode ser desprezado, pois as magnitudes dos seus estados são nulas.

2.2 Amortecimento Ativo

Quando utilizando o modelo do filtro LCL para projeto e validação computacional das estratégias de controles, geralmente, são removidas as resistências dos modelos matemáticos, com o objetivo de simplificação das análises. Entretanto, devido às características estruturais do filtro LCL, é necessário realizar atenuação do ganho na frequência de ressonância para que não interfira no desempenho do controlador. A forma mais usual de amortecimento da frequência de ressonância é a utilização de um resistor em série com a capacitância do filtro, algumas metodologias de projeto para filtros LCL apresentam uma metodologia para a escolha do resistor para amortecimento passivo. Por outro lado, a utilização desse resistor aumenta as perdas do sistema, além de que esse método adiciona um zero a função de transferência, resultando na atenuação do conteúdo harmônico na frequência de acionamento do conversor.

Alternativamente, pode-se realizar o amortecimento da ressonância do filtro LCL utilizando técnicas de amortecimento ativo. Dentre dessas técnicas tem-se o método do resistor virtual, o qual insere uma malha de controle interna com realimentação da corrente do capacitor, gerando assim, uma função de transferência com amortecimento nos polos ressonantes. Essa técnica traz a vantagem de manter a atenuação para as harmônicas de alta frequência. Uma forma de projeto para o resistor virtual é proposto em Orellana e Griñó (2012a) e mostrado em (2.18).

Esse método consiste em utilizar a relação existente entre o resistor projetado como amortecimento passivo r_{passivo} para encontrar o ganho equivalente do amortecimento ativo, utilizado para a realimentação da corrente do capacitor.

$$K_c = \frac{R_c}{V_{DC}} \left(1 + \frac{L_1}{L_2} \right) \quad (2.18)$$

A relação (2.18) é obtida ao comparar os modelos do filtro LCL com amortecimento passivo (2.19) e com amortecimento ativo (2.20).

$$G_{\text{passivo}}(s) = \frac{-V_{DC}\omega_n^2}{L_1 + L_2} \frac{1 + C_f R_c s}{s(s^2 + C_f R_c \omega_n^2 s + \omega_n^2)} \quad (2.19)$$

$$G_{\text{ativo}}(s) = \frac{-V_{DC}\omega_n^2}{L_1 + L_2} \frac{1}{s \left(s^2 + \frac{K_c V_{DC}}{L_1} s + \omega_n^2 \right)} \quad (2.20)$$

onde V_{DC} é a tensão do barramento de corrente contínua; L_1 , L_2 e C_f são parâmetros do filtro LCL; $\omega_n = \sqrt{(L_1 + L_2)/(C_f L_1 L_2)}$; R_c é o resistor para amortecimento passivo e K_c o ganho de realimentação para o amortecimento ativo. Atribuindo que a dinâmica dos polos para o sistema passivo e ativo devem ser iguais, obtém-se

$$C_f R_c \omega_n^2 = K_c V_{DC} L_1, \quad (2.21)$$

sendo assim, realizando as devidas manipulações algébricas é obtido (2.18).

2.3 Controlador Proporcional Ressonante

Quando se trabalha com a conexão de conversores à rede elétrica há a necessidade de converter o nível de tensão contínuo do barramento CC para uma forma de onda alternada. Sendo assim, impõe-se a utilização de controladores capazes de trabalhar corretamente com sinais de referências alternados. Alguns artifícios matemáticos permitem auxiliar neste processo, como através do mapeamento das variáveis elétricas utilizando a transformada $\alpha\beta 0$. Outra alternativa é o uso da transformada dq, o qual converte a representação das variáveis elétricas alteradas em duas coordenadas em quadratura sintonizadas por uma frequência fixa de forma a obter variáveis representadas como um sinal constante (YAZDANI; IRAVANI, 2010).

Para o caso de sinais senoidais, onde não é desejada ou apropriada à transformação para as coordenadas dq, utiliza-se controladores que apresentam a propriedade de trabalhar com sinais alternados. Um desses controladores é o controlador Proporcional Ressonante (PR).

A representação do controlador PR ideal é

$$G_c(s) = K_p + K_r \frac{s}{s^2 + \omega_0^2}, \quad (2.22)$$

sendo K_p o ganho relacionado à parcela proporcional, K_r o ganho da parcela ressonante, e ω_0 a frequência de ressonância. Analisando a estrutura (2.22), ela se reduz ao controlador Proporcional Integral (PI), quando considerado $\omega_0 = 0$, pois o controlador PI é um caso específico do controlador PR para sinais contínuos; portanto, uma alternativa para projeto de controladores ressonantes é através da aplicação de métodos de projeto para controladores PI, desde que atualize a estrutura relacionada ao integrador.

Devido as limitações físicas, não é habitual a utilização da função de transferência (2.22), pois essa apresenta um ganho infinito na frequência de ressonância, o que torna inviável a sua implementação, além da existência natural de amortecimento nas aplicações práticas, o que resulta em um controlador implementado diferente do projetado (CHA; VU; KIM, 2009). Dessa forma, na implementação prática do PR opta-se por utilizar o controlador Quasi-PR, cuja função de transferência é apresentada em (2.23). Esse controlador consiste em adicionar um termo extra responsável por representar o amortecimento aplicado na frequência de ressonância, apresentando a característica de aumentar a banda passante do controlador, visto que a frequência do sinal na prática pode apresentar oscilações, e diminuir o ganho para valores possíveis de serem implementados (CHATTOPADHYAY; DE; BHATTACHARYA, 2014).

$$G_c(s) = K_p + K_r \frac{2\omega_c s}{s^2 + 2\omega_c s + \omega_0^2}, \quad (2.23)$$

onde ω_c é o ganho relacionado com o amortecimento desejado para o PR, podendo ser obtido por

$$\omega_c = \zeta\omega_0. \quad (2.24)$$

onde ζ é o amortecimento desejado. O ω_c também tem relação com a banda passante do controlador PR, podendo assim, ser escolhido diretamente como a variação permitida para frequência de ressonância.(YANG et al., 2013).

2.4 Critérios de Passividade de Sistemas Dinâmicos

Alguns conceitos necessários para a aplicação de muitos controladores são os critérios de passividade dos sistemas dinâmicos. Estes conceitos são derivados da teoria de circuitos elétricos, através das relações entre os elementos passivos que compõem a impedância de um circuito, para indicar as condições de estabilidade que a planta apresenta (IOANNOU; SUN, 1996).

Realizando analogias entre plantas dinâmicas e impedâncias dos circuitos elétricos, uma planta classificada como Positiva Real ou PR (do inglês, *Positive Real*) tem comportamento semelhante a um circuito puramente resistivo. Uma planta com classificação Estritamente Positiva Real ou SPR (do inglês, *Strictly Positive Real*) apresenta características semelhantes à associação entre resistores e capacitores ou resistores e indutores. As plantas com classificação de Quase Estritamente Positiva Real ou ASPR (do inglês, *Almost Strictly Positive Real*) são equivalentes a

uma impedância composta pela associação de resistores, capacitores e indutores (resultando em uma planta com grau relativo $n \geq 2$) onde é possível controlar a saída utilizando realimentação negativa com apenas um ganho ($K > 0$). E por fim, plantas não ASPR são aqueles circuitos elétricos onde não se enquadram em nenhuma classificação anterior, normalmente são os circuitos osciladores ou instáveis (RUSNAK; BARKANA, 2009) (IOANNOU; SUN, 1996).

Devido aos efeitos da discretização, as definições de passividade para sistemas contínuos e discretos são diferentes e serão apresentados na sequência.

2.4.1 Caso contínuo

Considerando uma planta linear e invariante no tempo com representação em espaço de estados como

$$\begin{aligned}\dot{x}_p(t) &= A_p x_p(t) + B_p u_p(t) \\ y_p(t) &= C_p x_p(t) + D_p u_p(t),\end{aligned}\tag{2.25}$$

e representação em função de transferência

$$G_p(s) = D_p + C_p (sI - A_p)^{-1} B_p.\tag{2.26}$$

Dessa forma, essa planta será classificada como PR, SPR ou ASPR dependendo em qual dos seguintes critérios ela se enquadra.

2.4.1.1 Critério para um sistema PR

Definição 1 (IOANNOU; SUN, 1996) *Uma função racional $G_p(s)$ de variáveis complexas $s = \sigma + j\omega$ é classificada como PR se*

- i. $G_p(s)$ é real para s real.
- ii. $\text{Re}[G_p(s)] \geq 0$ para todos $\text{Re}[s] > 0$.

Lema 1 *Uma função de transferência própria e racional $G_p(s)$ é PR se e somente se*

- i. $G_p(s)$ é real para s real.
- ii. $G_p(s)$ é analítico em $\text{Re}[s] > 0$, e os polos no eixo $j\omega$ são simples de tal modo que os resíduos associados são reais e positivos.
- iii. Para todo valor real de ω , $s = j\omega$ não é um polo de $G_p(s)$, o qual tem $\text{Re}[G_p(j\omega)] \geq 0$.

2.4.1.2 Critério para um sistema SPR

Definição 2 (IOANNOU; SUN, 1996) *Assumindo que $G_p(s)$ não é idêntico à zero para todo s . Então $G_p(s)$ é SPR se $G_p(s - \varepsilon)$ é PR para algum $\varepsilon > 0$.*

O teorema a seguir fornece as condições para classificar um sistema como SPR:

Teorema 1 *Assumindo que uma função racional $G_p(s)$ de variáveis complexas $s = \sigma + j\omega$ é real para s real e não é igual a zero para todos os s . Considerando o grau relativo de $G_p(s) = Z(s)/R(s)$ como $|n^*| \leq 1$. Então, $G_p(s)$ é SPR se e somente se*

- i. $G_p(s)$ é analítico em $Re[s] \geq 0$
- ii. $Re[G_p(j\omega)] \geq 0, \forall \omega \in (-\infty, \infty)$
- iii. (a) Quando $n^* = 1, \lim_{|\omega| \rightarrow \infty} \omega^2 Re[G_p(j\omega)] > 0$.
(b) Quando $n^* = -1, \lim_{|\omega| \rightarrow \infty} \frac{G_p(j\omega)}{j\omega} > 0$.

Outra forma de definição de plantas SPR é a utilização das equações de estados, como apresentado em Tao e Ioannou (1990). Dessa forma, considera-se a planta como a definida em (2.25) e o seguinte teorema:

Teorema 2 *Assumindo A_p, B_p e C_p como representações mínimas para (2.25), $D_p = 0$ e B_p de posto completo. Dessa forma, a planta $G_p(s)$ será SPR se todas as seguintes condições forem satisfeitas:*

- (a) Todos os autovalores de A_p possuem partes reais negativas.
- (b) $C_p B_p = (C_p B_p)^T > 0$.
- (c) $C_p A_p B_p + (C_p A_p B_p)^T < 0$.

Uma terceira classificação de plantas SPR é através da seguinte definição.

Definição 3 (KAUFMAN; BARKANA; SOBEL, 2012) *Um sistema linear e invariante no tempo com representação mínima própria, (2.25), é classificada como SPR se as seguintes relações no domínio do tempo são satisfeitas:*

$$\begin{cases} PA_p + A_p^T P = -Q - L^T L < 0 \\ PB_p = C_p^T - L^T W \\ D + D^T = W^T W \end{cases} \quad (2.27)$$

onde L e W são matrizes reais, P é uma matriz positiva definida e Q é positivo semidefinido.

2.4.1.3 Critério para um sistema ASPR

Definição 4 (KAUFMAN; BARKANA; SOBEL, 2012) *Assumindo que $G_p(s)$ seja uma função de transferência contínua e linear. Assume-se que exista um ganho de realimentação negativo não singular $K > 0$, não necessariamente conhecido, que resulte na seguinte função de transferência de malha fechada*

$$G_a(s) = [I + G_p(s)K]^{-1} G_p(s), \quad (2.28)$$

sendo $G_a(s)$ classificado como SPR. Dessa forma, a função original $G_p(s)$ é classificada como ASPR.

Com base nesta definição, são apresentadas algumas características:

Lema 2 *Considerando $G_p(s)$ como sendo estritamente de fase mínima de grau relativo m (n polos e $n - m$ zeros). Tendo a realização mínima (A_p, B_p, C_p) onde $C_p B_p > 0$. Dessa forma, $G_p(s)$ é classificado como ASPR.*

Lema 3 *Qualquer função de transferência própria, mas não estritamente própria e estritamente de fase mínima, $G_p(s) = D_p + C_p(sI - A_p)^{-1}B_p$ (sendo D_p não singular) é ASPR.*

Analisando a Definição 4 para o caso em que a planta é descrita pelo modelo em espaço de estados (2.25), é equivalente a existência de matrizes simétricas positivas definidas P , L e W , além de um ganho $K > 0$, passível ou não de implementação, que satisfaçam simultaneamente as seguintes relações:

$$\begin{cases} P(A_p - B_p K C_p) + (A_p - B_p K C_p)^T P = -L^T L \\ P B_p = (C_p - D_p K C_p)^T - L^T W \\ D_p + D_p^T = W^T W \end{cases} \quad (2.29)$$

2.4.1.4 Métodos gráficos

Existem trabalhos que visam tornar mais receptiva a abordagem destes métodos de classificação de plantas. Em Rusnak e Barkana (2009) são apresentados métodos gráficos para a identificação das propriedades de SPR e ASPR através da análise nos domínios de bode, Nyquist, Nichols e traçado do lugar das raízes.

2.4.2 Caso discreto

Admitindo que uma planta linear e invariante no tempo com representação no domínio discreto e definida como

$$\begin{aligned} x_p(k+1) &= A_p x(k) + B_p u(k) \\ y_p(k) &= C_p x(k) + D_p u(k), \end{aligned} \quad (2.30)$$

tem sua representação em função de transferência como

$$G_p(z) = D_p + C_p(zI - A_p)^{-1}B_p. \quad (2.31)$$

A classificação desse sistema em DPR (do inglês, *Discrete Positive Real*), DSPR (do inglês, *Discrete Strictly Positive Real*) ou DASPR (do inglês, *Discrete Almost Strictly Positive Real*) depende em qual dos critérios das seguintes seções essa função se enquadra.

2.4.2.1 Critério para um sistema DPR

Segundo Hitz e Anderson (1969), a matriz quadrada $G_p(z)$ é dita DPR caso apresente as seguintes propriedades:

- i $G_p(z)$ tem elementos analíticos em $|z| > 1$
- ii $G_p^*(z) + G_p(z) \geq 0$ em $|z| > 1$.

Lema 4 (HITZ; ANDERSON, 1969) *Uma matriz quadrada $G_p(z)$ nos quais seus elementos são funções analíticas reais racionais em $|z| > 1$ é dita DPR se, e somente se, satisfazer todas as seguintes condições:*

- i *Os polos de $G_p(z)$ em $|z| = 1$ são simples*
- ii $G_p^T(e^{-j\omega}) + G_p(e^{j\omega}) \geq 0$ para todo ω real e que exista $G_p(e^{j\omega})$
- iii *Se $z_0 = e^{j\omega_0}$, com ω_0 real, é um polo de $G_p(z)$, e se R é a matriz residual de $G_p(z)$ em $z = z_0$, a matriz $Q = e^{-j\omega}R$ é Hermitiana não negativa definida.*

Lema 5 *Sendo $G_p(z)$ uma matriz quadrada de funções racionais reais de z sem polos em $|z| > 1$ e polos simples somente em $|z| = 1$, e considerando (A_p, B_p, C_p, D_p) a realização mínima de $G_p(z)$. Assim, as condições necessárias e suficientes para que $G_p(z)$ seja considerada como DPR é a existência de uma matriz real positiva definida P e matrizes reais L e W que sejam soluções de*

$$\begin{cases} A_p^T P A_p - P = -L^T L \\ A_p^T P B_p = C_p^T - L^T W \\ B_p^T P B_p = D_p + D_p^T - W^T W. \end{cases} \quad (2.32)$$

2.4.2.2 Critério para DSPR

Definição 5 (PRÄTZEL-WOLTERS; REINKE, 1991) *Uma matriz racional quadrada $G_p(z) \in \mathbb{R}(z)^{p \times p}$ é chamado DSPR se:*

$$\exists \rho \in (0, 1) \text{ no qual } G_p(\rho z) \text{ é DPR}$$

Lema 6 Sendo (A_p, B_p, C_p, D_p) a realização mínima da função de transferência racional própria $G_p(z) = D_p + C_p(zI - A_p)^{-1}B_p$, Dessa forma, $G_p(z)$ é DSPR se e somente se existe uma matriz simétrica real positiva definida P , matrizes reais L e W e um número real γ no quais satisfazem as seguintes condições

$$\begin{cases} A_p^T P A_p - P = -L^T L - \gamma^2 P \\ A_p^T P B_p = C_p^T - L^T W \\ B_p^T P B_p = D_p + D_p^T - W^T W. \end{cases} \quad (2.33)$$

2.4.2.3 Critério para um sistema DASPR

Assim como os conceitos de ASPR, os conceitos de DASPR envolvem a realimentação da planta através de um ganho constante. A seguinte definição verifica as condições para que uma planta apresente a característica de ser estabilizada por um alto ganho.

Definição 6 (PRÄTZEL-WOLTERS; REINKE, 1991) Um sistema discreto linear e invariante no tempo com função de transferência $G_p(z) \in \mathbb{R}(z)^{p \times p}$ é chamada estabilizada por um alto ganho se existe algum $\lambda^* \in \mathbb{R}_+$ de tal modo que os polos de malha fechada da função de transferência $(I + \lambda G_p(z))^{-1} G_p(z)$ esteja contido dentro do círculo de raio unitário $\{z \in \mathbb{C} \mid |z| \leq 1\}$ para todo $\lambda > \lambda^*$.

Considerando $G_p(z) \in \mathbb{R}(z)^{p \times p}$, este é classificado como DASPR se

$$\exists K \in \mathbb{R}^{p \times p} \text{ no qual } G_a(z) = (I + G_p(z)K)^{-1} G_p(z) \text{ é DSPR.}$$

Admitindo uma entrada como

$$u(k) = -Kx_p(k) + R\bar{u}(k), \quad (2.34)$$

aplicando essa relação em (2.30) é obtido

$$\begin{aligned} x(k+1) &= A_c x(k) + B_c \bar{u}(k) \\ y(k) &= C_c x(k) + D_c \bar{u}(k), \end{aligned} \quad (2.35)$$

sendo

$$\begin{cases} A_c = A_p - B_p K C_p \\ B_c = B_p R \\ C_c = C_p - D_p K C_p \\ D_c = D_p R. \end{cases} \quad (2.36)$$

Dessa forma, as condições expressas no Lema 6 são convertidas para o caso de uma planta DASPR como:

$$\begin{cases} A_c^T P A_c - P = -L L^T \\ A_c^T P B_c = C_c^T - L W \\ B_c^T P B_c = D_c + D_c^T - W^T W \end{cases} \quad (2.37)$$

Sendo P uma matriz simétrica positiva definida, W e L matrizes reais e γ um número real.

2.5 Controle Adaptativo Simples

O Controle Adaptativo Simples ou SAC (do inglês, *Simple Adaptive Control*) é um algoritmo adaptativo direto baseado na técnica do Rastreador Gerador de Comando ou CGT (do inglês, *Command Generator Tracker*) com ganhos adaptativos. Devido as características do CGT, é necessário realizar algumas modificações na estrutura do SAC de forma a ampliar sua faixa de aplicação para plantas do tipo não ASPR. A seguir serão introduzidos os conceitos e formulações iniciais para o entendimento e aplicação do SAC no tempo contínuo, mais informações podem ser obtidas em Kaufman, Barkana e Sobel (2012).

2.5.1 Algoritmo base do SAC

O CGT tem seus fundamentos com base no Controle por Modelo de Referência ou MRC (do inglês, *Model Reference Control*). O MRC é uma técnica de controle linear onde se busca um casamento entre a resposta da planta e uma resposta desejada, representada através de um modelo matemático adotado como referência (KAUFMAN; BARKANA; SOBEL, 2012). Um exemplo de MRC é apresentado na Figura 4.

Devido às características do MRC, é necessário o completo conhecimento da planta de forma a atender o objetivo do algoritmo. Em situações onde não é possível obter total conhecimento dos parâmetros da planta, utilizam-se do Controle Adaptativo por Modelo de Referência ou MRAC (do inglês, *Model Reference Adaptive Control*). Esta topologia de controle apresenta um conjunto de regras de adaptação que tem por objetivo realizar o projeto automático dos ganhos da ação de controle. Os controladores adaptativos podem ser classificados como: indiretos, aqueles que utilizam de algoritmos de estimação de parâmetros para identificar a planta e posteriormente calculam a ação de controle; e diretos, algoritmos que modificam os ganhos da ação de forma a minimizar o erro entre o modelo de referência e a saída da planta.

O CGT é uma técnica de controle por modelo de referência desenvolvido por (BROUSSARD; O'BRIEN, 1980) para ser utilizado em plantas lineares e invariantes no tempo com coeficientes conhecidos. Por ser um MRC, o objetivo do algoritmo CGT é obter o rastreamento

perfeito da saída da planta através do direcionamento de seus estados e ação de controle tomando como objetivo os estados ideais $x_p^*(t)$ e ação de controle ideal $u_p^*(t)$ para a planta. A planta ideal deve apresentar as mesmas dinâmicas da planta real, e sua saída deve ser igual à saída do modelo de referência, ou seja,

$$\begin{aligned} \dot{x}_p^*(t) &= A_p x_p^*(t) + B_p u_p^*(t) \quad \forall t \geq 0 \\ y_p^*(t) &= y_m(t) = C_p x_p^*(t) = C_m x_m(t), \end{aligned} \quad (2.38)$$

sendo o modelo de referência e a planta definidos, respectivamente, por

$$\begin{aligned} \dot{x}_m(t) &= A_m x_m(t) + B_m u_m(t) \\ y_m(t) &= C_m x_m(t) \end{aligned} \quad (2.39)$$

e

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= A_p x_p(t) + B_p u_p(t) \\ y_p(t) &= C_p x_p(t). \end{aligned} \quad (2.40)$$

Pela teoria do CGT, as trajetórias ideais dos estados e da ação de controle podem ser escritas como uma combinação linear dos estados do modelo de referência e sua entrada, ou seja,

$$\begin{bmatrix} x_p^*(t) \\ u_p^*(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m(t) \\ u_m(t) \end{bmatrix}. \quad (2.41)$$

O sistema de equações apresentado em (2.41) é utilizado para descrever as variáveis ideais nos casos onde a entrada do modelo de referência seja constante e o sistema matricial

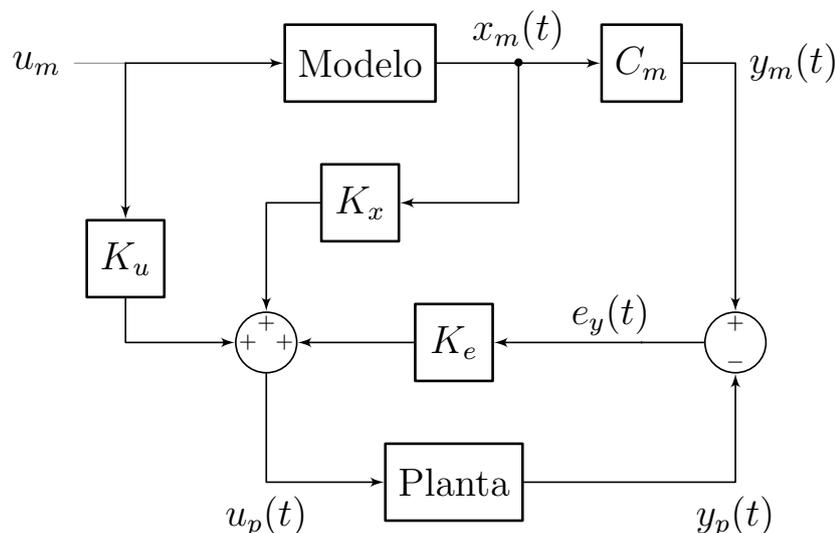


Figura 4 – Exemplo de aplicação para uma topologia de controle por modelo de referência.

(2.42) apresente solução.

$$\begin{bmatrix} S_{11}A_m & S_{11}B_m \\ C_m & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ C_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Reescrevendo a expressão (2.42) na forma habitual de um sistema de equações, obtém-se o conjunto (2.43). Entretanto essa nova representação pode não apresentar solução, pois as igualdades de (2.44) deve existir.

$$\begin{cases} S_{11} = \Omega_{11}S_{11}A_m + \Omega_{12}C_m \\ S_{12} = \Omega_{11}S_{11}B_m \\ S_{21} = \Omega_{21}S_{11}A_m + \Omega_{22}C_m \\ S_{22} = \Omega_{21}S_{11}B_m \end{cases}, \quad (2.43)$$

sendo que

$$\begin{bmatrix} \Omega_{11} & \Omega_{12} \\ \Omega_{21} & \Omega_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ C_p & 0 \end{bmatrix}^{-1} \quad (2.44)$$

Para os instantes de tempo em que não é atingido o rastreamento perfeito ($y_m \neq y_p$) foi adicionado um ganho de realimentação negativa à ação de controle de forma a garantir um rastreamento assintótico. Dessa forma a ação de controle para o CGT é definida por:

$$u_p(t) = S_{21}x_m(t) + S_{22}u_m(t) + K(y_m(t) - y_p(t)) \quad (2.45)$$

onde x_m e u_m são, respectivamente, os estados e a entrada do modelo de referência; K é o ganho de realimentação do erro de rastreamento; y_m e y_p são as saídas do modelo de referência e da planta; e S_{21} e S_{22} são soluções de (2.42);

Pode-se observar o efeito do ganho de realimentação através da análise do erro dos estados da planta, como se segue.

$$\dot{e}_x = \dot{x}_p^* - \dot{x}_p = A_p x_p^* + B_p u_p^* - A_p x_p - B_p u_p \quad (2.46)$$

$$\dot{e}_x = A_p e_x + B_p (u_p^* - u_p), \quad (2.47)$$

adotando

$$u_p = u_p^* + K(y_m - y_p) = u_p^* + KC_p e_x \quad (2.48)$$

$$e_x = x_p^* - x_p \quad (2.49)$$

reescrevendo (2.47)

$$\dot{e}_x = (A_p - B_p KC_p) e_x \quad (2.50)$$

Sendo assim, o valor de K deve respeitar a seguinte condição:

$$\mathbf{Re} [\text{autovalores} (A_p - B_p KC_p)] < 0 \quad (2.51)$$

2.5.2 Adaptação dos ganhos do controlador CGT

Tendo como base a ação de controle do CGT, proposta em (2.45), define-se uma estrutura adaptativa utilizando do mesmo molde, apresentado em (2.52).

$$u_p(t) = K_x(t)x_m(t) + K_u(t)u_m(t) + K_e(t)[y_m(t) - y_p(t)] \quad (2.52)$$

Além da adaptação dos ganhos, essa ação de controle é uma expansão do CGT para o caso onde os sinais de entrada do modelo de referência apresentam qualquer representação dinâmica. Outra característica desse algoritmo é a possibilidade de controlar plantas de grau relativo muito maior que o grau do modelo de referência. Isto é possível devido à característica do algoritmo estar envolvido no rastreamento perfeito da saída da planta e não dos seus estados. Entretanto, para os casos onde se têm certa complexidade no sinal de entrada do modelo de referência existem algumas análises que devem ser consideradas para obter o rastreamento perfeito (KAUFMAN; BARKANA; SOBEL, 2012).

2.5.2.1 Análise para obter erro nulo

Considerando o erro da saída (2.53) e a ação de controle com ganhos constantes (2.54).

$$e_y(t) = y_m(t) - y_p(t) \quad (2.53)$$

$$u_p(t) = \tilde{K}_x x_m(t) + \tilde{K}_u u_m(t) + \tilde{K}_e e_y(t), \quad (2.54)$$

onde \tilde{K}_x é o ganho de estabilização da realimentação negativa, \tilde{K}_u e \tilde{K}_e são os ganhos ideais do controlador CGT.

Definindo que a entrada do modelo de referência pode ser representada na forma de uma equação de espaço de estados autônoma, têm-se:

$$\begin{aligned} \dot{v}_m(t) &= A_v v_m(t) \\ u_m(t) &= C_v v_m(t) \end{aligned} \quad (2.55)$$

$v_m(t)$ é o vetor de estados da entrada do modelo de referência. Cabe salientar, que a utilização dessa representação é apenas para análise do algoritmo, pois geralmente só há acesso ao vetor $u_m(t)$ e as matrizes A_v e C_v são desconhecidas.

A resposta do modelo de referência,

$$\dot{x}_m(t) = A_m x_m(t) + B_m u_m(t) \quad (2.56)$$

$$y_m(t) = C_m x_m(t), \quad (2.57)$$

utilizando como entrada a representação (2.55), pode ser representada como a soma de uma solução geral e uma solução específica:

$$x_m(t) = E v_m(t) + e^{A_m t} \delta_0. \quad (2.58)$$

Aplicando (2.58) em (2.56), mostra que a matriz E satisfaz:

$$A_m E - E A_v + B_m C_v = 0 \quad (2.59)$$

e

$$\delta_0 = x_m(0) - E v_m(0). \quad (2.60)$$

Uma observação que pode ser feita é que a solução de E , em (2.59), sempre existe; sendo que ela apresentará mais de uma solução caso as matrizes A_m e A_v tenham a mesma dimensão e autovalores iguais.

Quando o rastreamento perfeito é atingido ($y_p(t) = y_m(t)$) a ação de controle (2.54) se torna a ação de controle ideal e os estados percorrem trajetórias ideais que satisfaçam $C_p x_p^*(t) = y_m(t)$:

$$u_p^*(t) = \tilde{K}_x x_m(t) + \tilde{K}_u u_m(t) \quad (2.61)$$

$$x_p^*(t) = X_{11} x_m(t) + X_{12} u_m(t) \quad (2.62)$$

Realizando a comparação entre

$$\begin{aligned} \dot{x}_p(t) &= A_p x_p(t) + B_p u_p(t) \\ y_p(t) &= C_p x_p(t) \end{aligned} \quad (2.63)$$

e a derivada de (2.62), com a entrada (2.55), têm-se que para garantir o rastreamento perfeito da saída deve existir uma solução para seguinte conjunto de equações:

$$\begin{cases} v_m(t) \left[(A_p X_{11} - X_{11} A_m + B_p \tilde{K}_x) E + A_p X_{12} C_v - X_{12} C_v A_v - X_{11} B_m C_v + B_p \tilde{K}_u C_v \right] = 0 \\ v_m(t) \left[(C_p X_{11} - C_m) E + C_p X_{12} C_v \right] = 0 \end{cases} \quad (2.64)$$

Reescrevendo,

$$X = X_{11} E + X_{12} C_v \quad (2.65)$$

$$K = \tilde{K}_x E + \tilde{K}_u C_v \quad (2.66)$$

$$\begin{bmatrix} A_p & B_p \\ C_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X A_v \\ C_m E \end{bmatrix} \quad (2.67)$$

Para que (2.67) apresente uma solução única a planta não deve ter zeros de transmissão na origem, e os autovalores da matriz de entrada A_v devem ser diferentes de qualquer zero de transmissão da planta. Um critério para a implementação, que limita a operação do algoritmo quando desejado o rastreamento perfeito da saída do modelo de referência, está relacionado às dimensões dos estados do sinal de entrada e do modelo de referência. Esta relação é observada como

$$\dim(v_m) \leq \dim(u_m) + \dim(x_m), \quad (2.68)$$

pois dessa forma há solução explícita para (2.66), existindo assim ganhos \tilde{K}_x e \tilde{K}_u necessários para a aplicação da lei de controle ideal.

Entretanto, é possível que o sistema (2.64) não apresenta solução, e se apresentar, pode acontecer dos ganhos não garantirem o rastreamento perfeito. Mesmo assim, há casos onde a obtenção do rastreamento perfeito é indesejada, como os casos onde há distúrbios de medição em alta frequência. Sendo assim, os autores de Kaufman, Barkana e Sobel (2012) expandiram a análise do algoritmo CGT para atingir erro de rastreamento limitado e não rastreamento perfeito.

2.5.2.2 Análise para obter erro limitado

Reformulando o objetivo de rastreamento do controlador como

$$x_p^*(t) = Xx_m(t) \quad (2.69)$$

e substituindo-o em $C_p x_p^*(t) = C_m x_m(t)$, obtém-se

$$C_p X = C_m. \quad (2.70)$$

Dessa forma, observa-se que o sistema apresentará uma trajetória ideal caso exista solução para X , sendo possível somente se

$$\text{rank} [C_p \ C_m] = \text{rank} [C_p], \quad (2.71)$$

condição que pode ser facilmente obtida caso exista mais estados da planta do que do modelo de referência.

Derivando (2.69)

$$\dot{x}_p^*(t) = X\dot{x}_m = XA_m x_m(t) + XB_m u_m(t). \quad (2.72)$$

Considerando a ação de controle ideal $u_p^*(t) = \tilde{K}_x x_m(t) + \tilde{K}_u u_m(t)$ e substituindo-a em $\dot{x}_p^*(t) = A_p x_p^*(t) + B_p u_p^*(t)$, juntamente com a aplicação de (2.69), tem-se

$$\dot{x}_p^*(t) = A_p X x_m(t) + B_p \tilde{K}_x x_m(t) + B_p \tilde{K}_u u_m(t). \quad (2.73)$$

Adicionando (2.72) e subtraindo (2.73) em $\dot{x}_p^*(t) = A_p x_p^*(t) + B_p u_p^*(t)$, tem-se

$$\begin{aligned} \dot{x}_p^*(t) = & A_p x_p^*(t) + B_p u_p^*(t) \\ & XA_m x_m(t) + XB_m u_m(t) \\ & - A_p X x_m(t) - B_p \tilde{K}_x x_m(t) - B_p \tilde{K}_u u_m(t) \end{aligned} \quad (2.74)$$

reescrevendo

$$\dot{x}_p^*(t) = A_p x_p^*(t) + B_p u_p^*(t) - E(t). \quad (2.75)$$

Para que as trajetórias ideais tenham possibilidade de ser as trajetórias da planta, o termo $E(t)$ deve ser minimizado, portanto

$$E(t) = (A_p X - B_p \tilde{K}_x - X A_m) x_m(t) + (X B_m - B_p \tilde{K}_u) u_m(t) = 0 \quad (2.76)$$

para o critério ser atingido o sistema (2.77) deve ter solução, o que é possível por haver mais equações do que variáveis.

$$\begin{cases} (A_p X - B_p \tilde{K}_x - X A_m) = 0 \\ X B_m - B_p \tilde{K}_u = 0 \end{cases} \quad (2.77)$$

2.5.2.3 Equações de adaptação

A combinação que origina o Controle Adaptativo Simples ocorre da adaptação dos ganhos do CGT, criando assim uma variação de Controle Adaptativo por Modelo de Referência. Esse algoritmo utiliza como critério de estabilidade as condições de positividade real das plantas, conceitos de Estritamente Positivo Real ou SPR (do inglês, *Strictly Postive Real*) e Quase Estritamente Positivo Real ou ASPR (do inglês, *Almost Strictly Postive Real*).

A estrutura do controlador adaptativo permanece inalterada, pois a adaptação dos ganhos consiste na definição de um conjunto de regras para realizar a determinação destes de forma direta, ou seja, a adaptação dos ganhos é realizada em conjunto com a aplicação da ação de controle. O conjunto de regras é definido na forma de duas componentes, uma proporcional (K_p) e uma integral (K_i). Ambas são compostas pela multiplicação de uma matriz de ganhos (T ou \bar{T}) pelas entradas (vetor $r(t)$) correspondentes a cada ganho do CGT e um sinal estabilizador (v). Essas equações estão mostradas no sistema (2.78).

$$\begin{cases} v(t) &= e_y(t) \\ K_p(t) &= v(t)r(t)^T \bar{T} \\ \dot{K}_i(t) &= v(t)r(t)^T T \\ K(t) &= K_p(t) + K_i(t) \\ u_p(t) &= K(t)r(t), \end{cases} \quad (2.78)$$

onde $K(t) = [K_e(t), K_x(t), K_u(t)]$, $r(t) = [e_y(t), x_m(t), u_m(t)]$, $e_y(t) = y_m(t) - y_p(t)$, T e \bar{T} são matrizes constantes de dimensão $n_r \times n_r$ e que contém os pesos responsáveis pela velocidade de adaptação dos ganhos e seus valores devem respeitar

$$T > 0 \quad \bar{T} \geq 0, \quad (2.79)$$

critérios obtidos via prova de estabilidade e apresentada em Kaufman, Barkana e Sobel (2012).

Devido aos critérios utilizados para a adaptação do algoritmo e as características do CGT, este algoritmo torna-se aplicável somente em plantas do tipo SPR e ASPR. De forma a expandir a aplicação deste algoritmo para uma maior gama de aplicações, os autores de Kaufman, Barkana e Sobel (2012) adicionaram uma ação *feedforward* à topologia que tem por objetivo estabilizar plantas que não são enquadradas nos critérios de estabilidade mencionados. Esse novo termo foi nomeado Dinâmicas Suplementares.

2.6 Uso de Dinâmicas Suplementares

A expansão da aplicação desse algoritmo para plantas não ASPR é através da utilização de uma planta aumentada que adicionado em um caminho de realimentação do erro de saída do modelo, ou em paralelo ou em cascata com a ação de controle da planta é capaz de estabilizar a planta.

Definindo a planta como

$$\begin{aligned}\dot{x}_p(t) &= A_p x_p(t) + B_p u_p(t) \\ y_p(t) &= C_p x_p(t)\end{aligned}\quad (2.80)$$

e

$$\begin{aligned}\dot{x}_f(t) &= A_f x_f(t) + B_f u_f(t) \\ y_f(t) &= C_f x_f(t)\end{aligned}\quad (2.81)$$

como sendo a representação genérica das dinâmicas suplementares. O sinal de entrada $u_f(t)$ escolhido de acordo com a topologia adotada, e as matrizes A_f , B_f e C_f são escolhidas através de projeto para estabilizar a planta.

Na Figura 5 é apresentada a topologia de controle adaptativo utilizando de dinâmicas suplementares inseridas no caminho da realimentação do erro de rastreamento.

Nesta topologia há a adição de um termo a ser adaptado ($K_f(t)$) na ação de controle, definida como:

$$u_p(t) = K_e(t)e_y(t) - K_f(t)y_f(t) + K_x(t)x_m(t) + K_u(t)u_m(t). \quad (2.82)$$

A entrada das dinâmicas suplementares nesta topologia é dada como o erro entre a saída do modelo de referência e a saída da planta.

$$u_f(t) = e_y(t) = y_m(t) - y_p(t) \quad (2.83)$$

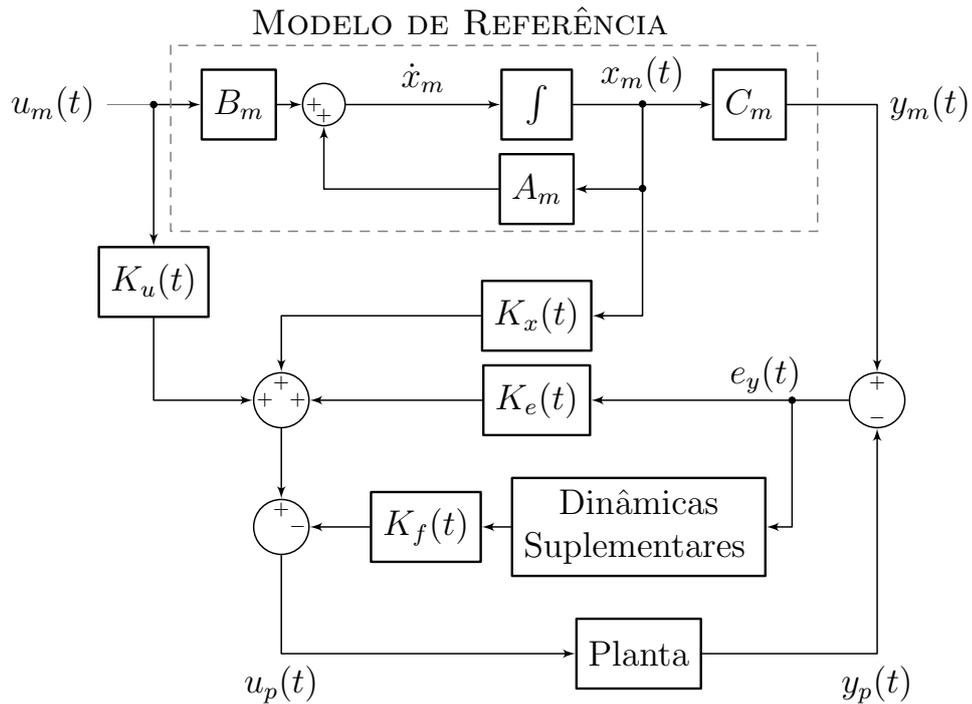


Figura 5 – Diagrama de blocos para o controle adaptativo utilizando dinâmicas suplementares inseridas no caminho da realimentação do erro.

