

ORGANIZADORES

EVERSON JONATHA GOMES DA SILVA

LEANDRO BLASS

ANDERSON LUIS JESKE BIHAIN

CRISTIANO PERES OLIVEIRA

FRANCIELI APARECIDA VAZ

MATEM@TICA NA PR@TICA

PRÁTICAS INOVADORAS E REFLEXÕES NO ENSINO DE MATEMÁTICA


unipampa

Universidade Federal do Pampa

UAB

**UNIVERSIDADE
ABERTA DO BRASIL**

Matem@tica Na Pr@tica:

Práticas Inovadoras e Reflexões no Ensino de Matemática

Organizadores

Everson Jonatha Gomes da Silva

Leandro Blass

Anderson Luis Jeske Bihain

Cristiano Peres Oliveira

Francieli Aparecida Vaz

Publicação do Curso de Especialização em Mídia e Educação financiada com recursos da Universidade Aberta do Brasil – UAB – em parceria com a Universidade Federal do Pampa – UNIPAMPA.

Coordenação UAB/Unipampa

Coordenadora Geral: Caroline Ferreira Mainardi

Coordenador Adjunto: Mauricio Aires Vieira

O conteúdo deste livro é de exclusiva responsabilidade dos autores.
A reprodução não autorizada desta publicação, por qualquer meio, seja total ou parcial, constitui violação da Lei nº 9.610/98.

ISBN 978-65-983030-7-5

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP) (Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Matem@tica na pr@tica [livro eletrônico] :
práticas inovadoras e reflexões no ensino de
matemática / organizadores Everson Jonatha Gomes
da Silva...[et al.]. -- Santana do Livramento,
SP : Innova Media Comunicação e Serviços
Empresariais, 2024.
PDF

Vários autores.

Outros organizadores: -serif">Leandro Blass,
Anderson Luis Jeske Bihain, Cristiano Peres Oliveira,
Francieli Aparecida Vaz.

Bibliografia.

ISBN 978-65-983030-7-5

1. Inovações educacionais 2. Matemática - Estudo e
ensino 3. Reflexões I. Silva, Everson Jonatha Gomes
da. II. Blass, Leandro. III. Bihain, Anderson Luis
Jeske. IV. Oliveira, Cristiano Peres. V. Vaz,
Francieli Aparecida.

24-216722

CDD-510.7

Índices para catálogo sistemático:

1. Matemática : Estudo e ensino 510.7

Eliane de Freitas Leite - Bibliotecária - CRB 8/8415

Dr. Everson Jonatha Gomes da Silva	Bacharel em Matemática Aplicada (UFRGS) Mestre e Doutor em Engenharia Mecânica (UFRGS) lattes: http://lattes.cnpq.br/8051531823282859
Dr. Leandro Blass	Licenciado em Matemática (UNIJUÍ) Mestre em Modelagem Matemática (UNIJUÍ) Doutor em Modelagem Computacional (UERJ) lattes: http://lattes.cnpq.br/7385942137403019
Dr. Anderson Luis Jeske Bihain	Licenciado em Matemática (UNIJUÍ) Mestre em Modelagem Matemática (UNIJUÍ) Doutor em Modelagem Computacional (UERJ) lattes: http://lattes.cnpq.br/8636427420690720
Dr. Cristiano Peres Oliveira	Licenciado em Matemática (UFPEI) Mestre e Doutor em Modelagem Computacional (FURG) lattes: http://lattes.cnpq.br/0415207663105617
Dra. Francieli Aparecida Vaz	Licenciada em Matemática (URI) Mestre e Doutora em Matemática Aplicada (UFRGS) lattes: http://lattes.cnpq.br/8115629381483348

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	08
UTILIZANDO JOGOS PARA O ENSINO DE FUNÇÕES DO PRIMEIRO E SEGUNDO GRAU COM ESTUDANTES DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO	09
Andressa Aparecida do Prado; Anderson Luís Jeske Bihain; Cristiano Peres Oliveira; Everson Jonatha Gomes da Silva; Francieli Aparecida Vaz; Leandro Blass	
A UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA PARA A CONSTRUÇÃO DE TRIÂNGULOS RETÂNGULOS E SUAS RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS UMA TURMA DO ENSINO MÉDIO	21
Cléia Dalcul da Silva Oliveira; Francieli Aparecida Vaz; Anderson Luis Jeske Bihain; Cristiano Peres Oliveira; Everson Jonatha Gomes da Silva; Leandro Blass	
DESENVOLVIMENTO DE UM PROJETO SOBRE O DESPERDÍCIO DE ALIMENTOS EM UMA ESCOLA COM O AUXÍLIO DA MATEMÁTICA CRÍTICA E DA METODOLOGIA POR PROJETOS	33
Daniella Thiemy Sada da Silva; Francieli Aparecida Vaz; Leandro Blass; Anderson Luis Jeske Bihain; Cristiano Peres Oliveira; Everson Jonatha Gomes da Silva	
EXPERIMENTANDO NA PRÁTICA CONCEITOS DA ANÁLISE COMBINATÓRIA DESDE O ENSINO FUNDAMENTAL	44
Diego de Vargas Matos; Francieli Aparecida Vaz; Cristiano Peres Oliveira; Anderson Luis Jeske Bihain; Everson Jonatha Gomes da Silva; Leandro Blass	
EXPLORANDO A MODELAGEM MATEMÁTICA NO ESTUDO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL NO CRESCIMENTO DO BOLOR (MOFO) DO PÃO: UMA ABORDAGEM DIDÁTICA EM SALA DE AULA	54
Dinane Maria Alves de Medeiros; Anderson Luís Jeske Bihain; Everson Jonatha Gomes da Silva; Cristiano Peres Oliveira Francieli Aparecida Vaz; Leandro Blass	
ENSINO DAS FUNÇÕES AFIM E EXPONENCIAL NA 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO: RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA COM MODELAGEM MATEMÁTICA	64
Eduardo de Vasconcelos Martins; Leandro Blass; Francieli Aparecida Vaz; Anderson Luis Jeske Bihain; Cristiano Peres Oliveira; Everson Jonatha Gomes da Silva	

APRENDENDO ATRAVÉS DO PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM EM SITUAÇÕES DO COTIDIANO	75
Eliane de Fraga Silveira; Everson Jonatha Gomes da Silva; Cristiano Peres Oliveira; Anderson Luis Jeske Bihain; Francieli Aparecida Vaz; Leandro Blass	
O ENSINO DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: Aplicação de uma SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE MATEMÁTICA FINANCEIRA	87
Eudson dos Prazeres Brito; Cristiano Peres Oliveira; Leandro Blass; Anderson Luis Jeske Bihain; Everson Jonatha Gomes da Silva; Francieli Aparecida Vaz	
RELATO DE “ARQUITETANDO: A MATEMÁTICA NA CONSTRUÇÃO DA PLANTA BAIXA DA ESCOLA”, TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO DO CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO: MATEM@TICA NA PR@TICA	95
Heidi Daiana Machado de Oliveira; Cristiano Peres Oliveira; Francieli Aparecida Vaz; Anderson Luis Jeske Bihain; Everson Jonatha Gomes da Silva; Leandro Blass	
A UTILIZAÇÃO DE JOGOS COMO ESTRATÉGIA PARA APRIMORAR A PARTICIPAÇÃO DOS ALUNOS NO ENSINO DE FRAÇÕES	104
Jezabel Machado Costa; Anderson Luis Jeske Bihain; Cristiano Peres Oliveira; Everson Jonatha Gomes da Silva; Francieli Aparecida Vaz; Leandro Blass	
A CRIPTOGRAFIA COMO TEMA MOTIVADOR NA APRENDIZAGEM DE CONTEÚDOS MATEMÁTICOS	114
Lúcia Adriana Gudaites; Francieli Aparecida Vaz; Leandro Blass; Anderson Luis Jeske Bihain; Cristiano Peres Oliveira; Everson Jonatha Gomes da Silva	
PROJEÇÕES ORTOGONAIS DE OBJETOS TRIDIMENSIONAIS NO ENSINO MÉDIO	125
Mariana Lima Duro; Leandro Blass; Anderson Luis Jeske Bihain; Cristiano Peres Oliveira; Everson Jonatha Gomes da Silva; Francieli Aparecida Vaz	
UM ESTUDO SOBRE O ENSINO DE FUNÇÃO AFIM UTILIZANDO A MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO	135
Mirian Porto Azambuja; Cristiano Peres Oliveira; Everson Jonatha Gomes da Silva; Anderson Luis Jeske Bihain; Francieli Aparecida Vaz; Leandro Blass	

ABORDAGEM INVESTIGATIVA E COLABORATIVA NO ESTUDO DOS POLIEDROS DE PLATÃO: UMA ESTRATÉGIA PARA ENRIQUECER O ENSINO	144
Nathália de Barcellos Pinheiro Azeredo; Anderson Luís Jeske Bihain; Francieli Aparecida Vaz; Cristiano Peres Oliveira; Everson Jonatha Gomes da Silva; Leandro Blass	
<hr/>	
A FUNÇÃO LINEAR SOB A PERSPECTIVA DE SALÁRIOS E PROFISSÕES: A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO MÉDIO	153
Nicoli Peroza Ramos; Leandro Blass; Cristiano Peres Oliveira; Anderson Luis Jeske Bihain; Everson Jonatha Gomes da Silva; Francieli Aparecida Vaz	
<hr/>	
DESVENDANDO AS ELEIÇÕES BRASILEIRAS DE 2022: UMA ABORDAGEM INOVADORA NA ESTATÍSTICA DO ENSINO MÉDIO	163
Rosane Beatriz da Cruz Pacheco Reis, Anderson Luís Jeske Bihain; Everson Jonatha Gomes da Silva; Cristiano Peres Oliveira; Francieli Aparecida Vaz; Leandro Blass	
<hr/>	
MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA METODOLOGIA PARA APLICAÇÃO DE FUNÇÕES EXPONENCIAIS	174
Sâmela Taís Gonzalez do Prado; Cristiano Peres Oliveira; Anderson Luis Jeske Bihain; Everson Jonatha Gomes da Silva Francieli Aparecida Vaz; Leandro Blass	
<hr/>	
RE(PENSAR) AS SIMETRIAS DE FIGURAS PLANAS COM UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA	184
William Joaquim Santos de Santana; Leandro Blass; Anderson Luis Jeske Bihain; Cristiano Peres Oliveira; Everson Jonatha Gomes da Silva; Francieli Aparecida Vaz	

APRESENTAÇÃO

Matem@tica na Pr@tica: Práticas Inovadoras e Reflexões no Ensino de Matemática

Em um contexto educacional marcado por desafios constantes e rápidas transformações, o ensino de matemática no Ensino Médio ocupa um lugar de destaque. Diante da necessidade de adaptar-se às demandas emergentes e promover práticas pedagógicas inovadoras, os professores têm buscado novas abordagens e estratégias para engajar os alunos e promover a aprendizagem.

Este *e-book*, fruto do comprometimento e da dedicação dos professores orientadores e seus alunos do curso “Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio: Matemática na Prática”, surge como uma maneira de compartilhar experiências, reflexões e práticas pedagógicas que possam contribuir para o aprimoramento do ensino da matemática.

Reunindo relatos de experiência e análises de professores e alunos de diferentes regiões do Rio Grande do Sul, este trabalho oferece um panorama diversificado e enriquecedor das abordagens utilizadas no ensino de matemática. Desde metodologias ativas até o uso de tecnologias educacionais, passando pela avaliação formativa e pela promoção da inclusão, os autores compartilham suas vivências e aprendizados, oferecendo *insights* valiosos para os educadores em busca de práticas inovadoras e eficazes.

Intitulado “Práticas Inovadoras no Ensino de Matemática: Experiências e Reflexões”, este *e-book* convida você, caro leitor, a mergulhar em um universo de conhecimento e inspiração. Que este trabalho possa estimular novas reflexões, promover o compartilhamento de ideias e contribuir para o desenvolvimento de novas maneiras de ensinar e aprender matemática de forma dinâmica, inclusiva e significativa. Desejamos a todos uma leitura inspiradora e transformadora.

Anderson Luis Jeske Bihain
Everson Jonatha Gomes da Silva
Leandro Blass
Cristiano Peres Oliveira
Francieli Aparecida Vaz

UTILIZANDO JOGOS PARA O ENSINO DE FUNÇÕES DO PRIMEIRO E SEGUNDO GRAU COM ESTUDANTES DO 1º ANO DO ENSINO MÉDIO

Andressa Aparecida do Prado
Anderson Luís Jeske Bihain
Cristiano Peres Oliveira
Everson Jonatha Gomes da Silva
Francieli Aparecida Vaz
Leandro Blass

RESUMO

Este estudo propõe uma abordagem pedagógica alternativa para o aprendizado de funções do 1º e 2º graus, revisando os elementos-chave de cada tópico, como construção gráfica, raízes, vértice, coeficientes e identificação de funções. Explora-se a relevância de incorporar abordagens lúdicas no ensino de funções, respaldada por pesquisadores e pela Base Nacional Comum Curricular. Para implementar essa abordagem, foram empregados jogos de bingo e um jogo de resposta desenvolvido na plataforma online WordWall. O estudo incluiu um planejamento de quatro aulas, cada uma com 45 minutos de duração, ministradas em uma Escola Estadual de Ensino Médio em Roseira/SP, com a participação de 16 alunos do primeiro ano do Ensino Médio na disciplina de Matemática. Após a conclusão das atividades, os alunos foram convidados a preencher um formulário online hospedado na plataforma Google Forms. Os resultados indicaram que as atividades práticas com jogos foram eficazes na construção do conhecimento sobre os conteúdos abordados. Conclui-se que a incorporação de jogos desempenhou um papel significativo como facilitador do processo de ensino-aprendizagem, promovendo envolvimento e engajamento por meio da interação e feedback dos alunos.

Palavras-chave: ensino médio, funções, jogos.

1 - INTRODUÇÃO

As funções matemáticas desempenham um papel fundamental na compreensão de diversas aplicações no cotidiano. No ensino médio, o estudo das funções de 1º e 2º graus é uma parte integrante da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e dos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM). No entanto, ensinar esses conceitos abstratos pode ser desafiador, requerendo abordagens inovadoras para envolver os alunos de maneira significativa.

Este estudo propõe a utilização de jogos como uma metodologia pedagógica eficaz para o ensino de funções, buscando melhorar a compreensão e o engajamento dos alunos. A abordagem lúdica é respaldada por pesquisadores, como Borin (2007), que destacam a eficácia dos jogos em superar bloqueios emocionais relacionados à Matemática.

O objetivo desta pesquisa é revisar os conceitos de funções de 1° e 2° graus por meio do uso de jogos, com metas específicas, como identificação de funções, determinação de coeficientes e raízes, reconhecimento de gráficos, entre outros. Além disso, busca-se promover o engajamento dos alunos e obter sua percepção sobre as atividades propostas.

Adotando uma abordagem qualitativa devido ao número limitado de participantes, a pesquisa visa explorar de forma mais profunda e subjetiva o problema de aprendizagem dos alunos, buscando soluções efetivas para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem.

O texto está organizado em seis capítulos, começando com a introdução, seguida por uma fundamentação teórica sobre o uso de jogos no ensino de funções, o planejamento da sequência didática, o relato das aulas ministradas, a análise dos dados coletados e, por fim, as considerações finais e trabalhos futuros, acompanhados de referências bibliográficas.

2 - METODOLOGIA

A abordagem educacional que promove a participação ativa dos alunos e os coloca como protagonistas na construção de seu conhecimento é uma técnica centrada no desenvolvimento de habilidades, priorizando-o sobre a simples transmissão de informações (TOTVS, 2022). Inspirada na perspectiva pedagógica de Freire, essa abordagem defende que os professores assumam o papel de facilitadores do processo de aprendizagem, auxiliando os alunos no desenvolvimento de autonomia, criatividade e pensamento crítico.

O professor, conforme delineado por Freire em “Pedagogia da Autonomia” (1996), deve fomentar o diálogo e a reflexão, indo além da mera transmissão passiva de conhecimento. Nesse contexto, é crucial que os educadores orientem os alunos no desenvolvimento de habilidades práticas, como resolução de problemas, expressão de ideias, trabalho em equipe, e outras competências essenciais, como independência, iniciativa, cooperação e responsabilidade.

A incorporação de jogos no ambiente educacional tem se destacado como uma prática promissora para aprimorar o processo de ensino-aprendizagem. De acordo com Prensky (2012), os jogos proporcionam um ambiente envolvente e estimulante, facilitando a construção significativa de conhecimento. Além disso, os jogos contribuem para o desenvolvimento de habilidades socioemocionais, incluindo colaboração, resiliência e criatividade, aspectos cruciais para a formação integral dos estudantes.

2.1 Jogos no Ensino

A cultura popular não literária está cada vez mais contribuindo para o desenvolvimento de capacidades mentais, comparáveis àquelas adquiridas pela leitura. Isso é evidente no aprimoramento de jogos, sejam virtuais ou manuais, que promovem habilidades visuais e raciocínio lógico. Em sala de aula, enfrentamos o desafio de atrair a atenção dos alunos e motivá-los para o aprendizado. Portanto, é crucial explorar novas abordagens metodológicas para reforçar a educação.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018) encoraja a adoção de métodos inovadores para atender às expectativas de competências e habilidades. No entanto, isso requer das instituições educacionais uma atualização das práticas pedagógicas, já que as aulas expositivas não satisfazem as necessidades dos alunos contemporâneos. Nota-se uma aversão à Matemática entre os alunos, o que pode resultar em dificuldades de aprendizado. Utilizar jogos matemáticos pode ser uma estratégia eficaz para sensibilizar os alunos para a importância da disciplina, permitindo uma abordagem lúdica ao pensamento matemático.

Os benefícios do uso de jogos em sala de aula são diversos:

Engajamento: Os jogos são poderosos para envolver e tornar o processo de aprendizagem interessante.

Aprendizagem ativa: Incentivam a participação ativa dos alunos, envolvendo-os na tomada de decisões e na resolução de problemas.

Memória: Melhoram a retenção de informações de forma mais significativa e emocional.

Colaboração: Promovem a colaboração e o trabalho em equipe, essenciais para alcançar objetivos comuns.

Desenvolvimento de habilidades: Auxiliam no desenvolvimento de habilidades como resolução de problemas, pensamento crítico, criatividade, comunicação e liderança.

Variedade e Diversidade: Introduzem variedade nas atividades de aprendizagem e podem ser aplicados a uma variedade de temas e tópicos.

Em resumo, os jogos em sala de aula oferecem uma abordagem envolvente e benéfica, proporcionando uma forma lúdica de aprendizado que contribui para o desempenho acadêmico e o desenvolvimento de habilidades essenciais. Isso é respaldado pela incorporação de elementos de jogo nas atividades, seguindo orientações motivacionais (SILVA; SALES; CASTRO, 2019).

Figura 1 - Representação Esquemática dos Elementos de Jogos Interconectados.



Fonte: SILVA; SALES; CASTRO, 2019

O uso de jogos tem apresentado resultados positivos no ensino, motivando os alunos e melhorando o comprometimento e desempenho escolar (TELEB et al., 2015 apud RAMOS; KNAUL; ROCHA, 2020). Esses jogos proporcionam facilidade na identificação de informações importantes, planejamento de estratégias e busca de soluções criativas, especialmente em contextos matemáticos. Vale ressaltar que jogos digitais e manuais diferem na complexidade de interação e na capacidade de regular regras e decisões por meio de recursos tecnológicos (SCHUYTEMA, 2008).

O uso de jogos no ensino visa criar envolvimento, interesse e eficiência na realização de tarefas específicas, alterando positivamente o comportamento dos indivíduos.

2.2 Exploração do Conceito de Funções

O estudo de funções é uma parte essencial do currículo de matemática no ensino médio, sendo fundamental para a resolução de problemas em diversas áreas, conforme destacado por Pimentel e Oliveira (2017). Compreender funções não só é crucial para campos como física, economia e engenharia, mas também promove o desenvolvimento de habilidades críticas, como raciocínio lógico.

No Ensino Fundamental, a introdução à álgebra evolui ao longo dos anos, culminando no entendimento de fórmulas no ensino médio. Melara (2009) alerta que uma abordagem mecânica ao ensino da matemática pode resultar em exclusão social devido a dificuldades na compreensão da álgebra, levando a notas baixas e reprovação.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (PCNEM) (BRASIL, 1999) enfatizam o papel formativo da matemática, contribuindo para o raciocínio dedutivo e a estruturação do pensamento. Além disso, destacam a importância da matemática como uma ciência com características próprias.

No ensino médio, o estudo de funções vai além das representações gráficas, abordando o comportamento de fenômenos relacionados à matemática e outras ciências. O conteúdo das funções polinomiais de primeiro grau é relevante nos cursos de educação matemática básica (GODOY; CARRETA, 2008; RODRIGUES, 2019; NASSER; CARDOSO, 2020).

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 2002, 2006) ressaltam o poder e a importância do conceito de função, permitindo ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências. Assim, o ensino de funções deve articular diferentes formas de representação de maneira eficaz.

3 - RELATO DE EXPERIÊNCIA

No desenvolvimento da sequência didática sobre funções de 1° e 2° graus, objetivando proporcionar um ambiente de aprendizagem dinâmico e engajador, optou-se por integrar metodologias inovadoras, empregando jogos como ferramenta pedagógica. Este relato sintetiza o planejamento, aplicação e análise a priori e a posteriori dessas atividades.

A análise a priori é um procedimento metodológico, permite antecipar possíveis cenários de aprendizagem, destacando variáveis didáticas que podem influenciar o progresso dos estudantes (MELO, 2009). A pesquisa aplicada, de natureza qualitativa, foi realizada durante o Curso de Especialização para Professores do Ensino Médio de Matemática na Prática da Universidade Federal do Pampa. A intervenção ocorreu na Escola Estadual Professor André Broca, em Roseira/SP, envolvendo uma turma do 1º ano do Ensino Médio composta por 16 alunos.

A pesquisa aplicada caracteriza-se por seu interesse prático, visando a imediata aplicação dos resultados na resolução prática de desafios reais no contexto educacional (MARCONI; LAKATOS, 2017). Antes da intervenção, identificou-se, por meio de revisão e análise de histórico, as deficiências prévias dos alunos no entendimento de funções.

3.1 Planejamento e Análise a Priori

O planejamento da aula abrangeu uma revisão do conteúdo de funções do 1º e 2º grau, considerando o histórico de dificuldades dos alunos. Identificou-se, previamente, a necessidade de intervenção, delineando soluções conectadas ao despertar do interesse dos estudantes pelo conteúdo matemático.

A sequência didática foi estruturada complementarmente aos estudos, utilizando jogos para promover o engajamento e a fixação do conteúdo. Os objetivos incluíram a identificação de funções, a determinação de coeficientes, raízes e vértices, além do reconhecimento de gráficos, entre outras especificidades de cada função estudada.

A proposta incluiu duas atividades: o “Bingo das Funções do 1º e 2º Grau” e o jogo “Resposta ao Item” na plataforma WordWall. Ambos foram elaborados com o intuito de construir saberes sobre funções, abordando definição, aplicação, construção e análise de gráficos. A preparação para os encontros presenciais incluiu o envio de material teórico e prático aos alunos. Essa etapa visava revisar e praticar o conteúdo antes das atividades em sala de aula. Agora, para consolidar o aprendizado, foram desenvolvidos jogos.

A “Atividade 1” consistiu no “Bingo das Funções”, utilizando o Bingo Baker para criar cartelas e o GeoGebra para os gráficos. A “Atividade 2”, “Resposta ao Item”, foi hospedada na plataforma WordWall, incorporando elementos gamificados para proporcionar uma experiência mais envolvente aos alunos.

Durante a análise das atividades, buscou-se criar um ambiente descontraído e informal, incentivando os alunos a aplicarem conhecimentos matemáticos de forma lúdica. Intervenções pontuais do professor foram previstas caso lacunas no conhecimento prévio dos alunos prejudicassem o andamento dos jogos.

A escolha pelos jogos como estratégia pedagógica foi justificada pela aceitação ampla na literatura científica, destacando seu potencial para desenvolver habilidades importantes e tornar o aprendizado mais descontraído e desafiador (SOUZA, 2016). Essa abordagem também visava evitar defasagens na compreensão do conteúdo de funções. Ao longo do ano letivo, observou-se o interesse dos alunos por materiais manipuláveis e desafios. Diante da defasagem na compreensão de funções, os jogos foram ajustados como

alternativa eficaz para retomar e consolidar o conteúdo, alinhando-se às diretrizes do Currículo Paulista e da BNCC para o Ensino Médio.

A análise antecipada ressalta a necessidade de uma comunicação clara e efetiva entre professor e alunos. A implementação bem-sucedida dos jogos depende, em grande parte, da compreensão mútua das expectativas e regras. A priori, deve-se garantir que as instruções sejam claras e que os alunos compreendam o propósito educacional por trás das atividades lúdicas, promovendo uma atmosfera de cooperação e engajamento desde o início. Essa ênfase na comunicação proativa visa minimizar possíveis desafios de interpretação e otimizar o aproveitamento das estratégias didáticas propostas.

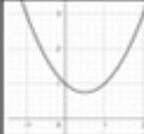
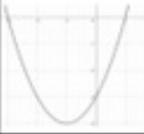
3.2 Aplicação e Análise a Posteriori

Nesta seção será delineada a execução prática das atividades propostas, destacando as considerações sobre sua aplicação e a análise dos resultados obtidos.

3.2.1 Primeiro Encontro

No primeiro dia presencial com a turma do 1º ano do Ensino Médio, composta por 16 alunos, a sala foi organizada em grupos de até 4 estudantes. A atividade inicial foi o jogo do bingo, cujo tema era funções do 1º e 2º grau. Optou-se pelo trabalho em grupo para promover benefícios coletivos, reunindo conhecimentos complementares. A plataforma online Bingo Baker foi utilizada para a elaboração das cartelas, inserindo conceitos como funções, gráficos e raízes. Durante o jogo, os alunos podiam consultar cadernos, discutir com colegas, mas o uso de celulares era proibido.

Figura 2 – Cartelas do Bingo Baker.

	$f(x) = x^2 + 13x - 26$	5 e -1
2 e 3	$f(x) = -x^2 - 8x - 1$	$f(x) = -12x^2 + 7x$
0 e -16	-8 e -25	

Fonte: Autor, 2024

A primeira parte, dedicada às funções do 1º grau, foi concluída com clareza e poucas intervenções da professora. Os vencedores foram 4 alunos de grupos distintos, eles conseguiram completar a cartela no tempo de aula previsto.

Figura 3 – Alunos Jogando Bingo.



Fonte: Autor, 2024

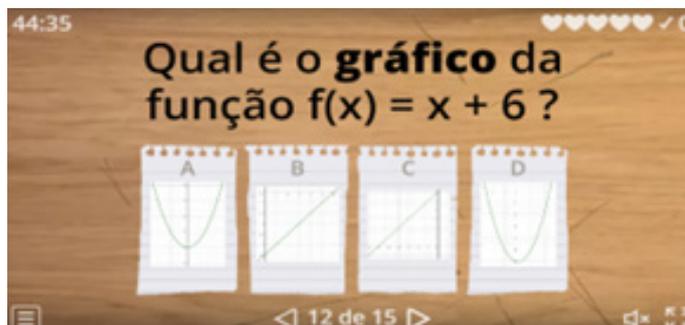
No decorrer do segundo período de aula, focalizou-se na execução do jogo do bingo relacionado à função do 2º grau, evidenciando desafios adicionais para os alunos ao abordarem cada pergunta. A intervenção da docente intensificou-se, englobando diálogos sobre a importância da revisão e da colaboração em grupo. A turma apresentou sinais de fadiga, resultando em uma diminuição das “pedras cantadas” no bingo. Como resposta a essa dinâmica, foi concedido um tempo adicional para a resolução das perguntas, permitindo uma abordagem mais calma e precisa, com a orientação ativa da professora nos grupos. Embora nenhum aluno tenha conseguido completar a cartela, sete estudantes alcançaram a vitória ao fechar o jogo nas linhas e colunas.

Ao encerrar a aula, a professora expressou sua gratidão pela participação dos alunos e os incentivou a compartilhar suas experiências em relação à aula diferenciada com jogos. As respostas foram, em sua maioria, positivas, destacando a motivação gerada pela competição em grupo e pela colaboração produtiva. Alguns alunos mencionaram o cansaço durante a segunda rodada, sugerindo a possibilidade de distribuir os dois tempos de aula para cada função em dias distintos, uma consideração a ser ponderada em futuras aplicações do jogo do bingo.

3.2.2 Segundo Encontro

O segundo encontro, também presencial, ocorreu no laboratório de informática, com 16 alunos divididos em duplas e trios. Utilizou-se o jogo online, nomeado “Uma Resposta”, na plataforma WordWall. Os alunos responderam 15 perguntas sobre funções do 1º e 2º graus, em uma competição com vidas limitadas.

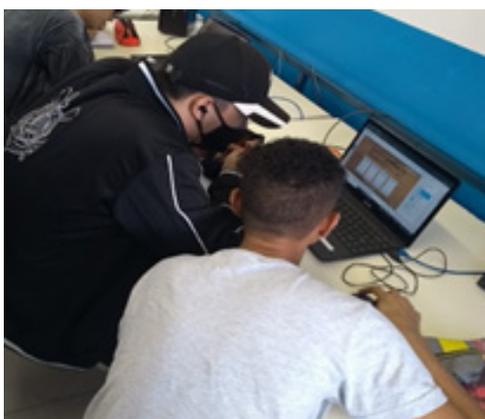
Figura 4 – Interface no computador de uma das perguntas.



Fonte: Autor, 2024

A professora circulava entre os grupos, auxiliando nas dúvidas e estimulando cálculos corretos. Assim também percebeu que alguns alunos estavam respondendo sem fazer as devidas contas, com isso, perderam “vidas” no jogo, o que causou um desconforto nos grupos, a partir disso a docente interveio e estimulou os cálculos no caderno e discussões sobre o assunto.

Figura 5 – Alunos trabalhando em grupo.



Fonte: Autor, 2024

Todos os grupos finalizaram próximo ao limite de 45 minutos. Após a competição, os vencedores foram premiados, e a docente discutiu com os alunos sobre a experiência.

Os feedbacks recebidos pela professora foram, em sua maioria, positivos e refletiram a apreciação dos alunos pela abordagem inovadora. Durante as conversas pós-atividade, os estudantes elogiaram o comprometimento da docente em auxiliá-los na compreensão das perguntas e na gestão do tempo durante a competição. A ausência do uso de celulares foi percebida como benéfica, proporcionando maior concentração e colaboração entre os colegas. Em comparação com a atividade anterior do jogo do bingo, os alunos expressaram menor cansaço, destacando que muitas dúvidas prévias foram esclarecidas, permitindo-lhes progredir nas questões de forma mais eficaz. No entanto, houve uma observação crítica em relação às imagens nas perguntas, apontando que as alternativas com imagens eram pequenas e dificultavam a identificação, especialmente ao analisar gráficos para encontrar raízes de funções. Os alunos sugeriram aprimoramentos na qualidade das imagens e prints extraídos do software Geogebra em futuras aplicações. Além disso, o en-

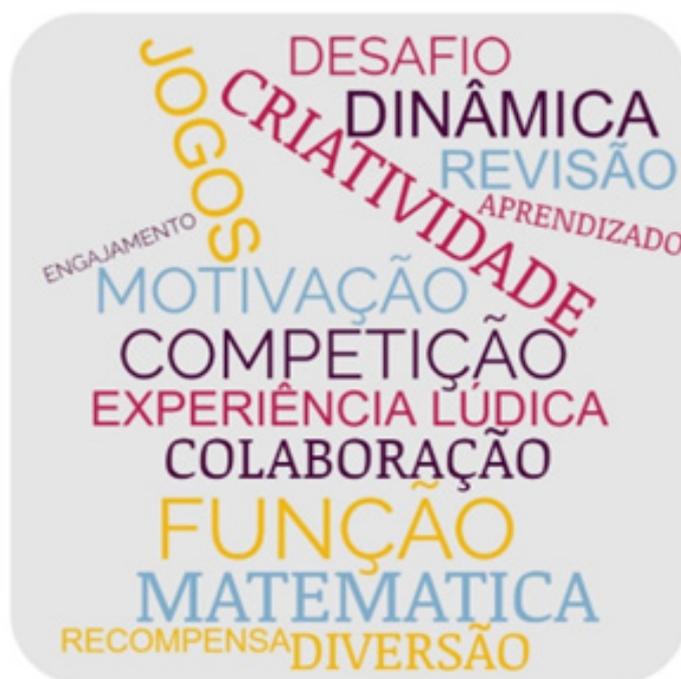
tusiasmo e dedicação dos alunos ao término das atividades foram evidentes, com solicitações modestas para a continuidade de atividades envolvendo jogos nos próximos bimestres.

4.3 Análise do Questionário

Um questionário aplicado ao final das atividades, revelou insights valiosos. Os alunos expressaram satisfação com as atividades, considerando-as eficazes para a compreensão dos conteúdos. A maioria não enfrentou dificuldades significativas, e a realização em duplas ou trios foi percebida como produtiva, favorecendo a interação e cooperação entre os estudantes.

Sobre a metodologia, os alunos destacaram a descontração, desafio, recompensa, engajamento e atratividade proporcionados pelos jogos. A eficácia do método foi ressaltada, sem sugestões significativas de modificação. Os jogos foram percebidos como fatores motivadores, promovendo aprendizado significativo. Entre as diversas questões na figura 6 mostra-se as palavras às quais os discentes deram maior destaque em relação às atividades desenvolvidas em sala de aula utilizando jogos. Através das respostas, foi possível notar elementos ligados aos jogos como desafio, recompensa, engajamento, dinamicidade e atratividade no processo de aprendizagem. Além desses aspectos, os alunos também mencionaram outros pontos relevantes, como o trabalho em grupo, a revisão de conteúdo e aulas mais atrativas, que puderam tornar o ensino de matemática mais eficaz.

Figura 6 – Nuvem de palavras que expressam os fatores facilitadores ao desenvolvimento dos jogos, entre os alunos.



Fonte: Autor, 2024

Os resultados obtidos na pesquisa destacam a receptividade positiva dos alunos em relação à incor-

poração de jogos tanto no ambiente tradicional de sala de aula quanto no laboratório de informática, evidenciando sua eficácia como ferramenta motivadora no ensino de matemática na área específica abordada. A abordagem lúdica dos jogos contribuiu para a satisfação dos alunos, validando o processo de aprendizado por meio de um desenvolvimento prático, conforme destacado por Rieder et al. (2005).

O jogo do bingo e a competição online emergiram como estratégias bem-sucedidas de intervenção educacional, conferindo dinamismo à sala de aula e incentivando o engajamento e a participação ativa dos alunos. Além disso, a eficácia dos trabalhos em equipe, conforme planejado e aplicado inicialmente, resultou em um desempenho dos alunos que superou as expectativas. Entretanto, alguns aspectos demandam aprimoramentos em futuras aplicações, como o tempo designado para cada atividade e as metas estabelecidas para os jogos em cada equipe. Importante ressaltar que a implementação de jogos em sala de aula requer uma metodologia adequada e uma avaliação contínua dos resultados, visando otimizar o aproveitamento e o desenvolvimento dos alunos.

4 - CONCLUSÕES

Ao concluir este estudo e a implementação da aula inovadora, tornou-se evidente o potencial para o desenvolvimento de competências e habilidades por meio da aplicação de metodologias diferenciadas, como o uso de jogos no ensino de Matemática. Esta abordagem, apesar de relativamente recente na educação, destaca-se como uma ferramenta eficaz para aprimorar o ensino da Matemática para crianças e adolescentes, capacitando os alunos a assumirem um papel ativo e colaborativo no processo de ensino-aprendizagem.

A necessidade de despertar o interesse dos alunos em sala de aula demanda estratégias diversas e recursos inovadores, sendo observado durante a aplicação das atividades um entusiasmo e dedicação que indicam a eficácia do uso de jogos na promoção do engajamento no processo de ensino. A eficácia dos jogos também se revelou na consolidação do conteúdo relacionado às funções do 1º e 2º graus, proporcionando uma compreensão mais clara e objetiva dos conceitos teóricos, aplicáveis de forma prática durante as atividades propostas. Este método não apenas contribuiu para maior participação e envolvimento dos alunos, tornando o aprendizado mais dinâmico e interessante, mas também se mostrou eficiente na fixação dos conteúdos matemáticos, especialmente no contexto das funções do 1º e 2º graus.

Além disso, a introdução de jogos no ensino de Matemática promove uma cultura de aprendizagem inclusiva e diversa, permitindo que os alunos desenvolvam habilidades de raciocínio lógico e resolução de problemas de maneira mais descontraída, independentemente de sua formação cultural e socioeconômica. A abordagem lúdica também pode contribuir para a redução da ansiedade dos alunos em relação à Matemática, oferecendo um aprendizado gradual e menos intimidador.

É crucial salientar que a integração de jogos no ensino de Matemática deve ser cuidadosamente planejada e aplicada pelos professores, garantindo a consecução dos objetivos pedagógicos. A seleção, adaptação e contextualização dos jogos devem alinhar-se às necessidades e características dos alunos, acompanhadas de atividades reflexivas e discussões para a aplicação dos conceitos aprendidos em diferentes contextos.

Para futuras aplicações, o docente pretende incorporar recursos computacionais, como o software Geogebra e Winplot, nas aulas de Matemática, além de explorar parcerias interdisciplinares com professores de outras disciplinas, como Física, Química, Biologia e Tecnologia. A experiência proporcionada por esta aplicação servirá como base para ajustes no planejamento, otimização do tempo de aplicação e aprimoramento dos materiais utilizados. Os jogos, versáteis e adaptáveis, constituem uma ferramenta valiosa para o desenvolvimento de outros planos de aula em diferentes conteúdos matemáticos ao longo dos anos escolares, promovendo a interdisciplinaridade conforme previsto pelos documentos formativos da educação.

REFERÊNCIAS

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO MÉDIA E TECNOLÓGICA. Parâmetros curriculares nacionais: ensino médio. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. Brasília: Ministério da Educação, 1999. 364p.

BINGO BAKER - Gerador de cartelas de bingo online. Disponível em: <https://bingobaker.com/>. Acesso em: 4 dez. 2022.

EQUIPE TOTVS. Metodologias ativas de aprendizagem: o que são e 13 tipos. Disponível em: <<https://www.totvs.com/blog/instituicao-de-ensino/metodologias-ativas-de-aprendizagem/>> Acesso em: 6 jan. 2023.

FREIRE, Paulo. Pedagogia da Autonomia: saberes necessários à prática educacional. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

GODOY, Elenilton Vieira; CARRETA, Cecy Leite Alves. O Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) e a Educação Matemática crítica: uma análise dos conceitos de função e funções polinomiais do 1º e 2º grau no livro didático mais adotado no PNLD 2015. Revista de Educação Matemática, São Paulo, v. 15, n. 18, p. 117-135, jan. /abr. 2018. Disponível em: <https://www.revistasbemsp.com.br/index.php/REMat - SP/article/view/107> Acesso em: 30 de out de 2022.

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. Técnicas de Pesquisa. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

MELO, Monica Maria Campelo de. Efeitos de uma sequência didática na construção do conceito de perímetro. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação. UFPE: Recife, 2009.

NASSER, Lilian; CARDOSO, Eduarda de Jesus. Níveis de aprendizagem para o tópico de funções. Pesquisa e Ensino, Barreiras, v.1, n.1, p. 1- 20, jan.dez. 2020. Disponível em: <https://doi.org/10.37853/pqe.e202008> Acesso em: 30 de out de 2022.

PIMENTEL, A.R; OLIVEIRA, A.C. O estudo de funções no ensino médio: uma proposta para a compreensão do conceito. Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo, v. 5, n. 1, pág. 62-77, 2017.

PRENSKY, M. Aprendizagem baseada em jogos digitais. São Paulo: Senac, 2012.

RAMOS, D. K.; KNAUL, A. P.; ROCHA, A. Jogos analógicos e digitais na escola: uma análise comparativa da atenção, interação social e diversão. *Revista Linhas*, v. 21, n. 47, p. 328–354, 18 dez. 2020.

SCHUYTEMA, Paul. Design de games: uma abordagem prática. São Paulo: Cengage Learning. 2008.

SOUZA, J.A. Jogos Matemáticos no Ensino da Matemática: Aprendizagem, Motivação e Desenvolvimento de Habilidades. Dissertação (Mestrado em Ensino da Matemática) - Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2016.

SILVA, J. B. DA; SALES, G. L.; CASTRO, J. B. DE. Gamificação como estratégia de aprendizagem ativa no ensino de Física. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 41, n. 4, 2019.

SILVA, J. B. DA; SALES, G. L.; CASTRO, J. B. DE. Representação esquemática dos elementos de games interconectados. 1 figura. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 41, n. 4, 2019.

WORDWALL - site para criar lições e atividades mais rapidamente. Disponível em: <https://wordwall.net/pt>. Acesso em: 4 dez. 2022.

A UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA PARA A CONSTRUÇÃO DE TRIÂNGULOS RETÂNGULOS E SUAS RELAÇÕES TRIGONOMÉTRICAS UMA TURMA DO ENSINO MÉDIO

Cléia Dalcul da Silva Oliveira
Francieli Aparecida Vaz
Anderson Luis Jeske Bihain
Cristiano Peres Oliveira
Everson Jonatha Gomes da Silva
Leandro Blass

RESUMO

O presente trabalho traz o relato de uma proposta didática inédita, para a autora. Sua aplicação deu-se em uma escola da rede estadual de ensino do Rio Grande do Sul, numa turma do 2º ano do Ensino Médio, do município de Hulha Negra. Buscou-se determinar como podemos introduzir as noções de relações trigonométricas em uma turma do Ensino Médio a partir de demonstrações realizadas no programa GeoGebra. Para tanto, aplicou-se uma aula na qual se fez a introdução do uso do GeoGebra, com a construção de um triângulo retângulo, em que foram apresentadas as razões trigonométricas do seno, cosseno e tangente. A abordagem metodológica de ensino desta aula voltou-se para o uso de tecnologias no ensino de matemática e a resolução de problemas retirados dos últimos livros didáticos disponíveis na rede pública de ensino. Verificou-se as impressões dos estudantes por meio de um questionário findada a atividade. Foi possível verificar, que através de atividades práticas, por meio do GeoGebra, torna-se possível introduzir as noções de relações trigonométricas e promover a compreensão dos conceitos matemáticos para os estudantes. Além disso, o desenvolvimento da proposta foi capaz de promover mudanças nas concepções de aula do presente pesquisador e inovar o repertório de aula.

Palavras-chave: GeoGebra; Trigonometria; Problemas.

1 - INTRODUÇÃO

A constante atualização é um dos desafios enfrentados na profissão docente, entre eles vale ressaltar a busca por práticas visando propiciar ao educando as melhores experiências pedagógicas possíveis. Para tanto, cada docente busca por informações e atualizações de diversas formas e, uma delas, é através de cursos disponibilizados por instituições públicas. Dessa busca por formação continuada, o presente trabalho é fruto.

Dentre os vários temas de interesse, o ensino de geometria ganhou destaque, pois, embora de tamanha importância, por vezes tem seu ensino prejudicado, como afirmam pesquisas e a Sociedade Brasileira de Educação Matemática - SBEM, relatando que “[...] a geometria ainda é uma área cujo tratamento e abor-

dagens continuam insuficientes na Educação Básica. Quando é feita, muitas vezes, restringe-se a fórmulas e procedimentos desconectados de outras áreas da Matemática, de outros campos do saber.” (SBEM, 2013, p. 12). Para modificar essa situação, se faz necessária alternativas para redução dos déficits dos educandos em relação a geometria ou procura de novas estratégias de ensino, que contribuam, individualmente, ou combinadas para a mudança deste quadro.

