FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA – UNIPAMPA
CAMPUS ALEGRETE

MARGARETE LÚCIA CEOLIN ZACARIAS

UMA PROPOSTA DE ENSINO DE FRAÇÕES USANDO A METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

ALEGRETE
2012

MARGARETE LÚCIA CEOLIN ZACARIAS

UMA PROPOSTA DE ENSINO DE FRAÇÕES USANDO A METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Monografia apresentada ao curso de Pós-Graduação Lato Sensu em Especialização em Tecnologia no Ensino de Matemática da Fundação Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para a obtenção do Título de Especialista em Tecnologia no Ensino de Matemática.

Orientadora: Profª. Ma Divane Marcon

Alegrete
2012

MARGARETE LÚCIA CEOLIN ZACARIAS

UMA PROPOSTA DE ENSINO DE FRAÇÕES USANDO A METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Monografia apresentada ao curso de Pós-Graduação *Lato Sensu* da Universidade Federal do Pampa como requisito parcial para a obtenção do Título de Especialista em Tecnologia no Ensino de Matemática.

Área de concentração: Ensino de Matemática

Monografia defendida e aprovada em: 03 de novembro de 2011.

Banca examinadora:

Divane Marcon

Prof^{a}. Ma. Divane Marcon
Orientadora Unipampa

Anderson Luiz Maciel

Prof. Dr. Anderson Luiz Maciel
Universidade Federal de Santa Maria

Fabiane C. Höpner Noguti

Prof^{a} Ma Fabiane C. Höpner Noguti
Unipampa

AGRADECIMENTO

A Deus que me deu saúde, fé e força para que pudesse concluir mais essa etapa de minha vida.

A minha orientadora Professora Mestra Divane Marcon, pela compreensão, dedicação apoio e incentivo nos momentos difíceis e pelas suas sugestões sempre pertinentes.

A Professora Mestra Fabiane C. Höpner Noguti, pelo apoio, disponibilidade e sugestões que muito ajudaram na elaboração deste trabalho.

Aos Professores, Doutor Anderson Luiz Maciel e a Mestra Fabiane C. Höpner Noguti, por aceitarem fazer parte da banca examinadora.

Aos professores da Especialização em Tecnologia no Ensino de Matemática da UNIPAMPA, pela sabedoria e conhecimentos compartilhados durante o curso o que contribuiu significativamente em minha formação.

A minha família pela paciência, incentivando-me a prosseguir a jornada nos momentos difíceis. Em especial a minha filha Carol.

Aos amigos e colegas do curso pelo companheirismo, amizade e sugestões.

A todos, muito obrigada.

Há homens que lutam um dia e são bons. Há outros que lutam um ano e são melhores. Há os que lutam muitos anos e são muito bons. Porém, há os que lutam toda a vida. Esses são os imprescindíveis."

Bertolt Brecht

RESUMO

Este trabalho apresenta uma proposta de ensino de frações usando a Metodologia de Resolução de Problemas, tendo como foco contribuir para o desenvolvimento de habilidades e competências no aprendizado de frações no 6º ano da Educação Básica. Este estudo sugere alternativas de ensino aos professores para que seus alunos adquiram uma melhor compreensão sobre frações, além de estimular a criatividade e a reflexão por meio desta metodologia. Ainda, com o objetivo de orientar e exemplificar o modo de se trabalhar com o tema em foco, são apresentados planos de aula usando a Metodologia de Resolução de Problemas.

Palavras-chave: Ensino e aprendizagem. Matemática. Frações. Resolução de problemas.

ABSTRACT

This work presents a proposal for teaching fractions using the problem solving methodology, it focuses on contributing to the development of skills and competences in the process of learning fractions at a primary sixth grade education. This study suggests teaching alternatives for instructors to apply in their students so that they acquire a better understanding of fractions, and stimulate creativity and thinking thru this methodology. In addition, in order to guide and illustrate how to work with the focused theme, some teaching plans are presented using the problem solving methodology.

Keywords**:** Teaching and Learning. Mathematics. Fractions. Problem Solving.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Demonstração da escrita egípcia e da nossa escrita 17
Figura 2 – Agrimensores ou estiradores de corda..34
Figura 3 – Demonstração do bolo de Luíza..35
Figura 4 – Demonstração dos dois bolos de Luíza..36
Figura 5 – Fração como quociente...36
Figura 6 – Balde...38
Figura 7 – Jarras..38
Figura 8 – Frações próprias..41
Figura 9 – Frações aparentes...41
Figura 10 – Frações impróprias..42
Figura 11 – Frações equivalentes...42
Figura 12 – Frações com o mesmo denominador...43
Figura 13 – Frações com o mesmo numerador...44
Figura 14 – Frações com os numeradores e denominadores diferentes.................45
Figura 15 – Horta do 6º ano...46
Figura 16 – Campo de futebol dividido em duas partes..47
Figura 17 – Campo de futebol dividido em quatro partes..47
Figura 18 – Alunos e alunas do 6º ano...48
Figura 19 – Alunas vestidas com calças jeans..48
Figura 20 – Bolo de morango..49
Figura 21 – Sobra do bolo de morango...49
Figura 22 – Barra de chocolate...50
Figura 23 – Sobra da barra de chocolate..50
Figura 24 – Sobra da barra de chocolate dividida em duas partes..........................50
Figura 25 – Representação do tempo de Cida..60
Figura 26 – Representação da divisão das laranjas..65
Figura 27 – Peras divididas em duas partes..66
Figura 28 – Melancias divididas em quatro partes...66
Figura 29 – Laranjas...67
Figura 30 – Peras...67
Figura 31 – Melancias...67

Figura 32 – Pacotes de farinha comprados pela menina..70
Figura 33 – Pacotes de farinha...70
Figura 34 – Meninos jogando basquete..71
Figura 35 – Representação do total de jogadores de basquete................................73
Figura 36 – Representação de um quinto dos jogadores de basquete.....................73
Figura 37 – Representação de dois quintos dos jogadores de basquete..................73
Figura 38 – Bolo de chocolate dividido em 5 partes...75
Figura 39 – Bolo de Laranja dividido em 15 partes..76
Figura 40 – Sobra do bolo de chocolate..76
Figura 41 – Sobra do bolo de laranja..76
Figura 42 – Bolos de chocolate..77
Figura 43 – Bolos de laranja...77
Figura 44 – Pizza dividida em 4 partes..79
Figura 45 – Representação da pizza consumida pelos 3 colegas.............................80
Figura 46 – Representação da sobra da pizza...80
Figura 47 – Sobra da pizza dividida em 3 partes...80
Figura 48 – Pizza dividida em 12 partes..81
Figura 49 – Pizzas inteiras..82

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO..11
2 UM POUCO DA HISTÓRIA DAS FRAÇÕES 15
2.1 Fração com o significado Número...19
2.2 Fração com o significado Parte-Todo..19
2.3 Fração com o significado Quociente 19
2.4 Fração com o significado Medida 19
2.5 Fração com o significado Operador Multiplicativo 19
3 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA DE ENSINO.21
4 OBJETIVOS DA MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL 29
5 FRAÇÕES... 33
5.1 Um novo número.. 33
5.2 Ideias associadas a fração.. 34
5.2.1 Fração com o significado Parte-Todo 35
5.2.2 Fração com o significado Quociente 36
5.2.3 Frações para Comparar... 37
5.2.4 Fração com o significado Operador Multiplicativo 37
5.2.5 Fração com o significado Medida 38
5.2.6 Fração com o significado Número.. 39
5.3 Leitura de frações 39
5.3.1 Frações com denominador de 2 a 9 40
5.3.2 Frações com denominadores que são potência de 10 40
5.3.3 Frações com outros denominadores 40
5.4 Tipos de fração.. 40
5.5 Frações equivalentes 42
5.5.1 Propriedades das frações equivalentes 43
5.5.2 Simplificação de frações 43
5.5.3 Comparação de frações 43
5.5.3.1 Frações com o mesmo denominador 43
5.5.3.2 Frações com o mesmo numerador 44
5.5.3.3 Frações com os numeradores e denominadores diferentes 44
5.6 Operações com frações 46

5.6.1 Adição e subtração de frações com denominadores iguais 46
5.6.2 Adição e subtração de frações com denominadores diferentes 47
5.6.3 Multiplicação de frações 48
5.6.4 Divisão de frações 49
6 SUGESTÕES DE PROBLEMAS 53
7 PLANOS DE AULA 63
7.1 Plano de aula 1 63
7.2 Plano de aula 2 68
7.3 Plano de aula 3 71
7.4 Plano de aula 4 73
7.5 Plano de aula 5 78
8 CONSIDERAÇÕES FINAIS.. 83
REFERÊNCIAS 85

1 INTRODUÇÃO

A proposta de usar a Metodologia de Resolução de Problemas para o ensino de frações, no 6º ano da Educação Básica, como tema deste trabalho, surgiu através de minha observação da grande dificuldade dos alunos de compreender melhor este assunto.

A partir das vivências enquanto docente, e entendendo que a matemática faz parte da vida de todos nós, pois a utilizamos nas mais variadas situações do contexto social, escolhi este assunto para, através da leitura e da análise de textos teóricos sobre o tema, fazer uma proposta de ensino, procurando responder as seguintes questões: Qual é a importância do estudo das frações? O que é a Metodologia de Resolução de Problemas? De que forma essa metodologia pode contribuir para o desenvolvimento de habilidades e competências para aprender frações?

Os problemas de matemática geralmente são escritos com uma linguagem diferenciada, pois são usados termos, sinais, letras e palavras que se organizam para expressar ideias. Essa organização nem sempre é similar a que se encontra nos textos da língua materna. O desconhecimento de um conceito ou termos específicos da matemática, que não fazem parte do cotidiano do aluno, pode constituir-se em obstáculos para que ocorra a compreensão, a assimilação do assunto, logo não ocorrerá a aprendizagem.

A Metodologia de Resolução de Problemas propõe que o aluno aprenda conceitos através da resolução de problemas propostos. Ao resolver situações problema aprende matemática, desenvolve procedimentos, modos de pensar e de se expressar e em consequência adquire conhecimento. Isto favorece o desenvolvimento de habilidades e competências necessárias para que ocorra a aprendizagem.

Segundo Onuchic e Botta (1997), “no mundo real, frequentemente nos deparamos com situações que exigem o conhecimento de números racionais, seja na forma de frações, razões, decimais ou porcentagem”.

Mas, qual é a importância do estudo das frações?

O ensino de frações é de fundamental importância, pois se encontra presente no nosso dia-a-dia. Precisamos entender, saber seus significados, para poder usar, relacionar e interrelacionar com outros conceitos trabalhados na matemática e fora dela.

O estudo das frações se faz necessário e é de relevante importância, à medida que muitas vezes temos necessidades de representar “um pedaço”, “uma parte”, de alguma coisa através de números ou para “resolvermos determinados problemas de divisão”, onde os números naturais, já conhecidos, são insuficientes.

Segundo Behr et al. (1983) apud Teixeira (2008, p. 16), “o estudo do conceito de fração aperfeiçoa a habilidade de dividir, permitindo entender e manipular melhor os problemas do mundo real”.

Pretende-se com este estudo, sugerir alternativas para professores aplicarem aos seus alunos para que estes adquiram uma melhor compreensão sobre frações, além de estimular a criatividade e a reflexão através da metodologia de Resolução de Problemas.

Para isso, faremos uma lista de problemas relativos às frações, descrevendo qual tópico está sendo abordado para que possa orientar como trabalhar o tema através da Metodologia de Resolução de Problemas. Além disso, apresentaremos alguns planos de aula usando a Metodologia de Resolução de Problemas. Para tanto, destaca-se que a temática abordada está estruturada em capítulos.

No primeiro capítulo, conta-se um pouco da história da matemática, do surgimento do número, da aparição e criação das frações.

No segundo capítulo, aborda-se a Resolução de Problemas como metodologia de ensino.

No terceiro capítulo, enfatiza-se os objetivos da Matemática no Ensino Fundamental bem como a Resolução de Problemas como metodologia de ensino, de acordo como previsto nos parâmetros curriculares nacionais, para o desenvolvimento de habilidades e competências necessárias para o processo de aprendizagem em matemática.

No quarto capítulo, faz-se uma abordagem das frações, conceituando-as, caracterizando as ideias associadas à fração, tipos de fração, frações equivalentes, comparação de frações, operações com frações: adição e subtração com mesmo denominador e denominadores diferentes, multiplicação e divisão.

No quinto capítulo, apresenta-se uma série de problemas, destacando qual tópico do assunto está sendo abordado.

No sexto capítulo, apresentam-se planos de aula como sugestão para o ensino de alguns conceitos de frações usando a Metodologia de Resolução de Problemas.

Desse modo, espera-se que o presente estudo seja objeto de reflexão para que tenhamos um ensino mais compassivo onde os alunos possam ter uma participação efetiva nesse aprendizado e consequentemente, teremos cidadãos mais conscientes e preparados para atuarem numa sociedade em constante transformação.

2 UM POUCO DA HISTÓRIA DAS FRAÇÕES

A noção de número está presente desde o início da história da humanidade tendo chegado até nós, nas mais variadas atividades. Provavelmente uma das primeiras atividades matemáticas da humanidade tenha sido a de contar.

Segundo Boyer:

> Noções primitivas relacionadas com os conceitos de número, grandeza e forma podem ser encontradas nos primeiros tempos da raça humana, e vislumbre de noções matemáticas se encontra em formas de vida que podem datar de milhões de anos antes da humanidade. (BOYER,1996, p. 1).

A matemática faz parte da vida do homem, não se pode imaginar a sociedade sem ela. A matemática mais antiga emana dos conceitos de número, grandeza e forma. Hoje, a matemática e os números estão presentes em quase todas as atividades desenvolvidas pelo homem, seja nas mais simples até as mais complexas.

De acordo com Boyer:

> Os matemáticos do século vinte desempenham uma atividade intelectual altamente sofisticada, que não é fácil de definir, mas boa parte do que hoje se chama matemática deriva de idéias que originalmente estavam centradas nos conceitos de número, grandeza e forma. (BOYER,1996, p. 1).

Ainda de acordo com Boyer:

> É claro que a matemática originalmente surgiu como parte da vida diária do homem, e se há validade no princípio biológico da “sobrevivência dos mais aptos” a persistência da raça humana provavelmente tem relação com o desenvolvimento de conceitos matemáticos. A princípio as noções primitivas de número, grandeza e forma podiam estar relacionadas com contrastes mais do que com semelhanças – a diferença entre um lobo e muitos, a desigualdade de tamanho entre uma sardinha e uma baleia, a dessemelhança entre a forma redonda da Lua e a retilínea de um pinheiro. Gradualmente deve ter surgido da massa de experiências caóticas, a percepção de que há analogias: e dessa percepção de semelhanças em número e forma nasceram a ciência e a matemática. As próprias diferenças parecem indicar semelhanças, pois o contraste entre um lobo e muitos, entre um carneiro e um rebanho, entre uma árvore e uma floresta, sugerem que um lobo, um carneiro e uma árvore têm algo em comum – sua unicidade. Do mesmo modo se observaria que certos grupos, como os pares, podem ser posto em correspondência um a um. As mãos podem ser relacionadas com os pés, os olhos e as orelhas ou as narinas. Essa percepção de uma propriedade abstrata que certos grupos têm em comum é que nós chamamos número, representa um grande passo no caminho para a matemática moderna. (BOYER,1996, p. 1).

Há milhares de anos, o ser humano já contava pequenas quantidades: os animais; os objetos que faziam; as mudanças de lua que observavam para medir o tempo; usando os dedos, pedrinhas, marcas em ossos, etc. Com o passar do tempo, o homem sentiu necessidade de criar símbolos para representar quantidades. E a ideia de números naturais surgiu da necessidade de contar as coisas da natureza.

Boyer sustenta a ideia de que:

> O homem difere de outros animais de modo mais acentuado pela sua linguagem, cujo desenvolvimento foi essencial para que surgisse o pensamento matemático abstrato; no entanto palavras que exprimem idéias numéricas apareceram lentamente. *Sinais* para números provavelmente precederam as *palavras* para números, pois é mais fácil fazer incisões num bastão do que estabelecer uma frase bem modulada para identificar um número. (BOYER,1996, p. 3).

De acordo com a história, a necessidade de criar novos números, além dos naturais, surgiu espontaneamente por problemas práticos da natureza geométrica. Mas a necessidade de medir terras, colheitas, líquidos e tecidos com exatidão, levou o homem a introduzir as frações e a criar unidades padrão para as medidas. Ao optar por uma determinada unidade padrão para medir, perceberam que o resultado encontrado em muitas situações, não era um número inteiro. A partir desse momento sentiram a necessidade de fracionar a unidade de medida. Ao dividir um pedaço de corda, em duas partes de mesma medida, cada parte tinha a metade da medida da corda inicial, ou seja, cada parte tinha $\frac{1}{2}$ medida da corda inicial.

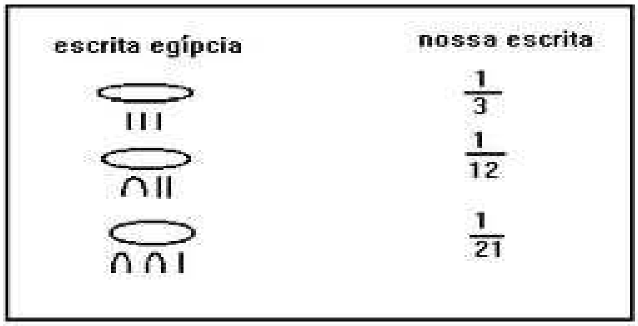
Diante dessa necessidade, as frações foram criadas há milhares de anos. Os egípcios, já utilizavam frações, embora possuíssem notações apenas para as frações da unidade e as frações $\frac{2}{3}$ e $\frac{3}{4}$. Frações de unidade são aqueles cujo numerador é 1, como: $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$, etc.