Aplicando as definições de (2.82) e (2.83) em (2.80) e (2.81), respectivamente, têm-se:

$$\begin{aligned}\dot{x}_p(t) &= A_p x_p(t) + B_p [K_e(t)e_y(t) - K_f(t)y_f(t) + K_x(t)x_m(t) + K_u(t)u_m(t)] \\ y_p(t) &= C_p x_p(t)\end{aligned}\quad (2.84)$$

e

$$\begin{aligned}\dot{x}_f(t) &= A_f x_f(t) + B_f [y_m(t) - y_p(t)] \\ y(t) &= C_f x_f(t)\end{aligned}\quad (2.85)$$

Adotando a representação em forma vetorial, ao definir

$$\begin{aligned}K(t) &= [K_e(t), K_f(t), K_x(t), K_u(t)] \\ r(t) &= [e_y(t), -y_f(t), x_m(t), u_m(t)]^T,\end{aligned}\quad (2.86)$$

os modelos (2.84) e (2.85) podem ser representados como

$$\begin{aligned}\dot{x}_p(t) &= A_p x_p(t) + B_p K(t)r(t) \\ y_p(t) &= C_p x_p(t)\end{aligned}\quad (2.87)$$

e

$$\begin{aligned}\dot{x}_f(t) &= A_f x_f(t) + B_f y_m - B_f C_p x_p(t) \\ y(t) &= C_f x_f(t).\end{aligned}\quad (2.88)$$

Concatenando os sistemas (2.87) (2.88) na representação de um meta-sistema é obtido

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) + d(t) \\ y(t) &= Cx(t),\end{aligned}\tag{2.89}$$

sendo

$$\begin{aligned}x(t) &= \begin{bmatrix} x_p(t) \\ x_f(t) \end{bmatrix}, \quad y(t) = \begin{bmatrix} y_p(t) \\ y_f(t) \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} C_p & 0 \\ 0 & C_f \end{bmatrix} \\ d(t) &= \begin{bmatrix} 0 \\ B_f y_m(t) \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_p \\ 0 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} A_p & 0 \\ -B_f C_p & A_f \end{bmatrix}\end{aligned}\tag{2.90}$$

$$u(t) = K(t) r(t)\tag{2.91}$$

O modelo (2.89) é referente a topologia de dinâmicas suplementares adotada; e é a planta no qual é desenvolvida a prova de estabilidade do algoritmo, apresentada no Anexo C.

2.6.1 Análise de estabilidade

Como forma de verificar a estabilidade do SAC, é utilizado os critérios de estabilidade por Lyapunov, a prova de estabilidade pode ser encontrada no Anexo C. Uma das variáveis da função custo de Lyapunov é o erro de estados $e_x(t)$ do meta-sistema, e é dado por

$$e_x(t) = \begin{bmatrix} e_{xp}(t) \\ e_{xf}(t) \end{bmatrix} = x^*(t) - x(t).\tag{2.92}$$

Com as seguintes condições:

$$\begin{aligned}e_{xp}(t) &= x_p^*(t) - x_p(t) \\ e_{xf}(t) &= x_f^*(t) - x_f(t) \\ x^*(t) &= [x_p^*(t), x_f^*(t)]^T.\end{aligned}\tag{2.93}$$

Sendo que $x_p^*(t)$ e $x_f^*(t)$ são as trajetórias perfeitas dos estados da planta e da dinâmica suplementar, respectivamente. Derivando a expressão (2.92) obtém-se

$$\dot{e}_x(t) = \dot{x}^*(t) - \dot{x}(t) = \dot{x}^*(t) - Ax(t) - BK(t)r(t) - d(t)\tag{2.94}$$

Isolando-se $x(t)$ de (2.92) e aplicando em (2.94), e adicionando $\pm B\tilde{K}r(t)$, obtém-se:

$$\dot{e}_x(t) = \dot{x}^*(t) - A[x^*(t) - e_x(t)] - B[(K(t) - \tilde{K})r(t)] - B\tilde{K}r(t) - d(t).\tag{2.95}$$

Definindo $z(t) = [K(t) - \tilde{K}]r(t)$, \tilde{K} como um vetor de ganhos constantes e conhecidos definido por $\tilde{K} = [\tilde{K}_a, \tilde{K}_x, \tilde{K}_m]$ e $\tilde{K}_a = [\tilde{K}_e, \tilde{K}_f]$, têm-se que:

$$\dot{e}_x(t) = \dot{x}^*(t) - Ax^*(t) + Ae_x(t) - Bz(t) - B\tilde{K}r(t) - d(t)\tag{2.96}$$

Analisando o erro $e_{yf}(t)$, define-se que:

$$e_{yf}(t) = \begin{bmatrix} e_y(t) \\ -y_f(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_m x_m(t) - C_p x_p(t) \\ -C_f x_f(t) \end{bmatrix} \quad (2.97)$$

utilizando as condições $C_p x_p^*(t) = C_m x_m(t)$ e (2.93), têm-se

$$e_{yf}(t) = \begin{bmatrix} C_p(x_p^*(t) - x_p(t)) \\ -C_f x_f(t) \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} e_{xp}(t) \\ e_{xf}(t) - x_f^*(t) \end{bmatrix} = C \left[\begin{bmatrix} e_{xp}(t) \\ e_{xf}(t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ x_f^*(t) \end{bmatrix} \right] \quad (2.98)$$

reescrevendo

$$e_{yf}(t) = C e_x(t) - C x_0^*(t). \quad (2.99)$$

Substituindo $\tilde{K}r(t) = \tilde{K}_a e_{yf}(t) + \tilde{K}_x x_m(t) + \tilde{K}_m u_m(t)$ e aplicando o valor encontrado de (2.99)

$$\begin{aligned} \dot{e}_x(t) = & \dot{x}^*(t) - A x^*(t) + A e_x(t) - B z(t) - B \tilde{K}_a C e_x(t) + B \tilde{K}_a C x_0^*(t) \\ & - B \left[\tilde{K}_x x_m(t) + \tilde{K}_m u_m(t) \right] - d(t). \end{aligned} \quad (2.100)$$

Definindo

$$A_{cl} = A - B \tilde{K}_a C \quad (2.101)$$

$$\begin{aligned} F_1(t) = & -\dot{x}^*(t) + A x^*(t) - B \tilde{K}_a C x_0^*(t) \\ & \cdots + B \left[\tilde{K}_x x_m(t) + \tilde{K}_m u_m(t) \right] + d(t), \end{aligned} \quad (2.102)$$

(2.100) torna-se

$$\dot{e}_x(t) = A_{cl} e_x(t) - B z(t) - F_1(t) \quad (2.103)$$

onde a matriz A_{cl} é a matriz de estabilidade do erro, e a função $F_1(t)$ apresenta valor limitado, pois $\dot{x}^*(t)$, $x^*(t)$, $x_m(t)$, $x_0^*(t)$ e $u_m(t)$ são limitados e os ganhos \tilde{K}_a , \tilde{K}_x e \tilde{K}_m são constantes.

Considerando o meta-sistema como definido em (2.89) e utilizando uma planta linearmente independente, controlável e observável definida como em (2.40), é possível garantir que todos os ganhos, estados e erros do sistema adaptativo proposto são limitados desde que o meta-sistema respeite os seguintes critérios:

$$\begin{cases} P A_{cl} + A_{cl}^T P = -L L^T - R < 0 \\ P B = C^T (Q^T + \tilde{K}_a^T G) - L W \\ W^T W = J + J^T \end{cases} \quad (2.104)$$

$$J + J^T + G + G^T < 0 \quad (2.105)$$

$$\bar{T} \geq 0, \quad T > 0 \quad (2.106)$$

considerando que exista uma matriz real simétrica positiva definida (P) e matrizes reais (\bar{T} , T , J , L , W , \tilde{K}_a e R). A prova de estabilidade é apresentada em Kaufman, Barkana e Sobel (2012).

De forma mais direta, a análise das condições descritas em (2.104) pode ser realizada ao escrever o meta-sistema (2.89) na representação função de transferência (2.107), sendo que essa deve ter classificação de SPR.

$$H(s) = J + (Q + G\tilde{K}_a)C(sI - A + B\tilde{K}_aC)^{-1}B \quad (2.107)$$

Outro critério para preservar a estabilidade do algoritmo está relacionado às equações de adaptação dos ganhos da ação de controle. No SAC com dinâmicas suplementares, as equações de adaptação propostas para o algoritmo base (sistema (2.78)) ainda são válidas. Entretanto, o sinal de estabilização $v(t)$ é modificado a partir da prova de estabilidade, de forma a garantir a correta aplicação do algoritmo. O novo conjunto de equações de adaptação está mostrado em (2.108).

$$\begin{cases} v(t) &= Qe_{yf}(t) + GK(t)r(t) \\ K_p(t) &= v(t)r(t)^T\bar{T} \\ \dot{K}_i(t) &= v(t)r(t)^TT \\ K(t) &= K_p(t) + K_i(t) \\ u_p(t) &= K(t)r(t) \end{cases}, \quad (2.108)$$

sendo G e Q são os ganhos definidos para a correta aplicação do algoritmo com

$$Q + G\tilde{K}_a = 0 \quad (2.109)$$

$$J + J^T + G + G^T < 0, \quad (2.110)$$

onde $G = -\lambda_1 I$ e $J = \lambda_2 I$, sendo λ_1 e λ_2 constantes positivas e $\lambda_1 > \lambda_2$. As condições anteriores tornam-se

$$\begin{aligned} 2\lambda_2 - 2\lambda_1 &< 0 \\ Q &= -G\tilde{K}_a, \end{aligned} \quad (2.111)$$

onde $\tilde{K}_a = \begin{bmatrix} \tilde{K}_e & \tilde{K}_f \end{bmatrix}$, J é uma matriz constante relacionado ao ganho contínuo intrínseco do sistema (sendo seu valor desconhecido, mas existente caso as relações (2.104) seja satisfeita), e e_{yf} definido por:

$$e_{yf}(t) = [e_y(t), -y_f(t)]^T \quad (2.112)$$

2.6.2 Escolha das dinâmicas suplementares

As dinâmicas suplementares devem ser escolhidas de modo a garantir a estabilidade do sistema adaptativo através realização de uma planta virtual que apresente características de ASPR, planta esta composta pela da combinação entre a dinâmica suplementar e a planta a ser controlada. Sendo assim, admitindo uma planta controlável e observável, é possível definir um controlador com a estrutura em espaço de estados (A_c , B_c , C_c , D_c) capaz de estabilizar a planta em malha fechada. A matriz de estabilidade desse sistema é definida como:

$$A_{\text{estavel}} = \begin{bmatrix} A_p + B_p D_c C_p & B_p C_c \\ B_c C_p & A_c \end{bmatrix}. \quad (2.113)$$

Realizando a comparação entre (2.101) e (2.113)

$$\begin{aligned} A_{cl} &= [A - B\tilde{K}_a C] = A_{\text{estavel}} \\ \begin{bmatrix} A_p - B_p \tilde{K}_e C_p & -B_p \tilde{K}_f C_f \\ -B_f C_p & A_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_p + B_p D_c C_p & B_p C_c \\ B_c C_p & A_c \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (2.114)$$

sendo $\tilde{K}_a = [\tilde{K}_e, \tilde{K}_f]$, é possível definir as dinâmicas suplementares através da equivalência entre os dois sistemas. Dessa forma, obtêm-se as condições em (2.115).

$$\begin{cases} A_f = A_c \\ B_f = -B_c \\ C_f = I \\ [\tilde{K}_e, \tilde{K}_f] = [-D_c, -C_c]. \end{cases} \quad (2.115)$$

3 DESENVOLVIMENTO DO CONTROLE ADAPTATIVO SIMPLES PARA O DOMÍNIO DISCRETO

Com a redução dos custos de produção e aumento da capacidade de processamento, os microcontroladores passaram a ser mais utilizados para a implementação de técnicas de controle. Devido as características de operação dos microcontroladores, as análises devem ser realizadas no domínio de tempo discreto; sendo assim, os critérios de estabilidade dos controladores projetados no tempo contínuo, como fase, ganho, margem de estabilidade etc, devem ser mantidos inalterados ao realizar a conversão do projeto para tempo discreto, considerando o novo conjunto de regras que compõem os critérios de estabilidade no domínio discreto.

A implementação do algoritmo do Controle Adaptativo Simples ou SAC (do inglês, *Simple Adaptive Control*) no domínio discreto não sofre mudanças quanto a sua estrutura, observado através da conversão do Rastreador Gerador de Comando ou CGT (do inglês, *Command Generator Tracker*) (algoritmo primordial do qual é derivado o SAC) para o domínio discreto. Posteriormente, é realizado a conversão do algoritmo do SAC em conjunto com as dinâmicas suplementares para o domínio discreto, neste caso é apresentado a prova matemática validando a aplicação.

3.1 Discretização do Algoritmo Base

A utilização do controlador CGT no domínio discreto se assemelha muito ao domínio contínuo, pois os conceitos desse controlador são baseados em funções lineares e invariantes no tempo, resultando assim, na indiferença quanto ao domínio de tempo a ser aplicado, bastando somente que sejam atendidos os critérios de passividade de sistemas dinâmicos para o seu respectivo domínio de aplicação.

A estrutura do controle adaptativo no domínio discreto é apresentado na Figura 6, sendo posteriormente realizada a verificação da estrutura básica do controlador SAC no domínio discreto.

Considerando que a planta ideal apresenta dinâmicas iguais a da planta controlada, definida no domínio discreto, e a saída da planta ideal é igual ao modelo de referência, sua representação é tal que

$$\begin{aligned} x_p^*(k+1) &= A_p x_p^*(k) + B_p u_p^*(k) \quad \forall k \geq 0 \\ y_p^*(k) &= y_m(k) = C_p x_p^*(k) = C_m x_m(k). \end{aligned} \quad (3.1)$$

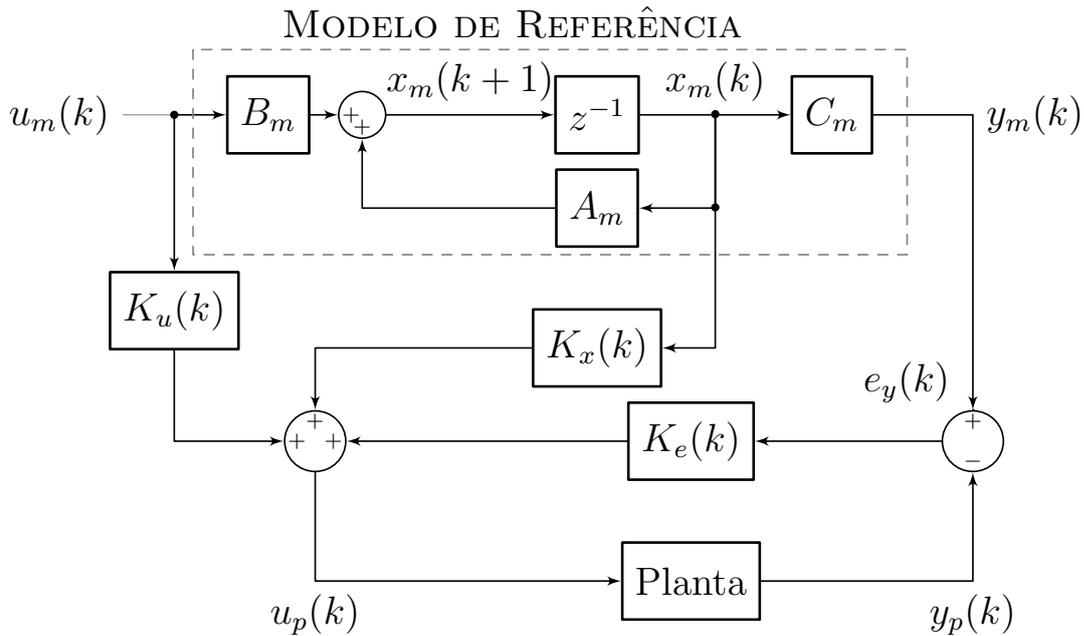


Figura 6 – Estrutura adaptativa para o SAC no domínio discreto.

De forma similar, o modelo de referência e a planta são definidos, respectivamente, por

$$\begin{aligned} x_m(k+1) &= A_m x_m(k) + B_m u_m(k) \\ y_m(k) &= C_m x_m(k) \end{aligned} \quad (3.2)$$

e

$$\begin{aligned} x_p(k+1) &= A_p x_p(k) + B_p u_p(k) \\ y_p(k) &= C_p x_p(k). \end{aligned} \quad (3.3)$$

Considerando que a ação de controle permanece com a mesma estrutura

$$u_p(k) = S_{21} x_m(k) + S_{22} u_m(k) + K(y_m(k) - y_p(k)), \quad (3.4)$$

é possível afirmar que a combinação linear que compõe os estados ideais e a ação de controle ideal permanece a mesma, sendo assim

$$\begin{bmatrix} x_p^*(k) \\ u_p^*(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m(k) \\ u_m(k) \end{bmatrix}. \quad (3.5)$$

Escrevendo o modelo discreto da planta ideal (3.1) no formato de um sistema matricial

$$\begin{bmatrix} x_p^*(k+1) \\ y_p^*(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ C_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p^*(k) \\ u_p^*(k) \end{bmatrix}, \quad (3.6)$$

ao substituir (3.5) neste novo sistema matricial é obtido

$$\begin{bmatrix} x_p^*(k+1) \\ y_p^*(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ C_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m(k) \\ u_m(k) \end{bmatrix}. \quad (3.7)$$

Da primeira linha da expressão (3.5), pode-se obter

$$x_p^*(k+1) = S_{11}x_m(k+1) + S_{12}u_m(k+1). \quad (3.8)$$

Substituindo $x_m(k+1)$ de (3.2) e considerando o caso onde a entrada do modelo de referência u_m é um degrau unitário, se obtém a expressão

$$x_p^*(k+1) = S_{11}A_mx_m(k) + (S_{11}B_m + S_{12})u_m. \quad (3.9)$$

Utilizando da relação $y_p^*(k) = C_mx_m(k)$ a representação matricial, em conjunto com (3.9), torna-se

$$\begin{bmatrix} x_p^*(k+1) \\ y_p^*(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11}A_m & S_{11}B_m + S_{12} \\ C_m & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_m(k) \\ u_m \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

A igualdade entre as matrizes (3.7) e (3.10) resulta em

$$\begin{bmatrix} S_{11}A_m & S_{11}B_m + S_{12} \\ C_m & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_p & B_p \\ C_p & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}. \quad (3.11)$$

Portanto, se (3.11) apresentar solução (o que pode ser garantido, pois o número de equações é igual ou superior ao número de variáveis desconhecidas) o algoritmo CGT pode ser implementado. Visto que o algoritmo base é passível de aplicação em sistemas discretos, as modificações e ampliações propostas por Kaufman, Barkana e Sobel (2012) também são possíveis de serem utilizadas no domínio discreto, desde que sejam convertidas para o domínio discreto as condições impostas pelos autores.

Esta análise do algoritmo base do CGT pode ser utilizada também para os sinais de entrada do modelo de referência diferentes do degrau unitário, desde que essas entradas possam ser representadas através de um sistema diferencial com entrada constante. Isso é possível devido a estrutura do algoritmo permitir que a dinâmica do sinal u_m seja embutida dentro da dinâmica do modelo de referência (KAUFMAN; BARKANA; SOBEL, 2012).

3.2 Dinâmicas Suplementares Discretas

A aplicação do SAC no tempo discreto não apresenta uma mudança estrutural, ou seja, não há a necessidade de remoção ou inserção de dinâmicas ao sistema de equações proposto para o tempo contínuo. Dessa forma, é possível utilizar os mesmos passos adotados pelos autores de Kaufman, Barkana e Sobel (2012) para realizar a prova matemática para o domínio discreto.

A utilização da planta aumentada aplicada ao caminho de realimentação (algoritmo 1 proposto em Kaufman, Barkana e Sobel (2012) e convertido para o domínio discreto na Figura 7) consiste nos mesmos procedimentos do caso contínuos, havendo apenas algumas modificações necessárias em suas equações de adaptação para manter a estabilidade do sistema.

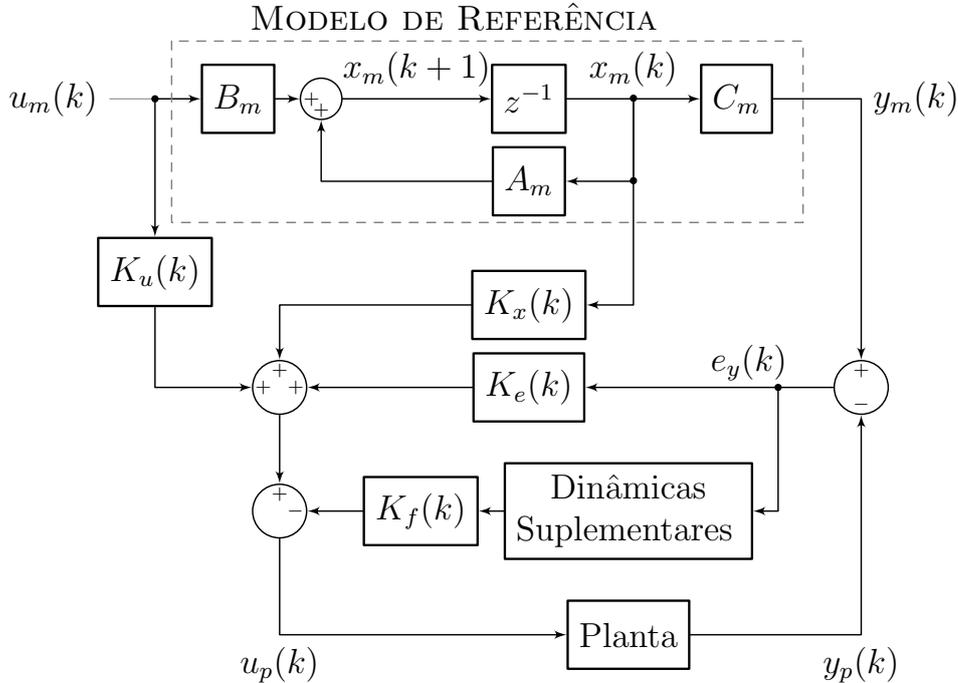


Figura 7 – Diagrama de blocos aplicados no domínio discreto para o SAC com dinâmicas suplementares inseridas no caminho do erro de rastreamento.

Representando a planta como

$$\begin{aligned}x_p(k+1) &= A_p x_p(k) + B_p u_p(k) \\ y_p(k) &= C_p x_p(k),\end{aligned}\quad (3.12)$$

o sistema das dinâmicas suplementares é descrito

$$\begin{aligned}x_f(k+1) &= A_f x_f(k) + B_f u_f(k) \\ y_f(k) &= C_f x_f(k),\end{aligned}\quad (3.13)$$

onde $u_f(k) = e_y(k) = y_m(k) - y_p(k)$, e as matrizes A_f , B_f e C_f são as matrizes de estados das dinâmicas suplementares.

A ação de controle é definida por

$$u_p(k) = K_e(k)e_y(k) - K_f(k)y_f(k) + K_x(k)x_m(k) + K_u(k)u_m(k). \quad (3.14)$$

Aplicando as ações de controle tem-se:

$$\begin{aligned}x_p(k+1) &= A_p x_p(k) + B_p K(k)r(k) \\ y_p(k) &= C_p x_p(k)\end{aligned}\quad (3.15)$$

e

$$\begin{aligned}x_f(k+1) &= A_f x_f(k) + B_f [y_m(k) - y_p(k)] \\y_f(k) &= C_f x_f(k)\end{aligned}\quad (3.16)$$

sendo

$$\begin{aligned}K(k) &= [K_e(k), K_f(k), K_x(k), K_u(k)] \\r(k) &= [e_y(k), -y_f(k), x_m(k), u_m(k)]^T.\end{aligned}\quad (3.17)$$

Os modelos (3.15) e (3.16) podem ser concatenados para formar o meta-sistema

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix}x_p(k+1) \\x_f(k+1)\end{bmatrix} &= \begin{bmatrix}A_p & 0 \\-B_f C_p & A_f\end{bmatrix} \begin{bmatrix}x_p(k) \\x_f(k)\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}B_p \\0\end{bmatrix} u_p(k) + \begin{bmatrix}0 \\B_f y_m(k)\end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix}y_p(k) \\y_f(k)\end{bmatrix} &= \begin{bmatrix}C_p & 0 \\0 & C_f\end{bmatrix} \begin{bmatrix}x_p(k) \\x_f(k)\end{bmatrix}.\end{aligned}\quad (3.18)$$

Simplificando a representação de (3.18)

$$\begin{aligned}x(k+1) &= Ax(k) + Bu_p(k) + d(k) \\y(k) &= Cx(k),\end{aligned}\quad (3.19)$$

sendo que

$$\begin{aligned}x(k) &= \begin{bmatrix}x_p(k) \\x_f(k)\end{bmatrix}, \quad y(k) = \begin{bmatrix}y_p(k) \\y_f(k)\end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix}C_p & 0 \\0 & C_f\end{bmatrix} \\d(k) &= \begin{bmatrix}0 \\B_f y_m(k)\end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix}B_p \\0\end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix}A_p & 0 \\-B_f C_p & A_f\end{bmatrix}\end{aligned}\quad (3.20)$$

$$u_p(k) = K(k) r(k)\quad (3.21)$$

Para esse novo sistema, as equações de adaptação dos ganhos que compõem o vetor $K(k)$ são

$$K_p(k) = v(k) r^T(k) \bar{T}\quad (3.22)$$

$$K_i(k) = K_i(k-1) + v(k) r^T(k) T\quad (3.23)$$

$$K(k) = K_p(k) + K_i(k).\quad (3.24)$$

O sinal $v(k)$ deve ser escolhido como se segue para que o sistema não ASPR seja estável.

$$v(k) = \tilde{K}_a e_{y_f}(k)\quad (3.25)$$

\tilde{K}_a são os ganhos projetados para o compensador que estabiliza a planta e e_{y_f} definido por

$$e_{y_f}(k) = [e_y(k), -y_f(k)]^T\quad (3.26)$$

3.2.1 Erro de rastreamento

De acordo com a teoria do algoritmo CGT quando o erro entre os estados ideais e os estados da planta for zero é dito que há o rastreamento perfeito. Dessa forma, para o meta-sistema (3.19) o erro dos estados ($e_x(k)$) é definido por:

$$e_x(k) = \begin{bmatrix} e_{x_p}(k) \\ e_{x_f}(k) \end{bmatrix} = x^*(k) - x(k) \quad (3.27)$$

com as seguintes condições:

$$\begin{aligned} e_{x_p}(k) &= x_p^*(k) - x_p(k) \\ e_{x_f}(k) &= x_f^*(k) - x_f(k) \\ x^*(k) &= [x_p^*(k), x_f^*(k)]^T \end{aligned} \quad (3.28)$$

$x_p^*(k)$ e $x_f^*(k)$ são as trajetórias perfeitas dos estados da planta e da dinâmica suplementar, respectivamente. A expressão do erro futuro é definida em (3.29).

$$e_x(k+1) = x^*(k+1) - x(k+1) = x^*(k+1) - Ax(k) - BK(k)r(k) - d(k). \quad (3.29)$$

Isolando $x(k)$ de (3.27) e aplicando em (3.29)

$$e_x(k+1) = x^*(k+1) - A[x^*(k) - e_x(k)] - BK(k)r(k) - d(k), \quad (3.30)$$

e adicionando $\pm B\tilde{K}r(k)$, onde \tilde{K} é um vetor de ganhos constantes e conhecidos definido por $\tilde{K} = [\tilde{K}_a, \tilde{K}_x, \tilde{K}_m]$,

$$e_x(k+1) = x^*(k+1) - A[x^*(k) - e_x(k)] - B(K(k) - \tilde{K})r(k) - B\tilde{K}r(k) - d(k). \quad (3.31)$$

Definindo $z(k) = [K(k) - \tilde{K}]r(k)$ têm-se que:

$$e_x(k+1) = x^*(k+1) - Ax^*(k) + Ae_x(k) - Bz(k) - B\tilde{K}r(k) - d(k). \quad (3.32)$$

Analisando o erro $e_{yf}(k)$, este pode ser definido como

$$e_{yf}(k) = \begin{bmatrix} e_y(k) \\ -y_f(k) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_m x_m(k) - C_p x_p(k) \\ -C_f x_f(k) \end{bmatrix}, \quad (3.33)$$

considerando $C_m x_m(k) = C_p x_p^*(k)$ e (3.28)

$$e_{yf}(k) = \begin{bmatrix} C_p(x_p^*(k) - x_p(k)) \\ -C_f x_f(k) \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} e_{x_p}(k) \\ e_{x_f}(k) - x_f^*(k) \end{bmatrix} = C \left[\begin{bmatrix} e_{x_p}(k) \\ e_{x_f}(k) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ x_f^*(k) \end{bmatrix} \right], \quad (3.34)$$

reorganizando

$$e_{yf}(k) = Ce_x(k) - Cx_0^*(k). \quad (3.35)$$

Substituindo $\tilde{K}r(k) = \tilde{K}_a e_{yf}(k) + \tilde{K}_x x_m(k) + \tilde{K}_m u_m(k)$ em (3.32):

$$e_x(k+1) = x^*(k+1) - Ax^*(k) + Ae_x(k) - Bz(k) - B \left[\tilde{K}_a e_{yf}(k) + \tilde{K}_x x_m(k) + \tilde{K}_m u_m(k) \right] - d(k), \quad (3.36)$$

e aplicando (3.35)

$$e_x(k+1) = x^*(k+1) - Ax^*(k) + Ae_x(k) - Bz(k) - B\tilde{K}_a Ce_x(k) + B\tilde{K}_a Cx_0^*(k) - B \left[\tilde{K}_x x_m(k) + \tilde{K}_m u_m(k) \right] - d(k). \quad (3.37)$$

Definindo

$$\begin{aligned} A_{cl} &= A - B\tilde{K}_a C \\ F_1(k) &= -x^*(k+1) + Ax^*(k) - B\tilde{K}_a Cx_0^*(k) \dots \\ &\quad + B \left[\tilde{K}_x x_m(k) + \tilde{K}_m u_m(k) \right] + d(k) \end{aligned} \quad (3.38)$$

tem-se que

$$e_x(k+1) = A_{cl}e_x(k) - Bz(k) - F_1(k) \quad (3.39)$$

A_{cl} é a matriz de estabilidade do erro, e a função $F_1(k)$ é limitada se $d(k)$, $x^*(k+1)$, $x^*(k)$, $x_m(k)$, $x_0^*(k)$ e $u_m(k)$ são limitados e os ganhos \tilde{K}_a , \tilde{K}_x e \tilde{K}_m são constantes.

3.2.2 Análise de estabilidade

Considerando o meta-sistema como definido em (3.19) e utilizando uma planta linearmente independente, controlável e observável definido como em (3.12), é possível garantir que o erro dos estados ($e_x(k)$) do sistema adaptativo proposto são limitados desde que respeite os seguintes critérios:

$$\begin{cases} A_{cl}^T P A_{cl} - P = -L^T L \\ A_{cl}^T P B = C^T \tilde{K}_a^T - L^T W \\ B^T P B = -W^T W \end{cases} \quad (3.40)$$

$$\begin{cases} \bar{T} \geq 0 \\ T > 0 \\ B_f \approx 0 \end{cases} \quad (3.41)$$

onde existe uma matriz real simétrica positiva definida (P e T), matrizes reais (L , W e \tilde{K}_a) e uma matriz real simétrica semi positiva definida (\bar{T}).

3.3 Prova de Estabilidade

As condições descritas em (3.40) são obtidas através dos critérios de estabilidade de Lyapunov. Segundos estes critérios, para o caso discreto, uma planta é dita assintoticamente estável se existir uma função custo $V(x(k))$ que apresente as seguintes características:

- $V(x(k)) > 0, \forall x \neq 0$;
- $\Delta V(x(k)) = V(x(k+1)) - V(x(k)) < 0, \forall x(k) \in \mathfrak{R}$;
- $\|x\| \rightarrow \infty \Rightarrow V(x(k)) \rightarrow \infty$.

Para o caso de estabilidade do erro dos estados ($e_x(k)$) defina-se uma função custo como:

$$V(e_x(k), K_i(k-1)) = e_x(k)^T P e_x(k) + \text{tr} \left[(K_i(k-1) - \tilde{K}) T^{-1} (K_i(k-1) - \tilde{K})^T \right], \quad (3.42)$$

sendo tr o traço da matriz. Como forma de facilitar a análise, será dividido essa função em duas parcelas:

$$\begin{aligned} V_1(k) &= e_x(k)^T P e_x(k) \\ V_2(k-1) &= (K_i(k-1) - \tilde{K}) T^{-1} (K_i(k-1) - \tilde{K})^T. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Da análise da variação do termo $V_1(k)$:

$$\Delta V_1 = V_1(k+1) - V_1(k) = e_x(k+1)^T P e_x(k+1) - e_x(k)^T P e_x(k). \quad (3.44)$$

Substituindo (3.39) em (3.44) resulta

$$\Delta V_1 = (A_{cl} e_x(k) - Bz(k) - F_1(k))^T P (A_{cl} e_x(k) - Bz(k) - F_1(k)) - e_x(k)^T P e_x(k). \quad (3.45)$$

Reescrevendo a expressão anterior como

$$\begin{aligned} \Delta V_1 &= e_x^T(k) (A_{cl}^T P A_{cl} - P) e_x(k) + z^T(k) B^T P B z(k) + F_1^T(k) P F_1(k) \dots \\ &\quad - 2e_x^T(k) A_{cl}^T P B z(k) - 2e_x^T(k) A_{cl}^T P F_1(k) + 2z^T(k) B^T P F_1(k), \end{aligned} \quad (3.46)$$

considerando a condição de uma planta do tipo DASPR tem-se $A_{cl}^T P A_{cl} - P = -L^T L$, assim obtém-se

$$\begin{aligned} \Delta V_1 &= -e_x^T(k) L^T L e_x(k) + z^T(k) B^T P B z(k) + F_1^T(k) P F_1(k) \dots \\ &\quad - 2e_x^T(k) A_{cl}^T P B z(k) - 2e_x^T(k) A_{cl}^T P F_1(k) + 2z^T(k) B^T P F_1(k). \end{aligned} \quad (3.47)$$

Adicionando $\pm 2e_x^T(k)L^T Wz(k) \pm z^T(k)W^T Wz(k)$ em (3.47) resulta que

$$\begin{aligned} \Delta V_1 = & - (Le_x(k) - Wz(k))^T (Le_x(k) - Wz(k)) \dots \\ & + z^T(k)(B^T PB + W^T W)z(k) + F_1^T(k)PF_1(k) \dots \\ & - 2e_x^T(k)(A_{cl}^T PB + L^T W)z(k) - 2e_x^T(k)A_{cl}^T PF_1(k) + 2z^T(k)B^T PF_1(k), \end{aligned} \quad (3.48)$$

sendo o termo ΔV_1 reescrito como

$$\begin{aligned} \Delta V_1 = & - (Le_x(k) - Wz(k))^T (Le_x(k) - Wz(k)) + F_2(k) \dots \\ & + z^T(k)(B^T PB + W^T W)z(k) - 2e_x^T(k)(A_{cl}^T PB + L^T W)z(k), \end{aligned} \quad (3.49)$$

com

$$F_2(k) = +F_1^T(k)PF_1(k) - 2e_x^T(k)A_{cl}^T PF_1(k) + 2z^T(k)B^T PF_1(k). \quad (3.50)$$

Analisando a variação do termo $V_2(k-1)$ de (3.43), tem-se

$$\begin{aligned} \Delta V_2 = V_2(k) - V_2(k-1) = & (K_i(k) - \tilde{K})T^{-1}(K_i(k) - \tilde{K})^T \dots \\ & - (K_i(k-1) - \tilde{K})T^{-1}(K_i(k-1) - \tilde{K})^T \end{aligned} \quad (3.51)$$

ou

$$\begin{aligned} \Delta V_2 = & K_i(k)T^{-1}K_i^T(k) + \tilde{K}T^{-1}\tilde{K}^T - 2K_i(k)T^{-1}\tilde{K}^T \dots \\ & - K_i(k-1)T^{-1}K_i^T(k-1) - \tilde{K}T^{-1}\tilde{K}^T + 2K_i(k-1)T^{-1}\tilde{K}^T. \end{aligned} \quad (3.52)$$

Simplificando os termos semelhantes

$$\begin{aligned} \Delta V_2 = & K_i(k)T^{-1}K_i^T(k) - 2(K_i(k) - K_i(k-1))T^{-1}\tilde{K}^T \dots \\ & - K_i(k-1)T^{-1}K_i^T(k-1), \end{aligned} \quad (3.53)$$

e definindo $K_i(k-1) = K_i(k) - v(k)r^T(k)T$, resulta em

$$\begin{aligned} \Delta V_2 = & K_i(k)T^{-1}K_i^T(k) - 2(K_i(k) - K_i(k) + v(k)r^T(k)T)T^{-1}\tilde{K}^T \dots \\ & - (K_i(k) - v(k)r^T(k)T)T^{-1}(K_i(k) - v(k)r^T(k)T)^T, \end{aligned} \quad (3.54)$$

expandindo os termos

$$\begin{aligned} \Delta V_2 = & K_i(k)T^{-1}K_i^T(k) - 2v(k)r^T(k)TT^{-1}\tilde{K}^T - K_i(k)T^{-1}K_i^T(k) \dots \\ & + 2v(k)r^T(k)TT^{-1}K_i^T(k) - v(k)r^T(k)TT^{-1}(v(k)r^T(k)T)^T. \end{aligned} \quad (3.55)$$

Após algumas manipulações algébricas, (3.55) resulta em

$$\Delta V_2 = -2v(k)r^T(k)\tilde{K}^T + 2v(k)r^T(k)K_i^T(k) - v(k)r^T(k)Tr(k)v^T(k), \quad (3.56)$$

considerando $K_i(k) = K(k) - K_p(k)$

$$\Delta V_2 = -2v(k)r^T(k)\tilde{K}^T + 2v(k)r^T(k)(K(k) - K_p(k))^T - v(k)r^T(k)\text{Tr}(k)v^T(k). \quad (3.57)$$

(3.57) pode ser reescrita por

$$\Delta V_2 = 2v(k)r^T(k)(K(k) - \tilde{K})^T - 2v(k)r^T(k)K_p^T(k) - v(k)r^T(k)\text{Tr}(k)v^T(k). \quad (3.58)$$

Ao aplicar as relações $K_p(k) = v(k)r^T(k)\bar{T}$ e $z^T(k) = r^T(k)(K(k) - \tilde{K})^T$ em (3.58) obtém-se

$$\Delta V_2 = 2v(k)z^T(k) - 2v(k)r^T(k)(v(k)r^T(k)\bar{T})^T - v(k)r^T(k)\text{Tr}(k)v^T(k) \quad (3.59)$$

ou

$$\Delta V_2 = 2v^T(k)z(k) - 2v(k)r^T(k)\bar{T}r(k)v^T(k) - v(k)r^T(k)\text{Tr}(k)v^T(k). \quad (3.60)$$

Aplicando $v(k) = Qe_{yf}(k)$ em (3.60)

$$\begin{aligned} \Delta V_2 = & -v(k)r^T(k)T(v(k)r^T(k))^T - 2v(k)r^T(k)\bar{T}(v(k)r^T(k))^T \dots \\ & + 2e_{yf}^T(k)Q^Tz(k), \end{aligned} \quad (3.61)$$

e considerando $e_{yf}(k) = Ce_x(k) - Cx_0^*(k)$

$$\begin{aligned} \Delta V_2 = & -v(k)r^T(k)T(v(k)r^T(k))^T - 2v(k)r^T(k)\bar{T}(v(k)r^T(k))^T \dots \\ & + 2(Ce_x(k) - Cx_0^*(k))^T(k)Q^Tz(k) \end{aligned} \quad (3.62)$$

ou

$$\begin{aligned} \Delta V_2 = & -v(k)r^T(k)T(v(k)r^T(k))^T - 2v(k)r^T(k)\bar{T}(v(k)r^T(k))^T \dots \\ & + 2e_x^T(k)C^TQ^Tz(k) - 2(x_0^*(k))^T C^TQ^Tz(k). \end{aligned} \quad (3.63)$$

Aplicando a relação $\Delta V(e_x(k), K_i(k-1)) = \Delta V_1 + \text{tr}[\Delta V_2]$, de (3.49) e (3.63), obtém-se

$$\begin{aligned} \Delta V(e_x(k), K_i(k-1)) = & -(Le_x(k) - Wz(k))^T(Le_x(k) - Wz(k)) + F_2(k) \dots \\ & + z^T(k)(B^T P B + W^T W)z(k) - 2e_x^T(k)(A_{cl}^T P B + L^T W)z(k) \dots \\ & + 2e_x^T(k)C^TQ^Tz(k) - 2z^T(k)QC(x_0^*(k)) \dots \\ & - v(k)r^T(k)T(v(k)r^T(k))^T - 2v(k)r^T(k)\bar{T}(v(k)r^T(k))^T. \end{aligned} \quad (3.64)$$

Considerando $Q = \tilde{K}_a$ e $u_f^*(k) = -\tilde{K}_f C_f x_f^*(k)$, (3.64) resulta em

$$\begin{aligned} \Delta V(e_x(k), K_i(k-1)) = & -(Le_x(k) - Wz(k))^T(Le_x(k) - Wz(k)) + F_2(k) \dots \\ & + z^T(k)(B^T P B + W^T W)z(k) - 2e_x^T(k)(A_{cl}^T P B + L^T W)z(k) \dots \\ & + 2e_x^T(k)C^T\tilde{K}_a^T z(k) + 2z^T(k)u_f^*(k) \dots \\ & - v(k)r^T(k)T(v(k)r^T(k))^T - 2v(k)r^T(k)\bar{T}(v(k)r^T(k))^T, \end{aligned} \quad (3.65)$$

após algumas manipulações é obtido a variação da função custo de Lyapunov

$$\begin{aligned} \Delta V(e_x(k), K_i(k-1)) = & - (Le_x(k) - Wz(k))^T (Le_x(k) - Wz(k)) + 2z^T(k)u_f^*(k) + F_2(k) \cdots \\ & + z^T(k)(B^T P B + W^T W)z(k) - 2e_x^T(k)(A_{cl}^T P B + L^T W - C^T \tilde{K}_a^T)z(k) \cdots \\ & - v(k)r^T(k)T(v(k)r^T(k))^T - 2v(k)r^T(k)\bar{T}(v(k)r^T(k))^T \end{aligned} \quad (3.66)$$