Temos na Base Nacional Curricular Comum - BNCC de 2018, destaque para a importância do uso de tecnologias, resolução de problemas e a reunião de diferentes conceitos em uma mesma habilidade, como podemos ver a seguir, na habilidade de Geometria e Medidas. Trata-se da habilidade EM13MAT308, afirmando a necessidade de “Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.” (BRASL, 2018). Percebe-se além da aplicação, destaque para a resolução de problemas em diferentes situações.

Em virtude do antes mencionado, a presente prática buscou responder ao problema seguinte: Como podemos introduzir as noções de relações trigonométricas em uma turma do Ensino Médio a partir de demonstrações realizadas no programa GeoGebra?

Como forma de responder essa questão, efetuou-se a introdução das noções de relações trigonométricas a partir de demonstrações realizadas com o auxílio do GeoGebra em uma turma do 2º ano do Ensino Médio. Especificamente, buscando descobrir o quanto os educandos conheciam do GeoGebra; verificando quais as maiores dificuldades encontradas pelos educandos no uso desse *software*; identificando se os educandos são capazes de construir objetos com o auxílio do GeoGebra; apurando se o uso de *software* é percebido como benéfico na aprendizagem no ponto de vista dos educandos; e constatando se os educandos conseguem resolver problemas envolvendo relações trigonométricas.

Na sequência, descrevemos quais foram os embasamentos teóricos, metodologia utilizadas, atividades propostas e os resultados obtidos, findando com as considerações finais em torno da experiência vivida.

2 - RELATO DE EXPERIÊNCIA

Para o desenvolvimento deste trabalho se fez necessária a revisão de alguns temas como: a importância de trabalhar com problemas no ensino de matemática, como se dá a utilização do GeoGebra para matemática e o quanto se faz necessária a utilização de novas tecnologias na educação, principalmente no ensino de matemática.

No Brasil, o ensino de matemática amarga resultados abaixo do esperado. Ficando no fim da lista, por exemplo, no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes, estudo mundial realizado pela OCDE (Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico). O nível de letramento matemático, avaliado pelo PISA, nos encontramos no pior nível. Segundo ele, letramento matemático é:

[...] a capacidade de formular, empregar e interpretar a Matemática em uma série de contextos, o que inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticos para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso ajuda os indivíduos a reconhecer o papel que a Matemática desempenha no mundo e faz com que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias. (BRASIL, 2020 p. 100)

Essa definição caracteriza o que deveríamos esperar dos estudantes quanto ao seu desenvolvimento em matemática. No entanto, nossos estudantes, em sua maioria, estão longe desses objetivos. Em função desses resultados, a nova BNCC, entre suas alterações, propõe o desenvolvimento de competências e habilidades, entre elas, a resolução de problemas e o uso de tecnologias. Neste documento normativo, letramento matemático é definido como:

[...] competências e habilidades de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. O letramento deve também assegurar que todos os estudantes reconheçam que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para compreender e atuar no mundo e para que também percebam o caráter de jogo intelectual da Matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e que pode também ser prazeroso (fruição). (BRASIL, 2018, p. 522)

Destaca-se ainda a menção quanto a capacidade de desenvolver habilidades críticas e lógicas nos indivíduos, a valorização dos conhecimentos matemáticos quanto a sua aplicação na compreensão e intervenção do mundo. O documento ainda descreve cinco competências específicas no ensino de matemática. Sendo uma delas, a resolução de problemas e a capacidade de discussão em torno das respostas encontradas. Destacando que a resolução de problemas é fundamental, não apenas para resolver, mas criar e argumentar, desenvolvendo com isso outras habilidades, essenciais para o futuro profissional.

A BNCC fala do uso de diferentes recursos, citando o uso de *software*, aplicativos de álgebra ou geometria dinâmica. Embora apenas o uso das tecnologias não desenvolva um conceito matemático, o domínio tecnológico tornou-se imprescindível, assim como a capacidade de leitura. O uso do GeoGebra, *software* de matemática dinâmica, foi muitas vezes citado na BNCC.

Segundo o Instituto São Paulo GeoGebra, o *software* possui:

- Gráficos, álgebra e tabelas estão interligados e possuem características dinâmicas;
- Interface amigável, com vários recursos sofisticados;
- Ferramenta de produção de aplicativos interativos em páginas WEB;
- Disponível em vários idiomas para milhões de usuários em torno do mundo;
- Software gratuito e de código aberto. (INSTITUTO GEOGEBRA SÃO PAULO, 2022)

Nas aulas de matemática, pode ser amplamente utilizado, pelas vastas opções, mas não só nelas.

Pesquisas relatam seu uso no ensino de física, como Araújo e Bracho (2020, p. 206) relatam um simulador elaborado no software, sendo possível o cálculo de estimativas em problemas envolvendo velocidade. Na área de matemática, há trabalhos envolvendo vários conceitos, como exemplos, Relação de Euler e estatística. Na área de trigonometria,

Cabral (2015), relata que “[...] a visualização geométrica proporcionada pelo GeoGebra forneceu aos alunos elementos suficientes para que pudessem recriar conceitos que até então tinham apenas como imagens mentais, transformando-os em imagens visíveis e de mais fácil compreensão.” (CABRAL, 2015, p. 33) A potencialidade apresentada pela visualização também é destacada por Lopes (2013) que produziu dissertação para o Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Que destacou, após a produção de um caderno de atividades o fato de:

[...] dentre as potencialidades apresentadas pelo software GeoGebra no ensino e na aprendizagem de trigonometria por meio de atividades investigativas estão, principalmente, a construção, o dinamismo, a investigação, visualização e argumentação. Contudo, à medida que os do software são manipulados consegue-se visualizar as alterações realizadas nas suas construções e fazer inferências sobre as mesmas. (LOPES, 2013, p. 642-643)

A investigação e a argumentação, citadas anteriormente, também surgem como fundamentos na resolução de problemas. Sua resolução envolve não só achar respostas, mas como achá-las, envolve a capacidade de generalizar para adquirir a habilidade de resolução de todo e qualquer problema análogo que surgir. Romanatto (2012) afirma que a resolução de problemas “[...] significa envolver-se em uma tarefa ou atividade cujo método de solução não é conhecido imediatamente. Para encontrar uma solução, os estudantes devem aplicar seus conhecimentos matemáticos”.

Antes disso Polya (1978) já afirmava que “uma grande descoberta resolve um grande problema, mas há sempre uma pitada de descoberta na resolução de qualquer problema.” Afirmando a grande oportunidade vivida pelo professor se este, utilizar seu tempo com os alunos na resolução de problemas. Ao mesmo tempo que, Vale, Pimentel e Barbosa (2015, p. 42), apoiavam a ideia na qual “A resolução de problemas pode também ser encarada como finalidade última do ensino da matemática, considerada como uma forma de pensamento.” O mesmo fora defendido por Onuchic, Allevalo, Höpner e Justulin (2014, p. 39), considerando a resolução de problemas “como um novo conteúdo”.

Para o desenvolvimento desta pesquisa elegeram-se como método os pressupostos da pesquisa qualitativa as quais, segundo Borba (2004, p. 2), privilegia “[...] procedimentos descritivos à medida em que sua visão de conhecimento explicitamente admite a interferência subjetiva, o conhecimento como compreensão que é sempre contingente, negociada e não é verdade rígida”. Não se excluindo, nenhum dado quantitativo pertinente. Considerando o presente trabalho como um estudo de caso, no qual, segundo Severino (2016, p.128), esta “se concentra no estudo de um caso particular, considerado representativo de um conjunto de casos análogos, por ele significativamente representativo”.

Esta pesquisa teve como proposta a realização de uma prática pedagógica que foi aplicada em duas

turmas de 2º ano do Ensino Médio, em uma escola pública localizada no município de Hulha Negra no estado do Rio Grande do Sul. Os alunos possuíam idades entre 16 e 18 anos e a maioria residentes da zona rural. O tema trabalhado foi referente as relações trigonométricas no triângulo retângulo. Esta proposta didática foi dividida em seis encontros, levando em consideração os horários das turmas em específico. A Figura 1 apresenta um compilado do plano de aula elaborado para esta prática didática.

Em outubro de 2022 foi apresentada a turma a proposta da aula e de como se daria a participação dos alunos. Ficando claro que, a participação seria voluntária. Assim, dos 33 alunos matriculados nas turmas de 2º ano, 15 fizeram a devolutiva de aceite em participar de todas as etapas da pesquisa. Para critérios de organização, denominou-se cada participante como A1, A2, A3, ... até o indivíduo A15.

No primeiro momento da prática, com o uso de projetor e computador, presentes na sala de aula, foi apresentado o software GeoGebra. Para apropriação das ferramentas, foi listado e apresentado cada item, principalmente, aqueles necessários as construções futuras. Algumas vezes, foi necessário a retomada de conceitos e a construção do objeto geométrico para lembrar/esclarecer os alunos o significado de determinado objeto. Pela acessibilidade do recurso, alguns alunos procuraram o aplicativo disponível para celular, momento no qual pudemos constatar a restrição de algumas funções no aplicativo para os *smartphones*.

Figura 1: Plano de aula

Plano de aula

1 - Objetivos da aula

Geral: Introduzir as noções de relações trigonométricas a partir de demonstração realizada no GeoGebra.

Específicos:

- Construir um triângulo retângulo.
- Construir triângulos semelhantes.
- Obter as razões entre as medidas dos lados destes triângulos.
- Calcular as razões para demonstrar a constante de acordo com o ângulo formado.
- Construir de um triângulo retângulo e medir os ângulos internos.
- Determinar o seno, cosseno e a tangente de um dos ângulos.
- Resolver de problemas contextualizados envolvendo as relações trigonométricas vistas.

2 - Estratégias pedagógicas

Fazer uso das tecnologias digitais para o ensino da matemática, especificamente, o GeoGebra para demonstrar as relações trigonométricas no triângulo retângulo. Para apoio foi utilizado os Chromebook disponíveis na escola, assim como Datashow que já estavam disponíveis em cada sala de aula. Também foi utilizado a plataforma Classroom, a qual já se encontravam em uso pelos alunos.

3 - Etapas da aula: Esta proposta didática foi dividida em duas etapas.

Primeira Etapa: No primeiro momento foi realizada a apresentação da aula e explicação dos principais recursos disponíveis no software GeoGebra. No segundo momento, foi realizada a construção de um triângulo retângulo e de triângulos retângulos semelhantes a este.

Segunda Etapa: Primeiro momento: apresentação de exercícios sobre o conteúdo visto e que envol-

vam problemas, também podendo ser resolvidos com o auxílio do GeoGebra. Segundo momento: orientações finais e aplicação de questionário on-line, que visava identificar as impressões dos estudantes quanto ao formato de aula vivenciado, o quanto a interação com o software durante a aprendizagem de matemática foi significativa e se há interesse em novas aulas neste formato.

4 - Material necessário

Para o desenvolvimento de qualquer atividade se fez necessária a organização dos materiais que serão utilizados no desenvolvimento, neste caso: Projetor, notebook, material impresso, quadro branco, caneta para quadro branco.

5 - Produtos da aula

Ao propor uma atividade, se almeja o desenvolvimento e a interação entre os envolvidos, no caso, dos alunos. Destes, espera-se a resolução das questões, demonstrando a forma como estas foram resolvidas, o desenvolvimento das construções solicitadas no GeoGebra e a devolução do Formulário.

6 - Formas de avaliação

Como forma de verificação se os resultados foram alcançados e em qual estágio encontra-se a aprendizagem, se faz jus a alguma forma de avaliação. Nesta atividade a avaliação será realizada através da observação do desempenho dos alunos em sala de aula e por meio de questionário eletrônico.

7 - Modelo de coleta de opiniões

Como forma de coletar informações dos envolvidos, optou-se por atividade via Formulário, por tratar de forma rápida da obtenção das respostas e por facilitar análises posteriores.

8 - Formas de registro da aula

Assim como na avaliação, os registros das atividades foram imprescindíveis para a análise dos pontos positivos e negativos, contribuindo para o entendimento dos resultados e reflexões necessárias. Essas foram através de: Observação direta e formulário; Devolutiva de questão respondida individualmente através da plataforma GeoGebra; Devolutiva de figura construída no GeoGebra através de envio para a plataforma digital de aula.

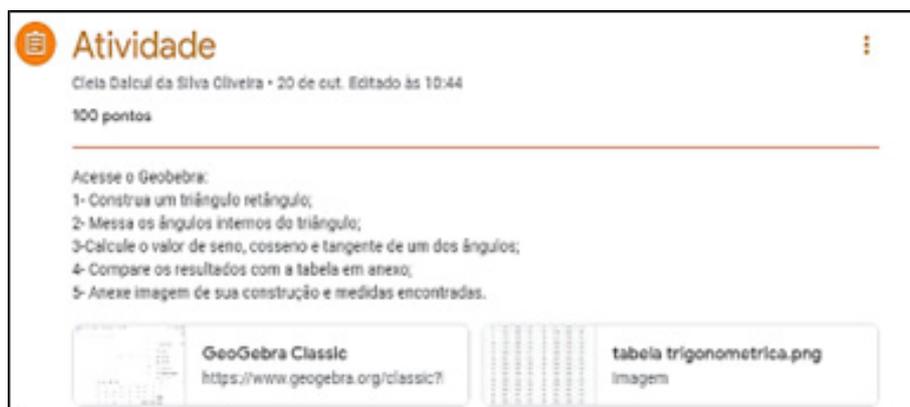
Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

Na sequência, como posto no planejamento, foi iniciada a construção de um triângulo retângulo, com a descrição de cada etapa aos estudantes. Como foram necessárias várias pausas, causadas pela necessidade de retomar algumas definições visto que, alguns alunos chegaram atrasados ou por necessitarem de mais explicação, a atividade foi concluída apenas no dia seguinte, no qual foi realizada o término da construção e o questionamento se lembravam das relações do Teorema de Tales. Com o auxílio dos alunos, foi escrito no quadro branco, as razões encontradas, o cálculo destas e a comparação dos resultados.

Como esperado, houve algumas divergências em casas decimais. Aproveitou-se este momento para se problematizar os motivos destas diferenças. Demonstrando que dependendo da capacidade de cada calculadora, podemos ter resultados com algumas diferenças, mas que não desqualificam os procedimentos realizados. Por fim, como conclusão das razões encontradas, foram apresentadas as relações básicas, seno, cosseno e tangente.

No dia seguinte, iniciou-se a atividade cujas instruções já se encontravam postadas na plataforma digital usada pela escola, como está mostrando a Figura 2, o qual todos os alunos têm acesso.

Figura 2 - Imagem da atividade postada na plataforma digital



Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

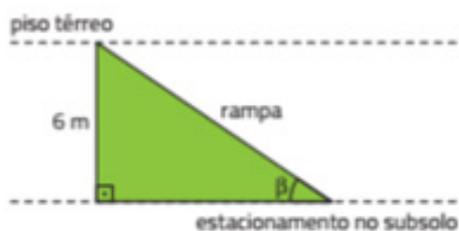
Essa ferramenta, contribuiu para a interatividade com os alunos e para a organização dos alunos que não comparecem as aulas. Para auxiliá-los, foi realizado, pausadamente, cada etapa da construção do triângulo solicitado. Oportunidade na qual cada aluno foi produzindo suas primeiras figuras no GeoGebra.

Quanto ao desenvolvimento da atividade, todos os alunos fizeram a devolutiva e construíram como solicitado o triângulo retângulo, realizando a medida dos ângulos internos e dos lados do triângulo. No entanto, dos quinze, três não realizaram a segunda parte desta mesma tarefa, que consistia em escolher um dos ângulos e calcular seu seno, cosseno e tangente, fazendo comparação com a tabela trigonométrica para certificação de acerto na atividade. Mesmo assim, considerando que mais de 86% concluíram essa atividade com êxito, a atividade teve um resultado satisfatório. Quanto ao cálculo das razões trigonométricas dos triângulos construídos por eles, a maioria desempenhou a tarefa corretamente, cometendo apenas o esquecimento de indicar o ângulo que se tratava as razões.

Para o desenvolvimento da segunda etapa do plano de aula foi proposto a resolução dos problemas apresentados na Figura 3.

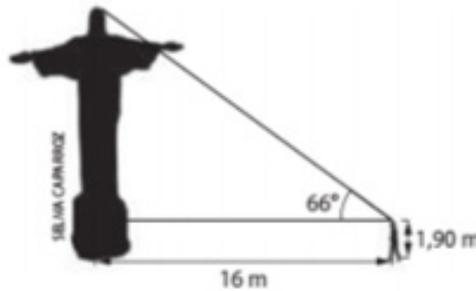
Figura 3 -Problemas Propostos

01 - No croqui de construção de determinado prédio, foi projetado um estacionamento no subsolo. Para ligar o piso térreo ao estacionamento, será necessária a construção de uma rampa, conforme representado na figura em anexo. Nesse croqui, foi indicado que o ângulo de inclinação dessa rampa deverá ter medida entre 29° e 37° . Quantos metros de extensão, aproximadamente, poderá ter essa rampa?



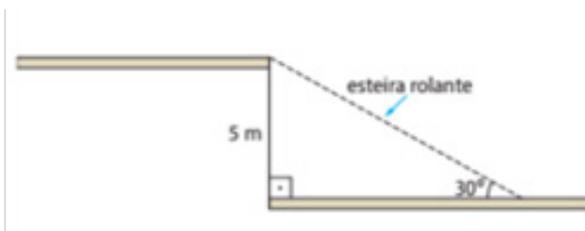
02 - (UFPEL-RS) João viajou para o Rio de Janeiro e, como ele queria muito conhecer o Cristo Redentor, ficou horas admirando e tentando adivinhar a altura da bela estátua. Considerando a figura e que $\text{tg } 66^\circ$ é, aproximadamente, 2,246, a altura aproximada do Cristo Redentor é de:

- 22 metros
- 48 metros
- 55 metros
- 38 metros
- Impossível responder

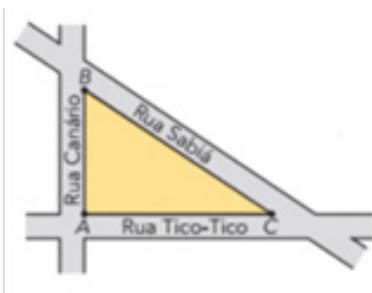


03 - (IFSP) É comum encontrar em grandes supermercados esteiras rolantes para facilitar o deslocamento das pessoas. A figura a seguir mostra a esteira rolante de supermercado. Considerando os dados apresentados, o comprimento da parte da esteira rolante que liga um andar ao outro é:

- 5 metros
- 10 metros
- 15 metros
- 20 metros
- 25 metros



04 - As ruas Canário e Tico-Tico são perpendiculares. A medida de distância entre os pontos A e B é de 50 m. As ruas Canário e Sabiá cruzam-se em B formando um ângulo de medida de abertura de 60° . Qual é a medida de perímetro do triângulo ABC determinado pelos cruzamentos dessas três ruas?



05 - Um arame com medida de comprimento de 120 m é esticado do topo de um prédio até o solo. Calcule a medida de comprimento da altura do prédio sabendo que o arame forma com o solo um ângulo com medida de abertura de 25° .

Fonte: Souza (2020, p. 81); Bonjorno, Giovanni e Sousa (2020); Dante e Viana (2020, p. 27).

Todas as atividades foram realizadas presencialmente, de forma a acompanhar o desenvolvimento dos alunos, onde se observou os diferentes tempos na resolução de cada atividades. As atividades desenvol-

vidas na primeira etapa, onde o uso do Geogebra se deu na maior parte do tempo, percebeu-se um engajamento melhor. Porém, na atividade que envolveu a resolução de problemas as dificuldades foram maiores.

Na resolução dos problemas a maior dificuldade se deu na interpretação do problema. Durante o processo de resolução em sala de aula, foram muitas as solicitações de auxílio a pesquisadora, para sanar dúvidas de direcionamento correto nas resoluções. Devemos destacar que, embora com acesso ao GeoGebra, nenhum aluno buscou esse para a tentativa de solução dos problemas, o que pode ser causado pela falta de interpretação, eles não sabiam como esquematizar o problema e transferir para o GeoGebra.

No primeiro problema proposto, na Figura 3, não houve acertos, pois houve um equívoco quanto ao que se estava procurando. Na resolução do aluno A10, como ele, todos acreditaram ser necessário o cálculo da medida do cateto adjacente, quando na verdade, se estava buscando a extensão da rampa e não o comprimento. No segundo problema mais de 86% acertaram, ou seja, a grande maioria conseguiu resolver o problema de forma correta, e nos casos de erro, novamente foram por interpretação. Quanto ao terceiro problema, podemos considerá-lo mais fácil, visto que todos os participantes responderam de forma correta. Já no problema quatro, houve um índice de acerto de 60%, ou seja, pouco mais da metade dos alunos conseguiu desenvolver corretamente a resposta ao problema. Observa-se novamente, pequenos erros, como no caso da resolução do aluno A5, que realizou a atividade de forma adequada, chegando no perímetro que era solicitado, no entanto, ao responder o questionário eletrônico, sua resposta foi 100 m. Quanto ao quinto problema, todos acertaram.

E para finalizar a segunda etapa os alunos foram convidados a responder o questionário que pode ser conferido na Figura 4, no qual se buscou observar algumas questões pontuais que serão analisadas a seguir.

Figura 4 - Questionário Final

Questionário Final

- 01 - Você já conhecia o Software GeoGebra? Sim Não
- 02 - Você já conhecia os conceitos apresentados em aula? Sim Não
- 03 - Qual foi sua maior dificuldade? Compreender os conceitos Utilizar o GeoGebra Resolver o problema Outro
- 04 - Você gostaria de participar de mais aulas neste formato? Sim Não
- 05 - Você tem mais facilidade de compreensão quando?
- manipulando o software quando a professora explica somente no quadro
- 06 - Você acha que conseguiria fazer um exercício em casa, sem a professora para ajudar, utilizando o GeoGebra? Sim Não
- 07 - O que mais te interessou nessa aula?
- 08 - Você considera que conseguiu ampliar seus conhecimentos sobre Geometria com o auxílio do GeoGebra? Sim Não Outro
- 09 - Você conhece outro software como o GeoGebra? Qual?
- 10 - Você acredita que o uso de softwares educacionais contribui para melhorar as aulas e seu aprendizado? Sim Não

Fonte: Elaborado pela autora, 2023.

Findadas as atividades, foi realizado um questionário a fim de coletar algumas impressões dos alunos. Quando questionados: Você já conhecia os conceitos apresentados em aula? O resultado foi que apenas 7% responderam que sim, o que no nosso grupo representa 1 indivíduo. Na pergunta seguinte: Você gostaria de participar de mais aulas neste formato? Obteve-se 100% para sim, aprovando, portanto, o formato da aula. O mesmo resultado foi obtido quando questionados se: Você acredita que o uso de softwares educacionais contribui para melhorar as aulas e seu aprendizado?

Também se atingiu 100% na questão: Você conhece outro software como o GeoGebra? Qual? No entanto, para o não, demonstrando desconhecimento por parte dos alunos de ferramentas similares. E, no questionamento: Você tem mais facilidade de compreensão quando? 60% consideraram que compreendem melhor quando manipulam o software. Quanto a questão: Você considera que conseguiu ampliar seus conhecimentos sobre Geometria com o auxílio do GeoGebra? 86% consideraram que sim. Na questão de dificuldades, a maior dificuldade segundo a própria avaliação dos alunos é na resolução dos problemas. Outro questionamento foi referente a resolução de atividades, no qual foi percebido alguns inseguros, mas na maioria, o uso do GeoGebra é possível como ferramenta para resolução autônoma de uma atividade. Como última pergunta: O que mais te interessou nessa aula? Devemos destacar as seguintes respostas:

O geogebra por ser um software totalmente desconhecido por mim.” (A1)

“O fato de ter uma ferramenta que facilita o aprendizado.” (A2)

“Por ser online e melhor de aprender” (A5)

“A forma de fazer os cálculos.” (A8)

“A aula fica mais interativa, e melhora a compreensão” (A9)

“Foi praticar o que eu aprendi.” (A10)

“A forma de trazer a tecnologia para uma aula de matemática.” (A11)

“A explicação e o processo feito para a realização das atividades.” (A13)

Percebemos pelas respostas abertas dos alunos, que por diferentes motivos, uma aula com proposta diferente, traz interesse para a maioria por parte dos alunos. Cabe destacar, que não houve nesta pergunta, nenhuma resposta evasiva ou negativa, demonstrando que esta foi respondida de modo responsável.

3 - CONCLUSÕES

A inserção de novos conceitos em um grupo de alunos, exige um olhar atento durante a sua aplicação quanto aos *feedbacks* dados por eles. Devemos sempre ter em mente, a diversidade de cada turma, portanto uma prática pode ser assertiva em um determinado grupo e não ser no outro. Devemos ainda dar atenção aos avanços da sociedade, fazendo-se necessários adequada manipulação de recursos digitais, e compreensão das novas maneiras de aprender.

Para atender essas demandas e aos documentos norteadores como a BNCC, se faz pertinente estudos e reflexões, reformulações nas práticas pedagógicas. Nesse sentido, a prática didática apresentada buscou, alinhar-se a essas demandas nas quais é solicitado, na área de ensino de matemática, o desenvolvimento de habilidades, agregando novas práticas e, dentro das possibilidades a utilização de *softwares* durante os

processos de aprendizagem.

Com esse intuito, através da observação durante a prática e reflexão das respostas do formulário, notou-se que a proposta de uso de um recurso tecnológico, auxiliou nos processos de aquisição de novas aprendizagens pelos alunos envolvidos, sendo viável introduzir noções de relações trigonométricas a partir de demonstrações realizadas com o auxílio do GeoGebra.

No decorrer da manipulação do GeoGebra, ficou explícito um aumento de interesse e envolvimento dos alunos, visto os questionamentos e procura sobre o uso e ferramentas do aplicativo. Mesmo sem o conhecimento prévio do GeoGebra, os alunos mostraram-se capazes de iniciar a manipulação e construção de objetos geométricos. Assim como, foram capazes de resolver os problemas contextualizados envolvendo as relações trigonométricas.

Verifica-se, portanto, a validade deste formato de aula, todavia ajustes e revisões sejam sempre necessários. Devemos ressaltar, devido as diversas opções as quais o GeoGebra disponibiliza, a possibilidade de construção de outros formatos de aula, sendo, portanto, uma ferramenta facilitadora da aprendizagem dos alunos. E, enquanto docente, a aplicação desta aula e os resultados obtidos, demonstraram as possibilidades de aprendizagens trazidas por uma nova forma de abordar um mesmo assunto. Vale destacar, principalmente quanto a abordagem de resolução de problemas, que o presente trabalho, modificou o olhar deste educador, e por consequência sua prática, pois após os estudos e reflexões, o modo de planejamento e aplicação, sempre está voltado aos tipos de problemas e habilidades que estes podem propiciar as turmas de trabalho em questão.

REFERÊNCIAS

BORBA, M. C. **A pesquisa qualitativa em educação matemática**. In: 27ª reunião anual da Anped. Caxambu, MG, 2004. Disponível em <<https://www.researchgate.net/publication/228889292>> Acessado em nov. de 2022.

BONJORNO, José Roberto; GIOVANNI J., José Ruy; SOUSA, Paulo Roberto Câmara. **Prisma Matemática: geometria e trigonometria: ensino médio: área do conhecimento: matemática e suas tecnologias**. 1 ed. São Paulo: Editora FTD, 2020.

BRASIL. **Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira**. Brasil no Pisa 2018 [recurso eletrônico]. – Brasília: Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira, 2020.185 p.: il.

BRASIL. *Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular*. Ensino Médio Brasília, 2018.

CABRAL, C. I. R. **Utilização do Geobebra no processo de ensino aprendizagens das funções trigonométricas seno e cosseno**. Santa Maria, RS, 2015. Disponível em < <https://www.ufsm.br/cursos/pos-graduacao/educacao-a-distancia/espensinomatematicainsinomedio/tcc/> > Acessado em dez. de 2022.

DANTE, L. R.; VIANA, F. **Matemática em contextos: trigonometria e sistemas lineares**. 1ed. São Paulo: Ática, 2020.

Geogebra, Disponível em <<https://www.geogebra.org/classic?lang=pt>> Acessado em dez. de 2022.

INSTITUTO SÃO PAULO GEOGEBRA. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, Desenvolvido por DTI - Núcleo de Mídias Digitais. Disponível em < <https://www.pucsp.br/geogebraesp/geogebra.html> >Acessado em dez. de 2022.

ONUCHIC, L. R; ALLEVATO, N. S. G; HÖPNER, F. C; JUSTULIN, A. M. (Orgs.) **Resolução de problemas: teoria e prática**. Jundiaí: Pocco Editorial, 2014.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**, 1978.Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araújo. 2 reimpressão. Rio de Janeiro: Interciência, 1995, 196p.

ROMANATTO, M. C. **Resolução de problemas nas aulas de Matemática**. Revista Eletrônica de Educação. São Carlos, SP: UFSCar, v. 6, no. 1, p.299-311, mai. 2012. Disponível em <<http://www.reveduc.ufscar.br>> Acessado em dez. de 2022.

SOCIEDADE BRASILEIRA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA-SBEM. **A formação do professor de matemática no curso de licenciatura: reflexões produzidas pela comissão paritária SBEM/SBM**. Brasília: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, Boletim SBEM, n. 21, fev., p. 1-42, 2013.

SOUZA, J. R. **Multiversos Matemática: Sequências e trigonometria: ensino médio**. 1 ed., São Paulo: Editora FTD, 2020.

DESENVOLVIMENTO DE UM PROJETO SOBRE O DESPERDÍCIO DE ALIMENTOS EM UMA ESCOLA COM O AUXÍLIO DA MATEMÁTICA CRÍTICA E DA METODOLOGIA POR PROJETOS

Daniella Thiemy Sada da Silva
Francieli Aparecida Vaz
Leandro Blass
Anderson Luis Jeske Bihain
Cristiano Peres Oliveira
Everson Jonatha Gomes da Silva

RESUMO

Este relato de experiência traz o processo de construção de uma pesquisa qualitativa realizada em 2022 a partir de uma prática docente junto a uma turma de ensino regular de segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública do litoral norte do Rio Grande do Sul. Tal prática voltou-se para o desenvolvimento de um projeto sobre o desperdício de alimentos na escola, elaborado para atender a um projeto temático maior em que a escola estava inserida, e assim cumprir as demandas curriculares do componente de matemática e a apresentação de trabalhos finais em uma mostra aberta à comunidade. Para o embasamento teórico e metodológico da prática buscou-se oportunizar aos estudantes a construção de educação matemática crítica por meio de um processo que demandou reflexão, elaboração de hipóteses, tomada de decisões e análise de dados. A metodologia de projetos foi a mais adequado para este caso, sendo direcionada para o ensino por projetos. Como resultados, destacamos a presença da ideologia da certeza na apresentação e uso de dados da pesquisa, mas também a valorização de dados qualitativos nas análises. Além disso, identificamos entendimentos e associações incorretas quanto à escolha e construção de gráficos e cálculos envolvendo proporção e porcentagem.

Palavras-chave: Gráficos; Matemática crítica; Metodologia por Projeto; Relato.

1 - INTRODUÇÃO

Este trabalho é construído a partir da realização de uma pesquisa qualitativa em 2022 (SILVA, 2023), que consistiu, essencialmente, em uma prática docente realizada pela primeira autora junto a uma turma de ensino regular de segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública da rede estadual de ensino do litoral norte do Rio Grande do Sul (RS) com orientação da segunda autora e coorientação do terceiro autor deste texto. Com esta pesquisa deu-se o desfecho da realização do curso à distância de Especialização em Ensino de Matemática: Matemática na Prática iniciado em 2021 pela primeira autora. Trazemos aqui não apenas os principais aspectos de realização desta pesquisa, mas as contribuições identificadas na formação de uma professora-pesquisadora.

Na prática docente que embasou a pesquisa que relatamos aqui, a turma participou do eixo Educação Alimentar e Nutricional, do projeto Meu Universo Escolar, que estava sendo desenvolvido na escola por docentes de todas as disciplinas e culminaria em uma Mostra de Trabalhos para a comunidade.

Dessa forma, a questão direcionadora para a pesquisa ficou assim estabelecida: *De que forma conseguimos aplicar a metodologia de projetos aliada à educação matemática crítica durante o desenvolvimento de um projeto sobre o desperdício de alimentos na escola?*

Indiretamente, a questão direcionadora também considerou identificar manifestações da ideologia da certeza na percepção dos estudantes sobre a matemática e como a proposta docente contribuiu ou não para romper com a propagação desse discurso.

Para responder a essas perguntas foi traçado o seguinte objetivo geral: realizar uma pesquisa sobre a aplicação da metodologia de projetos em uma proposta de educação matemática crítica junto a estudantes do segundo ano do Ensino Médio de escola pública, atendendo aos objetivos de realização de um projeto dentro do eixo Educação Alimentar e Nutricional.

Com o intuito de alcançar o objetivo geral, foram elaborados os seguintes objetivos específicos: conhecer os ambientes e recursos da escola de forma a estudar as possibilidades de atuação docente; elaborar e aplicar um Plano de Aula que contemplasse o eixo do projeto da escola e que considerasse que os alunos poderiam não ter estudado o tema (desperdício de alimentos) e nem terem realizado pesquisa antes; construir dados para a pesquisa; possibilitar que os estudantes utilizem software de planilha eletrônica para a elaboração de cartazes para a Mostra de Trabalhos da escola; por fim, analisar os dados construídos ao longo da pesquisa de forma a responder à pergunta direcionadora.

O estudo da prática docente se dá sob dois aspectos: a adequação conforme a metodologia de projetos, com respaldo no referencial teórico de Fagundes, Sato e Maçada (1999) e Buss e Mackedanz (2017) e a promoção de educação matemática crítica, especialmente, quanto ao rompimento da propagação de falas que fortaleçam o discurso da ideologia da certeza em matemática (SKOVSMOSE; 2014, 2017).

A construção de dados para a pesquisa deu-se mediante a manifestação por escrito dos estudantes e seus responsáveis, quando fosse o caso. Como meios de construção de dados foram utilizados os relatórios diários escritos pela pesquisadora ao fim de cada prática docente; fotos dos trabalhos realizados individuais ou coletivamente pelos estudantes; e respostas ao Questionário de coleta de opiniões aplicado individualmente ao final da prática.

A análise dos dados foi organizada por três direções: uma sobre a aplicação da metodologia de projetos na prática docente realizada; uma sobre a educação matemática crítica e a ideologia da certeza; e outra sobre os dizeres dos estudantes no questionário de coleta de opiniões. Neste texto, será apresentada apenas uma amostra dos principais resultados das análises.

A relevância deste trabalho concentrou-se na realização de um estudo que contemplou tanto a apli-

cação da metodologia de projetos, como da educação matemática crítica. Além disso, o Plano de Aula desenvolvido para este estudo abrange competências previstas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), conforme explicitado a seguir. Sendo assim, trata-se de uma proposta atualizada quanto às demandas curriculares do Ensino Médio, bem como alinhada às teorias da educação que acreditam na necessidade e na importância de colocar o estudante como protagonista do seu processo de aprendizagem.

2 - RELATO DE EXPERIÊNCIA

Para o estudo da educação matemática crítica e da ideologia da certeza na matemática, tomamos como referência os trabalhos de Skovsmose (2014; 2017). Já para apropriação da metodologia de projetos, parto de Fagundes, Sato e Maçada (1999), Buss e Mackedanz (2017).

A partir da leitura de Skovsmose (2014; 2017) entendemos que o que caracteriza as ideias sobre a educação matemática crítica e libertadora é a sua capacidade de emancipar os indivíduos de ideias, sistemas, organizações e relações de poder e subjugação que venham a se impor. Essa emancipação viria primeiro por meio de sua identificação pelo indivíduo e, depois, pelo combate. Sendo assim, o autor defende a promoção da educação crítica. Em suas reflexões, o autor reconhece que a educação matemática, nos formatos como entende ser normalmente promovida, não se integra à educação crítica e com isso a deixaria em posição de abstenção frente a possibilidade de contribuir para a formação de indivíduos críticos, capazes de intervir na sua realidade.

Nas suas obras, o autor defende o desenvolvimento de competências democráticas pelos educandos, considerando como propostas metodológicas de educação matemática: a resolução de problemas, o desenvolvimento de projetos, mas, sobretudo, “situações “libertadoras” de ensino-aprendizagem” (SKOVSMOSE, 2017, p. 44). Essas situações devem procurar abordar cenários reais de temas relevantes para a sociedade e que, apesar de desenvolverem conhecimento sobre algum(ns) conteúdo(s) matemático(s), não terem este(s) como meta, mas sim a compreensão de processos de funcionamento da sociedade de maneira crítica.

Como explica Skovsmose (2017), não é o ensino de qualquer matemática que contribui para dar poder de conhecimento e de mudanças, afinal “obter acesso à educação matemática sem ser crítico da ideologia da certeza pode reforçar o status quo” (p. 131). Cabe explicitar o que o autor descreve como ideologia da certeza:

Vemos a ideologia da certeza como uma estrutura geral e fundamental de interpretação para um número crescente de questões que transformam a matemática em uma “linguagem de poder”. Essa visão da matemática – como um sistema perfeito, como pura, como uma ferramenta infalível se bem usada – contribui para o controle político. [...] Frases como “foi provado matematicamente”, “os números expressam a verdade”, “os números falam por si mesmos”, “as equações mostram/asseguram que” são frequentemente usadas na mídia e nas escolas. Essas frases parecem expressar uma visão da matemática como uma referência “acima de tudo”, como um “juiz”, que está acima dos seres humanos, como um artifício não humano que pudesse controlar a imperfei-

ção humana (SKOVSMOSE, 2017, p. 131-132).

Em resumo, a prática da educação matemática crítica poderia contribuir para o entendimento de que a matemática é um corpo de conhecimentos dentre muitos outros e, ainda segundo Skovsmose (2017, p. 136): “Acreditamos que a matemática poderia se tornar simplesmente uma maneira possível de olhar o fenômeno e não o caminho”.

Sendo assim, a metodologia de projetos aparece como uma possibilidade para a promoção da educação matemática crítica, o que foi um dos motivos pelos quais se tornou viável incorporá-la à proposta de prática docente, algo que não havia sido feito antes e que foi motivo de entusiasmo da primeira autora.

Segundo Fagundes, Sato e Maçada (1999), a atividade de realizar projetos está relacionada à busca pela resolução de problemas e construção de conhecimento. Enquanto metodologia para a sala de aula, temos duas possibilidades de aplicação da metodologia de projetos: a aprendizagem por projetos e o ensino por projetos. A principal diferença entre elas está sobre quem faz a escolha do tema a ser abordado no projeto: se os estudantes ou outros envolvidos, como corpo docente ou direção. A existência destas duas possibilidades entra em conformidade com outro aspecto também apontado pelas autoras de que pode haver ensino sem que haja aprendizagem e vice-versa, evidenciando um caráter preferencial pela busca por oferecer oportunidades de aprendizagem e não de ensino.

Na perspectiva do ensino, uma ideia está implícita: “Como se o professor pudesse dispor de um conhecimento único e verdadeiro para ser transmitido ao estudante e só a ele coubesse decidir o que, como, e com que qualidade deverá ser aprendido” (FAGUNDES, SATO E MAÇADA, 1999, p. 15). Já na perspectiva da aprendizagem por projetos, admite-se que o estudante chega à escola com alguma bagagem que lhe permite manifestar seus interesses e aspirações, que podem servir de base para dar início a um projeto e condução do mesmo.

Por outro lado, no trabalho de Buss e Mackedanz (2017) não há referência à aprendizagem por projetos, mas assumem que no ensino por projetos a escolha do tema, apesar de não ser realizada pelos alunos, podem ter origem “a partir do próprio currículo, ou de uma experiência comum da turma, ou de um fato da atualidade, ou de um assunto proposto pelo professor, etc., sempre levando em conta a relevância e a importância da escolha para o crescimento de todos” (BUSS E MACKEDANZ, 2017, p. 128).

Tendo em vista o embasamento teórico construído para a pesquisa e o envolvimento da escola em que seria realizada a prática docente no eixo Educação Alimentar e Nutricional, do projeto Meu Universo Escolar, foi elaborado o Plano de Aula para ser aplicado em seis dias (dois períodos de aula por dia), em uma turma de segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública, no litoral norte do Rio Grande do Sul.

A professora titular da turma e a pesquisadora definiram que a temática a ser trabalhada no componente curricular de matemática dentro do eixo seria o desperdício de alimentos na escola e que os alunos realizaram pesagens do volume de alimentos a serem descartados no seu turno de aula (noite) e que conversaram com a merendeira do turno para entender sobre a produção da merenda. Os dados seriam estudados

posteriormente e, conforme orientado pela direção, teriam que resultar em um material que pudesse ser apresentado pelos alunos em uma Mostra de Trabalhos para a comunidade escolar.

Percebe-se que a turma não participou do processo de escolha da temática de estudo, bem como a forma como seria realizado em sala de aula, suas intervenções se dariam durante a realização do projeto, dentro dos espaços previstos pela pesquisadora em seu planejamento. Também podemos dizer que a proposta se consolida como de ensino por projetos, dada a escolha do tema do projeto, feita pela escola/rede de ensino, o tempo limitado de duração do projeto e o cumprimento do currículo de matemática ser prioridade antes de outras aprendizagens que pudessem ser desenvolvidas.

Na elaboração do Plano de Aula considerou-se a necessidade de uma introdução teórica da temática do desperdício de alimentos e de como realizar uma pesquisa. Assim, a primeira referência levada aos alunos foi o Relatório do Índice de Desperdício Alimentar (ONU, 2021), relacionado ao cumprimento do Objetivo de Desenvolvimento Sustentável 12.3 (ODS 12.3): “O Objetivo de Desenvolvimento Sustentável 12.3 (ODS 12.3) diz respeito ao compromisso de reduzir para metade o desperdício alimentar ao nível do retalho e do consumidor e de reduzir a perda de alimentos nas cadeias de abastecimento” (ONU, 2021, p. 7), que por sua vez está situado entre os 17 Objetivos de Desenvolvimento Sustentável da Agenda 2030 da ONU.

O Relatório apresenta, além de resultados e constatações sobre o desperdício alimentar de países de todo o planeta, três níveis de abordagem de quantificação do Índice. Com a apresentação desses níveis aos alunos, pretendeu-se evidenciar que há vários meios e etapas em que se pode realizar uma pesquisa e que a profundidade e confiabilidade alcançada com os dados de que se dispõe pode variar. Além disso, esses níveis seriam um caminho de construção da pesquisa, uma vez que o Plano de Aula foi estruturado para que a turma começasse a pensar sobre o desperdício de alimentos na escola desde a primeira aula e à medida que as aulas avançassem as reflexões fossem mais embasadas para que fossem construídos os dados de pesagem de alimentos a serem descartados.

Após iniciar o trabalho de pesagem dos alimentos que seriam descartados, a turma conseguiu elaborar duas hipóteses sobre o descarte de alimentos, que foram retomados pelos grupos, na construção da análise sobre os dados: i) *“Sempre haverá desperdício/sobra de alimentos”*; ii) *“A massa de comida descartada não tem relação com a massa de comida produzida, pois depende do cardápio, se a comida está muito/pouco salgada...”* (Falas dos estudantes).

A primeira hipótese parece pouco contestável e baseada na experiência escolar dos alunos ao longo dos anos, enquanto frequentadores daquele espaço. A segunda hipótese já está mais próxima do ponto de vista pessoal: a atratividade da comida supera até mesmo um excedente produzido, mas uma comida que não agrada o paladar da maioria, terá maior descarte, mesmo que tenha sido produzida em menor quantidade. Chamo a atenção para um aspecto qualitativo trazido para a segunda hipótese: a agradabilidade da comida produzida.