Complementando o exposto, Boyer (1996, p. 9) defende que: “Os homens da Idade da Pedra não usavam frações, mas com o advento de culturas mais avançadas durante a Idade do Bronze parece ter surgido a necessidade do conceito de fração e de notação para frações”.

Segundo a Wikipédia – enciclopédia livre, os egípcios criaram o número fracionário, porém só entendiam a fração como unidade, ou seja, frações cujo numerador é igual a 1. Os egípcios escreviam essas frações com uma espécie de sinal oval escrito em cima do denominador, (conforme quadro abaixo), mas os cálculos eram complicados, pois no sistema de numeração que usavam no antigo Egito os símbolos se repetiam muitas vezes.

Outras frações foram descobertas pelos mesmos povos, as quais eram expressas em termos de frações egípcias, como: $\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$.

Figura 1 – Demonstração da escrita egípcia e da nossa escrita



Fonte: http://educar.sc.usp.br/matematica/m5p1t6.htm

Só ficou mais fácil trabalhar com as frações quando os hindus criaram o Sistema de Numeração Decimal, quando elas passaram a ser representadas pela razão de dois números naturais.

De acordo com o site de Adriano Pasqualotti (1998), a forma como representamos hoje as frações, só foi possível graças ao bispo sírio Severus Sebokt, que em 662, profundamente irritado com o fato de as pessoas elogiarem qualquer coisa vinda dos gregos, explodiu dizendo:

> Existem outros povos que também sabem alguma coisa! Os hindus, por exemplo, têm valiosos métodos de cálculos. São métodos fantásticos! E imaginem que os cálculos são feitos por apenas nove sinais! (PASQUALOTTI, 1998, p. 10).

No final do século VI, os hindus tiveram a idéia de introduzir uma notação para a posição vazia - o zero - como o décimo sinal, para se juntar aos nove símbolos já existentes formando assim o sistema de numeração tal qual conhecemos hoje.

Os símbolos – 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 – ficaram conhecidos como a notação de al-Khowarizmi, de onde se originou o termo latino algorismus.

Daí o nome algarismo.São estes números criados pelos matemáticos da Índia e divulgados para outros povos pelo árabe al-Khowarizmi que constituem o nosso sistema de numeração decimal conhecidos como algarismo indo-arábicos.

Na Grécia antiga, a ideia de fração como um número demorou muito a ser aceita. Por muitos séculos, apenas os elementos da sequência 1, 2, 3, 4, 5, entre outros, eram considerados números, ou seja, apenas os números naturais maiores ou iguais a 1. O 1 era o gerador de todos os números. Eles substituíam a fração pela ideia de razão. Em vez de dizer, por exemplo, que um segmento de reta é $\frac{3}{5}$ de outro, eles diziam que o primeiro está para o segundo assim como 3 está para 5. Ou seja, na razão de 3 para 5.

Os gregos também foram os responsáveis pela introdução das frações sexagesimais, atualmente usadas na medida do tempo e de ângulos. Essa ideia derivou do sistema de numeração babilônico (de base 60) para ser utilizada na astronomia. Na Roma Antiga, aprendia-se a trabalhar inicialmente com as frações que possuíam denominador 12. Não tinham símbolos especiais para essas frações.

Em meio a todas as frações, existe um tipo peculiar, em que o denominador é uma potência de 10. Este tipo é denominado fração decimal.

Toda fração pode ser representada por um número decimal, isto é, um número que tem uma parte inteira e uma parte decimal, separados por uma vírgula.

Por exemplo, a fração $\frac{1}{2}$ equivale à fração $\frac{5}{10}$ que equivale ao número decimal 0,5.

O número fracionário, escrito na forma $\frac{a}{b}$, ($a \in N$, $b \in N$, com $b \neq 0$), com base nos estudos de Nunes et al. (2003) citado por Moutinho (2005), podem ser abordados sob a ótica de seus cinco diferentes significados que são: Fração como Número, Fração como Relação Parte-Todo, Fração como Medida, Fração como Quociente e Fração como Operador Multiplicativo.

Segundo Moutinho (2005 p. 34 – 37) em sua dissertação de mestrado, os cinco significados para fração de acordo com Nunes et al. (2003) são:

2.1 Fração com o significado Número

A ideia envolvida nesse significado é o da notação $\frac{a}{b}$, expressando um número na reta numérica, ou ainda sua representação na notação decimal.

2.2 Fração com o significado Parte-Todo

A ideia presente nesse significado é a partição de um dado objeto em n partes, isto é, um todo dividido em partes iguais e que cada parte poderá ser representada como $\frac{1}{n}$, e que o procedimento da dupla contagem dá conta de se chegar a uma resposta correta.

2.3 Fração com o significado Quociente

Esse significado está presente em situações associadas a ideia de partição, o quociente representa o tamanho de cada grupo quando se conhece o número de grupos a ser formado.

2.4 Fração com o significado Medida

Está presente nesse significado a ideia de dividirmos uma unidade em partes iguais (sub unidades) e verificarmos quantas dessas partes caberão naquele que se quer medir.

2.5 Fração com o significado Operador Multiplicativo

Esse significado está associado ao papel de transformação, isto é, uma ação que se deve imprimir sobre um número, transformando o seu valor nesse processo.

3 A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO METODOLOGIA DE ENSINO

"A educação básica tem por finalidade desenvolver o educando, assegurar-lhes a formação comum indispensável para o exercício da cidadania e fornecer-lhes meios para progredir no trabalho e em estudos posteriores" é o que estabelece a Lei de Diretrizes e Bases (LDB) da Educação Nacional, em seu artigo 22 (BRASIL, 1996, p. 8).

Com o propósito de contribuir para assegurar ao educando o que determina a LDB é que propomos uma abordagem diferenciada acerca do tema frações. Para tanto buscamos a Metodologia de Resolução de Problemas como uma forma de ensinar.

Para que se possa entender o que é a Metodologia da Resolução de Problemas, faremos uma pequena explanação, com embasamento em alguns pesquisadores, e o que diz os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN's), acerca do que é problema e de como e quando a Resolução de Problemas passou a ser pensada como metodologia de ensino.

Segundo Dante (1996, p. 9), "problema é qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-lo".

Na concepção de Onuchic,

> Problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver". Ela enfatiza ainda que "o problema passa a ser um ponto de partida e que, através da resolução do problema, os professores devem fazer conexões entre os diferentes ramos da matemática, gerando novos conceitos e novos conteúdos. (ONUCHIC, 1999, p. 215).

Para Van de Walle (2001) citado por Allevato, Onuchic (2004, p. 221), "Um problema é definido como qualquer tarefa ou atividade para a qual os estudantes não têm métodos ou regras prescritas ou memorizadas, nem a percepção de que haja um método específico para chegar à solução correta".

Já na visão de Saviani (1999) apud Pires e Gomes (2009, p. 17), "Uma questão por si só não caracteriza um problema, mesmo que sua resposta seja desconhecida. O que caracteriza um problema é aquela questão cuja resposta, além de não ser conhecida, deseja-se conhecer".

Segundo os PCN’s,

> Um problema matemático é uma situação que demanda a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado”, isto é, devemos procurar a solução através de ações inerentes ao problema. O que é problema para um aluno pode não ser para outro, em função do seu nível de desenvolvimento intelectual e dos conhecimentos de que dispõe. (PCN’s,1998, p. 41).

Fundamentado nesses pesquisadores, ao propor um problema a ser resolvido, pressupõe-se que o aluno:

- elabore um ou vários procedimentos de resolução;
- compare seus resultados com os de outros colegas;
- valide seus procedimentos.

Resolver um problema não é somente compreender o que foi proposto e encontrar uma resposta aplicando procedimentos adequados. Devemos levar o aluno a dar uma resposta correta e que tenha sentido para aquele problema, como também devemos ter a certeza de que o aluno se apropriou dos conhecimentos envolvidos naquela situação.

Devemos ainda, desenvolver habilidades que possibilitem aos alunos provar os resultados, testar seus efeitos, comparar diferentes caminhos para chegar a solução.

Com essa forma de trabalho, o valor da resposta correta dá lugar ao valor do método de resolução e com isso o processo de ensino e aprendizagem não se dará simplesmente pela reprodução de conhecimentos, mas pela via da ação refletida, conjecturada, que constrói conhecimentos.

A Resolução de Problemas sempre teve uma função importante, pois se tem registros de que desde a antiguidade, os problemas matemáticos faziam parte da natureza humana.

Segundo Stanic & Kilpatrick (1989) apud Huamán (2010), “a resolução de problemas aparece na história desde muito cedo como é o caso do Papiro Ahmes e de muitos outros registros de Egípcios, Chineses e Gregos”.

Existem diversas maneiras de pensar a resolução de problemas, motivando diferentes orientações e abordagens didáticas para esse assunto.

A Resolução de Problemas como exercícios repetitivos, desenvolvidos por meio de instruções, algoritmos, procedimentos padronizados de forma prevista pelos alunos e pelo professor.

Sendo assim, a Resolução de Problemas como Metodologia de Ensino passa a ser um conjunto de estratégias para o ensino e o desenvolvimento da aprendizagem de matemática.

Não podemos falar em resolução de problemas, sem mencionar George Polya (1897-1985), um dos matemáticos mais importantes do século XX. Pesquisou em vários ramos da matemática, mas sua maior contribuição está relacionada à heurística de resolução de problemas matemáticos com várias publicações relacionadas ao assunto, em especial **How To Solve It,** traduzido para o português como **A arte de Resolver Problemas.**

Flemming, Luz e Mello nos dizem que:

> Não podemos deixar de destacar que Polya discutiu pela primeira vez, na década de 40, a resolução de problemas com a primeira tiragem do livro How to Solve it, em agosto de 1944, sendo que sua ideias tiveram um forte impacto no ensino da resolução de problemas, alicerçando muitas pesquisas posteriores. (FLEMMING; LUZ; MELLO, 2005, p. 73).

Enfatizando o exposto, Polya (1995), apud Dante, (1996, p.7) afirma que “a resolução de problemas foi e é a coluna vertebral da instrução matemática desde o Papiro de Rhind”.

Nesta perspectiva, Polya (1995, p. 3-11), em seu livro A Arte de Resolver Problemas, nos diz que para se obter sucesso na resolução de problemas é necessário observar as seguintes etapas:

> - **Compreensão do problema** – o aluno precisa compreender o problema e também desejar resolvê-lo. O problema deve ser bem escolhido, interessante e o enunciado verbal precisa ficar bem entendido para que o aluno tenha condições de identificar as partes principais do problema, a incógnita, os dados, a condicionante.
>
> - **Estabelecimento de um plano** – se tem um plano quando se conhece, pelo menos de um modo geral, quais as contas, os cálculos ou os desenhos que se precisa executar para obter a incógnita. O caminho que vai desde a compreensão do problema até o estabelecimento de um plano, pode ser longo e tortuoso. A melhor coisa que um professor pode fazer por seu aluno é proporcionar-lhe, discretamente, uma ideia luminosa.
>
> As boas idéias são baseadas na experiência passada e em conhecimentos previamente adquiridos.

> Os materiais indispensáveis à resolução de um problema matemático são certos itens relevantes do conhecimento matemático já adquirido, tais como problemas anteriormente resolvidos e teoremas anteriormente demonstrados.
>
> - **Execução do plano** – para conseguir isto é preciso, além de conhecimentos anteriores, de bons hábitos mentais e de concentração no objetivo, mais uma coisa: boa sorte. Executar o plano necessita de paciência.
>
> O plano proporciona apenas um roteiro geral. É preciso ter convicção de que os detalhes se inserem nesse roteiro e, para isto, deve-se examiná-los, um após outro, até que tudo fique perfeitamente claro sem nenhum recanto obscuro no qual possa ocultar um erro.
>
> Quando o aluno prepara seu plano, mesmo com alguma ajuda, e concebe com satisfação a ideia final, não perderá facilmente essa ideia. Mesmo assim, o professor deve insistir para que o aluno verifique cada passo para não ter dúvida de que realizou o melhor plano.
>
> - **Retrospecto** – os alunos que fizerem um retrospecto da resolução completa, reconsiderando e reexaminando o resultado final e o caminho que levou até este, poderão consolidar seus conhecimentos e aperfeiçoar sua capacidade de resolver problemas. Um bom professor precisa compreender e transmitir à seus alunos o conceito de que problema algum fica completamente esgotado, resta sempre alguma coisa a fazer. Com estudo e aprofundamento, pode-se melhorar qualquer resolução, pois é sempre possível aperfeiçoar a nossa compreensão da resolução. (POLYA, 1995, p. 3-11).

Para atingirmos o entendimento de que é possível ensinar matemática por meio da Resolução de Problemas, um extenso caminho foi percorrido.

A Resolução de Problemas, até metade do século XX, era considerada basicamente em resolver problemas de rotina ou não, não era considerada como metodologia de ensino.

O princípio das investigações sobre a resolução de problemas se deu no início dos anos setenta, com sugestões para os currículos escolares.

Na avaliação de Onuchic:

> A importância dada à resolução de problemas é recente e somente nas últimas décadas é que os educadores matemáticos passaram a aceitar a ideia de que o desenvolvimento da capacidade de se resolver problemas merecia mais atenção. (ONUCHIC, 1999, p. 203).

A educação matemática era abordada com ênfase no ensino de símbolos, com uma linguagem complexa, havia uma formalização em demasia. O objetivo para aprender Matemática era o de ser competente para saber usá-la.

Na visão de Onuchic, (1999, p. 215), “a caracterização da Educação Matemática, em termos de resolução de problemas, [...] configuravam como um conjunto de fatos, com o domínio de procedimentos algorítmicos ou como um conhecimento a ser obtido por rotina ou exercício mental".

Segundo Polya,

> A resolução de problemas é uma habilitação prática como digamos, o é a natação. Adquirimos qualquer habilitação por imitação e prática. Ao tentarmos nadar, imitamos o que os outros fazem com as mãos e os pés para manterem suas cabeças fora dágua e, afinal, aprendemos a nadar pela prática de natação. Ao tentarmos resolver problemas, temos de observar e imitar o que fazem outras pessoas quando resolvem os seus e, por fim, aprendemos a resolver problemas, resolvendo-os. (POLYA, 1995, p. 3).

Na década de oitenta, vários recursos em Resolução de Problemas surgiram vislumbrando o trabalho do professor em sala de aula.

De acordo com Onuchic,

> Durante essa década, muitos recursos em Resolução de Problemas foram desenvolvidos, visando ao trabalho de sala de aula, na forma de coleções de problemas, listas de estratégias, sugestões de atividades e orientações para avaliar o desempenho em resolução de problemas. Muito desse material passou a ajudar os professores a fazerem da resolução de problemas o ponto central de seu trabalho. Entretanto, não deu o tipo de coerência e a direção necessária a um bom resultado porque havia pouca concordância na forma pela qual este objetivo era encarado. Essa falta de concordância ocorreu, possivelmente, pelas grandes diferenças existentes entre as concepções que pessoas e grupos tinham sobre o significado de "resolução de problemas ser o foco da matemática escolar". (ONUCHIC, 1999, p. 206).

Para se chegar a conclusão de que é possível e viável ensinar Matemática através da Resolução de Problemas, Onuchic diz que:

> [...], os pesquisadores passaram a questionar o ensino e o efeito de estratégias e modelos e, em 1989, começam a discutir as perspectivas didático-pedagógicas da Resolução de Problemas. Ela passa a ser pensada, então, como metodologia de ensino, como um ponto de partida e um meio de se ensinar matemática. Essa forma de ensinar Matemática passa a ser vista como modelo "Pós Polya". (ONUCHIC, 2008, p. 7).

Ainda nos anos oitenta o NCTM (Conselho Nacional de Professores de Matemática dos Estados Unidos da América) lançam "Uma Agenda para a Ação", uma publicação com uma série de recomendações onde colocam que elas não eram o fim de seus esforços, mas apenas o começo. A primeira dessas recomendações dizia " resolução de problemas deve ser o foco da matemática escolar ".

Para Huamán :

> A "era da resolução de problemas", fundamentada a partir de recomendação feita no documento "Uma Agenda para a Ação", do NCTM, em 1980, diz que Resolução de Problemas deveria ser o foco da matemática escolar nos anos 80. No início da década de 90, a UNESCO, através da sua declaração mundial sobre Educação para todos, também declara claramente que a resolução de problemas deve ser um instrumento essencial da aprendizagem, do mesmo modo que a leitura, a escrita e o cálculo. (HUAMÁN, 2006, p. 20).

Após muitas discussões e estudos desenvolvidos pelo NCTM sobre as diferentes concepções, maneiras de pensar o que é a Resolução de Problemas, nos anos 90, a Resolução de Problemas passa a ser considerada como uma metodologia de ensino. Com essa nova visão da Resolução de Problemas, como uma metodologia de ensino ela passa a ser pensada como um ponto de partida e um meio de se ensinar matemática, de modo a levar o aluno à obtenção de um conhecimento com compreensão e não apenas a memorização de técnicas e algoritmos.

Para Onuchic, a metodologia de ensino da matemática não é mais um processo isolado e sim, amplo:

> Na abordagem de Resolução de Problemas como uma metodologia de ensino, o aluno tanto aprende matemática resolvendo problemas como aprende matemática para resolver problemas. O ensino de resolução de problemas não é mais um processo isolado. Nessa metodologia o ensino é fruto de um processo mais amplo, um ensino que se faz por meio da resolução de problemas. (ONUCHIC, 1999, p. 210-211).

É importante reconhecer que a Matemática pode ser trabalhada através da Resolução de Problemas, onde as tarefas envolvendo problemas ou atividades sejam um caminho pelo qual um currículo possa ser desenvolvido e a aprendizagem virá como conseqüência. O ensino de matemática através da Resolução de Problemas não significa meramente entregar um problema ao aluno para ele resolver, é necessário que o professor incentive, motive, se empenhe para que a aula se desenvolva da melhor forma possível mantendo um ambiente de trabalho desafiador. Com esta forma de trabalho haverá uma aprendizagem significativa.

Podemos notar isso nas palavras de Allevato e Onuchic.