De forma a finalizar a análise de estabilidade, representa-se a variação da função custo em função de ganhos genéricos α_x e as variáveis de a norma dos vetores de variáveis. Relembrando que $F_2(k)$ é definido por

$$F_2(k) = F_1^T(k)P F_1(k) - 2e_x^T(k)A_{cl}^T P F_1(k) + 2z^T(k)B^T P F_1(k), \quad (3.67)$$

e a condição para que uma planta seja classificada como DASPR

$$A_{cl}^T P A_{cl} - P = -L^T L, \quad (3.68)$$

por fim, considerando que

$$\begin{cases} A_{cl}^T P B = C^T \tilde{K}_a^T - L^T W \\ B^T P B = -W^T W \end{cases} \quad (3.69)$$

(3.66) torna-se

$$\begin{aligned} \Delta V(e_x(k), K_i(k-1)) = & - \|(Le_x(k) - Wz(k))\|^2 + 2u_f^*(k)\|z(k)\| \cdots \\ & + F_1^T(k)P F_1(k) - 2A_{cl}^T P F_1(k)\|e_x(k)\| + 2B^T P F_1(k)\|z(k)\| \cdots \\ & - T\|v(k)\|^2\|r(k)\|^2 - 2\bar{T}\|v(k)\|^2\|r^T(k)\|^2 \end{aligned} \quad (3.70)$$

Devido ao fato da função $F_1(k)$ permanecer quadrada positiva posteriormente será apresentado uma metodologia para sua minimização, onde é mostrado que para certo limite de variação paramétrica da planta é possível afirmar que $F_1^T(k) \approx 0$, já que números inferiores a 1 (um) quando submetidos a um expoente resultam em valores menores do que o original; desta forma, pode-se dizer que $F_1^T(k)P F_1(k) \cong 0$, assim, este termo quadrático não apresenta influência sobre a estabilidade do algoritmo. Realizando algumas modificações (3.70) é reescrita por

$$\begin{aligned} \Delta V(e_x(k), K_i(k-1)) = & - |L| \|e_x(k)\|^2 - | - W | \|z(k)\|^2 + 2u_f^*(k)\|z(k)\| \cdots \\ & - 2A_{cl}^T P F_1(k)\|e_x(k)\| + 2B^T P F_1(k)\|z(k)\| \cdots \\ & - (T + 2\bar{T})\|v(k)\|^2\|r(k)\|^2 \end{aligned} \quad (3.71)$$

substituindo as constantes por α_x obtém-se

$$\begin{aligned} \Delta V(e_x(k), K_i(k-1)) = & - \alpha_1 \|e_x(k)\|^2 - \alpha_2 \|e_x(k)\| - \alpha_3 \|z(k)\|^2 + \alpha_4 \|z(k)\| \cdots \\ & - \alpha_5 \|v(k)\|^2\|r(k)\|^2 \end{aligned} \quad (3.72)$$

Analisando (3.72), verifica-se que o sistema apresenta valor limitado (sendo $u_f^*(k)$ e $F_1(k)$ limitados) para o erro de rastreamento dos estados ideais, e por consequência, apresenta erro limitado entre a saída da planta e a saída do modelo de referência, pois conforme aumenta os valores de $\|e_x(k)\|$ e $\|z(k)\|$ também aumentam seus termos quadrados negativos, onde esses últimos tornam-se dominantes e a função $\Delta V(e_x(k), K_i(k-1))$ apresenta valores negativo. Dessa forma, a partir de (3.66) é possível obter as seguintes relações para que o algoritmo seja estável

$$\begin{cases} A_{cl}^T P A_{cl} - P = -L^T L \\ A_{cl}^T P B = C^T \tilde{K}_a^T - L^T W \\ B^T P B = -W^T W \\ T > 0 \\ \bar{T} \geq 0 \\ v(k) = \tilde{K}_a e_{yf}(k) \\ F_1(k) \approx 0. \end{cases} \quad (3.73)$$

A minimização do termo $F_1(k)$ é necessário para a estabilidade do algoritmo, e quanto mais reduzido o seu valor melhor o desempenho do algoritmo, pois está variável tem relação com termos lineares da prova de estabilidade presentes na definição de $F_2(k)$, como observado em (3.50) ($F_2(k) = F_1^T(k) P F_1(k) - 2e_x^T(k) A_{cl}^T P F_1(k) + 2z^T(k) B^T P F_1(k)$). Relembrando que

$$\begin{aligned} F_1(k) = & -x^*(k+1) + Ax^*(k) - B\tilde{K}_a Cx_0^*(k) \dots \\ & + B \left[\tilde{K}_x x_m(k) + \tilde{K}_m u_m(k) \right] + d(k), \end{aligned} \quad (3.74)$$

considerando os parâmetros ideais do meta-sistema (A^* e B^*) como sendo os valores nominais da planta (A_p^* e B_p^*) e da dinâmica suplementar (A_f^* e B_f^*), representados por

$$A^* = \begin{bmatrix} A_p^* & 0 \\ 0 & A_f^* \end{bmatrix}, \quad B^* = \begin{bmatrix} B_p^* \\ B_f^* \end{bmatrix} \quad (3.75)$$

e a dinâmica dos estados ideais do meta-sistema definido por

$$x^*(k+1) = A^* x^*(k) + B^* u^*(k), \quad (3.76)$$

(3.74) torna-se

$$\begin{aligned} F_1(k) = & -A^* x^*(k) - B^* u^*(k) + Ax^*(k) - B\tilde{K}_a Cx_0^*(k) \dots \\ & + B \left[\tilde{K}_x x_m(k) + \tilde{K}_m u_m(k) \right] + d(k). \end{aligned} \quad (3.77)$$

Representado a entrada ideal do meta-sistema por

$$u^*(k) = \begin{bmatrix} u_p^*(k) & 0 \\ 0 & u_f^*(k) \end{bmatrix}, \quad (3.78)$$

pela definição do controlador CGT $u_p^*(k) = \tilde{K}_x x_m(k) + \tilde{K}_m u_m(k)$, assim (3.77) torna-se

$$F_1(k) = (A - A^*)x^*(k) - B^*u^*(k) + Bu_p^*(k) - B\tilde{K}_a Cx_0^*(k) + d(k) \quad (3.79)$$

considerando que $u_f^*(k) = -\tilde{K}_f C_f x_f^*(k) = -\tilde{K}_a Cx_0^*(k)$ tem-se que:

$$F_1(k) = (A - A^*)x^*(k) + (B - B^*)u^*(k) + d(k). \quad (3.80)$$

Reescrevendo (3.80) obtém-se

$$F_1(k) = \begin{bmatrix} A_p - A_p^* & 0 \\ -B_f C_p & A_f - A_f^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p^*(k) \\ x_f^*(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_p - B_p^* \\ -B_f^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_p^*(k) & 0 \\ 0 & u_f^*(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_f y_m(k) \end{bmatrix}. \quad (3.81)$$

Devido às dinâmicas suplementares serem aplicadas em um ambiente onde seus parâmetros de projeto não sofrem divergências, é plausível afirmar que $A_f^* = A_f$ e $B_f^* = B_f$; e definindo os erros de parâmetros da planta como $e_{A_p} = A_p - A_p^*$ e $e_{B_p} = B_p - B_p^*$, (3.81) pode ser escrito como

$$F_1(k) = e_{A_p} x_p^*(k) + e_{B_p} u_p^*(k) - B_f C_p x_p^*(k) - B_f u_f^*(k) + B_f y_m(k). \quad (3.82)$$

Em Ulrich, Sasiadek e Barkana (2012) é apresentado uma prova matemática para aplicação do algoritmo base do SAC em tempo discreto. Nele concluiu-se que a parcela envolvendo o erro de parâmetros da planta ($e_{A_p} x_p^*(k) + e_{B_p} u_p^*(k)$) são limitados e responsáveis pela magnitude do erro de rastreamento em regime do algoritmo. No caso do uso das dinâmicas suplementares, há acréscimo de termos envolvidos na magnitude do erro de rastreamento, os novos termos encontrados ($-B_f C_p x_p^*(k) - B_f u_f^*(k) + B_f y_m(k)$) devem apresentar o menor valor possível para que seja diminuído o erro de operação, por se tratar de variáveis internas do algoritmo a única opção de ajuste para o projetista é através da minimização da matriz B_f , matriz que compõe o ganho do compensador utilizado para aumentar a planta. A minimização da matriz B_f é mostrada na Seção 3.4. Desta forma, é possível concluir que caso exista pouca variação paramétrica da planta é possível garantir um baixo erro de rastreamento; e ainda, deve ser realizada a minimização da matriz B_f , assim o termo $F_2(k)$ apresentará valor desejado para manter a estabilidade do algoritmo, pois a função $F_1(k)$ é diretamente responsável pela magnitude de $F_2(k)$.

3.4 Escolha das Dinâmicas Suplementares

O método de definição das dinâmicas suplementares no domínio discreto é semelhante ao apresentado no domínio contínuo. A diferença reside na ponderação existente entre as matrizes de estados do compensador que será utilizado nas dinâmicas suplementares.

Considerando um compensador com a estrutura em espaço de estados (A_c , B_c , C_c , D_c) definido por

$$\begin{aligned} x_c(k+1) &= A_c x_c(k) + B_c u_c(k) \\ y_c(k) &= C_c x_c(k) + D_c u_c(k), \end{aligned} \quad (3.83)$$

aplicando-o a uma planta controlável e observável na configuração da Figura 8 obtém-se uma representação em malha fechada desse sistema como o apresentado em (3.84).

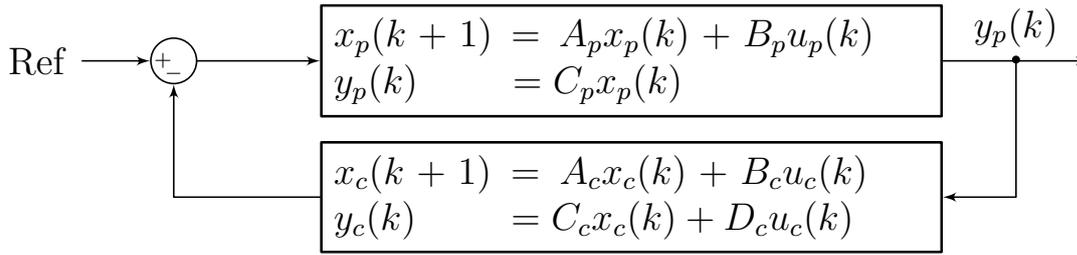


Figura 8 – Configuração em malha fechada para um compensador utilizado com realimentação negativa

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} x_p(k+1) \\ x_c(k+1) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_p - B_p D_c C_p & -B_p C_c \\ B_c C_p & A_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_p(k) \\ x_c(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_p \\ 0 \end{bmatrix} u_p(k) \\ y_p(k) &= C_p x_p(k), \end{aligned} \quad (3.84)$$

onde é definindo

$$A_{\text{estavel}} = \begin{bmatrix} A_p - B_p D_c C_p & -B_p C_c \\ B_c C_p & A_c \end{bmatrix}. \quad (3.85)$$

A igualdade entre a matriz de estabilidade do erro de estados do algoritmo adaptativo ($e_x(k+1)$), definido em (3.39), e a matriz de estabilidade de (3.84) fornece as relações de conversão do compensador que aumenta a planta para sua aplicação como dinâmica suplementar. Assim, realizando a comparação entre A_{cl} e A_{estavel} , sendo $\tilde{K}_a = [\tilde{K}_e, \tilde{K}_f]$, obtém-se

$$\begin{aligned} A_{cl} &= [A - B\tilde{K}_a C] = A_{\text{estavel}} \\ \begin{bmatrix} A_p - B_p \tilde{K}_e C_p & -B_p \tilde{K}_f C_f \\ -B_f C_p & A_f \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} A_p - B_p D_c C_p & -B_p C_c \\ B_c C_p & A_c \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (3.86)$$

esta igualdade resulta em

$$\begin{aligned} A_f &= A_c \\ B_f &= -B_c \\ C_f &= I \\ [\tilde{K}_e, \tilde{K}_f] &= [D_c, C_c]. \end{aligned} \quad (3.87)$$

Considerando a conclusão obtida pela prova matemática para o termo $F_1(k)$, a matriz B_f tem que ser minimizada para que o algoritmo apresente um erro limitado de rastreamento com baixa amplitude. Essa minimização é aplicada ao decompor o ganho do compensador entre as matrizes C_c e B_c através da aplicação de uma razão unitária positiva (com ganho $\alpha_f \ll 1$) separada entre as duas matrizes. Considerando a representação das dinâmicas suplementares como

$$\begin{aligned} x_f(k+1) &= A_f x_f(k) + B_f u_f(k) \\ y_f(k) &= C_f x_f(k), \end{aligned} \quad (3.88)$$

reescrevendo o sistema anterior na configuração de função de transferência discreta têm-se

$$\frac{Y_f(z)}{U_f(z)} = C_f (zI - A_f)^{-1} B_f. \quad (3.89)$$

Multiplicando (3.89) por uma razão unitária α_f/α_f é obtido

$$\frac{Y_f(z)}{U_f(z)} = C_f (zI - A_f)^{-1} B_f \frac{\alpha_f}{\alpha_f} \quad (3.90)$$

ou

$$\frac{Y_f(z)}{U_f(z)} = [\alpha_f C_f] (zI - A_f)^{-1} [B_f/\alpha_f], \quad (3.91)$$

Aplicando a nova representação das matrizes de estados das dinâmicas suplementares no conjunto de igualdades (3.87) obtém-se

$$\begin{aligned} A_f &= A_c \\ B_f/\alpha_f &= -B_c \\ C_f \alpha_f &= I \\ [\tilde{K}_e, \tilde{K}_f] &= [D_c, C_c]. \end{aligned} \quad (3.92)$$

Sendo assim, os critérios de conversão do compensador para dinâmicas suplementares aplicadas no domínio de tempo discreto são apresentadas a seguir:

$$\left\{ \begin{array}{ll} A_f = A_c, & B_f = -B_c \alpha_f \\ C_f = I/\alpha_f, & 0 < \alpha \ll 1 \\ \tilde{K}_e = D_c & \tilde{K}_f = C_c \\ K_e(-1) = \tilde{K}_e, & K_f(-1) = \tilde{K}_f \end{array} \right. \quad (3.93)$$

Devido as características construtiva do SAC, é possível realizar a mudança do ganho α_f da matriz C_f para o ganho adaptado $K_f(k)$, pois a parcela da dinâmica suplementar na ação de controle é observada como:

$$K_f(k) y_f(k) = K_f(k) C_f x_f(k) = K_f(k) / \alpha_f x_f(k). \quad (3.94)$$

Por $K_f(k)$ ser adaptado, é possível ignorar o ganho α_f relacionado com a matriz C_f , pois o valor final do ganho das dinâmicas suplementares pode ser representado por $K_f(\infty) = K_{f_{\text{convergiado}}}/\alpha_f$. Essa mudança do ganho α_f de C_f para $K_f(k)$ permite evitar que a modificação que minimiza a matriz B_f influencie outros termos da prova de estabilidade, melhorando assim o desempenho do algoritmo. Dessa forma, o conjunto final que representa a conversão de um compensador em dinâmicas suplementares é:

$$\left\{ \begin{array}{ll} A_f = A_c, & B_f = -B_c \alpha_f \\ C_f = I, & 0 < \alpha \ll 1 \\ \tilde{K}_e = D_c & \tilde{K}_f = C_c \\ K_e(-1) = \tilde{K}_e, & K_f(-1) = \tilde{K}_f / \alpha_f \end{array} \right. \quad (3.95)$$

4 PROJETO E IMPLEMENTAÇÃO

No presente capítulo são apresentados os resultados obtidos da aplicação do controlador proposto. Inicialmente, é realizada uma exemplificação das configurações necessárias para a aplicação do Controle Adaptativo Simples (SAC), através da definição dos parâmetros da planta a ser controlada; o projeto do controlador Proporcional Ressonante (PR); e por fim, a escolha do modelo de referência que ditará as dinâmicas desejadas para a planta. A validação do algoritmo consistiu em simulações computacionais e aplicações em uma bancada experimental.

4.1 Configurações Iniciais

O sistema utilizado para validação do controlador é o mostrado na Figura 9, e na Figura 10 é a configuração do SAC com dinâmicas suplementares. Sendo V_{dc} a tensão do barramento contínuo, L_1 a indutância do lado do conversor, C_f a capacitância do filtro, L_2 a soma entre indutância do filtro e a da rede elétrica e K_c o ganho do amortecimento ativo.

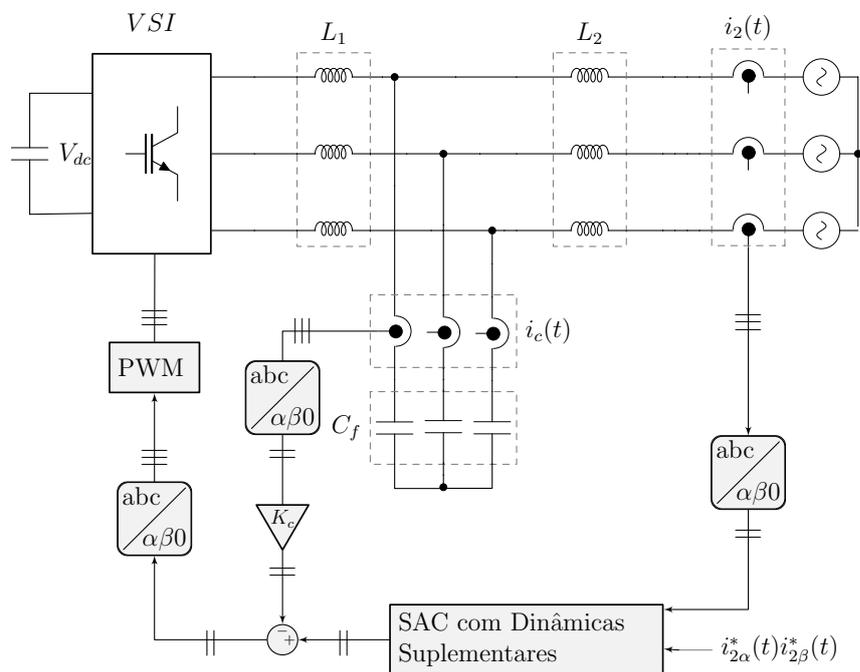


Figura 9 – Diagrama de blocos representando a conexão do controlador à rede elétrica. Os blocos sombreados são aqueles implementados internamente na DSP.

Os requisitos para projeto do filtro LCL, utilizando-se de Tang et al. (2012), são apresentados na Tabela 1. Esse projeto é detalhado no Anexo A. .

Os valores projetados para os elementos do filtro LCL e suas respectivas faixas de variações, necessário para a projeto do algoritmo adaptativo, estão apontados na Tabela 2. Devido

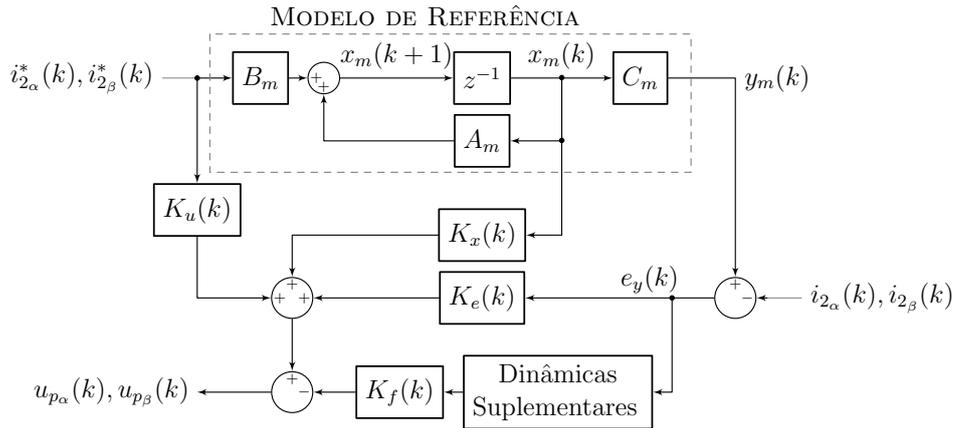


Figura 10 – Diagrama de blocos representando o algoritmo de controle do SAC com dinâmicas suplementares implementado nas coordenadas α e β no DSP.

Tabela 1 – Parâmetros de projeto para o filtro LCL

Parâmetro	
α	0,303
ζ	0,2
Frequência nominal (f_n)	60Hz
Maior harmônica (h)	660Hz
Potência (P)	5kW
Tensão de fase RMS nominal (V_n)	220V

aos critérios de passividade que a planta deve apresentar para que o SAC pode ser utilizado, faz-se necessário a atribuição de limites de variações dos parâmetros da planta per efeito das alterações intrínsecas à construção dos elementos e às incertezas da rede elétrica.

Tabela 2 – Valores nominais de construção do filtro LCL e suas possíveis variações.

Parâmetro	Valor nominal	Variação (min. ; max.)
L_1	1,0mH	(-20%; +20%)
R_1	0,5 Ω	(0 Ω ; 0 Ω)
C_f	62,0 μ F	(-20%; +20%)
L_2	0,3mH	(0.3mH; 1.3mH)
R_2	0,5 Ω	(0 Ω ; 5 Ω)
T_s	83,3 μ s	(0%; 0%)
R_c	3,85 Ω	(-20%; +20%)

Posteriormente à definição dos parâmetros da planta é projetado o controlador adaptativo.

4.2 Projeto do Sistema Adaptativo

As metodologias de projeto para as dinâmicas suplementares propostas em Kaufman, Barkana e Sobel (2012) são divididas em duas categorias: no domínio do tempo; e no domínio da frequência. O método no domínio do tempo é aplicado de forma a garantir a estabilidade através dos polinômios de Kharitonov. Enquanto o método no domínio da frequência é baseado nas técnicas de projeto por H_∞ . Ambas as técnicas apresentam robustez frente às incertezas paramétricas apresentadas pela planta, há esta necessidade devido as dinâmicas suplementares serem responsáveis por garantir que a planta do tipo não ASPR seja observada pelo controlador adaptativo como ASPR para qualquer condição de parâmetro, ou seja, as dinâmicas suplementares devem garantir que para qualquer variação paramétrica a planta seja observada com passividade do tipo ASPR.

Com base nos conceitos apresentados em Rusnak e Barkana (2012), observa-se que independente do método de projeto do compensador (*feedback* ou *feedforward*), é sempre possível utilizá-lo como dinâmica suplementar, pois estas duas topologias para conexão de compensadores são complementares, ou seja, para dado compensador projetado na conexão *feedback* terá o mesmo desempenho e características se aplicado em uma conexão *feedforward*, desde que inverta seu modelo. Dessa forma, é possível utilizar métodos convencionais de projeto para controladores ressonantes de forma a projetar o compensador utilizado nas dinâmicas suplementares. O ponto negativo dessa proposta é que os métodos convencionais, geralmente, não apresentam robustez frente a variação paramétrica. Como forma de solução, é proposta uma metodologia para escolha da planta de forma a garantir uma aplicação robusta do compensador projetado de forma convencional.

Visto que o critério limitante para o algoritmo adaptativo são os critérios de estabilidade de ASPR, utiliza-se deste conceito para identificar sobre quais condições de parâmetros a planta deixará de atender os critérios de ASPR. Como é visada a aplicação em uma DSP (do inglês, *Digital Signal Processor*), é necessário verificar se a planta atende aos critérios de ASPR no domínio discreto.

Para o caso da aplicação deste trabalho, será analisado a planta do filtro LCL. Utilizando como base a função de transferência do LCL discretizado pelo método ZOH (do inglês, *Zero Order Hold*), com adição do atraso de transporte e usando amortecimento ativo por realimentação da corrente do capacitor; tem-se que a função de transferência da planta é

$$\frac{I_2(z)}{U(z)} = -\frac{L_1}{L_1 + L_2} \frac{-T_s \omega_n (1 + z^2 - 2z \cos(T_s \omega_n)) + (-1 + z)^2 \sin(T_s \omega_n)}{(-1 + z) (L_1 \omega_n z (1 + z^2 - 2z \cos(T_s \omega_n)) + (-1 + z) \zeta \sin(T_s \omega_n))}. \quad (4.1)$$

sendo $\omega_n = \sqrt{(L_1 + L_2)/(L_1 C_f L_2)}$, $U(z)$ a ação de controle a ser sintetizada pelo conversor, ζ o amortecimento desejado para frequência de ressonância (o mesmo presente na Tabela 1) e T_s is é o tempo de amostragem (ORELLANA; GRIÑÓ, 2012a).

Como observado na Seção 2.4, (4.1) não atende nenhum dos critérios de passividade, logo essa função é classificada como não DASPR. Dessa forma, é necessária a aplicação do SAC utilizando as dinâmicas suplementares.

Apesar das formas de projeto conhecidas para aumentar as plantas, neste trabalho será proposto um método alternativo que consiste na utilização do traçado do lugar das raízes para escolha da planta, que apresentará aplicação de forma robusta, em conjunto de um compensador PR projetado por um método convencional, ambos analisados no tempo contínuo. O primeiro passo para esse método de projeto é a escolha da pior combinação de parâmetros que a planta pode apresentar para as condições de ASPR, ou seja, qual a combinação entre as variações da Tabela 2 fornece o caso mais distante possível das condições de ASPR.

Como observado em Rusnak e Barkana (2009), uma função é dita ASPR se a planta em malha fechada ($G_a(s) = G_p(s)/(1 + KG_p(s))$) realimentada com um ganho K , passível ou não de implementação, apresentar as seguintes características:

- os polos no traçado do lugar das raízes convergem para zeros de fase mínima ou para regiões a esquerda do eixo imaginário do plano complexo;
- e deve possuir no máximo uma assíntota.

Realizando todas as combinações entre as variações paramétricas permitidas para o filtro LCL (um total de 64 possibilidades ao considerar as variações de R_1 , R_2 , R_c , L_1 , L_2 e C_f), deve-se observar qual dessas combinações produz uma planta que satisfaz um ou os dois dos critérios a seguir:

1. o traçado dos polos que converge para regiões instáveis;
2. e/ou os polos estão localizados próximos ao eixo imaginário.

Dessa forma, o pior caso possível de parâmetros do filtro LCL é aquele onde os polos convergem para regiões instáveis com um pequeno ganho, e estão inicialmente contidos sobre o eixo imaginário. Analisando as combinações de parâmetros para o filtro LCL, os traçados dos lugares das raízes são apresentados na Figura 11 obtidos ao manter $R_1 = 0$, é possível classificar o comportamento dos polos como: ASPR (I); não ASPR leve (II); e não ASPR forte (III).

Pelos traçados marcados como (I) é possível verificar que mesmo a planta sendo matematicamente descrita como do tipo não ASPR ela pode apresentar característica de ASPR dependendo da relação de dominância entre os polos. Para os casos (II) e (III) verifica-se que a combinação de parâmetros originam plantas não ASPR, mas para algumas configurações (conjunto (II)) existem traçados que permitem a aplicação de ganhos elevados à planta antes de atingir regiões de instabilidade, do ponto vista da planta aumentada, é possível aplicar maiores ganhos à planta aumentada antes que esta perca as características de ASPR; permitindo assim,

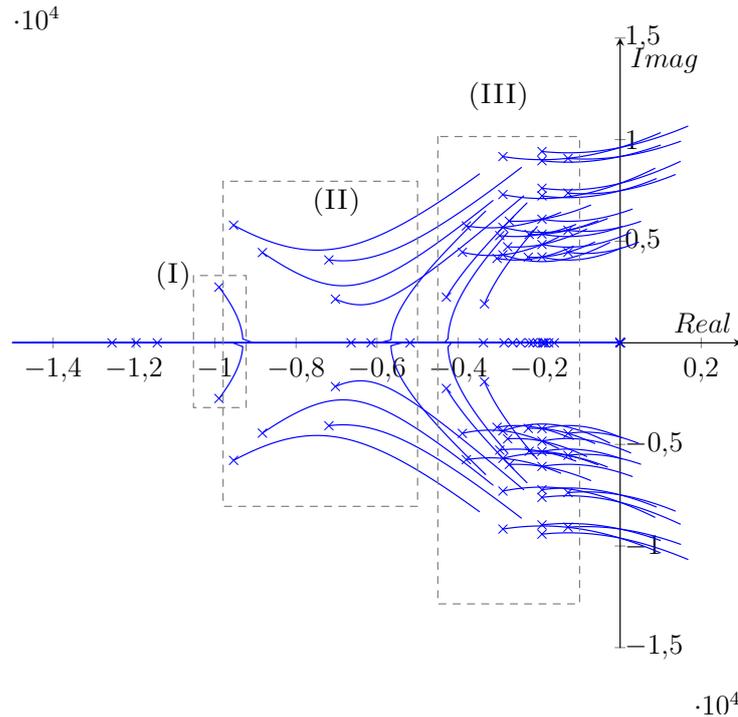


Figura 11 – Traçado do lugar das raízes no tempo contínuo para as diferentes combinações entre os parâmetros do filtro LCL, sendo R_1 mínimo, de acordo com a Tabela 2.

obter melhores desempenhos para o sistema adaptativo. Já o conjunto (III) representa os traçados do tipo não ASPR que possuem uma maior desafio em estabilização para o compensador *feedforward*, pois pequenos incrementos no ganho podem levar a planta para regiões de instabilidade.

Sendo os traçados mais próximos do eixo imaginário os mais distantes das condições de ASPR, ao considerar $R_c = 3,08$ e $L_1 = 1,2\text{mH}$ e $C_f = 49,6\mu\text{F}$ é obtido os traçados da Figura 12.

Analisando a Figura 12, conclui-se que a pior combinação, do ponto de vista de estabilidade pelo critério de ASPR, entre os parâmetros do filtro LCL são aquelas onde se tem uma capacitância do filtro baixa, uma rede elétrica com alta indutância, e uma baixa resistência, pois com estas combinações é necessário um menor ganho de realimentação da planta para que o sistema atinja a região de instabilidade. Os parâmetros da planta utilizados para projeto do compensador utilizado no controle adaptativo são apresentados na Tabela 3.

Após a escolha dos parâmetros da planta, deve-se projetar o compensador que será utilizado para compor as dinâmicas suplementares. Esse compensador deve ser escolhido de forma a controlar a planta, pois a relação de reciprocidade entre a topologia de controle com realimentação negativa (ação *feedback*, os compensadores clássicos) e o aumento da planta (ação *feedforward*, aplicação das dinâmicas suplementares), apresentado em Rusnak e Barkana (2012), garante que a planta atenderá os critérios de ASPR. Dessa forma concluí-se que se for projetado um controlador ressonante que estabilize a planta (4.1), utilizando os parâmetros da Tabela 3, é

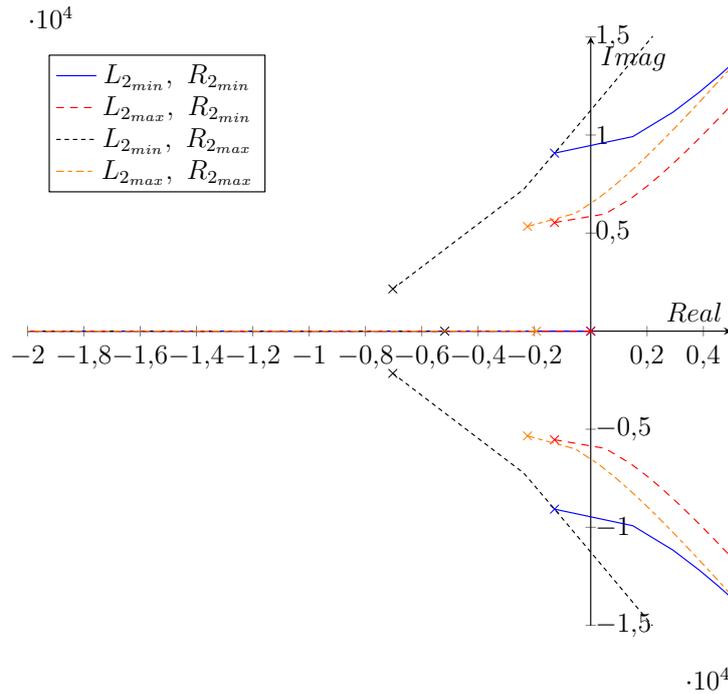


Figura 12 – Traçado do lugar das raízes no tempo contínuo para algumas combinações entre parâmetros do filtro LCL, considerando L_1 máximo; e R_1 , R_c e C_f mínimos, de acordo com a Tabela 2.

Tabela 3 – Parâmetros de filtro LCL utilizado para projeto das dinâmicas suplementares.

Parâmetro	Valor
L_1	1,2mH
R_1	0 Ω
C_f	49,6 μ F
R_c^*	3,08 Ω
L_2	1,3mH
R_2	0 Ω

*: resistência equivalente ao ganho de amortecimento ativo escolhido.

equivalente a projetar uma dinâmica que aumente a planta para que a mesma torne-se ASPR.

De forma arbitrária, é escolhido para este trabalho o compensador do tipo Proporcional Ressonante para compor as dinâmicas suplementares. Seguindo os critérios de projeto definidos em Yang et al. (2013), e apresentado no Apêndice B, realiza-se o projeto do controlador PR no domínio contínuo com o controle da corrente do filtro LCL que circula sobre o indutor conectado à rede elétrica, utilizando os parâmetros da Tabela 3. O compensador tem sua estrutura dada por

$$G_{PR}(s) = K_p + \frac{K_{PRS}}{s^2 + 2\omega_c s + \omega_0^2}, \quad (4.2)$$

onde K_p é ganho da parcela proporcional, K_{PR} o ganho do integrador, sintonizado na frequência da rede $\omega_0 = 2\pi 60$ rad/s e ω_c é o ganho responsável por reduzir o ganho infinito aplicado pelo PR.

A planta utilizada é definida por

$$G_p(s) = \frac{I_2(s)}{U(s)} = \frac{1}{C_f L_1 L_2 s^3 + (L_1 + L_2)s}, \quad (4.3)$$

sendo L_1 , L_2 e C_f os parâmetros do filtro LCL e a ação de controle aplicada à planta,

$$U(s) = U_p(s) - K_c I_c(s), \quad (4.4)$$

sendo $U_p(s)$ a ação de controle gerada pela topologia adaptativa e K_c o ganho de amortecimento ativo, encontrado através de

$$K_c = \frac{R_c}{V_{DC}} \left(1 + \frac{L_1}{L_2} \right), \quad (4.5)$$

com parâmetros de R_c , L_1 e L_2 utilizados do valor nominal de projeto do filtro LCL, e V_{DC} a tensão do barramento contínuo utilizado.

Após realizado o projeto do PR, verifica se a sua topologia quando aplicada como ação *feedforward* produz os efeitos desejados, ou seja, é capaz de tornar o filtro LCL uma planta classificada como ASPR. Considerando a representação genérica do filtro LCL como $G_p(s)$, a planta aumentada resultante da topologia *feedforward* é dada por

$$G_a(s) = G_p(s) + \frac{1}{G_{PR}(s)}. \quad (4.6)$$

Caso a planta $G_a(s)$ não seja classificada como ASPR, deve-se realizar ajustes nos ganhos K_p e K_{PR} enquanto a planta aumentada permanecer definida como não ASPR. A partir do momento que a planta $G_a(s)$ tornar-se ASPR, é realizado a discretização do controlador PR e aplicando-o como topologia *feedforward*, mas utilizando o modelo de planta o apresentado em (4.1) como $G_p(z)$, a planta aumentada no domínio discreto é dada por

$$G_a(z) = G_p(z) + \frac{1}{G_{PR}(z)}. \quad (4.7)$$

Assim como no caso contínuo, deve-se ajustar os ganhos do controlador PR, agora discretizado, até o instante em que a planta aumentada $G_a(z)$ apresente características de um sistema DASPR. Após estes passos, é encontrado o controlador PR que estabiliza a pior configuração de parâmetros do filtro LCL. Com base nos procedimentos efetuados é encontrado o seguinte modelo do controlador PR (na representação de espaço de estados), discretizado pelo método de Tustin, a ser utilizado neste trabalho

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1,9987 & -0,9997 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(k) \quad (4.8)$$

$$y(k) = \begin{bmatrix} 9,535 \times 10^{-3} & -9,535 \times 10^{-3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{bmatrix} + 30 \times 10^{-3} u(k). \quad (4.9)$$

Finalizado o projeto do compensador, é necessário realizar a conversão deste em dinâmicas suplementares. Essa conversão é realizada com base na comparação entre a matriz de

estabilidade de malha fechada para uma planta + compensador e a matriz de estabilidade do erro de estados do algoritmo $e_x(k+1)$. Algumas adaptações para o caso discreto foram obtidas via prova matemática no Capítulo 3. Dessa forma, para implementar as dinâmicas suplementares no domínio discreto, é necessário utilizar as seguintes relações:

$$\begin{cases} A_f = A_{pr}, & B_f = -B_{pr}\alpha_f \\ C_f = I, & 0 < \alpha_f \ll 1 \\ \tilde{K}_e = D_{pr} & \tilde{K}_f = C_{pr} \\ K_e(-1) = \tilde{K}_e, & K_f(-1) = \tilde{K}_f/\alpha_f \end{cases} \quad (4.10)$$

sendo A_{pr} e B_{pr} as matrizes extraídas da equação dinâmica do compensador PR, (4.8); C_{pr} e D_{pr} os ganhos que compõem a saída da função de transferência do PR, (4.9); e $\tilde{K}_e(-1)$ e $\tilde{K}_f(-1)$ valores de inicialização do integrador utilizados nas equações de adaptação da ação de controle para as posições referentes aos ganhos das dinâmicas suplementares.

Como observado, as condições são semelhantes ao do modelo contínuo apresentado em Kaufman, Barkana e Sobel (2012). A maior diferença está na presença do termo α_f , que é um ganho inserido com base na prova de estabilidade para que o sistema de equações de Lyapunov apresente alguns dos seus termos de primeira ordem minimizados. Para manter a relação do ganho do compensador constante, caso este seja inicializado ($K_i(-1) \neq 0$), é necessário realizar a divisão do integrador pelo mesmo ganho α_f , assim o ganho final das dinâmicas suplementares é inalterado.

Posterior ao projeto das dinâmicas suplementares realiza-se a escolha do modelo de referência.

4.2.1 Projeto do modelo de referência

O modelo de referência contém as características desejadas para a resposta da planta, na presente aplicação é desejável que a saída da planta apresente as mesmas características do sinal de referência, portanto o modelo de referência ideal é um ganho unitário. Entretanto, devido às características do algoritmo adaptativo é necessário que os polos do modelo de referência sejam mais rápidos que os polos da dinâmica suplementar (KAUFMAN; BARKANA; SOBEL, 2012); relação que pode ser observado pela disposição entre o modelo de referência e as dinâmicas suplementares, onde a posição do modelo de referência na malha de controle se assemelha a uma malha externa e as dinâmicas suplementares a uma malha interna. Sendo assim, escolhe-se um modelo de referência de primeira ordem de forma que este atue como um filtro passa baixa na frequência de corte em 1kHz, escolhido por conter a menor influência sobre a fase da referência e, se for necessário, apresentar banda passante para contemplar o controle de componentes harmônicas presentes no ponto de conexão.

O modelo de referência utilizado está representado, em espaço de estados discreto, em

(4.11).

$$\begin{aligned}\dot{x}_m(t) &= 0,59x(t)_m + u(t)_m \\ y_m &= 0,49x(t)_m\end{aligned}\quad (4.11)$$

4.2.2 Equações de adaptação

Por fim, é necessário ajustar os ganhos de adaptação do algoritmo. Em (4.12) é apresentado as equações de adaptação dos ganhos da ação de controle quando utilizado o SAC com dinâmicas suplementares no domínio discreto.

$$\left\{ \begin{array}{l} K_i(-1) = [\tilde{K}_e, \tilde{K}_f, \tilde{K}_x, \tilde{K}_u] \\ \tilde{K}_a = [\tilde{K}_e, \tilde{K}_f] \\ e_{yf}(k) = [e_y(k), -y_f(k)]^T \\ v(k) = \tilde{K}_a e_{yf}(k) \\ K_p(k) = v(k)r(k)^T \bar{T} \\ K_i(k) = K_i(k-1) + v(k)r(k)^T T \\ K(k) = K_p(k) + K_i(k) \\ U_p(k) = K(k)r(k), \end{array} \right. \quad (4.12)$$

$r(k)$ e $K(k)$ são vetores definidos, respectivamente, por $r(k) = [e_{yf}(k), x_m(k), u_m(k)]^T$ e $K(k) = [K_e(k), K_f(k), K_x(k), K_u(k)]$; e $K_i(-1)$ a inicialização do integrador, onde seus valores são calculados por (4.10) e (2.67). A velocidade de adaptação dos ganhos da ação de controle são controlados por T e \bar{T} , seus valores são definidos através de tentativas até que a resposta de adaptação dos ganhos esteja de acordo com o esperado pelo projetista. O valor desses ganhos, assim como a modificações das condições iniciais da parcela das dinâmicas suplementares (realizados empiricamente para obter uma melhor resposta do controlador) apresentam variações entre a aplicação em software e a prática, variações essas que ocorrem devido aos modelos matemáticos utilizados nos softwares não abrangerem todas as dinâmicas envolvendo os elementos físicos.