Findado o período de coleta de dados, eles foram disponibilizados a todos os alunos, por meio do Quadro 1:

Quadro 1 - Dados recolhidos pela turma para a pesquisa

PROJETO SOBRE ALIMENTAÇÃO ESCOLAR					
DATA	Cardápio	Massa de comida produzida (kg)	Massa de desperdício de merenda (noturno) (kg)	Quantidade de pessoas que consumiram a merenda	Massa de comida produzida/quantidade de pessoas
18/08	Arroz Feijão Carne	3 kg 3 kg 2,100 kg	1 kg	73	0,11kg
19/08	Carreteiro Tomate	10,560 kg 0,560 kg	0,450 kg	68	0,16 kg
22/08	Arroz Lentilha Ovos	?	2,100 kg	78	?
23/08	Massa Carne Feijão	5,500 kg 5,500 kg 3 kg	0,515 kg	93	0,15 kg
24/08	Arroz Frango Feijão Couve flor	5 kg 2 kg 2 kg 2,100 kg	0,300 kg	79	0,14 kg

Fonte: construído pela autora, 2023.

Ao dispor dos dados, foi proposto à turma que identificasse as possíveis relações entre duas variáveis que poderiam ser utilizadas, para fins de estudo da temática de desperdício de alimentos na escola. Apesar dos alunos já terem contribuído em alguns momentos de participação coletiva na elaboração de respostas e soluções para problemas, nesse momento houve certa dificuldade na participação dos alunos, que pareciam inseguros na escolha das variáveis. Com ajuda da pesquisadora, a turma conseguiu chegar a algumas relações entre as variáveis do quadro, sendo escolhidas pelos grupos para serem analisadas.

Fica evidente que não havia respostas prontas para o trabalho. Cada grupo trabalharia com dados inéditos e traria suas análises para avaliar a veracidade das hipóteses levantadas e contribuir com o estudo do desperdício de alimentos na escola. Foi estabelecido que cada grupo teria de apresentar: gráfico/tabela para relacionar as variáveis estudadas; constatações/interpretação do gráfico/tabela produzido; explicação de como os dados foram obtidos; e identificação do grupo.

Em geral, todos os grupos precisaram de ajuda para utilizar ferramentas de construção de gráficos por meio do *software* de planilhas eletrônicas, acessado pelos *Chromebooks* disponibilizados pela escola. Ao mostrar como utilizar a ferramenta, solicitei aos grupos que pensassem no tipo mais adequado de gráfico para a apresentação dos dados, no título, nas legendas, dentre outros elementos.

Com relação aos conteúdos matemáticos abordados na execução do Plano de Aula, como o foco se deu na interpretação e construção de tabelas e gráficos, o conceito explorado de forma recorrente foi o de

função matemática ao consistir em um modo de relacionar as grandezas (SMOLE, DINIZ, 2010, p. 71). Outros conteúdos, como o cálculo de média aritmética e de porcentagem, foram mobilizados para auxiliar no desenvolvimento deste conteúdo central.

Comentamos, ainda, que o Plano apresentou propostas que estão de acordo com as “Competências específicas de matemática e suas tecnologias para o Ensino Médio”, da BNCC, contribuindo, no momento dedicado ao estudo de aspectos do Relatório da ONU, para que os alunos consigam:

1 - Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, ou ainda questões econômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a consolidar uma formação científica geral (BRASIL, 2018, p.523).

Já no momento dedicado à construção, análise e apresentação de dados para a pesquisa em nível escolar sobre o Desperdício de alimentos, percebe-se contribuição para o desenvolvimento das competências de:

3 - Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos, em seus campos – Aritmética, Álgebra, Grandezas e Medidas, Geometria, Probabilidade e Estatística –, para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.

4 - Compreender e utilizar, com flexibilidade e fluidez, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas, de modo a favorecer a construção e o desenvolvimento do raciocínio matemático (BRASIL, 2018, p.523).

Ao reunir as principais considerações da análise dos dados de relatórios diários escritos pela pesquisadora, das fotos dos trabalhos realizados pelos estudantes e das respostas ao Questionário de coleta de opiniões, conseguimos organizar as reflexões e resultados, descritos em um relato a seguir.

A escolha do tema do projeto, realizada pela equipe diretiva e docente e não pelos alunos, foi o aspecto determinante para entender que a metodologia aplicada foi a de ensino por projetos. Outros aspectos mostraram a liberdade cerceada que os alunos tiveram durante a realização do projeto, com base na sua relativa autonomia para: a elaboração de hipóteses de pesquisa; a proposição de variáveis a serem estudadas e metodologias de pesquisa utilizadas; e para escolher com que variáveis iriam realizar suas análises.

Os espaços de participação, intervenção e criatividade oferecidos aos estudantes dentro do Plano possibilitaram algumas reflexões e ideias que surpreenderam a pesquisadora, mas que poderiam ter sido mais frequentes se houvessem mais oportunidades e não tivessem o tempo limitado de duração do projeto ou a prioridade do cumprimento do currículo de matemática antes de outras aprendizagens que pudessem ser desenvolvidas.

Percebemos que é um desafio aceitar como a metodologia por projetos pode ser apropriada por um sistema de ensino majoritariamente orientado por currículos, em que se prioriza o ensino de conteúdos e tem, em geral, rígidos prazos e formas de avaliação. Todas as demandas citadas permitem pensar que a implementação da metodologia, tanto de aprendizagem ou de ensino por projetos, precisa ocorrer de forma conjunta com a escola.

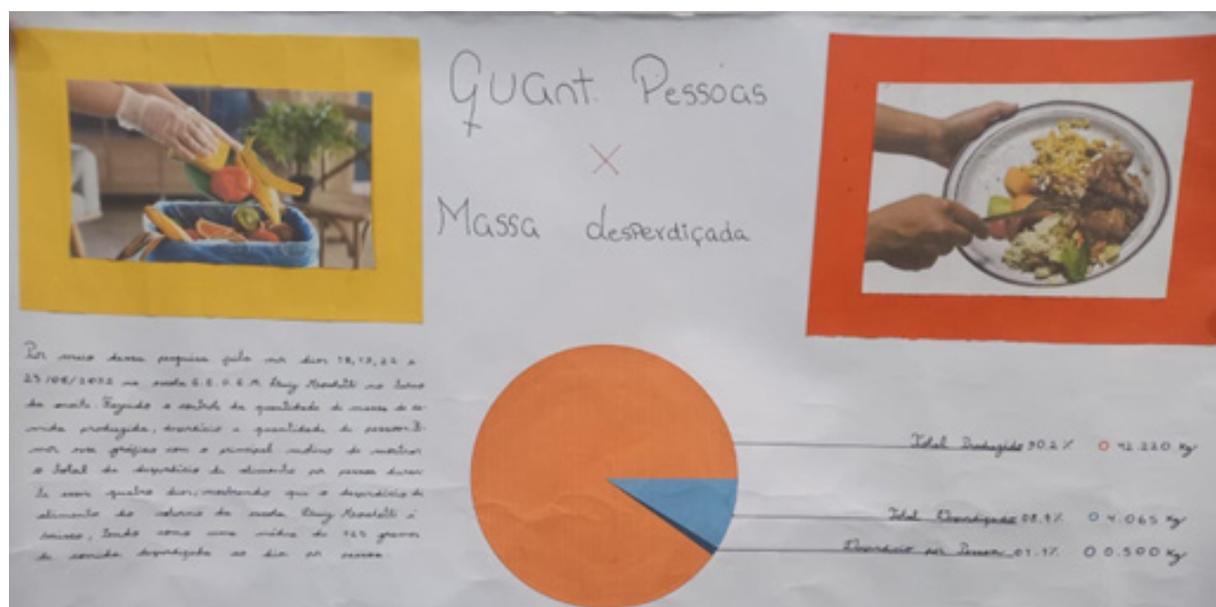
Para expor os alunos em situações em que possam trabalhar com o rompimento da ideologia da certeza, foram realizadas reflexões no início, com a exposição do Relatório da ONU (2021), que evidencia a existência de diferentes níveis de confiabilidade que uma pesquisa pode ter. E, durante a escolha dos meios de construção de dados, os alunos são confrontados com o fato de que uma pesquisa pode incluir as variáveis que o pesquisador julgar mais adequadas aos seus objetivos. Assim, apesar de estabelecida a entrevista com a merendeira do turno da noite e a possibilidade de pesagem dos alimentos a serem descartados, surpreendeu a proposta deles em registrar quais alimentos estavam sendo servidos em cada dia. Como este aspecto qualitativo, relacionado à agradabilidade da comida de cada dia, também foi incorporado nas análises dos estudantes, nos permite deduzir que pesquisa, para eles, não necessariamente era sinônimo de dados quantitativos.

Não apenas em momentos de decisão, como no estudo do material teórico e durante a realização das análises dos dados já coletados pelos alunos, a turma se deparou com tarefas em que não dispunha de respostas prontas para suas perguntas, o que gerou alguma insegurança, impaciência e até desmobilização entre alguns alunos.

Quanto ao conhecimento teórico matemático, é possível destacar algumas dificuldades da turma: o desconhecimento, dificuldade e erros de compreensão sobre o cálculo de porcentagem; as interpretações incorretas de gráficos de pizza e de colunas, atreladas a outros conhecimentos, como a comparação de números decimais; e a adequação de cada tipo de gráfico aos dados trabalhados. Estes aspectos acabam comprometendo não apenas a construção de gráficos, como a capacidade analítica e crítica dos estudantes sobre as variáveis, como vimos ocorrer na apresentação do grupo 3, cujo cartaz trazemos a seguir.

Na Figura 1, observamos que no gráfico há três cores: laranja (que representa a massa de comida produzida na semana); azul claro (que representa a massa de comida desperdiçada ao longo da semana) e azul escuro (que representa a massa de comida desperdiçada por pessoa ao longo da semana). Pode-se verificar que os percentuais reunidos para serem representados no gráfico não necessariamente totalizaram 100%, evidenciando uma ideia incorreta sobre a utilização do gráfico de pizza para este tipo de situação e uma manipulação dos dados para que coubessem no formato que o grupo gostaria de apresentar.

Figura 1 - Cartaz do Grupo 3: Quantidade de pessoas x massa de comida desperdiçada



Fonte: dados da pesquisa, 2022.

Ao serem questionados sobre o motivo da escolha do tipo de gráfico, o grupo informou que construiu o gráfico pelo *software google planilhas*, um dos alunos respondeu que escolheu o de pizza “*porque gosto*”, outra integrante do grupo comentou sobre “*porque é o [gráfico] que se aprende em matemática*”. Ficou evidente que o equívoco na escolha do gráfico está associado a uma percepção limitada das possibilidades de gráfico que poderiam apresentar, ou mesmo partindo da associação quase imediata entre porcentagem e gráfico de pizza.

Quanto aos resultados de pesquisa dos alunos, em geral, nota-se a ocorrência de conclusões precipitadas e generalistas sobre uma coleta de dados que ocorreu por um período curto, influenciando nos resultados. Além disso, alguns grupos parecem se concentrar em demonstrar a veracidade das hipóteses levantadas, sem se importar se os dados que estavam sendo apresentados sustentavam as suas afirmações, o que pode-se entender como que os grupos dispendo da ideologia da certeza para promover uma certa conclusão a que gostaria que se chegasse, como vimos ocorrer com o grupo 4. Na apresentação do seu gráfico de colunas, o grupo 4 ressaltou as variáveis que haviam escolhido (massa de comida produzida por pessoa dividido pela quantidade de pessoas que comeram a merenda, em cada dia) e comentaram que acharam que havia pouca comida sendo servida por pessoa, pois só era servido 11g (o valor correto era 110g, como podemos ver no Quadro 1) de comida por pessoa. Mesmo com o equívoco no registro dos valores, o grupo manteve a constatação de que a quantidade de comida produzida por pessoa era insuficiente para que saíssem satisfeitos, ou seja, priorizaram uma certa conclusão sobre a qual gostariam de convencer os demais.

A partir dos questionários respondidos pelos alunos são frequentes as afirmações não embasadas nos dados coletados por esses para a pesquisa, que acabam reproduzindo falas de senso comum sobre o desperdício de alimentos. Próximo a isso encontra-se a ocorrência de associações imediatas entre a disponibilização dos cartazes para a visualização da comunidade e o entendimento e a conscientização da mesma

sobre o tema divulgado.

Um fator que se repete nas respostas dos estudantes é o descontentamento com a falta de tempo e a pressa com que o projeto teve de ser realizado. Isto pode ter influenciado não apenas na coleta de dados e nas conclusões que os estudantes conseguiram chegar, mas o seu envolvimento com o projeto e até a compreensão sobre a pesquisa e os conceitos matemáticos envolvidos, como o de grandeza e função, sobre os quais alguns alunos manifestaram terem dúvidas.

Nas respostas a diferentes perguntas do Questionário e em etapas diferentes do projeto, foi possível notar algumas percepções sobre a matemática, alinhadas à ideologia da certeza: como a atribuição de importância inquestionável aos gráficos construídos (ainda que nem sempre com procedimentos de construção e interpretação corretos) e a dissociação entre a elaboração de hipóteses e da interpretação de dados com a matemática, que consistiria apenas naquilo que envolve números, como gráficos e tabelas. Sobre isso, também realizei uma observação acerca da relação que estabelece a utilidade da matemática aprendida a partir da sua aplicabilidade imediata e restrita e, da mesma forma, descarta momentos de estudo que não sejam voltados para a preparação de uma avaliação.

Promover espaços de questionamento e crítica sobre a matemática e o entendimento de que ela, assim como outras áreas do conhecimento, também está suscetível a escolhas, decisões e interesses de alguém, abre possibilidades para a formação dos estudantes que não seriam possíveis dentro de um ensino de matemática focado em conteúdos e que não centraliza no estudante, seus interesses e sua formação. Para promover esses espaços, é necessário que o professor de matemática esteja, também, ciente das possíveis nuances da matemática e das informações que veicula. Os estudos aos quais tive acesso, por meio deste trabalho, contribuíram para a minha formação não apenas acadêmica, mas profissional, no sentido da minha aptidão em promover os referidos espaços de educação crítica e emancipadora.

3 - CONCLUSÕES

A prática docente que fundamentou este trabalho permitiu a aplicação da metodologia de ensino por projetos e convidou e desafiou a primeira autora para uma futura promoção de prática que propusesse uma aprendizagem por projetos, algo que, de alguma forma, foi consolidado na I Mostra Científica da Escola Municipal de Ensino Fundamental Prefeito Jorge Dariva, conforme relato em Silva, Maciel (2023).

Com este trabalho espero ter contribuído com a produção de conhecimento acerca da metodologia de projetos e da educação matemática crítica e, especialmente, para promover mais espaços de diálogo sobre estes temas. Pessoalmente, identifico que ter tido a oportunidade de me apropriar e aplicar a metodologia de projetos nas aulas de matemática foi um desafio que gerou muito aprendizado e, especialmente, coragem para novas empreitadas em projetos ou na experimentação de outras metodologias em que os estudantes possam colocar a matemática em prática.

Para aqueles que tenham interesse em reproduzir a prática docente ou mesmo a pesquisa realizada

aqui, recomenda-se dedicar mais tempo para a realização da prática e da construção de dados, assim como, deixar em aberto a temática do projeto, de forma que seja possível propor uma aprendizagem por projetos, se assim for o interesse.

REFERÊNCIAS

BUSS, C.S.; MACKEDANZ, L.F. O ensino através de projetos como metodologia ativa de ensino e de aprendizagem. **Revista Thema**, v. 14, n. 3, 2017. Disponível em: < <https://doi.org/10.15536/thema.14.2017.122-131.481>>. Acesso em: 11 jan. 2023.

FAGUNDES, L. C.; SATO, L. S.; MAÇADA, D. L. **Aprendizes do Futuro**: as inovações começaram. 1. ed. Brasília: PROINFO/SEED/MEC, 1999. v. 19. 95p. Disponível em: < <http://www.dominiopublico.gov.br/download/texto/me003153.pdf> >. Acesso em: 19 nov. 2022.

BRASIL. **Base Nacional Curricular Comum. Ensino Médio**. MEC. 2018. Disponível em:<<http://basenacional-comum.mec.gov.br/abase/#medio> >. Acesso em: 20 jul. 2022.

ONU. **Agenda 2030 para o Desenvolvimento Sustentável**. 2015. Disponível em: <<https://brasil.un.org/pt-br/91863-agenda-2030-para-o-desenvolvimento-sustentavel>>. Acesso em: 15 ago. 2022.

ONU. **ÍNDICE DE DESPERDÍCIO ALIMENTAR RELATÓRIO 2021**. Disponível em: <https://wedocs.unep.org/bitstream/handle/20.500.11822/35280/FoodWaste_PT.pdf?sequence=5&isAllowed=y>. Acesso em: 08 ago. 2022.

SILVA, D. T. S. da; MACIEL P. (no prelo). A Mostra Científica escolar como metodologia de construção de conhecimento e uso de tecnologias digitais no Ensino Fundamental. In: Mostra Científica do Litoral Norte Gaúcho - MOSCLING, 2023. **Anais**. Tramandaí: [...], 2023.

SKOVSMOSE, O. **Educação matemática crítica**. São Paulo: Papirus Editora, 2017. Ebook (185 p.). (Coleção Perspectivas em Educação Matemática). eISBN 978-85-449-0268-4.

SKOVSMOSE, O. **Um convite à educação matemática crítica**. São Paulo: Papirus Editora, 2014. Ebook (176 p.). (Coleção Perspectivas em Educação Matemática). eISBN 978-85-449-0119-9.

SMOLE, K. S.; DINIZ, M. I. **Matemática**: Ensino Médio, v. 1, 6 ed., São Paulo: Saraiva, 2010.

EXPERIMENTANDO NA PRÁTICA CONCEITOS DA ANÁLISE COMBINATÓRIA DESDE O ENSINO FUNDAMENTAL

Diego de Vargas Matos¹

Francieli Aparecida Vaz

Cristiano Peres Oliveira

Anderson Luis Jeske Bihain

Everson Jonatha Gomes da Silva

Leandro Blass

RESUMO

Este trabalho apresenta um relato de experiência² advindo de práticas pedagógicas realizadas com estudantes de três turmas de 8º ano do Ensino Fundamental de uma escola pública da rede municipal de ensino de Alvorada, Rio Grande do Sul, nas quais foi possibilitado a esses discentes experimentarem conceitos da análise combinatória na prática por meio do uso de materiais concretos, da reprodução de experimentos disponíveis em museus de ciências e tecnologia e da articulação entre Literatura Infantil e Matemática. Após a realização das atividades propostas, foi aplicado um questionário contendo questões abertas sobre as práticas pedagógicas realizadas, respondido pelos estudantes que participaram deste estudo de caso, de abordagem qualitativa. Os dados obtidos por meio do questionário foram analisados, utilizando como método a Análise Textual Discursiva, e seus resultados foram comparados com a observação participante do professor pesquisador. Desse modo, conclui-se que a maioria dos estudantes apreciaram a proposta de ensino, principalmente as atividades pedagógicas envolvendo o uso de materiais concretos com apelo ao tátil e ao visual e que, por meio do uso desses recursos, conseguem perceber uma multiplicidade de conceitos sobre análise combinatória durante a resolução de situações problema envolvendo esse conteúdo.

Palavras-chave: Análise combinatória; Ensino Fundamental; Materiais concretos; Museus de ciências e tecnologia; Literatura Infantil.

1 - INTRODUÇÃO

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), os conteúdos matemáticos do Ensino Fundamental estão organizados em cinco unidades temáticas: Geometria; Grandezas e medidas; Estatística e probabilidade; Números; Álgebra (BRASIL, 2018). Anteriormente, nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), estavam organizados em quatro blocos: Números e Operações; Espaço e Forma; Grandezas e Medidas; Tratamento da

¹ Licenciado em Matemática e Mestre em Educação em Ciências e Matemática pela PUCRS. E-mail: diego.matos@acad.pucrs.br

² Este relato trata-se de um recorte da monografia intitulada “Experimentação de conceitos da análise combinatória na prática durante o Ensino Fundamental”, desenvolvida durante o Curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio: Matemática na Prática, o qual foi promovido pela UNIPAMPA de 2021 a 2023.

Informação (BRASIL, 1997). Isto é, a preocupação do campo Tratamento da Informação passou a ser estatística e probabilidade. Porém, a análise combinatória continua sendo tão importante nessa área quanto anteriormente, uma vez que, para calcularmos a probabilidade de um evento ocorrer, antes necessitamos saber o número total de possibilidades existentes. Ou seja, a análise combinatória é pré-requisito para o estudo da probabilidade. Além disso, na BNCC também é indicado diversas articulações, inclusive entre conteúdos do mesmo eixo, nesse caso, análise combinatória e probabilidade.

Pensando nisso, foi elaborada uma proposta de ensino sobre análise combinatória para estudantes do Ensino Fundamental de uma escola pública da rede municipal de ensino de Alvorada, Rio Grande do Sul, de modo a prepará-los com conhecimentos considerados pré-requisitos para os estudos posteriores sobre o eixo Estatística e Probabilidade no Ensino Médio.

A prática docente utilizou materiais concretos, a reprodução de experimentos matemáticos disponíveis em um museu de ciências e tecnologia e a articulação entre Matemática e Literatura Infantil para a construção de conhecimentos sobre análise combinatória pelos estudantes e sua posterior formalização. A fim de averiguar a percepção dos estudantes sobre as práticas pedagógicas realizadas, foi aplicado um questionário contendo questões abertas respondidas por eles posteriormente à execução das atividades descritas neste estudo.

Diante do exposto, o objetivo geral da prática docente foi: Possibilitar aos estudantes do Ensino Fundamental a experimentação de conceitos da análise combinatória na prática. Alcançar esse objetivo é o mesmo que responder ao seguinte problema de pesquisa: De que modo é possível experimentar conceitos da análise combinatória na prática durante o Ensino Fundamental? Para responder a esse problema, algumas metas foram elencadas, a saber: i) Apresentar aos estudantes do Ensino Fundamental conceitos da análise combinatória, considerados pré-requisitos para estudos posteriores sobre probabilidade no Ensino Médio; ii) Verificar a eficácia do uso de materiais concretos, da reprodução de experimentos disponíveis em um museu de ciências e tecnologia e da articulação entre Matemática e Literatura Infantil para o estudo de análise combinatória no Ensino Fundamental; iii) Analisar as percepções dos estudantes, participantes da pesquisa, sobre a experimentação do estudo da análise combinatória de modo mais prático no Ensino Fundamental.

Metodologicamente, esta investigação trata-se de um estudo de caso (YIN, 2001), de abordagem qualitativa (BOGDAN; BIKLEN, 1994). Para sua melhor compreensão, é descrita minuciosamente a execução da proposta de ensino com os estudantes envolvidos e apresentada a análise das respostas dadas por eles ao questionário aplicado após a execução dessa proposta, buscando verificar suas percepções sobre as práticas pedagógicas realizadas. Para tanto, as respostas adquiridas por meio desse questionário foram fragmentadas e esses fragmentos foram agrupados conforme semelhanças entre seus significados e, finalmente, as categorias emergentes desse processo foram descritas visando sua compreensão, conforme o processo de Análise Textual Discursiva (ATD), proposto por Moraes e Galiuzzi (2011), bem como comparadas a observação participante do professor pesquisador.

2 - ALGUNS APORTES TEÓRICOS

Antes de apresentar o relato desta experiência, faz-se necessário apresentar alguns aportes teóricos que foram indispensáveis para a prática docente.

2.1 SOBRE O USO DE MATERIAIS CONCRETOS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

Para Rêgo e Rêgo (2006, p. 43), o uso de materiais concretos é fundamental, pois “[...] a partir de sua utilização adequada, os estudantes ampliam sua concepção sobre o que é, como e para que aprender matemática, vencendo os mitos e preconceitos negativos, favorecendo a aprendizagem pela formação de ideias e modelos”.

O uso de materiais concretos é corroborado pela concepção interacionista de aprendizagem de Piaget (1983), segundo o qual a construção do conhecimento ocorre por meio da interação entre sujeito e objeto de conhecimento. Assim, para o autor, a manipulação de materiais concretos, entre outras experiências exploratórias, é indicada desde os primeiros anos de escolaridade para a construção de conhecimentos.

Para os anos finais do Ensino Fundamental, em particular, Lorenzato (2006) sugere o uso de materiais que desafiam o raciocínio lógico dedutivo nos campos aritmético, geométrico, trigonométrico e estatístico, tais como ilusões de ótica e paradoxos. Já para o Ensino Médio, o autor recomenda o uso de artigos de jornais e revistas, problemas de aplicação da Matemática, questões de vestibulares, desafios ao raciocínio topológico ou combinatório, situações problema envolvendo temas já abordados no Ensino Fundamental, porém, com maior análise e interpretação pelos estudantes.

Sendo assim, neste estudo são utilizados materiais concretos e experimentos que desafiam o raciocínio combinatório de estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental, preparando-os para posterior aprofundamento dos conceitos desse campo de estudo da Matemática no Ensino Médio.

2.2 SOBRE O USO DE EXPERIMENTOS DISPONÍVEIS EM MUSEUS NO ENSINO DE MATEMÁTICA

O museu pode tornar-se um espaço aliado aos processos de ensino e de aprendizagem desde que seja explorado adequadamente por professores e estudantes, pois os experimentos que possui, entre outros ganhos, possibilitam a visualização de conteúdos abordados em aula. Nesse sentido, de acordo com Ferraro e Giglio (2014, p. 334-335):

A parceria estabelecida entre museus e escolas se constitui em ganho na aprendizagem por parte dos alunos, tornando-os mais protagonistas de seu próprio processo de ensino, além de instigá-los a resolver problemas que aparecem – no caso específico de um museu de ciências – no funcionamento dos próprios experimentos.

Alguns museus, em particular de ciências e tecnologia, são considerados interativos, pois possibilitam a ação dos visitantes sobre os experimentos. Desse modo, os visitantes podem tocar, experimentar e observar os fenômenos de diversas áreas do conhecimento (BERTOLETTI, 2013).

O Museu de Ciências e Tecnologia da Pontifícia Universidade Católica do Rio Grande do Sul (MCT-PU-CRS) é um exemplo de museu interativo, o qual conta com mais de 800 experimentos interativos, entre os quais destacam-se:

[...] dioramas, multimeios, interações vivas, jogos virtuais e exposições temporárias diversas, em muitas áreas (Biologia, Física, Matemática, Astronomia, Geologia, Paleontologia, Arqueologia, Informática, História e outras), organizados por setores e distribuídos numa área total de 22 mil m², em três pavimentos e dois mezaninos (BORGES et al., 2008, p.11-12).

Segundo Bertoletti (2012, p. 319), o MCT-PUCRS possui a missão de aproximar as pessoas da ciência e da tecnologia visando que elas alcancem uma compreensão mais plena da realidade. Nesse contexto, esta proposta de ensino conta com a reprodução, em lousa digital, de um experimento disponível no MCT-PUCRS e a realização de atividades pedagógicas envolvendo conceitos de análise combinatória possibilitadas pela sua exploração, mesmo que meramente visual.

2.3 SOBRE A ARTICULAÇÃO ENTRE LITERATURA INFANTIL E MATEMÁTICA

Conforme Souza e Rodrigues (2008), a articulação entre Matemática e Literatura Infantil possibilita um trabalho lúdico e interdisciplinar em sala de aula. As autoras consideram ainda que essa articulação facilita a construção de conceitos matemáticos envolvidos nos contos.

Nesse sentido, Juliani (2007, p. 5) destaca que “[...] em atividades que empregam a integração das duas áreas, os alunos não aprendem primeiro a matemática para depois aplicar à história, mas exploram a matemática e a história infantil simultaneamente”. Além disso, a autora acredita que a articulação entre Matemática e Literatura Infantil possibilita uma maior compreensão da linguagem matemática formal ao estabelecer relações cognitivas dessa com a língua materna e conceitos da vida real.

Pensando nisso, neste estudo é utilizado o conto infantil “Cachinhos Crespos”, uma releitura afro-brasileira da história infantil “Cachinhos Dourados e os três ursos”, elaborada por Mattos (2021), com vistas ao desenvolvimento de conceitos da análise combinatória como, por exemplo, árvore de possibilidades, tabela de dupla entrada e princípio multiplicativo da contagem, ao mesmo tempo em que atende à Lei nº 11.645, de 10 março de 2008, a qual “torna obrigatório o estudo da história e cultura indígena e afro-brasileira nos estabelecimentos de ensino fundamental e médio [...]” (BRASIL, 2008).

3 - RELATO DA EXPERIÊNCIA

3.1 MATERIAL CONCRETO SOBRE INDUMENTÁRIA GAÚCHA

Para a realização dessa aula, cada uma das três turmas envolvidas neste estudo, em seu horário, foi dividida em dois grupos e cada grupo deveria escolher dois representantes para realizar as atividades no quadro branco a partir da manipulação dos materiais concretos sobre a indumentária gaúcha. Na realização

dessa atividade, foi solicitado a um representante que fosse alterando peças da indumentária gaúcha do seu boneco ou boneca, ao passo em que seu colega de grupo escrevia no quadro a combinação realizada a cada troca.

O material concreto utilizado foi o boneco de um gaúcho com duas opções de chapéu (marrom e preto), duas opções de camisa (branca e azul) e duas opções de bombacha (marrom e preta) e a boneca de uma prenda com duas opções de saia (vermelha e lilás), duas opções de blusa (vermelha e lilás) e duas opções de laço para cabelo (vermelho e rosa). A atividade foi proposta sob a forma de jogo onde ganhava o grupo que primeiro terminasse corretamente de listar todas as combinações possíveis de se fazer com a indumentária do seu boneco ou boneca mostrando-as com o material utilizado.

Como ainda não haviam tido aulas sobre análise combinatória, muito menos manipulativa como esta, os alunos possuíam bastante dificuldade na realização da tarefa. Porém, a cada dica dada pelo professor, como, por exemplo, *“são no máximo oito combinações que não se repetem”*, *“se fixar uma peça de roupa e ir alterando as outras se torna mais fácil”*, *“confere sua lista para ter certeza que não escreveu duas combinações iguais”* os estudantes encaminharam-se para concluir a tarefa corretamente. Quando o primeiro grupo que acreditava ter concluído a tarefa falasse *“STOP!”*³, o outro deveria imediatamente parar de realizar suas combinações e aguardar a correção do professor. Se estivesse correto, o grupo venceria a disputa; caso contrário, o jogo continuava para as duas equipes até uma se tornar vencedora.

Ao término da atividade prática no quadro, os alunos foram desafiados a completar as questões solicitadas em folha, entre as quais deveriam descobrir um cálculo que permitisse descobrir o total de combinações mais rapidamente e também algum esquema, além da listagem, que demonstrasse todas essas combinações rapidamente de modo mais organizado.

Após a correção das atividades, os alunos puderam perceber que pelo Princípio Multiplicativo da Contagem as oito combinações eram obtidas pelo cálculo $2 \times 2 \times 2$ e que uma forma organizada de encontrar essas combinações seria uma árvore de possibilidades.

3.2 EXPERIMENTO “COFRES”

Para essa aula, a ideia inicial era fazer uma visita com os estudantes ao MCT-PUCRS, mas por questões financeiras da escola isso não foi possível. Para não deixar de promover essa tarefa, foi elaborada pelo professor uma apresentação em slides mostrando o museu, sua localização e seus principais experimentos, dentre eles o experimento “Cofres”.

Nessa apresentação, reproduzida na lousa digital disponível na sala de aula, havia imagens dos três cofres do experimento: um com três botões, um com quatro botões e outro com cinco botões. O objetivo dessa tarefa, que os estudantes realizaram individualmente, era descobrir de quantas maneiras diferentes

³ Utilizou-se o itálico entre aspas neste trabalho para diferenciar respostas dos participantes de pesquisa das citações de autores.

pode-se abrir cada cofre e listar todas essas maneiras. Para tanto, na apresentação em slides, os botões foram numerados.

Como o cofre com cinco botões permitia a existência de até 120 combinações possíveis, foi dada aos estudantes a numeração do primeiro botão e do último, que já estavam definidos, reduzindo dessa maneira para seis a quantidade de combinações possíveis. Mas isso foi bem difícil para os estudantes perceberem, uma vez que os botões estavam numerados e isso fazia com que eles multiplicassem esses números no cálculo do princípio multiplicativo da contagem, sendo que deveriam, na verdade, reduzir o número de botões a serem pressionados de cinco para três botões. Talvez se tivesse sido utilizado letras, ao invés de números, para nomear cada botão, essa dificuldade não teria existido ou teria sido menos acentuada.

Com relação à listagem das possíveis senhas que podem abrir o cofre de quatro botões caso estivessem presencialmente no MCT-PURS, os estudantes com o auxílio do professor conseguiram perceber que a cada seis senhas um número de botão deveria ser fixado e os outros três trocados de posição, o que facilitou a correção da atividade, pois assim havia uma lógica na construção de suas listagens com 24 combinações diferentes.

Ao final da aula, foi sugerido aos estudantes que guardassem o material em folha utilizado nessa aula para que futuramente testassem essas combinações no experimento “Cofres” para conseguir abri-los de fato quando fosse possível realizar a visita ao MCT-PUCRS presencialmente, o que foi aceito por eles.

3.3 CONTO INFANTIL “CACHINHOS CRESPOS”

Pelo fato da aplicação da última aula dessa proposta de ensino aproximar-se de 20 de novembro, Dia da Consciência Negra, e atendendo à Lei nº 11.645/2008 (BRASIL, 2008), foram realizadas atividades envolvendo conceitos de análise combinatória implícitos no conto infantil “Cachinhos Crespos” (MATTOS, 2021). Nesse conto, que se trata de uma releitura da história infantil “Cachinhos Dourados e os três ursos”, a criança Cachinhos Crespos, em meio à floresta, encontra a casa de três onças-pintadas que possuíam tamanhos diferentes: grande, médio e pequeno. Como as onças-pintadas não estavam em casa, Cachinhos Crespos, ao entrar, utilizou suas cumbrucas de açai e redes de dormir, que possuíam tamanhos correspondentes aos seus donos.

Pensando na estrutura lógica das figuras das onças, de seus pertences e seus tamanhos, foram construídos pelos estudantes de cada turma três cartazes para mostra de trabalhos na escola, utilizando conceitos da análise combinatória desenvolvida ao longo das atividades pedagógicas descritas neste trabalho, a saber, árvore de possibilidades, tabela de dupla-entrada e princípio multiplicativo da contagem. Vale ressaltar que os alunos não apresentaram dificuldades acentuadas na realização dessa atividade em particular, uma vez que necessitaram de pouco auxílio do professor pesquisador enquanto observador participante.

4 - ANÁLISE DOS RESULTADOS

Ao todo, 36 questionários foram respondidos pelos estudantes que participaram das atividades pedagógicas descritas neste trabalho. O questionário contava com quatro questões, as quais foram analisadas qualitativamente por meio do processo de ATD.

Para a primeira questão “Você já estudou Matemática por meio de materiais concretos?”, a maioria dos respondentes, a saber, 19 estudantes, respondeu negativamente. Porém, também foi significativo o número de participantes que responderam positivamente: 17 estudantes. Desse modo, as respostas destes participantes a segunda questão, “Se sim, lembra qual era o conteúdo?”, foram analisadas.

Para a análise da segunda questão, as unidades de significado foram agrupadas conforme as cinco unidades temáticas propostas pela BNCC para o ensino de Matemática no Ensino Fundamental. Não emergiram durante a análise dessa questão, respostas referentes ao eixo Probabilidade e Estatística. Sendo assim, desconsiderando as respostas dos oito estudantes que não lembram quais conteúdos matemáticos foram abordados anteriormente por meio de materiais concretos, emergiram quatro categorias de análise, a saber: Álgebra (1); Números (5); Grandezas e medidas (2); Geometria (1)⁴.

Como se pode observar, a unidade temática Números obteve maior quantidade de respostas agrupadas em si. Em geral, todas essas respostas se referem ao uso de materiais de contagem durante os anos iniciais do Ensino Fundamental para realizar cálculos simples de adição e subtração, como se pode verificar nos seguintes fragmentos de resposta de dois estudantes: “*Sim com material de contagem. exemplo: feijões e lápis*”; “*continha de mais e menos com palitinhos*”. Na categoria Grandezas e medidas ficaram agrupadas as respostas de apenas dois estudantes, quais sejam: “*trena medi na obra*”; “*gráu*”. Já as categorias Álgebra e Geometria contaram com apenas uma resposta em cada, respectivamente: “*Éra polinomio*”; “*Círculo [...] e quadrados*”. Assim, nota-se que o eixo Probabilidade e Estatística nunca foi abordado por meio de materiais concretos com os estudantes participantes da pesquisa anteriormente às atividades pedagógicas descritas neste trabalho.

A terceira questão, “Você gostou das atividades pedagógicas sobre análise combinatória desenvolvidas neste ano letivo? Se sim, qual atividade mais lhe agradou? Por quê?”, contou com a resposta positiva de 27 participantes de pesquisa, contra somente nove que alegaram não terem apreciado as atividades pedagógicas desenvolvidas neste estudo. As respostas positivas, então, foram analisadas conforme a ATD. As atividades pedagógicas mais apreciadas pelos estudantes, emergidas de suas respostas ao questionário, foram agrupadas em categorias de análise, a saber: Material concreto envolvendo a indumentária gaúcha (6); Articulação com a Literatura Infantil (3); Experimento “Cofres” do MCT-PUCRS (9).

Como se pode verificar, a atividade pedagógica mais apreciada pelos estudantes foi a referente ao experimento “Cofres” disponível para exploração no MCT-PUCRS. Apesar de sua exploração tátil não ter sido

⁴ O numeral entre parênteses representa a quantidade de fragmentos de resposta agrupados em cada categoria emergente do processo de ATD.

possível, isso não diminuiu o interesse deles nessa atividade, lembrando que o experimento foi explorado apenas visualmente por meio de apresentação de *slides* na lousa digital disponível na própria sala de aula, o que impossibilitou os estudantes de verificar quais senhas listadas por eles abriam os cofres realmente. Além disso, é evidente o interesse dos estudantes por atividades envolvendo a exploração tátil de materiais concretos, pois a segunda atividade mais apreciada pelos estudantes foi aquela envolvendo a troca de peças da indumentária gaúcha, realizada em um boneco e uma boneca de papel, manualmente. Assim, pode-se inferir que a atividade que articulou Matemática e Literatura Infantil talvez tivesse atraído mais o interesse dos estudantes caso também tivesse envolvido a exploração manual de algum material concreto do que somente a produção de cartazes conforme ocorrido.

Ainda em relação à terceira questão, foram analisadas as respostas que justificavam porque os estudantes gostaram da proposta de ensino desenvolvida no decorrer deste estudo. Dessa análise, emergiram cinco categorias: Ludicidade (5); Facilitação da aprendizagem (2); Exploração prática do conteúdo (2); Inovação (3); Uso de recursos tecnológicos (4).

Destaca-se nessa análise o apelo ao lúdico utilizado durante as atividades pedagógicas, a inovação proporcionada pelo planejamento e execução das mesmas, bem como o envolvimento de recursos tecnológicos, como, por exemplo, o uso da lousa digital em duas das três atividades realizadas. Algumas das respostas dos estudantes agrupadas na categoria com maior frequência foram: *“Gostei de descobrir a senha, por que foi o mais divertido, é muito diferente, coisas novas.”*; *“Sim, por que um pouco pratico e bem divertido.”*. Alguns trechos dessas respostas também foram agrupados nas demais categorias devido às singularidades de seus significados, principalmente os que destacam a inovação e a exploração prática dos conteúdos promovida pela abordagem utilizada na proposta de ensino.

Durante a análise das respostas à última questão, “Quais conceitos sobre análise combinatória você aprendeu nessas atividades pedagógicas?”, emergiram seis categorias para essa questão, excluindo-se apenas aqueles estudantes que não especificaram nenhum conceito em sua resposta. As categorias emergentes dessa análise foram: Cálculo mental (2); Árvore de possibilidades (11); Tabela de dupla entrada (7); Resolução de Problemas (4); Classificação (3); Princípio Multiplicativo da Contagem (2).

É interessante observar a quantidade de aprendizagens destacadas pelos estudantes participantes da pesquisa, não sendo observado a emergência de apenas duas ou três categorias com grande frequência de respostas agrupadas em cada. Isso mostra a multiplicidade de conceitos envolvidos no estudo de análise combinatória que foram percebidos pelos estudantes. Alguns trechos de respostas de estudantes que demonstraram terem compreendido que existem diversas maneiras de resolver um mesmo problema envolvendo análise combinatória são: *“Árvore de possibilidades, combinações por tabela”*; *“multiplicação, tabela”*; *“que não precisa fazer muitos números ou letras. Só saber usar a cabeça”*. Ainda, é válido ressaltar que os resultados obtidos com a análise dos questionários respondidos pelos estudantes participantes da pesquisa estão em consonância com as observações realizadas pelo professor pesquisador no decorrer das propostas pedagógicas.

5 - CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao término da prática pedagógica é possível apresentar algumas considerações sobre os resultados obtidos a partir da experiência de desenvolver uma proposta de ensino envolvendo a experimentação de conceitos sobre análise combinatória na prática com estudantes dos anos finais do Ensino Fundamental.

No que se refere ao uso de experimentos disponíveis em museus de ciências e tecnologia, é importante destacar que independentemente da visita aos mesmos, quando bem planejada e executada, uma proposta de ensino envolvendo esses experimentos atrai tanto a atenção dos estudantes quanto se estivessem fisicamente no museu, bem como lhes permite ter uma ideia de uma aplicação prática do conteúdo desenvolvido em sala de aula, desde que contem com a mediação do professor na realização das tarefas propostas, conforme ocorrido nessa experiência.

Em relação ao uso de materiais concretos, principalmente aqueles com apelo ao tátil e ao visual, a proposta de ensino mostrou-se eficaz para tornar a experimentação de conceitos sobre análise combinatória mais prática para os estudantes que os utilizam, bem como para atrair o interesse dos mesmos. Nesse sentido, é possível afirmar que a articulação com a Literatura Infantil, caso utilize materiais concretos, e não meramente a produção e a exposição de cartazes como realizado nessa experiência, também pode tornar-se uma aliada nos processos de ensino e de aprendizagem de Matemática.

Ainda, é válido ressaltar que as atividades pedagógicas realizadas neste estudo tornaram possível aos estudantes envolvidos perceber vários conceitos sobre análise combinatória que lhes permitem resolver situações problema envolvendo esse conteúdo por meio de diferentes estratégias, tais como tabelas de dupla entrada, árvore de possibilidades e princípio multiplicativo da contagem.

Enfim, conforme verificado na análise dos questionários, o eixo Probabilidade e Estatística ainda é pouco explorado nos anos finais do Ensino Fundamental, apesar de ser indicado na BNCC. Mas, por meio da exploração prática de conceitos envolvendo análise combinatória como nas atividades pedagógicas descritas neste estudo, é possível modificar essa realidade e preparar os estudantes do Ensino Fundamental para o estudo mais aprofundado desse eixo de conteúdos matemáticos, que será realizada no Ensino Médio.

REFERÊNCIAS

BERTOLETTI, J. J. Museu de Ciências e Tecnologias da PUCRS: projetos especiais – 1967-2007. In: BORGES, R. M. R.; IMHOFF, A. L.; BARCELLOS, G. B. (Orgs.). **Educação e cultura científica e tecnológica: centros e museus de ciências do Brasil**. Porto Alegre: EDIPUCRS, 2012, p. 299-358.

BERTOLETTI, A. C. R. A arte de construir experimentos interativos. In: BORGES, R. M. R. (Org.). **Museu de Ciências e Tecnologia da PUCRS: coletânea de textos publicados**. Porto Alegre, EDIPUCRS, 2013, p. 61-68.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação qualitativa em educação**: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BORGES, R. M. R.; MANCUSO, R.; LIMA, V. M. R. (Orgs.). **Museu interativo**: fonte de inspiração para a escola. (2a ed). Porto Alegre: EDIPUCRS, 2008.