> Ensinar matemática através da Resolução de Problemas não significa, simplesmente, apresentar um problema, sentar-se e esperar que a mágica aconteça. O professor é responsável pela criação e manutenção de um ambiente matemático motivador e estimulante em que a aula deve transcorrer. Para se obter isso, toda aula deve compreender três partes importante: antes, durante e depois. Para a primeira parte, o professor deve garantir que os alunos estejam mentalmente prontos para receber a tarefa e assegurar-se de que todas as expectativas estejam claras. Na fase do "durante", os alunos trabalham e o professor observa e avalia o trabalho. Na terceira, "depois", o professor aceita a solução dos alunos sem avaliá-los e conduz a discussão enquanto os alunos justificam seus resultados e métodos. Então, o professor formaliza os novos conceitos e novos conteúdos construídos. (ALLEVATO; ONUCHIC, 2004, p. 221).

A fim de orientar o trabalho em sala de aula, Dante (1996, p. 11-14) em seu livro Didática da Resolução de Problemas de Matemática, determina seis objetivos para esta prática:

· Fazer o aluno pensar produtivamente;

· Favorecer o desenvolvimento do raciocínio do aluno;

· Ensinar o aluno a enfrentar situações novas;

· Dar ao aluno a oportunidade de se envolver com as aplicações da Matemática;

· Tornar as aulas de Matemática mais interessantes e desafiadoras;

· Equipar o aluno com estratégias para resolver problemas.

Conduzidos pelos objetivos descritos, as atividades propostas, segundo a Metodologia da Resolução de Problemas, constituem - se o veículo pelo qual serão desenvolvidas novas compreensões matemáticas introduzidas no problema. Enquanto os estudantes estão envolvidos no processo de resolução, procurando relações, levantando dados, hipóteses, estabelecendo e avaliando planos, concomitantemente estão se engajando em um pensamento reflexivo sobre os conceitos inseridos na questão.

Ainda segundo Dante:

> Mais do que nunca precisamos de pessoas ativas e participantes que deverão tomar decisões rápidas e, tanto quanto possível, precisas. Assim, é necessário formar cidadão matematicamente alfabetizados, que saibam como resolver, de modo inteligente, seus problemas de comércio, economia, administração, engenharia, medicina, previsão do tempo e

> outros da vida diária. E, para isso, é preciso que a criança tenha em seu currículo de Matemática elementar, a resolução de problemas como parte substancial, para que desenvolva desde cedo sua capacidade de enfrentar situações-problema. (DANTE, 1996, p.15).

Para a prática da Resolução de Problemas como metodologia de ensino, é essencial o planejamento cuidadoso dos conteúdos, das atividades e do encaminhamento dos questionamentos a serem feitos. Para tanto os conteúdos de ensino devem estar ligados a realidade dos alunos, serem abordados de uma ou mais maneiras para que possam atingir a todos. As atividades devem, também, estar relacionadas ao contexto social dos alunos, já que quando vivenciam tais situações-problemas a aprendizagem se dá de forma mais rápida e significativa. As problematizações devem ter como objetivo alcançar a internalização e a compreensão do conteúdo que está sendo transmitido para os alunos.

Precisa-se motivar, incentivar os alunos, pois assim eles estarão apropriando-se ativamente do conhecimento, ou seja, a alegria de conquistar o saber, de participar da elaboração de ideias e procedimentos. Serão capazes de entender e usar procedimentos adquiridos como incentivo para aprender e continuar aprendendo.

Se o aluno realmente aprende matemática, com significado, ele a usará em toda sua existência. Por isso vemos na Metodologia de Resolução de Problemas uma ferramenta poderosa para motivar professores e alunos no ensino de matemática.

4 OBJETIVOS DA MATEMÁTICA NO ENSINO FUNDAMENTAL

Neste capítulo, transcreveremos os objetivos da matemática no ensino fundamental, bem como a Resolução de Problemas como Metodologia, de acordo como prevê os Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática, Terceiro e Quarto ciclos do Ensino Fundamental (5ª a 8ª séries).

No ano de 1998, foi implementado pelo Ministério da Educação e do Desporto, mais especificamente pela Secretaria de Educação Fundamental, os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998). Estes buscaram respeitar as diversidades regionais, culturais e políticas, mas principalmente construir referências nacionais comuns ao processo educativo em todas as regiões brasileiras.

Em se tratando de questões educacionais, os Parâmetros Curriculares Nacionais são apontados como suporte teórico e tem como finalidade orientar o trabalho dos educadores para que possam conduzir a aprendizagem de seus alunos com significado, potencializando o desenvolvimento de todas as capacidades, de modo a tornar o ensino mais humano, mais ético, para a vida toda. Ainda, os Parâmetros Curriculares Nacionais, no que se refere ao ensino de matemática, conduzem a necessidade de adicionar conteúdos que possam ser interligados nas relações sociais, no trabalho e na diversidade cultural como meio de formar um cidadão consciente de suas responsabilidades.

Os objetivos da matemática no ensino fundamental, de acordo os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998), a matemática do Ensino Fundamental deve proporcionar ao aluno:

- identificar os conhecimentos matemáticos como meios para compreender e transformar o mundo à sua volta e perceber o caráter de jogo intelectual, característico da matemática, como aspecto que estimula o interesse, a curiosidade, o espírito de investigação e o desenvolvimento da capacidade para resolver problemas;

- fazer observações sistemáticas de aspectos quantitativos e qualitativos do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior número possível de relações entre eles, utilizando para isso o conhecimento matemático (aritmético, geométrico, métrico, algébrico, estatístico, combinatório, probabilístico);

- selecionar, organizar e produzir informações relevantes, para interpretá-las e avaliá-las criticamente;

- resolver situações-problema, sabendo validar estratégias e resultados, desenvolvendo formas de raciocínio e processos, como dedução, indução, intuição, analogia, estimativa, e utilizando conceitos e procedimentos matemáticos, bem como instrumentos tecnológicos disponíveis;
- comunicar-se matematicamente, ou seja, descrever, representar e apresentar resultados com precisão e argumentar sobre suas conjecturas, fazendo uso da linguagem oral e estabelecendo relações entre ela e diferentes representações matemáticas;

- estabelecer conexões entre temas matemáticos de diferentes campos e, entre esses temas e conhecimentos de outras áreas curriculares;

- sentir-se seguro da própria capacidade de construir conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções;

- interagir com seus pares de forma cooperativa, trabalhando coletivamente na busca de soluções para problemas propostos, identificando aspectos consensuais ou não na discussão de um assunto, respeitando o modo de pensar dos colegas e aprendendo com eles (BRASIL, 1998, p. 47-48).

Ainda, de acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998), a Resolução de Problemas é o ponto de partida da atividade matemática. O conhecimento matemático passa a ganhar significado quando os alunos vivenciam situações desafiadoras para resolver e trabalham para desenvolver estratégias de resolução.

De acordo com Schoenfeld (1985) apud PCN's: Matemática – 5ª a 8ª série:

> A Resolução de Problemas, na perspectiva indicada pelos educadores matemáticos, possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade de gerenciar as informações que estão ao seu alcance. Assim, os alunos terão oportunidade de ampliar seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos, bem como de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança. (SCHOENFELD, 1985 apud PCN's: Matemática, 1998, p. 40).

A Resolução de Problemas, como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem de Matemática, a partir dos Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática (BRASIL, 1998), pode ser resumida nos seguintes princípios:

- A situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição, No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, idéias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;

- O problema certamente não é um exercício em que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema

> se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
>
> - Aproximações sucessivas ao conceito são construídas para resolver certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas, segundo um processo análogo ao que se pode observar na História da Matemática;
>
> - Um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular;
>
> - A resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que é possível apreender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas. (BRASIL, 1998, p. 40-41).

Ao analisar os objetivos propostos pelos PCNs e a Resolução de Problemas como ponto de partida da atividade matemática, percebe-se que estes enfatizam que os conhecimentos matemáticos devem ser apresentados de forma contextualizada, ou seja, relacionando-os com a realidade em que o aluno está inserido. A construção do conhecimento matemático possibilita fazer uma interrelação destes conhecimentos com outras áreas curriculares, por meio da resolução de situações problemas.

5 FRAÇÕES

Neste capítulo faremos uma abordagem das frações, conceituando-as, caracterizando as ideias associadas a fração, tipos de fração, frações equivalentes, comparação de frações, operações com frações: adição e subtração com mesmo denominador e denominadores diferentes, multiplicação e divisão.

De acordo com a História da Matemática, disponível no Portal São Francisco, por volta do ano 3.000 a.C., um antigo faraó de nome Sesóstris determinou...

"... reparte-se o solo do Egito às margens do rio Nilo entre seus habitantes". Se o rio levava qualquer parte do lote de um homem, o faraó mandava funcionários examinarem e determinarem por medida a extensão exata da perda.

Estas palavras foram escritas pelo historiador grego Heródoto, há cerca de 2.300 anos. O rio Nilo, um dos maiores rios do mundo, corta uma extensa planície do Egito. Todo ano na estação das cheias, as águas do Nilo subiam abundantemente, inundando uma extensa região ao longo de suas margens. Quando as águas desciam, deixavam uma faixa de terras férteis prontas para o plantio.

Cada lote de terra era muito valorizado e tinha de ser muito bem cuidado. Anualmente, durante o mês de junho, o nível das águas do Nilo começava a subir. Ao avançar sobre as margens, o rio arrastava as cercas de pedra que os agricultores usavam para delimitar suas terras. Quando as águas baixavam, funcionários do governo traçavam novamente os limites das terras dos agricultores.

5.1 Um novo número

Os funcionários usavam cordas para fazer a medição. Havia uma unidade de medida assinalada na própria corda. Esses funcionários eram chamados de agrimensores ou estiradores de corda.

Figura 2 – Agrimensores ou estiradores de corda

Fonte: http://educar.sc.usp.br/licenciatura/2003/hm/page03.htm

Eles esticavam a corda e verificavam quantas vezes aquela unidade de medida estava contida nos lados do terreno. Mas, muitas vezes, a unidade de medida assinalada na corda não cabia um número inteiro de vezes nos lados do terreno. Para solucionar o problema da medição das terras, os egípcios criaram um novo número, o número fracionário, que era representado com o uso de frações.

A maneira de representar fração, por meio de uma barra separando o numerador do denominador, data do século XVI depois de Cristo.

Assim, o homem começou a usar os números fracionários, trabalhando inicialmente com frações de numerador 1, como $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$,etc.

5.2 Ideias associadas a fração

A seguir, descreveremos algumas ideias associadas aos significados de frações, partindo de alguns exemplos:

Exemplo **(Projeto Araribá: Matemática – 5ª série. Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna.):** No dia de seu aniversário, Luisa levou um bolo para a escola. Em sua classe há 28 alunos, entre os quais 14 são meninos.

O bolo de Luisa foi dividido em pedaços de mesmo tamanho, o suficiente para que todos os alunos e a professora comessem apenas um pedaço cada um.

Não sobrou nenhum pedaço, e apenas 3 dos alunos não gostaram do bolo.

- Quanto do total do bolo cada pessoa comeu?
- Se fossem 2 bolos iguais, quanto do bolo cada um comeria?

Como podemos comparar o número de alunos que não gostaram do bolo e o total de alunos?

5.2.1 Fração com o significado Parte-Todo

A ideia presente nesse significado é a partição de um dado objeto em n partes, isto é, um todo dividido em partes iguais e que cada parte poderá ser representada como $\frac{1}{n}$, e que o procedimento da dupla contagem dá conta de se chegar a uma resposta correta.

Vamos responder à primeira questão.

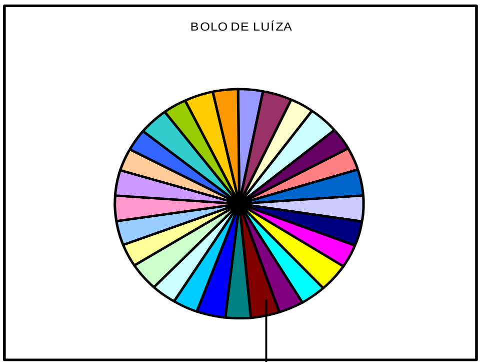
Número total de pessoas: 28 alunos + 1 professor(a) = 29 pessoas

Quando dividimos uma figura ou um objeto em partes iguais, podemos relacionar essas partes com o inteiro.

Vamos dividir o bolo em 29 partes iguais.

A fração $\frac{1}{29}$ (lê-se: um vinte e nove avos) representa cada pedaço do bolo.

Figura 3 – Demonstração do bolo de Luíza



Fonte: ZACARIAS, 2011.

1 – Numerador $\rightarrow$ Número de partes que cada pessoa comeu.

$$\frac{1}{29}$$

29 – Denominador $\rightarrow$ Número de partes em que o bolo foi dividido.

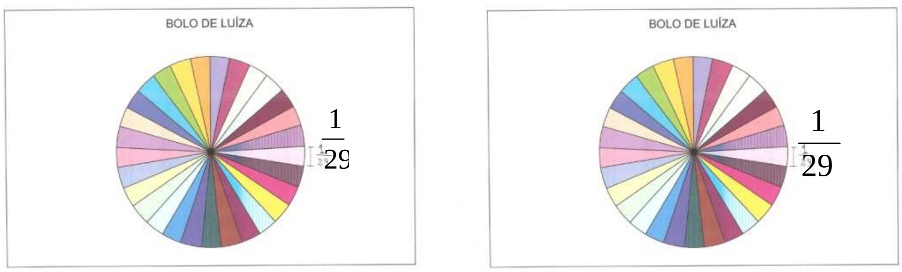
Logo, cada pessoa comeu $\frac{1}{29}$ do bolo.

5.2.2 Fração com o significado Quociente

Esse significado está presente em situações associadas à ideia de partição, o quociente representa o tamanho de cada grupo quando se conhece o número de grupos a ser formado.

Veja como descobrir quanto do bolo cada um comeria se fossem 2 bolos para serem divididos entre as 29 pessoas.

Figura 4 – Demonstração dos dois bolos de Luíza



Fonte: ZACARIAS, 2011.

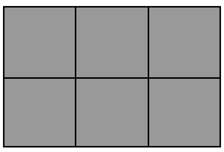
Cada pessoa comeria $\frac{1}{29}$ *de cada bolo ou* $\frac{2}{29}$ *(lê-se: dois vinte e nove avos) do bolo.*

A fração $\frac{2}{29}$, nesse caso, é um exemplo de fração relacionada a um quociente de dois números naturais (2 e 29).

$2 : 29 = \frac{2}{29}$

A fração como quociente também pode ser observada em outros casos.

Figura 5 – Fração como quociente



Fonte: http://www.colegioinovacao.com.br/cms/documentos/fracoes_5_serie_matematica.pdf

$\frac{6}{6}$ (lê-se: seis sextos) da figura é o mesmo que 1 figura inteira, $\frac{6}{6}$ = 1.

Por outro lado, 6 **:** 6 = 1. Então, podemos escrever 6 **:** 6 = $\frac{6}{6}$.

5.2.3 Frações para Comparar

Num conjunto de elementos, podemos selecionar uma quantidade de elementos e compará-la com o total de elementos do conjunto. Essa comparação pode ser indicada por uma fração que, nesse caso, está associada à ideia de **razão** entre essas duas quantidades.

Exemplos:

Comparamos o número de alunos que não gostou do bolo de Luísa com o número total de alunos da classe de Luísa através de uma fração.

3 dos 28 alunos da classe não gostaram do bolo.

Essa comparação pode ser expressa pela fração $\frac{3}{28}$ (lê-se: três vinte e oito avos e pode-se entender: 3 em 28 ou razão de 3 para 28), que indica que $\frac{3}{28}$ dos alunos da classe de Luísa não gostaram do bolo.

Agora, comparamos o número de meninas (14) com o total de alunos (28). Essa comparação pode ser expressa pela fração $\frac{14}{28}$ (lê-se: quatorze vinte e oito avos), significando que 14 dos 28 alunos, ou seja, metade dos alunos são meninas.

5.2.4 Fração com o significado Operador Multiplicativo

Esse significado está associado ao papel de transformação, isto é, uma ação que se deve imprimir sobre um número, transformando o seu valor nesse processo.

Exemplo (**Projeto Araribá: Matemática – 5ª série. Obra coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna. Adaptado pela autora)**: Malu gosta de jogar bolinhas de gude com seu primo João. Das 12 bolinhas que estão em jogo, $\frac{2}{3}$ (lê-se: dois terços) são de Malu. Quantas são as bolinhas de Malu?

Temos que calcular $\frac{2}{3}$ de 12 bolinhas.

Vamos separar as 12 bolinhas em 3 conjuntos

{0 0 0 0}   {0 0 0 0}   {0 0 0 0}

Cada conjunto representa a terça parte das bolinhas, ou seja:

$\frac{1}{3}$ de 12 (lê-se: um terço de doze) é quatro, porque 12 **:** 3 = 4

Se $\frac{1}{3}$ de 12 é 4 então $\frac{2}{3}$ de 12 (lê-se: dois terços de doze) é igual a 2 **.** 4, isto é, 8.

Logo, das 12 bolinhas, 8 são de Malu.

5.2.5 Fração com o significado Medida

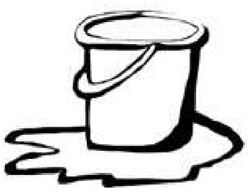
Está presente nesse significado a ideia de dividirmos uma unidade em partes iguais (subunidades) e verificarmos quantas dessas partes caberão naquele que se quer medir.

Exemplo **(Idealizado pela autora):** A capacidade de um balde é de 11 litros. Quantas jarras de 2 litros serão necessárias para encher esse balde?

Temos que verificar quantas jarras serão necessárias para encher o balde. Como a capacidade da jarra é de 2 litros, necessitamos de 5 jarras mais meia jarra, ou seja,

5 x 2 = 10 litros, mais $\frac{1}{2}$ jarra que é igual a 1 litro, totalizando 11 litros.