4.3 Roteiro de Ensaios

A validação da topologia de controle proposta consistiu na aplicação do algoritmo em ambiente virtual e prático, utilizando da saída do filtro LCL em curto-circuito e conectado à rede elétrica.

Para observar os efeitos das variações paramétricas no controlador, os testes em curto-circuito foram adicionados uma etapa onde há a inserção de uma carga resistiva não modelada, com valor de 6Ω , na saída do filtro LCL. O desempenho do controlador foi testado através da

aplicação de degraus na amplitude de referência, como o apresentado em (4.13), nos diferentes valores (máximo e mínimo) para a variação da indutância de saída do filtro LCL.

$$\begin{aligned} u_{\alpha}(k) &= \begin{cases} 7 \sin(\omega_0 t), & t < 0,3s \text{ e } t \geq 0,4s \\ 4,2 \sin(\omega_0 t + \pi), & 0,3s \leq t < 0,4s \end{cases} \\ u_{\beta}(k) &= \begin{cases} 7 \cos(\omega_0 t), & t < 0,3s \text{ e } t \geq 0,4s \\ 4,2 \cos(\omega_0 t + \pi), & 0,3s \leq t < 0,4s \end{cases} \end{aligned} \quad (4.13)$$

Os mesmos testes realizados em curto-circuito foram aplicados na conexão com a rede elétrica. O distúrbio da rede está apresentado em (4.14).

$$\begin{aligned} v_{g_a}(k) &= 77,6 \sin(\omega_0 t) \\ v_{g_b}(k) &= 77,6 \sin(\omega_0 t + \pi/4) \\ v_{g_c}(k) &= 77,6 \sin(\omega_0 t - \pi/4) \end{aligned} \quad (4.14)$$

As configurações dos parâmetros do filtro para cada tipo de ensaio estão representadas na Tabela 4

Tabela 4 – Variações de parâmetros entre os ensaios de validação do algoritmo adaptativo.

Conexão	Parâmetro		
	L ₂	V _{cc}	V _{g_{rms}} (fase)
Curto-circuito	$\frac{0,3\text{mH}}{1,3\text{mH}}$	20V	0
Curto-circuito + 6Ω	$\frac{0,3\text{mH}}{1,3\text{mH}}$	100V	
Rede	$\frac{0,3\text{mH}}{1,3\text{mH}}$	150V	55V

4.4 Validação por Meio de Simulações Computacionais

A simulação tem por finalidade ajustar os ganhos relacionados com a velocidade de adaptação do algoritmo (T e \bar{T}) e prever possíveis problemas quando aplicado esse algoritmo à bancada experimental. Dessa forma, realizou-se o controle da corrente do indutor conectado à rede elétrica ($i_2(t)$) sobre diferentes condições de carregamento da rede e de sinais de referência.

Como estes resultados tem como finalidade de reforçar a análise proposta no Capítulo 3, procurou-se simplificar a aplicação do algoritmo a fim de diminuir as fontes de erro e facilitar o processo de depuração. Dessa forma, inicialmente simulou-se o sistema sem conexão com a rede elétrica de forma a ajustar os valores iniciais dos ganhos T , \bar{T} e α , pois estes são encontrados de forma empírica. A inicialização do integrador K_i foi necessário devido a uma relação observada entre o ganho do amortecimento ativo e o ganho K_e (ganho relacionado com a parcela proporcional do compensador de estabilização da planta) que influencia na ressonância do filtro LCL durante a inicialização do algoritmo.

Os ganhos utilizados para a aplicação do controlador nas simulações computacionais são apresentados na Tabela 5.

Tabela 5 – Ganhos do algoritmo adaptativo durante a implementação em ambiente computacional.

Parâmetro	Valor
T	$\text{diag}^*([1 \times 10^{-4} \ 5,1 \ 5,1 \ 0,051 \ 0,051])$
\bar{T}	$\text{diag}^*([1 \times 10^{-3} \ 1 \ 1 \ 0,01 \ 0,01])$
α_f	1×10^{-4}
\tilde{K}_a	$[30 \times 10^{-3} \ 9,5358 \times 10^{-3} \ -9,5358 \times 10^{-3}]$
$K_i(-1)$	$[30 \times 10^{-3} \ 476,79 \ -476,79 \ -4 \ 7]$
K_c	5

*: Matriz diagonal composta com os valores do vetor apresentado.

4.4.1 Simulação em curto-circuito

Os resultados são divididos de acordo com o tipo de parâmetro utilizado durante o acionamento da bancada e o tipo de conexão para o filtro LCL.

4.4.1.1 Indutância de 0,3mH

Os resultados de simulação obtidos ao realizar o controle da corrente de saída do filtro LCL com o indutor do lado da conexão da rede elétrica utilizando 0,3mH e curto-circuitado estão apresentados na Figura 13, é comparado a saída do modelo de referência com o sinal de corrente controlada pelos controladores (SAC e o Proporcional Ressonante com parâmetros constantes); Figura 14, o sinal do erro de rastreamento; e a Figura 15, apresenta a evolução dos ganhos do controlador adaptativo.

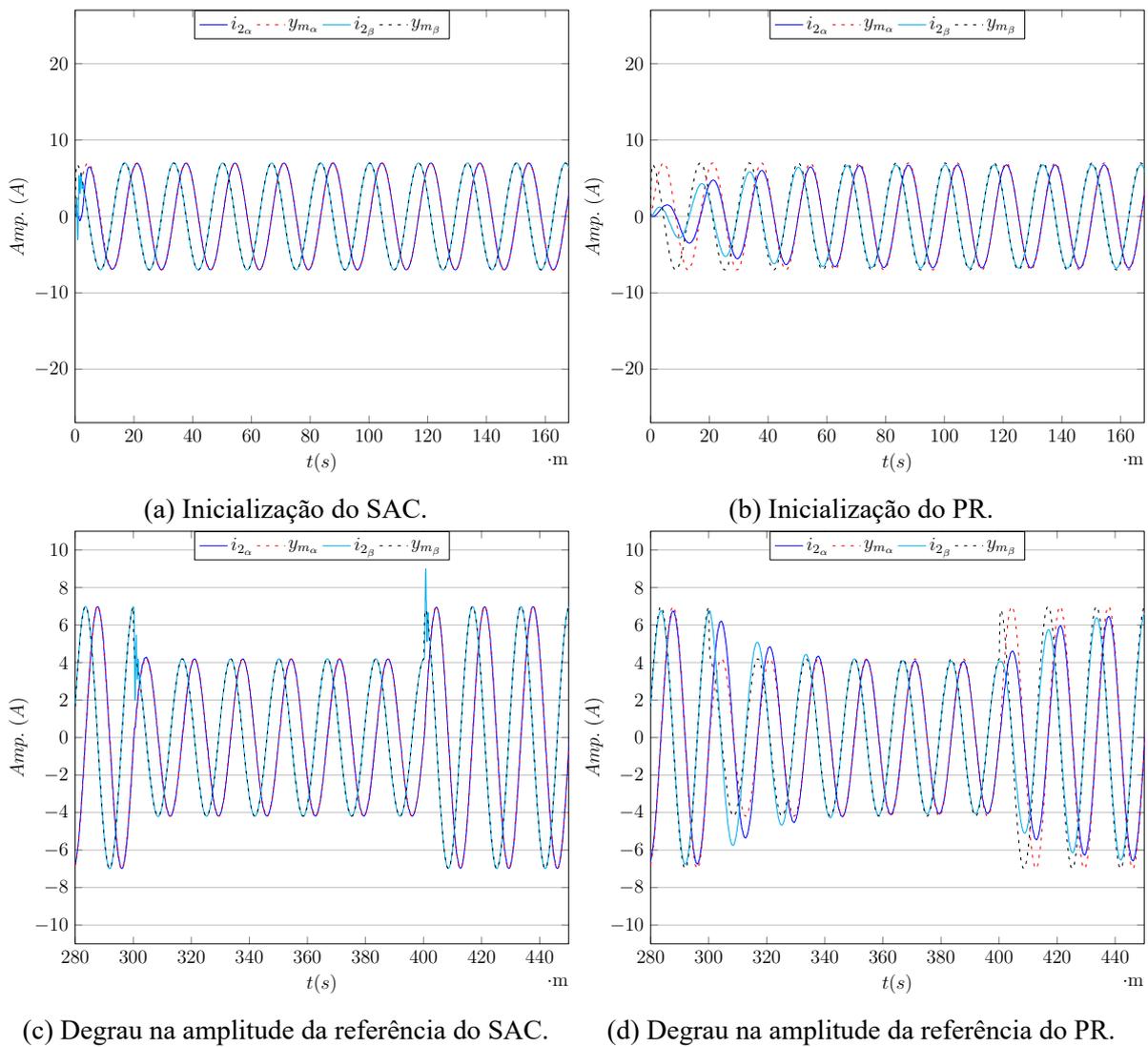


Figura 13 – Comparação entre a saída do modelo de referência e a corrente controlada nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 0,3mH na simulação em software.

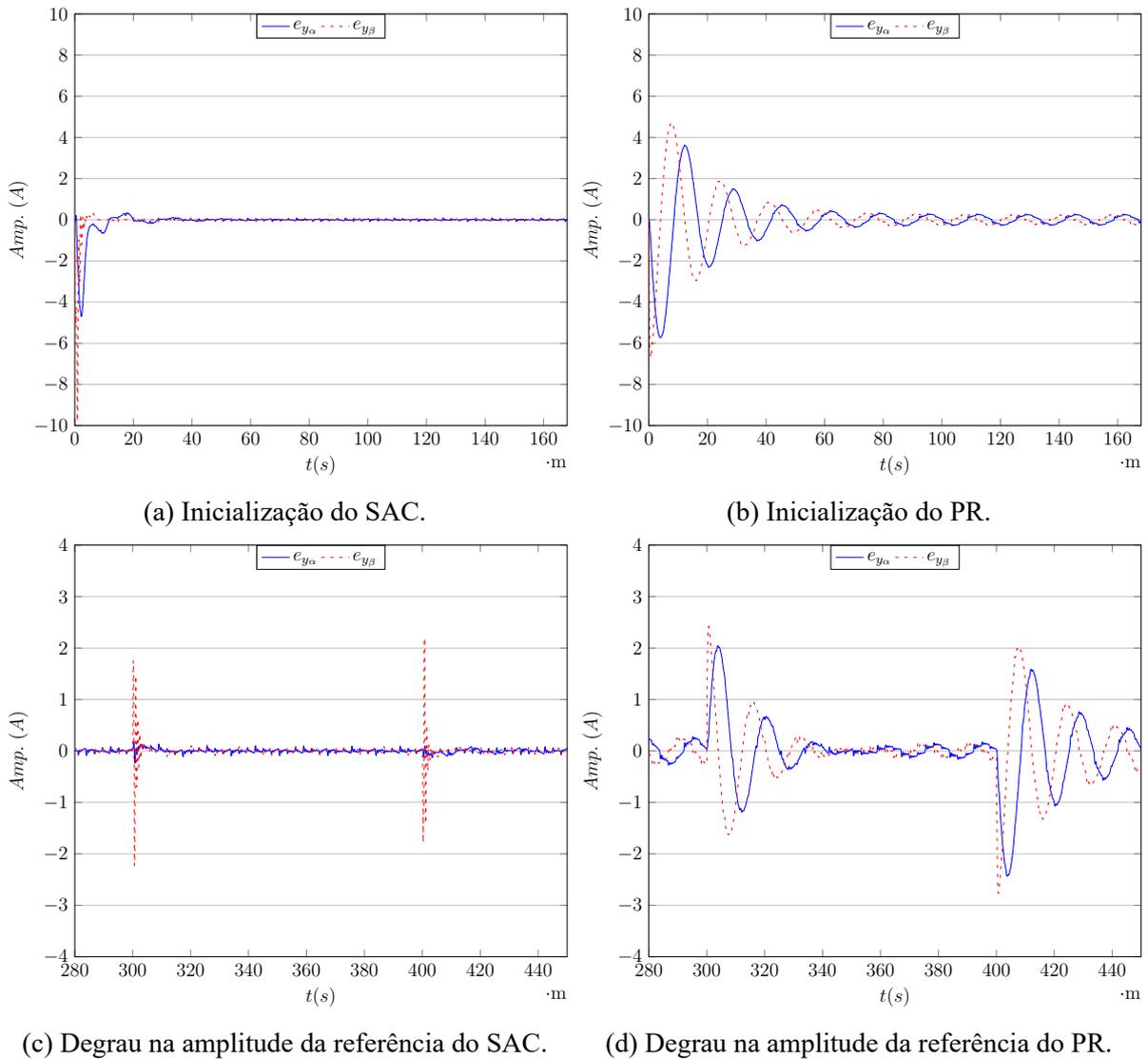
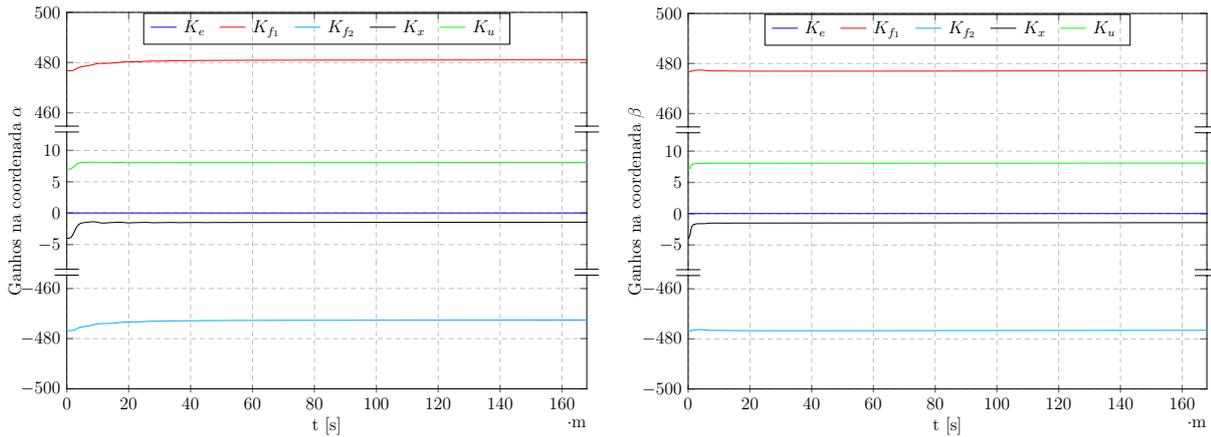
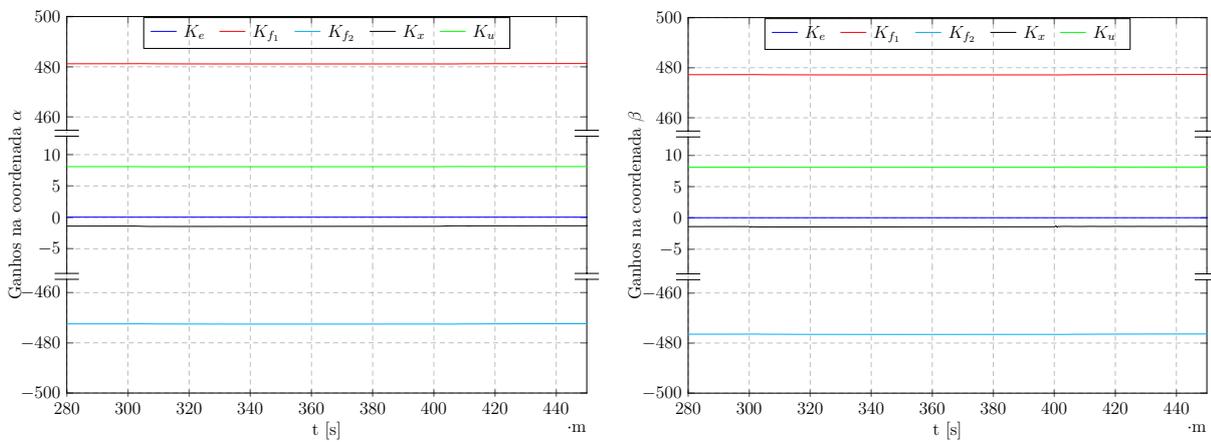


Figura 14 – Comparação do erro de rastreamento entre a corrente de saída do filtro e a saída do modelo de referência nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 0,3mH na simulação em software.



(a) Inicialização.



(b) Degraus na amplitude da referência.

Figura 15 – Convergência dos ganhos do controlador adaptativo SAC para uma planta com inutância de saída de 0,3mH nas coordenadas $\alpha\beta$ para o transitório inicial (a) e na aplicação dos degraus na amplitude de referência (b), para simulação em software.

4.4.1.2 Indutância de 1,3mH

Utilizando um indutor do lado da conexão com a rede elétrica de 1,3mH são obtidos os resultados apresentados na Figura 16, onde é comparado à saída do modelo de referência com o sinal de corrente controlada pelos controladores (SAC e o Proporcional Ressonante), na Figura 17 temos o comportamento do erro de rastreamento, e na Figura 18 a evolução dos ganhos do controlador adaptativo.

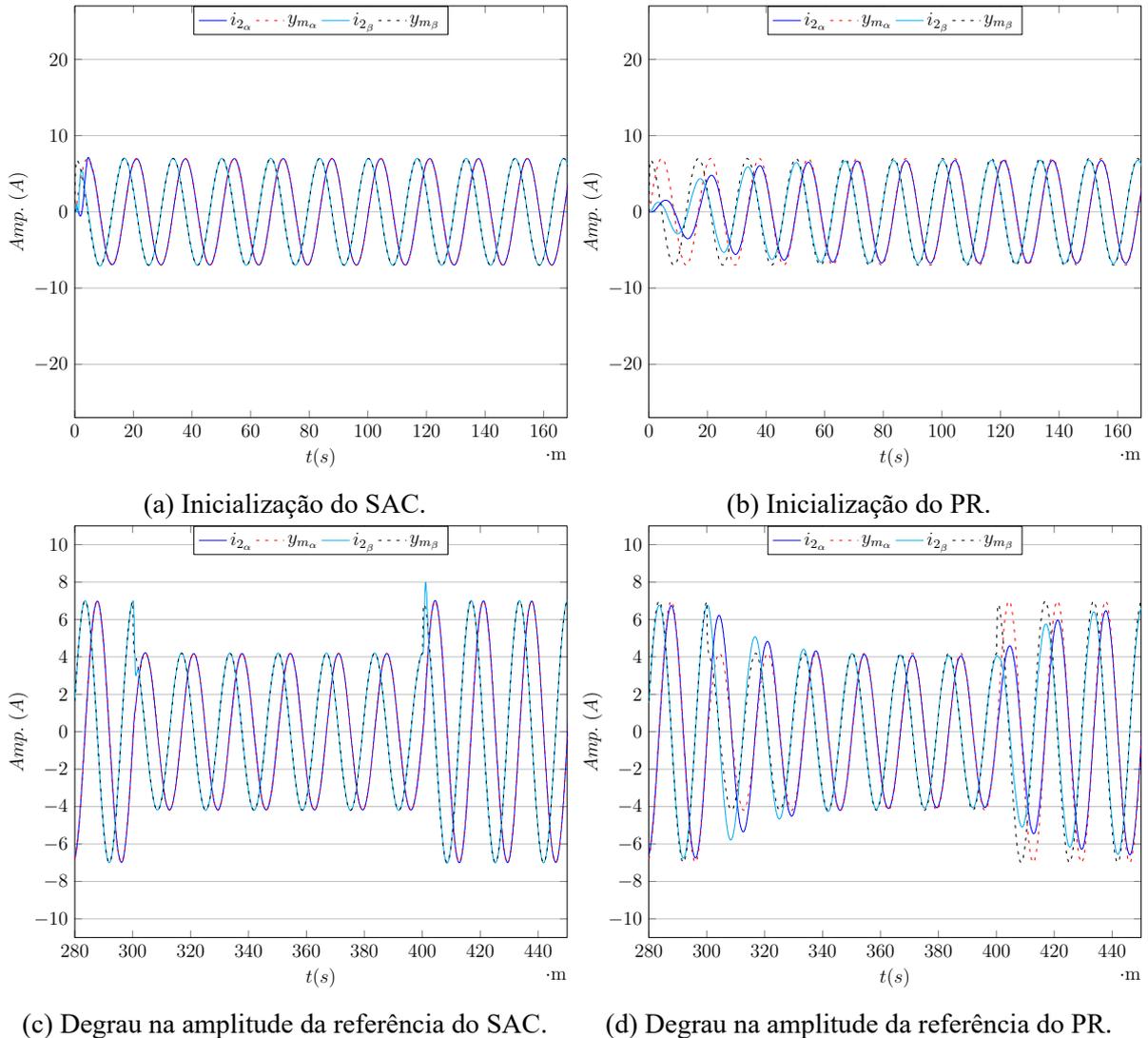


Figura 16 – Comparação entre a saída do modelo de referência e a corrente controlada nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 1,3mH na simulação em software.

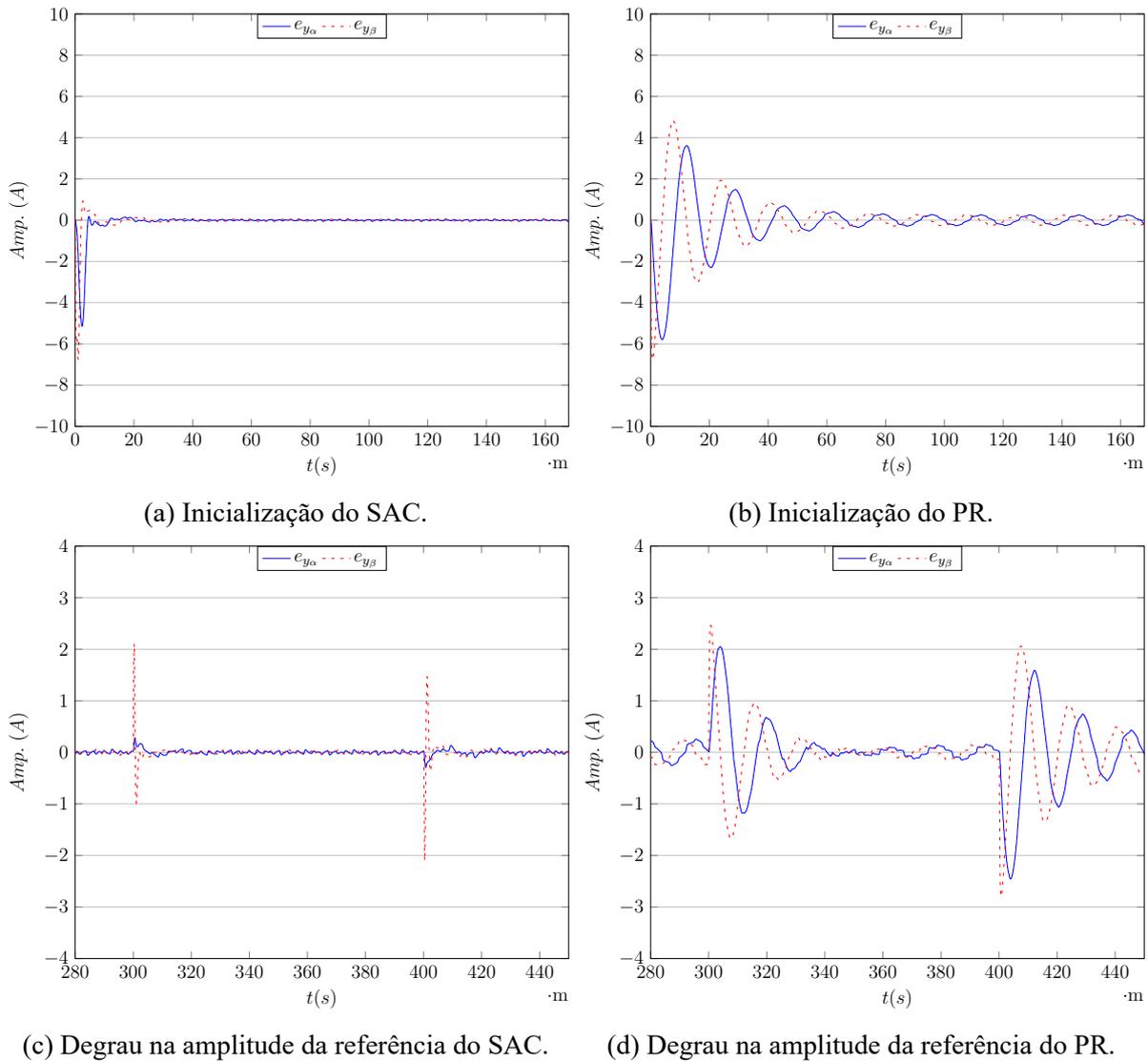
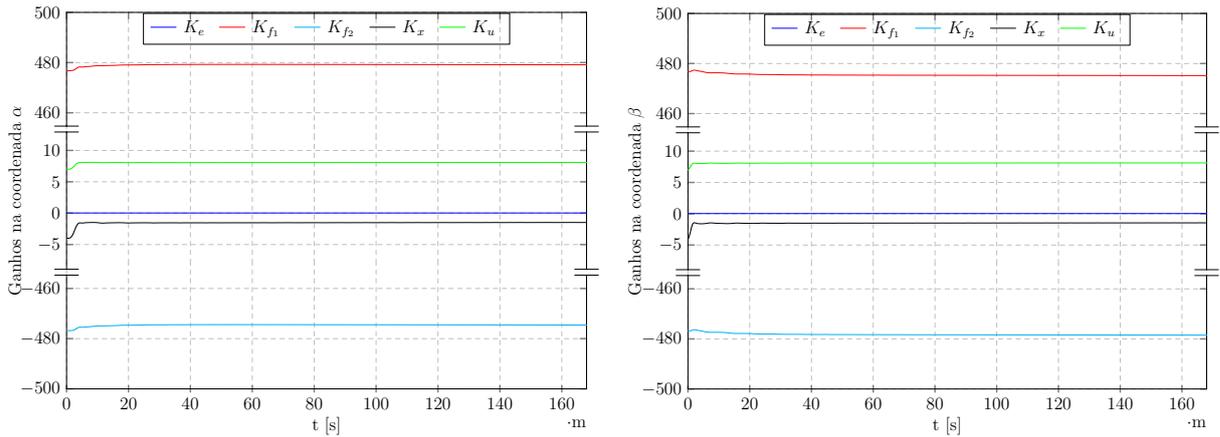
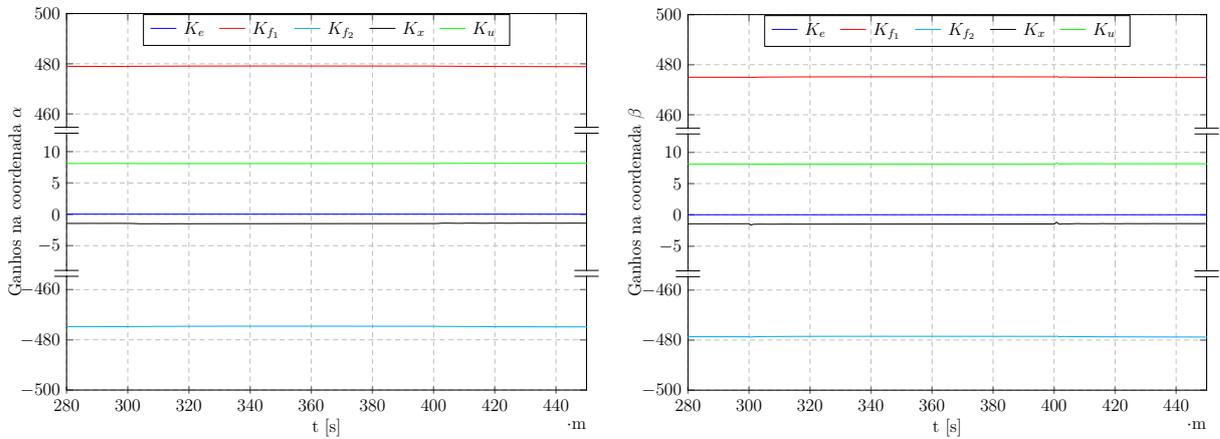


Figura 17 – Comparação entre o erro de rastreamento composto pela corrente de saída do filtro e pela saída do modelo de referência nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 1,3mH na simulação em software.



(a) Inicialização.



(b) Degraus na amplitude da referência.

Figura 18 – Convergência dos ganhos do controlador adaptativo SAC para uma planta com indutância de saída de 1,3mH nas coordenadas $\alpha\beta$ para o transitório inicial (a) e na aplicação dos degraus na amplitude de referência (b), para simulação em software.

4.4.1.3 Carga de 6Ω + indutância de $0,3\text{mH}$

Considerando uma carga de 6Ω e um indutor do lado da rede de $0,3\text{mH}$ são obtidos os resultados para o transitório inicial da planta como o mostrado na Figura 19, saída do modelo de referência e o sinal de corrente controlada, na Figura 20 é apresentado o comportamento do erro de rastreamento, e na Figura 21 a evolução dos ganhos do controlador adaptativo.

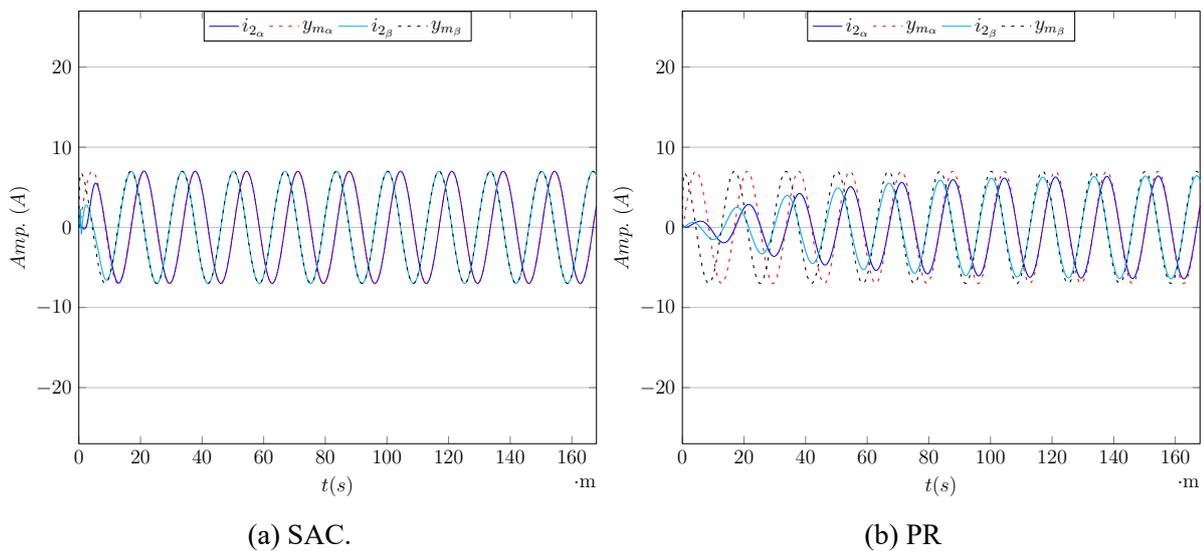


Figura 19 – Comparação entre as respostas transitórias iniciais do sistema para a saída do modelo de referência e a corrente controlada nas coordenadas $\alpha\beta$ do algoritmo adaptativo (a), e do algoritmo ressonante (b) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de $0,3\text{mH}$ e uma carga em série de 6Ω na simulação em software.

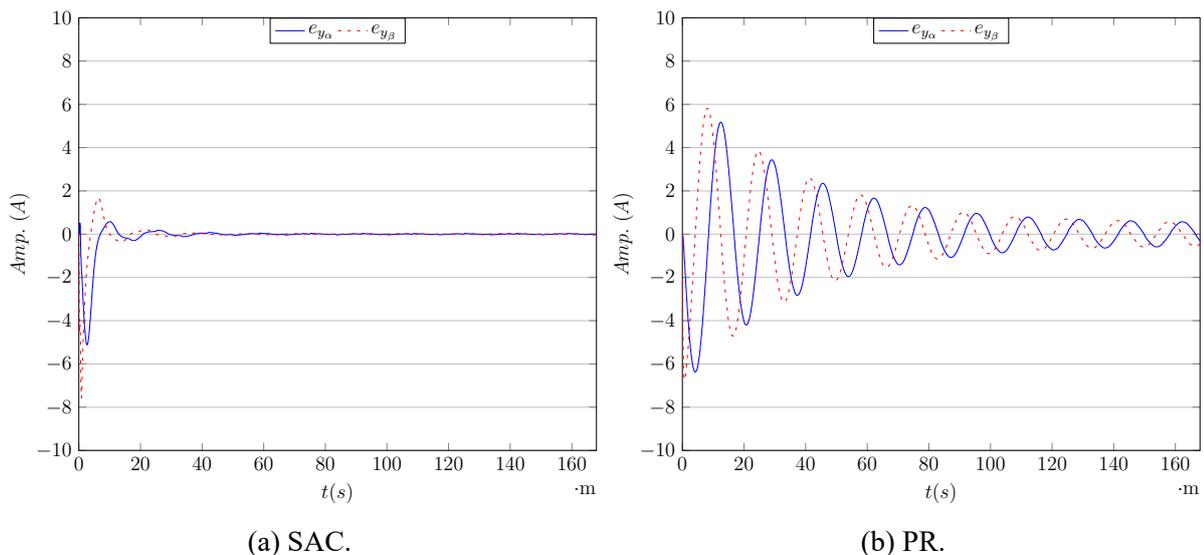


Figura 20 – Comparação entre o transitório inicial do erro de rastreamento entre a corrente de saída do filtro e a saída do modelo de referência nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e para o algoritmo ressonante (b) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de $0,3\text{mH}$ e uma carga em série de 6Ω na simulação em software.

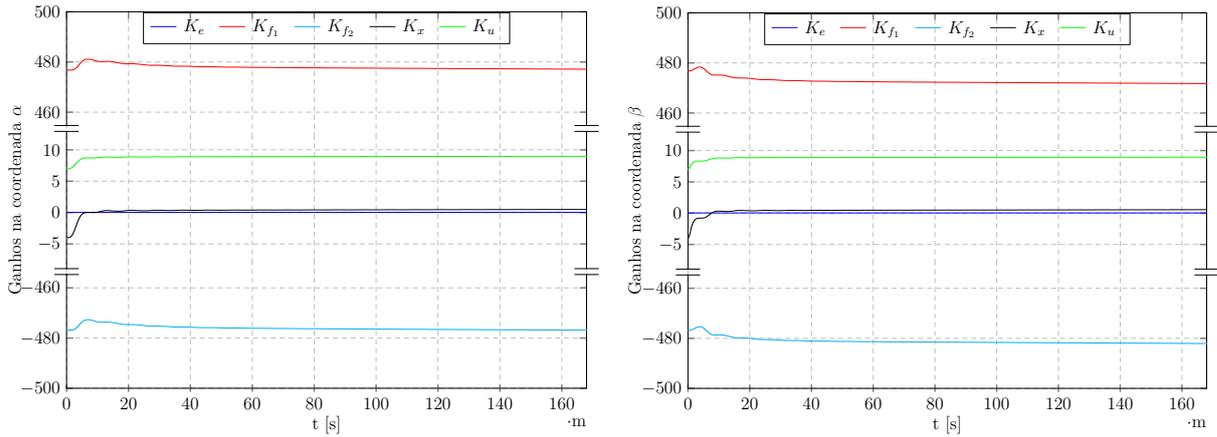


Figura 21 – Convergência durante o transitório inicial dos ganhos do controlador adaptativo SAC para uma planta com indutância de saída de 0,3mH e uma carga em série de 6Ω nas coordenadas $\alpha\beta$ durante a simulação em software.

4.4.1.4 Carga de 6Ω + indutância de 1,3mH

Sendo a carga de 6Ω e o indutor do lado da conexão com a rede elétrica de 1,3mH são obtidos os resultados, para o transitório inicial da planta curto-circuitada, na Figura 22, saída do modelo de referência e o sinal da corrente controlada, na Figura 23 temos o comportamento do erro de rastreamento, e na Figura 24 a evolução dos ganhos do controlador adaptativo.

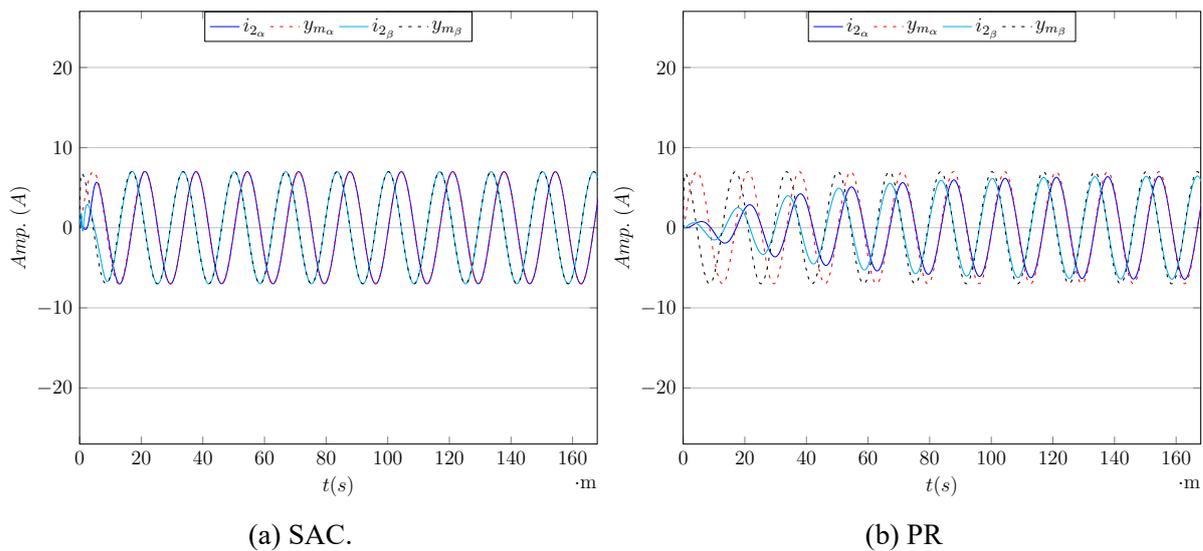


Figura 22 – Comparação entre as respostas transitórias iniciais do sistema para a saída do modelo de referência e a corrente controlada nas coordenadas $\alpha\beta$ do algoritmo adaptativo (a), e do algoritmo ressonante (b) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 1,3mH e uma carga em série de 6Ω.

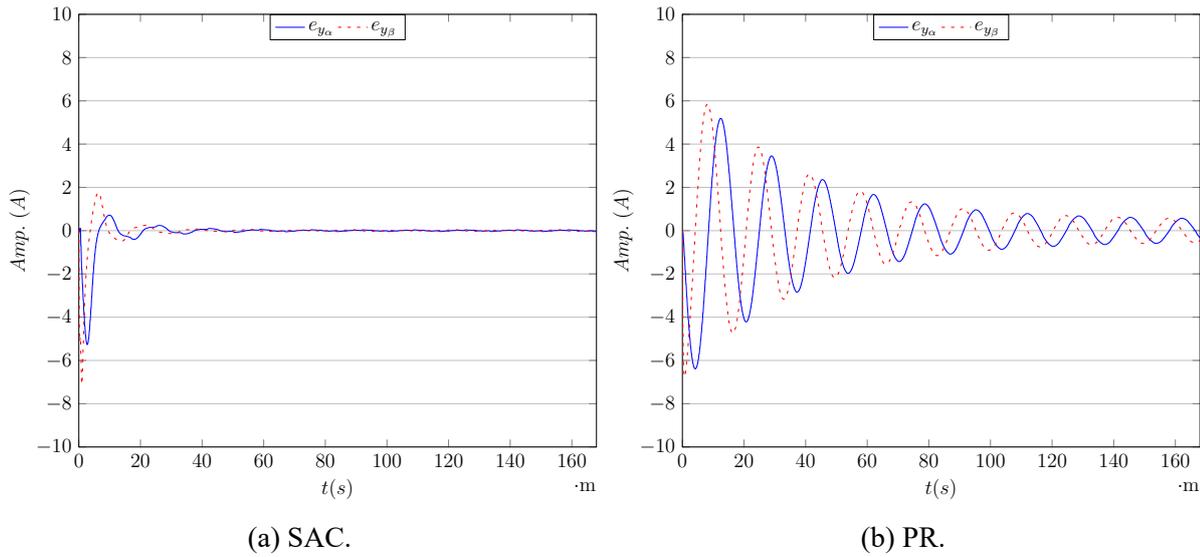


Figura 23 – Comparação entre o transitório inicial do erro de rastreamento entre a corrente de saída do filtro e a saída do modelo de referência nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e para o algoritmo ressonante (b) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 1,3mH e uma carga em série de 6Ω .