BRASIL. **Parâmetros curriculares nacionais**: matemática. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. **Lei nº 11.645, de 10 de março de 2008**. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2008/lei/l11645.htm>. Acesso em: 14 nov. 2022.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 01 dez. 2022.

FERRARO, J. L. S.; GIGLIO, R. O Museu como espaço de transversalidade. In: **Educação Por Escrito**, Porto Alegre, 2014, v. 5, n. 2, p. 333-345.

JULIANI, M. Matemática e Literatura: Resolução de situações-problema a partir de contos para crianças. In: **Revista do Professor**, Porto Alegre, 2007, v. 23, n. 90, p. 5-8.

LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006, p. 3-37.

MATTOS, D. **Cachinhos Crespos**. [S.l.]: Bitá Publicações, 2021, 24 p.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. **Análise textual discursiva** (2. ed). Ijuí: Unijuí, 2011.

PIAGET, J. **A epistemologia genética**. Sabedoria e ilusões da filosofia. Problemas de psicologia genética (2. ed). São Paulo: Abril Cultural, 1983.

RÊGO, R. M.; RÊGO, R. G. Desenvolvimento e uso de materiais didáticos no ensino de matemática. In: LORENZATO, S. (Org.). **O Laboratório de Ensino de Matemática na Formação de Professores**. Campinas, SP: Autores Associados, 2006 p. 39-56.

SOUZA, S. F.; RODRIGUES, R. V. R. Literatura e Matemática: possibilidade de trabalho lúdico e interdisciplinar. In: **Revista do Professor**, Porto Alegre, 2008, v. 24, n. 95, p. 35-39.

YIN, R. K. **Estudo de caso**: planejamento e métodos (2. ed). Porto Alegre: Bookman, 2001.

EXPLORANDO A MODELAGEM MATEMÁTICA NO ESTUDO DA FUNÇÃO EXPONENCIAL NO CRESCIMENTO DO BOLOR (MOFO) DO PÃO: UMA ABORDAGEM DIDÁTICA EM SALA DE AULA

Dinane Maria Alves de Mederios
Anderson Luís Jeske Bihain
Everson Jonatha Gomes da Silva
Cristiano Peres Oliveira
Francieli Aparecida Vaz
Leandro Blass

RESUMO

Este trabalho traz o relato de uma experiência de ensino que emprega a metodologia da modelagem matemática para investigar o crescimento do bolor (mofo) em pães. Realizado com alunos dos 1º A e B e 2º B da Escola Estadual José Glicério, Jaboatão dos Guararapes - PE, o estudo tem como objetivo principal o ensino da função exponencial. O experimento envolveu a apresentação de dois pães, sendo um umidificado e o outro mantido em estado natural. Os alunos foram desafiados a acompanhar a evolução da colônia de fungos ao longo de cinco dias, utilizando tabelas e gráficos para registrar e analisar os dados coletados. A modelagem matemática emergiu como uma ferramenta valiosa, permitindo aos estudantes identificar padrões e tendências no crescimento do bolor, com muitos deles reconhecendo a relação exponencial entre o tempo e a proliferação dos fungos. Esta abordagem proporcionou uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos envolvidos, além de promover a reflexão sobre a aplicação prática da matemática no mundo real.

Palavras-chave: Modelagem matemática, função exponencial, proliferação de fungos.

1 - INTRODUÇÃO

Este capítulo relata a aplicação prática da metodologia da modelagem matemática para estudar o crescimento do bolor no pão, utilizando a função exponencial, como parte de um projeto desenvolvido durante o curso de Especialização em Ensino da Matemática, Matemática na Prática. O objetivo principal foi transformar a experiência de aprendizado em sala de aula, tornando-a envolvente e desafiadora para os alunos do ensino médio da Escola Estadual José Glicério, localizada em Jaboatão dos Guararapes, PE.

Nossa intenção foi explorar a modelagem matemática como uma ferramenta eficaz para abordar situações do cotidiano de forma significativa. Em particular, almejamos investigar o crescimento do bolor no pão, uma questão que desperta o interesse dos alunos e que pode ser analisada através de conceitos matemáticos como a função exponencial.

O capítulo detalha os objetivos do projeto, que incluem não apenas a compreensão da modelagem matemática e da função exponencial, mas também a introdução dos alunos à iniciação científica por meio de uma experiência prática e contextualizada. A proposta envolveu os alunos em uma situação-problema que exigiu observação, coleta de dados, análise e formulação de conclusões, estimulando sua participação ativa no processo de aprendizagem.

Para alcançar nossos objetivos, planejamos cuidadosamente cada etapa do projeto, desde a apresentação da situação-problema até a análise dos resultados obtidos. Durante as aulas, os alunos foram incentivados a desenvolver soluções próprias, promovendo o pensamento crítico e a criatividade. A coleta de dados e a análise das construções dos alunos foram realizadas com o intuito de avaliar o progresso e identificar oportunidades de aprimoramento na abordagem metodológica.

Por fim, este capítulo apresenta uma reflexão sobre as implicações do projeto para o ensino da matemática, bem como sugestões para trabalhos futuros. Ao compartilhar essa experiência, esperamos contribuir para o desenvolvimento de práticas pedagógicas inovadoras e motivadoras no ensino da matemática.

2 - METODOLOGIA

Nesta seção, será delineada a metodologia adotada para a implementação da modelagem matemática no estudo do crescimento do bolor no pão, bem como a abordagem qualitativa utilizada para analisar a produção dos alunos. Através da revisão da literatura apresentada, será possível compreender melhor as bases teóricas e metodológicas que sustentam a modelagem matemática e a abordagem qualitativa na Educação Matemática.

2.1 Modelagem Matemática

A modelagem matemática é uma ferramenta poderosa no ensino e na aprendizagem da matemática, permitindo que os alunos abordem problemas do mundo real de forma criativa e investigativa. No contexto da educação básica, a modelagem matemática pode promover o desenvolvimento do pensamento crítico, além de expandir a compreensão dos conceitos matemáticos e sua aplicação em situações práticas do cotidiano (Petry et al., 2020).

De acordo com Malheiros (2008), a Modelagem possui várias concepções dentro da Educação Matemática, que são discutidas em sua revisão de literatura. No Brasil, seu surgimento remonta à década de 1970, influenciado pelas ideias de Paulo Freire e Ubiratan D'Ambrosio, ganhando destaque na década de 1980 com o trabalho de Rodney Bassanezi, seguindo os ideais de D'Ambrosio (Borba e Villarreal, 2005). Inspirada na Etnomatemática, a Modelagem se consolidou como uma estratégia pedagógica eficaz, proporcionando a realização de diversos estudos sobre sua aplicação no ensino da matemática.

A modelagem matemática, como método científico, estimula a investigação e a resolução de problemas de forma colaborativa. Ponte et al. (2005) descrevem quatro momentos no processo de investigação

em Matemática: formulação de questões, organização de dados, realização de testes e justificação. Esses momentos permitem aos alunos uma aprendizagem significativa, além de desenvolver competências críticas e habilidades de exploração.

Além disso, a modelagem matemática é um método de representação quantitativa que está associada a problemas do cotidiano. Segundo Almeida e Vertuan (2011), ela é descrita como uma situação inicial (problemática), uma situação final desejada e um conjunto de procedimentos e conceitos para passar da situação inicial para a final.

Burak (2010) propõe um processo de modelagem matemática composto por cinco etapas: escolha do tema, pesquisa exploratória, levantamento de problemas, resolução de problemas e análise crítica das soluções. O professor atua como mediador em todas as etapas, incentivando os alunos a uma participação ativa e produtiva.

A Modelagem Matemática tem se destacado como uma abordagem eficaz no ensino de matemática. Através dela, os alunos são motivados a explorar e resolver problemas do mundo real, utilizando a matemática como ferramenta. Nesse contexto, a pesquisa qualitativa pode ser uma ferramenta valiosa para analisar a aplicação da Modelagem Matemática em sala de aula, fornecendo uma compreensão mais profunda sobre o processo de ensino e aprendizagem.

2.2 Abordagem Qualitativa

Segundo Gerra (2014), na abordagem qualitativa, o objetivo é aprofundar a compreensão dos fenômenos estudados, como as ações dos indivíduos em seu ambiente social. A interpretação dos fenômenos é realizada a partir da perspectiva dos próprios sujeitos envolvidos, sem se preocupar com representatividade numérica ou relações lineares de causa e efeito. São necessários três elementos fundamentais: a interação entre o objeto de estudo e o pesquisador, o registro de dados e a interpretação dos resultados.

A pesquisa qualitativa busca compreender as ações e resultados por meio de descrições, opiniões e pontos de vista, utilizando roteiros de entrevistas, observações e análise de produção dos alunos. É adequada para entender as motivações, ideias e opiniões dos participantes e descobrir tendências.

Neste trabalho, a abordagem qualitativa será adotada em um estudo de caso sobre o crescimento do bolor em uma fatia de pão, utilizando a modelagem matemática como estratégia de ensino. O objetivo é analisar como a modelagem matemática influencia a aprendizagem dos alunos e como eles percebem essa abordagem. Para isso, serão utilizados roteiros de observação, entrevistas individuais e análise da produção dos alunos. Essa análise permitirá uma compreensão mais profunda dos desafios e possibilidades da modelagem matemática como estratégia de ensino.

2.3 Planejamento da Aula

Nesta seção, será descrito brevemente o planejamento das atividades da aula inovadora proposta

desse trabalho, que envolve a realização de um experimento sobre uma situação-problema do cotidiano. O objetivo é promover a construção do conhecimento, incentivando os alunos a problematizar, analisar e identificar questões pertinentes à temática proposta. De acordo com Ausubel (1918-2008), novos conhecimentos adquirem significados para o sujeito e os conhecimentos prévios se estabilizam ou se transformam em novos significados. Nesse sentido, espera-se que os alunos tenham a oportunidade de adquirir novos significados através da interação com um conhecimento prévio sobre o desenvolvimento do mofo no pão, proporcionando uma aprendizagem significativa.

2.3.1 Objetivos das Atividades da Aula Inovadora

2.3.1.1 Objetivo Geral

O objetivo principal é utilizar a modelagem matemática como uma ferramenta para compreender a função exponencial por meio de um experimento prático, observando o crescimento do bolor (mofo) em fatias de pão.

2.3.1.2 Objetivos Específicos

- Introduzir a metodologia da modelagem matemática, destacando sua importância e aplicabilidade.
- Capacitar os alunos para acompanhar e registrar o crescimento do bolor no pão, desenvolvendo habilidades de observação e análise.
 - Reforçar os conhecimentos sobre funções exponenciais, proporcionando uma compreensão mais aprofundada desse conceito matemático.
 - Estabelecer uma conexão entre a matemática e a vida cotidiana dos alunos, demonstrando como os conceitos matemáticos podem ser aplicados em situações práticas.

2.3.2 O Plano de Aula

O experimento será conduzido em três etapas:

Etapa 1: Preparação e Início do Experimento

Nesta fase inicial, os alunos serão introduzidos ao experimento e às técnicas de modelagem matemática. Será realizada a preparação dos pães, contaminando um deles com fungo, e os alunos serão instruídos sobre como registrar o crescimento do fungo diariamente em uma tabela específica. Será enfatizada a importância da precisão e consistência na coleta de dados.

Etapa 2: Realização do Experimento pelos Alunos

Os alunos serão responsáveis por realizar o experimento em casa, seguindo as orientações e procedimentos estabelecidos na primeira etapa. Eles deverão registrar o crescimento do bolor no pão diariamente, observando e anotando quaisquer mudanças ao longo do tempo.

Etapa 3: Análise dos Resultados e Construção de Modelos Matemáticos

Nesta etapa final, os alunos irão analisar os dados coletados e construir modelos matemáticos para representar o crescimento do bolor no pão. Será feita uma verificação se os valores registrados estão dentro do esperado e serão construídos gráficos para visualizar o comportamento do crescimento do bolor ao longo do tempo. O ajuste da equação exponencial será realizado utilizando um programa de computador, permitindo aos alunos explorar e compreender a relação entre os dados experimentais e a função exponencial.

Após a realização do experimento e a construção do modelo matemático, será feita uma contextualização em sala de aula, onde o professor ajudará os alunos a organizar seus aprendizados sobre funções exponenciais e a prática de construir um modelo exponencial com um experimento prático. Nesta etapa, os alunos serão incentivados a utilizar o Excel para construir os gráficos e ajustar a equação exponencial.

2.3.3 Coleta das Evidências para a Análise Qualitativa

Para analisar o experimento, o professor receberá das atividades propostas pelos alunos, incluindo os dados coletados, registros fotográficos, gráficos e questionários preenchidos. Além disso, o professor analisará as interações em sala dos grupos formados para a realização da atividade. Além disso um breve questionário será aplicado aos alunos para que deixem suas considerações sobre as atividades.

3 - RELATO DE EXPERIÊNCIA

3.1 Aplicação da aula inovadora

No decorrer das aulas de matemática ministradas para as turmas dos 1º anos A e B, e para a turma do 2º B, na Escola Estadual José Glicério, localizada em Jaboatão dos Guararapes - Pernambuco, uma experiência envolvendo o estudo da função exponencial foi conduzida durante a terceira unidade, no segundo semestre de 2022. O objetivo principal foi promover uma aprendizagem significativa por meio da realização de práticas científicas tanto dentro quanto fora da sala de aula.

Figura 1 - Explicação da professora sobre as etapas do experimento em sala.



Fonte: Autor, 2024

A motivação para essa iniciativa surgiu da necessidade de contextualizar a modelagem matemática em situações do cotidiano, permitindo que os alunos pudessem observar, analisar e questionar um experimento prático relacionado ao crescimento de mofo em pão. A execução do experimento demandou, em média, duas aulas consecutivas em cada turma, durante uma semana.

Os materiais utilizados incluíram dois pães de forma, dois pratos, um cotonete, 200ml de água e dois sacos com fecho. Cada pão foi disposto em um prato, sendo que um deles foi umedecido com água utilizando o cotonete em pequenas áreas na superfície, enquanto o outro permaneceu sem alterações. Em seguida, cada pão foi colocado em um saco plástico com fecho, com instruções para armazenamento em locais diferentes.

Os alunos foram instruídos sobre o desenvolvimento do mofo em matéria orgânica, como o pão, devido à quebra do amido em açúcares menores. O acompanhamento do experimento ocorreu diariamente, registrando-se o crescimento do mofo ao longo do tempo. Além disso, foi explicado o processo de cultivo do mofo, envolvendo uma fatia de pão, um saco plástico com fecho, um cotonete e água, para uma compreensão mais abrangente.

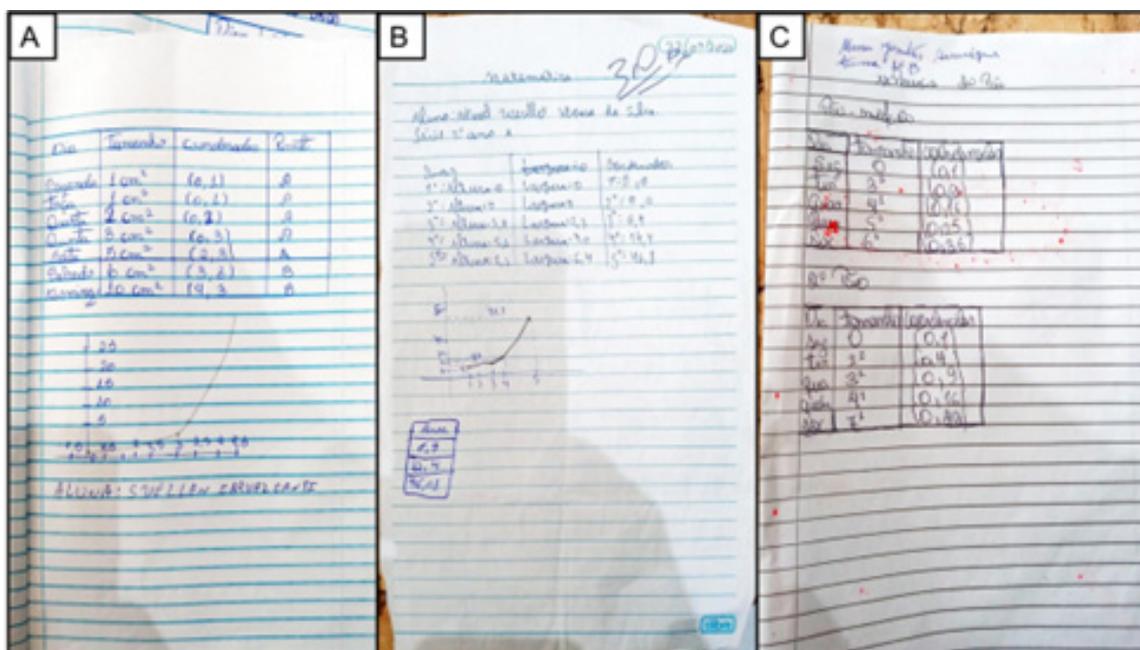
Figura 2 – Registros fotográficos do experimento. A – Aluno preparando o experimento; B – Pão sendo envolvido com o saco plástico; C - Pão que foi umidificado apresentando o desenvolvimento do mofo após 5 dias.



Fonte: Autor, 2024

Na segunda etapa, os alunos foram orientados sobre a elaboração de uma tabela para registrar as variáveis e realizar os cálculos necessários, bem como a construção de um gráfico com eixos definidos, representando os dias no eixo das abscissas e o crescimento do mofo no eixo das ordenadas. A maioria dos alunos conseguiu elaborar corretamente a tabela e construir o gráfico, evidenciando uma função exponencial.

Figura 3 – Preenchimento da tabela e construção do gráfico pelos alunos. A e B – Alunos que conseguiram construir o gráfico e C – Aluno que não conseguiu construir o gráfico.



Fonte: Autor, 2024

O experimento despertou o interesse e o questionamento dos alunos, tornando a aula mais dinâmica e desafiadora. Apesar de algumas dificuldades encontradas, como a falta de acesso a computadores para gerar gráficos ou a dificuldade em preencher corretamente as informações na tabela, a atividade proporcionou uma oportunidade valiosa de aprendizado prático e reflexão. Os alunos puderam assimilar conceitos matemáticos de forma mais concreta, contribuindo para uma melhor compreensão do tema em estudo.

A descrição das etapas do experimento, juntamente com registros fotográficos, pode ser observada nas Figuras 1, 2 e 3. A Figura 1 mostra a explicação da professora sobre as etapas do experimento em sala de aula. A Figura 2 apresenta registros fotográficos do experimento, incluindo a preparação realizada pelos alunos (Figura 2A), o envolvimento do pão com o saco plástico (Figura 2B) e o desenvolvimento do mofo após 5 dias (Figura 2C). Por fim, a Figura 3 ilustra o preenchimento da tabela e a construção do gráfico pelos alunos, destacando exemplos de alunos que conseguiram (Figuras 3A e 3B) e um exemplo de aluno que não conseguiu (Figura 3C) construir o gráfico.

3.2 Análise das Respostas ao Questionário

Questão 1: Dificuldades na Resolução do Experimento

Os alunos apresentaram uma variedade de opiniões em relação às dificuldades enfrentadas durante o experimento. Enquanto alguns relataram dificuldades em lembrar-se de molhar o pão e medir o tamanho do mofo, outros acharam o procedimento relativamente simples. Notavelmente, alguns alunos observaram que o mofo demorou mais do que o esperado para se desenvolver. Esta diversidade de respostas indicou uma

percepção equilibrada das dificuldades, com 51% dos alunos relatando alguma forma de desafio.

Questão 2: Dificuldades no Preenchimento da Tabela

A maioria dos alunos afirmou não ter tido dificuldades no preenchimento da tabela, destacando a clareza das instruções fornecidas pela professora. No entanto, cerca de 40% dos alunos encontraram dificuldades, incluindo problemas com cálculos e medições. Embora muitos alunos tenham relatado não ter tido problemas, alguns erros foram identificados na correção dos trabalhos, sugerindo uma discrepância entre a percepção dos alunos e a precisão dos resultados.

Questão 3: Análise da Grandeza Estudada e do Desenvolvimento do Gráfico

A análise revelou que a maioria dos alunos conseguiu identificar o crescimento do fungo como a grandeza principal estudada. Além disso, a construção do gráfico, em sua maioria, refletiu um modelo exponencial crescente, conforme esperado. No entanto, alguns alunos enfrentaram dificuldades na interpretação dos dados e na construção do gráfico, resultando em respostas divergentes. É interessante notar que uma pequena parcela dos alunos relatou dificuldades em observar a evolução do fungo ao longo do tempo.

Questão 4: Percepção da Metodologia Usada para Explicar o Experimento

As respostas dos alunos sobre a metodologia empregada foram variadas. Enquanto alguns elogiaram a abordagem do experimento como uma experiência prática e educativa, outros expressaram dificuldades em compreender completamente as instruções fornecidas. Sugestões para melhorias incluíram a utilização de vídeos ou demonstrações visuais para facilitar a compreensão. No entanto, a maioria dos alunos conseguiu concluir o experimento sem problemas significativos, refletindo uma percepção geral positiva da metodologia adotada.

Essa análise proporcionou uma visão abrangente das experiências dos alunos durante o experimento de matemática, destacando tanto os pontos positivos quanto as áreas que podem exigir melhorias.

4 - CONCLUSÕES

Após o planejamento e aplicação do experimento prático sobre o crescimento do bolor no pão, destinado aos alunos dos 1º anos A e B e 2º B do ensino médio na Escola Estadual José Glicério, em Jaboatão dos Guararapes-PE, diversas conclusões foram extraídas dessa experiência.

Inicialmente, é importante ressaltar que a proposta visava explorar as potencialidades da modelagem matemática na compreensão da função exponencial. O objetivo geral era identificar como a modelagem matemática poderia elucidar o crescimento do bolor no pão, uma situação comum do cotidiano.

Os resultados obtidos revelaram uma variedade de respostas, gerando não apenas funções exponen-

ciais, mas também outras formas funcionais. Isso demonstra a complexidade da experiência, influenciada por fatores como a umidificação do pão, o método e local de armazenamento e a diversidade de fungos presentes.

Uma análise das percepções dos alunos revelou que uma parcela significativa enfrentou dificuldades na execução do experimento. Embora 17% dos alunos tenham alcançado resultados satisfatórios seguindo apenas a metodologia fornecida, a maioria enfrentou desafios para compreender e aplicar os conceitos matemáticos necessários.

Ficou evidente que os alunos possuem diferentes estilos de aprendizagem e podem se beneficiar de recursos diversos, como vídeos explicativos e materiais adequados para a execução do experimento. A falta desses recursos pode ter impactado negativamente no aprendizado de alguns alunos.

Diante dessas conclusões, é imperativo repensar a metodologia de ensino utilizada ao propor experimentos matemáticos. Além disso, é essencial considerar as percepções dos alunos e buscar maneiras de tornar o conhecimento matemático mais acessível e compreensível para todos os estudantes.

Assim, recomenda-se aprimorar a abordagem metodológica, incorporando recursos diversificados e promovendo uma reflexão mais profunda sobre as necessidades individuais dos alunos no processo de aprendizagem matemática. Somente assim poderemos garantir uma educação mais inclusiva e eficaz para todos.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, L. M. W.; VERTUAN, R. E. Discussões sobre “como fazer” modelagem matemática na sala de aula. In: ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; ARAÚJO, Jussara de Loiola; BISOGNIN, Eleni (orgs.). Práticas de modelagem matemática: relatos de experiências e propostas pedagógicas. Londrina (PR): Eduel, 2011. P. 19-43.

BORBA, M.C.; VILLARREAL, M.E. Humans-with-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking: Information and Communication Technologies, Modeling, Visualization and Experimentation. New York: Springer Science+Business Media, Inc., 2005.

BURAK, D. Modelagem matemática sob um olhar de Educação Matemática e suas implicações para a construção do conhecimento matemático em sala de aula. Revista de Modelagem na Educação Matemática. Vol. 1, n. 1, p. 10-27 2010.

MALHEIROS, A. P. S. Educação matemática online: a elaboração de projetos de modelagem. 2008. 187 f. Tese (doutorado) - Universidade Estadual Paulista, Instituto de Geociências e Ciências Exatas, 2008. Disponível em: <<http://hdl.handle.net/11449/102084>>.

PETRY, P, P, COSTA; MEDEIROS, K. M.; HARDOIM, E. L., e MANSILLA, D. E. P. “A Modelagem Matemática Como Uma Metodologia Investigativa e Crítica Nas Aulas de Matemática.” Educação Matemática Debate 4 (July 30, 2020): e202037. Acessado May 7, 2023. <https://www.periodicos.unimontes.br/index.php/emd/article/view/2225>.

ENSINO DAS FUNÇÕES AFIM E EXPONENCIAL NA 1ª SÉRIE DO ENSINO MÉDIO: RELATO DE UMA EXPERIÊNCIA COM MODELAGEM MATEMÁTICA

Eduardo de Vasconcelos Martins

Leandro Blass

Francieli Aparecida Vaz

Anderson Luis Jeske Bihain

Cristiano Peres Oliveira

Everson Jonatha Gomes da Silva

RESUMO

No âmbito educacional, é preocupação dos professores de matemática o interesse dos seus estudantes pela disciplina, o que faz com que diferentes estratégias de ensino sejam exploradas, e a Modelagem Matemática é uma delas, tendo como característica a aproximação entre o cotidiano dos estudantes e a linguagem matemática. Este trabalho tem como objetivo aplicar uma aula inédita fazendo uso da modelagem para o ensino das funções afim e exponencial e comunicar a experiência do autor com uma turma de 1.ª série do Ensino Médio, na cidade de Sobral, no interior do Ceará. A metodologia da pesquisa é de caráter exploratório, sendo o público alvo estudantes do primeiro ano do Ensino Médio e a coleta de dados será por meio de questionários. Faz-se uma pesquisa bibliográfica para analisar as diferentes definições de modelagem, a sua aplicação no ensino de funções e a proximidade com as habilidades apresentadas pela Base Nacional Comum Curricular. Após a análise da atividade aplicada e por meio dos resultados dos questionários, verificou-se que os estudantes interpretam a matemática como algo desnecessário e descontextualizado, mas que atividades como esta podem auxiliar a aprimorar a visão da matemática como algo conectado com a realidade. Conclui-se que a Modelagem Matemática é uma estratégia de ensino eficaz para aprimorar o interesse dos estudantes pela matemática, ao vincular a linguagem matemática com assuntos do cotidiano.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Ensino de Funções; Ensino Médio.

1 - INTRODUÇÃO

O processo de instrução e assimilação dos estudantes, especialmente na disciplina de matemática, demonstra ser desafiador, considerando as percepções que os estudantes têm em relação aos conceitos matemáticos. É recorrente o argumento de que a matemática é desinteressante, aparentemente inútil ou, até mesmo, que não contribui significativamente para a formação humana de um cidadão. Diante desse cenário, os pesquisadores em educação buscam abordagens alternativas para tornar a matemática mais envolvente, atraindo mais adeptos para o “universo” matemático.

A Modelagem Matemática surge como uma estratégia que se apresenta como uma maneira de revi-

talizar o interesse dos estudantes pela matemática. Diversas definições têm sido propostas por autores que investigam a modelagem como uma abordagem de ensino. Almeida, Silva e Vertuan (2020), por exemplo, associam à modelagem um conjunto de fases destinadas à construção de um modelo matemático, entendido como uma estrutura que utiliza a linguagem matemática como meio de comunicação.

Por outro lado, alguns autores, como Bassanezi (2002) e Meyer, Caldeira e Malheiros (2021), percebem a modelagem como um processo mais abrangente do que simples etapas ou uma estratégia de ensino. O primeiro, Bassanezi (2002), como matemático aplicado, concebe a modelagem como uma arte que converte problemas da realidade em desafios expressos por meio da simbologia matemática. Os demais autores, Meyer, Caldeira e Malheiros (2021), encaram a modelagem como um processo investigativo que lida com problemas “reais” e tem o potencial de transformar o currículo educacional.

O texto em questão representa a produção final de um curso de especialização em ensino de matemática para o Ensino Médio, focalizando, como objetivos principais, a aplicação de uma atividade de Modelagem Matemática para o ensino de funções afins e exponenciais, bem como a análise da percepção dos estudantes em relação à matemática abordada ao longo do ano letivo, por meio da aplicação de questionários. De maneira mais específica, esta pesquisa visa aprofundar a definição do conceito de modelagem, apresentando, também, de que maneira a Base Nacional Comum Curricular (BNCC) sustenta a utilização dessa estratégia no âmbito da educação básica. Além disso, são oferecidas sugestões sobre como os professores podem conduzir atividades de modelagem em sala de aula.

A escolha deste tema decorre da necessidade crescente de despertar o interesse dos estudantes pelo estudo e aprendizado da matemática. Conforme argumenta Bassanezi (2002), a afinidade dos estudantes com a matemática é fortalecida quando ela está conectada à realidade cotidiana dos alunos. Dessa forma, a modelagem surge como uma estratégia não apenas para o tópico abordado neste trabalho, mas para qualquer temática de interesse dos estudantes ou das turmas como um todo.

A metodologia adotada nesta pesquisa é caracterizada como análise exploratória, considerando a atividade de Modelagem Matemática desenvolvida e aplicada ao ensino de funções. Adicionalmente, o trabalho se insere na abordagem qualitativa, pois utiliza pesquisas bibliográficas e a aplicação de questionários junto aos estudantes que participaram da atividade. O levantamento bibliográfico tem em vista trazer definições sobre modelagem, sua aplicação no ensino de funções e sua relação com a BNCC. Já o questionário tem como propósito mostrar o desempenho dos estudantes na atividade e sua percepção em relação à matemática.

2 - RELATO DE EXPERIÊNCIA

A proposta de atividade de Modelagem neste estudo foi desenvolvida com base no texto de Helena (2016), que considera a Modelagem como uma abordagem que auxilia no processo de ensino e aprendizagem das funções afim, exponencial e logarítmica. Neste trabalho, a aula inovadora foi aplicada em uma turma de 1ª série do Ensino Médio.

Os planos de aula foram estruturados em seções, seguindo a abordagem de Almeida, Silva e Vertuan (2020), que correspondem às etapas da Modelagem no ensino de matemática: inteiração, matematização, resolução e interpretação de resultados, e validação.

A aula inovadora está dividida em duas partes distintas. Na primeira parte, busca-se elaborar um modelo para responder à pergunta “Como determinar a quantidade de gramas de álcool ingerida por um indivíduo?” (HELENA, 2016, p. 59), relacionando-a a uma função afim. Esse conteúdo foi trabalhado com a turma no início do ano letivo de 2022.

Já a segunda parte destina-se ao estudo da função exponencial, visando gerar um modelo baseado nessa função para responder à pergunta “Qual é a chance percentual de algum indivíduo que ingeriu bebida alcoólica se envolver em um acidente?”, também seguindo a proposta de Helena (2016). O conteúdo sobre função exponencial foi abordado pela turma pouco antes da apresentação da atividade de Modelagem, sendo utilizada como ferramenta para aprimorar o conhecimento sobre essa função e introduzir os conceitos de função logarítmica.

Os objetivos da aula incluem aprofundar o conhecimento sobre função afim e seus conceitos fundamentais, além de trabalhar a plotagem de gráficos e a determinação da função afim que passa por dois pontos. Também almeja-se aprimorar os conceitos relacionados à função exponencial, compreender seu gráfico e determinar a função que melhor se ajusta a um gráfico. A discussão sobre a importância da matemática no cotidiano dos estudantes busca demonstrar as diversas aplicações dessa área do conhecimento, além de incentivar o estudo e a aprendizagem da matemática. Adicionalmente, há o objetivo de alertar sobre os perigos associados ao uso irresponsável do álcool.

A avaliação do aprendizado dos estudantes será realizada analisando-se suas participações nas diferentes fases da aula, bem como por meio de testes aplicados durante e após a conclusão da aula inovadora, buscando mensurar o nível de compreensão alcançado pelos alunos. Esses testes foram elaborados pelo autor deste trabalho, com base nos propostos por Helena (2016).

Plano de aula 1: função afim

Nesta seção, descreveremos os procedimentos adotados pelo professor para conduzir a aula inovadora. Todos os passos a seguir foram orientados por Helena (2016) e adaptados pelo autor deste texto.

Inteiração

Para envolver os estudantes com o tema do consumo de álcool, foi solicitado que pesquisassem e levassem para a sala de aula artigos ou notícias encontrados na internet sobre os efeitos do álcool no corpo, dependendo da quantidade ingerida. O professor pode facilitar a compreensão da atividade apresentando questões direcionadoras, como, por exemplo: “Quais são os efeitos do álcool na corrente sanguínea?”, “A partir de quantos mililitros de bebida é ilegal dirigir?”, “Quais são as características de um alcoólatra?”, “Com que quantidade de álcool um indivíduo pode chegar à inconsciência ou à morte?”. Além disso, é recomen-

dável que os estudantes tenham conhecimento sobre os termos teor alcoólico, concentração de álcool no sangue e a definição matemática de densidade de um líquido. Com base na leitura dos alunos, o professor poderá conduzir um momento de discussão e reflexão em sala de aula sobre o que foi aprendido.

Matematização

Inicialmente, é necessário estabelecer as suposições simplificadoras para o nosso modelo matemático. Uma delas, neste momento, é que desconsidera-se que apenas uma fração do álcool presente em uma bebida é absorvida pelo organismo. Adicionalmente, não considera-se que, enquanto o indivíduo consome álcool, o seu sistema elimina uma certa quantidade do mesmo. Assim, o objetivo será determinar apenas a quantidade de gramas ingeridos. O Quadro 1 ilustra a concentração de álcool no sangue (CAS) de um indivíduo associada aos efeitos provocados no corpo por essa quantidade.

Quadro 1 - Concentração de álcool no sangue e seus efeitos sobre o corpo.

CAS (g/100ml)	Efeitos sobre o corpo
0,01 – 0,05	Aumento do ritmo cardíaco e respiratório Diminuição das funções de vários centros nervosos Comportamento incoerente ao executar tarefas Diminuição da capacidade de discernimento e perda da inibição Leve sensação de euforia, relaxamento e prazer
0,06 – 0,10	Entorpecimento fisiológico de quase todos os sistemas Diminuição da atenção e da vigilância, reflexos mais lentos, dificuldade de coordenação e redução da força muscular Redução da capacidade de tomar decisões racionais ou de discernimento Sensação crescente de ansiedade e depressão Diminuição da paciência
0,11 – 0,15	Reflexos consideravelmente mais lentos Problemas de equilíbrio e de movimento Alteração de algumas funções visuais Fala arrastada Vômito, sobretudo se esta alcoolemia for atingida rapidamente
0,16 – 0,29	Transtornos graves dos sentidos, inclusive consciência reduzida dos estímulos externos Alterações graves da coordenação motora, com tendência a cambalear e a cair frequentemente
0,30 – 0,39	Letargia profunda Perda da consciência Estado de sedação comparável ao de uma anestesia cirúrgica Morte (em muitos casos)
0,40+	Inconsciência Parada respiratória Morte em geral provocada por insuficiência respiratória

Fonte: Bassanezi (2002, p. 273).

A seguir, desenvolvemos uma função que relaciona a quantidade de gramas de álcool ingeridas por um indivíduo em função da quantidade x de mililitros consumidos. Antes de prosseguirmos, é necessário compreender o conceito formal de densidade de um líquido, representado pela Equação 1, onde m é a massa da substância, V é o volume e d é a densidade. A bebida considerada neste estudo é a cerveja, que possui um teor alcoólico aproximado de 4%.

$$d = \frac{m}{v} \quad 1$$

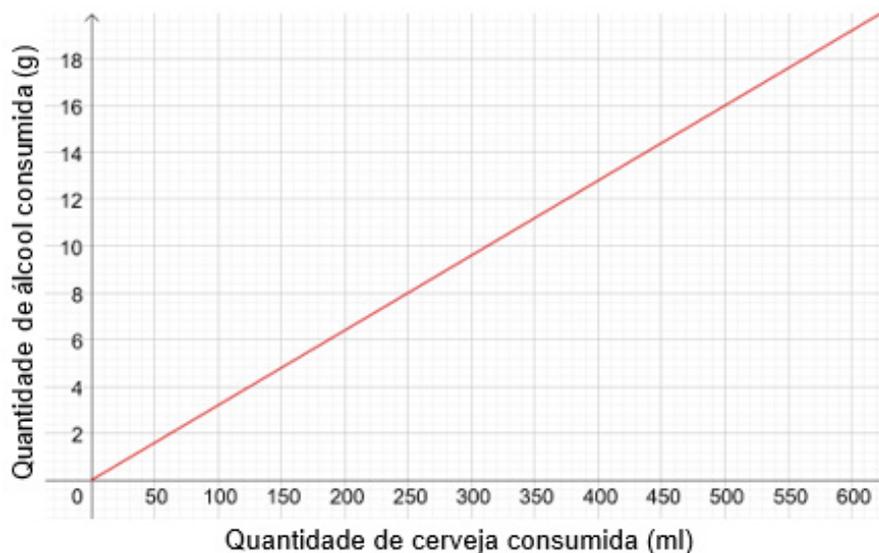
Considerando que apenas 4% da bebida é composta por álcool, inicialmente a quantidade de álcool é representada pelo produto $0,04x$, onde x é a quantidade de bebida ingerida, medida em mililitros. Contudo, para obter a quantidade em gramas, devemos considerar a densidade do álcool, que é aproximadamente $0,8$ g/ml. Portanto, ao multiplicarmos pelo produto anterior, obtemos a função desejada, expressa pela Equação 2.

$$\begin{aligned} y &= 0,04 \cdot x \cdot 0,8 \\ y &= 0,032 \cdot x \end{aligned} \quad 2$$

Resolução

O modelo matemático desenvolvido na etapa de matematização é identificado como uma função afim com coeficiente positivo, conforme expresso pela Equação 2. É relevante, portanto, utilizar ferramentas gráficas para plotar o gráfico da função. Neste trabalho, faremos uso do GeoGebra para auxiliar nessa tarefa. A Figura 1 exibe o gráfico da função, onde o eixo horizontal, representado por x , indica a quantidade de mililitros de cerveja consumida, enquanto o eixo vertical, representado por y , indica a quantidade, em gramas, de álcool ingerida pelo indivíduo.

Figura 1 - Gráfico da função $y = 0,032x$.



Fonte: elaborado pelo autor através do *GeoGebra*.

Para aprofundar o estudo proposto, o professor que conduzir esta atividade de Modelagem pode apresentar aos estudantes testes como os seguintes:

1. Qual é a quantidade, em gramas, de álcool em uma lata de cerveja?
2. Qual é a quantidade, em gramas, de álcool em cinco latas de cerveja?
3. Quantos mililitros de cerveja são necessários para consumir uma quantidade de álcool de 15 gramas?
4. Quantos gramas de álcool um indivíduo ingeriu ao consumir 600 mililitros de cerveja?

Essas atividades são direcionadas para verificação, permitindo que os estudantes resolvam-nas usando a parte algébrica da função ou até mesmo obtendo resultados aproximados por meio da análise do gráfico. Acreditamos que tais testes são essenciais para aprimorar a habilidade dos estudantes no manuseio algébrico de funções afins.

Interpretação de Resultados e Validação

Os resultados dos testes conduzidos pelo professor podem originar discussões em sala de aula, permitindo que os estudantes avaliem se os resultados estão de acordo com suas expectativas ou se superaram suas previsões. Adicionalmente, neste momento, o professor deve destacar as limitações desse cálculo, lembrando que, nesse modelo, não se considera o processo natural do corpo humano em expelir o álcool presente no sangue.

Esse momento de reflexão e análise dos resultados obtidos permite aos estudantes uma compreensão mais ampla das limitações do modelo utilizado e da relevância de considerar outros fatores no contexto da ingestão de álcool e seus efeitos no organismo humano.

Plano de aula 2: função exponencial

Na segunda parte da aula inovadora, planejamos desenvolver um modelo para calcular o risco de um indivíduo alcoolizado envolver-se em um acidente de trânsito com base na quantidade de latas de cerveja consumidas. A concepção para esta atividade de Modelagem foi inicialmente proposta por Bassanezi (2002) utilizando cálices de vinho, mas nesta aula, recorreremos à adaptação feita por Helena (2016), viabilizando sua aplicação no contexto da educação básica.

Inteiração

Inicialmente, é relevante que o professor explique a escolha do tema do alcoolismo no trânsito para ser abordado em sala de aula. Recomenda-se o uso de notícias que abordem a situação das fatalidades no trânsito relacionadas ao consumo de álcool. Por exemplo, uma notícia do website do Centro de Informações sobre Saúde e Álcool (CISA) apresenta uma pesquisa da Organização Mundial da Saúde (OMS) de 2012, que indica que 15% das mortes decorrentes de acidentes de trânsito no mundo têm relação com o álcool.

O professor pode adicionar informações pertinentes para gerar discussões, como a existência da Lei Seca. Além disso, pode solicitar aos estudantes que realizem pesquisas sobre o histórico da Lei Seca e como ela impacta, a conscientização sobre os perigos de dirigir sob efeito de álcool. Essas atividades visam contextualizar e informar os estudantes sobre as consequências do consumo de álcool no trânsito, incentivando reflexões e discussões acerca desse tema relevante.

Matematização

Para elaborar o modelo da segunda etapa, recorreremos aos resultados de uma pesquisa conduzida nos Estados Unidos. Essa pesquisa indicou que indivíduos com uma média de 72 kg de massa corporal e um período de jejum de 2 horas estavam sujeitos a um risco de acidentes automobilísticos que aumenta de forma exponencial com a quantidade de vinho consumido (BASSANEZI, 2002), conforme detalhado no Quadro 2.

Quadro 2 - Risco de acidente e cálices ingeridos.

Risco de Acidente (%)	Vinho ingerido (cálices)
1,0	0
7,3	8,5
20,0	12,0
35,0	14,6
48,5	15

Fonte: adaptado de Bassanezi (2002, p. 275).

Os dados no Quadro 2 estão ligados ao consumo de vinho. No entanto, podemos estabelecer um método para elaborar um novo quadro que associe o risco de acidentes à quantidade de cerveja ingerida, seja em mililitros ou na medida de latas de 350 ml. Essa análise é feita considerando que cada cálice de vinho corresponde a 120 ml e que o teor alcoólico do vinho é de 11%. As informações resultantes são representadas no Quadro 3, evidenciando essa relação específica.

Quadro 3 - Risco de acidente conforme a quantidade de cerveja ingerida.

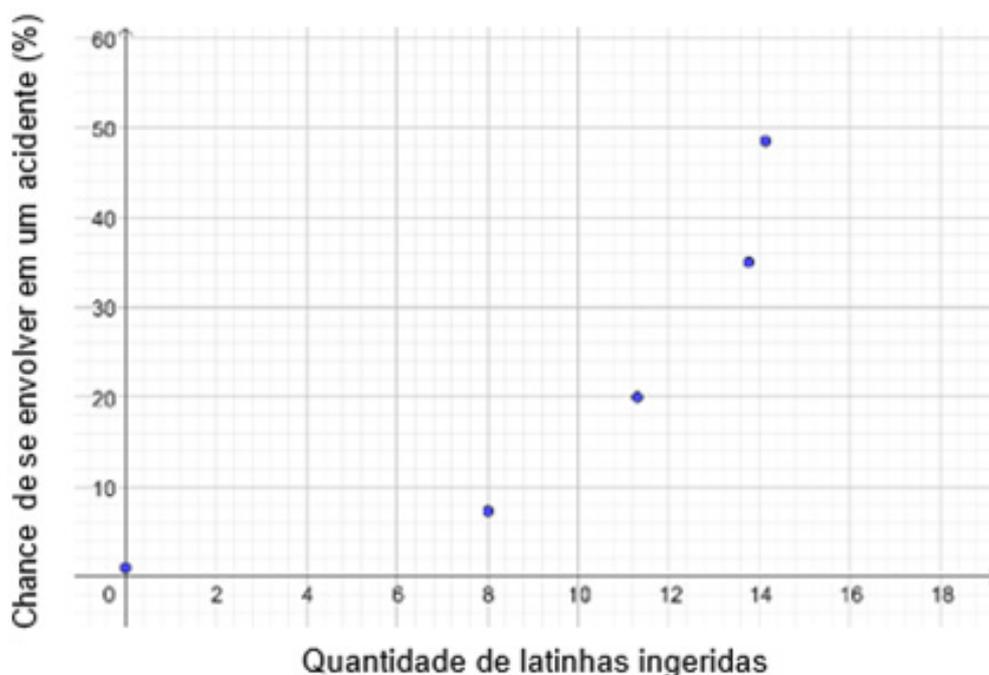
y = Risco de acidente (%)	Cerveja ingerida (ml)	x = Quantidade de latinhas
1,0	0	0
7,3	2805	8,01
20,0	3960	11,31
35,0	4818	13,77
48,5	4950	14,14

Fonte: elaborado pelo autor com base em Bassanezi (2002, p. 275).