Figura 6 - Balde



11 L

Fonte: http://www.topgameskids.com.br/pesquisar/?pesquisa=++balde&mdl=

Figura 7 – Jarras

½ jarra

2 L   2 L   2 L   2 L   2 L

Fonte: http://www.a77.com.br/dicionario/dicionario_ilustrado_letra_j.php

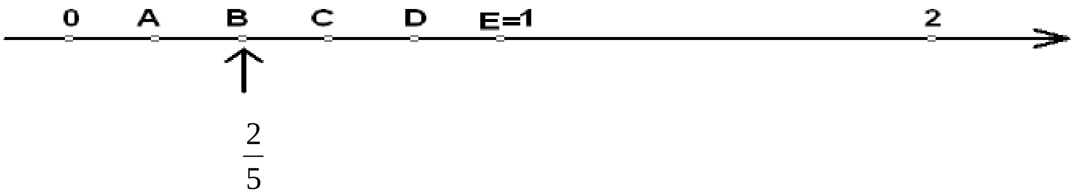
5.2.6 Fração com o significado Número

A ideia envolvida nesse significado é o da notação $\frac{a}{b}$, expressando um número na reta numérica, ou ainda sua representação na notação decimal.

Exemplo **(Idealizado pela autora):** Represente $\frac{2}{5}$ na reta numérica.

Para determinar a posição da fração $\frac{2}{5}$, dividimos o intervalo que vai de zero até 1 em cinco partes iguais, encontrando os pontos **A**, **B**, **C**, **D** e **E** (esse último coincidindo com o número 1).

Assinalamos o ponto B que corresponde a fração $\frac{2}{5}$.



Como as frações possuem diferentes significados e, se almejamos uma melhor aprendizagem devemos proporcionar situações que contemplem esses vários significados.

5.3 Leitura de frações

De um modo geral, podemos dizer:

Dois números inteiros *a* e *b*, com $b \neq 0$, quando escritos na forma $\frac{a}{b}$ representam uma fração. Nesta fração:

- O número *b* indica em quantas partes iguais uma unidade foi dividida e é chamado *denominador.*
- O número *a* indica quantas dessas partes foram consideradas e é chamado *numerador.*

  O numerador e o denominador são os termos de uma fração.

Para fazer a leitura de uma fração, devemos ler o numerador e, em seguida, o denominador, que recebe alguns nomes especiais:

5.3.1 Frações com denominador de 2 a 9

Denominador	2	3	4	5	6	7	8	9
Leitura	meio	terço	quarto	quinto	sexto	sétimo	oitavo	nono

5.3.2 Frações com denominadores que são potência de 10

Denominador	10	100	1000	...
Leitura	décimo	centésimo	milésimo	...

5.3.3 Frações com outros denominadores

Denominador	11	12	13	...
Leitura	onze avos	doze avos	treze avos	...

Avos é um substantivo masculino usado na leitura das frações, designa cada uma das partes iguais em que foi dividida a unidade e se cujo denominador é maior do que dez.

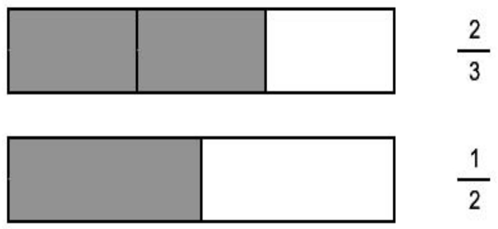
Exemplos:

1) $\frac{2}{9}$, lê-se dois nonos
2) $\frac{5}{23}$, lê-se cinco vinte e três avos
3) $\frac{10}{17}$, lê-se dez dezessete avos
4) $\frac{57}{100}$, lê-se cinqüenta e sete centésimos

5.4 Tipos de fração

Há frações que representam quantidades menores que a unidade, ou seja, representam uma parte da unidade.

Figura 8 – Frações próprias



Fonte: http://www.colegioinovacao.com.br/cms/documentos/fracoes_5_serie_matematica.pdf

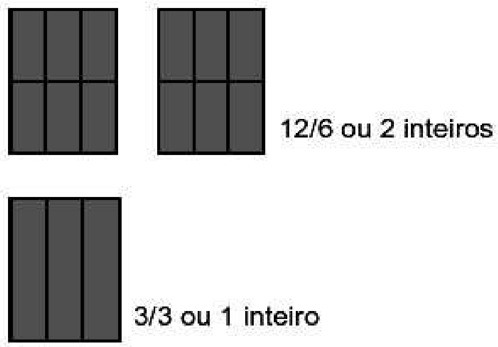
Essas frações são chamadas frações próprias.

Exemplos: $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$.

Nas frações próprias, o numerador é menor que o denominador.

Há frações que representam uma unidade, duas unidades, etc.

Figura 9 – Frações aparentes



Fonte: http://www.colegioinovacao.com.br/cms/documentos/fracoes_5_serie_matematica.pdf

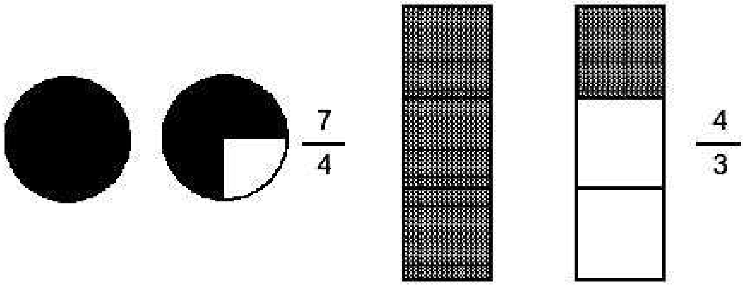
Essas frações são chamadas frações aparentes.

Exemplos: $\frac{12}{6}$ e $\frac{3}{3}$.

Nas frações aparentes, o numerador é múltiplo do denominador.

Há frações que representam quantidades maiores que a unidade, ou seja, uma unidade mais parte dela, duas unidades mais parte dela, etc.

Figura 10 – Frações impróprias



Fonte: http://www.colegioinovacao.com.br/cms/documentos/fracoes_5_serie_matematica.pdf

Essas frações são chamadas frações impróprias.

Exemplos: $\frac{7}{4}$ e $\frac{4}{3}$.

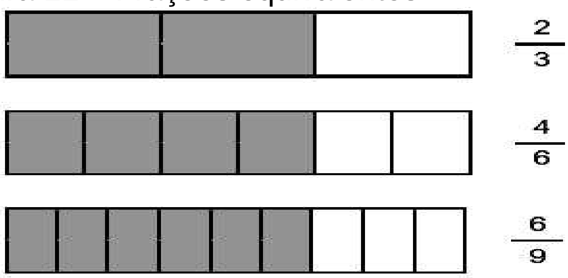
Nas frações impróprias, o numerador é maior que o denominador.

5.5 Frações equivalentes

Algumas frações representam a mesma quantidade de uma unidade, ou seja, a mesma parte de um inteiro.

Observe as figuras abaixo e as frações que representam a parte colorida de cada figura.

Figura 11 – Frações equivalentes



Fonte: http://www.colegioinovacao.com.br/cms/documentos/fracoes_5_serie_matematica.pdf

A parte da figura correspondente a $\frac{2}{3}$ é a mesma que corresponde a $\frac{4}{6}$ ou $\frac{6}{9}$.

Por isso são chamadas de frações equivalentes.

Escrevemos: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9}$

5.5.1 Propriedade das frações equivalentes

Quando multiplicamos ou dividimos o numerador e o denominador de uma fração por um mesmo número, diferente de zero, obtemos uma fração equivalente à fração inicial.

5.5.2 Simplificação de frações

Simplificar uma fração significa transformá-la numa fração equivalente com os termos respectivamente menores.

Para isso, divide-se o numerador e o denominador por um mesmo número, diferente de zero.

Exemplo: Simplificar $\frac{8}{16}$.

$$\frac{8}{16} = \frac{4:2}{8:2} = \frac{2:2}{4:2} = \frac{1}{2}$$

Quando uma fração não pode mais ser simplificada, diz-se que ela é IRREDUTÍVEL ou que está na sua forma mais simples. Nesse caso, o numerador e o denominador são primos entre si.

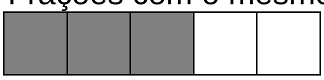
5.5.3 Comparação de frações

Comparar duas frações significa estabelecer uma relação de igualdade ou desigualdade entre elas.

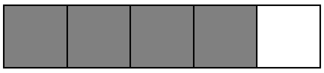
5.5.3.1 Frações com o mesmo denominador

Observe as figuras abaixo e as frações que representam a parte colorida de cada uma.

Figura 12 - Frações com o mesmo denominador



$\frac{3}{5}$



$\frac{4}{5}$

Fonte: http://www.colegioinovacao.com.br/cms/documentos/fracoes_5_serie_matematica.pdf

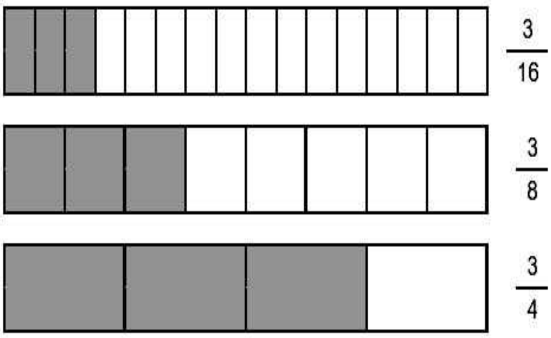
Observe que $\frac{3}{5} < \frac{4}{5}$

De maneira geral, quando duas ou mais frações têm o mesmo denominador, a menor delas é a que tem menor numerador.

5.5.3.2 Frações com o mesmo numerador

Observe:

Figura 13 – Frações com o mesmo numerador



Fonte: http://www.colegioinovacao.com.br/cms/documentos/fracoes_5_serie_matematica.pdf

Percebemos que: $\frac{3}{16} < \frac{3}{8} < \frac{3}{4}$

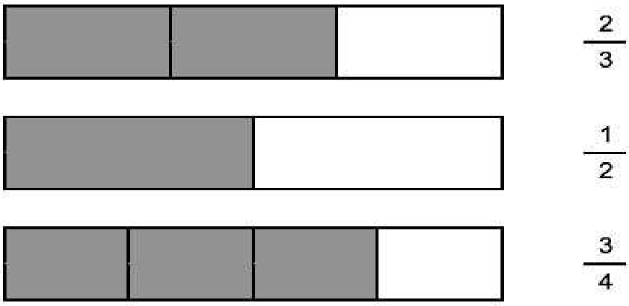
Então:

Se duas ou mais frações tem o mesmo numerador, a maior é a que tem menor denominador.

5.5.3.3 Frações com os numeradores e denominadores diferentes

Observe:

Figura 14 – Frações com os numeradores e denominadores diferentes



Fonte: http://www.colegioinovacao.com.br/cms/documentos/fracoes_5_serie_matematica.pdf

Para facilitar a comparação, vamos encontrar frações equivalentes a elas que tenham um denominador comum.

Mas que denominador será esse?

Poderia ser o produto dos denominadores: 3 . 2 . 4 = 24

$\frac{2}{3}$ é equivalente a $\frac{?}{24}$ x 8 $\frac{1}{2}$ é equivalente a $\frac{?}{24}$ x 12 $\frac{3}{4}$ é equivalente a $\frac{?}{24}$ x 6

Pela propriedade de frações equivalentes, o numerador e o denominador devem ser multiplicados por um mesmo número.

Então:

$\frac{2}{3}$ é equivalente a $\frac{16}{24}$, $\frac{1}{2}$ é equivalente a $\frac{12}{24}$ e $\frac{3}{4}$ é equivalente a $\frac{18}{24}$.

Poderia ser o menor múltiplo comum dos denominadores: 3, 2 e 4.

Para fazer a comparação de frações com numeradores e denominadores diferentes, reduzem-se as frações ao mesmo denominador.

Exemplo:

$$\frac{2}{3} = \frac{8}{12} \qquad \begin{array}{l|l} 3,\ 2,\ 4 & 2 \\ 3,\ 1,\ 2 & 2 \\ 3,\ 1,\ 1 & 3 \\ \hline 1,\ 1,\ 1 & 12 \end{array}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{6}{12}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$$

Já aprendemos que comparando frações com denominadores iguais a maior é a que possui maior numerador.

Daí, $\frac{9}{12} > \frac{8}{12} > \frac{6}{12}$.

Então: $\frac{3}{4} > \frac{2}{3} > \frac{1}{2}$

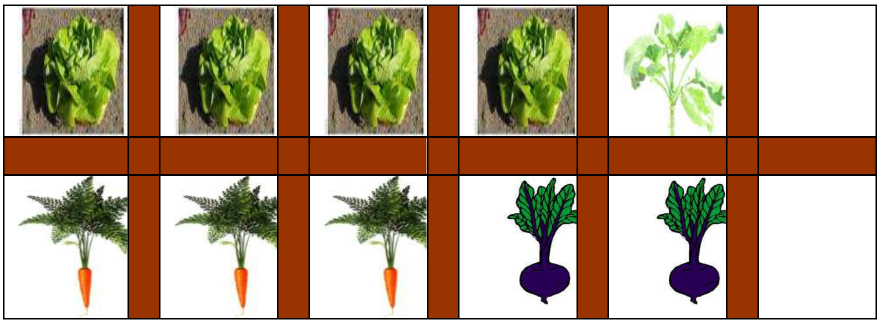
5.6 Operações com frações

5.6.1 Adição e subtração de frações com denominadores iguais

Com o objetivo de incrementar a merenda dos alunos, a professora de matemática e os alunos do 6º ano da escola X resolveram construir uma horta escolar. Para tanto realizaram um mutirão para fazer a limpeza da área e a construção dos canteiros. A área foi dividida em 12 canteiros. . Em 4 canteiros foram plantados alface, em 3 foram plantadas cenouras, em 2 foram plantadas beterrabas e em 1 plantou-se couve.

Quantas partes já foram plantadas? Quantas partes ainda faltam para plantar? **(Uma aventura do pensamento – Oscar Guelli – 5ª série – adaptado pela autora)**

Figura 15 - Horta do 6º ano



Fonte: ZACARIAS, 2011.

Foram plantadas: $\frac{4}{12} + \frac{3}{12} + \frac{1}{12} + \frac{2}{12} = \frac{10}{12}$.

A soma de duas ou mais frações que tem denominadores iguais é uma fração cujo numerador é a soma dos numeradores e o denominador é igual ao denominador dessas frações.

Faltam plantar: $\frac{12}{12}$ - $\frac{10}{12}$ = $\frac{2}{12}$.

A diferença de duas frações que tem denominadores iguais é uma fração em que o numerador é a diferença dos numeradores e o denominador é igual ao denominador dessas frações.

5.6.2 Adição e subtração de frações com denominadores diferentes

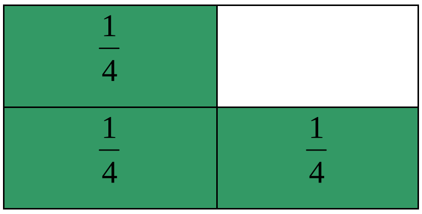
Um campo de futebol está sendo totalmente reformado. A grama está sendo substituída por um novo tipo mais resistente. Numa semana foi gramado $\frac{1}{2}$ do campo e na semana seguinte, $\frac{1}{4}$ do campo. Qual é a fração que representa a parte gramada? E a que falta gramar? **(A conquista da Matemática – Giovanni, Castrucci e Giovanni Jr. – 5ª série – adaptado pela autora)**

Figura 16 – Campo de futebol dividido em duas partes

1ª semana = $\frac{1}{2}$

Fonte: ZACARIAS, 2011

Figura 17 – Campo de futebol dividido em quatro partes



2ª semana = $\frac{1}{4}$

Fonte: ZACARIAS, 2011

Como $\frac{1}{2}$ é igual a $\frac{2}{4}$ = $\left(\frac{1}{4}+\frac{1}{4}\right)$, então $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ **=** $\frac{3}{4}$**.**

E assim, $\frac{4}{4}$ **-** $\frac{3}{4}$ **=** $\frac{1}{4}$**.**

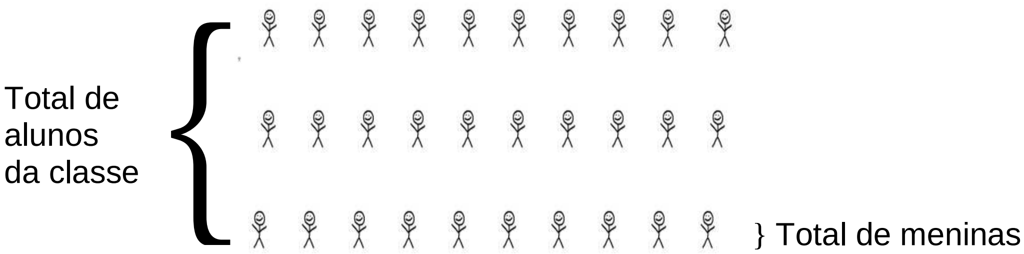
Logo $\frac{3}{4}$ do campo de futebol já estão gramados. Ainda falta gramar $\frac{1}{4}$ do campo de futebol.

Para somar ou subtrair duas ou mais frações que tem denominadores diferentes, devemos procurar frações equivalentes de mesmo denominador, para depois somar ou subtrair os numeradores.