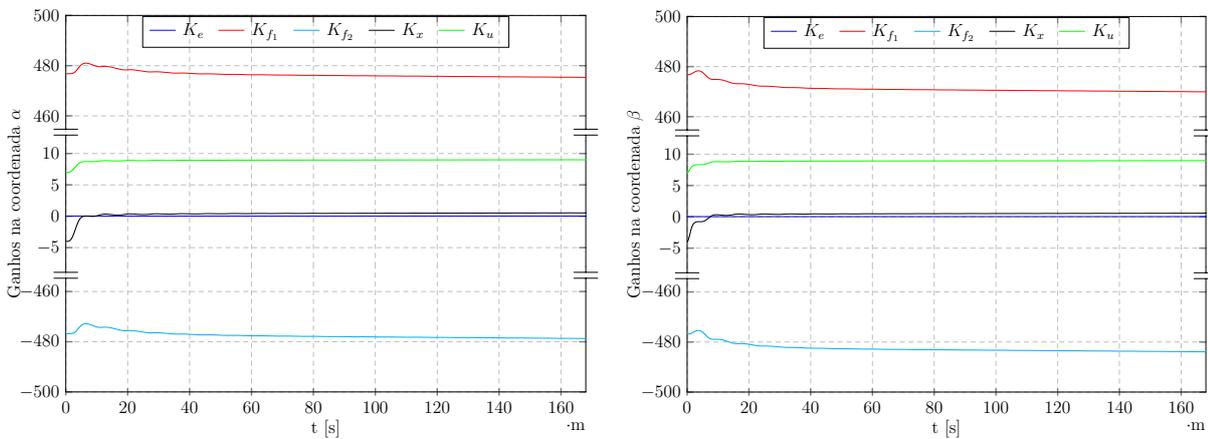


Figura 24 – Convergência durante o transitório inicial dos ganhos do controlador adaptativo SAC para uma planta com indutância de saída de 1,3mH e uma carga em série de 6Ω nas coordenadas $\alpha\beta$.

4.4.2 Aplicação conectado à rede elétrica

A simulação do conversor conectado à rede elétrica resultou na repetição dos testes de desempenho realizados na aplicação em curto-circuito, sendo modificado apenas o valor do barramento de tensão contínua.

Os resultados são divididos de acordo com o tipo de parâmetro utilizado durante o acionamento do conversor.

4.4.2.1 Indutância de 0,3mH

Os resultados obtidos ao realizar o controle da corrente de saída do filtro LCL com o indutor do lado da conexão com a rede elétrica utilizando 0,3mH. Na Figura 25 é comparado a saída do modelo de referência com o sinal de corrente controlada pelos controladores, sendo o sinal do erro de rastreamento apresentado na Figura 26 e a evolução dos ganhos do controlador adaptativo é apresentado na Figura 27.

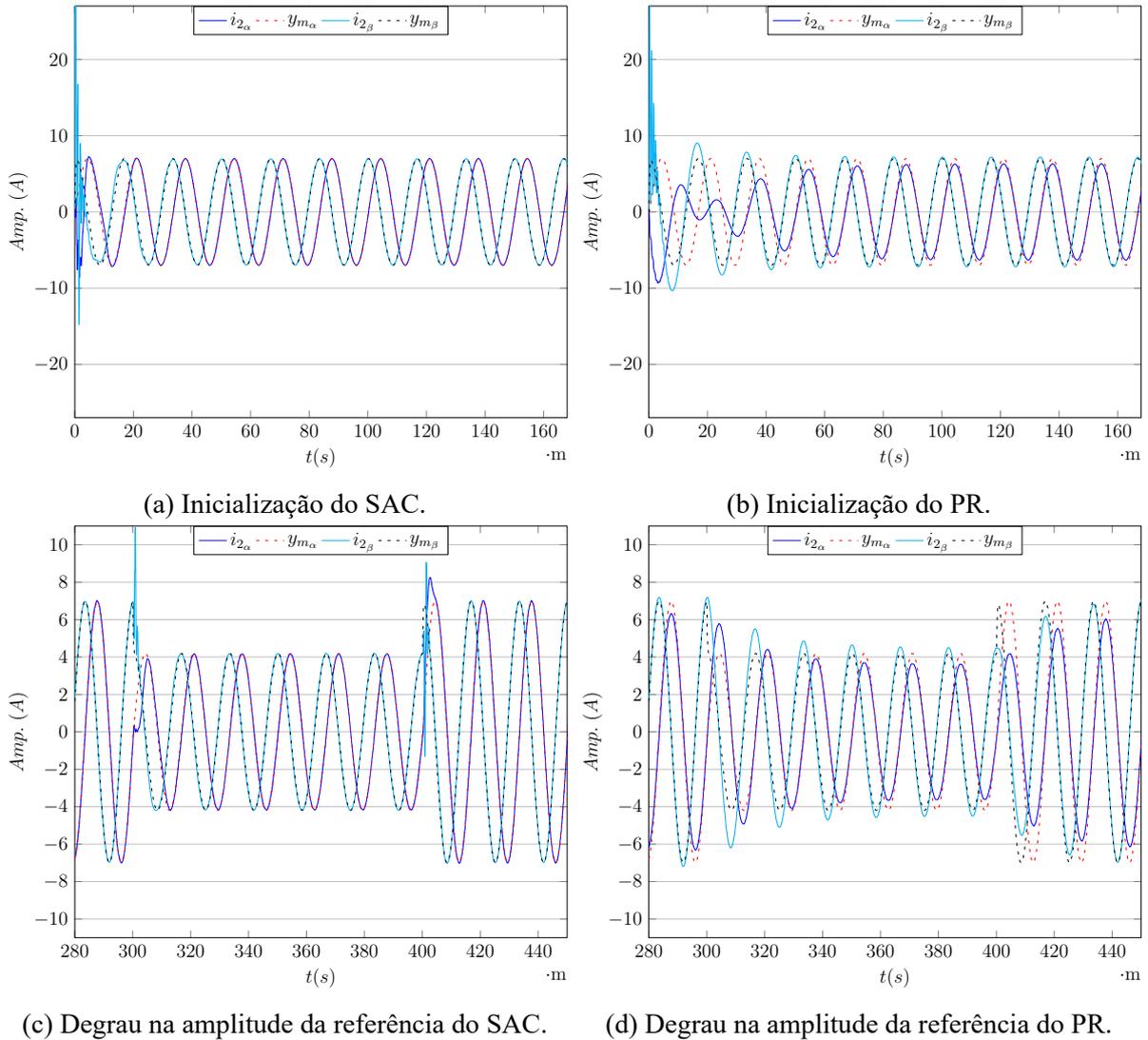


Figura 25 – Comparação entre a saída do modelo de referência e a corrente controlada nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 0,3mH e conexão com a rede elétrica.

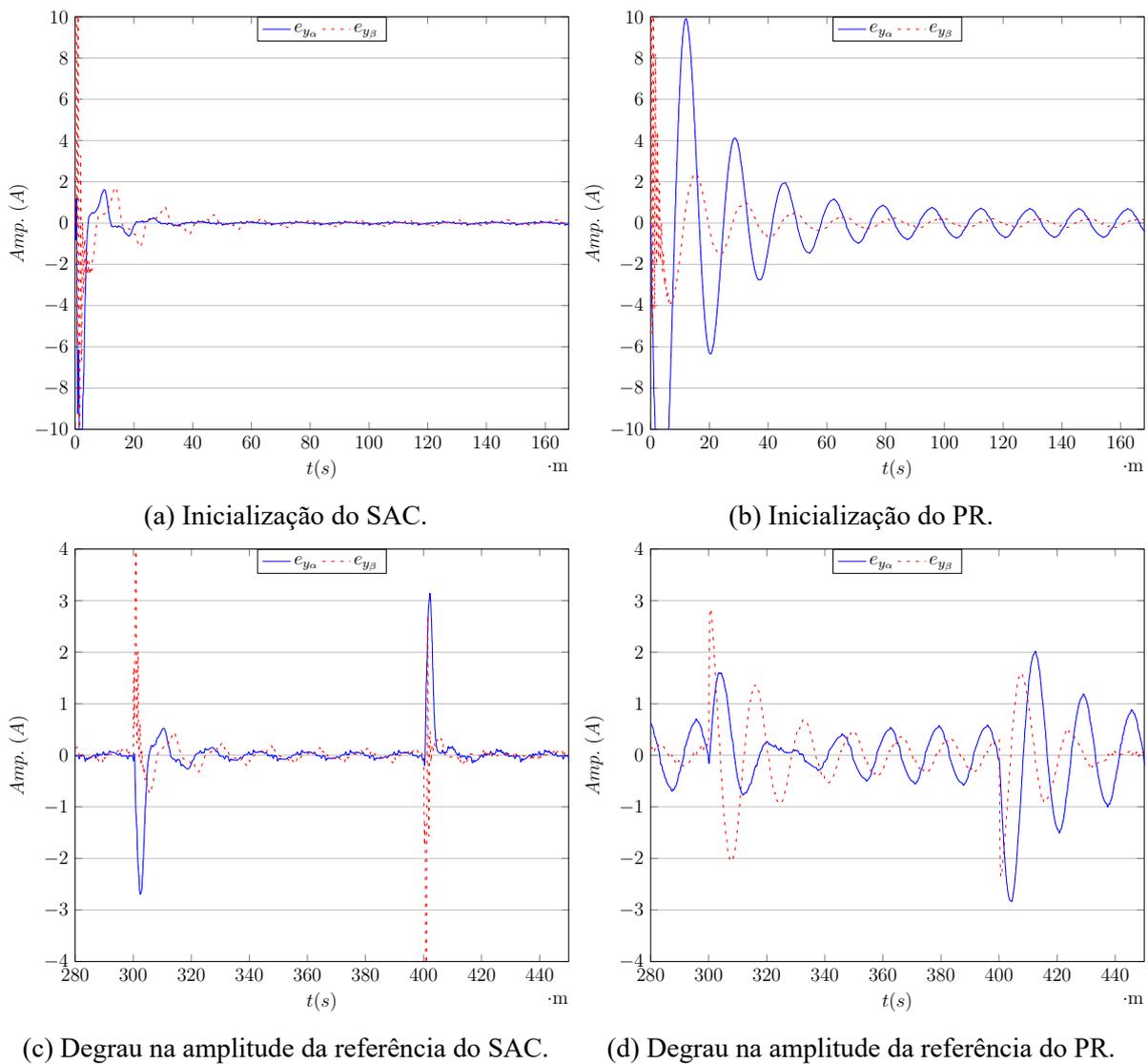
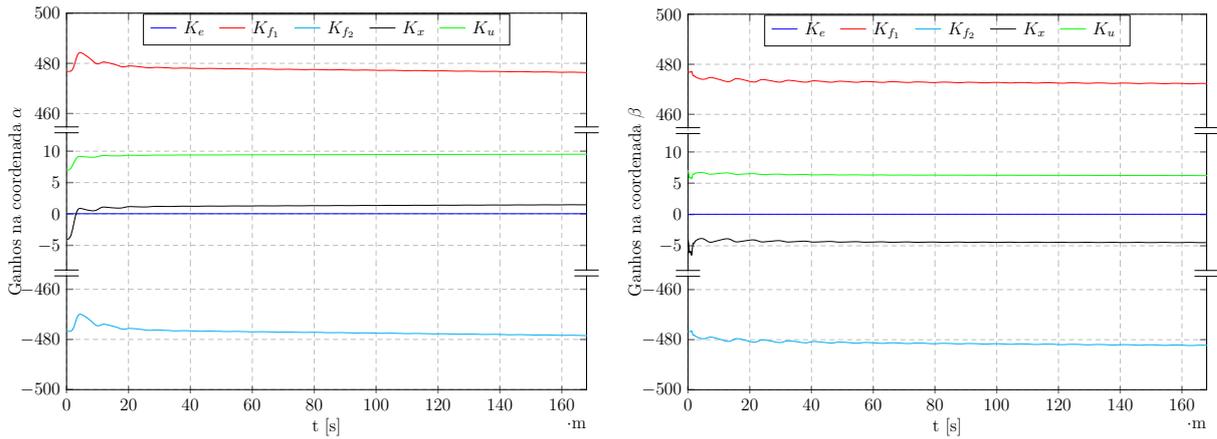
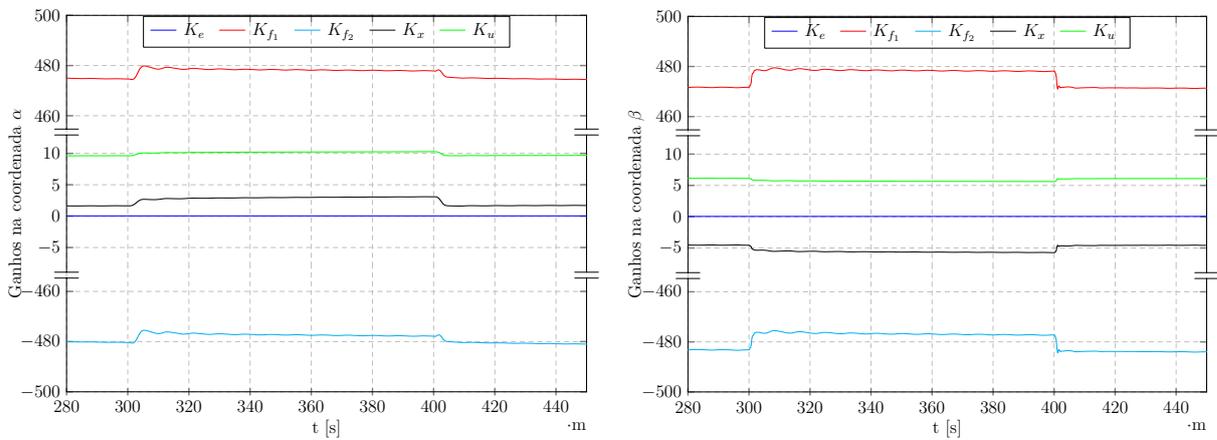


Figura 26 – Comparação do erro de rastreamento entre a corrente de saída do filtro e a saída do modelo de referência nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 0,3mH e conexão com a rede elétrica.



(a) Inicialização.



(b) Degraus na amplitude da referência.

Figura 27 – Convergência dos ganhos do controlador adaptativo SAC para uma planta com indutância de saída de 0,3mH nas coordenadas $\alpha\beta$ para o transitório inicial (a) e na aplicação dos degraus na amplitude de referência (b) com o conversor conectado à rede elétrica.

4.4.2.2 Indutância de 1,3mH

Utilizando um indutor do lado da conexão com a rede elétrica de 1,3mH são obtidos os resultados apresentados na Figura 28 é comparado à saída do modelo de referência com o sinal de corrente controlada, na Figura 29 temos o comportamento do erro de rastreamento, e na Figura 30 a evolução dos ganhos do controlador adaptativo.

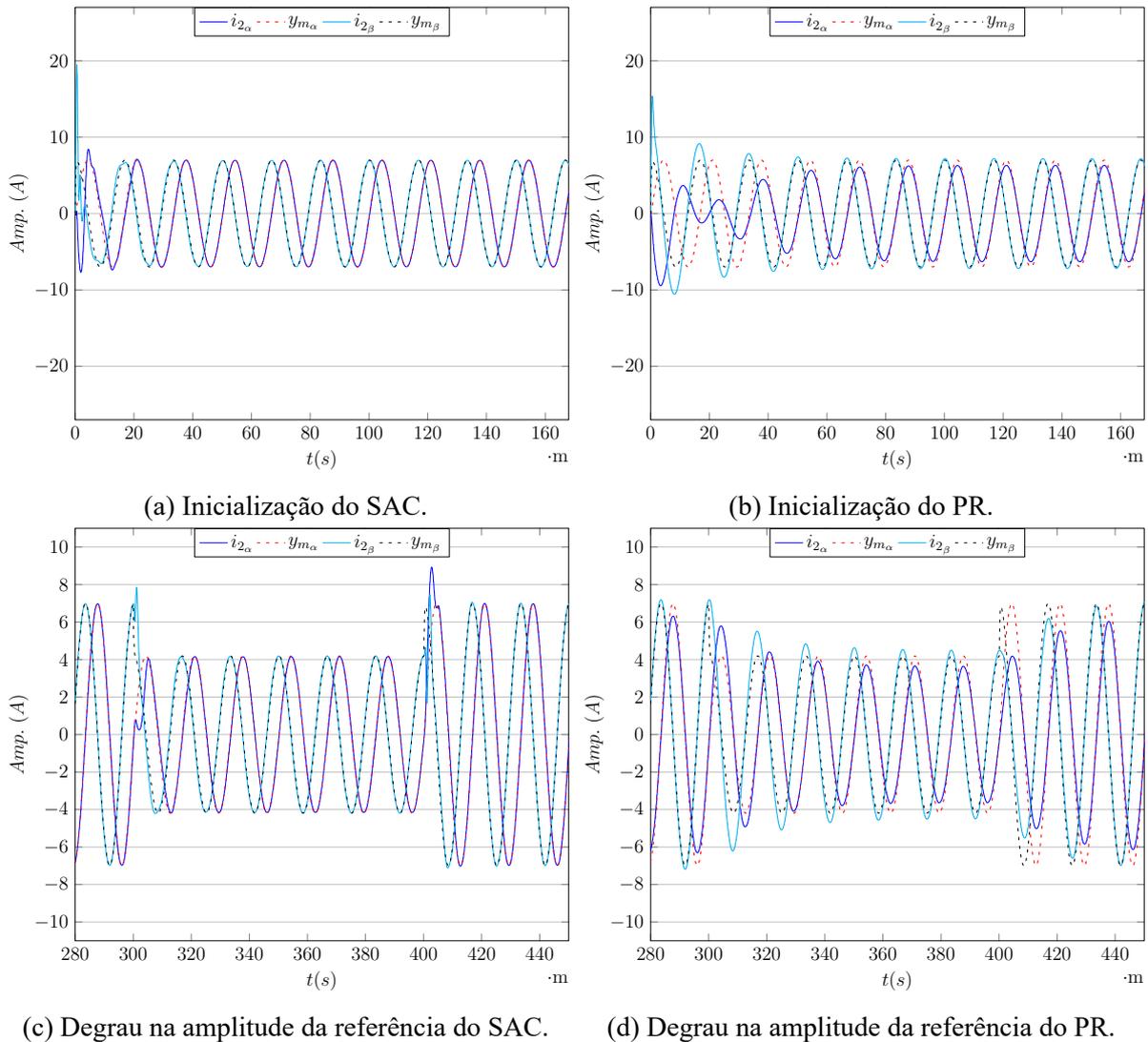


Figura 28 – Comparação entre a saída do modelo de referência e a corrente controlada nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 1,3mH com conexão à rede elétrica.

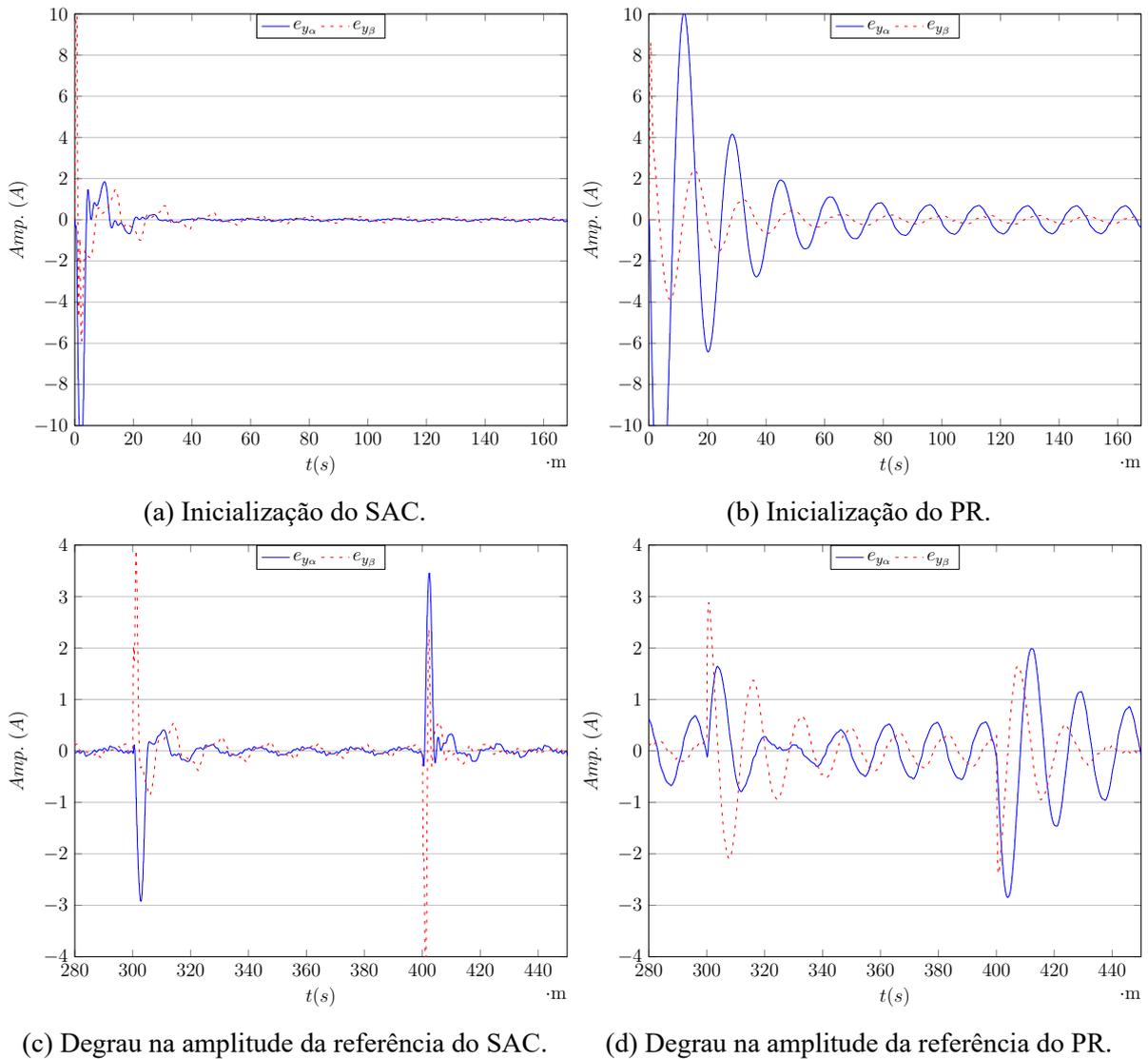
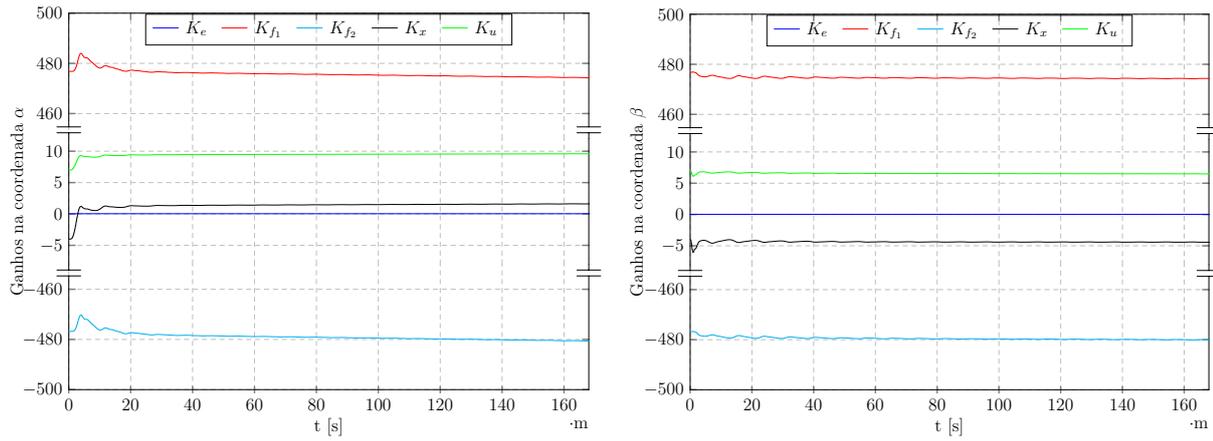
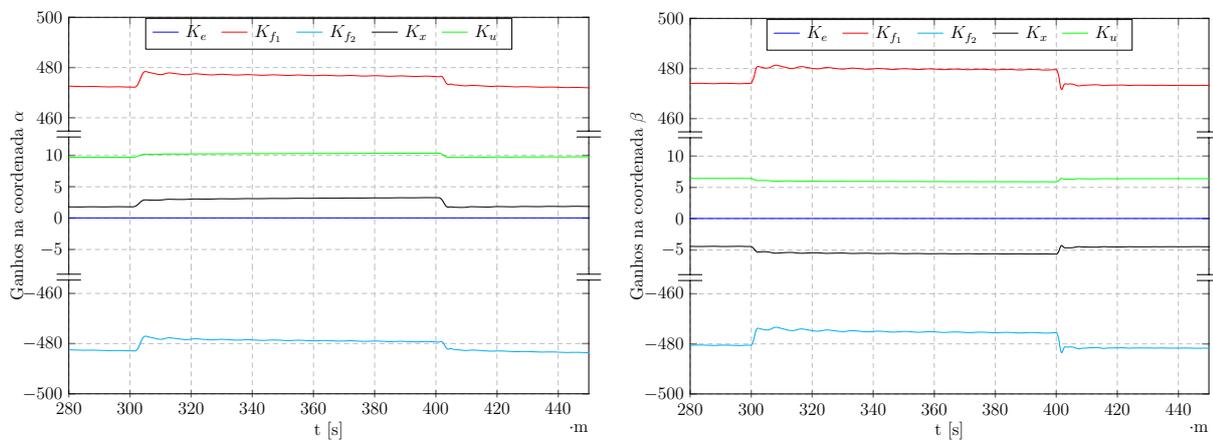


Figura 29 – Comparação entre o erro de rastreamento composto pela corrente de saída do filtro e pela saída do modelo de referência nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 1,3mH conectado com a rede elétrica.



(a) Inicialização.



(b) Degraus na amplitude da referência.

Figura 30 – Convergência dos ganhos do controlador adaptativo SAC para uma planta com indutância de saída de 1,3mH nas coordenadas $\alpha\beta$ para o transitório inicial (a) e na aplicação dos degraus na amplitude de referência (b) na aplicação da bancada conectada à rede elétrica.

4.5 Validação Experimental

O procedimento de conexão com a rede elétrica foi semelhante ao desenvolvido em simulação, sendo realizada a aplicação do controlador em curto-circuito para verificação e ajuste dos ganhos do compensador e do controlador; e posteriormente é realizada a conexão contra a rede elétrica. Assim como as simulações, é realizado o controle da corrente no indutor conectado à rede elétrica ($i_2(t)$), sobre diferentes condições de impedâncias da rede elétrica e do sinal de referência.

Diferentemente da simulação, os elementos na execução prática apresentam dinâmicas não modeladas pelos softwares que podem, em um primeiro momento, serem desprezadas resultando assim em um comportamento na prática semelhante ao encontrado em simulações. Entretanto, devido à natureza desse algoritmo essas simplificações acarretam em um comportamento diferente entre os dois métodos de validação. A maior diferença reside no erro de rastreamento, enquanto na simulação o erro tende a ser nulo, na prática há uma componente em alta frequência durante a operação em regime do controlador. Esta componente pode ser oriunda: de capacitâncias parasitas dos indutores; do método de amortecimento ativo aplicado não atenuar corretamente a ressonância do filtro; e/ou da variação paramétrica adotada não ter sido o suficiente para abranger todas as possibilidades encontradas na planta física.

Outro ponto é a inicialização do integrador $K_i(k)$, na prática devido às pequenas resistências intrínsecas aos elementos, não é necessário inicializar os seus ganhos e nem implementar o amortecimento ativo, entretanto o transitório do algoritmo adaptativo deve ser mais lento e a faixa de variações paramétricas torna-se menor para que o algoritmo possa ser implementado.

O teste de desempenho do controlador na bancada experimental foi semelhante ao de simulação, entretanto apesar do teste de variação paramétrica mostrar que o algoritmo suporta variações da indutância do lado da rede como as apresentadas na Tabela 2, não foi possível armazenar esses resultados devido as limitações de implementação.

Os ganhos utilizados para a aplicação do controlador nas simulações computacionais são apresentados na Tabela 6.

4.5.1 Realização em curto-circuito

Vale ressaltar que houve ajustes nos ganhos das equações de adaptação durante os testes na bancada, sendo o ajuste final (ganhos da Tabela 6) realizado na aplicação do controlador contra a rede elétrica e, posteriormente, realizou-se a obtenção dos resultados deste trabalho.

Os resultados são divididos nas subseções de acordo com o tipo de parâmetro utilizado durante o acionamento da bancada.

Tabela 6 – Valores adotados para os ganhos do algoritmo adaptativo quando aplicado na bancada experimental.

Parâmetro	Valor nominal
T	$\text{diag}^*([1 \times 10^{-4} \ 5,1 \ 5,1 \ 0,051 \ 0,051])$
\bar{T}	$\text{diag}^*([1 \times 10^{-3} \ 1 \ 1 \ 0,01 \ 0,01])$
α	1×10^{-4}
\tilde{K}_a	$[30 \times 10^{-3} \ 9,5358 \times 10^{-3} \ -9,5358 \times 10^{-3}]$
$K_i(0)$	$[5 \ 476,79 \ -476,79 \ -4 \ 7]$
K_c	5

*: Matriz diagonal composta com os valores do vetor apresentado.

4.5.1.1 Indutância de 0,3mH

Os resultados obtidos ao realizar o controle da corrente de saída do filtro LCL com o indutor do lado da conexão com a rede elétrica curto-circuitado e utilizando o valor de 0,3mH. Na Figura 31 é comparado a saída do modelo de referência com o sinal de corrente controlada, sendo o sinal do erro de rastreamento apresentado na Figura 32 e a evolução dos ganhos do controlador adaptativo é apresentado na Figura 33.

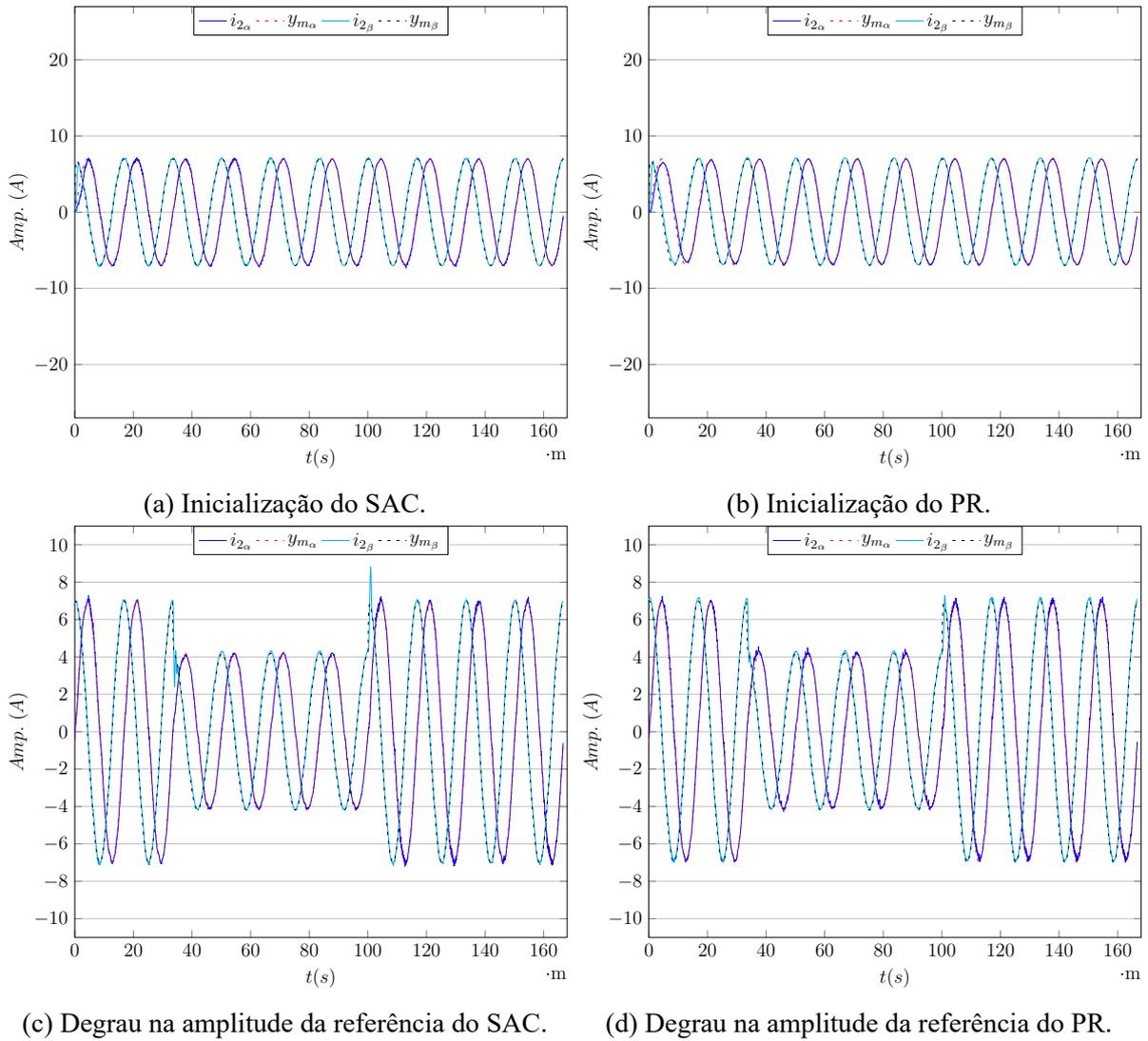


Figura 31 – Comparação entre a saída do modelo de referência e a corrente controlada nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 0,3mH.

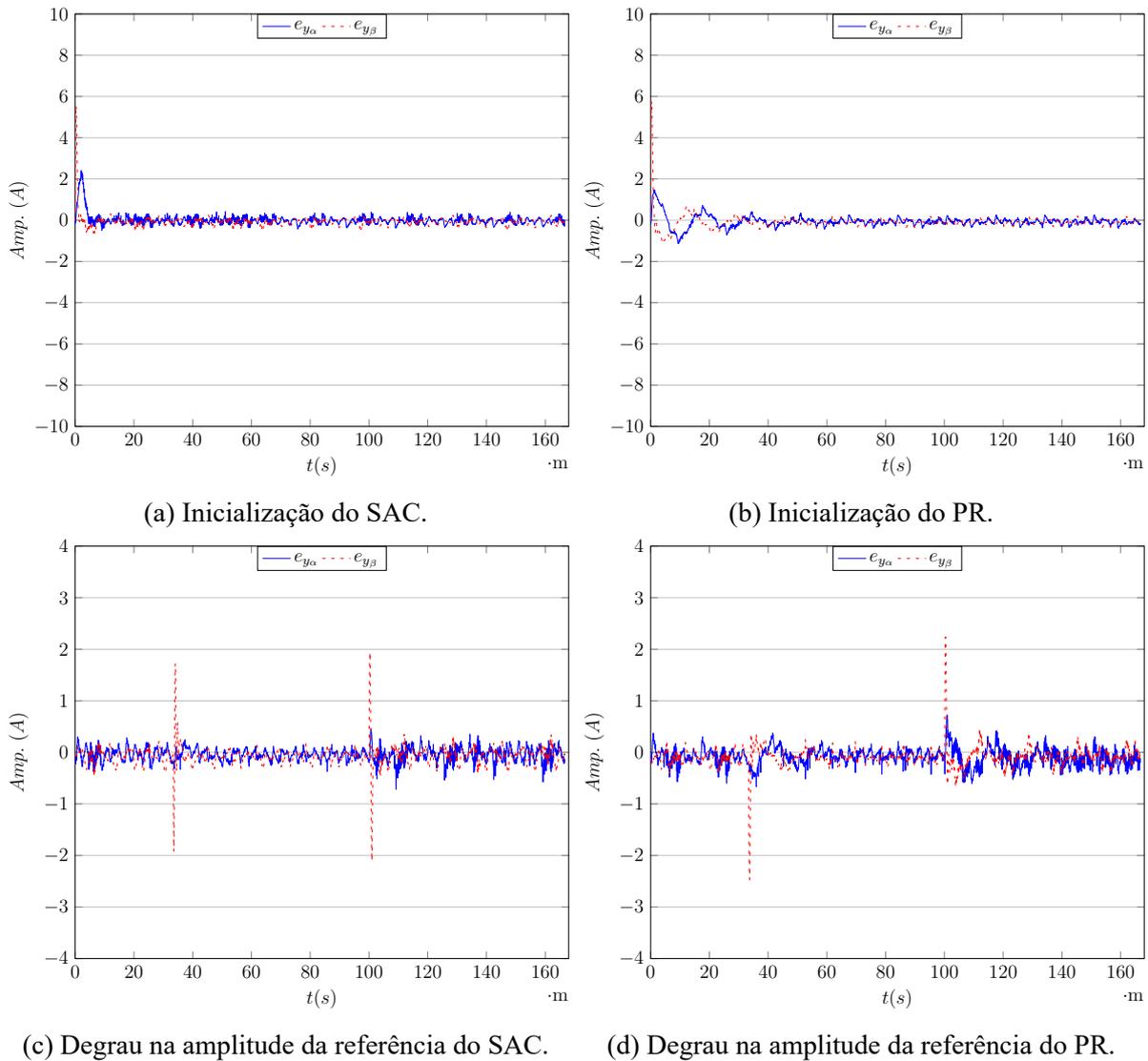
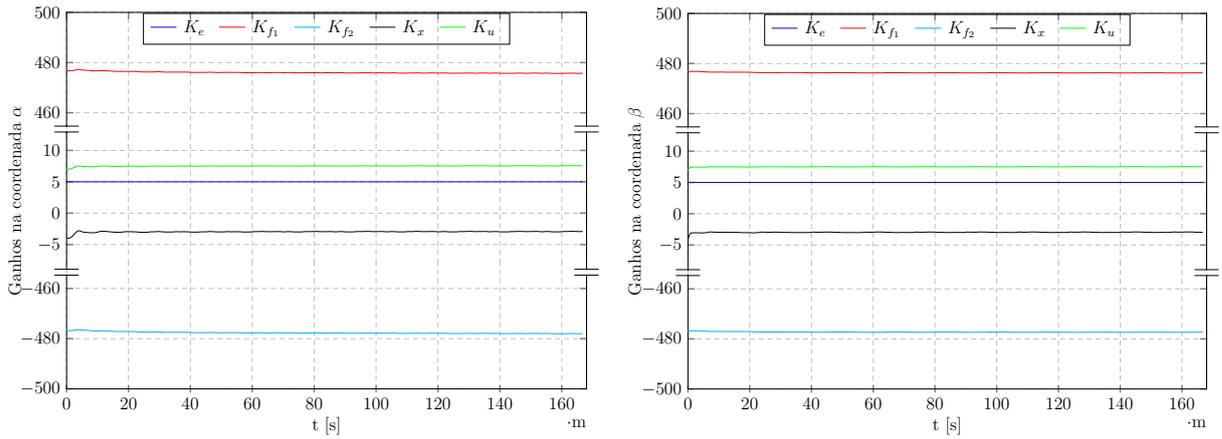
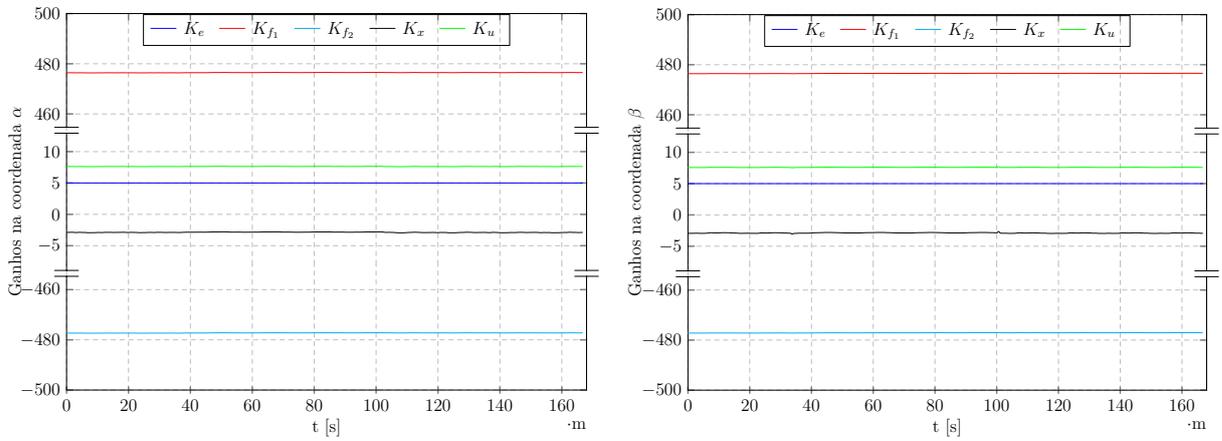


Figura 32 – Comparação do erro de rastreamento entre a corrente de saída do filtro e a saída do modelo de referência nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 0,3mH.



(a) Inicialização.



(b) Degraus na amplitude da referência.

Figura 33 – Convergência dos ganhos do controlador adaptativo SAC para uma planta com indutância de saída de 0,3mH nas coordenadas $\alpha\beta$ para o transitório inicial (a) e na aplicação dos degraus na amplitude de referência (b).

4.5.1.2 Indutância de 1,3mH

Utilizando um indutor do lado da conexão com a rede elétrica de 1,3mH são obtidos os resultados apresentados na Figura 34, comparação à saída do modelo de referência e o sinal de corrente controlada, na Figura 35 o comportamento do erro de rastreamento, e na Figura 36 a evolução dos ganhos do controlador adaptativo.