Estamos buscando desenvolver um modelo que indique o risco de acidente, expresso em percentual, baseado na quantidade de latas de cerveja de 350 ml consumidas. A Figura 3 exibe os pontos plotados conforme os dados do Quadro 3, estabelecendo a relação entre as variáveis x (eixo horizontal) e $y=f(x)$ (eixo ver-

tical), que representam, respectivamente, a quantidade de latas ingeridas e o risco percentual de acidente.

Figura 3 - Gráfico do risco de acidente pela quantidade de latinhas ingeridas



Fonte: elaborado pelo autor através do *Geogebra*.

A etapa de representação gráfica dos pontos por meio de uma ferramenta visual é considerada crucial no processo de aprendizagem. Isso porque essa representação visual permite aos estudantes observar o padrão dos dados analisados e compreender de que maneira podemos antecipar resultados ao relacioná-los a uma função conhecida por eles. Nesse momento, é interessante que o professor questione qual função melhor descreveria o comportamento dos pontos, aguardando que os estudantes identifiquem a função exponencial como uma possível modelagem adequada.

Para encontrar o modelo em questão, utilizaremos os pontos (8,01,7,3) e (11,31,20) em uma função do tipo $f(x)=a \cdot b^x$. Substituindo o primeiro ponto, temos:

$$\begin{aligned}
 f(8,01) &= a \cdot b^{8,01} = 7,3 \Rightarrow b^{8,01} = \frac{7,3}{a} \\
 \Rightarrow \log_b b^{8,01} &= \log_b \frac{7,3}{a} \Rightarrow 8,01 = \log_b \frac{7,3}{a} \\
 \Rightarrow 8,01 &= \log_b 7,3 - \log_b a
 \end{aligned}$$

3

Substituindo, agora, o segundo ponto e obedecendo ao mesmo passo-a-passo, teremos que:

$$\begin{aligned}
 f(11,31) &= a \cdot b^{11,31} = 20 \Rightarrow b^{11,31} = \frac{20}{a} \\
 \Rightarrow \log_b b^{11,31} &= \log_b \frac{20}{a} \Rightarrow 11,31 = \log_b \frac{20}{a} \\
 \Rightarrow 11,31 &= \log_b 20 - \log_b a
 \end{aligned}$$

4

Subtraindo a Equação 3 da Equação 4, tem-se:

$$\begin{aligned}
 11,31 - 8,01 &= \log_b 20 - \log_b 7,3 \\
 3,3 &= \log_b \frac{20}{7,3} \\
 3,3 &\approx \log_b 2,73 \\
 b^{3,3} &\approx 2,73 \\
 b &\approx 1,35
 \end{aligned}$$

Encontrado o valor do parâmetro b , podemos, agora, substituí-lo em qualquer uma das equações iniciais:

$$\begin{aligned}
 a \cdot 1,35^{11,31} &= 20 \\
 a \cdot \frac{20}{29,8} &\Rightarrow a \approx 0,67
 \end{aligned}$$

Com isso, chegamos ao modelo dado pela Equação 5.

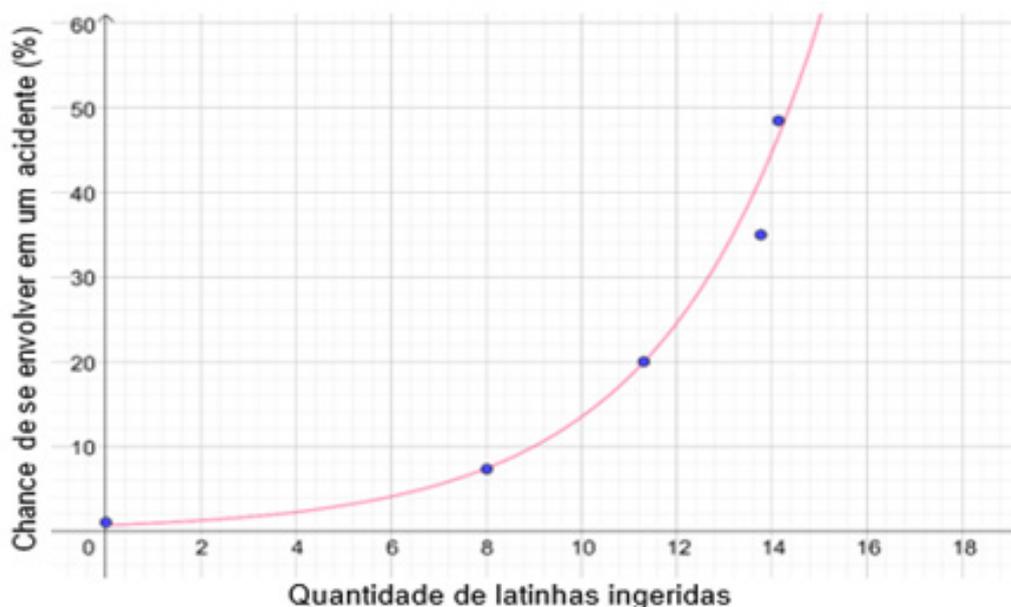
$$f(x) = 0,67 \cdot 1,35^x$$

5

Resolução

O professor deve, agora que encontrou o modelo matemático que prevê os resultados em questão, mostrar o gráfico para os estudantes e validar a qualidade da função encontrada. Ao plotar a função $f(x)=0,67 \cdot 1,35^x$ no *GeoGebra*, obtemos o gráfico apresentado na Figura 4, que está acompanhada dos pontos utilizados para obter o modelo. Pode-se perceber que a função está satisfatoriamente próxima dos pontos. Na Figura 4, o eixo horizontal é a quantidade de latinhas ingeridas e o eixo vertical trata-se da chance percentual do indivíduo que ingeriu x latinhas de cerveja se envolver em um acidente de trânsito.

Figura 4 – Modelo $f(x)=0,67 \cdot 1,35^x$ acompanhado dos pontos.



Fonte: elaborado pelo autor através do GeoGebra.

Após a obtenção do modelo, os estudantes, com o professor, devem destinar um tempo para explorar a função encontrada. A partir disso, o professor deve apresentar situações nas quais os estudantes aplicam os seus conhecimentos sobre a função exponencial para responder. Exemplos de testes são apresentados por Helena (2016), nos quais adaptamos e transformamos nas seguintes questões:

1. O indivíduo que consumir 4 latinhas de cerveja estará sujeito a qual risco de acidente?
2. Com quantas latinhas teremos a certeza de que o indivíduo sofrerá um acidente?

Interpretação de Resultados e Validação

O modelo em questão foi obtido por meio de dois pontos arbitrários do Quadro 3. É importante ressaltar para os estudantes que quaisquer outros dois pontos resultam em uma função exponencial, e que se pode verificar quais dos modelos encontrados adequam-se melhor aos pontos. Outra discussão válida versa sobre a certeza de que o indivíduo se envolverá em um acidente caso consuma certa quantidade de latinhas de cerveja. É importante ressaltar que são apenas previsões, e que não é possível prever com certeza que tal indivíduo estará sujeito a um acidente de trânsito. O professor pode, neste momento, relembrar a importância de não ingerir álcool, principalmente quando se sabe que irá dirigir.

3 - CONCLUSÕES

Neste estudo, constatou-se que a Modelagem possui diversas definições, sendo vista como um conjunto de etapas ou como uma arte que traduz problemas reais em linguagem matemática. Independentemente da sua classificação, fica evidente sua importância no ensino e aprendizagem de conteúdos matemá-

ticos.

Analisando um trabalho com revisão bibliográfica sobre Modelagem Matemática (CEDRAZ et al., 2019), constatou-se sua ampla aplicação no ensino de álgebra, especialmente de funções, foco principal desta pesquisa. Na BNCC, a modelagem é mencionada no Ensino Fundamental e suas habilidades se estendem ao Ensino Médio, promovendo a compreensão por meio do ensino de funções em diferentes contextos.

Este estudo visou aplicar Modelagem Matemática no ensino de funções afim e exponencial, abordando o uso do álcool e seus efeitos, incluindo a probabilidade de causar acidentes. Os resultados dos questionários revelaram melhorias no entendimento dos alunos após a atividade. No entanto, eles perceberam a matemática como descontextualizada devido à ausência de atividades similares ao longo do ano.

A aplicação de atividades como esta pode despertar o interesse dos estudantes ao contextualizar a matemática além da abordagem puramente algébrica. Isso possibilita relacionar a matemática com a realidade, demonstrando sua relevância em contextos práticos e não apenas como algo “inútil”, como alguns alunos a percebem. Sugere-se a criação e disponibilização de mais atividades desse tipo, desenvolvidas por estudantes de pós-graduação, para professores lidarem com estudantes desmotivados, visando despertar maior interesse pela Modelagem Matemática.

REFERÊNCIAS

- Álcool e trânsito. **CISA**, 2014. Disponível em <<https://cisa.org.br/pesquisa/artigos-cientificos/artigo/item/79-alcool-e-transito>>. Acesso em: 09/10/2022.
- ALMEIDA, Lourdes Werle de; SILVA, Karina Pessoa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Básica**, São Paulo: Contexto, 2020.
- BASSANEZI, Rordney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia**. São Paulo: Contexto, 2002.
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- CEDRAZ, Camilla et al. **Álgebra e Modelagem Matemática: um panorama das pesquisas brasileiras nos últimos anos**. Educação Matemática Debate, v. 3, n. 8, p. 119-130, 2019.
- HELENA, Aline Fernanda Faquini. **Modelagem Matemática no Ensino Médio: Uma abordagem para o ensino de funções exponenciais e logarítmicas**. Dissertação (mestrado). Instituto de Geociências e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista. Rio Claro. 2016.
- MEYER, João Frederico da Costa de Azevedo; CALDEIRA, Ademir Donizeti; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte: Autêntica, 2021.

APRENDENDO ATRAVÉS DO PRINCÍPIO FUNDAMENTAL DA CONTAGEM EM SITUAÇÕES DO COTIDIANO

Eliane de Fraga Silveira
Everson Jonatha Gomes da Silva
Cristiano Peres Oliveira
Anderson Luis Jeske Bihain
Francieli Aparecida Vaz
Leandro Blass

RESUMO

Este artigo tem por objetivo expor os resultados de um projeto de ensino baseado na metodologia ativa Aprendizagem Maker, caracterizado pela aplicação de aulas práticas, com abordagens interdisciplinares entre a Matemática e a Língua Portuguesa, que visam propor métodos alternativos para a compreensão e aplicação dos conteúdos matemáticos ligados ao tema “Princípio Fundamental da Contagem”. O objetivo de gerar debates e instigar o interesse dos alunos direciona a escolha das atividades e das intervenções das professoras. As aulas ocorrem na Escola Estadual de Ensino Médio Professor Tolentino Maia, localizada no Município de Viamão - RS, com turmas da 3ª Série. Os alunos trabalham, geralmente, em equipes e participam de diversas atividades que integram a realidade ao conteúdo abordado. São utilizados materiais concretos para explorar o conteúdo “Análise Combinatória” por meio de práticas similares às do cotidiano e também se explora a plataforma GeoGebra para a realização de jogos on-line. De modo geral, os alunos vão evoluindo cada vez mais para uma maior compreensão do conteúdo, tanto no que se refere ao campo da aplicação, quanto ao da formalização. Isso se expressa nas produções e intervenções que eles realizam durante as aulas e, especialmente, na apropriação conceitual evidenciada durante a fase de criação de situações problema e adaptação das mesmas em jogos na plataforma Wordwall.

Palavras-Chave: Ensino Médio; Metodologias Ativas; Princípio Fundamental da Contagem; Análise Combinatória; Situações do Cotidiano.

1 - INTRODUÇÃO

O cenário atual da educação nas escolas públicas do Brasil tem sido foco de muitos pesquisadores, devido ao desafio de tornar essa educação universal e democratizada. Estudos realizados pela Agência Brasil⁵ em 2020 demonstram que o número de crianças e adolescentes que não possuem acesso à educação saltou

⁵ A Agência Brasil é uma agência pública de notícias criada em 1990, logo após a incorporação da Empresa Brasileira de Notícias (EBN) pela extinta Empresa Brasileira de Comunicação (Radiobras). Disponível em: <https://www.ebc.com.br/veiculos/agencia-brasil>. Acesso em 29 de abril de 2023.

de 1,1 milhão em 2019 para 5,1 milhões em 2020, tendo como principal fator o contexto pandêmico, falta de recursos tecnológicos e o acesso à internet para se manterem conectados às aulas remotas (Tokarnia, 2021). Contudo, é possível que essa conjuntura, mesmo após a pandemia, ainda permaneça na educação pública do país, considerando que, de acordo com Alves (2022), a educação reflete a realidade perversa da sociedade, que se configura em uma educação elitista e seletiva.

No estado do Rio Grande do Sul o cenário não difere muito da realidade do país, visto que, segundo notícia publicada por Chagas; Justino (2018): “Sete em cada 10 alunos do Ensino Médio na rede estadual do Rio Grande do Sul apresentaram nível insuficiente de conhecimento em língua portuguesa e matemática em prova aplicada pelo Ministério da Educação (MEC)”. Além disso, a mesma fonte indica que a SEDUC realizou uma avaliação do desempenho dos estudantes gaúchos no Ensino Médio e 70% dos alunos do terceiro ano estavam abaixo do considerado básico.

No que se refere ao ensino de matemática, cabe considerar que um dos fatores que colabora diretamente para a queda no nível de aprendizado é a forma tradicional de ensino utilizada em sala de aula. Conforme Freire (1996, p. 13): “Ensinar não é transferir conhecimento, mas criar as possibilidades para a sua própria produção ou a sua construção”. Assim, é importante a utilização de ferramentas adequadas para que haja a autonomia do educando, tornando o aluno um agente ativo e responsável pelo seu próprio aprendizado. Da mesma forma, metodologias mais dinâmicas e diversificadas, com ênfase na integralização com a realidade e na aplicação do conhecimento, também poderiam contribuir para uma mudança no processo de ensino e aprendizagem. Além disso, na busca de contextualização do conhecimento matemático, é importante tratar o conteúdo “[...] não apenas inserindo-o numa situação-problema, ou numa abordagem dita ‘concreta’, mas buscando suas origens, acompanhando sua evolução, explicitando sua finalidade ou seu papel na interpretação e na transformação da realidade” (Fonseca, 2005, p. 54).

Com relação ao campo teórico tratado neste estudo – o Princípio Fundamental da Contagem – cabe destacar seu caráter extremamente prático e, conseqüentemente, a flexibilidade de sua abordagem em múltiplas propostas interdisciplinares de ensino.

A necessidade sempre agiu como força impulsionadora da evolução do homem através dos séculos. A carência de aplicabilidade do processo de contagem estava entre as tais. Deste modo, os seres humanos perceberam a necessidade de contar através do desenvolvimento das suas atividades. Portanto, contar é uma das tarefas mais antigas e essenciais realizadas pelos seres humanos.

Além disso, cada conteúdo traz particularidades que precisam ser contempladas na proposta de ensino a ser desenvolvida, ou seja, as dinâmicas e os desafios que o professor propõe precisam favorecer a superação das dificuldades que cada conteúdo naturalmente apresenta. Em particular, o tema Princípio Fundamental da Contagem tem de ser visto nestes termos, com ênfase em sua estrutura conceitual, bem como, nas características que possam ser de difícil compreensão por parte dos alunos.

A Análise Combinatória, segundo Pinheiro; Sá (2010) é uma área da Matemática direcionada à contagem do número de elementos de um conjunto, tendo em vista as condições de formação do mesmo. Assim,

dado um determinado conjunto de (n) elementos, podemos selecionar subconjuntos que contenham (p) elementos, sendo $p \leq n$. Cada um desses subconjuntos é uma combinação simples.

As técnicas ou métodos de contagem “[...] permite(m) saber quantos são os resultados possíveis de uma experiência, de quantas formas diferentes uma experiência pode ser realizada.” (Pinheiro; Sá, 2010, p. 10). Importante destacar, ainda, que: “O princípio fundamental da contagem diz que se há x modos de tomar uma decisão $D1$ e, tomada a $D1$, há y modos de tomar a decisão $D2$, então os números de modos de tomar sucessivamente as decisões $D1$ e $D2$ é xy ” (Lima *et al*, 1999, p. 85).

Dois tipos de problemas ocorrem com mais frequência no estudo da Análise Combinatória, são eles: demonstrar a existência de subconjuntos de elementos de um conjunto finito dado, que satisfaçam a certas condições; e contar ou classificar os subconjuntos de um conjunto finito, que satisfaçam às condições dadas.

De acordo com a BNCC (Base Nacional Comum Curricular), as habilidades associadas ao objeto do conhecimento “Princípio Fundamental da Contagem”, que precisam ser desenvolvidas, são:

Resolver e elaborar problemas de contagem envolvendo agrupamentos ordenados ou não de elementos, por meio dos princípios multiplicativo e aditivo, recorrendo a estratégias diversas, como o diagrama de árvore [e] Identificar e descrever o espaço amostral de eventos aleatórios, realizando contagem das possibilidades para resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo da probabilidade (Brasil, 2017).

Essa especificação conceitual abre possibilidades ao aluno de desenvolver habilidades lógicas importantes para a aprendizagem matemática em geral, bem como para a aplicação em outros campos de conhecimentos, isso porque favorece o pensamento operatório, através dos princípios aditivo e multiplicativo e dos conceitos de ordem e espaço amostral e, principalmente, porque promove estratégias diversas para a resolução de problemas.

Com isso, estará sendo apresentado neste texto, o relato de uma prática de ensino inovadora, fundamentada numa metodologia ativa. Dentro desse método, segundo Moran (2018), propõe-se a participação dos estudantes, através da problematização e do compartilhamento do conhecimento e da experiência, e o ensino ganha um caráter dialético, ou seja, está em constante movimentação e construção. Assim, no método ativo, tanto o docente como o discente atuam como sujeitos ativos no processo de ensino/aprendizado.

Precisamente, através da aprendizagem Maker, explora-se uma forma envolvente de os alunos adquirirem as habilidades necessárias para aprenderem o conteúdo com mais facilidade, ganhando autonomia para o sucesso pessoal e profissional. Essa é uma prática utilizada na educação ativa, cujo foco é o aluno aprender, envolvendo-se ativamente com o processo de ensino, no qual ele é o protagonista do seu próprio conhecimento, algo essencial para quem está com dificuldade de construir seu conhecimento (Cascaes, 2021).

Através de uma pesquisa exploratória com abordagem qualitativa, foca-se numa estratégia de ensino, na qual o conteúdo matemático seja ressignificado, de modo a despertar o interesse do aluno e, consequen-

temente, sua participação ativa e autônoma. Isso significa que a proposta de ensino precisa ser suficientemente desafiadora para que o aluno se torne ativo no processo de apropriação conceitual.

Sendo assim, o objetivo geral da proposta de ensino consiste na utilização da metodologia ativa (Aprendizagem Maker), como base para a elaboração e execução de uma proposta de ensino de matemática (uma sequência didática), visando explorar o “Princípio Fundamental da Contagem”, com foco na análise combinatória.

Os objetivos específicos da proposta podem ser expressos por: ressignificar o conteúdo em estudo, a partir de sua natureza prática e interdisciplinar; propor situações de interação e cooperação entre os alunos; e priorizar a ação reflexiva e a autonomia do aluno, para que possa estar sempre buscando a superação de seus limites no caminho de apropriação do conhecimento.

2 - METODOLOGIA

Tendo como ênfase uma aprendizagem ativa, significativa e desafiadora, explora-se a metodologia ativa, como opção de caminho a ser utilizado nos processos de ensino e de aprendizagem.

Especificamente, a Aprendizagem Maker é uma metodologia ativa que surge como alternativa ao ensino tradicional, por promover condições para que o aluno participe ativamente de seu próprio processo de aprendizagem. Segundo Cascaes (2021), a Cultura Maker funciona como estratégia para o desenvolvimento socioemocional na aprendizagem Matemática, ressaltando “[...] habilidades como a motivação, autoestima, abertura para o novo e sobretudo a empatia, evidenciada no engajamento dos alunos que se responsabilizavam em ajudar os colegas durante a execução dos trabalhos” (Cascaes, 2021, p. 86). Segundo a autora, essa cultura também possibilita ações e articulações interdisciplinares.

A metodologia ativa, em geral, valoriza a participação efetiva dos estudantes durante a apropriação do conhecimento, mais especificamente, durante a compreensão e a aplicação dos conteúdos trabalhados, por meio de diferentes formas de experimentação e compartilhamento, dentro e fora da sala de aula, sempre com a mediação do professor, atuando como inspirador para as múltiplas possibilidades que se abrem aos alunos. Nessa metodologia o aluno é protagonista da sua própria aula e almeja-se que ele esteja sempre em processo de superação, ou seja:

A aprendizagem é ativa e significativa quando avançamos em espiral, de níveis mais simples para mais complexos de conhecimento e competência em todas as dimensões da vida. Esses avanços realizam-se por diversas trilhas com movimentos, tempos e desenhos diferente, que se integram como mosaicos dinâmicos, com diversas ênfases cores e sínteses frutos das interações pessoais sociais e culturais em que estamos inseridos (Moran, 2018, p. 2).

Os alunos vão avançando nos diversos níveis de complexidade do conteúdo, através de suas próprias ações reflexivas e criativas, mas também através de trabalhos em equipe, nos quais atividades, técnicas,

tecnologias, espaços, tempos, tudo isso agregado à intervenção do professor, levam a estágios cada vez mais avançados na construção do conhecimento. Esse caminho ocorre naturalmente, de forma flexível e equilibrada, avançando do simples para o complexo e, pode-se dizer, que o aluno não percebe as dificuldades que vai superando, pois acaba sendo uma evolução natural do seu aprendizado.

Compreendendo a atividade de ensino, com base nos pressupostos apresentados, propõe-se, portanto, um trabalho exploratório, baseado numa abordagem qualitativa. Parte-se da estruturação de uma sequência didática inédita que explore o “Princípio Fundamental da Contagem”, através da aprendizagem Maker. Esse planejamento abrange métodos que possibilitem ao aluno tornar-se protagonista no seu processo de aprendizagem, ou seja, o aluno é estimulado a conhecer e aplicar os conteúdos, a partir de sua própria intuição e do seu próprio entendimento. Da mesma forma, o planejamento valoriza a experimentação e o compartilhamento e favorece a aprendizagem em espiral, de modo que o aluno alcance níveis cada vez mais elevados de compreensão do assunto em estudo. Com relação ao conteúdo matemático, o planejamento prioriza o desenvolvimento do senso crítico e o estabelecimento de relações entre elementos e conceitos envolvidos.

Na metodologia ativa o aluno é incentivado a percorrer seu próprio caminho, ainda que possa estar num grupo, sempre pensando de forma autônoma, como protagonista de sua trajetória, mas também de forma participativa, pois compartilha saberes e aprende com os outros. Pensar uma proposta de ensino dentro dessa metodologia coloca o professor como orientador e/ou supervisor numa ação pedagógica que, intencionalmente, incentiva os alunos a se movimentarem nesse processo dinâmico de construção do conhecimento. O professor, portanto, se torna um mediador do conhecimento, atuando com o propósito de facilitar a compreensão do assunto em questão, promovendo a iniciativa dos aprendizes em buscarem e refletirem sobre o conteúdo, relacionando-o com a realidade em que estão inseridos.

Tendo em vista a elaboração da proposta de ensino, o conteúdo matemático a ser trabalhado com os alunos é analisado em, pelo menos, duas dimensões: conceitual e aplicação prática.

Considerando as habilidades do campo conceitual, relativos aos princípios operatórios e natureza aleatória, o aluno é estimulado a conhecer os conteúdos a partir do seu próprio entendimento, ou seja, partindo de sua própria experiência em eventos que envolvem conceitos de conjuntos, elementos, princípios multiplicativos e aditivos, espaço amostral, combinações, entre outros. Isso, segundo Moran (2018), nos conduz a propor um modelo híbrido de ensino, pois:

O que constatamos, cada vez mais, é que a aprendizagem por meio da transmissão é importante, mas a aprendizagem por questionamento e experimentação é mais relevante para uma compreensão mais ampla e profunda. Nos últimos anos, tem havido uma ênfase em combinar metodologias ativas em contextos híbridos, que unam as vantagens das metodologias indutivas e das metodologias dedutivas. Os modelos híbridos procuram equilibrar a experimentação com a dedução, invertendo a ordem tradicional: experimentamos, entendemos a teoria e voltamos para a realidade (indução-dedução, com apoio docente) (Moran, 2018, p. 37).

Assim, destaca-se como princípios da metodologia ativa as ações de experimentar, teorizar, debater e retornar à prática. Posto isso, estrutura-se uma proposta de ensino, a ser desenvolvida em quatro etapas, com alunos da terceira série do Ensino Médio, incluindo trabalho interdisciplinar, através da formação de equipes. A seguir, apresenta-se o planejamento desta proposta.

A primeira etapa da sequência didática, com ênfase na experimentação, consiste em duas atividades que têm por objetivo a reflexão teórica dentro de um processo desafiador e lúdico.

Na primeira atividade os alunos são organizados em equipes e convidados a simular combinações de lanches com três elementos (solicita-se anteriormente que os alunos levem lanches para esse encontro). Para viabilizar essa etapa da proposta, cada aluno coloca seu lanche em uma grande mesa, na qual consta indicação para separarem 'salgados', 'doces' e 'bebidas'. A seguir, as equipes representam por escrito as combinações dos três elementos acima, seja por texto, figura ou outra forma que escolherem, e descrevem oralmente quantas combinações podem ser feitas com todos os lanches da mesa, sempre contendo um elemento de cada subconjunto. No final, o lanche é oferecido aos estudantes e professores envolvidos. Previsão de tempo desta atividade: três períodos.

Após o lanche, na segunda atividade, as mesmas equipes planejam e protagonizam um desfile de moda, utilizando peças de vestuário (solicita-se anteriormente que os alunos levem peças de vestuário para esse encontro), a fim de montar combinações (looks) de roupas, colocando em prática os conhecimentos prévios de princípios fundamentais de contagem. Cada equipe organiza as peças de vestuário (que os membros do grupo levarem) e representa, por escrito, todas as combinações possíveis. Depois escolhe uma das combinações para apresentar no desfile. Após o desfile, os alunos realizam uma redação sobre o tema "Moda", inspirados na diversidade de looks que resultam da experiência realizada e a partir de sua própria perspectiva do assunto. Previsão de tempo desta atividade: três períodos.

Na segunda etapa da sequência didática, com o auxílio de um projetor, propõe-se uma atividade gamificada no Wordwall e no GeoGebra, na qual os alunos utilizam peças de vestuário para montar *looks* de roupas (no Wordwall, apenas ligando as peças e, no GeoGebra, deslocando as peças para formar o *look*). Também se explora no GeoGebra um jogo de combinações de cores, no qual se faz lançamentos de bolinhas, dentro do espaço de uma pirâmide, de modo que bolinhas de mesma cor não fiquem juntas. Durante todo o trabalho, os alunos colocam em prática os conhecimentos prévios de princípios fundamentais de contagem.

No segundo momento os alunos trabalham em grupos, elaborando, por escrito, uma lista de atividades do cotidiano e adaptando essas atividades a jogos on-line, tendo por pressuposto a utilização (intuitiva) de combinação e do princípio da contagem. Antes deles realizarem essa tarefa, a professora apresenta no quadro alguns exemplos de combinações possíveis, decorrentes do lançamento de dois dados. Previsão de tempo desta etapa: três períodos.

Na terceira etapa da sequência didática, propõe-se uma roda de debates, com o intuito de gerar troca de ideias sobre situações rotineiras que envolvam tipos diversos de combinações, e de instigar o interesse de cada um acerca do conteúdo matemático proposto. Nessa conversa, alunos e professor(es) participam

coletivamente. A seguir os alunos editam os jogos no Wordwall, ou seja, eles editam as questões produzidas anteriormente na plataforma, transformando-as em um jogo.

A seguir, desenvolve-se uma aula expositiva, com teorização e explicação, utilizando, como base de argumentação, as atividades elaboradas pelos alunos na etapa anterior. Previsão de tempo desta etapa: três períodos.

Na quarta etapa da sequência didática, os alunos realizam, de forma individual e sem consulta, uma lista de problemas que contemplem pontos teóricos sobre “Combinações” e “Princípio Fundamental da Contagem”, conforme tratados nas etapas anteriores. Logo depois, eles realizam uma pesquisa no formulário google, com o intuito de avaliar a dinâmica da aula. Previsão de tempo desta etapa: três períodos.

3 - RELATO DE EXPERIÊNCIA

A seguir, relata-se a experiência realizada com duas turmas de 3ª Série do Ensino Médio da Escola Estadual de Ensino Médio Professor Tolentino Maia, localizada no Município de Viamão, Rio Grande do Sul, que teve por objetivo abordar o conceito matemático “Princípio Fundamental da Contagem”, através de uma prática interdisciplinar.

A partir das experiências docentes dos pesquisadores e do reconhecimento das dificuldades que, em geral, os alunos têm de aprender matemática e compreender o que está sendo proposto em sala de aula, decorrente da falta de entendimento dos conceitos e da linguagem formal, elabora-se uma aula interdisciplinar, em parceria com a professora de Língua Portuguesa, na qual seja possível desafiar os alunos a realizarem um trabalho dinâmico e criativo, através de uma vivência prática, descrita e articulada a um modelo matemático.

A experiência de ensino ocorre durante o período de 4 a 12 de julho de 2022, compreendendo ao todo 15 períodos letivos, sendo que nos 6 primeiros os alunos das duas turmas trabalham juntos e isso acontece nos períodos das aulas de Matemática e Língua Portuguesa. As demais aulas, ainda que tratem do assunto num âmbito interdisciplinar, ocorrem apenas nos períodos de Matemática.

A atividade proposta em aula é executada através da aprendizagem entre equipes, mediante a subdivisão da turma, com o intuito de gerar debates e, conseqüentemente, instigar o interesse de cada um para o conteúdo proposto.

Antes de começar a primeira etapa da proposta didática, solicita-se aos alunos das duas turmas que tragam para a próxima aula dois alimentos, para serem compartilhados em um lanche coletivo, e duas peças de vestuário (podendo ser blusa, casaco, calça, sapato, acessórios, etc), como se estivessem indo para uma viagem curta. Os líderes de ambas as turmas são designados para organizar os lanches, de modo a não ter muitas repetições. Os alunos ficam curiosos, mas não se revela o que seria feito com esses itens.

Com os alunos das duas turmas, reunidos na mesma sala, inicia-se a primeira etapa da sequência didática, solicitando a formação de equipes de, no máximo, cinco integrantes, e propondo a organização de

uma grande mesa com todos os lanches, de forma a separar doces, salgados e bebidas.

Logo após, pede-se aos alunos que, em suas respectivas equipes, discutam, calculem e descrevam quantas e quais combinações podem ser realizadas com os alimentos expostos. Eles vão desenvolvendo o conteúdo sem a necessidade de maiores explicações por parte das professoras, pois a experiência de projetar combinações com os alimentos já é familiar a todos os alunos e a comunicação entre eles ocorre fluentemente. Também as representações das combinações e a realização dos cálculos vão decorrendo sem dificuldades, atingido com êxito o objetivo principal desta etapa do trabalho, que consiste basicamente no primeiro contato de todos os estudantes com o conteúdo matemático.

Durante a execução desta prática, verifica-se que os estudantes entendem o motivo das solicitações realizadas previamente pela professora, pois reconhecem os conteúdos matemáticos (combinação e princípio da contagem) que estão sendo explorados com os itens dispostos sobre a mesa. Como fechamento desta fase do trabalho, todos participam do lanche coletivo.

Na segunda atividade desta etapa, propõe-se às equipes que organizem as roupas trazidas por seus integrantes, classificando-as em subgrupos. Da mesma forma que na atividade anterior, pede-se que calculem e descrevam quantas e quais combinações podem ser realizadas com essas roupas.

Os alunos realizam essa atividade com euforia e grande empenho, alcançando resultados excelentes, tanto na composição dos possíveis *looks*, como nos cálculos e nas representações com desenhos dessas possibilidades.

Na sequência, inicia-se a organização do desfile de modas. As professoras Eliane Silveira e Taís Cardoso, de Matemática e de Língua Portuguesa, respectivamente, iniciam os trabalhos práticos, desfilando e instigando os alunos a apresentarem suas próprias combinações. Cada equipe escolhe os *looks* que vão utilizar no desfile e os alunos que vão representar a equipe. Algumas equipes são representadas por apenas um aluno e, outras, por todos do grupo. As equipes aceitam muito bem a atividade e também participam ativamente do desfile.

Ao final da primeira etapa de trabalho, a professora Taís, completando sua participação neste projeto, solicita aos alunos que produzam uma dissertação como fechamento da atividade realizada.

A professora Taís provoca os alunos a expressarem suas ideias sobre campos teóricos envolvidos no tema “Moda”, resumindo no quadro as contribuições dos mesmos e, a seguir, dá orientações mais específicas sobre como estruturar uma dissertação. Também esclarece que esse trabalho deve ser realizado em grupo, atendendo ao objetivo inicial de promover a troca de ideias e a produção coletiva.

Na segunda etapa do projeto de ensino, utilizam-se Chromebooks da escola (um por equipe) e um projetor para conduzir o trabalho com jogos *on-line*, no GeoGebra e no Wordwall. Com o auxílio do projetor, demonstra-se como funcionam essas plataformas, enfatizando comandos mais necessários e simulando estratégias de alguns jogos.

Inicialmente, explica-se como funciona, no GeoGebra, um jogo no formato de uma pirâmide, com combinações de cores, no qual os alunos têm que fazer lançamentos, de modo que bolinhas de mesma cor não fiquem juntas. Realizam-se a exposição e a explicação do jogo, utilizando o projetor, de modo que os alunos possam acompanhar o desenvolvimento de cada etapa do jogo, esclarecendo dúvidas.

Após a apresentação da plataforma GeoGebra, os alunos, ainda organizados em equipe, exploram a plataforma, jogando e se desafiando, e têm a oportunidade de enfatizar quais combinações de bolinhas podem ser realizadas. Em seguida, propõe-se que pesquisem novos jogos, que também envolvam o princípio fundamental da contagem. Eles se divertem muito enquanto procuram e experimentam esses novos jogos e demonstram interesse em explorar essa nova ferramenta, que a maioria dos alunos não conhecia. Durante toda essa atividade, o envolvimento, engajamento e concentração dos alunos são evidentes e intensos.

Dando continuidade à segunda etapa da proposta de ensino, desenvolve-se uma experiência que prepare os alunos para a utilização da plataforma Wordwall. Descrevem-se e representam-se no quadro algumas das possibilidades de combinações numéricas que podem ser formadas, ao jogar 2 dados simultaneamente, um vermelho e um azul. Após essa exposição, questiona-se quantas combinações distintas podem ser criadas ao todo.

Tendo como exemplo o lançamento de dados, propõe-se aos alunos que elaborem questões sobre práticas do seu cotidiano, que necessitem de combinações e do princípio fundamental da contagem para sua resolução, para abastecer jogos da plataforma Wordwall.

Os alunos realizam com facilidade e criatividade essa lista de atividades, adaptando o conteúdo em estudo a jogos conhecidos, dentre os quais destacam-se batalha naval e jogo de memória. De modo geral, expressam grande motivação ao exporem seus jogos e desafiam seus colegas das outras equipes a jogarem.

A terceira etapa começa com uma roda de conversa, onde cada aluno expõe o que achou das atividades anteriores e o que entendeu até então. Após essa troca de ideias, realiza-se a correção das atividades elaboradas pelos alunos e as dúvidas que vão surgindo são esclarecidas. A tarefa a seguir consiste na edição dos jogos no Wordwall, de modo que os alunos editam suas questões na plataforma e as transformam em um jogo. Observa-se que eles têm facilidade para visualizar o que precisa ser modificado durante essa edição.

No segundo momento, realiza-se uma exposição teórica sobre o conteúdo Princípio Fundamental da Contagem, enfatizando alguns conceitos de Análise Combinatória. É surpreendente a reação dos alunos, de demonstrarem familiaridade com o assunto apresentado. Eles participam e expressam ter compreendido o conteúdo abordado nas dinâmicas das aulas anteriores e, após a explicação, realizam, em grupo, uma lista de exercícios que trata dos conteúdos trabalhados nas dinâmicas anteriores. Todos fazem a tarefa sem dificuldades.

Na quarta etapa os alunos realizam, de forma individual e sem consulta, uma lista de problemas, publicada em Formulário⁶ Google, que contempla os pontos teóricos “Princípio Fundamental da Contagem” e “Análise Combinatória”, tratados nas etapas anteriores. Nesse momento, observam-se poucos alunos com dificuldades, precisamente os que não estiveram presentes em todas as aulas. Aqueles que não costumam faltar e que participam de todos os momentos da proposta de ensino conseguem resolver sem dificuldade. Para finalizar, os alunos realizam uma pesquisa no mesmo Formulário Google, com o intuito de avaliar a dinâmica da aula.

Essa atividade, realizada no último encontro com cada uma das duas turmas participantes do projeto, também fornece elementos para que se possa avaliar a própria experiência da professora regente. Sem dúvida, as palavras carinhosas e animadas dos alunos motivam um(a) professor(a) a continuar com dinâmicas ativas de ensino, mas, acima de tudo, provoca esse(a) profissional a reafirmar seu compromisso de promover e acompanhar o processo de evolução e superação de cada aluno, algo que traz sentido, sustentação e alegria nesta jornada profissional.

4 - CONCLUSÕES

Ainda que não se possa afirmar que a matemática é difícil ou que o ensino de matemática não é atraente ou que os alunos não veem utilidade para a matemática, ainda assim é possível afirmar que o ensino e a aprendizagem de matemática podem ser mais eficazes, prazerosos e significativos do que comumente ocorre.

Este artigo trata dos fundamentos e dos resultados de uma prática pedagógica que tem em vista esse objetivo e, para tal, escolhe abordar os conteúdos Combinação e Princípio Fundamental da Contagem e tem como base de pesquisa a Aprendizagem Maker, metodologia que valoriza a experimentação e autonomia do aluno. Assim, uma sequência didática inédita é desenvolvida com alunos da 3ª Série do Ensino Médio, com o intuito de mostrar que existem outros modelos, outras formas, para se aprender conteúdos matemáticos. A experiência mostra-se riquíssima, envolve dois professores (de Matemática e de Língua Portuguesa) e transforma um conteúdo, por vezes abstrato e simbólico, em algo prático e atraente.

Um caminho possível para o sucesso de professores e alunos é exatamente esse, o de relacionar todo conteúdo formal, a ser ensinado e aprendido, com seu campo de aplicação, mostrando ao aluno que o conhecimento que recebe continuamente na escola sempre tem, de alguma forma, relação com seu cotidiano e sua realidade. Dessa forma, tudo que se passa na escola tem significado, tem importância.

Os alunos chegam à escola trazendo seus próprios conceitos e percepções sobre o mundo em que vivem. Eles observam o que acontece ao seu redor e desenvolvem modelos para explicar essas coisas, muitas vezes não compatíveis com os modelos científicos. No entanto, ao chegarem na escola, suas explicações

⁶ <https://forms.gle/ghJxyuwjXGNrcAxb9>

pessoais não têm grande relevância. A ciência se impõe neste novo mundo em que agora transitam.

Quando alunos se deparam com uma aula como as que ocorrem na prática descrita, algo pode mudar, levando ao inesperado. Aulas alegres e dinâmicas, alunos em equipe, conversando, rindo, se movendo pela sala, organizando lanches, roupas, ouvindo músicas, e formando pares de roupas, trios de lanches, conjuntos de bolinhas, jogando no computador, e desenhando, escrevendo e fazendo cálculos. Tudo isso levando os alunos a aprenderem e aplicarem matemática.

Os alunos trabalham com lanches e peças de roupas e, ao realizarem combinações, percebem que tudo isso faz parte do seu dia a dia, com essa constatação o conteúdo torna-se mais fácil de ser entendido e o aprendizado acaba sendo efetivo por um período mais longo.

O conhecimento dos alunos amplia-se de forma espiral e natural, a evolução vai acontecendo ao compartilharem ideias uns com os outros, mas sendo sempre os protagonistas da sua própria história. Tudo isso caracterizando uma aprendizagem ativa e significativa, na qual o aluno vai passando de níveis simples de entendimento e habilidade para níveis mais complexos, em todos os aspectos de sua vida. Esses avanços são feitos ao longo de várias trilhas, se integrando em múltiplos espaços, com movimentos e tempos diferentes, com diferentes ênfases, e resultantes de ações geradas por interações pessoais, sociais e culturais.

Com isto, a metodologia ativa, a partir da criação de equipes, torna-se uma peça chave da educação, aumentando a qualidade do ensino e a possibilidade de os alunos enfrentarem os tão temidos cálculos. A diferença na aprendizagem é visivelmente notória e os *feedbacks* sobre o formato da aula são extremamente positivos, comprovando a eficiência do método de ensino e alcançando, de forma satisfatória, o objetivo central do projeto.

Na metodologia ativa, o aluno passa a ser o centro do processo de ensino e aprendizagem, ainda que dependa da mediação do educador para que a prática e execução das atividades aconteçam. Desse modo, ocorre um processo de transição que o transforma de um agente antes passivo para um agente ativo, criando o hábito de buscar compreender e relacionar o conteúdo trabalhado de forma a integrá-lo à sua realidade.

O centro deste estudo não é o de ressaltar a relevância ou eficácia da metodologia ativa em si, isso já é inquestionável por diversas outras pesquisas. O que se pretende, no entanto, é justamente utilizar os pressupostos dessa metodologia para mostrar a viabilidade de se propor e aplicar uma aula inédita, que possibilite o alcance de uma aprendizagem significativa, na qual conceitos matemáticos façam real sentido, interação entre alunos aconteça e uma experiência de vida seja compartilhada.

REFERÊNCIAS

ALVES, Elaine Gonçalves. **Reforma do Ensino Médio sob a Lei Nº 13.415/2017**: que formação para a classe trabalhadora? Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, 2022. Disponível em: <http://doi.org/10.14393/ufu.te.2022.462>. Acesso em: 03 de ago. de 2022.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. 3ª versão. Brasília: Ministério da Educação. 2017. Disponível em [_site.pdf](#). Acesso em: 12 de ago. de 2022.

CASCAES, Nilcecleide da Silva. **Cultura maker digital e o desenvolvimento das habilidades socioemocionais no aprendizado de matemática**. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) – Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2021.

CHAGAS, A.; JUSTINO, G. 70% dos alunos do Ensino Médio no RS têm aprendizado insuficiente em Português e Matemática. **GZH – Educação e Trabalho**, 2018. Disponível em: < <https://g1.globo.com/rs/rio-grande-do-sul/noticia/2018/08/31/no-rs-70-dos-alunos-do-ensino-medio-tem-aprendizado-insuficiente-em-portugues-e-matematica.ghtml> >, 2018. Acesso em: 11 de out de 2021.