5.6.3 Multiplicação de frações

Uma classe do 6º ano possui 30 alunos, dos quais $\frac{1}{3}$ são meninas. Em um certo dia, $\frac{1}{2}$ das meninas foi à escola de calça jeans. Que fração de meninas vestiam calças jeans? Quantas meninas vestiam calças jeans naquele dia? **(Projeto Araribá - Obra Coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna – 5ª série – adaptado pela autora.)**

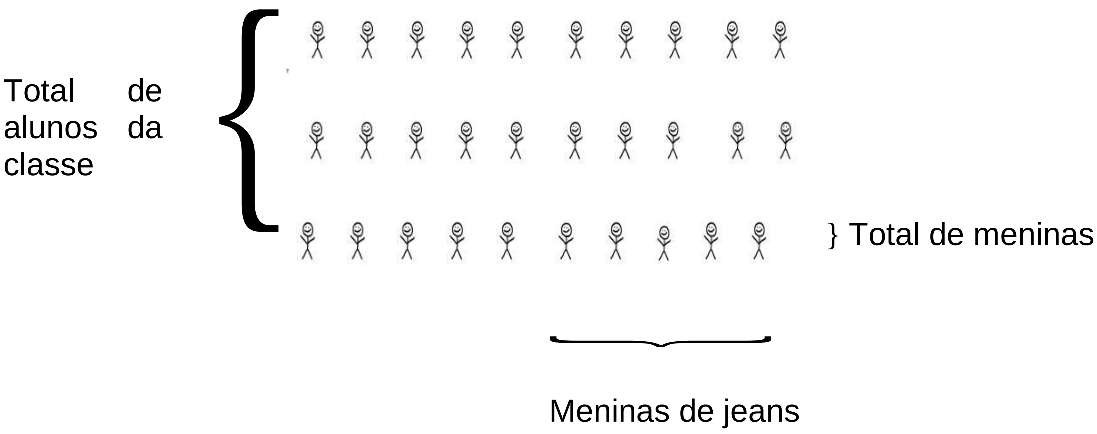
Figura 18 – Alunos e alunas do 6º ano



Fonte: ZACARIAS, 2011

Como $\frac{1}{2}$ das meninas foi à escola de calça jeans, temos:

Figura 19 – Alunas vestidas com calças jeans



Fonte: ZACARIAS, 2011

De acordo com o desenho, temos que $\frac{1}{6}$ do total de alunos eram meninas vestidas com calças jeans, naquele dia. Ou seja, metade de $\frac{1}{3}$ é igual a $\frac{1}{6}$.

Então, $\frac{1}{2}$ de $\frac{1}{3}$ é igual a $\frac{1}{2}$ **.** $\frac{1}{3} = \frac{1.1}{2.3} = \frac{1}{6}$

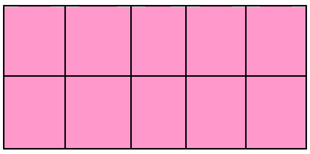
Logo, $\frac{1}{6}$ de 30 é igual a $\frac{1.30}{6} = \frac{30}{6}$ = 5. Ou seja, 5 alunas vestiam calças jeans.

O produto de duas ou mais frações tem como numerador o produto dos numeradores e como denominador o produto dos denominadores.

5.6.4 Divisão de frações

Ex: 1) Na festa de aniversário de Júlia sobraram $\frac{6}{10}$ de um bolo de morango. Júlia dividiu igualmente o que sobrou do bolo entre suas 3 melhores amigas. Que fração do bolo cada amiga de Júlia ganhou? **(Projeto Araribá - Obra Coletiva concebida, desenvolvida e produzida pela Editora Moderna – 5ª série – adaptado pela autora.)**

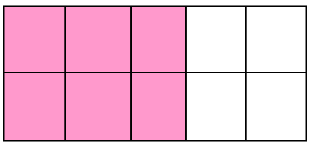
Figura 20 – Bolo de morango



Bolo dividido em 10 partes = $\frac{10}{10}$

Fonte: ZACARIAS, 2011.

Figura 21 – Sobra do bolo de morango



Sobra do bolo = $\frac{6}{10}$

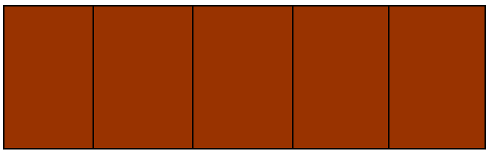
Fonte: ZACARIAS, 2011

Então, $\frac{6}{10}$ **: 3 =** $\frac{2}{10}$

Cada amiga ganhou $\frac{2}{10}$ do bolo.

Ex: 2) Ana comprou uma barra de chocolate e repartiu em 5 partes das quais comeu 2 . Quando Ana ia guardar o chocolate que sobrou chegaram suas amigas Marta e Cláudia. Ana repartiu igualmente o chocolate que havia sobrado entre suas amigas. Que fração de chocolate cada uma comeu? **(A conquista da Matemática – Giovanni, Castrucci e Giovanni Jr. – 5ª série – adaptado pela autora)**

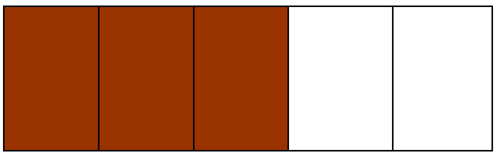
Figura 22 – Barra de chocolate



Barra de chocolate repartida em 5 partes $= \frac{5}{5}$

Fonte: ZACARIAS, 2011.

Figura 23 – Sobra da barra de chocolate



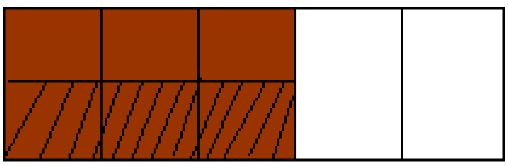
Sobra do chocolate $= \frac{3}{5}$

Fonte: ZACARIAS, 2011

A parte hachurada e colorida, da figura abaixo, representa $\frac{3}{5}$ dividido em 2 partes iguais, ou seja,

$\frac{3}{5} : 2 = \frac{3}{10}$

Figura 24 – Sobra da barra de chocolate dividida em duas partes



$\frac{3}{5} : 2 = \frac{3}{10}$

Fonte: ZACARIAS, 2011

Cada uma das amigas de Ana comeu $\frac{3}{10}$ do chocolate.

Observe que a divisão por 2 dá o mesmo resultado que a multiplicação pelo seu inverso $\left(\frac{1}{2}\right)$.

Números inversos

Quando multiplicamos um número por outro e o produto é igual a 1, dizemos que eles são inversos multiplicativos entre si.

Assim, 2 e $\frac{1}{2}$ são inversos um do outro, pois 2 **.** $\frac{1}{2}$ = 1.

Então, para dividir uma fração por um número natural diferente de zero ou por outra fração, devemos multiplicar o primeiro número pelo inverso do segundo número.

Logo, $\frac{3}{5}$ **:** 2 = $\frac{3}{5}$ **.** $\frac{1}{2}$ = $\frac{3}{10}$.

6 SUGESTÕES DE PROBLEMAS

Neste capítulo apresentaremos alguns problemas que são sugestões para serem aplicados em sala de aula com a Metodologia de Resolução de Problemas. Os problemas selecionados são de fácil acesso, possuem uma linguagem simples, fazendo com que os alunos se interessem e sejam capazes de identificar os conteúdos nele envolvidos, e assim, se sintam em condições de procurar caminhos que os levem a uma solução satisfatória. Em cada problema será indicado o conteúdo sobre frações envolvido.

Problema 1 (SAEB - 2001) Sara fez um bolo e repartiu com seus quatro filhos. João comeu 3 pedaços, Pedro comeu 4, Marta comeu 5 e Jorge não comeu nenhum. Sabendo-se que o bolo foi dividido em 24 pedaços iguais, que parte do bolo foi consumida?
Conteúdos envolvidos: conceito de fração, adição e subtração de frações com o mesmo denominador.

Problema 2 (SAEB – 2001-Adaptado pela autora) Uma professora ganhou ingressos para levar $\frac{1}{3}$ de seus alunos ao circo da cidade. Considerando que essa professora leciona para 36 alunos, quantos alunos ela pode levar?
Conteúdos envolvidos: conceito de fração e multiplicação de um número inteiro por uma fração.

Problema 3 (SAEB – 2001) Das 15 bolinhas de gude que tinha, Paulo deu 6 para seu irmão. Considerando-se o total de bolinhas, qual a fração que representa o número de bolinhas que o irmão de Paulo ganhou?
Conteúdos envolvidos: definição de fração- representação parte-todo.

Problema 4 (SAEB – 2001) Para conseguir uma certa tonalidade de azul um pintor usa 2 latas de tinta branca para 5 latas de tinta azul escuro. Então, quantas latas de tinta branca ele precisa para diluir em 10 latas de tinta azul escuro?
Conteúdos envolvidos: frações equivalentes e fração na forma de razão.

Problema 5 (SAEB – 2001) Quatro amigos, João, Pedro, Ana e Maria saíram juntos para fazer um passeio por um mesmo caminho. Depois de uma hora, João andou $\frac{6}{8}$ do caminho, Pedro $\frac{9}{12}$, Ana $\frac{3}{8}$ e Maria $\frac{4}{6}$. Quais dos amigos que se encontram no mesmo ponto do caminho?
Conteúdos envolvidos: frações equivalentes.

Problema 6 (Nilza Bertoni - Anais do VIII ENEM) Três colegas foram a uma pizzaria e pediram uma pizza, que veio dividida em quatro partes iguais. O garçom serviu uma a cada um. Ao terminarem de comer, pediram ao garçom que dividisse o pedaço restante entre os três. Quanto da pizza cada um comeu?
Conteúdos envolvidos: conceito de fração, adição de frações com denominadores diferentes e divisão de frações.

Problema 7 (Nilza Bertoni - Bolema - Ano 21, nº 31, 2008) A jarra estava cheia de água. Ramón bebeu a metade da água e Joana bebeu a metade do que sobrou. Quanto de água ficou na jarra?
Conteúdos envolvidos: conceito de fração, relação parte-todo, subtração da parte do todo.

Problema 8 (Nilza Bertoni – Bolema - Ano 21, nº 31, 2008) $\frac{3}{4}$ da estrada que liga Capinzal a Morro Alto estão asfaltados. $\frac{3}{8}$ da estrada já tem sinalização. Qual a parte da estrada asfaltada e sem sinalização?
Conteúdos envolvidos: operação de subtração com denominadores diferentes.

Problema 9 (Adaptado de Streefland, mencionado em Nunes e Bryant -1997, p. 214)
24 pessoas foram juntas a uma pizzaria e pediram 18 pizzas. Não há uma mesa onde possam sentar todas juntas. Como distribuir as pessoas e as pizzas em mesas menores, de modo que todos possam comer igualmente? Que parte da pizza cada um comeu?

Obs.: Existem várias formas de resolver este problema, pois podemos fazer arranjos diferentes. Portanto a resolução desse problema não é única.

Conteúdos envolvidos: frações equivalentes, simplificação de frações.

Problema 10 (Oficina apresentada na Faculdade Evangélica de Brasília-2008) Numa festa da escola havia uma lata de sorvete com 3 kg e meio de sorvete. Na primeira hora o pessoal já havia consumido 2 kg e três quartos de quilograma. Quanto ainda restava?

Conteúdos envolvidos: subtração de frações com denominadores diferentes.

Problema 11 (Adaptado pela autora do artigo: O conceito de fração: um estudo diagnóstico sob o enfoque dos diferentes significados de Leonel Valpereiro Moutinho - 2005)

Uma cesta com 24 laranjas, 4 peras e 2 melancias foi dividida para 8 pessoas:

Quantas laranjas cada pessoa recebeu?

Quantas peras cada pessoa recebeu? Como representar esta quantidade?

Quanto de melancia cada pessoa recebeu? Como representar esta quantidade?

Conteúdos envolvidos: conceito de fração, representação de frações, simplificação de frações.

Problema 12 (Tânia Campos- REVEMAT .V2, UFSC 2007) Flávia tinha 4 pacotes iguais de contas coloridas para fazer colares. Para fazer um colar, separou as contas da seguinte maneira:

dividiu o primeiro pacote em 5 partes, das quais usou 3;

dividiu o segundo pacote em 5 partes, das quais usou uma;

dividiu o terceiro pacote em 5 partes, das quais usou 3;

dividiu o quarto pacote em 5 partes, das quais usou 2.

Que fração de um pacote de contas representa o que foi retirado dos 2 primeiros pacotes?

Que fração de um pacote de contas representa o que foi retirado dos 4 pacotes?

Conteúdos envolvidos: representação de frações com mais de um todo, para ser usado como referencial.

Problema 13 (Revista Educação e Matemática, nº 84, 2005) Ana, Carlos, Cristiane e Sandro foram a uma pizzaria e pediram três pizzas: frango, queijo e calabresa. Dividiram igualmente as três pizzas.

Que parte das pizzas comeu cada um?

Cada amigo comeu mais que uma pizza ou menos que uma pizza?

Conteúdos envolvidos: noção de fração e seus significados: quociente, parte-todo e razão.

Problema 14 (Revista Educação e Matemática, nº 84, 2005) Se cada um dos quatro amigos do problema 13 tivesse convidado mais um amigo para ir a pizzaria e tivessem pedido as três pizzas e as dividido entre todos, que parte da pizza comeria cada um? Em qual das situações cada amigo comeu mais pizza?

Conteúdos envolvidos: comparação de frações, relação de ordem.

Problema 15 (A RP no Ensino de Frações – Adriana Strassacappa, 2008) Durante o recreio, Sandra foi ao bar de sua escola e comprou 4 paçoquinhas. Resolveu dividir igualmente entre ela e suas duas amigas. Que parte de paçoquinha comeu cada uma?

Conteúdos envolvidos: caracterização de fração como quociente, número misto-fração imprópria.

Problema 16 (A RP no Ensino de Frações – Adriana Strassacappa, 2008 - Adaptado pela autora) Pedro gosta de bolo de chocolate e Fábio gosta de bolo de laranja. Então, a mãe dos meninos fez dois bolos iguais no tamanho, mas diferentes no sabor: um de chocolate e outro de laranja. Quando a mãe entrou na cozinha, encontrou os dois meninos discutindo. Pedro falou:

- Eu comi $\frac{2}{5}$ do bolo de chocolate e, por isso comi mais que você!

Fábio respondeu:

- Eu comi mais, porque comi $\frac{6}{15}$ do bolo de laranja!

Quem comeu mais, Pedro? Fábio? Ou os dois comeram a mesma quantia?

Conteúdos envolvidos: frações equivalentes, simplificação de frações.

Problema 17 (A RP no Ensino de Frações – Adriana Strassacappa, 2008 - Adaptado pela autora) Os atletas brasileiros conquistaram 75 medalhas em jogos olímpicos. Dessas medalhas conquistadas, $\frac{1}{3}$ são de prata. Quantas medalhas de prata nossos atletas ganharam?

Conteúdos envolvidos: multiplicação de número inteiro por fração, a fração representando quantidade.

Problema 18 (A RP no Ensino de Frações – Adriana Strassacappa, 2008 - Adaptado pela autora) Maria escreveu em seu caderno duas frações que são: $\frac{4}{5}$ e $\frac{5}{7}$. Como você faria para descobrir qual das frações dadas é a maior?

Conteúdos envolvidos: comparação entre frações, relação de ordem.

Problema 19 (A RP no Ensino de Frações – Adriana Strassacappa, 2008) Tio João tem uma fazenda. Ele reservou uma parte da fazenda para agricultura, distribuídos da seguinte forma: $\frac{3}{10}$ da fazenda para a plantação de feijão e $\frac{1}{5}$ para plantar milho. Qual a fração da fazenda reservada para a plantação de feijão e milho?

Conteúdos envolvidos: adição de frações com denominadores diferentes.

As questões de nº 20 até o nº 26 foram retiradas do artigo de Acylena Coelho Costa – Operações com frações X Dificuldade na resolução de problemas.

Problema 20 Vovó, para agradar os netos, fez uma torta de maçã que dividiu em 8 pedaços iguais. Ela separou $\frac{3}{8}$ da torta para Sônia, $\frac{2}{8}$ para Ricardo e ficou com o restante. Que fração da torta vovó separou para os dois netos?

Conteúdos envolvidos: caracterização de fração como parte do todo, adição e subtração de frações com o mesmo denominador.

Problema 21 Pedro possuía 180 bolinhas de gude e perdeu $\frac{1}{3}$ delas num jogo. Com quantas bolinhas ficou?

Conteúdos envolvidos: multiplicação de número inteiro por fração.

Problema 22 Ao chegar em casa, Adriana e Márcio disputam por $\frac{1}{3}$ de torta de frango que restou do almoço. Dividindo em partes iguais, qual é a fração que corresponde a cada um?

Conteúdos envolvidos: divisão de fração por número inteiro.

Problema 23 Dona Carmem deu uma caixa de bombons para seus filhos Carlos e Rui. Carlos comeu $\frac{1}{2}$ dos bombons e Rui comeu $\frac{1}{5}$. Qual é a fração que representa a parte dos bombons que eles comeram juntos? E a fração que representa a quantidade de bombons que sobrou?

Conteúdos envolvidos: adição e subtração de frações com denominadores diferentes.

Problema 24 Uma bandeira tem três cores: vermelho, amarelo e branco. Nessa bandeira $\frac{1}{3}$ corresponde à faixa vermelha e, dessa faixa $\frac{1}{4}$ foi reservado para desenhar um emblema. Qual é a fração da bandeira na qual está o emblema?

Conteúdos envolvidos: multiplicação de frações.

Problema 25 Dona Ana foi ao supermercado e comprou 1 kg de queijo e pediu ao vendedor para embalar em pacotes de $\frac{1}{5}$ kg. Quantos pacotes foram usados para embalar o queijo.

Conteúdos envolvidos: caracterização de fração como quociente e divisão de número inteiro por fração.

Problema 26 Sabemos que $\frac{3}{5}$ do tanque de combustível de um caminhão contém 75 litros. Quantos litros há em:

$\frac{1}{5}$ do tanque?

$\frac{1}{2}$ do tanque?

$\frac{3}{4}$ do tanque?

No tanque cheio?

Conteúdos envolvidos: fração como medida e multiplicação de fração por número natural.

Problema 27 (Uma aventura do pensamento – Oscar Guelli, 2001 – 5ª série – Adaptado pela autora) Seu João é um pequeno agricultor. Ele dividiu sua horta em 8 partes iguais. Ele plantou cenoura em 2 partes, alface em 3 partes e beterraba em uma parte. Quantas partes ainda faltam para seu João plantar? Represente na forma de fração a parte que falta para plantar.