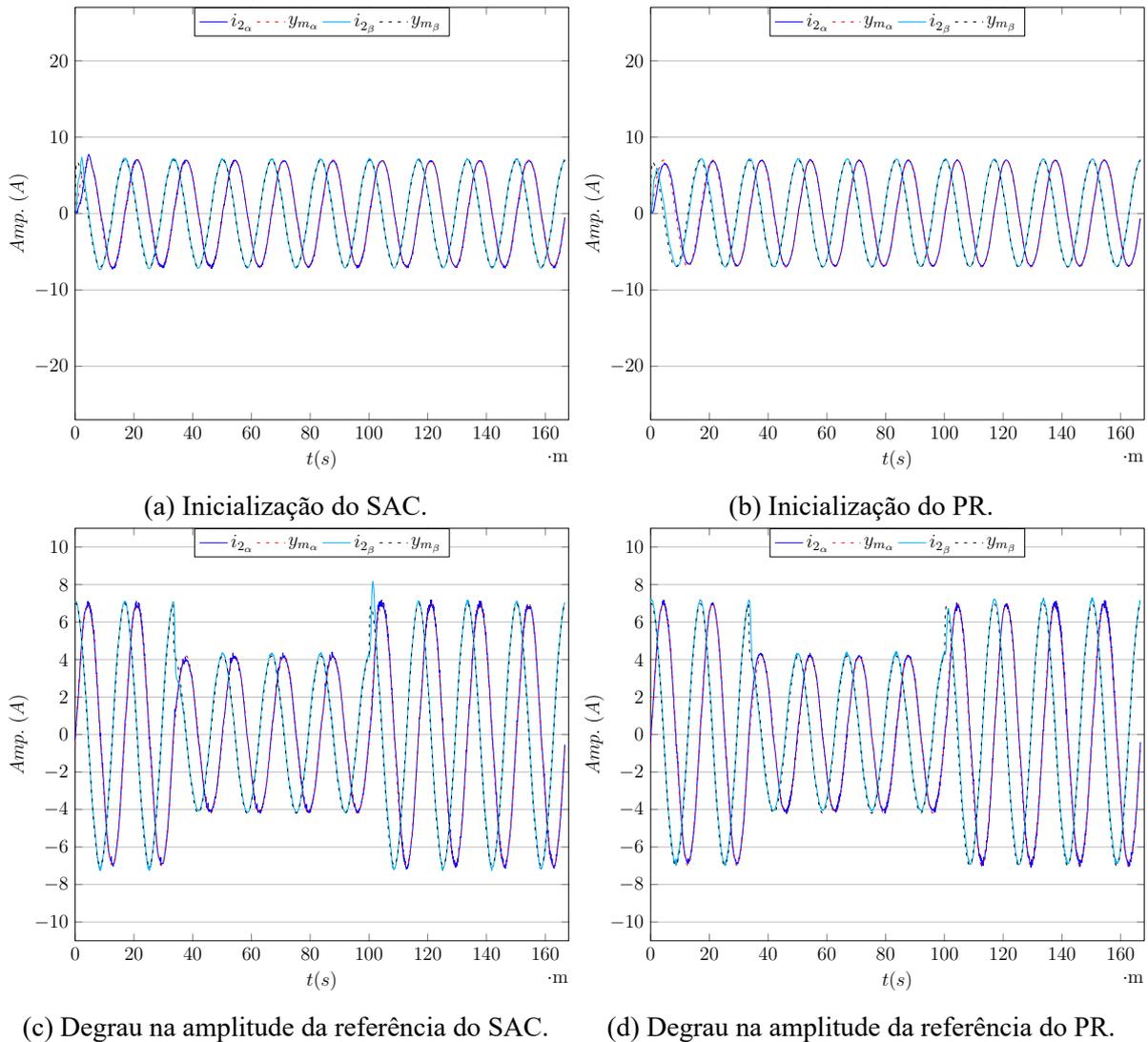


Figura 34 – Comparação entre a saída do modelo de referência e a corrente controlada nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 1,3mH.

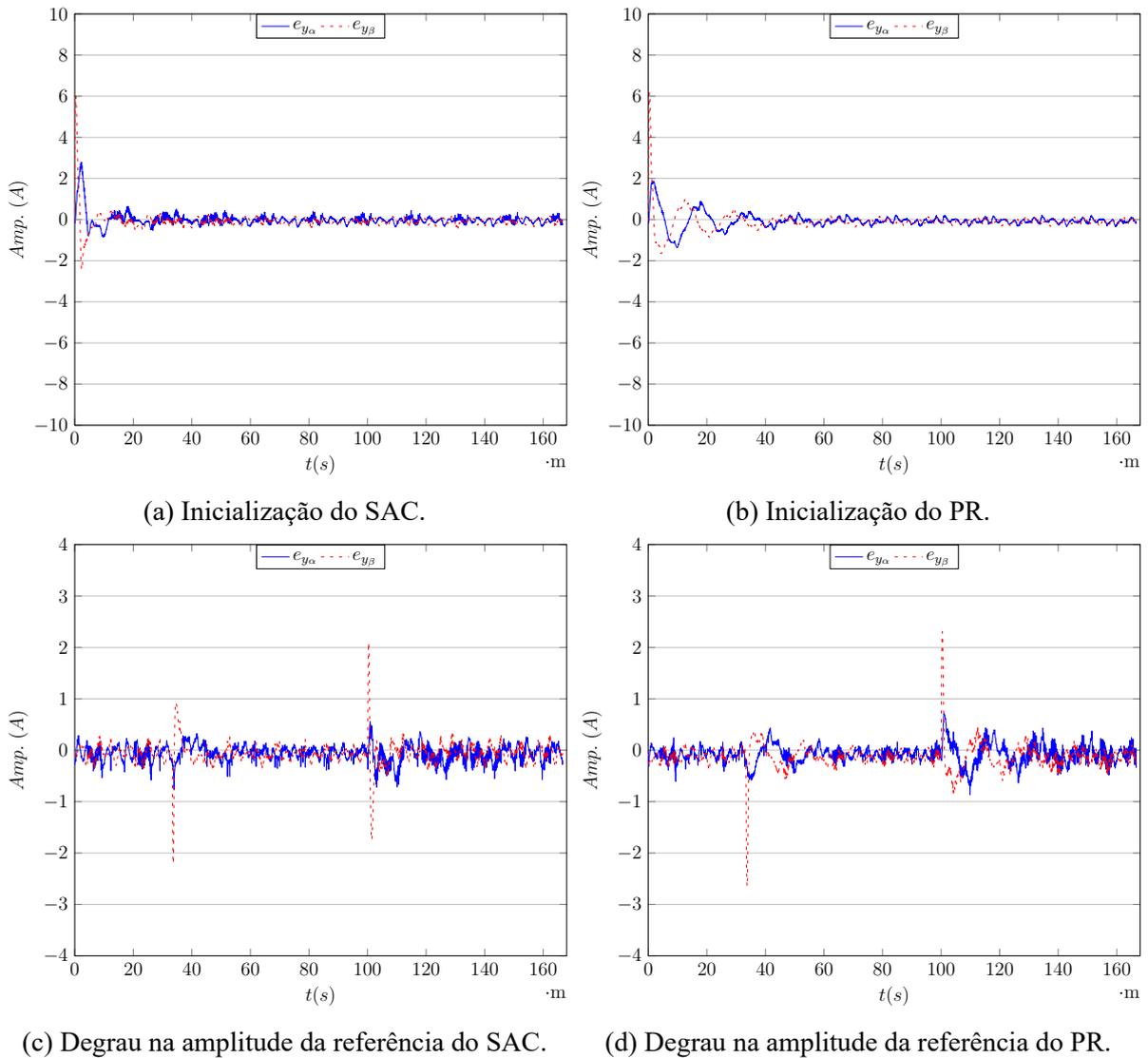
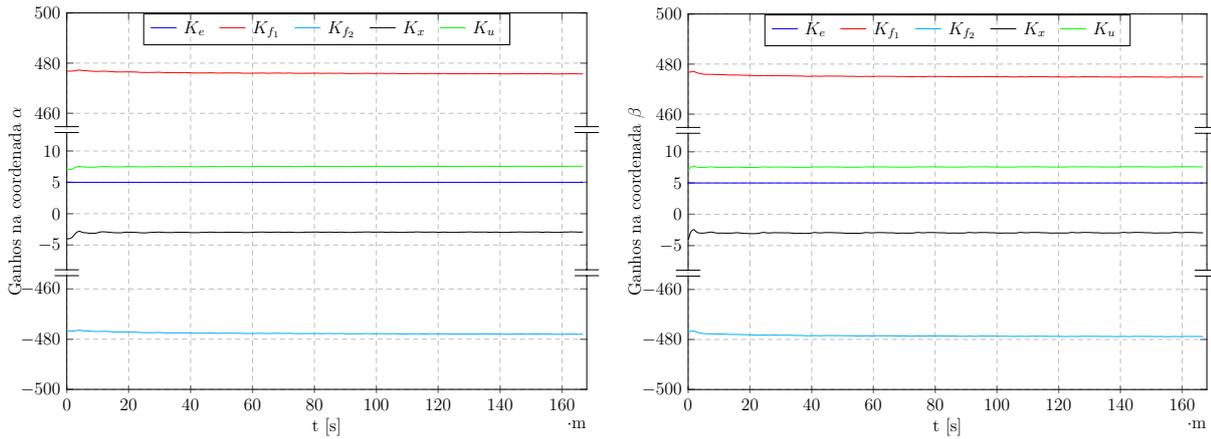
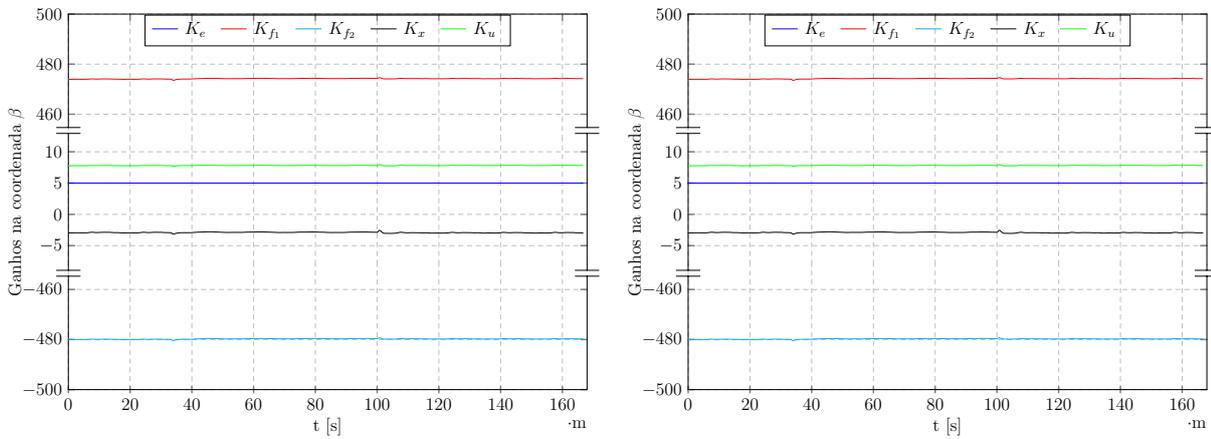


Figura 35 – Comparação entre o erro de rastreamento composto pela corrente de saída do filtro e pela saída do modelo de referência nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 1,3mH.



(a) Inicialização.



(b) Degraus na amplitude da referência.

Figura 36 – Convergência dos ganhos do controlador adaptativo SAC para uma planta com inutância de saída de 1, 3mH nas coordenadas $\alpha\beta$ para o transitório inicial (a) e na aplicação dos degraus na amplitude de referência (b).

4.5.1.3 Carga de 6Ω + indutância de 0,3mH

Considerando uma carga de 6Ω e um indutor do lado da conexão com a rede elétrica de 0,3mH são obtidos os resultados para o transitório inicial da planta mostrado na Figura 37, para a saída do modelo de referência e o sinal de corrente controlada, na Figura 38 é o comportamento do erro de rastreamento, e na Figura 39 a evolução dos ganhos do controlador adaptativo.

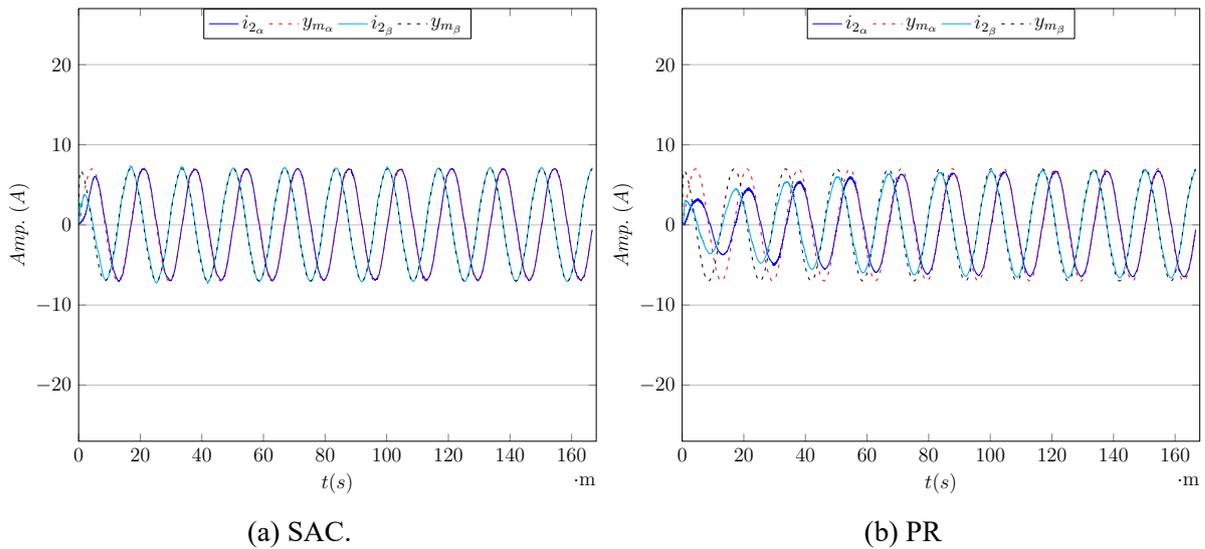


Figura 37 – Comparação entre as respostas transitórias iniciais do sistema para a saída do modelo de referência e a corrente controlada nas coordenadas $\alpha\beta$ do algoritmo adaptativo (a), e do algoritmo ressonante (b) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 0,3mH e uma carga em série de 6Ω .

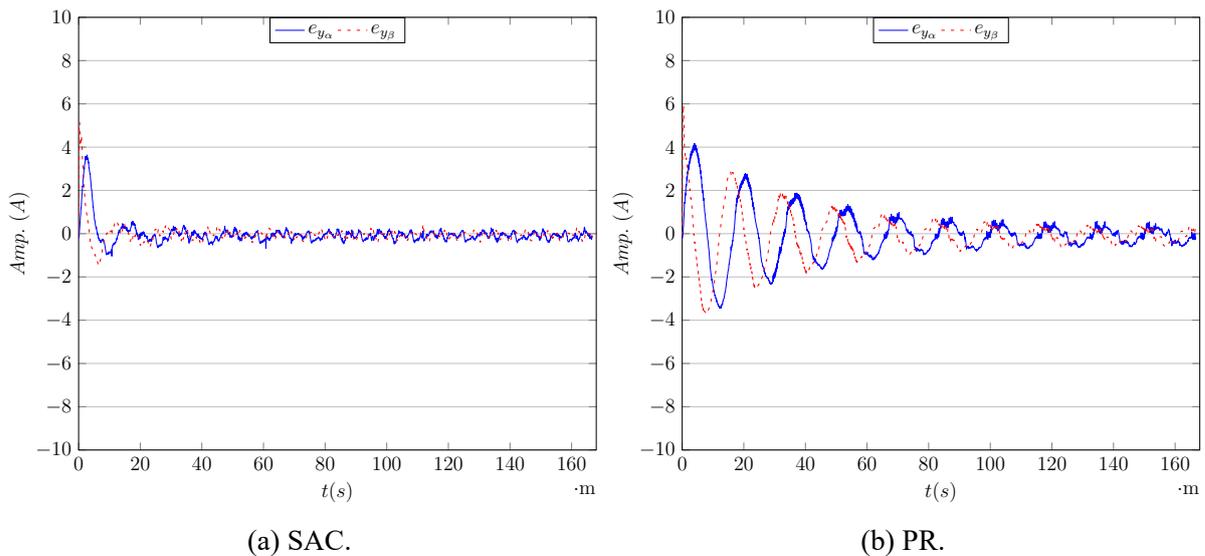


Figura 38 – Comparação entre o transitório inicial do erro de rastreamento entre a corrente de saída do filtro e a saída do modelo de referência nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e para o algoritmo ressonante (b) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 0,3mH e uma carga em série de 6Ω .

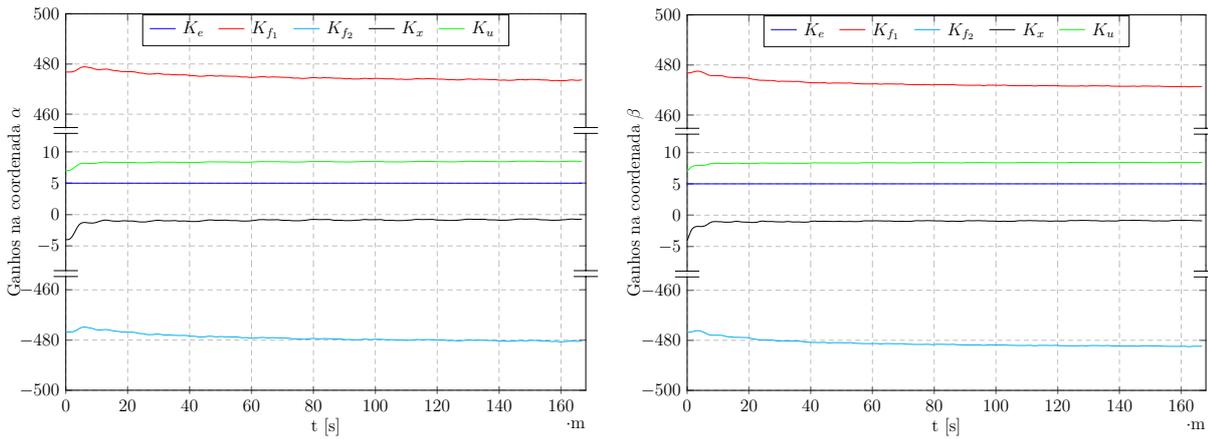


Figura 39 – Convergência durante o transitório inicial dos ganhos do controlador adaptativo SAC para uma planta com indutância de saída de $0,3\text{mH}$ e uma carga em série de 6Ω nas coordenadas $\alpha\beta$.

4.5.1.4 Carga de 6Ω + indutância de $1,3\text{mH}$

Sendo a carga de 6Ω e o indutor do lado da conexão com a rede elétrica de $1,3\text{mH}$, são obtidos os resultados para o transitório inicial da planta curto-circuitada como o mostrado na Figura 40, saída do modelo de referência e do sinal de corrente controlada, na Figura 41 é apresentado o comportamento do erro de rastreamento, e na Figura 42 a evolução dos ganhos do controlador adaptativo.

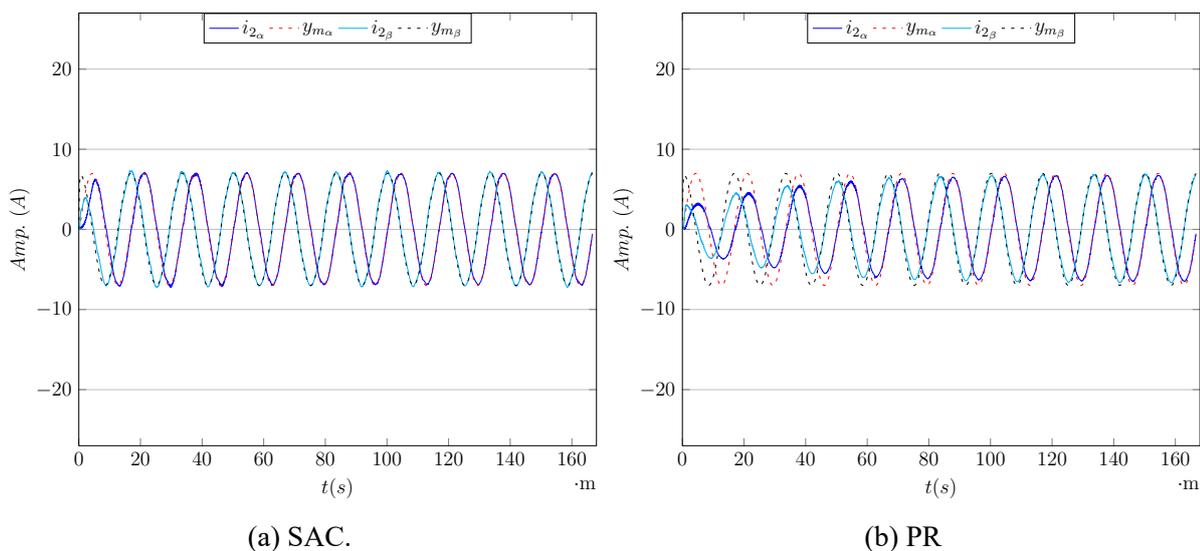


Figura 40 – Comparação entre as respostas transitórias iniciais do sistema para a saída do modelo de referência e a corrente controlada nas coordenadas $\alpha\beta$ do algoritmo adaptativo (a), e do algoritmo ressonante (b) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de $1,3\text{mH}$ e uma carga em série de 6Ω .

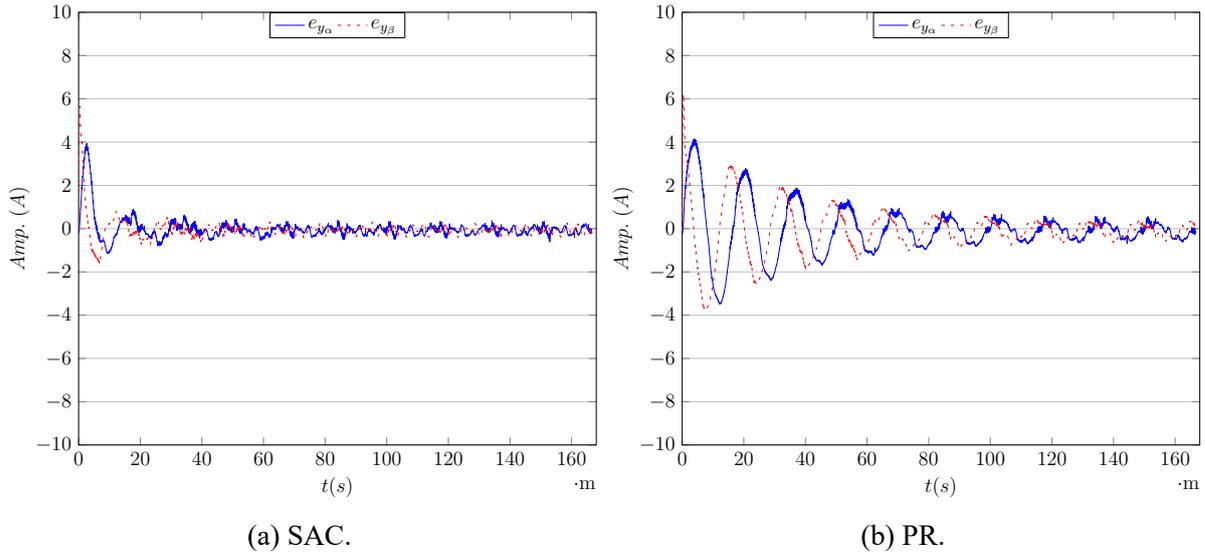


Figura 41 – Comparação entre o transitório inicial do erro de rastreamento entre a corrente de saída do filtro e a saída do modelo de referência nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e para o algoritmo ressonante (b) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 0,3mH e uma carga em série de 6Ω .

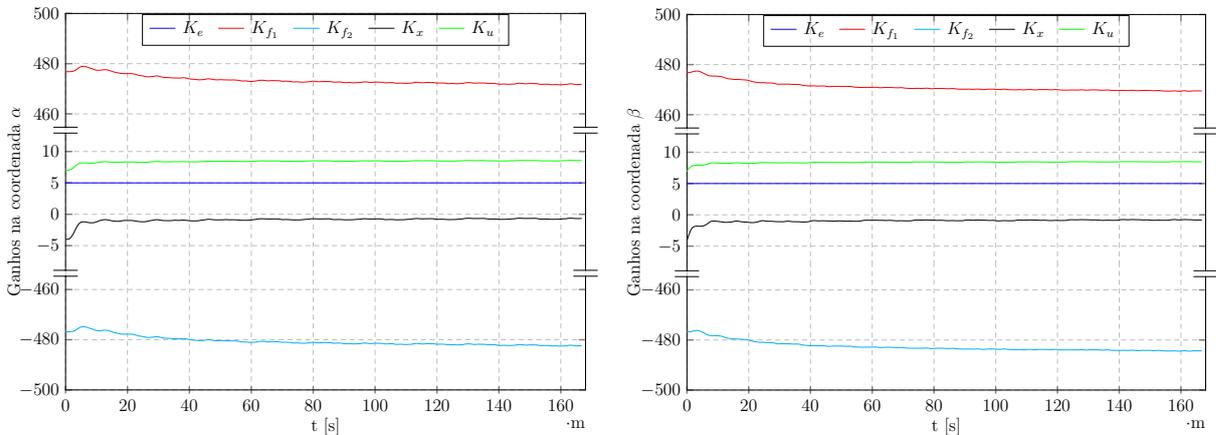


Figura 42 – Convergência durante o transitório inicial dos ganhos do controlador adaptativo SAC para uma planta com indutância de saída de 1,3mH e uma carga em série de 6Ω nas coordenadas $\alpha\beta$.

4.5.2 Implementação conectado à rede elétrica

A conexão da bancada experimental à rede elétrica resultou na repetição dos testes de desempenho realizados na aplicação em curto-circuito, sendo modificado apenas o valor do barramento de tensão contínua.

Os resultados são apresentados nas subseções a seguir de acordo com o tipo de parâmetro utilizado durante o acionamento da bancada.

4.5.2.1 Indutância de 0,3mH

Os resultados obtidos ao realizar o controle da corrente de saída do filtro LCL com o indutor do lado da conexão com a rede elétrica utilizando um valor de 0,3mH. Na Figura 43 é comparado a saída do modelo de referência com o sinal de corrente controlada, sendo o sinal do erro de rastreamento apresentado na Figura 44 e a evolução dos ganhos do controlador adaptativo é apresentado na Figura 45.

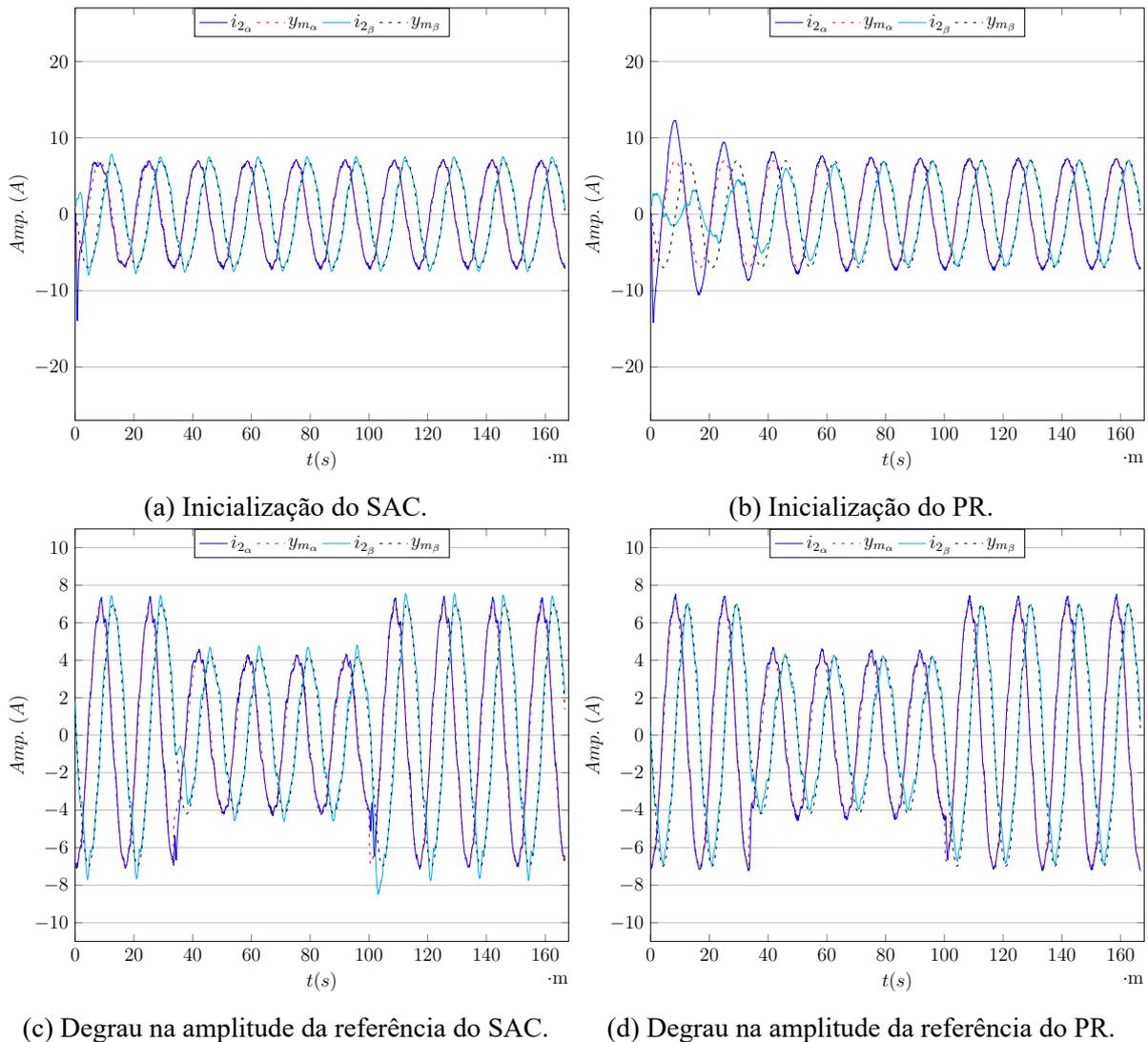


Figura 43 – Comparação entre a saída do modelo de referência e a corrente controlada nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 0,3mH e conexão com a rede elétrica.

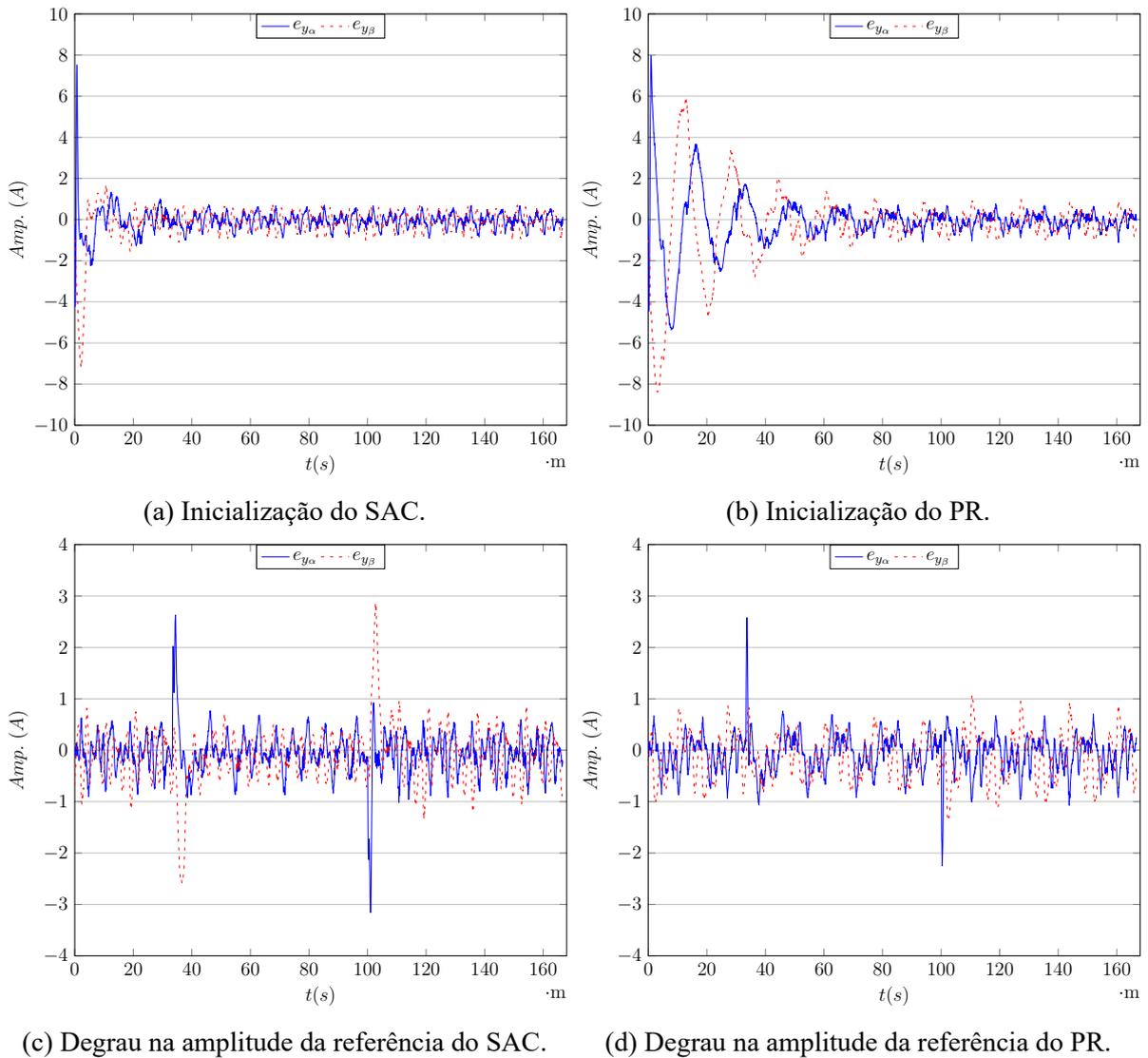
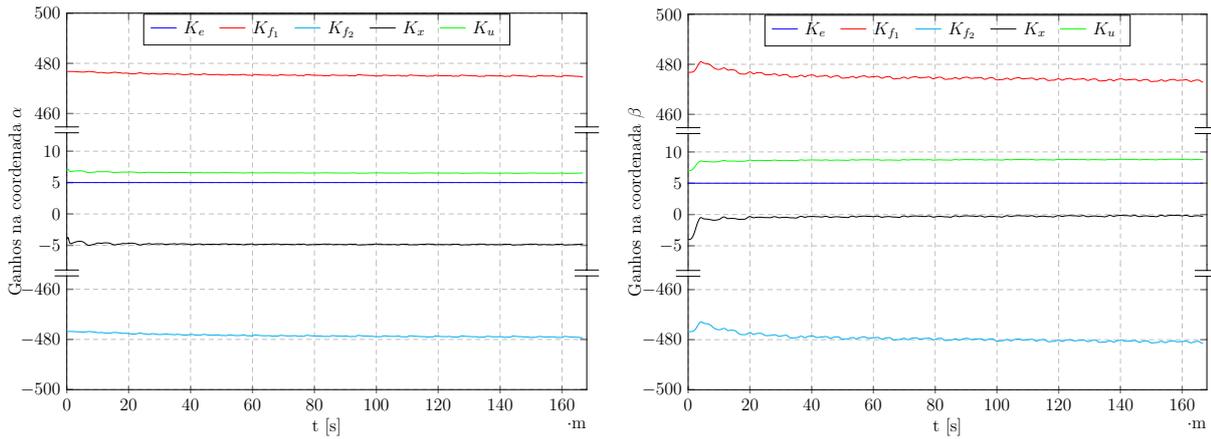
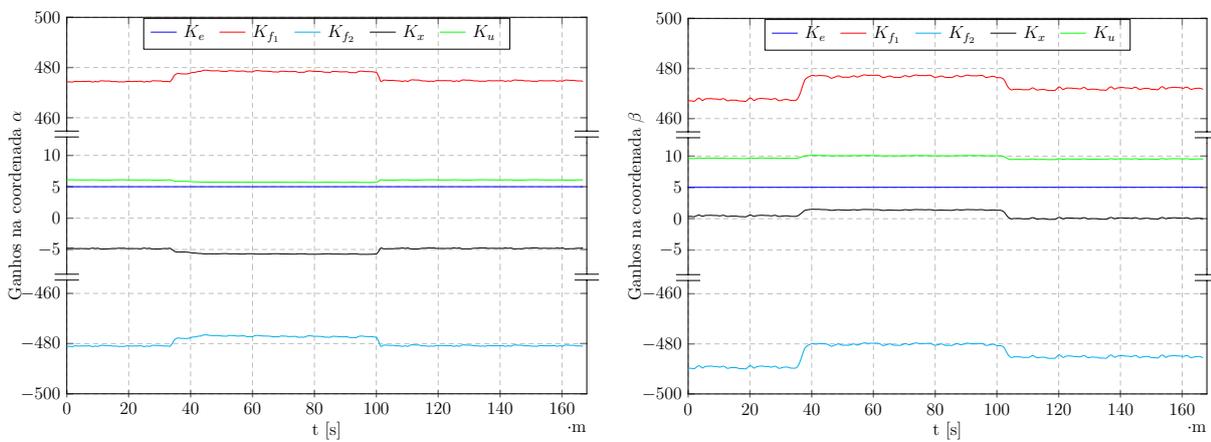


Figura 44 – Comparação do erro de rastreamento entre a corrente de saída do filtro e a saída do modelo de referência nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 0,3mH e conexão com a rede elétrica.



(a) Inicialização.



(b) Degraus na amplitude da referência.

Figura 45 – Convergência dos ganhos do controlador adaptativo SAC para uma planta com indutância de saída de 0,3mH nas coordenadas $\alpha\beta$ para o transitório inicial (a) e na aplicação dos degraus na amplitude de referência (b) com o conversor conectado à rede elétrica.

4.5.2.2 Indutância de 1,3mH

Utilizando um indutor do lado da conexão com a rede elétrica de 1,3mH são obtidos os resultados apresentados na Figura 46, onde é comparado à saída do modelo de referência com o sinal de corrente controlada, na Figura 47 o comportamento do erro de rastreamento, e na Figura 48 a evolução dos ganhos do controlador adaptativo.

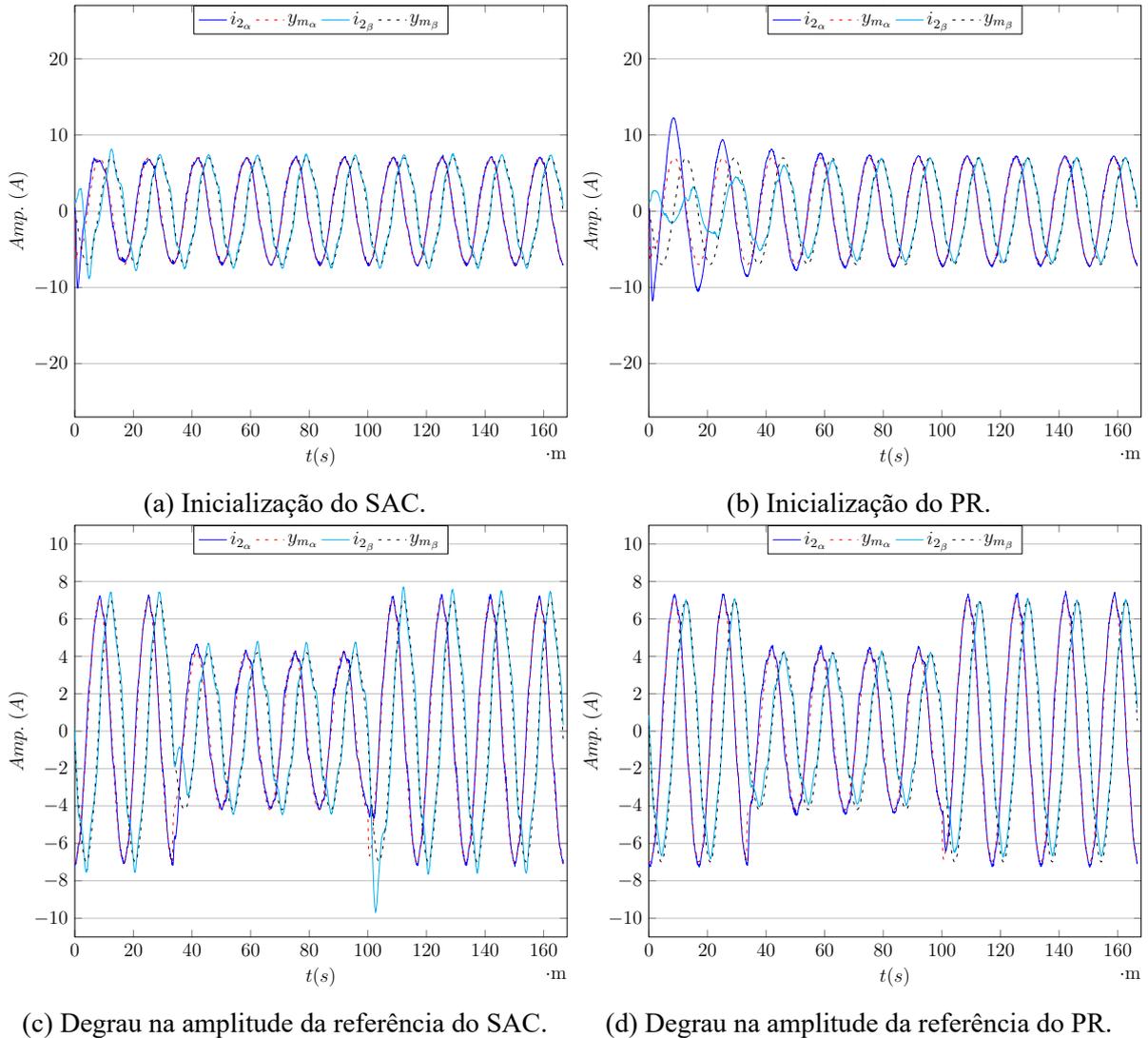


Figura 46 – Comparação entre a saída do modelo de referência e a corrente controlada nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 1,3mH com conexão à rede elétrica.