FONSECA, M. C. F. R. **Educação matemática de jovens e adultos: especificidades, desafios e contribuições**. Belo Horizonte: Autêntica, 2005.

FREIRE, Paulo. **Autonomia da Pedagogia**. 25. ed., São Paulo: Paz e Terra. 1996.

LIMA, E. L.; CARVALHO, P. C. P.; WAGNER, E.; MORGADO, A. C. A Matemática do Ensino Médio. **Coleção do Professor de Matemática**, V. 2. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 1999.

MORAN, José. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. *In*: BACICH, L. e MORAN, J. (Orgs.). **Metodologias ativas para uma educação Inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Porto Alegre: Penso Editora LTDA. 2018.

PINHEIRO, C. A. de M.; SÁ, P. F. de. O Ensino de Análise Combinatória a Partir de Problemas. **Coleção Educação Matemática na Amazônia**, V. 2. Belém: SBEM – PA, 2010.

TOKARNIA, Mariana. Mais de 5 milhões de crianças e adolescentes ficaram sem aulas em 2020. **Agência Brasil**, 2021. Disponível em: <<https://agenciabrasil.ebc.com.br/educacao/noticia/2021-04/mais-de-5-milhoes-de-criancas-e-adolescentes-ficaram-sem-aulas-em-2020>>. Acesso em: 10 de out de 2021.

O ENSINO DA MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO BÁSICA: APLICAÇÃO DE UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA SOBRE MATEMÁTICA FINANCEIRA

Eudson dos Prazeres Brito
Cristiano Peres Oliveira
Leandro Blass
Anderson Luis Jeske Bihain
Everson Jonatha Gomes da Silva
Francieli Aparecida Vaz

RESUMO

A educação matemática desempenha um papel crucial no desenvolvimento cognitivo dos estudantes, concentrando-se na compreensão e enfrentamento dos desafios contemporâneos. Este estudo aprofunda a investigação sobre a eficácia do ensino de educação financeira na Educação Básica, valendo-se de uma sequência didática fundamentada nos princípios inovadores de Ole Skovsmose. Os materiais didáticos incluíram não apenas folhetos de supermercado, mas também tabelas manuais e planilhas simulando ambientes digitais. Essa abordagem diversificada proporcionou aos alunos uma experiência mais abrangente, estimulando não apenas o desenvolvimento das habilidades matemáticas, mas também a compreensão prática e contextualizada dos conceitos financeiros. A metodologia adotada consistiu na distribuição dos folhetos para análise de preços, realização de cálculos matemáticos e determinação do valor total das compras mensais. Os resultados revelaram não apenas uma participação ativa dos alunos, mas também um significativo interesse no tema, destacando a importância do trabalho em grupo e a perspectiva crítica sobre a matemática. A abordagem prática e contextualizada evidenciou de forma clara a relevância da matemática financeira na vida cotidiana dos alunos. A aplicação dos conhecimentos matemáticos em situações reais, como o planejamento de despesas mensais, trouxe à tona uma compreensão mais profunda e uma apreciação mais concreta dos conceitos abordados. Dessa forma, conclui-se que a sequência didática, embasada nos princípios de Ole Skovsmose, contribuiu significativamente para o processo de ensino, proporcionando uma visão prática e engajada da educação financeira. No entanto, o estudo também aponta desafios que podem orientar futuras melhorias, visando a contínua eficácia do ensino dessa disciplina tão fundamental para a formação dos estudantes.

Palavras-chave: Educação matemática, matemática financeira, sequência didática, contextualização, perspectiva crítica.

INTRODUÇÃO

A educação matemática desempenha um papel vital no desenvolvimento cognitivo e na formação abrangente dos estudantes, fornecendo ferramentas essenciais para compreender e superar os desafios do mundo contemporâneo. Nesse contexto, destaca-se cada vez mais o ensino da educação financeira como

uma área de importância crescente, sendo fundamental para capacitar os alunos a tomarem decisões conscientes e responsáveis em relação às suas finanças. Essa habilidade torna-se indispensável no cenário complexo e dinâmico da sociedade atual, onde a compreensão dos princípios da educação financeira não apenas fortalece a capacidade de resolver problemas, mas também promove uma consciência financeira essencial para lidar eficazmente com as complexidades do mundo econômico.

A inclusão da educação financeira no currículo educacional não apenas proporciona aos estudantes uma base sólida em conceitos aplicados, mas também os capacita a desenvolver uma visão crítica e analítica das suas finanças. Ao fornecer ferramentas práticas, o ensino da educação financeira prepara os alunos para enfrentar os desafios financeiros da vida cotidiana de maneira informada e eficaz. Essa abordagem dinâmica contribui para a formação de cidadãos financeiramente conscientes, capazes de tomar decisões responsáveis e estratégicas em um mundo onde a competência financeira desempenha um papel central no sucesso individual e na estabilidade econômica coletiva.

Este trabalho busca investigar a eficácia do ensino de matemática financeira na Educação Básica, com foco na aplicação de uma sequência didática (GIL, 2010 p. 41). A abordagem adotada fundamenta-se nos princípios de Ole Skovsmose (2004), cuja visão promove uma aprendizagem matemática mais contextualizada, crítica e interativa.

A pesquisa parte de um plano de aula desenvolvido com base nesses princípios, o qual foi aplicado e, posteriormente, analisado. O objetivo é compreender a influência dessa abordagem na compreensão e interesse dos alunos em relação à matemática financeira.

Figura 1. Habilidades do plano de aula. Adaptado da BNCC.

HABILIDADES
(EF09MA23) Planejar e executar pesquisa amostral envolvendo tema da realidade social e comunicar os resultados por meio de relatório contendo avaliação de medidas de tendência central e da amplitude, tabelas e gráficos adequados, construídos com o apoio de planilhas eletrônicas.
(EF09MA05) Resolver e elaborar problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira.
(EF09MA22) Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.

Dessa maneira, este estudo não apenas busca aprimorar as práticas pedagógicas na área da matemática financeira, mas também propõe uma reflexão sobre a natureza e os impactos do ensino dessa disciplina (LAKATOS; MARCONI, 2010).

Ao adotar os princípios inovadores de Ole Skovsmose, conhecido por sua abordagem crítica e reflexiva no ensino da matemática, busca-se não apenas transmitir conhecimento, mas também fomentar uma compreensão mais profunda e uma participação mais ativa por parte dos estudantes. Skovsmose propõe uma educação matemática que vai além da simples resolução de problemas, incorporando questões sociais, políticas e éticas na abordagem dos conceitos matemáticos.

Dentro desse contexto, o objetivo é transformar o processo educacional em uma experiência rica, significativa e, sobretudo, relevante para as necessidades atuais. A perspectiva de Skovsmose destaca a importância de situar o ensino da matemática em contextos do mundo real, promovendo a aplicação prática dos conceitos matemáticos para abordar desafios do cotidiano e, assim, desenvolver uma compreensão mais crítica e engajada por parte dos estudantes. Essa abordagem visa não apenas formar alunos com conhecimentos matemáticos sólidos, mas também cidadãos conscientes, capazes de analisar e enfrentar questões complexas de forma informada.

MATERIAIS

A realização deste estudo envolveu a cuidadosa escolha de materiais, levando em conta a natureza prática e aplicada da sequência didática proposta. Decidiu-se pela utilização de uma variedade de recursos, oferecendo aos alunos uma experiência completa no universo da matemática financeira.

Figura 2. Folheto distribuído para realização da atividade. Própria autoria. 2022.



Para viabilizar a análise de custos e a compreensão dos conceitos abordados, foram distribuídos folhetos de supermercado entre os alunos. Esse método prático permitiu que os estudantes explorassem uma variedade de produtos e preços, extrapolando o ambiente da sala de aula e conectando-os diretamente com situações cotidianas. A escolha dos produtos nos folhetos foi criteriosa, visando representar diversidade e complexidade para desafiar os alunos de maneira construtiva (LAKATOS; MARCONI, 2010).

As tabelas para preenchimento manual constituíram uma ferramenta essencial durante a atividade prática. Esses documentos forneceram uma estrutura organizada para que os alunos registrassem suas observações, cálculos e conclusões. O ato de preenchimento manual não apenas reforçou o aprendizado matemático, mas também promoveu a atenção aos detalhes, instigando os alunos a lidarem com os dados de maneira precisa.

Figura 3. Tabelas de compras preenchidas pelos alunos. Própria autoria. 2022.

The image shows three overlapping printed shopping list tables. Each table is titled "MATEMÁTICA EDUCAÇÃO FINANCEIRA LISTA DE COMPRAS". The tables are filled with handwritten entries and calculations, showing a total value at the bottom. The tables are arranged in a slightly overlapping manner, with the top one being the most prominent.

Considerando a falta de equipamentos eletrônicos na escola, escolheu-se usar planilhas impressas que imitavam o ambiente digital. Essa abordagem deu aos alunos uma experiência que misturou a prática manual com a familiaridade do ambiente digital, preparando-os para situações do mundo real em que ambos os métodos podem ser empregados. Essas planilhas simuladas foram desenvolvidas com base na abordagem de Skovsmose (2004), garantindo uma transição suave entre as atividades manuais e digitais (MILANI, 2020).

Figura 4. Alunos na realização da atividade. Própria autoria. 2022.



Além dos recursos concretos, a aula baseou-se nas ideias teóricas de Alrø e Skovsmose (2004), que apoiam uma matemática aplicada e contextualizada. A importância de conectar os conceitos matemáticos com a realidade dos alunos é um princípio destacado por esses autores, o que se alinha perfeitamente com a proposta deste estudo.

Já Milani (2020) forneceu a base para a perspectiva crítica adotada, orientando a pesquisa para além dos cálculos, explorando as implicações sociais, econômicas e políticas envolvidas no ensino da matemática.

MÉTODOS

A execução prática deste estudo seguiu uma abordagem baseada na criação e aplicação de uma sequência didática, conforme cuidadosamente planejado anteriormente.

A atividade prática proposta consistiu na distribuição de folhetos de supermercado entre os alunos, os quais, organizados em duplas, embarcaram em uma jornada de análise de preços, cálculos matemáticos e determinação do valor total das compras mensais, representando uma entrada direta na realidade financeira que os espera fora dos limites escolares.

O método implementado foi desenhado para estimular a participação ativa dos alunos, enfatizando a resolução colaborativa de problemas (MILANI, 2020). A dinâmica da atividade encorajou a troca de ideias e a construção coletiva do conhecimento, trazendo à tona não apenas a aplicação prática dos conceitos matemáticos, mas também promovendo uma visão interdisciplinar ao considerar o contexto econômico dos preços e custos presentes nos folhetos de supermercado.

Durante a execução da sequência didática, o papel do professor assumiu a forma de um mediador, atuando estrategicamente para oferecer suporte sempre que necessário (MILANI, 2020). Essa intervenção pontual, alinhada à visão de Skovsmose, proporcionou não apenas esclarecimentos técnicos, mas também estimulou a discussão entre os alunos.

O ambiente de aprendizagem tornou-se, assim, uma arena propícia para a construção ativa do conhecimento, indo além da mera transmissão de informações para promover uma compreensão mais profunda e contextualizada da matemática financeira.

Ao aplicar essa abordagem, buscava-se não apenas o desenvolvimento de habilidades matemáticas, mas também a promoção de habilidades interpessoais e a capacidade crítica dos alunos (MILANI, 2020). Afinal, a resolução de problemas financeiros não se limita a cálculos precisos, mas também exige reflexão, discussão e análise crítica das implicações sociais, econômicas e pessoais associadas às decisões financeiras.

Essa perspectiva foi incorporada à metodologia para garantir que os alunos não apenas aplicassem fórmulas matemáticas, mas também compreendessem o significado mais amplo por trás dos números, capacitando-os para se envolverem mais conscientemente no contexto financeiro real.

RESULTADOS

A aplicação cuidadosa da sequência didática mostrou uma resposta positiva por parte dos alunos, destacada pela participação ativa e pelo despertar do interesse gerado pela atividade proposta. As duplas envolveram-se de maneira ativa na investigação de preços, na realização detalhada de cálculos matemáticos e em reflexões profundas sobre os gastos familiares.

Este cenário sugere não apenas o sucesso da estratégia pedagógica adotada, mas também a capacidade de envolvimento dos estudantes quando expostos a uma abordagem prática e contextualizada no campo da matemática financeira.

A interação dinâmica entre os alunos durante a resolução da atividade destacou de maneira evidente a importância do trabalho em grupo como um impulsionador na construção coletiva do conhecimento (MILANI, 2020). O ambiente colaborativo proporcionado pela dinâmica da atividade não apenas fortaleceu as habilidades interpessoais dos alunos, mas também reforçou a compreensão de que a resolução de desafios matemáticos pode ser aprimorada significativamente por meio da troca de perspectivas e experiências.

A perspectiva crítica sobre a matemática, conforme evidenciada nas discussões acaloradas sobre custos de vida, orçamento e estratégias potenciais para a redução de gastos, ressalta o êxito da abordagem. Os alunos não apenas aprenderam os conceitos matemáticos de maneira isolada, mas também os integraram em seu entendimento mais amplo sobre as implicações práticas e sociais dos temas abordados.

Essa integração foi notável nas discussões em sala de aula, onde os estudantes não só aplicaram

fórmulas e técnicas matemáticas, mas também exploraram ativamente como esses conceitos se relacionam com situações da vida real. Em meio às discussões, pude ouvir os alunos expressando suas percepções de maneira bastante envolvente. Por exemplo, ao debaterem sobre orçamento familiar, não se limitaram apenas a realizar cálculos, mas também compartilharam reflexões profundas sobre como as decisões financeiras impactam diretamente o bem-estar da família. Um aluno mencionou: “Notei que, ao cuidar dos gastos, dá para manter não só as finanças sob controle, mas também proporcionar uma vida de boa qualidade pra minha família”. Outro aluno acrescentou: “Nunca achei que a matemática fosse ter tanta importância na minha vida. Agora percebo como cada decisão sobre dinheiro acaba afetando tudo no nosso dia a dia.”.

Essas falas evidenciam como a abordagem de integração de Ole Skovsmose não apenas fortalece a compreensão matemática, mas também promove uma reflexão crítica e consciente sobre a aplicação desses conceitos em suas vidas, transformando a sala de aula em um espaço de aprendizado dinâmico e significativo.

Assim, a abordagem pedagógica não buscou apenas transmitir conhecimento matemático, mas também estimulou uma visão mais abrangente e reflexiva sobre as implicações do conteúdo, promovendo uma aprendizagem mais completa e contextualizada.

Além disso, a resposta positiva dos alunos à atividade demonstrou que a abordagem prática, quando contextualizada, tem o potencial não apenas de despertar o interesse, mas também de estimular uma visão crítica sobre a matemática financeira.

Figuras 5 e 6. Alunos na realização da atividade. Própria autoria. 2022.



CONCLUSÕES

Diante dos resultados obtidos, conclui-se que a aplicação de uma sequência didática fundamentada nos princípios de Skovsmose contribuiu significativamente para o ensino da matemática financeira na Edu-

cação Básica. A abordagem prática e contextualizada revelou-se eficaz em envolver os alunos, tornando a disciplina mais relevante e significativa.

A interação entre os alunos durante a atividade reflete a importância do diálogo e da construção coletiva do conhecimento. A perspectiva crítica sobre a matemática proporcionou uma análise mais profunda dos temas abordados, capacitando os alunos a refletirem sobre questões financeiras de maneira consciente e bem informada.

No entanto, perceberam-se desafios, como a necessidade de incluir operações matemáticas um pouco mais complicadas e elementos mais relacionados ao dia a dia dos alunos. Esses obstáculos apontam oportunidades de melhoria na abordagem, visando uma educação matemática mais eficaz e adaptada às necessidades dos estudantes.

Embora os alunos tenham respondido positivamente à abordagem prática, alguns ainda enfrentaram dificuldades em lidar com operações matemáticas mais complexas. Diante disso, é necessário fazer algumas modificações para aprimorar o método, incorporando estratégias que facilitem a compreensão e aplicação desses conceitos mais desafiadores.

Outro ponto destacado foi a necessidade de tornar os elementos do cotidiano dos alunos ainda mais presentes nas atividades, tornando a conexão entre a matemática e suas vidas diárias ainda mais clara.

Esses desafios, longe de serem obstáculos intransponíveis, são vistas como oportunidades para aprimorar continuamente a abordagem pedagógica, garantindo que a educação matemática esteja verdadeiramente alinhada com as necessidades e experiências dos estudantes, promovendo assim um aprendizado mais eficiente e significativo.

REFERÊNCIAS

ALRØ, H.; SKOVSMOSE, O. **Dialogue and learning in mathematics education: intention, reflection, critique**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2004.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5 ed. São Paulo: Atlas, 2010.

LAKATOS, E. Maria; MARCONI, M. de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica: Técnicas de pesquisa**. 7 ed. – São Paulo: Atlas, 2010.

MILANI, R. **Diálogo em Educação Matemática e suas Múltiplas Interpretações**. Rev Bolema, v.38, n.24. 2020. DOI: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v34n68a10>

RELATO DE “ARQUITETANDO: A MATEMÁTICA NA CONSTRUÇÃO DA PLANTA BAIXA DA ESCOLA”, TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO DO CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO: MATEM@TICA NA PR@TICA

Heidi Daiana Machado de Oliveira
Cristiano Peres Oliveira
Francieli Aparecida Vaz
Anderson Luis Jeske Bihain
Everson Jonatha Gomes da Silva
Leandro Blass

RESUMO

Este trabalho visa apresentar a atividade Arquetando, que foi aplicada por Oliveira, no ano de 2022, em uma turma de 9º ano, em uma escola estadual, na cidade de Novo Hamburgo, Rio Grande do Sul. A intenção era de aplicação de uma atividade inédita e prática para professor e alunos na aula de matemática. A ideia surgiu a partir da dificuldade de compreensão da interpretação geométrica em uma revisão de conteúdos, dessa forma, foi apresentado o desafio de medir a escola com o auxílio de uma trena, os alunos aceitaram a proposta demonstrando motivação. O objetivo era de finalizar o processo com o desenho da planta baixa da escola com as medidas reais adaptadas a uma determinada escala. Esse processo de trabalhar com escalas também foi revisado com os alunos, já que uma das dificuldades deles era compreender medidas em escala nos problemas de matemática, pois não lhes pareciam reais. A atividade terminou com o desenho da planta baixa da escola e um breve relato dos alunos sobre a experiência. Esse relato foi discutido em aula, no intuito de expor cada opinião e aprendido. A ação confirmou as percepções de Ole Skovsmose e Jean Piaget, que defendem o uso de atividades práticas no ensino, e que essas podem resultar em melhora no aprendizado dos alunos, devido ao seu envolvimento no processo, pois se utilizam dos cenários de investigação.

Palavras-chave: Matemática Prática; Arquetando; Escalas; Medidas; Cenário de Investigação.

1 - INTRODUÇÃO

Este relato consiste em apresentar o Trabalho de Conclusão do Curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio: Matemática na Prática, na modalidade EaD/UAB, o título do trabalho foi “Arquetando: A Matemática na construção da planta baixa da escola”. Neste, Oliveira (2023) cita os desafios, cada vez mais evidentes, no ensino da disciplina de matemática, perceptíveis para qualquer observador do caso. Os conteúdos que já não eram os mais atrativos aos olhos dos alunos, tornam-se cada dia menos desejados. Cotton (1998) define o ensino, em que se disponibiliza as orientações acerca de determinado assunto e se exercita essas orientações dadas, porém esse método não tem apresentado grande eficácia.

Oliveira (2023), ao observar a pouca aceitação dos alunos quanto às aulas mais tradicionais, percebeu que grande parte desse desinteresse vinha, também, das dificuldades oriundas da Pandemia da Covid 19. O período pandêmico distanciou o aluno dos professores, e trouxe uma grande dificuldade na comunicação entre eles, aumentando a necessidade de novos métodos, buscando atrair os alunos ao que se tinha para ensinar, além de tentar sanar as lacunas de aprendizagem existentes e aumentadas com a passagem da pandemia.

Tentando conseguir novas alternativas, foi identificado nos trabalhos de Ole Skovsmose a sugestão de um Cenário de Investigação, em que o aluno se torna protagonista do seu próprio aprendizado. Trata-se de diferenciar a matemática tradicional, citada por Cotton (1998) de uma matemática mais investigativa, essa aliada às três: referência à matemática, referência à semi-realidade e a referência à situação da vida real.

Diante das necessidades de mudanças encontradas por Oliveira (2023), no encerramento do 2º trimestre do ano de 2022, e aliada ao que Skovsmose defende, que é dar voz e vez aos alunos, surgiu a ideia de desafiar os alunos para uma atividade mais prática, que pudesse esclarecer alguns assuntos que pareciam não ter sido bem compreendidos. Aí, também é respeitada a ideia de Piaget (1975), que defende a interação, troca e ação dos alunos diante do seu aprendizado.

Antes de apresentar uma proposta, se ouviu a opinião dos alunos para tentar identificar onde estaria a maior dificuldade. Foi aí que se percebeu que um dos grandes desafios para os alunos, era a compreensão da geometria envolvendo medidas desconhecidas, como em operações com monômios e polinômios, uma vez que o aluno precisa envolver dados difíceis de serem associados à vida real, e acaba por fugir de sua compreensão.

Neste momento de escuta do aluno, foi possível permitir um diálogo democrático, defendido por Skovsmose (2000), em que o aluno pode nortear o seu aprendizado. E, por meio de uma breve demonstração com auxílio do quadro branco, identificou-se que os alunos precisavam compreender medidas reais adaptadas, a partir de escala, ao papel que é bem menor do que a medida real.

Diante de todas as percepções, juntamente a turma, Oliveira (2023) lançou a atividade com título de “Arquitetando”, em que os alunos foram desafiados a medir cada ambiente da escola, de forma coletiva, com intuito de produzir uma planta baixa em uma folha quadriculada no tamanho A3; a partir disso, compreender um pouco da ideia de escala e associar dados às atividades relacionadas com assuntos ainda mais complexos.

Como objetivo da atividade existia a vontade de dar voz e vez ao aluno, com ação democrática envolvendo a definição das dúvidas e necessidades da turma, além de trazer dados da vida real, em medidas, para o papel de forma escalar, permitindo uma melhor aceitação dos dados no papel e revisão de conteúdos aprendidos durante o período pandêmico, que foi atrapalhado em função do distanciamento exigido. Foi trabalhado conhecimentos básicos como área e perímetro, ensinados no 6º ano e, de forma mais avançada, trazidos para conteúdos do 8º ano, em que a área e o perímetro de figuras geométricas são trabalhadas para a compreensão das operações com monômios e polinômios.

2 - RELATO DE EXPERIÊNCIA

A experiência consiste na aplicação de três etapas que incluem as medições da escola para uma vivência do processo; conhecer sobre escala, compreendendo a aplicação de medidas no papel envolvendo uma proporção associada a realidade; e por fim, colocar todo esse processo em forma de desenho, com o auxílio de uma folha quadriculada, no tamanho de uma folha A3. Além disso, a atividade resultou em um relato individual de cada aluno, o qual foi debatido em aula e também, permitiu a aplicação de conteúdos como Área e Perímetro envolvido no conteúdo de Operações com Monômios e Polinômios, posteriormente.

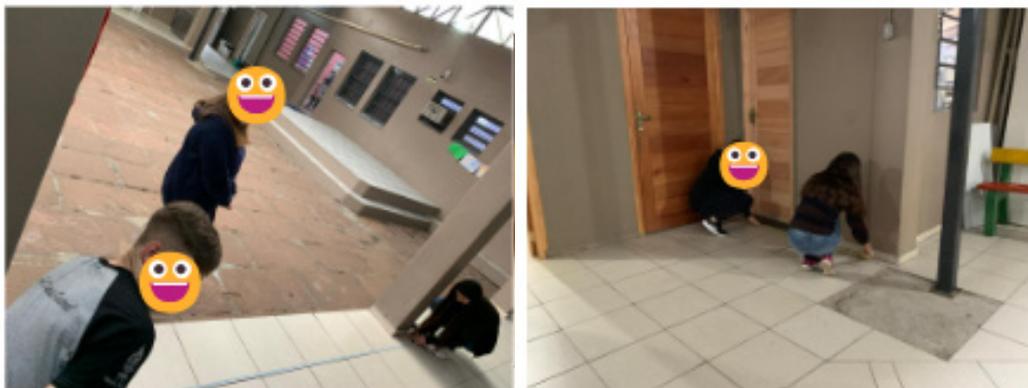
Ao perceber a grande dificuldade dos alunos em conteúdos de anos letivos passados, possivelmente originadas devido ao período da Pandemia da Covid-19, em que todos foram forçados a ficarem em casa, e estudaram de forma remota, síncrona e assincronamente. No ano de 2020, todos ficaram em casa, e no ano de 2021 passou-se a trabalhar com grupos reduzido de alunos presencialmente e outro grupo ainda de forma *on-line*, de forma alternada. Porém, quando o aluno ficava em casa, acabavam não possuindo a supervisão, seja dos pais ou dos professores, e como reflexo não se dedicaram adequadamente aos estudos. Os professores não tinham acesso a muitos alunos devido à não ter internet ou pela falta de qualidade dela, e por consequência, todo o processo refletiu no aprendizado dos alunos, que tiveram péssimos resultados, porém, a partir de uma regra oriunda de ordens governamentais, todos alunos tiveram sua progressão continuada.

Como resultado, finalizando o segundo bimestre do ano de 2022, se percebeu o reflexo desse aprendizado mal sucedido nos anos letivos de 2020 e 2021. Diante de tudo, deu-se início a atividade Arquitetando com a turma. Então, no dia 27 de junho de 2022, foi iniciada uma conversa com os alunos para que eles pudessem sinalizar os assuntos que mais percebiam dificuldades, como se falava de operações com monômios e polinômios, envolvendo geometria, eles relataram grande dificuldade em compreender valores impostos nas atividades que referenciam medidas, mas que no papel não lhes pareciam reais e, a compreensão da interpretação geométrica nessas atividades. Durante a conversa, se percebeu que alguns alunos não sabiam sequer pontuar suas dúvidas, e com algumas explicações com o auxílio do quadro branco, as dúvidas foram definidas. A partir dessa conversa, a professora lançou o desafio aos alunos, que foi aceito por todos. A ideia era que todos alunos que possuíssem trena em casa, as trouxessem para que pudessem medir cada ambiente da escola, assim, vivenciando as medidas reais, para que posteriormente, pudessem colocar essas medidas em papel, no formato de planta baixa da escola.

No dia 30 de junho de 2022, os alunos iniciaram a tarefa Arquitetando, a turma consistia em 30 alunos de 14 a 15 anos, os estudantes iniciaram a medição da escola com o auxílio da trena. Antes de tudo, a professora fez uma demonstração do uso, para que não houvesse equívocos nas medições.

Os alunos foram distribuídos em duplas, com intuito de facilitar as medições. Cada dupla mediu todos os ambientes da escola, anotando os dados encontrados ali. As figuras a seguir mostram os alunos medindo espaços da escola.

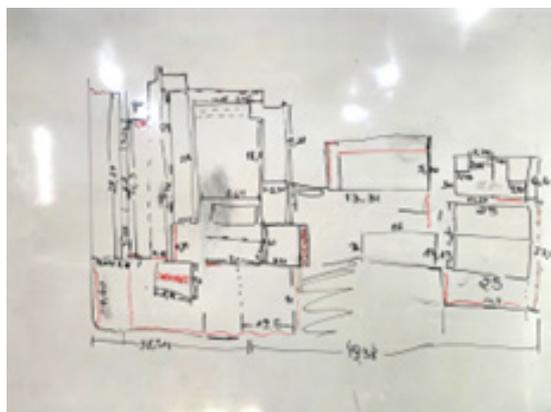
Figura I



Fonte: Oliveira (2023)

No dia 1º de julho, cada dupla trouxe suas medições e, na intenção de verificar se as medidas estavam corretas, a professora criou, no quadro branco, um esboço da planta, onde foi anotando as medidas verificadas. Algumas dessas medidas precisaram ser redefinidas. Existiam medidas esquecidas e outras que não cabiam no agrupamento com as demais. A imagem a seguir refere-se ao prospecto da planta que foi criado para dar referência à planta oficial.

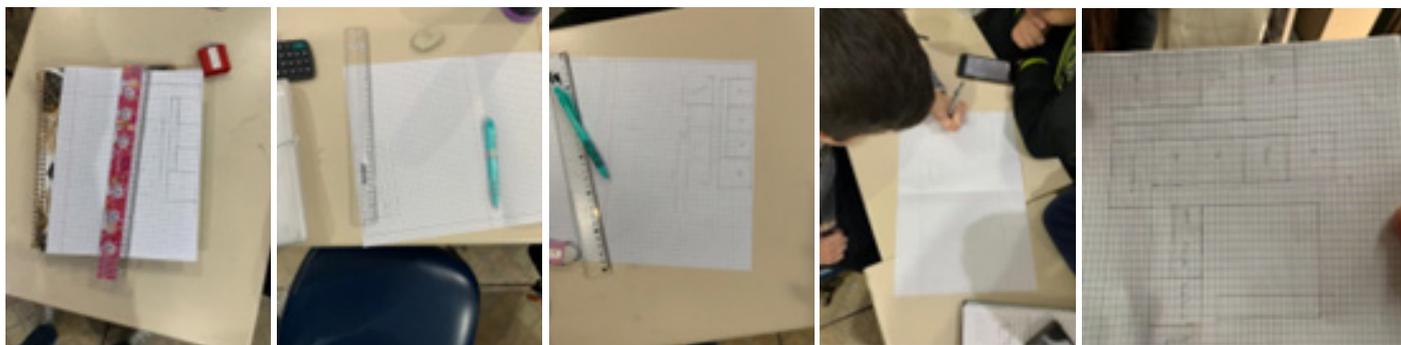
Figura II



Fonte: Oliveira (2023)

De 4 a 7 de julho de 2022, com o auxílio de uma folha A3 quadriculada, após algumas instruções sobre escala, para que pudessem definir o tamanho do desenho no papel, os alunos realizaram a planta baixa da escola, conforme podemos perceber nas imagens a seguir.

Figura III



Fonte: Oliveira (2023)

O desenho, produzido no quadro branco em 1º de julho, facilita a compreensão da aplicação da escala que foi definida. Uma vez que cada quadrado da folha quadriculada possuía 0,5 centímetros, foi definido que cada dois quadradinhos equivaleria a 1 metro das medidas oficiais, assim com escala de 1:200.

No dia 11 de julho de 2022, após a conclusão das plantas baixas da escola Otávio Rosa em folhas quadriculadas, foram disponibilizadas algumas perguntas que nortearam um texto em que os alunos deveriam relatar a experiência das medições e de todo processo de produção da planta baixa. Na sequência apresenta-se as perguntas realizadas.

“Atividade Avaliativa -3º bimestre

ARQUITETANDO

Após fazer as medições da escola e repassar para a folha quadriculada, considerando 1 metro para cada quadradinho (de 0,5 cm), ou seja, escala de 1:200, responda as perguntas a seguir, organizando-as em forma de texto, de aproximadamente 15 linhas.

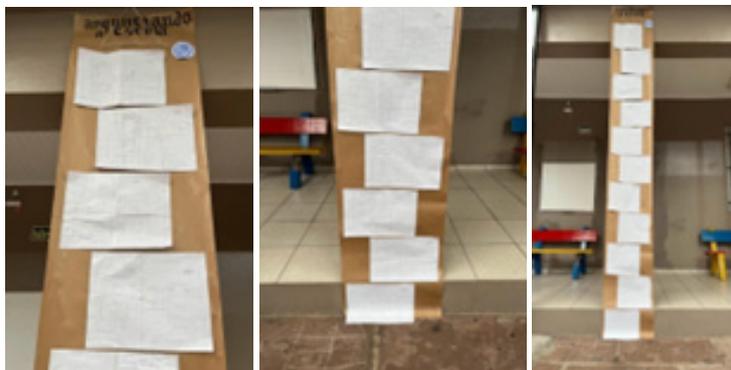
- O que você aprendeu com a atividade proposta?
 - Qual foi sua maior dificuldade na aplicação da atividade proposta?
 - E facilidade?
 - Considerando a proposta, que era auxiliar na compreensão da geometria trabalhada em aula, foi útil?
- Dê sua opinião sobre a atividade.”

Esta etapa da atividade foi realizada individualmente e compôs as avaliações consideradas para o terceiro bimestre do ano letivo. Foi percebido a descrição da dificuldade no manuseio da trena e quando a definição de medidas precisas, uma vez que essas geram retrabalho quando colocadas juntas no prospecto da planta, e fizeram com que os alunos precisassem voltar a medir alguns espaços.

A atividade descrita acima, conclusão da planta baixa da escola, permitiu uma exposição do trabalho no dia em que foi comemorado o aniversário da escola, no mês de outubro seguinte, a imagem dessa mostra

pode ser observada na Fig. IV.

Figura IV



Fonte: Oliveira (2023)

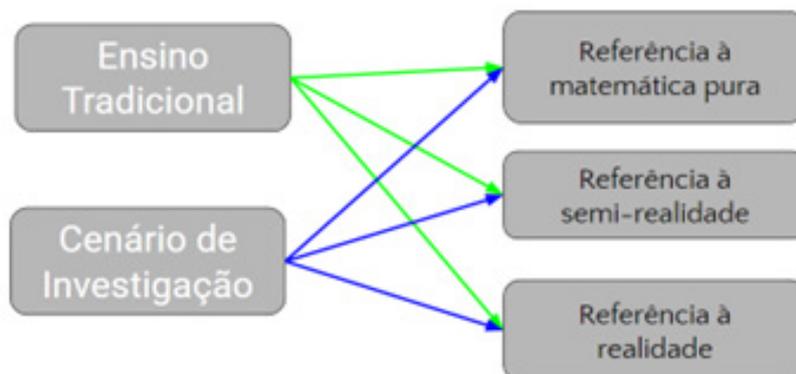
A partir dessa atividade, com uma melhor compreensão da composição da planta e escalas utilizadas, foi possível planejar uma retomada do conteúdo de operações com polinômios, em que, como mais uma atividade avaliativa, foi solicitado aos alunos que criassem um problema matemático envolvendo dados da planta, com intuito de sugerir uma reforma de um dos ambientes da escola, com ampliação ou redução dos mesmos, de forma que para a definição da área do espaço, exigiria a multiplicação de polinômios. Após a criação desses problemas, os alunos iriam precisar trocar a atividade com um colega, que a resolveria e ainda deveriam corrigi-la, sinalizando erros e acertos, tendo a partir daí mais uma oportunidade de ampliação da compreensão do conteúdo que deu origem a todo esse projeto. O fato de os dados serem reais, adquiridos por eles nas medições, e reproduzidos em forma de escala na folha quadriculada, deu aos alunos maior confiança para o desenvolvimento das atividades posteriores. Sem dúvida, refletiu positivamente no aprendizado dos alunos.

Todo esse relato vai ao encontro com a ideia de Ole Skovsmose que defende o cenário de investigação.

Chamo de cenário para investigação um ambiente que pode dar suporte a um trabalho de investigação - O exemplo seguinte é inspirado na Palestra de Ole Einar Torkildsen, durante a Conferência NOMUS, em Aalborg (Dinamarca), no ano de 1996. (SKOVSMOSE, 2000, p. 3)

A opinião de Skovsmose pode ser bem representada com o esquema a seguir.

Figura V



Fonte: Oliveira (2023)

Nesse esquema, sinaliza a ideia do ensino tradicional com uso das referências de Matemática Pura, Semi-realidade e Realidade e também o cenário de investigação, tão defendido por Skovsmose, associado ainda às três referências citadas.

O relato também reafirma a definição de Jean Piaget, que defende o envolvimento do aluno.

O ensino em todos os níveis da educação precisa ser fundamentado na atividade, interação, troca, fazer, pensar, o reagir em situações que são apresentadas ao educando e ter habilidades em um clima de interação e ajuda mútua, valorizando e respeitando suas individualidades. (PIAGET, 1975, p. 26)

Ambos, apontam o protagonismo do aluno no seu aprendizado como primordial para um melhor desenvolvimento e construção do seu conhecimento, refletindo assim, numa excelente retomada dos aprendizados que estavam defasados.

É importante mencionar que a atividade aplicada com os alunos sempre respeitou a Base Nacional Comum Curricular (2018), que é fonte para os planejamentos e definições de conteúdos a serem ensinados em cada nível escolar.

Essa experiência reafirmou a necessidade de atividades lúdicas no processo de aprendizado, as quais possam envolver o aluno, tornando-o protagonista desse processo. Inclusive, esses foram tema e motivos para a escolha do curso da licenciatura em Matemática, uma vez que Oliveira (2023) sempre buscou a desmistificação da disciplina, trazendo uma maior harmonia entre aluno e a matemática, mostrado por Timm (2018).

3 - CONCLUSÕES

A atividade trabalhada por Oliveira (2023) e descrita aqui, teve como intenção a aplicação de uma aula inédita e prática, com o objetivo de melhorar os resultados com relação ao aprendizado dos alunos.

Diante da habitual falta de interesse dos alunos pela disciplina de matemática, aliado ao descaso criado a partir das aulas de pouca eficácia, aplicadas durante o período de pandemia da Covid-19, e também, das progressões automáticas exigidas pelo sistema de educação nos anos de 2020 e 2021, em que os alunos foram promovidos ao ano seguinte sem que atingissem os parâmetros mínimos de conhecimento. Buscou-se aplicar uma aula que tivesse mais atrativos aos alunos, uma vez que eles se sentiriam protagonistas do seu aprendizado e ainda, respeitados democraticamente, pois a proposta não foi imposta, mas sim ofertada com possibilidade de ajustes.

A atividade durou mais tempo do que previsto devido a dificuldade encontrada em acertar as medições, das quais foi necessário que fossem refeitas mais de uma vez. Isso, acaba desmotivando os alunos para a sua finalização, devido a exaustão das repetições. E, reafirma a fala de Skovsmose, quando defende intercalar os diferentes tipos de ambientes de aprendizado para um melhor resultado.

[...] Minha expectativa é que caminhar entre os diferentes ambientes de aprendizagem pode ser uma forma de engajar os alunos em ação e reflexão e, dessa maneira, dar à educação matemática uma dimensão crítica. (SKOVSMOSE, 2000, p. 1).

Sem dúvida, foi atingido a expectativa de Skovsmose (2000), uma vez que os alunos tiveram o engajamento com a atividade, mesmo que tenha ocorrido um desvio de interesse no período de conclusão da atividade. É perceptível na exposição final que os estudantes estavam satisfeitos com o resultado dos trabalhos, pois demonstraram satisfação e orgulho com relação aos resultados nas plantas baixas da escola.

A atividade, além de permitir uma melhor compreensão na interpretação geométrica trabalhada nas aulas de matemática, também pareceu trazer uma maior confiança entre os alunos com relação às escolhas para seus futuros, por se tratar de alunos do nono ano do Ensino Fundamental, todos precisavam definir o que fazer no Ensino Médio e, uma boa parcela do grupo, optou pelo Curso Técnico mais concorrido da região. Além do que, talvez em decorrência a essa maior confiança, ocorreu um número recorde de aprovação entre os alunos da escola Otávio Rosa.

Para a aplicação de atividades futuras em outras turmas, talvez seja interessante a buscar fazer em turmas de oitavo ano, para prepará-los para o aprendizado do nono ano, tendo ainda maior reflexo nos resultados da conclusão do Ensino Fundamental. Porém, destaca-se que o ano de 2022, foi sem dúvida, um marco de retomada nos estudos desses alunos. Por consequência, um ano de muita satisfação, uma vez que, nada é mais gratificante para um professor do que ver seu aluno progredindo com qualidade no aprendizado.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum. Brasília**, 2018.

de OLIVEIRA, Heidi Daiana Machado. **Arquitetando: A Matemática na Construção da Planta Baixa da Escola**, 42 p. "Orientação: CRISTIANO PERES Oliveira". Unipampa - Bagé - RS, 2023.

PIAGET, Jean. **A equilibração das estruturas cognitivas**. Rio de Janeiro: Zahar, 1975.

SKOVSMOSE, Ole. Tradução: BARBOSA, Jonei Cerqueira. **Cenários para Investigação**. Bolema, Rio Claro – SP, v. 13, n. 14, 2000.

TIMM, Ursula Juliana; GROENWALD, Claudia Lisete Oliveira. **A curricularização da extensão universitária em um curso de formação de professores de matemática**, 2018. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/327120359_A_curricularizacao_da_extensao_universitaria_em_um_curso_de_formacao_de_professores_de_matematica Acesso em 02 jan. 2023.

A UTILIZAÇÃO DE JOGOS COMO ESTRATÉGIA PARA APRIMORAR A PARTICIPAÇÃO DOS ALUNOS NO ENSINO DE FRAÇÕES

Jezabel Machado Costa

Anderson Luis Jeske Bihain

Cristiano Peres Oliveira

Everson Jonatha Gomes da Silva

Francieli Aparecida Vaz

Leandro Blass

RESUMO

Este capítulo descreve o desenvolvimento de uma abordagem pedagógica inovadora voltada para alunos do sexto ano do Ensino Fundamental, centrada no ensino de frações através de jogos. A metodologia adotada para a condução das atividades desempenhou um papel crucial no aprimoramento da aprendizagem dos estudantes. O objetivo principal foi explorar a relação entre o estudo de frações e o uso de jogos, tanto digitais quanto não digitais. As atividades foram estrategicamente planejadas para despertar o interesse dos alunos, consolidar conceitos fundamentais, incorporar tecnologias digitais e estimular a busca ativa pelo conhecimento sobre frações. Os resultados obtidos foram positivos, proporcionando momentos de interação significativa e construção do saber. Como direcionamento para futuros planejamentos educacionais, sugere-se a adoção de outras metodologias complementares, visando enriquecer ainda mais o processo de ensino-aprendizagem no contexto das frações.

Palavras-chave: Educação Básica, Frações, Jogos.

1 - INTRODUÇÃO

Este capítulo propõe a exposição dos resultados derivados da implementação de uma aula inédita desenvolvida especificamente para os alunos do Ensino Fundamental, no contexto da disciplina de Matemática, na Escola Municipal de Ensino Fundamental Prof^a Maria de Lourdes Freitas de Andrade. O foco principal desta aula foi o ensino do conteúdo de frações.

A utilização de jogos foi a estratégia adotada para engajar os alunos nas atividades relacionadas às frações, visando estimulá-los a completar cada etapa e a consolidar conceitos fundamentais, tanto por meio de jogos manuais quanto tecnológicos. De acordo com as diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o ensino progressivo das frações ao longo do Ensino Fundamental é recomendado, aumentando o grau de complexidade a cada ano.

Em resposta às dificuldades frequentemente encontradas no ensino desse conteúdo, pesquisadores da área de educação matemática têm proposto abordagens que buscam tornar o aprendizado mais atrativo,

com o intuito de aumentar o envolvimento dos alunos. Como destacado por Berbel (2011), o engajamento dos alunos em novos aprendizados é crucial para ampliar suas capacidades de exercer autonomia e liberdade na tomada de decisões futuras.

Nesse sentido, Alves, Carneiro e Carneiro (2022) enfatizam que “um jogo estruturado em torno de um determinado conteúdo mobilizará o aluno a compreendê-lo para que possa participar ativamente como competidor no jogo proposto”. Assim, optou-se pela metodologia do uso de jogos na educação, que consiste em incorporar jogos e elementos lúdicos em contextos de aprendizagem, com o propósito de motivar, recompensar comportamentos desejados, promover uma aprendizagem mais eficaz ou aumentar a participação dos alunos.

Evaristo e Terçariol (2019) também ressaltam a importância dos jogos e brincadeiras na escola, destacando seu papel no desenvolvimento cognitivo, social e emocional dos alunos, e sua relevância para o desenvolvimento integral do ser humano.