Conteúdos envolvidos: adição e subtração de frações com o mesmo denominador.

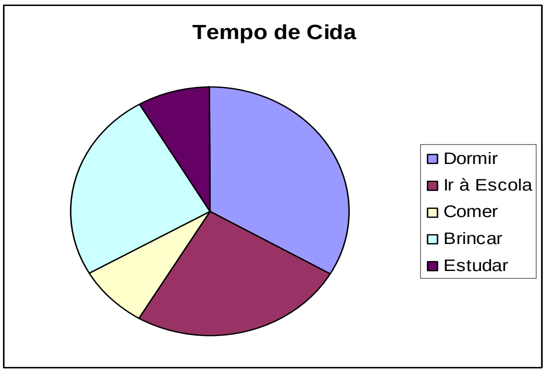
Problema 28 (Uma aventura do pensamento – Oscar Guelli, 2001 – 5ª série – Adaptado pela autora) No pomar de seu Antônio existe 180 árvores. Destas árvores, $\frac{2}{5}$ são laranjeiras, $\frac{1}{6}$ são macieiras e as restantes são pessegueiros.

Quantas árvores são laranjeiras? Quantos são os pessegueiros?

Conteúdos envolvidos: fração como operador multiplicativo, adição e subtração de frações com denominadores diferentes.

Problema 29- (Matemática 4 – Vivência & Construção – Luis Roberto Dante - Adaptado pela autora) Veja como Cida aproveita seu tempo em 1 dia e responda:

Figura 25 – Representação do tempo de Cida



Dormir: $\frac{4}{12}$ Ir à Escola: $\frac{3}{12}$

Comer: $\frac{1}{12}$ Brincar: $\frac{3}{12}$

Estudar: $\frac{1}{12}$

Fonte: ZACARIAS, 2011.

Cida gasta mais tempo com a escola ou com a alimentação?

a) Quais são as atividades que, juntas, correspondem ao tempo que Cida gasta para dormir?
b) Quais as atividades que, juntas, consomem a metade do tempo de Cida?
c) Quanto Cida gasta a mais para dormir do que para ir à escola?

Conteúdos envolvidos: comparação de frações, adição e subtração de frações com denominadores diferentes.

Problema 30 (Matemática 4 – Vivência & Construção – Luis Roberto Dante) O pai de Fábio tem um sítio. Ele usa $\frac{1}{2}$ do sítio para plantação e em $\frac{2}{3}$ da plantação ele cultiva laranjas. Que parte do sítio é ocupada pela plantação de laranjas?

Conteúdos envolvidos: multiplicação de fração por fração.

Problema 31 (Edição Especial Nova Escola - Planos de Aula 2 Matemática - Janeiro 2011 – Adaptado pela autora) Dona Maria pediu para sua filha ir ao Supermercado comprar, entre outros produtos, 2 kg de farinha. Ao chegar lá, a menina encontrou diversos pacotes de farinha de diferentes pesos. Havia pacotes de $\frac{1}{2}$ kg, $\frac{1}{4}$ kg, 1 kg e $1\frac{1}{2}$ kg. Quantos e quais pacotes a menina comprou?

Conteúdos envolvidos: fração como medida.

Problema 32 (A conquista da Matemática – Nova / Giovanni, Castrucci e Giovanni Jr.)

Foram convocados para a primeira fase de treinamento da seleção brasileira de basquete 20 jogadores. Terminada essa fase do treinamento, foram dispensados $\frac{2}{5}$ dos jogadores, continuando os restantes em treinamento. Nessas condições, quantos jogadores foram dispensados? Quantos jogadores continuaram em treinamento?

Conteúdos envolvidos: fração como operador multiplicativo.

7 PLANOS DE AULA

Neste capítulo apresentaremos cinco planos de aula como sugestão para o ensino de alguns conceitos de frações usando a Metodologia de Resolução de Problemas. Em todas as situações os grupos poderão resolver como desejarem os problemas.

7.1 Plano de aula 1

Obs.: Como esta é a primeira aula o professor fará uma explicação bem detalhada de como funciona a Metodologia da Resolução de Problemas.

Identificação:
Disciplina: Matemática
Série: 6º ano
Tema: Frações
Conteúdo: Fração com o significado Parte-Todo.
Objetivos:

- Resolver situações-problema que admitem números fracionários como resposta.
- Trabalhar em grupo.
- Compreender o significado de fração a partir de uma situação-problema.
- Descobrir diferentes formas de representar uma mesma fração.
- Reconhecer a soma de partes para formar o todo.
- Interpretar a leitura das frações.

Situação-problema:
(Adaptado pela autora do artigo: O conceito de fração: um estudo diagnóstico sob o enfoque dos diferentes significados de Leonel Valpereiro Moutinho - 2005)

Em uma cesta havia 24 laranjas, 4 peras e 2 melancias. Essas frutas foram divididas entre 8 pessoas.

Quantas laranjas cada pessoa recebeu?

Quantas peras cada pessoa recebeu? Como representar esta quantidade?

Quanto de melancia cada pessoa recebeu? Como representar esta quantidade?

Descrição da abordagem teórica e prática do tema:

1º - Explicar para a turma como funciona esta metodologia;

2º - Formar grupos (3 ou 4 alunos);

3º - Distribuir as tarefas aos grupos;

4º - Estipular um tempo em conjunto com a turma para que eles possam ler o problema, discutir, interpretar e encontrar uma solução conjuntamente;

5º - Terminado o trabalho pelos alunos, o professor anota os resultados obtidos pelos grupos no quadro;

6º - O professor conduz uma plenária com os alunos, discutindo as estratégias que cada grupo usou para chegar àquele resultado;

7º - Logo após, o professor, juntamente com os alunos faz uma análise criteriosa sobre tudo o que foi colocado e chegam a um consenso sobre o resultado pretendido. É interessante o professor mostrar que vários caminhos podem levar ao mesmo resultado.

Obs.: Espera-se que os alunos cheguem à conclusão de que cada pessoa ficará com um número inteiro de laranjas e que cada pessoa não receberá uma pera inteira e nem uma melancia, e sim partes de uma pera e partes de uma melancia. Então como representar estas partes (frações)? Pretende-se também que os alunos visualizem que quando juntamos (somamos) as partes (frações) formamos o todo.

A partir dessa fase o professor faz suas colocações, definindo, conceituando, listando propriedades e fazendo as generalizações do assunto em pauta, mostrando aos alunos o que de novo se construiu.

Recursos didáticos:

Quadro e giz.

Material impresso e gravuras das frutas para recortar e manipular.

Avaliação:

A avaliação será feita através da observação dos alunos levando em consideração o interesse, a participação e o empenho dos alunos em cada grupo para resolver o problema proposto.

Referências:

DANTE, L. R. **Tudo é matemática .** São Paulo: Ática, 2002.

MOUTINHO, L. V. Fração e seus diferentes significados – Um estudo com alunos das 4ª e 8ª séries do Ensino Fundamental. PUC/SP – São Paulo, 2005 Disponível em: <http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/moutinho_leonel_valpereiro.html>. Acesso em: 13 jun. 2011.

ONUCHIC, L. R. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas.** In: BICUDO, M. A. V.(Org.). **Pesquisa em Educação Matemática.** São Paulo: Editora UNESP, 1999. cap.12, p.199-220.

Sugestão de resolução da pesquisadora:

Em uma cesta havia 24 laranjas, 4 peras e 2 melancias. Essas frutas foram divididas entre 8 pessoas.

Quantas laranjas cada pessoa recebeu?

Quantas peras cada pessoa recebeu? Como representar esta quantidade?

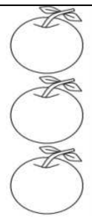
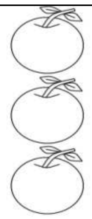
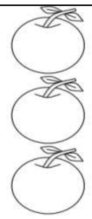
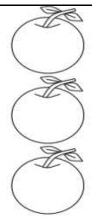
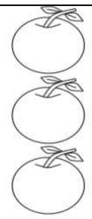
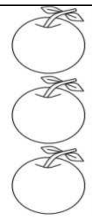
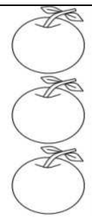
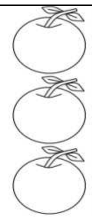
Quanto de melancia cada pessoa recebeu? Como representar esta quantidade?

Nomear as 8 pessoas e ir distribuindo as frutas.

- ✓ **24 laranjas**

24 dividido por 8 é igual a 3. $\left(\frac{24}{8} = 3\right)$

Figura 26 – Representação da divisão das laranjas

Pessoa	A	B	C	D	E	F	G	H
Quantidade de laranjas								

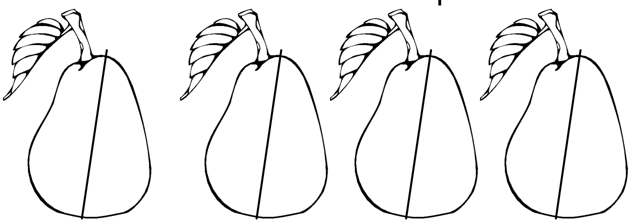
Fonte: http://gifsedesenhos.blogspot.com/2008/12/desenho-de-laranja-para-colorir-fruta.html

Cada uma das 8 pessoas receberá 3 laranjas.

- ✓ **4 peras**

  4 dividido por 8 é igual a meio, ou seja, $\frac{4}{8} = \frac{1}{2} = 0{,}5$

Figura 27 – Peras divididas em duas partes



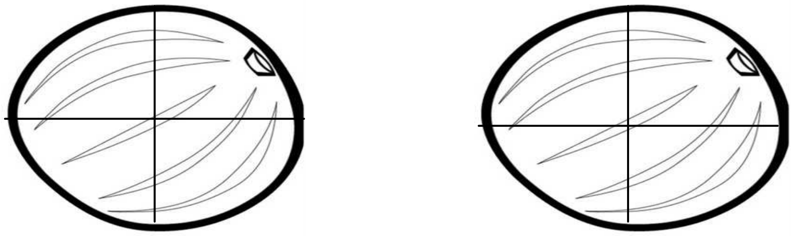
Fonte: http://desenhosallprint.blogspot.com/2010/05/desenho-de-pera-para-imprimir-e-colorir.html

Cada uma das 8 pessoas receberá metade da pera, ou seja, $\frac{1}{2}$ de 1 pera.

- ✓ **2 melancias**

  2 dividido por 8 é igual a quarta parte, ou seja, $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$.

Figura 28 – Melancias divididas em quatro partes



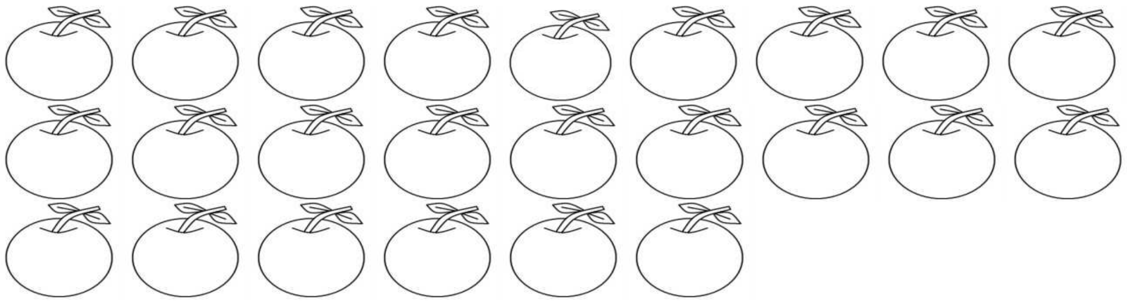
Fonte:http://2.bp.blogspot.com/_ViA01ivugcw/SfheAbJec5I/AAAAAAAAEfg/pC_Qnre3Bk4/s400/desenho-de-melancia-para-colorir-e-imprimir-desenho-de-frutas.jpg

Cada uma das 8 pessoas receberá a quarta parte da melancia , ou seja, $\frac{1}{4}$ de 1 melancia.

Desenho das frutas para ser recortado e manipulado pelos alunos

24 laranjas

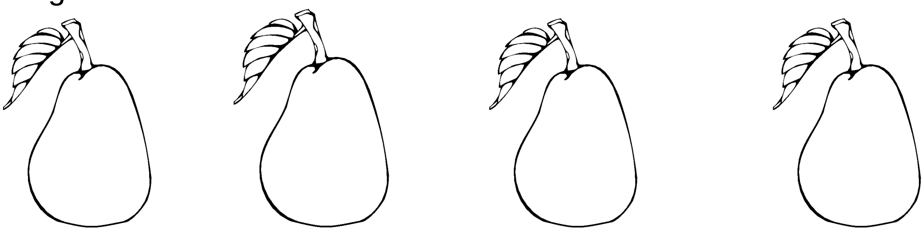
Figura 29 - Laranjas



Fonte: http://gifsedesenhos.blogspot.com/2008/12/desenho-de-laranja-para-colorir-fruta.html

4 peras

Figura 30 - Peras



Fonte: http://desenhosallprint.blogspot.com/2010/05/desenho-de-pera-para-imprimir-e-colorir.html

2 melancias

Figura 31 - Melancias

Fonte:http://2.bp.blogspot.com/_ViA01ivugcw/SfheAbJec5I/AAAAAAAAEfg/pC_Qnre3Bk4/s400/desenho-de-melancia-para-colorir-e-imprimir-desenho-de-frutas.jpg

7.2 Plano de aula 2

Identificação:

Disciplina: Matemática

Série: 6º ano

Tema: Frações

Conteúdo: Fração como medida.

Objetivos:

- Compreender o significado de fração a partir de uma situação-problema.
- Relacionar frações com medida.
- Compor uma quantidade a partir de utilização de frações.

Situação-problema: (Adaptado pela autora da Edição especial Nova Escola – Planos de Aula 2 Matemática – Janeiro, 2011)

Dona Maria pediu para sua filha ir ao Supermercado comprar, entre outros produtos, 2 kg de farinha. Ao chegar lá, a menina encontrou diversos pacotes de farinha de diferentes pesos. Havia pacotes de $\frac{1}{2}$ kg, $\frac{1}{4}$ kg, 1 kg e $1\frac{1}{2}$ kg. Que pacotes você acha que a menina comprou?

Descrição da abordagem teórica e prática do tema:

1º - Formar grupos (3 ou 4 alunos);

2º - Distribuir as tarefas aos grupos;

3º - Estipular um tempo em conjunto com a turma para que eles possam ler o problema, discutir, interpretar e encontrar uma solução conjuntamente;

4º - Terminado o trabalho pelos alunos, o professor anota os resultados obtidos pelos grupos no quadro;

5º - O professor conduz uma plenária com os alunos, discutindo as estratégias que cada grupo usou para chegar àquele resultado;

6º - Logo após, o professor, juntamente com os alunos faz uma análise criteriosa sobre tudo o que foi colocado e chegam a um consenso sobre o resultado pretendido.

A partir dessa fase o professor faz suas colocações, definindo, conceituando, listando propriedades e fazendo as generalizações do assunto em pauta, mostrando aos alunos o que de novo se construiu.

Obs: Observar se os alunos conseguiram utilizar todos os pacotes. Caso não tenham usado, propor novas atividades com situações do cotidiano para que possam utilizar todos os pacotes, inclusive o de $\frac{1}{4}$ kg.

Exemplo:

Quantos pacotes de $\frac{1}{4}$ kg são necessários para a menina obter 1kg de farinha?

Se Dona Maria quisesse 2 $\frac{1}{2}$kg (dois quilos e meio) de farinha que pacotes você acha que a menina levaria?

Recursos didáticos:

Quadro e giz.

Material impresso e gravuras dos diversos pacotes de farinha para recortar e manipular.

Avaliação:

A avaliação será feita através da observação dos alunos levando em consideração o interesse, a participação e o empenho dos alunos em cada grupo para resolver o problema proposto.

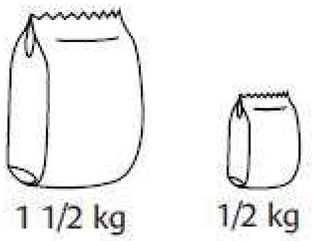
Referências:

Revista Nova Escola – Edição Especial Planos de Aula 2 – Matemática. Disponível em:<http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/composicao-quantidades-fracoes-500726.shtml>. Acesso em: 10 maio 2011.

Sugestão de resolução da pesquisadora:

Dona Maria pediu para sua filha ir ao Supermercado comprar, entre outros produtos, 2 kg de farinha. Ao chegar lá, a menina encontrou diversos pacotes de farinha de diferentes pesos. Havia pacotes de $\frac{1}{2}$ kg, $\frac{1}{4}$ kg, 1 kg e $1\frac{1}{2}$ kg. Que pacotes você acha que a menina comprou?