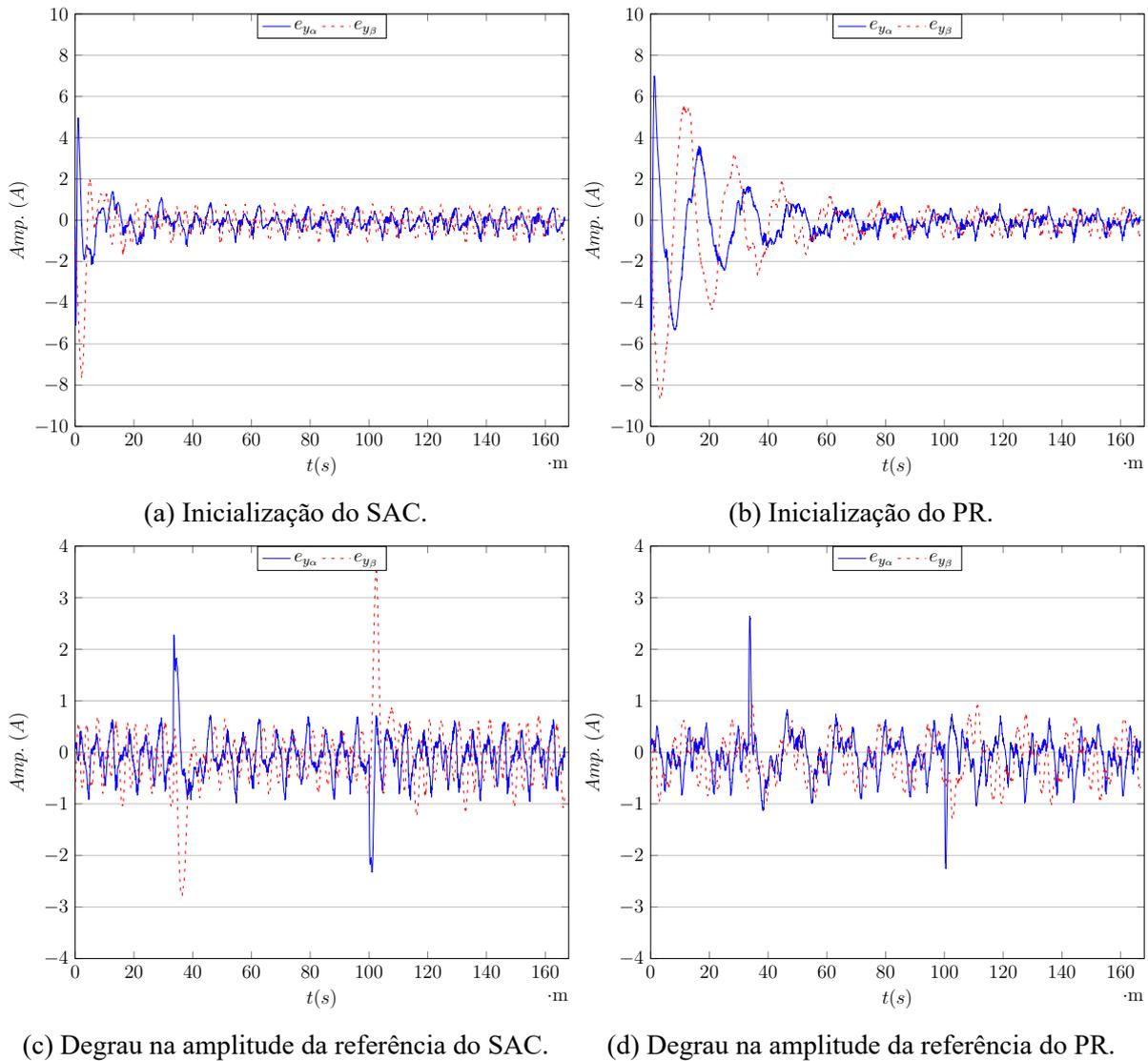
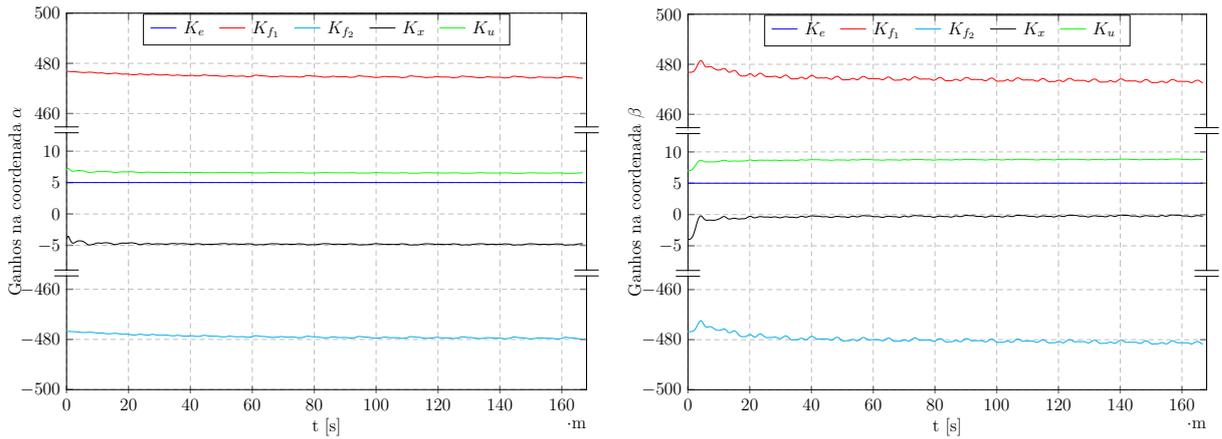
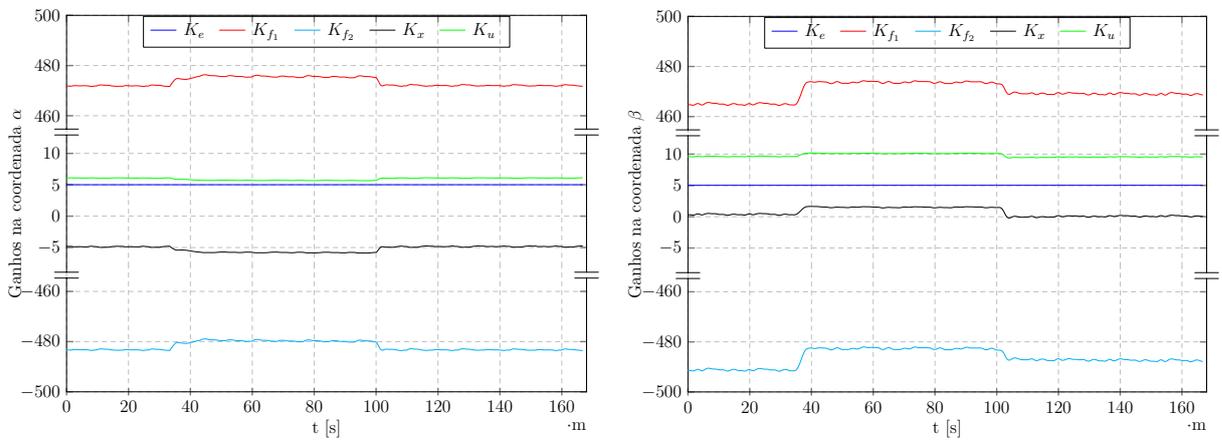


Figura 47 – Comparação entre o erro de rastreamento composto pela corrente de saída do filtro e pela saída do modelo de referência nas coordenadas $\alpha\beta$ para o algoritmo adaptativo (a) e (c), e para o algoritmo ressonante (b) e (d) utilizando um indutor de saída do filtro LCL de 1,3mH conectado com a rede elétrica.



(a) Inicialização.



(b) Degraus na amplitude da referência.

Figura 48 – Convergência dos ganhos do controlador adaptativo SAC para uma planta com indutância de saída de 1,3mH nas coordenadas $\alpha\beta$ para o transitório inicial (a) e na aplicação dos degraus na amplitude de referência (b) na aplicação da bancada conectada à rede elétrica.

4.6 Análise dos Resultados

Como foi observado nas Seções 4.4 e 4.5, o algoritmo manteve-se estável e foi capaz de controlar a corrente de saída do filtro LCL, validando assim, o desenvolvimento apresentado no Capítulo 3 para as dinâmicas suplementares no domínio discreto.

Ao analisar os erros de rastreamento obtidos em todos os testes realizados, é possível verificar a característica do algoritmo de apresentar um erro de rastreamento não nulo, e sim limitado. É possível verificar, ainda, que há conteúdo harmônico elevado quando realizado os testes experimentais, pois ao comparar os sinais de erro da topologia adaptativa e do controlador PR ambas apresentam oscilações em alta frequência.

As análises subsequentes serão tomadas com base no espectro harmônico do erro de rastreamento dos controladores (SAC e PR) durante a simulação computacional, Figuras 49 e 50. Observando essas figuras, nota-se que o comportamento do controlador adaptativo é de gerar conteúdos harmônicos múltiplos da referência durante o processo de eliminação do erro de rastreamento; já observando o controlador PR, é possível verificar que este não apresenta um bom desempenho para rastreamento de referência, isto ocorre devido ao seu projeto considerar a aplicação do PR como estrutura estabilizadora do filtro LCL e não como o controlador responsável por eliminar o erro de rastreamento. Este efeito sobre o PR é característica das dinâmicas suplementares, pois esta estrutura é observada como parte integrante da planta, dessa forma, independente do modelo utilizado como dinâmica suplementar o único objetivo de projetar o compensador é para que a planta aumentada (a planta somada com inverso das dinâmicas suplementares) apresente características de ASPR.

Nas Figuras 51 e 52 são apresentados os conteúdos harmônicos do erro de rastreamento $e_y(k)$ quando utilizado o filtro LCL com indutância de saída, respectivamente, de 0, 3mH e de 1, 3mH, para as conexões em curto e contra a rede elétrica dos controladores SAC e PR.

Ao analisar as Figuras 51 e 52, é possível verificar que as fonte mais prováveis do conteúdo em alta frequência (somatório resultante do conteúdo harmônico) são: a ressonância do filtro LCL, pois ao se conectar contra a rede elétrica, onde ocorre aumento nas incertezas dos parâmetros da planta, houve aumento no conteúdo harmônico das duas topologias de controle (SAC e PR); e/ou efeito da modulação utilizada para acionamento das chaves do conversor, pois os conteúdos harmônicos são múltiplos da tensão da rede; uma última possibilidade estaria relacionada com a precisão da conversão analógico digital do DSP utilizado e variação dos ganhos dos sensores, pois comparando-se as respostas de simulação com as experimentais, ambas apresentam a mesma característica do conteúdo harmônico, mas com amplitudes diferentes.

Apesar dessas possibilidades, a mais agravante é o caso da ressonância do filtro LCL. Essa observação é obtida através da análise de escolha da planta no processo de projeto da topologia adaptativa. Como visto nos capítulos iniciais, essa topologia adaptativa tem uma limitação quanto ao tipo de planta utilizada (plantas do tipo SPR e ASPR), e foi constatado que

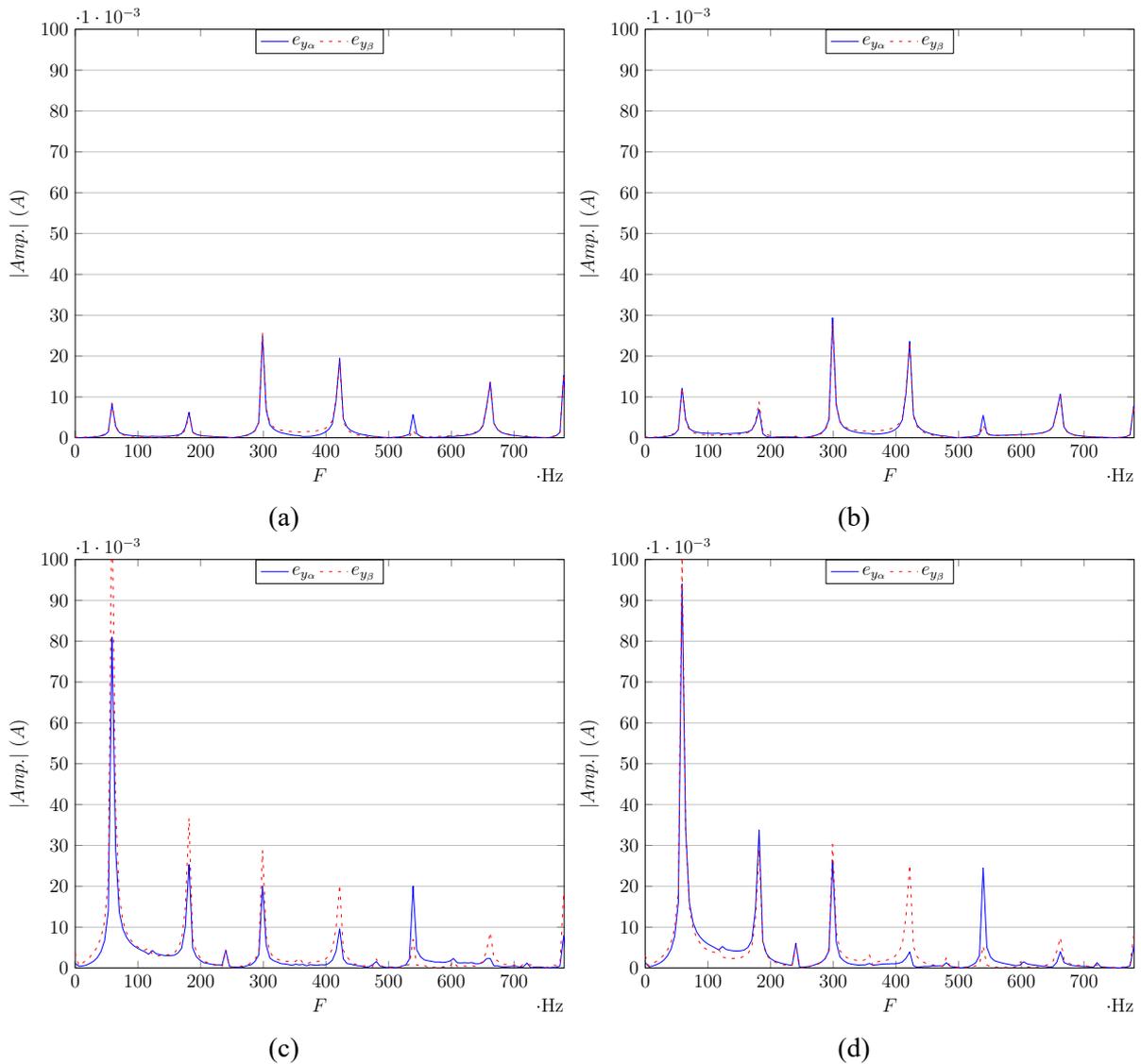


Figura 49 – Comparação entre o conteúdo harmônico das simulações do algoritmo adaptativo quando conectado: (a) em curto com indutância de 0,3mH; (b) curto com indutância de 1,3mH; (c) contra a rede elétrica com indutância de 0,3mH; (d) contra a rede elétrica com indutância de 1,3mH.

dependendo dos parâmetros do filtro LCL pode haver casos onde as condições de não ASPR ultrapassam a capacidade de estabilização do compensador das dinâmicas suplementares; considerando que não foi introduzido o modelo do transformador de conexão com a rede elétrica no projeto do compensador PR, essa indutância não modelada reduz o desempenho do controlador adaptativo. Entretanto, de forma a contornar este problema utilizou-se do transformador com um tap de redução no ponto de conexão do conversor, diminuindo o valor da indutância não modelada e, por consequência, diminuindo a amplitude da tensão no ponto de conexão. Apesar da redução do tap diminuir a discrepância entre o erro de parâmetro estipulado e o apresentado na prática para a aplicação, a estrutura de amortecimento ativo permanece com erro de projeto; visto que, além da técnica utilizada não considerar variações paramétricas, este ganho é projetado de acordo com a indutância da rede nominal (adicionada ao valor da indutância L_2 do

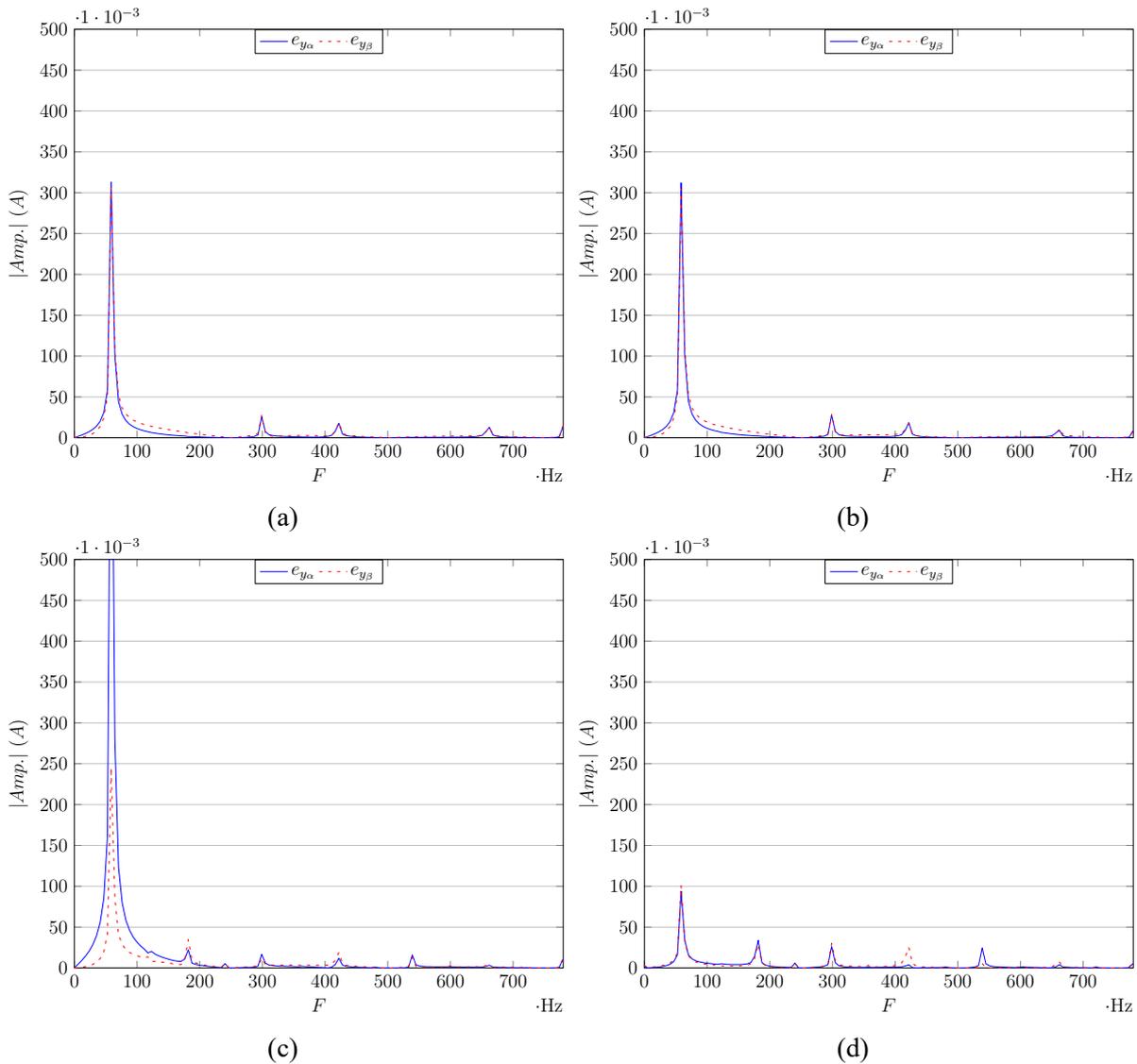


Figura 50 – Comparação entre o conteúdo harmônico das simulações do PR quando conectado: (a) em curto com indutância de 0,3mH; (b) curto com indutância de 1,3mH; (c) contra a rede elétrica com indutância de 0,3mH; (d) contra a rede elétrica com indutância de 1,3mH.

filtro LCL, considerada para projeto como um total de $L_2 = 0,3\text{mH}$). Outro ponto que indica a ressonância como causa é o desbalanço entre as fases do transformador, como foi utilizado a representação em coordenadas $\alpha\beta 0$ o sistema trifásico equilibrado é representado em três sistemas monofásicos idênticos, e como existem diferenças entre as fases a transformação resulta em três sistemas monofásicos diferentes; produzindo assim, a necessidade de projetar três valores diferentes para o ganho do amortecimento ativo, o qual foi considerado idêntico para todas as coordenadas, degradando ainda mais a resposta do sistema.

O desbalanço das fases do transformador fica mais evidente ao analisar as formas de onda das ações de controle para os diferentes experimentos, pois a diferença de amplitude das ações de controle indica coordenadas com diferentes plantas, ou seja, diferentes parâmetros do

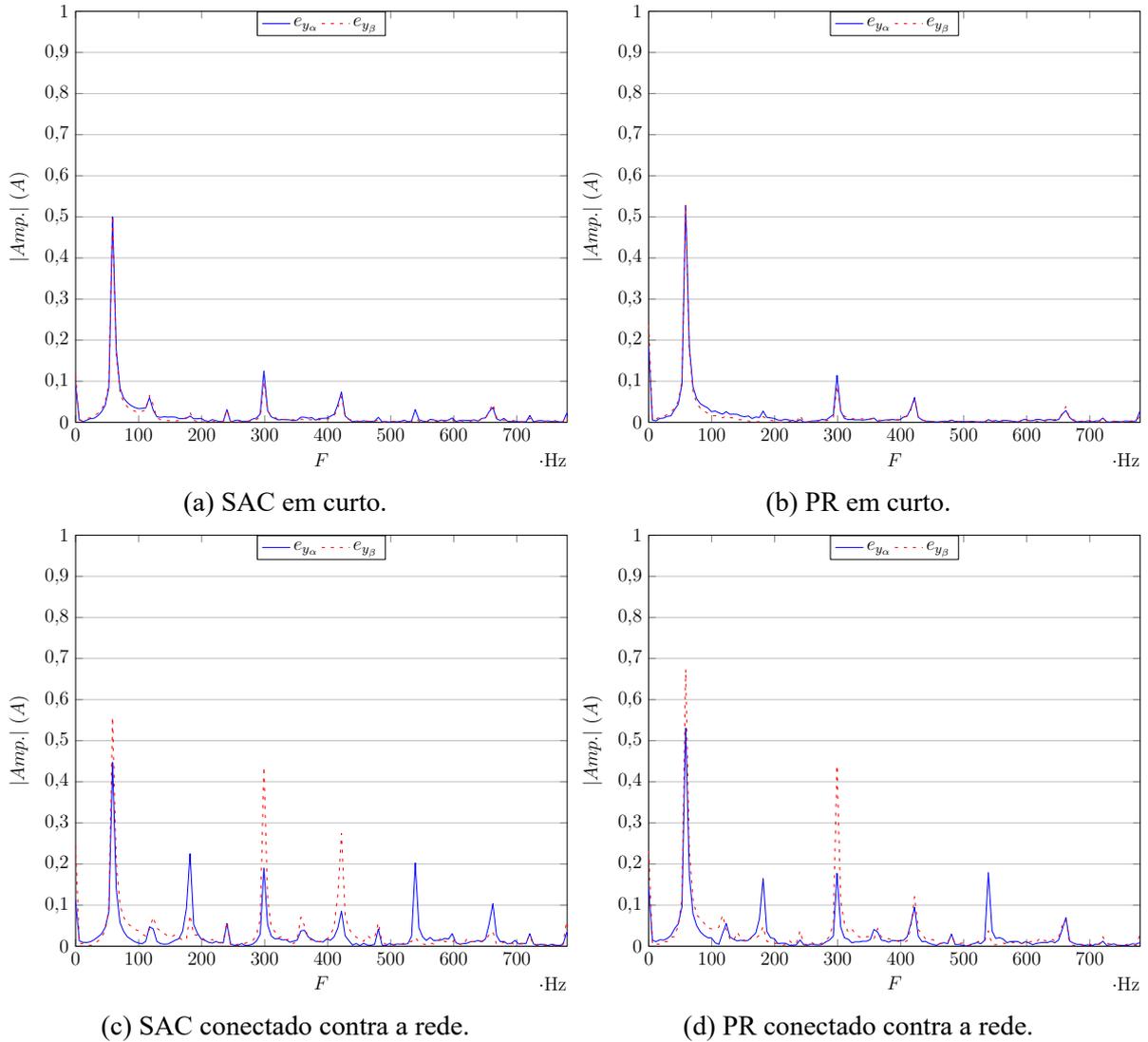


Figura 51 – Comparação entre o conteúdo harmônico do acionamento da bancada experimental com indutância de 0,3mH do algoritmo adaptativo quando conectado em (a) curto e (c) contra a rede elétrica, e do PR quando conectado em (b) curto e (d) contra a rede elétrica.

filtro LCL. Esse efeito é observado ao analisar o filtro LCL quando conectado em curto circuito – Figura 53, quando conectado contra a rede elétrica – Figura 54, e conectado contra a rede elétrica na simulação computacional – Figura 55.

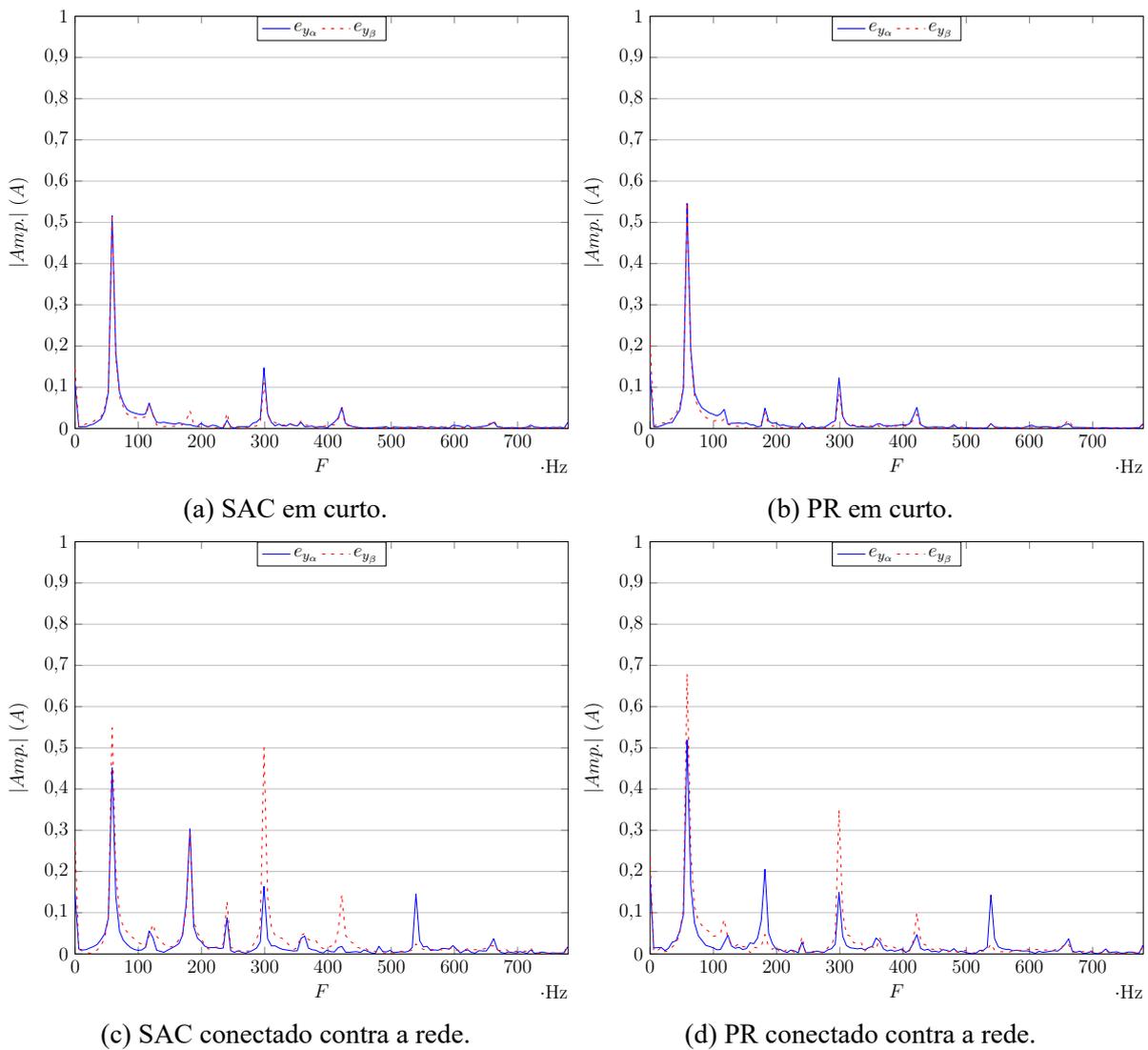


Figura 52 – Comparação entre o conteúdo harmônico do acionamento da bancada experimental com indutância de 1,3mH do algoritmo adaptativo quando conectado em (a) curto e (c) contra a rede elétrica, e do PR quando conectado em (b) curto e (d) contra a rede elétrica.

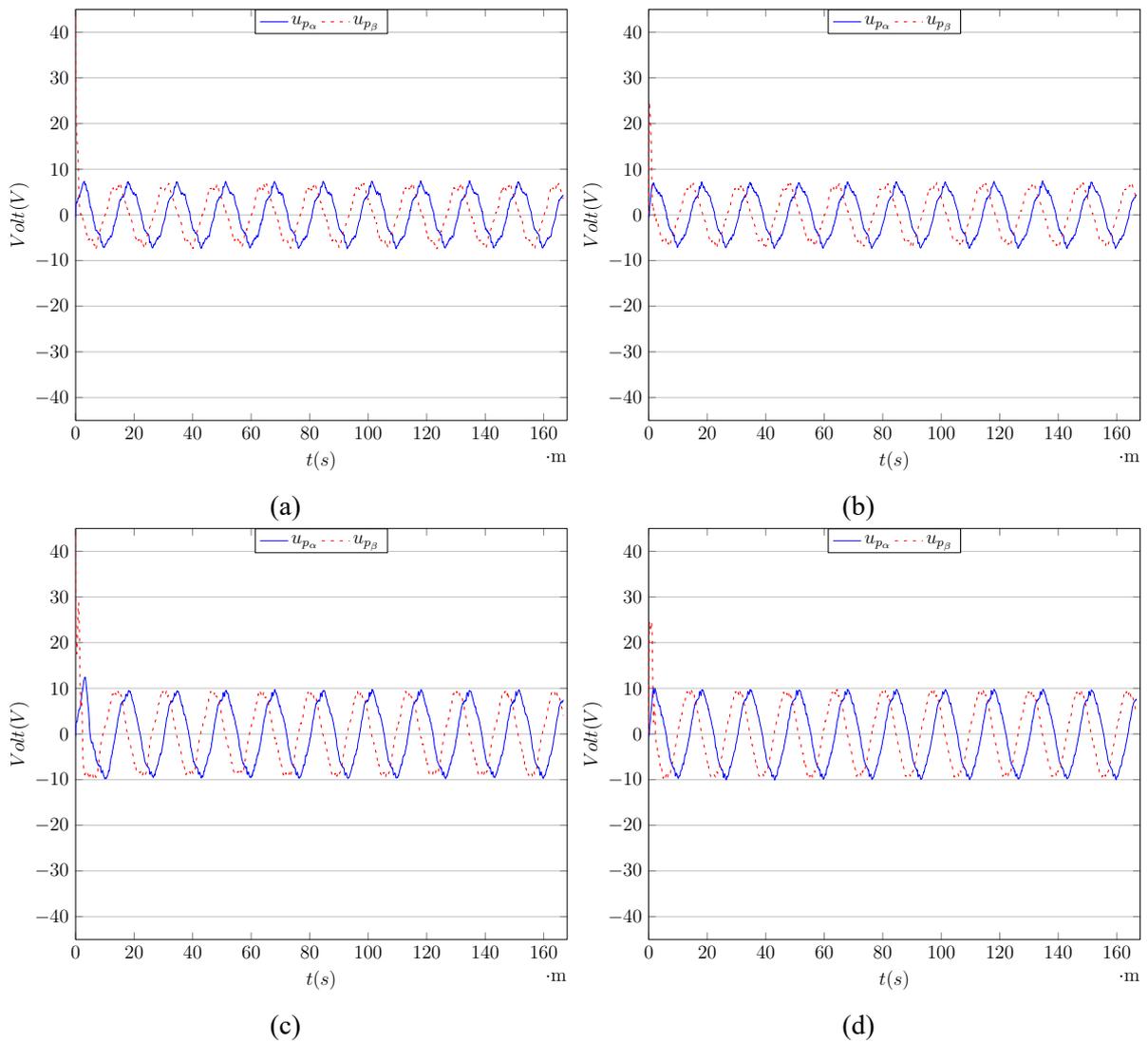


Figura 53 – Comparação entre as ações de controle para as coordenadas $\alpha\beta$ do algoritmo adaptativo conectado em curto circuito com indutância de (a) 0,3mH e (c) 1,3mH, e para o PR conectado em curto de (b) 0,3mH e (d) de 1,3mH.

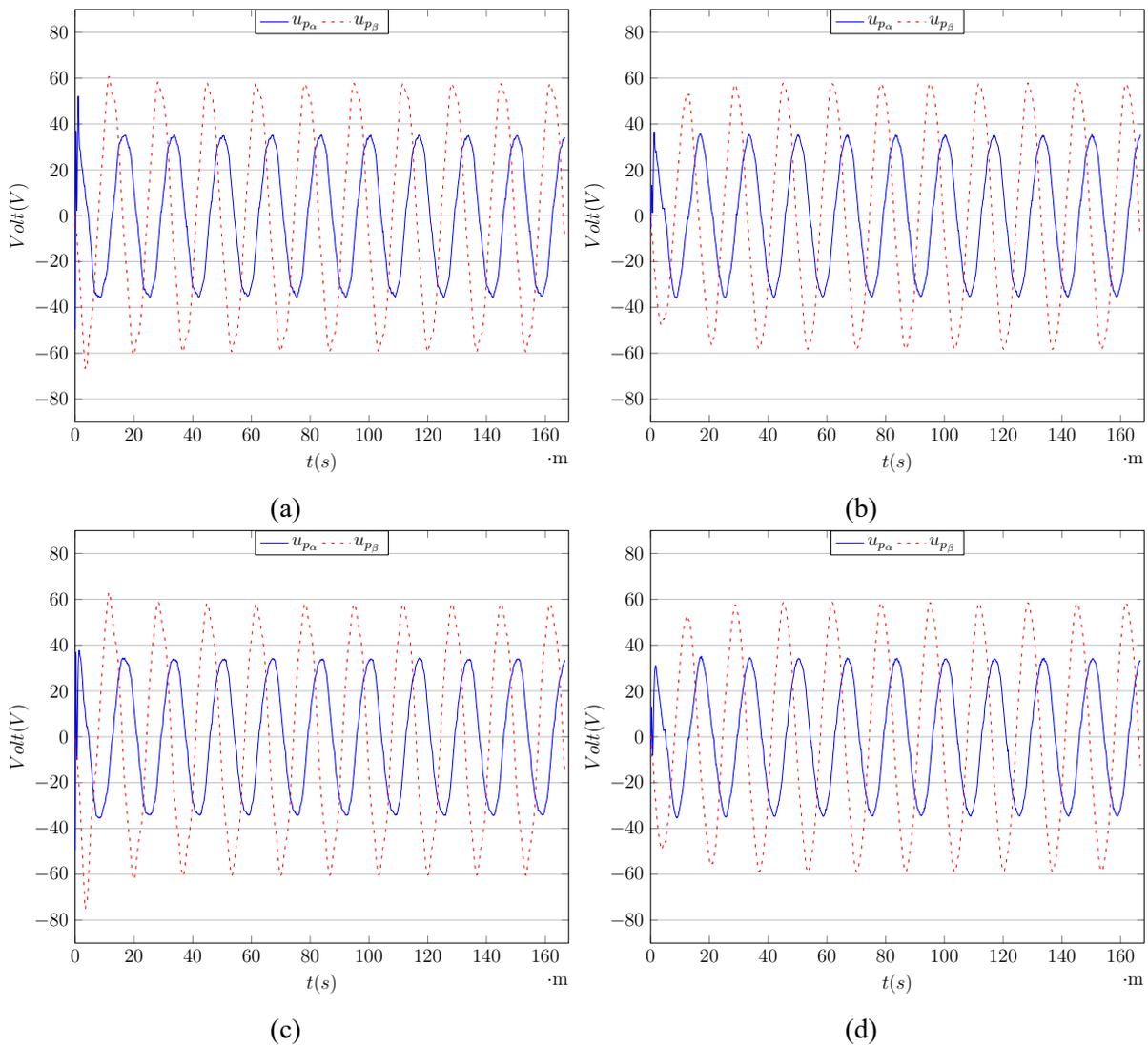


Figura 54 – Comparação entre as ações de controle para as coordenadas $\alpha\beta$ do algoritmo adaptativo conectado contra a rede elétrica com indutância de (a) 0,3mH e (c) 1,3mH, e para o PR com indutância de (b) 0,3mH e (d) 1,3mH.

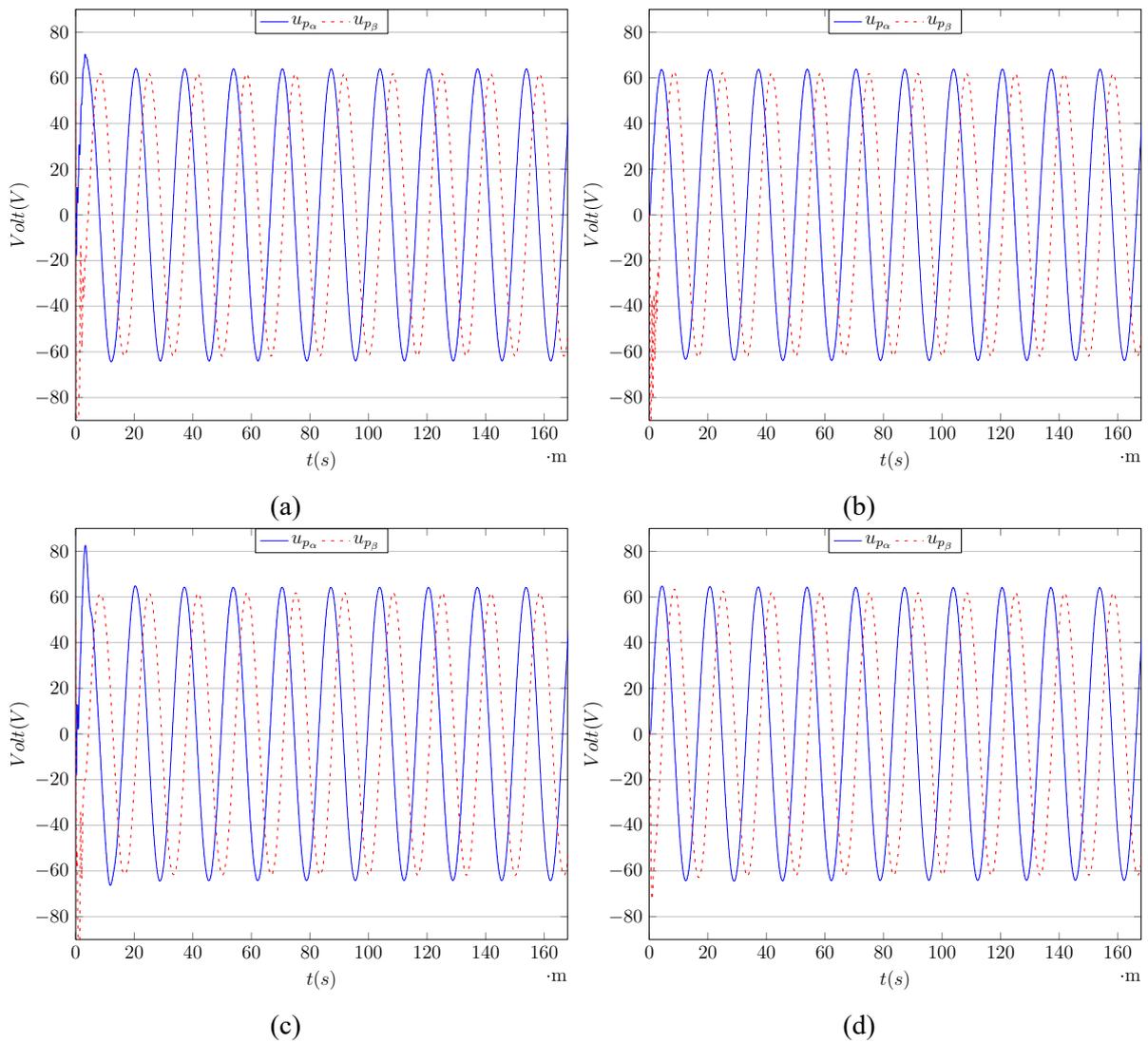


Figura 55 – Comparação entre as ações de controle da simulação em software para as coordenadas $\alpha\beta$ do algoritmo adaptativo conectado contra a rede elétrica com indutância de (a) 0, 3mH e (c) 1, 3mH, e para o PR com indutância de (b) 0, 3mH e (d) 1, 3mH.