Assim, este capítulo seguirá com a apresentação do referencial teórico, abordando sucintamente o uso de jogos como metodologia de ensino, bem como a exploração do estudo das frações. Posteriormente, serão detalhados o planejamento e a execução da aula inédita, seguidos por uma análise qualitativa das atividades realizadas e das percepções do docente. Por fim, serão apresentadas considerações finais baseadas nas observações e experiências, juntamente com sugestões para trabalhos futuros.

2 - METODOLOGIA

Atualmente, os educadores enfrentam o desafio de cativar a atenção dos alunos e facilitar a aprendizagem, especialmente em Matemática, onde deficiências significativas são reveladas nas avaliações externas (Carneiro, 2017, p.19). Essas dificuldades não são novas, como destacado por Vitti (1999, p.19), sendo ressaltadas por diversos educadores ao longo do tempo.

A introdução de diferentes metodologias nas aulas de Matemática pode ser uma abordagem eficaz para aumentar a participação dos alunos e aprimorar seu desempenho em diversos conteúdos. No entanto, essa prática requer planejamento cuidadoso e um compromisso significativo para criar um ambiente que promova a autonomia dos alunos no processo de aprendizagem, com o professor atuando como mediador (Berbel, 2012).

Dentro dessa necessidade, surgem novas abordagens no ensino, incluindo as metodologias ativas, que buscam envolver os estudantes de forma dinâmica e participativa na aprendizagem, em contraste com a simples transmissão de informações pelo professor.

2.1 Metodologias ativas

O uso de metodologias ativas baseia-se em uma nova visão do processo de aprendizagem, valorizan-

do a aplicação prática do conhecimento em situações reais ou simuladas, visando desenvolver habilidades necessárias para resolver desafios encontrados na prática social (Berbel, 2011).

Nesse cenário, o papel do professor torna-se crucial, atuando como facilitador e incentivando os alunos a assumir responsabilidade por sua própria aprendizagem (Lovato et al., 2018). As metodologias ativas refletem uma evolução na educação e na sociedade, demandando uma mudança na relação entre professor e aluno/escola-aluno, que vai além da mera transmissão de conhecimento.

Entre essas metodologias, destacamos a gamificação, o ensino híbrido, o uso de mapas conceituais, o estudo de caso, a sala de aula invertida, a aprendizagem entre pares, a aprendizagem baseada em problemas e a aprendizagem baseada em projetos. Essas abordagens visam envolver os alunos de forma mais ativa com o material de aprendizagem e desenvolver habilidades como pensamento crítico, resolução de problemas e trabalho em equipe (Paz e Rocha, 2021, p.126).

2.2 Uso de jogos

Dentro das metodologias ativas, o uso de jogos destaca-se como uma estratégia para motivar e envolver os alunos de maneira lúdica no processo de aprendizagem. Os jogos educativos são concebidos para desenvolver habilidades cognitivas fundamentais, proporcionando diversão e promovendo a aprendizagem (Neta e Castro, 2008).

No contexto do ensino de matemática, os jogos podem ser uma ferramenta eficaz para estimular o interesse dos alunos e melhorar seu desempenho. Eles tornam o processo de aprendizagem mais atrativo e interativo, desenvolvendo habilidades importantes como resolução de problemas e trabalho em equipe.

É essencial utilizar os jogos de maneira equilibrada e respeitosa, reconhecendo que eles não constituem uma solução instantânea para todos os desafios educacionais. A formação de grupos também pode ser uma estratégia complementar, auxiliando na aprendizagem e no desenvolvimento de habilidades adicionais nos alunos (Neta e Castro, 2017).

A avaliação do uso de jogos em sala de aula pode ser realizada de várias maneiras, como o modelo de avaliação 4PEG, que possibilita uma análise estruturada do potencial dos jogos para uso em sala de aula (Martínez, Kim et al., 2022). Além do uso de jogos em sala de aula, os jogos digitais emergem como uma abordagem pedagógica promissora, trazendo consigo uma série de vantagens e diferenças em relação aos jogos não digitais.

2.2.1 O uso de jogos digitais nas aulas de matemática na busca do engajamento

Os jogos digitais representam uma inovação educacional capaz de aprimorar a aprendizagem e o desenvolvimento de habilidades das crianças. A integração de jogos educativos digitais na sala de aula pode desempenhar um papel significativo na transformação do sistema educacional.

Ao adotar essa abordagem, espera-se não apenas aumentar o interesse dos alunos pelo conteúdo das frações, mas também proporcionar uma aprendizagem mais significativa e duradoura. Ao longo deste capítulo, exploraremos o potencial dos jogos digitais e não digitais como uma ferramenta eficaz para promover o aprendizado das frações e melhorar o desempenho dos alunos nesta área fundamental da matemática.

2.3 Planejamento da aula inovadora

No contexto do ensino de Matemática para o 6º ano do ensino fundamental, a abordagem das frações é essencial, pois elas constituem objetos de conhecimento fundamentais. A carga horária está distribuída em 4 períodos de 55 minutos semanais, divididos em dois dias da semana, totalizando 1 hora e 50 minutos de aula de Matemática. A abordagem da unidade temática “Números” se inicia com a exploração da ideia de parte-todo e representação geométrica das frações, seguida por uma sondagem do conhecimento prévio dos alunos. Posteriormente, os demais conteúdos relacionados às frações e suas operações serão introduzidos progressivamente ao longo das aulas subsequentes.

A metodologia de jogos será aplicada estrategicamente para a fixação do conteúdo de frações após cada etapa concluída, abordando desde a representação geométrica até as operações de fração de uma quantidade. As atividades serão realizadas em média 30 minutos semanais ao longo de aproximadamente 2 meses, entre outubro e novembro. Os alunos terão acesso a jogos manuais como o “Bingo de Frações” e o “Papa tudo de Frações”, além dos jogos digitais “Dividindo a Pizza” e “Operações com Frações”.

Os jogos manuais serão confeccionados com papel comum e impressos em impressora multifuncional, enquanto os jogos digitais serão realizados na sala de informática da escola, sujeitos a agendamento prévio e disponibilidade de internet.

Fig. 1: A – Cartelas do Bingo das Frações elaborado pela professora; B – Cartas do Jogo Papa tudo de Frações; C - Jogo Dividindo a Pizza.



Fonte: Autora 2023.

O “Bingo de Frações” é uma atividade que visa fixar o aprendizado por meio de uma abordagem lúdica. Consiste em cartelas reutilizáveis contendo 24 frações aleatórias menores que 1 unidade, distribuídas em uma grade de 5 colunas por 5 linhas. Os alunos recebem uma ou mais cartelas e, ao sinal de início do jogo, colocam uma bolinha no centro da cartela. O professor, como cantador do bingo, sorteia uma fração e os

alunos devem identificar a representação correspondente. O jogo é ganho preenchendo uma linha horizontal, vertical ou diagonal. Essa atividade permite a interação em duplas ou pequenos grupos, promovendo o engajamento e potencializando o conhecimento adquirido até o momento.

O “Papa tudo de Frações” é um jogo que exige um conhecimento mais avançado sobre frações e é ideal para ser aplicado após aulas teóricas e práticas de comparações de frações. Consiste em um conjunto de 32 cartas entre frações próprias, impróprias e frações aparentes, podendo ser jogado entre 2 ou 4 jogadores. As cartas são misturadas e divididas entre os jogadores, e a cada rodada o jogador que colocar a maior carta “papa tudo”. O objetivo é terminar o jogo com o maior número de cartas. Esse método proporciona uma abordagem diferenciada do conteúdo, utilizando material concreto e incentivando a interação entre os alunos.

O “Dividindo a Pizza” é um jogo digital realizado em duplas, disponível na sala de informática da escola. Consiste em várias etapas em que os jogadores devem identificar, representar e selecionar frações correspondentes a diferentes situações relacionadas a pizzas divididas em fatias. Essa atividade demanda habilidades como manipulação do mouse e compreensão dos conceitos de fração e soma de frações com o mesmo denominador. Além de proporcionar um momento diferenciado no laboratório de informática, contribui para consolidar o conhecimento adquirido anteriormente.

Já o “Operações com Frações” é um jogo digital que permite aos alunos praticar as operações de frações de uma quantidade, seja individualmente ou em dupla. Os jogadores selecionam o nível de dificuldade e o adversário (computador ou outro aluno). O jogo consiste em realizar operações com frações e converter as peças do oponente em uma linha para ganhar pontos. Essa atividade complementa as operações realizadas em sala de aula, abordando o mesmo conteúdo de uma maneira diferente e permitindo esclarecer dúvidas remanescentes.

Durante e após a realização dos jogos, os alunos serão incentivados a expressar suas opiniões sobre as perguntas e respostas necessárias para fazer as escolhas adequadas durante as atividades. Intervenções expositivas, utilizando papel e lápis/caneta, serão empregadas para representar e justificar alguns resultados, além de reforçar os conceitos básicos do conteúdo abordado. O registro das atividades será feito pelo docente por meio de fotos, e os eventos serão analisados de forma qualitativa.

A avaliação qualitativa é um método que se concentra na coleta de dados descritivos e interpretativos, utilizando técnicas como entrevistas, observações, grupos de discussão e análise de documentos. Este método permite uma compreensão mais profunda da complexidade do fenômeno em estudo, explorando as perspectivas dos participantes e proporcionando uma visão mais completa do assunto abordado. Ao contrário da avaliação quantitativa, que se baseia na coleta e análise de dados numéricos e estatísticos, a abordagem qualitativa busca identificar soluções mais adequadas e efetivas para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem, levando em consideração a subjetividade e a profundidade do problema de aprendizagem dos alunos (MARCONI; LAKATOS, 2017).

3 - RELATO DE EXPERIÊNCIA

Esta seção apresenta os resultados e discussões relacionados ao conteúdo e aos métodos utilizados na realização das atividades de estudo sobre frações. O trabalho foi conduzido com a turma de sexto ano, denominada 6A, da Escola Municipal de Ensino Fundamental Prof.^a Maria de Lourdes Freitas de Andrade, localizada no município de Charqueadas, no turno da tarde. Esta turma é composta por 19 alunos, com idades entre 11 e 12 anos, que demonstram bom rendimento acadêmico e bom relacionamento interpessoal. São, em sua maioria, alunos curiosos, que buscam respostas para suas dúvidas. Durante o desenvolvimento do estudo sobre frações, uma variedade de metodologias e recursos foram empregados para abordar o conteúdo de forma eficaz. Cada atividade realizada proporcionou insights valiosos e reflexões importantes sobre o processo de ensino e aprendizagem das frações.

3.1. Relato das Atividades:

Atividade do Bingo de Frações

Após uma série de aulas teóricas e práticas sobre números racionais na forma fracionária (Q^{*+}), onde exploramos a composição de numeradores e denominadores, adentramos no universo das frações com seus termos específicos. Examinamos os conceitos de fração própria, imprópria, aparente e números mistos, além de mergulhar na representação geométrica por meio de figuras como quadrados, retângulos, círculos e triângulos, possibilitando assim a visualização da divisão em partes iguais. Associamos essas representações às frações e vice-versa, compreendendo conceitos como “menor que 1 inteiro”, “maior que 1 inteiro”, “1 inteiro e parte fracionária” ou “igual a 1 inteiro”. Posteriormente, exploramos a obtenção do resultado decimal através da divisão do numerador pelo denominador para validar sua precisão.

Após diversas aulas e exercícios práticos, nos quais utilizamos exemplos concretos como “pizza” e “chocolate” para ilustrar os conceitos, considerei que a turma estava preparada para a atividade proposta. Inicialmente planejada como um grande círculo, a sugestão dos alunos de formar grupos menores pela sala foi acatada, resultando em uma dinâmica positiva. Antes de começar o jogo, os alunos discutiram sobre as cartelas, comparando-as entre si, enquanto preparavam as “pedrinhas de Bingo” com entusiasmo.

O Bingo das Frações representava uma novidade para todos os alunos, embora alguns já tivessem experiência com o Bingo tradicional. Alguns encontraram dificuldades iniciais para identificar as frações em suas cartelas, destacando a diferença entre visualizar uma fração e reconhecer sua leitura e representação auditiva. Durante o jogo, surgiram situações em que os alunos precisavam internalizar a fração anunciada para depois associá-la à sua representação geométrica na cartela. Encorajei-os a observarem cuidadosamente suas cartelas, familiarizando-se com as representações e lembrando-os de que a quantidade de figuras pintadas indicava o numerador, as partes tomadas do denominador e o total de partes representava o denominador (no caso de frações próprias).

Durante o jogo, alguns alunos mais familiarizados com a representação de frações ajudaram os colegas, promovendo autonomia e clareza na busca pelas frações correspondentes. A atividade foi repetida

algumas vezes como forma de consolidar o conteúdo estudado, e como incentivo, utilizei pirulitos como premiação.

Fig. 2: Alunos jogando Bingo das Frações



Fonte: Autora (2024)

“Desafio das Frações: Estratégia de Dominância”

O “Desafio das Frações” foi introduzido após explorarmos, ao longo de várias aulas, as comparações e equivalências entre frações. Organizamos os alunos em duplas e grupos de quatro, levando em conta suas afinidades e interesses, e posteriormente promovemos um “confronto” entre as equipes vencedoras. Durante a atividade, alguns alunos enfrentaram dificuldades significativas e executaram as tarefas de maneira bastante lenta. Estive constantemente auxiliando os grupos durante todo o processo. Um dos grupos teve a ideia de riscar cada carta deixada sobre a mesa para visualizar melhor sua relação com as demais cartas do grupo, facilitando assim a escolha estratégica de qual carta “devorar”. Outras duplas e grupos adotaram a mesma estratégia, porém um grupo encontrou dificuldades em utilizar o papel e lápis como suporte.

O objetivo principal do jogo era que os alunos desenvolvessem mentalmente uma noção das proporções de cada fração e compreendessem o significado intrínseco das frações, de forma que, ao ouvirem ou visualizarem uma fração, pudessem estimar seu valor ou quantidade aproximada, ou até calcular mentalmente frações equivalentes. A ideia de comparar as frações visava identificar o “tamanho” relativo de cada quantidade, e gradualmente a maioria dos alunos começou a perceber e reconhecer esse significado, embora alguns tenham compreendido de forma mais imediata e eficaz do que outros.

Uma aluna demonstrou uma estratégia interessante para resolver os problemas: ela multiplicava o denominador de uma carta pelo numerador da outra e fazia o mesmo com o outro numerador e denominador, permitindo-lhe escolher a carta mais vantajosa. No entanto, ela também tinha uma noção prévia da quantidade representada por cada fração antes de fazer qualquer cálculo, utilizando a multiplicação apenas quando necessário.

Percebi que alguns conceitos básicos sobre frações ainda não foram completamente assimilados por todos os alunos. Aqueles que se destacaram nas atividades anteriores e acompanharam todo o processo até o jogo mostraram-se engajados e determinados, ajudando os colegas a compreenderem o sentido das comparações. Por outro lado, os alunos que já enfrentavam dificuldades nas atividades tradicionais não conseguiram

ram entender claramente a dinâmica do jogo e obtiveram resultados menos satisfatórios. Para alguns alunos, foi desafiador distinguir entre frações próprias, impróprias e aparentes, e compreender as implicações dessas diferenças durante o jogo. Isso levou-nos a dedicar um tempo extra, cerca de 15 minutos, para revisar e reforçar esses conceitos antes de continuar. Acreditamos que associar o aprendizado a uma atividade lúdica pode ser uma estratégia eficaz para promover uma compreensão mais profunda dos conceitos.

Em resumo, o uso deste jogo contribuiu para aprofundar o conhecimento e a compreensão das comparações e equivalências de frações, preparando os alunos para explorar operações mais avançadas no futuro.

Por fim, o jogo de “Operações com Frações”, embora erroneamente nomeado, foi bem recebido pelos alunos e proporcionou uma prática efetiva dos conceitos de frações. Sugere-se a criação de uma tabela de classificação para incentivar a competição saudável entre os alunos.

Fig. 3: Alunos jogando Papa Tudo de Frações



Fonte: Autora (2024)

“Explorando Frações: Uma Jornada Digital”

Durante o período de estudos sobre frações, os alunos participaram de duas experiências interativas envolvendo conceitos fundamentais e operações com frações. A primeira, denominada “Dividindo a Pizza”, surgiu de forma espontânea quando alguns alunos demonstraram interesse em utilizar seus celulares durante a aula. Percebendo uma oportunidade de aproveitar o momento para consolidar o aprendizado.

Nesse jogo, os alunos se envolveram em atividades de representação de frações por meio de divisões de pizzas virtuais, explorando conceitos como frações equivalentes e adição de frações com denominadores iguais. A interação foi intensa, com os alunos compartilhando suas impressões e estratégias, mesmo aqueles que não possuíam dispositivos móveis sendo incluídos na dinâmica pelos colegas. Em uma semana seguinte, adaptamos a atividade para ser realizada na sala de informática, aproveitando os recursos disponíveis.

Já o segundo jogo, intitulado “Operações com Frações”, foi introduzido em um estágio mais avançado do estudo de frações, após os alunos terem explorado a noção de quantidades fracionárias em situações reais e resolvido diversos problemas no caderno. Este jogo exigia um entendimento mais profundo das frações e suas operações, oferecendo dois níveis de dificuldade: fácil e normal.

Os alunos se engajaram na resolução de frações de quantidades, escolhendo as melhores opções no tabuleiro virtual conforme a localização e enfrentando desafios crescentes. Mesmo diante de alguns erros, o jogo proporcionou momentos de descontração e aprendizado, incentivando a atenção e o envolvimento dos alunos até o final das atividades.

Ambas as experiências digitais permitiram uma abordagem lúdica e interativa dos conceitos de frações, complementando as práticas tradicionais em sala de aula. Mesmo com a curiosidade por outros jogos digitais, os alunos mantiveram o foco e o interesse nas atividades propostas, demonstrando assimilação dos conteúdos e disposição para explorar novas formas de aprendizado.

3.2. Percepções da Docente:

Como professora de matemática, enfrentei desafios ao ensinar frações devido à falta de associação dos alunos com conceitos abstratos. A introdução de jogos como metodologia de ensino mostrou-se eficaz para promover o interesse e a compreensão dos alunos em relação ao conteúdo de frações. As atividades desenvolvidas despertaram o interesse dos alunos e mostraram resultados positivos, mesmo diante das dificuldades enfrentadas. A reutilização de materiais e adaptação das atividades foram estratégias importantes para otimizar o tempo e recursos disponíveis.

Em suma, a utilização de jogos como estratégia de ensino de frações mostrou-se uma abordagem eficaz para envolver os alunos, promover a compreensão dos conceitos e tornar o aprendizado mais dinâmico e divertido. O contínuo aprimoramento das práticas pedagógicas é essencial para garantir o sucesso do ensino de matemática e o desenvolvimento integral dos estudantes.

4 - CONCLUSÕES

O uso de metodologias ativas na aprendizagem matemática representa um desafio que enfrentamos ao longo deste trabalho. Nosso objetivo foi motivar os alunos e torná-los mais participativos em sala de aula, seja por meio de atividades tradicionais ou inovadoras. Durante o estudo das frações, buscamos proporcionar experiências significativas que tenham impacto na vida dos alunos.

É importante reconhecer que nenhuma metodologia será capaz de satisfazer a todos os alunos em 100%. Cada turma e cada aluno possui necessidades e características diferentes, exigindo um planejamento diferenciado para atendê-los da melhor forma possível. O esforço, a perseverança e a dedicação do professor são fundamentais para o sucesso do processo de ensino-aprendizagem.

As atividades planejadas e desenvolvidas foram significativas e contribuíram para a formação dos alunos, muitos dos quais foram aprovados para o próximo ano. A fixação do conteúdo de frações foi um dos objetivos alcançados, e esperamos que a lembrança desses momentos de aprendizagem tenha um significado especial para eles.

Para trabalhos futuros no estudo das frações, recomendamos explorar outras metodologias, como a sala de aula invertida, a fim de enriquecer ainda mais o processo de aprendizagem e torná-lo mais completo. Continuaremos buscando maneiras de tornar a matemática mais acessível e interessante para nossos alunos, sempre visando seu desenvolvimento integral.

REFERÊNCIAS

ALVES, D. M.; CARNEIRO, R. S.; CARNEIRO, R. S. Gamificação no ensino de matemática: uma proposta para o uso de jogos digitais nas aulas como motivadores da aprendizagem. *Revista Docência e Cibercultura*, v. 6, n. 3, p. 146-164, 2022.

BERBEL, N. A. N. As metodologias ativas e a promoção da autonomia de estudantes. *Semina: Ciências Sociais e Humanas, Londrina*, v.32, n.1, p.25 - 40, 2011.

DA PAZ, José Flávio; ROCHA, Ricael Spirandeli. Metodologias ativas, pensamento crítico e criativo e outras tendências para o ensino na atualidade. *Humanidades & Inovação*, v. 8, n. 41, p. 121-131, 2021.

Escola Games. Acesso em: 06 jan 2023. Disponível. [Dividindo a pizza | Escola Games - Jogos Educativos](#).

EVARISTO, Ingrid Santella e TERÇARIOL, Adriana Aparecida de Lima. Educação e Metodologias ativas Inovadoras em Sala de Aula. *Intercom: Revista Brasileira de Ciências da Comunicação [online]*. v. 42, n. 1, 2019. [Jogo de frações - Bing images. Imagen do Bingo de Frações](#). Acesso em: 06 jan 2023.

LOVATO, Fabricio Luís; MICHELOTTI, Angela; DA SILVA LORETO, Elgion Lucio. Metodologias ativas de aprendizagem: uma breve revisão. *Acta Scientiae*, v. 20, n. 2, 2018.

MARTÍNEZ, Kim; MENÉNDEZ, María Isabel; BUSTILLO, Andrés. (2022). A New Measure for Serious Games Evaluation: Gaming Educational Balanced (GEB) Model. [10.3390/app122211757](#).

MARCONI, Marina de Andrade; LAKATOS, Eva Maria. *Técnicas de Pesquisa*. 8. ed. São Paulo: Atlas, 2017. [papa tudo de frações - Bing images. Imagem do Papa tudo de Frações](#). Acesso em: 06 jan 2023.

VITTI, C. M. *Matemática com prazer, a partir da história e da geometria*. 2ª Ed. Piracicaba – São Paulo. Editora UNIMEP. 1999. 103p.

A CRIPTOGRAFIA COMO TEMA MOTIVADOR NA APRENDIZAGEM DE CONTEÚDOS MATEMÁTICOS

Lúcia Adriana Gudaites
Francieli Aparecida Vaz
Leandro Blass
Anderson Luis Jeske Bihain
Cristiano Peres Oliveira
Everson Jonatha Gomes da Silva

RESUMO

A falta de motivação para aprender matemática entre os alunos é crescente, fazendo com que alguns professores apresentem um certo nível de insatisfação no ensino da matemática. O conhecido ensino tradicional, baseado no ensino teórico e expositivo, é atualmente insuficiente, sendo necessários outros métodos para complementar e motivar a aprendizagem. Este trabalho, relata a experiência de uma prática docente, usando a criptografia como tema motivador na aprendizagem de conteúdos matemáticos, desenvolvida para o Curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio: Matemática na Prática. Este tema é um assunto interessante e desafiador que pode ser utilizado em diversas atividades educacionais. Durante a pesquisa qualitativa realizada, foram examinados, avaliados e relatados os resultados das aplicações que relacionam criptografia e matemática, atribuindo significado ao conceito matemático estudado. Dessa forma, destacou-se a relevância de trazer para a sala de aula temas atuais que relacionam a matemática com a realidade do estudante, incentivando-o a aprender de maneira mais agradável e proveitosa. As atividades desta experiência foram realizadas por alunos de uma turma de segundo ano do ensino médio de uma escola pública estadual. Posteriormente, os alunos responderam a um questionário visando analisar os aspectos benéficos, ou não, dessas aplicações.

Palavras-chave: Criptografia; Motivação; Aprendizagem; Matemática.

1 - INTRODUÇÃO

Há uma crescente falta de motivação entre os alunos para aprender, especialmente a matemática, fazendo com que seja necessário o uso de métodos de ensino alternativos que complementam e motivam a aprendizagem. Para motivar os alunos é preciso chamar sua atenção para o significado e importância da matemática e da sua aprendizagem, utilizando um ensino diferenciado que conecte conteúdos matemáticos com situações reais do cotidiano. Considerando o ambiente escolar e os conhecimentos prévios trazidos do exterior, estimulando e despertando a curiosidade dos alunos, a fim de impactar diretamente o desenvolvimento da sua capacidade na resolução de problemas matemáticos. Pois, segundo Gomes e Michel (2018):

A palavra motivar significa: dar motivo, causar, expor motivo; vem da palavra motivo mais o sufixo ação, que quer dizer movimento, atuação ou manifestação de uma força, ou uma energia. A motivação influencia o comportamento em diversos contextos da vida humana e em múltiplas atividades, desde as mais básicas às mais complexas (GOMES; MICHEL, 2018, p. 2).

A matemática está presente em diversas épocas da história humana e exerce um papel relevante no currículo escolar, uma vez que está intimamente ligada ao progresso científico da sociedade. Além disso, algumas técnicas criptográficas estão fundamentadas em diversos ramos da matemática, como a Álgebra Linear, a Matemática Discreta e a Teoria dos Números. Utilizar temas atuais e métodos dinâmicos no processo de ensino e aprendizagem na matemática, é mencionado nos Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, p. 23) de matemática, como: “A vitalidade da matemática deve-se também ao fato de que, apesar de seu caráter abstrato, seus conceitos e resultados têm origem no mundo real e encontram muitas aplicações em outras ciências e em inúmeros aspectos práticos da vida diária”.

A criptografia, atualmente, é bastante usada como forma de proteção para acesso a sistemas de caixas eletrônicos, sites da internet e outros meios que necessitam garantir a segurança da transmissão de dados, uma vez que é uma técnica usada para trocar informações seguramente, ou seja, uma forma de comunicação secreta em que somente o emissor e o receptor têm acesso às informações trocadas. Ela é utilizada desde a antiguidade para a troca de informações secretas, principalmente durante as guerras, motivo para que grandes estudiosos estivessem e estejam até hoje sempre em busca de quebrar a técnica criptográfica criada, visando desenvolver outra mais segura.

Foi assim que nasceu a ideia de combinar criptografia e matemática neste trabalho e para desenvolver esta pesquisa, chegamos ao seguinte problema: A criptografia pode despertar a curiosidade dos alunos e motivá-los a aprender matemática?

Com o intuito de responder à pergunta, traçou-se o seguinte objetivo: observar o processo de aprendizagem e analisar os efeitos ao usar temas motivacionais, como a criptografia, em combinação com aplicações matemáticas, especificamente em matrizes. Quanto aos seus objetivos, a metodologia dessa pesquisa é definida como um estudo de caráter exploratório, que envolve um breve levantamento bibliográfico sobre a algumas técnicas de criptografia, seus aspectos históricos e conceitos matemáticos que fundamentam o meio criptográfico.

A abordagem qualitativa desta pesquisa visa descrever o resultado das informações obtidas por registros escritos e visuais das atividades realizadas pelos participantes e de um questionário, sem a mensuração quantitativa. A técnica de coleta de dados desta pesquisa foi a de observação participante, para isso, foram aplicadas propostas didáticas com atividades que usam a matemática, principalmente as operações matriciais com matrizes de segunda e terceira ordem, para cifrar e decifrar mensagens. Posteriormente, os estudantes foram convidados a responder um questionário visando analisar os resultados e perceber os aspectos relevantes destas aplicações.

2 - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A criptografia tem muitos caminhos que podem ser implementados. Obviamente não podemos passar por todos eles, porque além do grande número, alguns são bastante longos e não fazem sentido neste trabalho. Assim sendo, apresentaremos a seguir alguns objetivos da criptografia e uma breve descrição de dois tipos de cifras antigas e importantes que foram utilizadas nas atividades desta experiência.

2.1 A criptografia: definição e objetivos

O termo criptografia surgiu da união de duas palavras gregas, “*Kryptós*” que significa escondido e “*gráphein*” que significa escrita. Em uma definição menos semântica, a criptografia são técnicas de transpor uma mensagem da sua forma original para outra ilegível, de modo que essa mensagem possa ser compreendida apenas pelo destinatário, garantindo assim o sigilo na comunicação.

Atualmente, vivemos em tempos nos quais as informações são abundantes e a necessidade de comunicação é indispensável, mesmo sem nos darmos conta, os sistemas criptográficos estão presentes em nossas vidas, por estarem na senha do e-mail, celular ou do cartão de crédito, entre outros. Essa senha é criptografada antes de ser enviada para um servidor de internet ou para o computador central do banco para ficar protegida contra interceptação. Segundo Fiarresga (2010), os objetivos da criptografia são:

Confidencialidade — mantém o conteúdo da informação secreto para todos, excepto para as pessoas que tenham acesso à mesma; integridade da informação — assegura não haver alteração, intencional ou não, da informação por pessoas não autorizadas; autenticação de informação — serve para identificar pessoas ou processos com quem se estabelece comunicação; não repudição — evita que qualquer das partes envolvidas na comunicação negue o envio ou a recepção de uma informação (FIARRESGA, 2010, p. 4).

Portanto, o objetivo central da criptografia é garantir que apenas o remetente e o destinatário de uma mensagem possam ter acesso ao seu conteúdo, ou seja, a mensagem é criptografada pelo remetente e descriptografada pelo destinatário.

Primitivas técnicas de criptografia já existiam na antiguidade e a maioria das civilizações antigas parece ter usado algum nível de criptografia. As primeiras histórias sobre a utilização da criptografia, aconteceram em aproximadamente 1900 a.C., quando os egípcios utilizaram os hieróglifos para codificar documentos importantes. A substituição de símbolos, uma forma mais básica de criptografia, aparece tanto nos antigos escritos egípcios, quanto nos mesopotâmicos.

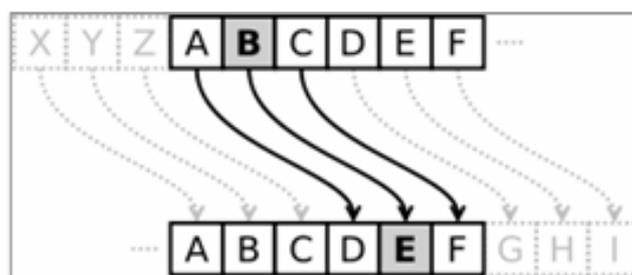
2.2 Cifra de César: uma cifra de substituição muito importante!

Na criptografia, a Cifra de César é considerada a mais simples das antigas técnicas criptográficas já conhecidas. A cifra recebe esse nome em homenagem ao imperador romano Júlio César⁷, que a usou para trocar mensagens militares com seus generais durante seu governo. Segundo Singh (2014),

Estes registros são encontrados nos documentos que narram a Guerra de Gália do século I a.c., neste registro, César descreve como mandou uma mensagem para Cícero, informando que substituiu as letras do alfabeto romano por letras gregas, César, às vezes, substituía cada letra da mensagem por outra que estivesse três casas à frente do mesmo alfabeto, este método de criptografia ficou conhecido como a Cifra de César (SINGH, 2014, p. 8).

Como o alfabeto português tem 26 letras, podem existir 25 códigos de César distintos. O número de espaços deslocados é a chave de criptografia e a chave original de César tem o número 3. Com alguns truques, a Cifra de César permanece indecifrável por séculos e apesar de sua simplicidade, ou justamente por causa dela, foi útil por muito tempo, em uma época em que poucas pessoas podiam lê-la. Veja exemplo da Cifra de César na Figura 1 abaixo.

Figura 1 - Cifra de César com deslocamento de 3 casas.



Fonte: Wikipedia⁸

A função da Cifra de César é mover cada letra do alfabeto um certo número de vezes ao longo do alfabeto. Este exemplo é uma troca de três, então o **B** no texto normal torna-se o **E** no texto cifrado. Por exemplo, com este alfabeto, a palavra **CRIPTOGRAFIA** se tornaria **FULSXRJUDIL**.

2.3 Cifra de Hill

A Cifra de Hill foi inventada pelo matemático norte-americano Lester S. Hill em 1929, ela é baseada na troca de letras do alfabeto por números e usa como chave matrizes quadradas invertíveis. Esse tipo de criptografia usa chaves simétricas, ou seja, a chave para cifrar e decifrar é a mesma. Para criptografar a frase

⁷ Caio Júlio César foi um importante militar e patrício romano, governou Roma entre 49 e 44 a.C. e foi responsável por relevantes conquistas militares que legitimaram seu poder.

⁸ Disponível em: <<https://pt.wikipedia.org/wiki/Ficheiro:Caesar3.svg>>. Acesso em: 15 nov 2023.

“AMO MATEMÁTICA” o processo será dividido em 5 passos, conforme exemplo abaixo:

Passo 1: A frase “AMO MATEMÁTICA”, para ser criptografada, deve se transformar em “AMO#MATEMÁTICA” e em seguida, a nova “palavra” é dividida em blocos de n letras. O valor de n pode variar segundo o interesse do remetente. Para tal, usaremos a Tabela 1 abaixo para a conversão das letras para números.

Tabela 1 - Alfabeto associado a um número (mod 27).

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	X	Y	Z	#	
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26

Fonte: Autora, 2023.

Passo 2: cada letra será associada ao número de sua posição no alfabeto.

A	M	O	#	M	A	T	E	M	A	T	I	C	A
↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓	↓
0	12	14	26	12	0	19	4	12	0	19	8	2	0

Passo 3: agrupar os números da mensagem original dois a dois, formando matrizes vetores 2×1 (m).

$$\begin{matrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 12 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 14 \\ 26 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 19 \\ 4 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 19 \\ 8 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \end{bmatrix} \\ m_1 & m_2 & m_3 & m_4 & m_5 & m_6 & m_7 \end{matrix}$$

Passo 4: para fazer o processo de codificação deve-se escolher uma matriz 2×2 que seja invertível. Por exemplo, a matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Como, $\det(A) = (a_{11} \cdot a_{22}) - (a_{12} \cdot a_{21}) = (1 \cdot 3) - (2 \cdot 2) = 3 - 4 = -1 \neq 0$. Logo, a matriz A possui inversa e é uma possível chave.

Passo 5: escolhida a matriz-chave A, multiplicar a mesma por cada vetor matriz 2×1 da mensagem original (m) e encontramos o resultado como mostra a Figura 2.

Figura 2 – Passo 5 para cifrar

$$\begin{aligned}
 A.m_1 &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.0 + 2.12 \\ 2.0 + 3.12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 + 24 \\ 0 + 36 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 24 \\ 36 \end{bmatrix} \rightarrow (\text{mod}27) \rightarrow \begin{bmatrix} 24 \\ 9 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} Y \\ J \end{bmatrix} \\
 A.m_2 &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 14 \\ 26 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.14 + 2.26 \\ 2.14 + 3.26 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 + 52 \\ 28 + 78 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 66 \\ 106 \end{bmatrix} \rightarrow (\text{mod}27) \rightarrow \begin{bmatrix} 12 \\ 25 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} M \\ Z \end{bmatrix} \\
 A.m_3 &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.12 + 2.0 \\ 2.12 + 3.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 + 0 \\ 24 + 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 24 \end{bmatrix} \rightarrow (\text{mod}27) \rightarrow \begin{bmatrix} 12 \\ 24 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} M \\ Y \end{bmatrix} \\
 A.m_4 &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 19 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.19 + 2.4 \\ 2.19 + 3.4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 + 8 \\ 38 + 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 27 \\ 50 \end{bmatrix} \rightarrow (\text{mod}27) \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 23 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} A \\ X \end{bmatrix} \\
 A.m_5 &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.12 + 2.0 \\ 2.12 + 3.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 + 0 \\ 24 + 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 24 \end{bmatrix} \rightarrow (\text{mod}27) \rightarrow \begin{bmatrix} 12 \\ 24 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} M \\ Y \end{bmatrix} \\
 A.m_6 &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 19 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.19 + 2.8 \\ 2.19 + 3.8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 19 + 16 \\ 38 + 24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 35 \\ 62 \end{bmatrix} \rightarrow (\text{mod}27) \rightarrow \begin{bmatrix} 8 \\ 8 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} I \\ I \end{bmatrix} \\
 A.m_7 &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.2 + 2.0 \\ 2.2 + 3.0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 + 0 \\ 4 + 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} \rightarrow (\text{mod}27) \rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} C \\ E \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

Fonte: Autora, 2023.

Note que na segunda multiplicação, temos um problema, pois o número 66 não possui equivalente alfabético na Tabela 2. Para resolver esse problema, realizamos o seguinte acordo: sempre que ocorrer um inteiro maior do que 26, ele será substituído pelo resto da divisão desse inteiro por 27. Como o resto da divisão por 27 é um dos inteiros 0, 1, 2, ..., 26, esse procedimento sempre fornece um inteiro com equivalente alfabético. Assim, substituímos 66 por 12, pois 12 é o resto da divisão de 66 por 27.

Segue da Tabela 1, que o texto cifrado do par **AM** é **YJ** e assim sucessivamente. Os demais vetores correspondem aos pares de texto cifrado **MZ**, **MY**, **AX**, **MY**, **II** e **CE**, respectivamente. Coletando os pares, obtemos a mensagem cifrada completa: **YJ MZ MY AX MY II CE**, que, normalmente, seria transmitida como uma única cadeia sem espaços: **YJMZMYAXMYIICE**. Esta mensagem cifrada será entregue, com a matriz-chave A, para outro grupo decifrar na próxima atividade conforme procedimento do exemplo a seguir:

Passo 1: calcular o determinante da matriz-chave A para conferir se ela é invertível. Como $\det(A) = -1$, esta matriz possui inversa e é uma chave.

Passo 2: calcular a matriz inversa de A para retornar a mensagem original. O método para calcular a matriz inversa pode ser qualquer um válido, aqui é usado o método da adjunta, que também pode ser utilizado para matrizes de ordem superior a 2. Para calcular a matriz adjunta, devemos primeiro calcular a matriz C dos cofatores de A:

$$\begin{aligned}
 c_{11} &= (-1)^{1+1} \cdot |M_{11}| \Rightarrow c_{11} = (-1)^2 \cdot |3| \Rightarrow c_{11} = 1 \cdot 3 \Rightarrow c_{11} = 3 \\
 c_{12} &= (-1)^{1+2} \cdot |M_{12}| \Rightarrow c_{12} = (-1)^3 \cdot |2| \Rightarrow c_{12} = (-1) \cdot 2 \Rightarrow c_{12} = -2 \\
 c_{21} &= (-1)^{2+1} \cdot |M_{21}| \Rightarrow c_{21} = (-1)^3 \cdot |2| \Rightarrow c_{21} = (-1) \cdot 2 \Rightarrow c_{21} = -2 \\
 c_{22} &= (-1)^{2+2} \cdot |M_{22}| \Rightarrow c_{22} = (-1)^4 \cdot |1| \Rightarrow c_{22} = 1 \cdot 1 \Rightarrow c_{22} = 1
 \end{aligned}$$

A matriz C dos cofatores de A é:

$$C = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

Passo 3: transformar a matriz C dos cofatores de A em matriz adjunta \underline{C} , dado que $\underline{C} = C^T \cdot E$, finalmente, a inversa da matriz chave, usando a matriz dos cofatores de A é:

$$A^{-1} = \frac{1}{\det(A)} \cdot \underline{C} \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{(-1)} \cdot \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

Passo 4: trocar as letras da mensagem criptografada pelos respectivos números conforme a Tabela 2 acima e formar os vetores da mensagem codificada (**mc**):

$$\begin{array}{cccccccccccc} Y & J & M & Z & M & Y & A & X & M & Y & I & I & C & E \\ \downarrow & \downarrow \\ \underline{24} & \underline{9} & \underline{12} & \underline{25} & \underline{12} & \underline{24} & \underline{0} & \underline{23} & \underline{12} & \underline{24} & \underline{8} & \underline{8} & \underline{2} & \underline{4} \\ mc_1 & & mc_2 & & mc_3 & & mc_4 & & mc_5 & & mc_6 & & mc_7 & \end{array}$$

Observação: A matriz vetor da mensagem codificada deve ser do tamanho 2×1 para ser possível a multiplicação $A^{-1} \cdot mc$:

$$\begin{bmatrix} 24 \\ 9 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 \\ 25 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 \\ 24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 23 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 \\ 24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 8 \\ 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$mc_1 \quad mc_2 \quad mc_3 \quad mc_4 \quad mc_5 \quad mc_6 \quad mc_7$

Passo 5: multiplicamos a matriz inversa de A por cada vetor da mensagem codificada (**mc**), $A^{-1} \cdot mc$ e encontramos o resultado como mostra a Figura 3:

Figura 3 – Passo 5 para decifrar.

$$\begin{aligned} A^{-1} \cdot mc_1 &= \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 24 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \cdot 24 + 2 \cdot 9 \\ 2 \cdot 24 - 1 \cdot 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -72 + 18 \\ 48 - 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -54 \\ 39 \end{bmatrix} \xrightarrow{(mod 27)} \begin{bmatrix} 0 \\ 12 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} A \\ M \end{bmatrix} \\ A^{-1} \cdot mc_2 &= \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 12 \\ 25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \cdot 12 + 2 \cdot 25 \\ 2 \cdot 12 - 1 \cdot 25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -36 + 50 \\ 24 - 25 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{(mod 27)} \begin{bmatrix} 0 \\ 12 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} O \\ \# \end{bmatrix} \\ A^{-1} \cdot mc_3 &= \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 12 \\ 24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \cdot 12 + 2 \cdot 24 \\ 2 \cdot 12 - 1 \cdot 24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -36 + 48 \\ 24 - 24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{(mod 27)} \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} M \\ A \end{bmatrix} \\ A^{-1} \cdot mc_4 &= \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 23 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \cdot 0 + 2 \cdot 23 \\ 2 \cdot 0 - 1 \cdot 23 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 + 46 \\ 0 - 23 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 46 \\ -23 \end{bmatrix} \xrightarrow{(mod 27)} \begin{bmatrix} 19 \\ 4 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} T \\ E \end{bmatrix} \\ A^{-1} \cdot mc_5 &= \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 12 \\ 24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \cdot 12 + 2 \cdot 24 \\ 2 \cdot 12 - 1 \cdot 24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -36 + 48 \\ 24 - 24 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{(mod 27)} \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} M \\ A \end{bmatrix} \\ A^{-1} \cdot mc_6 &= \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 8 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \cdot 8 + 2 \cdot 8 \\ 2 \cdot 8 - 1 \cdot 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -24 + 16 \\ 16 - 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ 8 \end{bmatrix} \xrightarrow{(mod 27)} \begin{bmatrix} 19 \\ 8 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} T \\ I \end{bmatrix} \\ A^{-1} \cdot mc_7 &= \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \cdot 2 + 2 \cdot 4 \\ 2 \cdot 2 - 1 \cdot 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 + 8 \\ 4 - 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{(mod 27)} \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} C \\ A \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Fonte: Autora, 2023.

Note que na primeira multiplicação, temos um problema, pois o resultado é um número negativo -54 e não possui equivalente alfabético, por ser menor que zero (Tabela 2). Para resolver esse problema, fazemos conforme teorema da Aritmética modular: dividindo $|-54| = 54$ por 27 , dá um resto de $R = 2$, ou seja, $r = 27 - 2 = 25$. Assim, $-54 = 25 \pmod{27}$. Segue da Tabela 2, que o texto cifrado do par **IJ** é **AM** e assim sucessivamente. Os demais vetores correspondem aos pares de texto cifrado **O#**, **MA**, **TE**, **MA**, **TI** e **CA** respectivamente. Coletando os pares, obtemos a mensagem cifrada completa:

AM O# MA TE MÁ TI CA, que, normalmente, seria transmitida como uma única cadeia sem espaços: **AMO#MATEMÁTICA**. Esta é a mensagem decifrada.

Esta técnica é abordada nas atividades 2, 3 e 4, pois a resolução de problemas destas atividades é fundamentada na Cifra de Hill.