Figura 32 – Pacotes de farinha comprados pela menina



$$1\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1 + 1 = 2$$

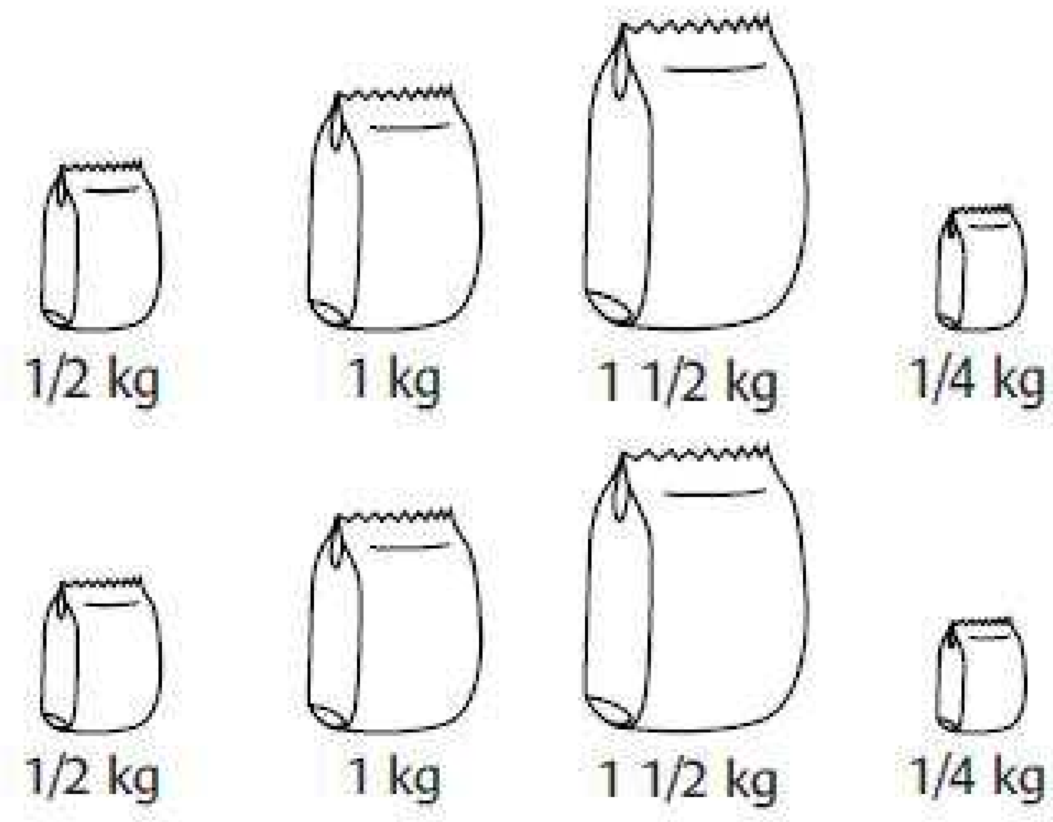
$$\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{2}{2}=1\right)$$

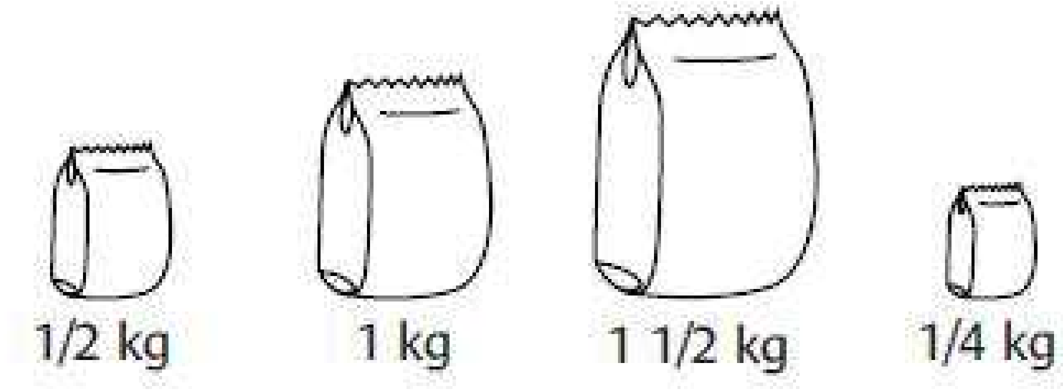
Fonte: http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/composicao-quantidades-fracoes-500726.shtml

A menina comprou 2 pacotes. Um de $1\frac{1}{2}$ kg e um de $\frac{1}{2}$ kg, totalizando 2 kg de farinha.

Desenho dos pacotes de farinha para ser manipulado pelos alunos

Figura 33 – Pacotes de farinha





Fonte:http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/composicao-quantidades-fracoes-500726.shtml

7.3 Plano de aula 3

Identificação:

Disciplina: Matemática

Série: 6º ano

Tema: Frações

Conteúdo: Fração como operador multiplicativo.

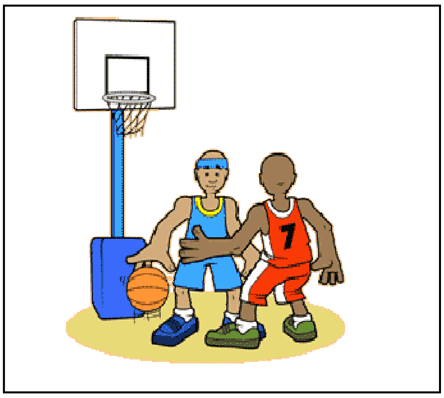
Objetivos:

- Compreender o significado de fração a partir de uma situação-problema.
- Relacionar frações com o significado de operador multiplicativo.

Situação-problema:

(A conquista da Matemática – Nova / Giovanni, Castrucci e Giovanni Jr.)

Figura 34 – Meninos jogando basquete



Foram convocados para a primeira fase de treinamento da seleção brasileira de basquete 20 jogadores. Terminada essa fase do treinamento, foram dispensados $\frac{2}{5}$ dos jogadores, continuando os restantes em treinamento. Nessas condições, quantos jogadores foram dispensados? Quantos Jogadores continuaram em treinamento?

Fonte: http://www.smartkids.com.br/especiais/esportes-basquete.html

Descrição da abordagem teórica e prática do tema:

1º - Formar grupos (3 ou 4 alunos);

2º - Distribuir as tarefas aos grupos;

3º - Estipular um tempo em conjunto com a turma para que eles possam ler o problema, discutir, interpretar e encontrar uma solução conjuntamente;

4º - Terminado o trabalho pelos alunos, o professor anota os resultados obtidos pelos grupos no quadro;

5º - O professor conduz uma plenária com os alunos, discutindo as estratégias que cada grupo usou para chegar àquele resultado;

6º - Logo após, o professor, juntamente com os alunos faz uma análise criteriosa sobre tudo o que foi colocado e chegam a um consenso sobre o resultado pretendido.

A partir dessa fase o professor faz suas colocações, definindo, conceituando, listando propriedades e fazendo as generalizações do assunto em pauta, mostrando aos alunos o que de novo se construiu.

Recursos didáticos:

Quadro e giz.

Material impresso.

Avaliação:

A avaliação será feita através da observação dos alunos levando em consideração o interesse, a participação e o empenho dos alunos em cada grupo para resolver o problema proposto.

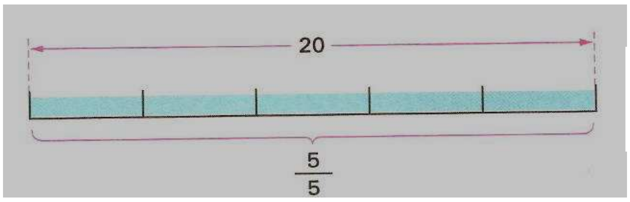
Referências:

A conquista da Matemática – Nova /José Ruy Giovanni, Benedito Castrucci, José Ruy Giovanni Jr. – São Paulo: FTD, 1998.

Sugestão de resolução da pesquisadora:

Foram convocados para a primeira fase de treinamento da seleção brasileira de basquete 20 jogadores. Terminada essa fase do treinamento, foram dispensados $\frac{2}{5}$ dos jogadores, continuando os restantes em treinamento. Nessas condições, quantos jogadores foram dispensados? Quantos jogadores continuaram em treinamento?

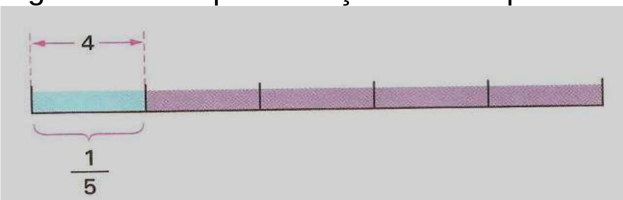
Figura 35 - Representação do total de jogadores de basquete



$\frac{5}{5} = 20$

Fonte: GIOVANNI, J. R., CASTRUCCI, B., GIOVANNI JR, J. R., 1998.

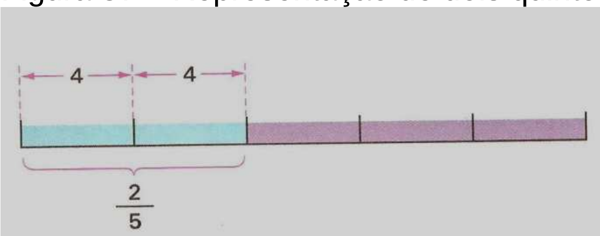
Figura 36 – Representação de um quinto dos jogadores de basquete



$\frac{1}{5}$ de 20 = 20 : 5 = 4

Fonte: GIOVANNI, J. R., CASTRUCCI, B., GIOVANNI JR, J. R., 1998.

Figura 37 – Representação de dois quintos dos jogadores de basquete



$\frac{2}{5}$ de 20 = 20 : 5 = 4 x 2 = 8

Fonte: GIOVANNI, J. R., CASTRUCCI, B., GIOVANNI JR, J. R., 1998.

Logo, se 8 jogadores foram dispensados, então continuaram 12 em treinamento.

7.4 Plano de aula 4

Identificação:

Disciplina: Matemática

Série: 6º ano

Tema: Frações

Conteúdos:

Frações equivalentes.

Simplificação de frações.

Objetivos:

- Simplificar frações.
- Notar as diferentes formas de representar uma mesma fração.

Situação-problema:

(Adaptado pela autora de: A RP no Ensino de Frações – Adriana Strassacappa, 2008)

Pedro gosta de bolo de chocolate e Fábio gosta de bolo de laranja. Então, a mãe dos meninos fez dois bolos iguais no tamanho, mas diferentes no sabor: um de chocolate e outro de laranja. Quando a mãe entrou na cozinha, encontrou os dois meninos discutindo. Pedro falou:

- Eu comi $\frac{2}{5}$ do bolo de chocolate e, por isso comi mais que você!

Fábio respondeu:

- Eu comi mais, porque comi $\frac{6}{15}$ do bolo de laranja!

Quem comeu mais, Pedro? Fábio? Ou os dois comeram a mesma quantia?

Descrição da abordagem teórica e prática do tema:

1º - Formar grupos (3 ou 4 alunos);

2º - Distribuir as tarefas aos grupos;

3º - Estipular um tempo em conjunto com a turma para que eles possam ler o problema, discutir, interpretar e encontrar uma solução conjuntamente;

4º - Terminado o trabalho pelos alunos, o professor anota os resultados obtidos pelos grupos no quadro;

5º - O professor conduz uma plenária com os alunos, discutindo as estratégias que cada grupo usou para chegar àquele resultado;

6º - Logo após, o professor, juntamente com os alunos faz uma análise criteriosa sobre tudo o que foi colocado e chegam a um consenso sobre o resultado pretendido.

Recursos didáticos:

Quadro e giz.

Cópias do problema e cópias em miniatura dos bolos.

Avaliação:

Observar o interesse, a participação de cada grupo, em resolver o problema proposto.

Referências:

A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO DE FRAÇÕES – Adriana Strassacappa. Disponível em: <http://www. diaadiae ducacao.pr. gov.br /portals /pde/ arquivos / 75 -4.pdf>. Acesso em: 05 jun. 2011.

Sugestão de resolução da pesquisadora:

Pedro gosta de bolo de chocolate e Fábio gosta de bolo de laranja. Então, a mãe dos meninos fez dois bolos iguais no tamanho, mas diferentes no sabor: um de chocolate e outro de laranja. Quando a mãe entrou na cozinha encontrou os dois meninos discutindo. Pedro falou:

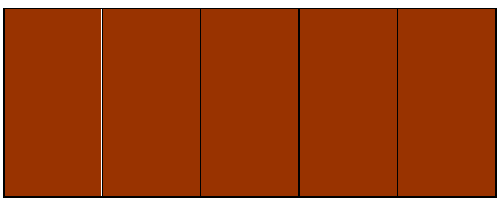
- Eu comi $\frac{2}{5}$ do bolo de chocolate e, por isso comi mais que você!

Fábio respondeu:

- Eu comi mais, porque comi $\frac{6}{15}$ do bolo de laranja!

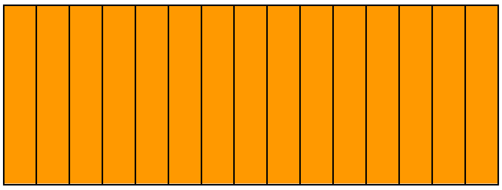
Quem comeu mais, Pedro? Fábio? Ou os dois comeram a mesma quantia?

Figura 38 - Bolo de chocolate dividido em 5 partes



Fonte: ZACARIAS, 2011.

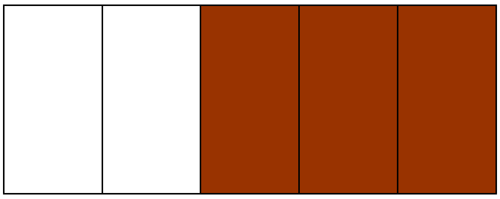
Figura 39 - Bolo de Laranja dividido em 15 partes



Fonte: ZACARIAS, 2011.

Pedro comeu 2 fatias de bolo que foi repartido em 5 fatias. Cada fatia corresponde a $\frac{1}{5}$ do bolo. Portanto, Pedro comeu $\frac{2}{5}$ do bolo.

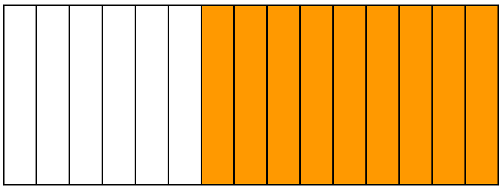
Figura 40 – Sobra do bolo de chocolate



Fonte: ZACARIAS, 2011.

Fábio comeu 6 fatias de bolo que foi repartido em 15 fatias. Cada fatia corresponde a $\frac{1}{15}$ do bolo. Portanto, Fábio comeu $\frac{6}{15}$ do bolo.

Figura 41 – Sobra do bolo de laranja



Fonte: ZACARIAS, 2011.

Observando os desenhos que representam os bolos, podemos notar que Pedro e Fábio comeram a mesma quantidade de bolo, logo $\frac{2}{5}$ e $\frac{6}{15}$ são frações equivalentes, ou seja, representam a mesma quantidade.

Veja usando a simplificação de frações:

$\frac{2}{5}$ que é uma fração irredutível.

$$\frac{6}{15}\frac{\div 3}{\div 3}=\frac{2}{5}$$

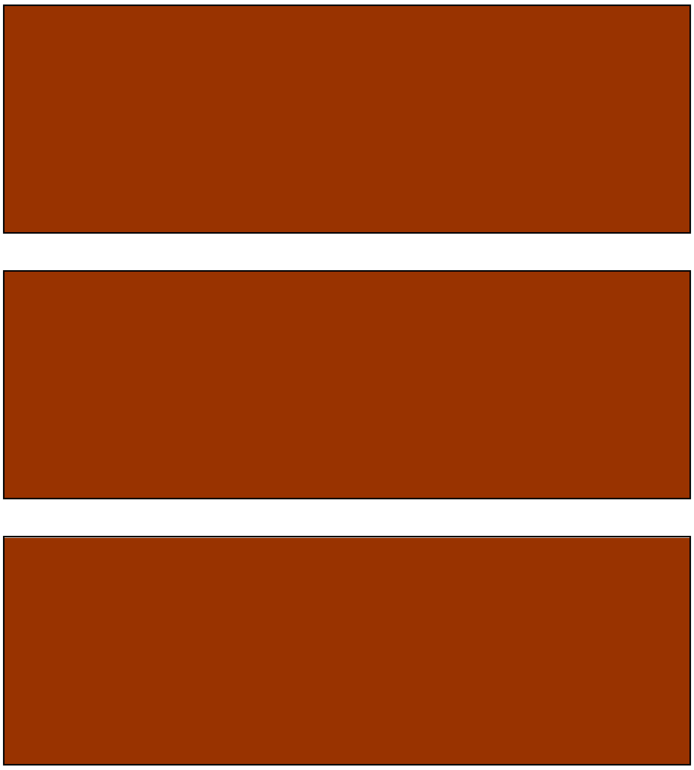
Então:

$$\boxed{\frac{6}{15} = \frac{2}{5}}$$

Portanto, podemos notar, também pela simplificação de frações, que Pedro e Fábio comeram a mesma quantidade de bolo.

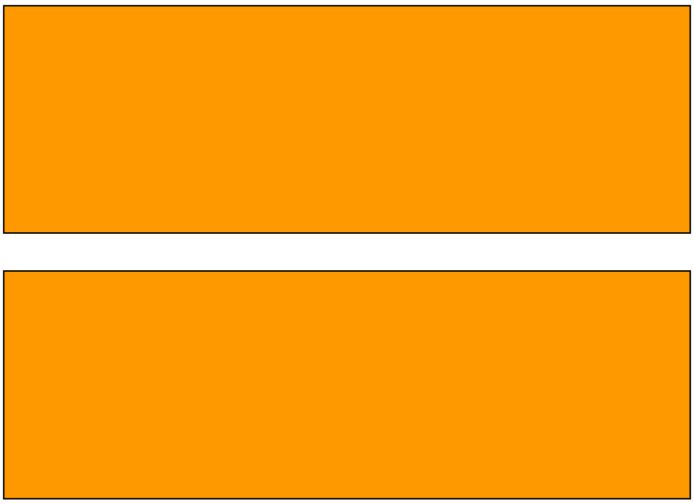
Desenho dos bolos para ser usado pelos alunos.

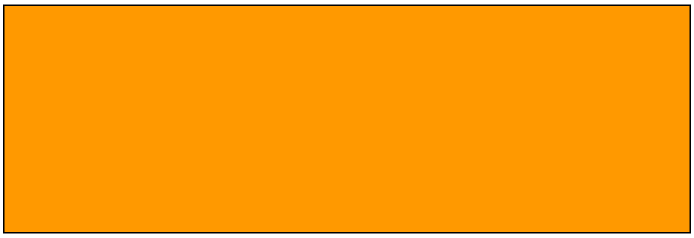
Figura 42 - Bolos de Chocolate



Fonte: ZACARIAS, 2011.

Figura 43 - Bolos de Laranja





Fonte: ZACARIAS, 2011.

7.5 Plano de aula 5

Identificação:

Disciplina: Matemática

Série: 6º ano

Tema: Frações

Conteúdos:

Adição de frações com denominadores diferentes.