5 CONCLUSÃO

Do ponto de vista de desempenho, o controlador Proporcional Ressonante em conjunto com a estratégia adaptativa SAC obteve uma melhora quando comparado ao mesmo controlador PR utilizado sem a adição da parcela adaptativa. As melhoras observadas consistem na redução do transitório do erro de rastreamento, principalmente quando há variação paramétrica da planta, e na diminuição da amplitude do erro de rastreamento na frequência sintonizada do ressonante, pois este controlador PR não é projetado visando a eliminação do erro de rastreamento.

Uma característica dos controladores adaptativos é a possibilidade de inicialização dos ganhos de forma aleatória em quanto é mantido a estabilidade do sistema, o mesmo observado com o Controle Adaptativo Simples com dinâmicas suplementares. Entretanto, à utilização da técnica de amortecimento ativo por resistor virtual fez-se necessário a inicialização dos ganhos do integrador que computa a ação de controle para manter a integridade do sistema, pois apesar do algoritmo garantir erro limitado, os valores atingidos do erro de rastreamento quando submetidos a uma diferença nos ganhos muito elevada ocasionam em magnitudes elevadas para as variáveis elétricas, o que causaria danos à bancada experimental.

Na aplicação do SAC em conjunto com o PR no tempo contínuo, foi observado que os ganhos G , T e \bar{T} apresentam uma grande influência na velocidade de convergência dos ganhos da ação de controle. A influência desses ganhos apresenta relações não lineares entre si dificultando a obtenção de uma metodologia de projeto; sendo assim, são escolhidos valores de forma empírica para esses ganhos. Entretanto, observa-se que devido a estrutura adaptativa, os ganhos T e \bar{T} influenciam a evolução dos ganhos de forma semelhante a um controlador Proporcional Integral (PI); definindo valores elevados para o ganho \bar{T} resulta nos ganhos adaptativos oscilantes, acarretando em um erro na passagem por zero do sinal controlado, mesmo assim há a redução do erro de rastreamento, entretanto, valores de \bar{T} próximos a zero pouco influenciam a resposta do sistema; o ganho T possui grande influência na velocidade de adaptação do ganho $K(t)$, e assim como o ganho G , essa constante possui limites de projeto ao utilizar valores elevados causando instabilidade na adaptação dos ganhos; por fim, observando o comportamento do algoritmo ao aplicar valores muito elevados ou inferiores para o ganho G observa-se que leva a atualização do ganhos a uma resposta lenta.

As modificações para aplicação no domínio discreto consistiram na mudança do termo de estabilização do algoritmo ($v(k)$) e na adição de uma constante responsável por minimizar os efeitos de instabilidade gerados pela discretização do algoritmo, essa constante é adicionada na prova de estabilidade via modificação das equações de conversão do compensador convertido em dinâmicas suplementares e responsável por estabilizar a planta; essas modificações foram encontradas através do desenvolvimento da prova matemática ao utilizar o algoritmo no domí-

nio discreto. Foi encontrado também através da prova de estabilidade, uma limitação na aplicação discreta do algoritmo relacionado ao limite que os polos e zeros da planta podem variar, conseqüentemente, há um limite de variação paramétrica que a estrutura adaptativa é capaz de suportar.

Apesar da limitação encontrada na prova de estabilidade da topologia adaptativa, o responsável impor limite na operação do algoritmo foi a planta utilizada; visto que o controle da corrente que circula no indutor do filtro LCL conectado com a rede elétrica apresenta uma planta do tipo não ASPR e que é fortemente dependente da ressonância entre os elementos reativos do filtro, ou seja, de acordo com os valores de amortecimento da ressonância do filtro LCL a planta pode ser caracterizada como ASPR, ou não ASPR; sendo para alguns dos casos de não ASPR, a utilização da topologia do controlador PR como estrutura para aumentar a planta não é suficiente para tornar o filtro LCL do tipo ASPR. Uma forma de contornar o problema da ressonância foi a inicialização dos ganhos da ação de controle do SAC, pois evita-se que o algoritmo entre em regiões onde o compensador PR não seja capaz de estabilizar a planta. Apesar da técnica de resistor virtual ser utilizada para realizar o amortecimento da ressonância, essa não foi completamente eliminada devido a este método de amortecimento não apresentar robustez frente variações de parâmetros da planta. Essa variação de parâmetros está diretamente relacionada à indutância não modelada do transformador utilizado para conexão do conversor na rede elétrica, como pode ser observado pelos resultados obtidos nas simulações computacionais e na bancada experimental. Outra questão que influencia na ressonância do circuito é a presença de desigualdade entre as fases do transformador, o que acarreta na desigualdade dos circuitos equivalente das coordenadas $\alpha\beta 0$, resultando assim na necessidade de valores diferenciados para o amortecimento ativo de cada coordenada, o que não foi considerado neste trabalho. A influência da desigualdade entre as fases pode ser observada através da divergência na amplitude dos valores da ação de controle das coordenadas α e β (diferença que indica circuitos equivalentes diferentes, resultado de uma planta desbalanceada) quando a bancada está conectada à rede elétrica, o que não é observado na aplicação em curto circuito.

5.1 Trabalhos futuros

Como forma de melhorar o desempenho do controlador adaptativo proposto pode-se buscar técnicas de amortecimento ativo adaptativo e/ou que apresente robustez perante variações paramétricas. Uma alternativa seria adaptar o ganho do amortecimento ativo com as equações de adaptação da ação de controle do SAC, visto que não haveria mudança na ação de controle e nem na estrutura do algoritmo sendo, portanto, apenas necessário verificar a estabilidade do algoritmo para esta aplicação específica.

Devido a não linearidade associado aos ganhos T e \bar{T} , uma alternativa para a obtenção de seus valores seria através da utilização de técnicas de controle inteligente (Fuzzy ou redes neu-

rais) para realizar a escolha desses ganhos de forma a obter o melhor desempenho do algoritmo adaptativo e eliminar problemas de estabilidade relacionados com a velocidade de adaptação dos ganhos.

Uma análise que tem relação com a estabilidade do algoritmo adaptativo proposto é a verificação do valor máximo que o erro de rastreamento apresenta quando a função custo de Lyapunov está submetida a uma variação dos parâmetros da planta ($A - A^* \neq 0$ e/ou $B - B^* \neq 0$) muito elevada. E, se possível, encontrar novas formulações ou topologias para as equações de adaptação que limitem a magnitude do erro de rastreamento de forma que este fique contido em uma faixa restrita, evitando assim dano ao equipamento e/ou atendimento das normas de conexão de conversores na rede elétrica.

Referências

- BAO, C. et al. Step-by-step controller design for lcl-type grid-connected inverter with capacitor current-feedback active-damping. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 29, n. 3, p. 1239–1253, March 2014. ISSN 0885-8993. Citado na página 23.
- BARCENAS, E. B.; CARDENAS, V.; ROFFIEL, J. A. Shunt active power filters and pwm rectifiers in three-phase three wire systems: a survey. In: *Twenty-First Annual IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2006. APEC '06*. [S.l.: s.n.], 2006. p. 7 pp.—. ISSN 1048-2334. Citado na página 23.
- BLAABJERG, F. et al. Overview of control and grid synchronization for distributed power generation systems. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 53, n. 5, p. 1398–1409, Oct 2006. ISSN 0278-0046. Citado 3 vezes nas páginas 25, 26 e 27.
- BROUSSARD, J.; O'BRIEN, M. Feedforward control to track the output of a forced model. *IEEE Transactions on Automatic control*, IEEE, v. 25, n. 4, p. 851–853, 1980. Citado na página 47.
- CHA, H.; VU, T. K.; KIM, J. E. Design and control of proportional-resonant controller based photovoltaic power conditioning system. In: *2009 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 2198–2205. ISSN 2329-3721. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 41.
- CHATTOPADHYAY, R.; DE, A.; BHATTACHARYA, S. Comparison of pr controller and damped pr controller for grid current control of lcl filter based grid-tied inverter under frequency variation and grid distortion. In: *2014 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE)*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 3634–3641. ISSN 2329-3721. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 41.
- COSTA-CASTELLO, R.; GRINO, R.; FOSSAS, E. Odd-harmonic digital repetitive control of a single-phase current active filter. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 19, n. 4, p. 1060–1068, July 2004. ISSN 0885-8993. Citado na página 27.
- DAHONO, P. A. A control method to damp oscillation in the input lc filter. In: *Power Electronics Specialists Conference, 2002. pesc 02. 2002 IEEE 33rd Annual*. [S.l.: s.n.], 2002. v. 4, p. 1630–1635. Citado na página 25.
- DANNEHL, J.; WESSELS, C.; FUCHS, F. W. Limitations of voltage-oriented pi current control of grid-connected pwm rectifiers with lcl filters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 56, n. 2, p. 380–388, Feb 2009. ISSN 0278-0046. Citado na página 26.
- EMAMI, T.; WATKINS, J. M. Robust performance design of pid controllers with inverse multiplicative uncertainty. In: IEEE. *American Control Conference (ACC), 2011*. [S.l.], 2011. p. 5000–5006. Citado na página 28.
- GABE, I. J.; MONTAGNER, V. F.; PINHEIRO, H. Design and implementation of a robust current controller for vsi connected to the grid through an lcl filter. *IEEE Transactions on Power Electronics*, IEEE, v. 24, n. 6, p. 1444–1452, 2009. Citado na página 28.

- HAYKIN, S.; ENGEL, P. *Redes neurais: princípios e prática*. Artmed, 2007. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=bA7rtgAACAAJ>>. Citado na página 28.
- HITZ, L.; ANDERSON, B. Discrete positive-real functions and their application to system stability. In: IET. *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*. [S.l.], 1969. v. 116, n. 1, p. 153–155. Citado na página 45.
- HOJABRI, M.; HOJABRI, M. Design, application and comparison of passive filters for three-phase grid-connected renewable energy systems. 2006. Citado na página 25.
- IOANNOU, P.; SUN, J. *Robust Adaptive Control*. PTR Prentice-Hall, 1996. (Control theory, v. 1). ISBN 9780134391007. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=TIYqAQAAMAAJ>>. Citado 3 vezes nas páginas 41, 42 e 43.
- IWAI, Z.; MIZUMOTO, I. Realization of simple adaptive control by using parallel feedforward compensator. *International Journal of Control*, Taylor & Francis, v. 59, n. 6, p. 1543–1565, 1994. Citado na página 30.
- JALILI, K.; BERNET, S. Design of lcl filters of active-front-end two-level voltage-source converters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 56, n. 5, p. 1674–1689, May 2009. ISSN 0278-0046. Citado na página 24.
- KAHROBAEIAN, A.; MOHAMED, Y. A.-R. I. Robust single-loop direct current control of lcl-filtered converter-based dg units in grid-connected and autonomous microgrid modes. *IEEE Transactions on Power Electronics*, IEEE, v. 29, n. 10, p. 5605–5619, 2014. Citado na página 28.
- KAUFMAN, H.; BARKANA, I.; SOBEL, K. *Direct adaptive control algorithms: theory and applications*. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2012. Citado 13 vezes nas páginas 29, 30, 43, 44, 47, 50, 52, 54, 58, 63, 64, 79 e 84.
- KAWABATA, T.; MIYASHITA, T.; YAMAMOTO, Y. Dead beat control of three phase pwm inverter. In: *Power Electronics Specialists Conference, 1987 IEEE*. [S.l.: s.n.], 1987. p. 473–481. ISSN 0275-9306. Citado na página 27.
- KAZMIERKOWSKI, M. P.; MALESANI, L. Current control techniques for three-phase voltage-source pwm converters: a survey. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 45, n. 5, p. 691–703, Oct 1998. ISSN 0278-0046. Citado na página 26.
- LI, B. et al. A robust multi-resonant pr regulator for three-phase grid-connected vsr using direct pole placement design strategy. In: *IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 2013 Twenty-Eighth Annual IEEE*. [S.l.], 2013. p. 960–966. Citado na página 28.
- LISERRE, M.; TEODORESCU, R.; BLAABJERG, F. Stability of photovoltaic and wind turbine grid-connected inverters for a large set of grid impedance values. *IEEE Transactions on Power Electronics*, v. 21, n. 1, p. 263–272, Jan 2006. ISSN 0885-8993. Citado na página 24.
- MALESANI, L.; MATTAVELLI, P.; BUSO, S. Robust dead-beat current control for pwm rectifiers and active filters. In: *Industry Applications Conference, 1998. Thirty-Third IAS Annual Meeting. The 1998 IEEE*. [S.l.: s.n.], 1998. v. 2, p. 1377–1384 vol.2. ISSN 0197-2618. Citado na página 27.

- MALESANI, L.; TOMASIN, P. Pwm current control techniques of voltage source converters-a survey. In: *Industrial Electronics, Control, and Instrumentation, 1993. Proceedings of the IECON '93., International Conference on.* [S.l.: s.n.], 1993. p. 670–675 vol.2. Citado 2 vezes nas páginas 26 e 27.
- MATTAVELLI, P. A closed-loop selective harmonic compensation for active filters. *IEEE Transactions on Industry Applications*, v. 37, n. 1, p. 81–89, Jan 2001. ISSN 0093-9994. Citado na página 27.
- MATTAVELLI, P.; MARAFAO, F. P. Repetitive-based control for selective harmonic compensation in active power filters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 51, n. 5, p. 1018–1024, Oct 2004. ISSN 0278-0046. Citado na página 27.
- MEKRI, F.; MAZARI, B.; MACHMOUM, M. Control and optimization of shunt active power filter parameters by fuzzy logic. *Canadian Journal of Electrical and Computer Engineering*, v. 31, n. 3, p. 127–134, Summer 2006. ISSN 0840-8688. Citado na página 28.
- MICHELS, L.; STEFANELLO, M.; GRÜNDLING, H. A. Comparative analysis of modified repetitive controllers for applications in pwm inverters. *Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica*, SciELO Brasil, v. 23, n. 3, p. 263–276, 2012. Citado na página 27.
- MOHAMED, Y. A. I. Mitigation of dynamic, unbalanced, and harmonic voltage disturbances using grid-connected inverters with lcl filter. *IEEE Transactions on industrial electronics*, IEEE, v. 58, n. 9, p. 3914–3924, 2011. Citado na página 28.
- MUNIR, S.; LI, Y. W. Residential distribution system harmonic compensation using pv interfacing inverter. *IEEE Transactions on Smart Grid*, v. 4, n. 2, p. 816–827, June 2013. ISSN 1949-3053. Citado na página 23.
- ORELLANA, M.; GRIÑÓ, R. On the stability of discrete-time active damping methods for vsi converters with a lcl input filter. In: IEEE. *IECON 2012-38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society.* [S.l.], 2012. p. 2378–2383. Citado 2 vezes nas páginas 39 e 79.
- ORELLANA, M.; GRIÑÓ, R. On the stability of discrete-time active damping methods for vsi converters with a lcl input filter. In: IEEE. *IECON 2012-38th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society.* [S.l.], 2012. p. 2378–2383. Citado na página 142.
- PRABAARAKAN, K.; CHITRA, N.; KUMAR, A. S. Power quality enhancement in microgrid - a survey. In: *Circuits, Power and Computing Technologies (ICCPCT), 2013 International Conference on.* [S.l.: s.n.], 2013. p. 126–131. Citado na página 23.
- PRÄTZEL-WOLTERS, D.; REINKE, R. Discrete positive real systems and high gain stability. 1991. Citado 2 vezes nas páginas 45 e 46.
- RUSNAK, I.; BARKANA, I. Spr and aspr untangled. *IFAC Proceedings Volumes*, Elsevier, v. 42, n. 6, p. 126–131, 2009. Citado 3 vezes nas páginas 42, 44 e 80.
- RUSNAK, I.; BARKANA, I. The duality of parallel feedforward and negative feedback. In: IEEE. *Electrical & Electronics Engineers in Israel (IEEEI), 2012 IEEE 27th Convention of.* [S.l.], 2012. p. 1–4. Citado 2 vezes nas páginas 79 e 81.
- SASTRY, S.; BODSON, M. *Adaptive control: stability, convergence and robustness.* [S.l.]: Courier Corporation, 2011. Citado na página 29.

- SHYU, K. K. et al. Model reference adaptive control design for a shunt active-power-filter system. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 55, n. 1, p. 97–106, Jan 2008. ISSN 0278-0046. Citado na página 29.
- SINGH, B.; AL-HADDAD, K.; CHANDRA, A. A review of active filters for power quality improvement. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 46, n. 5, p. 960–971, Oct 1999. ISSN 0278-0046. Citado na página 23.
- STEELE, K.; RAJPUROHIT, B. S. A survey on active power filters control strategies. In: *2014 IEEE 6th India International Conference on Power Electronics (IICPE)*. [S.l.: s.n.], 2014. p. 1–6. ISSN 2160-3162. Citado na página 23.
- SU, W.; SOBEL, K. M. A new implementation of simple adaptive control for non-aspr plants. In: *Decision and Control, 1990., Proceedings of the 29th IEEE Conference on*. [S.l.: s.n.], 1990. p. 3251–3253 vol.6. Citado na página 30.
- SU, W.; SOBEL, K. M. A simple adaptive control algorithm with adaptive supplementary dynamics. In: *American Control Conference, 1991*. [S.l.: s.n.], 1991. p. 1235–1237. Citado na página 30.
- SYED, A. H.; ABIDO, M.; KENNEL, R. Improved performance of intelligent robust controller for grid-connected vsi. In: *IEEE. Power Electronics and Applications (EPE'16 ECCE Europe), 2016 18th European Conference on*. [S.l.], 2016. p. 1–9. Citado na página 28.
- TANEMURA, M.; CHIDA, Y. Pfc design method for sac based on the stability theorem of the descriptor system and frequency response fitting. *Mechanical Engineering Journal*, v. 2, n. 3, p. 14–00547–14–00547, 2015. Citado na página 30.
- TANG, Y. et al. Exploring inherent damping characteristic of lcl-filters for three-phase grid-connected voltage source inverters. In: *2010 IEEE Energy Conversion Congress and Exposition*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 312–319. ISSN 2329-3721. Citado na página 24.
- TANG, Y. et al. Generalized design of high performance shunt active power filter with output lcl filter. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, v. 59, n. 3, p. 1443–1452, March 2012. ISSN 0278-0046. Citado 4 vezes nas páginas 77, 141, 142 e 143.
- TAO, G.; IOANNOU, P. Necessary and sufficient conditions for strictly positive real matrices. *IEE Proceedings G (Circuits, Devices and Systems)*, IET, v. 137, n. 5, p. 360–366, 1990. Citado na página 43.
- TEODORESCU, R.; LISERRE, M.; RODRIGUEZ, P. *Grid converters for photovoltaic and wind power systems*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2011. v. 29. Citado na página 141.
- ULRICH, S.; SASIADEK, J. Z.; BARKANA, I. On a new class of direct adaptive output feedback controllers for nonlinear square systems. In: *2012 IEEE 51st IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*. [S.l.: s.n.], 2012. p. 4139–4144. ISSN 0191-2216. Citado na página 73.
- VAZQUEZ, J. R.; SALMERON, P. Active power filter control using neural network technologies. *IEE Proceedings - Electric Power Applications*, v. 150, n. 2, p. 139–145, Mar 2003. ISSN 1350-2352. Citado na página 28.

- WESSELS, C.; DANNEHL, J.; FUCHS, F. W. Active damping of lcl-filter resonance based on virtual resistor for pwm rectifiers ; stability analysis with different filter parameters. In: *2008 IEEE Power Electronics Specialists Conference*. [S.l.: s.n.], 2008. p. 3532–3538. ISSN 0275-9306. Citado na página 25.
- YANG, H. et al. A multi-resonant pr inner current controller design for reversible pwm rectifier. In: *Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC), 2013 Twenty-Eighth Annual IEEE*. [S.l.: s.n.], 2013. p. 316–320. ISSN 1048-2334. Citado 4 vezes nas páginas 41, 82, 145 e 146.
- YANG, S. et al. A robust control scheme for grid-connected voltage-source inverters. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, IEEE, v. 58, n. 1, p. 202–212, 2011. Citado na página 28.
- YAZDANI, A.; IRAVANI, R. *Voltage-sourced converters in power systems: modeling, control, and applications*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2010. Citado 3 vezes nas páginas 26, 36 e 40.
- ZENG, J. et al. Robust design of the self-tuning resonant controller for ac current control systems. In: *2005 IEEE International Conference on Industrial Technology*. [S.l.: s.n.], 2005. p. 783–788. Citado na página 29.
- ZHANG, S.; LI, D.; WANG, X. Control techniques for active power filters. In: *Electrical and Control Engineering (ICECE), 2010 International Conference on*. [S.l.: s.n.], 2010. p. 3493–3498. Citado na página 28.
- ZHAO, W.; CHEN, G. Comparison of active and passive damping methods for application in high power active power filter with lcl-filter. In: *2009 International Conference on Sustainable Power Generation and Supply*. [S.l.: s.n.], 2009. p. 1–6. ISSN 2156-9681. Citado na página 24.

Apêndices

A PROJETO DO FILTRO LCL

O projeto filtro utilizado como base para o presente trabalho foi o apresentado no artigo de Tang et al. (2012), onde é considerado certas simplificações no modelo para facilitar o procedimento de projeto. Primeiramente, admite-se que não há resistências associadas aos elementos capacitivos e indutivos, para diminuir ao máximo o amortecimento do sistema. A segunda simplificação é considerar que a rede elétrica é senoidal e simétrica, pois assim é possível afirmar que para as altas frequências a rede elétrica é considerada como um curto-circuito. A Figura 56 mostra o diagrama elétrico do filtro LCL para um sistema monofásico e sob as condições estipuladas.

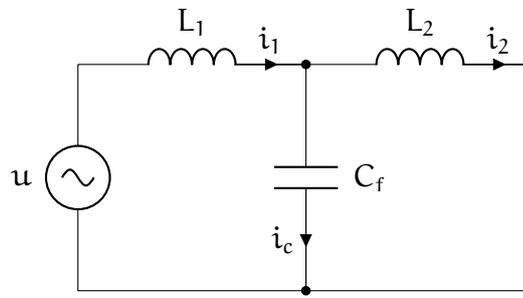


Figura 56 – Topologia do filtro LCL adotado para projeto dos seus parâmetros.

Com as condições estipuladas, a função de transferência no domínio contínuo é escrita como:

$$\frac{I_2(s)}{U(s)} = \frac{K}{L_1 L_2 C_f s^3 + (L_1 + L_2)s}, \quad (\text{A.1})$$

sendo K um ganho qualquer aplicado à planta.

Manipulando e comparando o modelo em (A.1) com um modelo de segunda ordem, observa-se que o amortecimento do sistema é nulo, pela falta do termo s^2 , como observado em

$$\frac{1}{L_1 L_2 C_f s^2 + (L_1 + L_2)s} = \frac{1}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \frac{1}{s}. \quad (\text{A.2})$$

como forma de evitar a ressonância entre os elementos do filtro LCL, o algoritmo de projeto possibilita a inserção de um amortecimento no projeto do filtro, o amortecimento como proposto é denominado amortecimento passivo, pois se utiliza da inserção de um elemento passivo para realizar a atenuação da ressonância; outra técnica para amortecimento é através da utilização de malha de controle, essa forma de amortecimento é denominada amortecimento ativo (TEODORESCU; LISERRE; RODRIGUEZ, 2011). Um algoritmo para realizar o amortecimento ativo é a utilização do conceito de resistor virtual, o qual consiste em aplicar a realimentação

da corrente do capacitor em (A.1) utilizando um ganho projetado para redução da ressonância. Uma forma de projeto para o resistor virtual é proposto em Orellana e Griñó (2012b) e mostrado em (A.3), esse método consiste em encontrar a relação entre o resistor projetado em conjunto com o filtro LCL e o ganho de amortecimento ativo aplicado como resistor virtual.

$$k_{\text{ativo}} = \frac{R_c}{V_{\text{DC}}} \left(1 + \frac{L_1}{L_2} \right) \quad (\text{A.3})$$

onde k_{ativo} é o ganho do amortecimento ativo e V_{DC} a tensão do barramento CC do conversor.

Dessa forma, independentemente do tipo de amortecimento a ser utilizado é necessário apenas realizar o projeto do amortecimento passivo; o qual consiste em adicionar um resistor em série com a capacitância do filtro LCL, como mostrado na Figura 57.

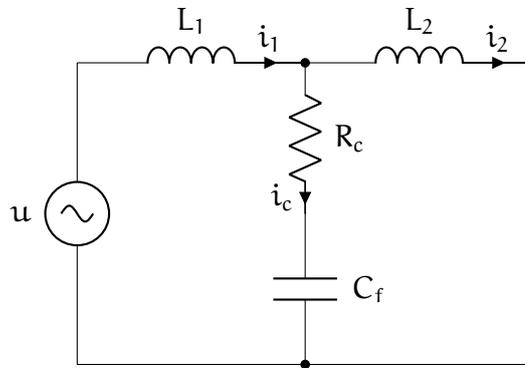


Figura 57 – Circuito elétrico a ser modelo para o projeto do filtro LCL e controladores.

A partir da Figura 57, é obtido o modelo para o filtro LCL como

$$\frac{I_2(s)}{U(s)} = \frac{K}{L_1 L_2 C_f s^3 + K R_c L_2 C_f s^2 + (L_1 + L_2) s}, \quad (\text{A.4})$$

a comparação entre (A.4), com K sendo o ganho da planta, e uma função genérica de segunda ordem resulta na equivalência entre os elementos do filtro e suas características de amortecimento e frequência de ressonância, como observado em

$$\begin{aligned} \frac{K R_c}{L_1} &= 2\zeta\omega_{\text{res}} \\ \frac{(L_1 + L_2)}{L_1 L_2 C_f} &= \omega_{\text{res}}^2, \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

assim, (A.4) é reescrita como

$$\frac{I_2(s)}{U(s)} = \frac{K}{L_1 L_2 C_f} \frac{1}{s(s^2 + 2\zeta\omega_{\text{res}}s + \omega_{\text{res}}^2)}. \quad (\text{A.6})$$

Com base na análise realizada em Tang et al. (2012), a resposta em frequência para a variação do amortecimento mostra que para frequências abaixo de ω_{res} o ganho de atenuação

do filtro LCL se aproxima ao do filtro L. Outro critério para análise está relacionado a margem de fase do filtro, a frequência de corte em malha fechada deve ser inferior a frequência de ressonância para que não haja instabilidade no sistema, dessa forma, definindo uma razão $\alpha = \omega_c/\omega_{res} \leq 0.3$, a margem de fase do filtro é dada por:

$$\Phi_{LCL} = \angle I_2 j\omega_c / U(j\omega_c) = \pi - \arctan \frac{1 - \alpha^2}{2\alpha\zeta} \quad (A.7)$$

A escolha da frequência de corte deve incluir as componentes harmônicas a serem sintetizadas, além de respeitar a margem definida de 30% da frequência de ressonância, enquanto que a frequência de chaveamento pode ser escolhida acima de duas vezes a frequência de ressonância.

As equações a seguir são responsáveis pelo projeto dos elementos do filtro LCL (TANG et al., 2012).

Dessa forma o primeiro passo é encontrar frequência de ressonância do filtro através de

$$\omega_{res} = \frac{2\pi h}{\alpha} \quad (A.8)$$

onde h é a maior harmônica a ser sintetizada e $\alpha = \omega_c/\omega_{res} \leq 0.3$. Os valores da indutância do lado do conversor e da capacitância do filtro são obtidos por

$$L_1 = \frac{V_n^2}{P \omega_{res}} \quad (A.9)$$

$$C_f = \frac{2P}{V_n^2 \omega_{res}} \quad (A.10)$$

sendo V_n a tensão RMS nominal de fase da saída do filtro e P é a potência do conversor. Por fim, o cálculo da indutância do lado da rede é dado por:

$$L_2 = \frac{L_1}{\omega_{res}^2 C_f L_1 - 1} \quad (A.11)$$

O projeto do resistor para amortecimento passivo é fornecido por

$$R_c = \frac{2\zeta}{K} \sqrt{\frac{L_1(L_1 + L_2)}{L_2 C_f}} \quad (A.12)$$

sendo K o ganho da planta e ζ o amortecimento desejado.

B PROJETO DO CONTROLADOR PR

O método de projeto de controladores PR estudado foi o apresentado em Yang et al. (2013). Para a aplicação desse método é necessário a obtenção da função de transferência do sistema em malha fechada, como o apresentado na Figura 58.

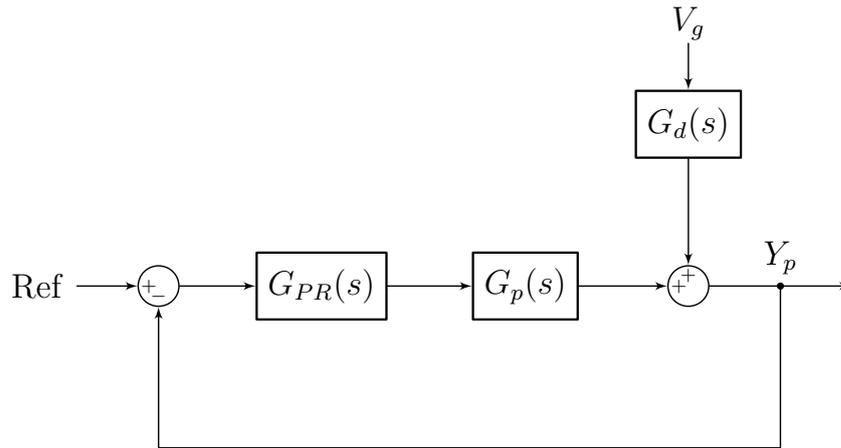


Figura 58 – Diagrama de blocos para a aplicação de um controle ressonante em conjunto com a planta.

A estrutura do controlador PR para aplicação escolhida apresenta duas funções de transferência ao utilizar a fechada: uma para o rastreamento da referência (B.1); e para a rejeição do distúrbio da rede (B.2).

$$G_{\text{ref}}(s) = \frac{G_c(s) G_p(s)}{1 + G_c(s) G_p(s)} \quad (\text{B.1})$$

$$G_{\text{dis}}(s) = \frac{G_d(s)}{1 + G_c(s) G_p(s)} \quad (\text{B.2})$$

onde a função $G_c(s)$ definido em (B.3), $G_p(s)$ e $G_d(s)$ as funções de transferência do modelo do sistema quanto a modelagem com base na referência e no distúrbio, respectivamente.

$$G_c(s) = K_p + \sum_{h=1}^n K_{rh} \frac{2\omega_c s}{s^2 + 2\omega_c s + (h\omega_0)^2} \quad (\text{B.3})$$

O projeto dos ganhos da parcela ressonante consideram que na frequência de ressonância ($h\omega_0$) o módulo do ganho da planta em malha fechada ($G_{\text{ref}}(jh\omega_0)$) deve apresentar ganho unitário e o módulo da função $G_{\text{dis}}(jh\omega_0)$ deve ser nula, dessa forma, deve-se escolher o valor de K_{rh} que satisfaça ambas condições. De acordo com a planta escolhida, serão obtidos valores muito elevados para os ganhos de ressonância, dessa forma, estipula-se um valor mínimo (α) escolhido pelo projetista para que o ganho apresente a atenuação desejada. Sendo assim, o

projeto de K_{rh} está concluído quando as duas condições a seguir forem satisfeitas.

$$\begin{cases} |G_{ref}(jh\omega_0)| \geq \alpha \\ |G_{dis}(jh\omega_0)| \leq 1 - \alpha \end{cases} \quad (B.4)$$

O segundo procedimento de projeto é através do cálculo da banda passante (ω_c). Há duas possibilidades de projeto para a variável ω_c : considerando a banda passante através da escolha da frequência no qual o sinal sofre uma atenuação de 3dB, esse método é apresentado em (B.5); o segundo método é proposto em Yang et al. (2013) e apresentado em (B.6).

$$|G_c(\omega j)| = K_r \left| \frac{2\omega_c \omega j}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2\omega_c \omega j} \right| = \frac{K_r}{\sqrt{2}} \quad (B.5)$$

$$\Delta f_0 = \frac{\pi}{\omega_c} \quad (B.6)$$

Por fim, deve-se escolher a margem de fase apropriada para o sistema através do projeto do ganho proporcional K_p considerando a equação completa do controlador PR.

De forma resumida para o projeto do controlador Proporcional Ressonante deve-se:

1. Ignorar a parcela proporcional e a responsável pela banda passante, e projetar os ganhos K_{rh} de forma que o sistema (B.4) apresente solução, sendo $\alpha \leq 1$ e escolhido pelo projetista para atender o ganho desejado para a aplicação;
2. Escolher um valor de ω_c que represente a banda passante desejada para a frequência de ressonância fundamental;
3. Escolher o valor de K_p que apresente uma margem de fase que estabilize o sistema em malha aberta, $G_c(s)G_p(s)$.

C PROVA DE ESTABILIDADE PARA SAC COM DINÂMICAS SUPLEMENTARES NO TEMPO CONTÍNUO

A prova de estabilidade do Controle Adaptativo Simples com dinâmicas suplementares utiliza como base o equacionamento presente na Seção 2.6, e utiliza os conceitos de Lyapunov para verificar a estabilidade da topologia adaptativa. Como função custo de Lyapunov é escolhido

$$V(e_x(t), K_i(t)) = e_x^T(t) P e_x(t) + \text{tr} \left[(K_i(t) - \tilde{K}) T^{-1} (K_i(t) - \tilde{K})^T \right] \quad (\text{C.1})$$

sendo $T > 0$, $P > 0$, e \tilde{K} o vetor de ganhos contantes e conhecidos para a ação de controle.

Separando a função custo em duas parcelas e definidas por:

$$\begin{aligned} V(e_x(t), K_i(t)) &= V_1(t) + V_2(t) \\ V_1(t) &= e_x^T(t) P e_x(t) \\ V_2(t) &= \text{tr} \left[(K_i(t) - \tilde{K}) T^{-1} (K_i(t) - \tilde{K})^T \right] \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

Realizando as análises para o termo $V_1(t)$, sua derivada é definida por

$$\dot{V}_1(t) = \dot{e}_x^T(t) P e_x(t) + e_x^T(t) P \dot{e}_x(t). \quad (\text{C.3})$$

Substituindo $\dot{e}_x(t)$ encontrado em (2.103), obtém-se

$$\dot{V}_1(t) = e_x^T(t) (P A_{cl} + A_{cl}^T P) e_x(t) - z(t)^T B^T P e_x(t) - e_x^T(t) P B z(t) - F_1^T(t) P e_x(t) - e_x^T(t) P F_1(t) \quad (\text{C.4})$$

sendo $F_1(t)$ definido em (2.101).

Considerando a formulação encontrada para que uma planta seja classificada como ASPR, utilizando o Lema 3 da Seção 2.4.1. Dessa forma, (C.4) é reescrito por

$$\dot{V}_1(t) = -e_x^T(t) L^T L e_x(t) - 2e_x^T(t) P B z(t) - 2e_x^T(t) P F_1(t) \quad (\text{C.5})$$

Adicionando e subtraindo $-2e_x^T(t) L^T W z(t) + z^T(t) W^T W z(t)$ em (C.5) tem-se

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) &= - (L^T e_x^T(t) - W z(t))^T (L^T e_x^T(t) - W z(t)) \\ &\quad + 2e_x^T(t) (-L^T W - P B) z(t) + z^T(t) W^T W z(t) - 2e_x^T(t) P F_1(t) \end{aligned} \quad (\text{C.6})$$

Analisando o termo $V_2(t)$, sua derivada é definida por

$$\dot{V}_2(t) = \text{tr} \left[\dot{K}_i(t) T^{-1} (K_i(t) - \tilde{K})^T \right] + \text{tr} \left[(K_i(t) - \tilde{K}) T^{-1} (\dot{K}_i(t))^T \right]. \quad (C.7)$$

Substituindo $\dot{K}_i(t)$ pelo apresentado em (2.108), (C.7) torna-se

$$\dot{V}_2(t) = \text{tr} \left[v(t) r^T(t) (K_i(t) - \tilde{K})^T \right] + \text{tr} \left[(K_i(t) - \tilde{K}) (v(t) r^T(t))^T \right]. \quad (C.8)$$

Considerando $K_i(t) = K(t) - K_p(t) = K(t) - v(t) r^T(t) \bar{T}$ e a definição $z(t) = (K(t) - \tilde{K}) r(t)$, e aplicando em (C.8) obtém-se

$$\dot{V}_2(t) = \text{tr} \left[v(t) z^T(t) \right] + \text{tr} \left[z(t) v^T(t) \right] - 2v^T(t) v(t) r^T(t) \bar{T} r(t). \quad (C.9)$$

Aplicando $v(t) = Q e_{yf}(t) + GK(t)r(t)$ em (C.9) tem-se

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= \text{tr} \left[(Q e_{yf}(t) + GK(t)r(t)) z^T(t) \right] + \text{tr} \left[z(t) (Q e_{yf}(t) + GK(t)r(t))^T \right] \\ &\quad - 2v^T(t) v(t) r^T(t) \bar{T} r(t) \\ \dot{V}_2(t) &= 2e_{yf}^T(t) Q^T z(t) + \text{tr} \left[G(K(t)r(t) - \tilde{K}r(t) + \tilde{K}r(t)) z^T(t) \right] \\ &\quad + \text{tr} \left[z(t) (K(t)r(t) - \tilde{K}r(t) + \tilde{K}r(t))^T \right] - 2v^T(t) v(t) r^T(t) \bar{T} r(t) \\ \dot{V}_2(t) &= 2e_{yf}^T(t) Q^T z(t) + z^T(t) (G + G^T) z - 2v^T(t) v(t) r^T(t) \bar{T} r(t) \\ &\quad + 2z^T(t) G (\tilde{K}_a e_{yf}(t) + \tilde{K}_x x_m(t) + \tilde{K}_u u_m(t)) \\ \dot{V}_2(t) &= 2e_{yf}^T(t) (Q^T + \tilde{K}_a^T G^T) z(t) + z^T(t) (G + G^T) z - 2v^T(t) v(t) r^T(t) \bar{T} r(t) \\ &\quad + 2z^T(t) G (\tilde{K}_x x_m(t) + \tilde{K}_u u_m(t)). \end{aligned} \quad (C.10)$$

Substituindo $e_{yf}(t) = C e_x(t) - C x_0^*(t)$ em (C.10) obtém-se

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) &= 2(e_x^T(t) - (x_0^*(t))^T) C^T (Q^T + \tilde{K}_a^T G^T) z(t) + z^T(t) (G + G^T) z \\ &\quad - 2v^T(t) v(t) r^T(t) \bar{T} r(t) + 2z^T(t) G (\tilde{K}_x x_m(t) + \tilde{K}_u u_m(t)) \\ \dot{V}_2(t) &= 2e_x^T(t) C^T (Q^T + \tilde{K}_a^T G^T) z(t) + z^T(t) (G + G^T) z - 2v^T(t) v(t) r^T(t) \bar{T} r(t) \\ &\quad + 2z^T(t) \left[G (\tilde{K}_x x_m(t) + \tilde{K}_u u_m(t)) - (Q + G \tilde{K}_a) C x_0^*(t) \right] \end{aligned} \quad (C.11)$$

definindo

$$F_2(t) = -G (\tilde{K}_x x_m(t) + \tilde{K}_u u_m(t)) + (Q + G \tilde{K}_a) C x_0^*(t) \quad (C.12)$$

e combinando (C.6) e (C.11) obtém-se

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= - (L^T e_x^T(t) - Wz(t))^T (L^T e_x^T(t) - Wz(t)) \\ &\quad + 2e_x^T(t) \left[-L^T W - PB + C^T (Q^T + \tilde{K}_a^T G^T) \right] z(t) \\ &\quad + z^T(t) (W^T W + G + G^T) z - 2v^T(t) v(t) r^T(t) \bar{T} r(t) \\ &\quad + 2z^T(t) F_2(t) - 2e_x^T(t) P F_1(t). \end{aligned} \quad (C.13)$$

Desta forma, para que o algoritmo seja estável o seguinte sistema de equações deve ser atendido

$$\begin{cases} PA_{cl} + A_{cl}P = -L^T L \\ PB = C^T(Q^T + \tilde{K}_a^T G^T) - L^T W \\ W^T W = J + J^T \\ J + J^T + G + G^T < 0 \\ \bar{T} \geq 0 \end{cases}$$

Considerando que exista constantes positivas $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_5$ a variação da função custo pode ser escrita como

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -\alpha_1 \|e_x(t)\|^2 + \alpha_2 \|e_x(t)\| - \alpha_3 \|(K(t) - \tilde{K})r(t)\|^2 \\ & + \alpha_4 \|(K(t) - \tilde{K})r(t)\| - \alpha_5 \|v(t)\|^2 \|r(t)\|^2 \end{aligned} \quad (C.14)$$

Analisando (C.14), caso $\|e_x(t)\|$ ou $\|(K(t) - \tilde{K})r(t)\|$ aumentem além de um certo valor, os termos quadrados negativos serão dominantes e a variação da função custo será negativa. Sendo assim, é garantido que os erros $e_x(t)$ e $e_y(t)$ são limitados.