Multiplicação e divisão de frações.

Frações equivalentes.

Objetivos:

- Adicionar frações com denominadores diferentes.
- Multiplicar frações.
- Dividir uma fração por um número natural.
- Reconhecer frações equivalentes.

Situação-problema:

(Nilza Bertoni- Anais do VIII ENEM)

Três colegas foram a uma pizzaria e pediram uma pizza, que veio dividida em quatro partes iguais. O garçom serviu uma a cada um. Ao terminarem de comer, pediram ao garçom que dividisse o pedaço restante entre os três. Quanto da pizza cada um comeu?

Descrição da abordagem teórica e prática do tema:

1º - Formar grupos (3 ou 4 alunos);

2º - Distribuir as tarefas aos grupos;

3º - Estipular um tempo em conjunto com a turma para que eles possam ler o problema, discutir, interpretar e encontrar uma solução conjuntamente;

4º - Terminado o trabalho pelos alunos, o professor anota os resultados obtidos pelos grupos no quadro;

5º - O professor conduz uma plenária com os alunos, discutindo as estratégias que cada grupo usou para chegar àquele resultado;

6º - Logo após, o professor, juntamente com os alunos faz uma análise criteriosa sobre tudo o que foi colocado e chegam a um consenso sobre o resultado pretendido.

Recursos didáticos:

Quadro e giz.

Cópias do problema e cópias em miniatura de pizzas.

Avaliação:

A avaliação será feita através da observação dos alunos levando em consideração o interesse, a participação e o empenho dos alunos em cada grupo para resolver o problema proposto.

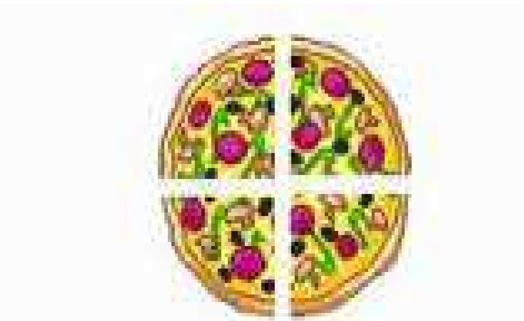
Referências:

UM NOVO PARADIGMA NO ENSINO E APRENDIZAGEM DAS FRAÇÕES - Nilza Eigenheer Bertoni. Disponível em: <http://www. sbem.com. br/files/viii/pd f/15/PA01. pdf>. Acesso em: 02 jul. 2011.

Sugestão de resolução da pesquisadora:

Três colegas foram a uma pizzaria e pediram uma pizza, que veio dividida em quatro partes iguais. O garçom serviu uma a cada um. Ao terminarem de comer, pediram ao garçom que dividisse o pedaço restante entre os três. Quanto da pizza cada um comeu?

Figura 44 - Pizza dividida em 4 partes

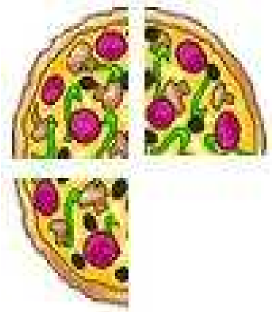


Fonte: http://praquefracao.blogspot.com/p/processo.html

Cada uma das partes corresponde a $\frac{1}{4}$ da pizza.

Cada um dos três colegas comeu $\frac{1}{4}$ da pizza. Então juntos, comeram $\frac{3}{4}$ da pizza.

Figura 45 – Representação da pizza consumida pelos 3 colegas



Fonte: http://praquefracao.blogspot.com/p/processo.html

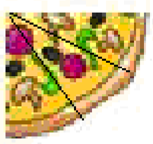
Sobrou $\frac{1}{4}$ da pizza que será repartida entre os três colegas.

Figura 46 – Representação da sobra da pizza

Fonte: http://praquefracao.blogspot.com/p/processo.html

$\frac{1}{4}$ dividido por 3 é igual a $\frac{1}{12}$, pois 4 vezes 3 é igual a 12.

Figura 47 – Sobra da pizza dividida em 3 partes



Fonte: http://praquefracao.blogspot.com/p/processo.html

$$\frac{1}{4} : 3 = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$$

Como $\frac{1}{4}$ = $\frac{3}{12}$, então cada um dos três colegas comeu $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{12}$ = $\frac{4}{12}$ da pizza.

Simplificando a fração $\frac{4}{12}$ = $\left(\frac{4 \div 4}{12 \div 4} = \frac{1}{3}\right)$, encontramos a fração $\frac{1}{3}$. Portanto cada um dos três colegas comeu $\frac{1}{3}$ da pizza cada uma.

Também poderíamos ter resolvido desta outra maneira:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12}$$

$\Downarrow$

$$\frac{1}{4} = \frac{?}{12} \iff \frac{1}{4} = \frac{3}{12}$$

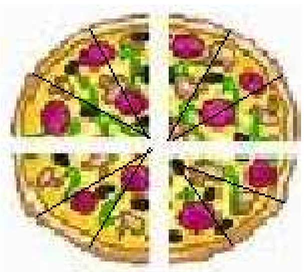
x 3

Simplificando a fração $\frac{4}{12}$, temos o resultado que é $\frac{1}{3}$.

$$\frac{4}{12} = \left(\frac{4 \div 4}{12 \div 4} = \frac{1}{3}\right)$$

Ou resolvendo dessa outra maneira:

Figura 48 – Pizza dividida em 12 partes



Se cada uma das 4 partes for dividida novamente entre os três colegas, teremos ao todo 12 partes.

Então fica fácil visualizar o total de $\frac{4}{12}$ que corresponde a terça parte da pizza.

Fonte: http://praquefracao.blogspot.com/p/processo.html

Cada um dos colegas comeu: $\frac{1}{4}$ + $\left(\frac{1}{3} \text{ de } \frac{1}{4}\right)$, ou seja,

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

Desenho das pizzas para ser usado pelos alunos.

Figura 49 – Pizzas inteiras

Fonte: http://praquefracao.blogspot.com/p/processo.html

8 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Acreditamos que a Metodologia de Resolução de Problemas seja um facilitador da aprendizagem, pois faz com que o aluno compreenda a natureza do pensamento matemático e ajuda na familiarização com as ideias matemáticas essenciais e significativas, desenvolvendo a imaginação, criatividade e o raciocínio lógico.

A Resolução de Problemas consiste em apresentar ao aluno situações que estimule o pensamento reflexivo e uma busca de soluções satisfatórias, que visem a descoberta e o entendimento por parte do aluno, sendo assim uma forma prazerosa de entender e aprender, desse modo, fixando melhor o conteúdo estudado.

Para que se efetive realmente a inter-relação entre Resolução de Problemas, frações e ensino-aprendizagem torna-se necessário considerar o contexto social e cultural do aluno, selecionando temas significativos e atrativos para a faixa etária do aluno. Deve-se, também, promover a participação efetiva dos alunos na realização das tarefas, de modo a propiciar uma aprendizagem mais significativa e duradoura.

Esperamos que este trabalho seja um estímulo para a diversificação de atividades de ensino em sala de aula e que através da Resolução de Problemas, os professores proponham novas questões que desenvolvam o pensamento numérico, espacial e lógico e a relação entre áreas do conhecimento contribuindo para o desenvolvimento de habilidades e competências para aprender frações como uma pequena porção dentro do vasto campo que é Matemática.

REFERÊNCIAS

A77. Disponível em: <http://www.a77.com.br/dicionario/dicionario_ilustrado_letra_j.php>. Acesso em: 10 fev. 2011.

BERTONI, N. E. Um novo Paradigma no Ensino e Aprendizagem das Frações. In: ENEM, 8., Recife. **Anais do 8º Encontro Nacional de Educação Matemática**. Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2004. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/15/PA01.pdf>. Acesso em: 02 ago. 2010.

BERTONI, N. E. A Construção do Conhecimento sobre Número Fracionário. In: **Boletim de Educação Matemática -** BOLEMA Vol. 21, n. 31. Rio Claro: UNESP. 2008. Disponíel em: <http://cecemca.rc.unesp.br/ojs/index.php/bolema/article view/2111>. Acesso em: 28 mar. 2011.

BOYER, C. B. **História da matemática**. São Paulo: Edgard Blücher, 1996.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** matemática. 5ª a 8ª séries. Secretaria de Educação Fundamental. - Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Sistema Nacional de Avaliação da Educação Básica. **Relatório SAEB 2001**: matemática. Brasília: MEC, 2002.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **LEI n.º 9394, de 20.12.96, Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional**. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seesp/arquivos/pdf/lei9394_ldbn1.pdf.> Acesso em: 02 nov. 2010.

CAMPOS, T. A idéia de unidade na construção do conceito do número racional. **REVEMAT -** Revista Eletrônica de Educação Matemática. v.2, p.68-93, UFSC. Florianópolis, 2007. Disponível em:< http://www.periodicos.ufsc.br/index.php/revemat >. Acesso em: 15 nov. 2010.

COSTA, A. C. Operações com frações x dificuldades na resolução de Problemas. In: **IX Encontro Nacional de Educação Matemática**. Belo Horizonte: UNI-BH, 2007. Disponível em: <http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/Comunicaçao_Cientifica/Trabalhos/CC47115084220T.doc>. Acesso em: 03.set. 2010.

DANTE, L. R. **Didática da resolução de problemas de matemática.** 8. ed. São Paulo: Ática, 1996.

DANTE, L. R. **Matemática 4:** vivência & construção. São Paulo: Ática, 2000.

DESENHOS All Print. 2010. Disponível em : <http://desenhosallprint. blogspot.com /2010/05/ desenho-de-pera-para-imprimir-e-colorir.html>. Acesso em: 25 mar. 2011.

ENSINO fundamental: frações e números decimais. Disponível em: <http://pessoal.sercomtel.com.br/matematica/fundam/fracoes/fracdec.htm>. Acesso em: 19 out. 2010.

FLEMMING, D. M., LUZ, E. F., MELLO, A. C. C. **Tendências em educação matemática.** 2. ed. Palhoça: Unisul Virtual, 2005.

GIFS e Desenhos. 2011. Disponível em: <http://gifsedesenhos .blogspot.com /2008/12/desenho-de-laranja-para-colorir-fruta.html> Acesso em: 25 mar. 2011.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 1991.

GIOVANNI, J. R., CASTRUCCI, B., GIOVANNI JR, J. R. **A conquista da matemática**. São Paulo: FTD, 1998.

GISELLE-curiosidades.blogspot.com. Disponível em: <http://2.bp. blogspot. com/ _ViA01ivugcw/SfheAbJec5I/AAAAAAAAEfg/pC_Qnre3Bk4/s400/desenho-de-melancia-para-colorir-e-imprimir-desenho-de-frutas.jpg>. Acesso em: 20 mar. 2011.

GUELLI, O. **Matemática:** uma aventura do pensamento. São Paulo: Ática, 2001.

HISTÓRIA da matemática: origem. evolução. Limeira: 1996. Disponível em: <http://www.portalsaofrancisco.com.br/alfa/historia-da-matematica/historia-da-matematica-7.php>. Acesso em: 05 maio 2011.

HUAMAN, R. R. H. **A resolução de problemas no processo de ensino-aprendizagem:** avaliação de matemática na e além da sala de aula. 2006. 247 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2006.

HUAMAN, R. R. H. **Um olhar para a sala de aula a partir da resolução de problemas e modelação matemática – I SERP.** Rio Claro, out. 2008. Disponível em**:** <http://www.rc.unesp.br/serp/trabalhos_completos/completo9.pdf>. Acesso em: 20 jun. 2011.

IEZZI, G.; DOLCE, O.; MACHADO, A. **Matemática e realidade**. 5. ed. São Paulo: Atual, 2005.

MORI, I. ONAGA, D. S. **Matemática:** idéias e desafios - 5ª série. 14. ed. reform. São Paulo: Saraiva, 2005.

MOUTINHO, L. V. **Fração e seus diferentes significados:** um estudo com alunos das 4ª e 8ª séries do ensino fundamental. PUC/SP. São Paulo, 2005 Disponível em:<http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/MOUTINHO_leonel_valpereiro.html>. Acesso em: 16 maio 2011.

NOVA ESCOLA: edição especial – Planos de Aula 2 – Matemática. São Paulo: Abril, 2011.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática.** Porto Alegre: Artes Médicas, 1997.

OFICINA de frações. Faculdade Evangélica de Brasília. Brasília, 2008. Disponível em: <http://www.slideshare.net/mifasoares/oficina-de-fraes>. Acesso em: 05 mar. 2011.

OLIVEIRA, Tatiane. **Gifs e desenhos**. 2009. Disponível em: <http://gifsedesenhos .blogspot.com/2008/12/desenho-de-laranja-para-colorir-fruta.html>. Acesso em: 10 fev. 2011.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V.(Org.). **Pesquisa em Educação Matemática.** São Paulo: Editora UNESP, 1999. p.199-220.

ONUCHIC, L. R. Uma história da resolução de problemas no Brasil e no Mundo. In: I Seminário em resolução de problemas. UNESP – Rio Claro, 2008. Disponível em: <http://www.rc.unesp.br/serp/trabalhos_completos/completo3.pdf>. Acesso em: 20 out. 2010.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-prendizagem de matemática através da resolução de problemas**.** In: BICUDO, M. A. V.; BORBA, M. C. (Orgs). **Educação Matemática:** pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez, 2004. p. 213-231.

ONUCHIC, L. R.; BOTTA, L. S. Uma nova visão sobre o ensino e a aprendizagem dos números racionais. **Revista de Educação Matemática**, São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Ano 5, n. 3, p. 5-11, 1997.

PASQUALOTTI. A. **Contando a história da matemática:** A invenção dos Números**.** Passo Fundo: Editora UPF, 1998. Disponível em: <http://usuarios.upf. br/~pasqualotti /hiperdoc/matematica.htm>. Acesso em: 15 maio 2011.

PIRES, M. N. M., GOMES, M. T. **Resolução de problemas.** Curitiba: Batel, 2009. Disponível em: <http://www.portalava.com.br/ava/includes/cursos_atualizacao/ Fundamentos_teoricos_do_pensamento_matematico/fundamentos_do_pensamento _matematico_capitulo1.pdf>. Acesso em: 04 out. 2010.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas.** 2. ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

PRA que fração. Disponívem em: <http://praquefracao. blogspot. com/p/ processo. html>. Acesso em: 16 jul. 2011.

PROBLEMAS matemáticos: caracterização, importância e estratégias de resolução. In: Seminário de Resolução de Problemas. IME – USP, 2001. Disponível em: <http://www.ime.usp.br/~trodrigo/documentos/mat450/mat450-2001242-seminario-8-resolucao_problemas.pdf>. Acesso em: 10 mar. 2011.

PROJETO ARARIBÁ: Matemática. 1. ed. São Paulo: Moderna, 2006.

REFERÊNCIAS Curriculares do Estado do Rio Grande do Sul: matemática e suas Tecnologias/SEC – Porto Alegre: SE/DP, 2009.

REVISTA DE EDUCAÇÃO E MATEMÁTICA. São Paulo: Abril, n. 84, 2005.

REVISTA NOVA ESCOLA. Disponível em: <http://revistaescola.abril. com. br / matematica/pratica-pedagogica/composicao-quantidades-fracoes-500726. shtml > . Acesso em: 20 mar. 2011.

SCHEIDMANDEL, N. A. **Frações:** matemática 5ª série**.** Chapecó, 2008. Disponível em: <http://www.colegioinovacao.com.br / cms/ documentos/ fracoes_5_ serie_ matematica.pdf>. Acesso em: 10 ago. 2011.

SCHOENFELD, A. **Mathematical problem solving**. New York, NY: Academic Press, 1985. Disponível em:<http://www.sbem.com.br/files/viii/pdf/01/CC29575478304.pdf>. Acesso em: 10 mar. 2011.

SMARTKIDS.com.br. Disponível em: <http://www.smartkids.com.br/especiais /esportes-basquete.html>. Acesso em: 28 abr. 2011.

SORATTO, S. L. **O processo ensino aprendizagem de frações segundo a concepção de alunos de 5as séries do ensino fundamental.** 2005. 39 f. Monografia (Especialização em Educação Matemática) - Universidade do Extremo Sul Catarinense – UNESC, Criciúma, 2005.

STRASSACAPPA, A. A Resolução de problemas no ensino de frações. In: Programa de formação continuada PDE - Programa de Desenvolvimento Educacional. UEL. Londrina: 2008. Disponível em: < HTTP://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/ pde/arquivos/75-4.pdf>. Acesso em: 20 jun. 2011.

TOP games kids. 2012. Disponível em: <HTTP://www.topgameskids.com.br/ pesquisar/?pesquisa=++balde&mdl=>. Acesso em: 14 fev. 2011.

TEIXEIRA, A. M**. O Professor, o ensino de frações e o livro didático:** um estudo investigativo. 2008. 195 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática). Disponível em: **<**http://www.pucsp.br/pos/edmat/mp/dissertacao /alexis_martins_teixeira.pdf>. Acesso em: 03 maio 2011.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. Instituto de Ciências Matemáticas e Computação. **Matemática**: curso para professores de 1ª a 4ª série do ensino fundamental. 1999. Disponível em: <HTTP://educar.sc.usp.br/matematica/m5p1t6.htm>. Acesso em: 18 abr. 2011.

UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO. **História da matemática**. 2003. Disponível em: < http://educar.sc.usp.br/licenciatura/2003/hm/page03.htm>. Acesso em: 20 mar. 2011.

WIKIPEDIA. Fração. Disponível em: <http://pt.wikipedia.org/wiki/Fra% C3%A7%C3% A3o>. Acesso em: 02 mar 2011.

ZACARIAS, Margarete Lucia Ceolin. **Uma proposta de ensino de frações usando a metodologia de resolução de problemas**. 2011. 84 p. Monografia (Especialização em Tecnologia no Ensino de Matemática) – Universidade Federal do Pampa, Alegrete, 2011.