3 - RELATO DA EXPERIÊNCIA E ANÁLISE DOS RESULTADOS

As atividades deste relato foram desenvolvidas para o Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio: Matemática na Prática, da Universidade Federal do Pampa. Foram realizadas por 16 alunos, com idades entre 15 e 18 anos, de uma turma de segundo ano do Ensino Médio de uma escola pública estadual, situada na cidade de Esteio, no estado do Rio Grande do Sul.

Na introdução ao tema escolhido, perguntou-se aos alunos se já tinham ouvido falar em criptografia e se sabiam o que ela significava. No momento seguinte, um vídeo sobre criptografia do aplicativo YouTube foi exibido na televisão, intitulado: “A César, o que é de César!”. Este episódio é sobre a importância da Cifra de César e da criptografia na história. O objetivo específico desta atividade foi estimular a curiosidade dos alunos, introduzindo o conceito de criptografia e fornecendo exemplos da importância da criptografia desde os tempos antigos até o presente.

Seguindo o planejado, a atividade 1 foi apresentada com uma mensagem criptografada pela Cifra de César para ser decifrada. Após a conclusão da tarefa, um representante de cada grupo leu a mensagem decifrada que revelava uma poesia oculta. Durante a tarefa, um dos alunos perguntou se a mensagem poderia ser criptografada com um deslocamento de casas diferente, já que a chave de criptografia usada na atividade era de 3 casas. A professora respondeu que sim, porém foi esclarecido que as letras do novo texto cifrado seriam diferentes das que foram obtidas no texto com o deslocamento de 3 casas.

Na aula seguinte foi entregue a atividade 2, o objetivo específico desta atividade foi aprofundar e fixar conteúdos como multiplicação entre matrizes de uma forma divertida e interessante usando a técnica de criptografia da cifra de Hill. A tarefa é cada grupo criar sua própria mensagem secreta usando a matriz-chave de segunda ordem escrita na folha impressa, seguindo as orientações do professor.

Apenas 4 dos 16 estudantes afirmaram que não tiveram dificuldade em cifrar a mensagem. Seis estudantes disseram ter problemas com a ordem de multiplicação entre matrizes. Essa questão foi levantada e esclarecida durante a aula por um lembrete sobre as condições para as quais existe a multiplicação entre matrizes. Isso causa confusão nos alunos porque uma das maiores diferenças entre a multiplicação de números reais e a multiplicação entre matrizes, é que a multiplicação entre matrizes não é comutativa.

Em outras palavras, na multiplicação de matrizes, a ordem das matrizes multiplicadas importa. Para

criptografar uma mensagem usando matrizes, precisamos multiplicar a matriz-chave 2×2 por cada uma das matrizes vetores 2×1 da mensagem original, respectivamente. Outras dificuldades também foram apontadas na realização dessa atividade. Alguns erros foram causados pelo uso errado (troca) de elementos da linha ou coluna ao multiplicar matrizes, ou por erros nas regras de sinais. Os alunos deveriam tentar descobrir que parte da sua resolução estava errada, porque identificar os erros faz parte do processo de aprendizado, como dizem “Errando também se aprende!”, se não conseguissem, então recebiam auxílio da professora.

Concluída a tarefa, eles escreveram a mensagem criptografada em uma folha impressa, na qual já estava escrita a matriz-chave, entregue a outro grupo, para na próxima aula decifrar. Foi enfatizado para os alunos a importância de que a mensagem criptografada estivesse correta ao ser enviada para outro grupo decifrar, caso contrário, causaria problemas para o grupo que iria decifrá-la.

Na aula seguinte, a tarefa da atividade 3 foi decifrar uma mensagem secreta enviada por outro grupo, com essa atividade pretende-se apresentar e ensinar um novo método de calcular a inversa de matrizes de ordem 2, relacionando matrizes e criptografia.

A chave enviada com a mensagem cifrada era uma matriz de ordem 2 e sua inversa seria necessária para desvendar o mistério da mensagem. O método para calcular matriz inversa que a turma conhecia era por sistemas lineares. Foi apresentado e explicado como calcular a matriz inversa pelo método da adjunta. Os números obtidos nas multiplicações entre a matriz inversa da chave e a matriz vetor da mensagem codificada ($A^{-1} \cdot mc$) geram o número da respectiva letra da mensagem original, exemplo: $A = 0$, $B = 1$, $C = 2$, e assim sucessivamente até chegar a $Z = 26$ e $\# = 27$ (para espaço) conforme a tabela impressa na folha da atividade.

Caso o número encontrado seja maior que 27 é preciso fazer a divisão desse número por 27, o resto dessa divisão será o número da letra correspondente e caso a divisão for exatamente o resto é 0. Para encontrar este resto foi demonstrado aos alunos como encontrá-lo na calculadora conforme o exemplo e na seguinte sequência: $106 \div 27 = 3,92592592593 - 3 = 0,925925925926 \times 27 = 25$. Assim, o número 25 é o resto da divisão de 106 para 27 e corresponde a letra **Z** na Tabela 1. Após a elaboração dos cálculos alguns perceberam que algo estava errado, algumas das letras formavam uma mensagem que não tinha sentido algum. Esses erros ocorreram porque usaram os elementos, linhas ou colunas erradas ao multiplicar matrizes, também houve erros na regra dos sinais na multiplicação, adição e subtração. Incertos de seu erro, eles foram até o grupo que enviou a mensagem e perguntaram qual era o texto da mensagem original e compararam com suas descobertas para verificar em que parte da resolução estava o erro. Nesse momento a professora não interveio, se mesmo depois disso, não solucionasse o problema, então recebiam auxílio da professora.

Segundo os resultados da atividade 3, 18,8% dos alunos, ou seja, 3 dos 16, indicaram que não tiveram dificuldades para decifrar a mensagem, ou seja, calcular e operar com matriz inversa, o que demonstra estejam progredindo, apesar de ainda indicarem que tiveram alguns problemas na resolução.

Um dos objetivos deste estudo foi identificar a dificuldade dos alunos nas operações matemáticas comparando e analisando os resultados entre cada atividade. A quarta e última atividade desta pesquisa teve como objetivo específico avançar o conhecimento do conteúdo da inversão de matrizes, agora para terceira ordem. Para isso, foi entregue aos alunos uma folha com uma mensagem criptografada pela professora, sendo necessário o uso de uma chave específica (uma matriz de ordem 3), para descriptografar a mensagem secreta criptografada. Essa matriz também precisou ser transformada em uma matriz inversa para descobrir o conteúdo secreto da mensagem.

O cálculo da matriz inversa de ordem 3, pelo método da matriz adjunta, foi explicado com exemplo e exercício corrigido, para uma melhor fixação do conteúdo antes de começarem a resolução. Alguns alunos ao calcular a matriz C dos cofatores de A, erraram alguns elementos da matriz inversa, o que levou aos erros seguintes, pois mesmo que o cálculo para decifrar estivesse correto durante a multiplicação entre a inversa da matriz-chave pelo vetor da mensagem criptografada. A professora percebeu que isso acontecia porque alguns alunos trocavam elementos ao calcular “o menor da entrada a_{ij} ”, conforme exemplos abaixo.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

Exemplo 1

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

Exemplo 2

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

Exemplo 3

No Exemplo 1, o cálculo foi simples, mas nos Exemplos 2 e 3, as alterações dos elementos fizeram com que a mensagem ficasse ilegível. Para evitar que esse problema aconteça novamente, foi sugerido cobrir a linha e a coluna de cada elemento com uma caneta. Dessa forma eles conseguiram concluir a atividade. Os alunos responderam então a uma pesquisa visando analisar quais aspectos benéficos essas aplicações tinham ou não. Segundo os dados da pesquisa, 3 dos 16 alunos afirmaram ter dificuldade em encontrar a matriz dos cofatores de A. Isto provavelmente se deve ao fato citado. Ao encontrar a matriz adjunta de A, foi necessário transpor a matriz C, mas 6 dos 16 participantes (37,5%) esqueceram-se disso. Já, 8 em cada 16 alunos, ou 62,5%, disseram ter uma melhor compreensão da multiplicação e inversão de matrizes após completar a tarefa. Podemos concluir que o maior problema nesta atividade está na adjunta da matriz A, o que causou erro nos cálculos seguintes.

4 - CONCLUSÕES

Com base na observação e análise da pesquisadora durante o desenvolvimento das atividades, bem como no feedback dos alunos, conclui-se que os objetivos do estudo foram alcançados ao vincular o tema criptografia e suas técnicas com a matemática. Ao analisar e compreender o comportamento e os pensamentos dos sujeitos da pesquisa durante e após o desenvolvimento da situação proposta, foi possível verificar que a atividade trouxe benefícios para a aprendizagem. Os alunos tiveram uma melhora significativa nas suas dificuldades matemáticas, reconheceram que gostaram deste método de ensino e indicaram que aprenderam mais conteúdos matemáticos por meio de atividades relacionadas a problemas reais. No entendimento da professora/pesquisadora, esta ligação ocorre porque a combinação da matemática e criptografia aumenta a motivação para aprender.

Concluimos aqui o nosso relatório sobre esta experiência com entusiasmo e reconhecimento de que esta abordagem pode contribuir para uma educação inovadora e significativa.

REFERÊNCIAS

GOMES; MICHEL — **A motivação de pessoas nas organizações e suas aplicações para obtenção de resultados** — Revista Científica de Administração, n. 13, 2007. Disponível em: http://faef.revista.inf.br/imagens_arquivos/arquivos_destaque/kC7xKUQpezmWbO8_2013-4-30-10-35-34.pdf. Acesso em: 10 nov. 2023.

BRASIL. **LEI 9394**, de 20/12/1996. Diretrizes e Bases da Educação Nacional. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em: 08 nov. 2023.

FIARRESGA, Victor Manuel Calhabrês — **Criptografia e Matemática**, 2010. 161f. Dissertação do Mestrado em Matemática para Professores — Faculdade de Ciências — Universidade de Lisboa, Lisboa — Portugal. 2010. Disponível em: <https://repositorio.ul.pt/handle/10451/3647>. Acesso em: 12 out. 2023.

SINGH, S., **O livro dos Códigos: A ciência do sigilo — do antigo Egito à Criptografia Quântica**, Record, 10ª Edição, 2014.

PROJEÇÕES ORTOGONAIS DE OBJETOS TRIDIMENSIONAIS NO ENSINO MÉDIO

Mariana Lima Duro
Leandro Blass
Anderson Luis Jeske Bihain
Cristiano Peres Oliveira
Everson Jonatha Gomes da Silva
Francieli Aparecida Vaz

RESUMO

Este relato de experiência corresponde a reflexões realizadas a partir de uma aula de matemática inédita desenvolvida como Trabalho de Conclusão de Curso de Especialização para Professores do Ensino Médio de Matemática Matem@tica na Pr@tica. Tem-se como propósito apresentar e analisar uma proposta didática baseada em atividades envolvendo projeções ortogonais, utilizando como base a teoria piagetiana referente à construção da noção do espaço. Para isso, os jogos *La Boca* e *Mental Blocks* foram utilizados como ponto de partida para compreender a construção da habilidade de realizar projeções ortogonais de objetos tridimensionais por estudantes do primeiro e do terceiro ano do ensino médio de uma escola pública estadual localizada no município de Canoas/RS, objetivo geral deste estudo. Os resultados obtidos a partir de um questionário aplicado aos estudantes, bem como à análise dos trabalhos desenvolvidos após jogarem, apontam que a construção da noção espacial, especialmente quanto às projeções ortogonais de sólidos geométricos, pode ser desenvolvida a partir dos jogos apresentados. Conclui-se com este estudo que as essas atividades envolvem, aproximam e motivam os estudantes a aprender e a contribuir com a aprendizagem dos colegas.

Palavras-chave: Projeção ortogonal; Geometria Espacial; Aprendizagem cooperativa.

1 - INTRODUÇÃO

Este trabalho tem como propósito apresentar uma proposta didática de ensino e de aprendizagem de matemática a partir de projeções ortogonais (parte da Geometria Espacial) baseada na perspectiva piagetiana. Essa proposta utiliza como instrumento jogos de projeções ortogonais colaborativos, conhecidos comercialmente como *La Boca* e *Mental Blocks*. Teve-se como objetivo compreender a construção da habilidade de realizar projeções ortogonais de objetos tridimensionais por estudantes do primeiro e do terceiro ano do ensino médio de uma escola pública estadual localizada no município de Canoas/RS. Partindo desse objetivo principal, descreve-se como objetivos específicos: 1) realizar um estudo teórico sobre a habilidade da noção espacial por meio de jogos em equipe; 2) proporcionar uma prática pedagógica visando a construção da noção do espaço a partir de projeções ortogonais por meio de jogos em equipe e 3) analisar a atuação dos discentes nesta prática observando sua aprendizagem por meio das ações executadas ao longo das atividades.

O presente estudo tem como justificativa pelo menos dois aspectos, primeiramente, pela inexistência, até onde se sabe, de estudos que tratem do referido tema, embora seja um problema bastante cotidiano e presente em provas de seleção como o Enem. Em segundo, observa-se, a partir da prática docente dos autores, a dificuldade evidente dos estudantes do ensino médio em visualizar objetos tridimensionais, analisando-os sob diferentes perspectivas. Além disso, a projeção ortogonal também é assunto no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), sendo um dos tópicos utilizados pelo ENEM para avaliar a habilidade 6 da competência de Matemática de área 2, que se refere a “interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional” (SIBEMBERG; NOTARE, 2022, p.2).

O jogo *La Boca* é cooperativo, mas também competitivo. A montagem da estrutura tridimensional (sorteada em uma pilha de fichas), cuja imagem apresenta uma perspectiva ortogonal (imagem bidimensional) de uma estrutura de blocos coloridos (em formato de cubos, paralelepípedos e “L”s tridimensionais), exige a montagem, considerando a perspectiva do oponente, que observa outra perspectiva ortogonal dessa mesma estrutura. Assim, embora essa montagem precise ser colaborativa para construir corretamente a estrutura tridimensional correspondente às duas visões opostas e utilizando todas as peças disponíveis, somente um dos jogadores (ou equipe) vence o jogo, aquele que obtiver menor pontuação, baseada no tempo de construção obtido em cada rodada, com os diferentes oponentes.

O jogo *Mental Blocks*, semelhante ao *La Boca*, é um jogo de montagem de estruturas tridimensionais com blocos, a partir de diferentes visões bidimensionais, sendo uma delas disponibilizada para cada equipe ou jogador. No caso deste jogo, ele é somente cooperativo, sendo que todos os jogadores compreendem um mesmo time, tendo apenas o tempo como oponente, com algumas modificações que deixam o jogo mais ou menos complexo.

Ambos os jogos, do ponto de vista educacional, abrangem diversas habilidades. A primeira, e mais desafiadora delas, é a visão espacial, a partir de uma representação bidimensional, exige rápidas tomadas de decisão, a partir do trabalho em equipe e, muitas vezes, da necessidade de liderança na gerência da montagem dos blocos, uma vez que os participantes podem se comunicar, mas não podem ver o projeto da outra equipe ou oponente. Além disso, é necessário obter a capacidade de reorganizar e reestruturar o pensamento, considerando que nem sempre a primeira construção é a que funciona para todas as visões ortogonais.

2 - RELATO DE EXPERIÊNCIA

2.1 Ideias sobre a construção da Noção Espacial

O texto de Montoito e Leivas (2012), traz a perspectiva discutir como se dá a representação do espaço com foco no ensino de geometria, especialmente na educação infantil e nos anos iniciais do ensino fundamental. Assim, discute sobre a necessidade de promover a independência, despertando curiosidade e iniciativa nas crianças para criarem sua “própria ideia das coisas” (p.25). Aqui, o propósito é discutir a mesma questão no contexto do ensino médio, de modo que as principais características das relações que compõem

este processo sejam consideradas, entendendo que, em graus diferentes de complexidade, o processo do aprender é semelhante em qualquer etapa do desenvolvimento.

Partindo do princípio de que o conhecimento geométrico (assim como qualquer outro) é construído ativamente pelo sujeito, destaca-se o descaso com que esse vem sendo tratado nas escolas, muitas vezes deixado de lado ou apresentado de forma desconectada aos demais assuntos relacionados à matemática, ou ao cotidiano. Quando isso ocorre, observa-se que “o uso da representação dos entes matemáticos ocorre anteriormente à sua construção” (MONTTOITO; LEIVAS, 2012, p.25).

Sobre isso, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC - BRASIL, 2018), documento que orienta o trabalho docente no Brasil, destaca que, no ensino médio, a matemática deve estar aplicada à realidade a partir de “ações que estimulem e provoquem seus processos de reflexão e de abstração, que deem sustentação a modos de pensar criativos, [...] que favoreçam a tomada de decisões [...]”. (BRASIL, 2018, p.518). Assim, em interação com colegas e professora, os estudantes são estimulados não só a realizarem a tarefa (saber fazer) como a “investigar, explicar e justificar os problemas resolvidos, com ênfase nos processos de argumentação matemática” (p.19), compreendendo para além de fazer com êxito.

Embora, para Piaget, as relações euclidianas formam-se no indivíduo até a idade de 7-8 anos, em média (MONTTOITO; LEIVAS, 2012, p.29), na prática, observa-se que estudantes do ensino médio, a partir de 14 anos, ainda não as constituíram. O que muda, de fato, é que, na adolescência, os problemas passam a ser investigados, de forma a refletir sobre as relações possíveis para sua resolução. Esse é o chamado início do pensamento científico, para além do anterior, empírico, na busca por generalizações (MONTTOITO; LEIVAS, 2012, p.33). Nesse sentido, as relações construídas neste período possuem esse caráter de generalização. A projeção ortogonal, estudada junto à geometria espacial, trata de representações dos objetos no plano, com linhas de visualização perpendiculares a ele. Este é o ponto discutido nos jogos em questão neste estudo, considerando que “estudos revelaram, também, a importância de os alunos explorarem construções dinâmicas com projeção ortogonal antes de se aventurarem em construí-las” (SIBEMBERG; NOTARE, 2022, p.1). “Sobre esta arte de projeção [...] fundamenta-se o ensino da Perspectiva. Todas as outras artes de projeção, possíveis na Geometria Descritiva, deixam-se considerar como casos especiais desta arte” (SANTOS; GUEDES, 2007, p. 3).

2.2 Metodologia do plano de aula

Essa investigação, de cunho qualitativo, expõe o desenvolvimento de uma proposta didática inédita, organizada em três encontros, com duração de dois períodos (1h20min) cada, desenvolvidos com uma turma de primeiro e outra de terceiro ano do ensino médio. Aqui, entende-se uma análise qualitativa, pelas palavras de Minayo (2012), como o fato de compreender o lugar do outro, considerando sua singularidade e subjetividade. Ainda, este estudo fundamenta-se em uma pesquisa exploratória-descritiva. Pesquisas exploratórias buscam elencar hipóteses sobre uma situação, flexíveis em termos de planejamento, para se ter maior liberdade em observar e compreender diferentes aspectos da realidade analisada (GIL, 2017). É também descritiva, pois busca descrever o contexto da aplicação e da execução das atividades.

Participaram da oficina 15 alunos do terceiro ano e 30 alunos do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola da rede estadual do Estado do Rio Grande do Sul, localizada no município de Canoas, em horário regular das aulas de Matemática. De modo geral, em cada uma das turmas os alunos foram organizados em dois grupos para a realização das atividades envolvendo os jogos e em duplas para as demais atividades de sistematização.

2.3 Proposta Didática - Jogos La Boca e Mental Blocks

Os jogos escolhidos para esta aula foram La Boca e Mental Blocks. Fugindo um pouco dos objetivos da maioria dos jogos, as duas atividades propostas são cooperativas e com uma jogabilidade bem interativa baseada na projeção (ortogonal ou não) de sólidos geométricos no plano. Nesse sentido, os referidos jogos promovem a interação entre os alunos, considerando que eles farão parte de um mesmo time, estimulando assim um espírito de equipe. Ressalta-se que não foram encontrados trabalhos referentes a nenhum destes dois jogos, utilizando seus nomes como palavras-chave de busca. Assim, entende-se que esta aula não só é inédita para a autora deste trabalho, como parece ser também para os demais leitores desta prática.

Esta proposta didática teve como objetivos: 1) possibilitar o desenvolvimento e a ampliação do raciocínio lógico, 2) desenvolver a visão plana das várias faces de um mesmo sólido geométrico ou da combinação de dois ou mais sólidos, que formam faces de diferentes formas e 3) possibilitar o desenvolvimento ou ampliação da visão isométrica dos sólidos geométricos separadamente ou agrupados. O desenvolvimento destes pensamentos é fundamental para a construção das ideias de figuras espaciais. Para aprofundar o que foi tratado na aula e de que forma foi conduzida, os próximos tópicos apresentam as etapas do roteiro traçado nos encontros.

a) Atividade 1: jogo La Boca

Este jogo contém peças tridimensionais em MDF, compostas por um, dois ou três cubos de 30 cm de aresta. Seu objetivo é empilhar todas as peças, formando um bloco único sobre um tabuleiro 4x4 que foi reproduzido no chão, utilizando fita adesiva. Para isso, quatro jogadores (sendo dois de cada lado da montagem) serão os manipuladores das peças, portanto, não verão a carta selecionada, apenas serão guiados quanto à montagem por seus colegas, demais membros da equipe. Assim, o restante dos componentes do time orientam verbalmente os manipuladores para a montagem real, baseada na projeção ortogonal apresentada na carta sorteada. É uma regra do jogo a necessidade de utilizar todas as peças disponíveis, mesmo sem que apareçam nas cartas e nas projeções, ou seja, precisavam dessas peças precisavam ser inseridas em locais que não poderiam ser vistas, conforme a projeção ortogonal correspondente. Também não é permitido que as peças fiquem sem apoio, ou seja, elas não podem formar “buracos” na montagem.

A carta sorteada possui, em cada face, uma vista lateral, sendo uma oposta a outra, da figura pretendida. Então cada grupo montou a sua vista, porém, considerando a montagem baseada na vista dos demais colegas, já que as peças são compartilhadas e o resultado final é obtido a partir de uma elaboração única. Os estudantes não podiam circular em volta da montagem, pois veriam tanto a carta do colega, como a vista dele. A ideia é que eles conseguissem formar o bloco corretamente, tendo somente a sua vista e conversan-

do com os colegas que têm a outra vista. Em cada rodada mudaram-se os manipuladores, dando oportunidade de toda a equipe participar da atividade nesta posição. Para realizar o jogo, foi marcado o tempo que cada dupla de manipuladores levou para montar a vista, a partir das orientações dos colegas, ou seja, mesmo divididos em duas equipes, todos os jogadores tinham um objetivo em comum, cujo único oponente era o tempo. Ou seja, todo mundo jogava cooperativamente contra o relógio.

b) Atividade 2: jogo Mental Blocks

O jogo conta com 8 cartas apresentando vistas diferentes para cada bloco a ser montado. Optou-se por os estudantes trabalharem em duplas, reduzindo a quantidade de cartas de visão isométrica e mantendo as quatro cartas de vistas ortogonais coloridas. As peças têm o formato tridimensional com faces quadradas, triangulares ou retangulares e devem ser montadas de modo a corresponder a todas as vistas apresentadas nas cartas. No modo de jogo proposto, os estudantes puderam utilizar livremente todas as peças disponíveis e o objetivo foi construir um bloco único em que possam ser observadas todas as imagens das cartas corretas. As duplas de estudantes não poderiam mostrar a sua carta às demais duplas, mas podiam movimentar-se em torno da mesa e conversar à vontade sobre a sua vista.

c) Atividade 3 - sistematização escrita

Para realizar o fechamento da atividade e conseguir identificar as ideias dos estudantes sobre suas aprendizagens e reflexões realizadas a partir das experiências dos jogos, realizou-se um questionário sobre as suas percepções durante o jogo, cujas respostas foram solicitadas por escrito. Essas ideias foram usadas para comparar com a atividade que será relatada posteriormente e verificar se os estudantes conseguiram superar alguns conceitos ainda não construídos corretamente ou mesmo ampliar aqueles que tinham uma pequena noção.

Para avaliação das atividades foram acompanhados o desenvolvimento e a participação dos estudantes no jogo, considerando sua contribuição e colaboração aos demais colegas para alcançar o objetivo final da construção dos blocos. Além disso, utilizou-se os questionamentos respondidos por escrito para verificar suas fragilidades e suas potencialidades sobre os conteúdos discutidos e propostos nos objetivos da proposta didática. Para verificar as aprendizagens a partir de uma atividade de sistematização, seguiremos para o próximo tópico.

2.4 Proposta Didática - Projeção ortogonal

Os dois primeiros encontros foram destinados aos jogos e às respostas ao questionário. Assim, no terceiro e último encontro teve-se como propósito atribuir uma tarefa oposta à realizada anteriormente, com intuito de observar as aprendizagens adquiridas a partir da representação espacial e das vistas ortogonais de blocos de madeira, solicitou-se que estes fossem representados em desenhos. Dessa forma, ampliam-se os objetivos: 1) Oportunizar aos alunos a construção das vistas de uma montagem diferente das montagens sugeridas nas cartas na aula anterior, com blocos de madeira semelhantes aos blocos utilizados nos jogos, especialmente observando a representação dos sólidos com faces triangulares, por exemplo; 2) Observar se

os alunos conseguiram identificar as diferentes faces de um mesmo bloco, e caso isso não tenha acontecido, auxiliar para que notem essas características e 3) Comparar as respostas obtidas no questionário da aula anterior às atividades desenvolvidas nesta aula, a fim de observar se as dificuldades apresentadas foram sanadas e auxiliar para que isso ocorra.

a) Atividade 1 - sistematização gráfica

Solicitou-se aos alunos que, voluntariamente, fizessem uma montagem qualquer, com peças de madeira, usando as mesmas regras de montagem do jogo para serem desenhadas suas vistas ortogonais em folhas de papel quadriculado. Inicialmente, solicitou-se que as peças fossem representadas individualmente, considerando suas vistas superior, inferior e laterais (escolheu-se estas vistas por não terem sido discutidas ou visualizadas durante o jogo). Na sequência, os estudantes deveriam representar montagens mais complexas, contendo três ou mais blocos empilhados. Posteriormente, os blocos ainda seriam construídos por uma dupla e trocados entre as duplas para serem representados graficamente. Após prontos os desenhos, os membros da dupla devem discutir se concordam com as vistas reproduzidas para entregar à professora. As vistas frontais e traseiras também poderiam ser solicitadas aos estudantes, caso fossem mais rápidos que os colegas no desenvolvimento da tarefa.

Para avaliação das atividades, a entrega das vistas desenhadas por cada dupla foi utilizada para comparar o que os estudantes trouxeram por escrito com o que demonstraram nos desenhos, indicando novos indícios de dificuldades e aprendizagens desenvolvidas por meio das atividades propostas.

2.5 Discussão

Entendendo que esta é a parte central desse estudo, aqui serão apresentados os resultados obtidos com as atividades desenvolvidas. Para o questionário, aplicado em ambas as turmas, no total foram computadas 34 respostas. Sobre os jogos, de maneira geral, até os estudantes mais pessimistas e críticos os consideraram divertidos. Para outros estudantes esta característica veio acompanhada de outros adjetivos, tais como: complexo, bacana, intuitivo, interessante, cansativo, legal e interessante. Observa-se que todos estes podem ser considerados positivos, uma vez que “complexo” acompanhou a “diversão”, dando a ideia de um tão buscado desafio em sala de aula e o “cansativo”, quando acompanhado do “divertido”, remete à necessidade de movimentação e argumentação, tão necessária aos estudantes.

Inicialmente, os alunos mostraram-se resistentes às atividades, talvez por não compreender, em um primeiro momento, as regras e a dinâmica dos jogos. Entretanto, essa resistência foi rapidamente superada, dando lugar a uma certa satisfação e vontade de pertencer à equipe. Observou-se que todos os estudantes tiveram participação ativa nas atividades, não permanecendo nenhum deles alheio aos grupos. Especialmente no jogo *La Boca*, os estudantes revezaram-se na “liderança”, garantindo que todos tivessem a oportunidade de mexer as peças gigantes sob orientação dos demais membros da equipe.

No questionário aplicado ao final da atividade, foi perguntado sobre as dificuldades enfrentadas nos jogos. Em geral, os estudantes apontaram, principalmente, raciocínio e comunicação. Algumas dessas res-

postas estavam contidas em expressões tais como: “fazer a junção da imagem de cada equipe em uma só”, “interpretar a figura”, “encaixar as peças com o outro grupo”, “encontrar o ângulo de cada um” e “visão dos desenhos”, que envolvem raciocínio e “juntar os pensamentos” e “consenso em grupo”, que envolvem comunicação. Desta forma, a análise das atividades foi dividida nestes tópicos.

Como já discutido, o conhecimento geométrico é construído ativamente pelo sujeito. E essa é a proposta das duas atividades desenvolvidas com os estudantes do primeiro e terceiro ano do ensino médio. Buscando iniciar uma discussão sobre geometria na escola, tentou-se construir geometria antes mesmo da representação matemática de seus elementos. Nesse sentido, o estudante teve a possibilidade de estabelecer relações matemáticas da realidade observada no jogo de forma orgânica e natural, entendendo que a representação espacial de entes geométricos é uma ação que ocorre dentro do sujeito e que não pode ser transmitida, mas compreendida a partir destas ações.

Aqui introduziu-se o estabelecimento de relações sobre as possíveis soluções, na busca por generalizações, no caso, estratégias comuns para “jogar melhor”. Além do que foi observado durante os jogos, os alunos também foram convidados a responder questões relacionadas à geometria aprendida. Especificamente sobre a identificação e o posicionamento das peças dos jogos, os estudantes relatam poucas facilidades a priori, elencando algumas dificuldades, tais como: “entender os desenhos”, ou seja, compreender o ângulo da projeção, especificamente para o *Mental Blocks*. “Entender o raciocínio e a posição das peças do time adversário”, considerando que “tinham peças que eram na horizontal, na prática, mas que no papel estavam representadas como quadrado”, além de arrumar as peças quando “um lado dava certo e o outro errado”. No jogo *Mental Blocks*, os alunos alegaram que “as peças coloridas eram mais fáceis de identificar, as isométricas eram mais difíceis, pois tínhamos que tentar olhar de um ângulo muito específico para dar certo”, pois “cada jogador tinha uma visão diferente”, embora “podíamos nos movimentar livremente”.

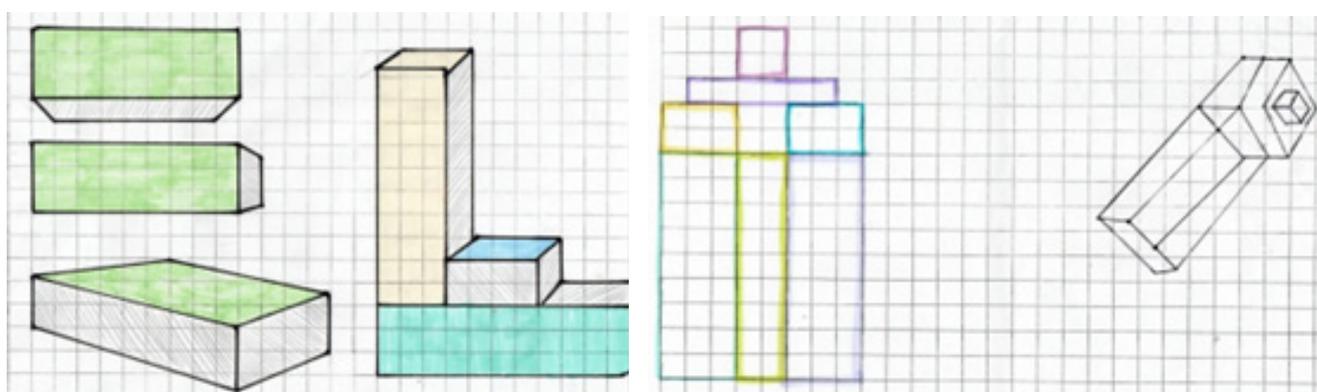
No que tange às estratégias utilizadas pelos grupos, os alunos elencaram: “persistência e paciência”, “atenção”, “olhar vários ângulos”, “ver o que cada um vê”, “cada grupo monta sua imagem e encaixamos uma na outra”, “esperar a outra equipe montar primeiro”. Ou seja, perceberam que matemática exige paciência e atenção e que, naquela atividade, o ângulo de visão seria importante para atingir seus objetivos.

Em estratégias como: “montar primeiro os coloridos e depois o resto, tentando encaixar”, ou, contraditoriamente, “quem tinha a visão completa montava a forma e quem tinha as visões coloridas organizava”, ou “começamos de cima para baixo, priorizando as peças menores”, contradizendo, “começamos de baixo para cima e pelas peças menores”, pode-se observar a riqueza das construções estratégicas, muito mais importante que sua efetividade, neste momento, mas a construção da necessidade de generalização, importante na geometria e na matemática como um todo.

Finalizando, os estudantes apresentaram o entendimento de que ganhar “não dependia só de um lado dar certo e que terminaríamos no mesmo tempo”. Ou seja, os estudantes demonstraram refletir sobre o conceito de perspectiva, podendo avançar para uma discussão ainda mais ampla sobre diferentes pontos de vista e o quanto o ângulo de visão de uma situação pode torná-la diferente em diversos aspectos.

Assim, a próxima atividade consistia em representar blocos tridimensionais em suas visões ortogonais, tais como explorado nos jogos. Inicialmente, os estudantes foram convidados a representar as peças individualmente, como uma atividade inicial de ambientação e de identificação de semelhanças e elementos que se repetem. Segundo a BNCC (BRASIL, 2018), essa identificação de regularidades e padrões exige a “construção de uma argumentação consistente para justificar o raciocínio utilizado” (p.519) e a representação com a elaboração de registros (em diferentes linguagens) é um caminho para isso. Alguns alunos custaram a compreender a proposta, e insistiram em representar as peças em perspectiva, como se pode observar na Figura 1.

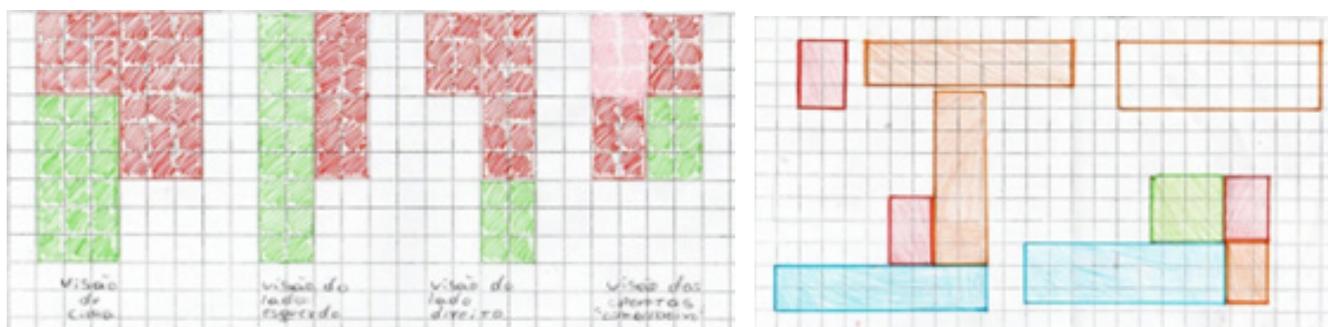
Figura 1 - Representações em perspectiva



Fonte: A autora, 2022

Entretanto, “a análise das representações utilizadas pelos estudantes para resolver um problema permite compreender os modos como o interpretaram e como raciocinaram para resolvê-lo” (BRASIL, 2018, p.530). Dessa forma, a compreensão da visão ortogonal e a progressiva construção da noção de espaço elaborada de maneira colaborativa possibilitou que os estudantes construíssem representações como essas trazidas na Figura 2, demonstrando que os objetivos iniciais propostos para a oficina foram atendidos.

Figura 2 - Representações de projeções ortogonais



Fonte: A autora, 2022

Com esses resultados, observa-se que as atividades propostas vão ao encontro do que traz a BNCC (BRASIL, 2018), pois, “após resolverem os problemas matemáticos, os estudantes precisam apresentar e justificar seus resultados, interpretar os resultados dos colegas e interagir com eles” (p.519 - grifo da auto-

ra). Sobre isso, a atividade possibilita a apresentação dos resultados da atividade por meio das construções realizadas com os blocos (seja no jogo, seja nos desenhos), a sua justificativa por meio dos questionários e também pelos próprios desenhos realizados e confrontados com a representação da realidade observada e a interpretação do resultado apresentado pelos colegas, configurando esses desenhos, de modo a interpretá-los a partir de suas vistas ortogonais ou sua correção a partir da reflexão realizada sobre a tarefa do outro.

3 - CONCLUSÕES

Este estudo teve como objetivo compreender a construção da habilidade de realizar projeções ortogonais de objetos tridimensionais por estudantes do primeiro e do terceiro ano do ensino médio de uma escola pública estadual localizada no município de Canoas/RS. Dessa forma, entende-se que os jogos *La Boca* e *Mental Blocks* foram importantes aliados para que este objetivo fosse atingido.

Assim, foram discutidas as principais dificuldades enfrentadas (limitações), relacionadas ao atual método de trabalho pedagógico das escolas. Ainda, os resultados positivos quanto à aprendizagem desses dois importantes fatores (possibilidades) foram aqui tratados de forma detalhada e objetiva com o intuito de servir como inspiração para atividades semelhantes, tanto em termos estratégicos quanto de conteúdo matemático.

O primeiro objetivo específico consistia em realizar um estudo teórico sobre construção da noção espacial por meio de jogos em equipe. Sobre o objetivo de proporcionar uma prática pedagógica visando a construção da noção do espaço a partir de projeções ortogonais por meio de jogos em equipe, esse foi atingido e descrito em detalhes a partir dos resultados obtidos com os questionários e com as atividades desenvolvidas após a atividade dos jogos, com intuito de sistematizar e organizar essas aprendizagens. O terceiro e último objetivo era analisar a atuação dos discentes nesta prática, observando sua aprendizagem por meio das ações executadas ao longo das atividades. As aprendizagens puderam ser constatadas na análise das atividades desenvolvidas.

Tendo sido atingidos todos os objetivos propostos, ainda fica como proposta a um trabalho futuro, a análise da aprendizagem desses estudantes a partir de aplicações de noções de projeções em outros contextos, especialmente aqueles trazidos em questões de provas de seleção e classificação, tais como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Assim como a surpresa dos autores em não encontrar pesquisas que relatam atividades com os jogos desenvolvidos neste estudo, ainda se destaca a surpresa de pouco material disponível que discuta o conteúdo de projeção ortogonal, tão importante não apenas em situações do cotidiano, mas também em ampliar o pensamento matemático e realizar fechamentos de estruturas em termos da construção da noção do espaço na criança e no adolescente.

REFERÊNCIAS

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**, 2018.

GIL, Carlos, A. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**, 6ª edição. São Paulo, Atlas, 2017.

MINAYO, Maria Cecília de Souza. Análise qualitativa: teoria, passos e fidedignidade. **Ciência & Saúde Coletiva**, 17(3):621-626, 2012.

MONTOITO, Rafael; LEIVAS, José Carlos Pinto. A representação do espaço na criança, segundo piaget: os processos mentais que a conduzem à formação da noção do espaço euclidiano. **Vidya**, v. 32, n. 2, p.21-35, jul./dez. - Santa Maria, 2012. ISSN 0104-270 X.

SANTOS, Maria Madalena; GUEDES, Nadja Lisboa da Silveira. A teoria da perspectiva fundamentada pela geometria projetiva. **Graphica**. Curitiba-Paraná, 2007.

SIBEMBERG, Lucas Siviero; NOTARE, Márcia Rodrigues. Projeção Ortogonal: uma abordagem com Geometria Dinâmica. **REMAT: Revista Eletrônica da Matemática**, Bento Gonçalves, RS, v. 8, n. 1, p. e2005, 30 de junho de 2022. <https://doi.org/10.35819/remat2022v8i1id5241>.

UM ESTUDO SOBRE O ENSINO DE FUNÇÃO AFIM UTILIZANDO A MODELAGEM MATEMÁTICA NO ENSINO MÉDIO

Mirian Porto Azambuja
Cristiano Peres Oliveira
Everson Jonatha Gomes da Silva
Anderson Luis Jeske Bihain
Francieli Aparecida Vaz
Leandro Blass

RESUMO

Este trabalho tem como objetivo relatar a aplicação de um planejamento inédito para a docente de uma turma da Educação Básica, utilizando recursos da Modelagem Matemática em busca de contextualizar a aprendizagem sobre os conceitos de relação e função afim para alunos do nono do Ensino Fundamental. Pensando em tornar o processo mais dinâmico, relacionando os conhecimentos matemáticos com assuntos com maior interesse dos discentes, a criptografia foi inserida. O desenvolvimento da prática iniciou com uma conversa dirigida sobre os conceitos de relação e de função, correlacionando suas existências em situações naturais com o nosso cotidiano. Na sequência, apresentou-se uma dinâmica que trata das relações de dependência unívoca entre duas variáveis. O terceiro momento teve atividades com o tema principal – criptografia e estudo da função afim –, iniciando com uma apresentação histórica e lógica, bem como sua relação com o objeto do conhecimento escolhido. Os resultados apontaram que a Modelagem Matemática, com tema atrativo e próximo da vivência do aluno, proporciona aulas diferenciadas e envolventes, estabelecendo uma relação da matemática ensinada dentro da sala de aula com os fenômenos do nosso cotidiano, além de obter uma participação de todos os alunos presentes durante as aulas, atuando ativamente na construção dos seus conhecimentos.

Palavras-chave: Criptografia. Funções. Modelagem Matemática.

1 - INTRODUÇÃO

Inquieta com planejamentos de aula baseados em apresentações de conteúdo associadas à resolução de problemas para o aluno aplicar os conhecimentos por meio de regras e, em busca de ajudar os discentes a construir os conhecimentos matemáticos de forma contextualizada, realizei o curso de Especialização em Ensino de Matemática no Ensino Médio, o qual foi ofertado pela Universidade Federal do Pampa (UNIPAM-PA), da cidade de Bagé, Rio Grande do Sul. Como trabalho de conclusão dessa especialização, elaborei uma sequência didática com uma série de propostas de intervenções no ensino dos estudos iniciais da função afim, desenvolvida em uma Escola da rede Municipal da cidade de Triunfo, Rio Grande do Sul, no ano de 2022, com alunos do 9º ano do Ensino Fundamental.

Na monografia do curso, coloquei a preocupação em fazer uso de metodologias que “interrompam o ciclo de os discentes só aprenderem para o momento, ou seja, para uma prova ou para uma explicação, acabando por esquecerem o conteúdo logo em seguida.” (AZAMBUJA, p.13, 2023). Nesse sentido, a concepção de Dionísio Burak (1992) e seus estudos sobre a Modelagem Matemática fundamentou o referencial teórico, associado aos estudos de Enrique Caturra Fita (2015), quanto às questões de motivação em sala de aula. O estudo de obras dos dois autores citados auxiliou a compreensão do quanto é importante despertar o interesse do aluno a partir da sua necessidade de saber, recorrendo a ações dinâmicas em um contexto prático com adequações ao perfil da turma, colocando-o dentro dos ensinamentos matemáticos como sujeito ativo.

A consciência do significado da importância de transformar as aulas de matemática surgiram a partir do estudo da obra de Burak (1992) em sua tese Modelagem Matemática: ações e interações no processo ensino-aprendizagem:

No método da Modelagem Matemática, a compreensão e o significado de cada conteúdo, necessário à solução do problema proposto, adquire uma dimensão mais profunda, através da própria construção desse conhecimento. Esse método de trabalho torna o ensino da Matemática mais vivo, mais dinâmico e extremamente significativo para o aluno. (BURAK, p. 93-94, 1992).

Diante das percepções descritas acima, diversas obras sobre Modelagem Matemática e Criptografia no estudo de Função Afim foram apreciadas, tomando como embasamento para o planejamento da aula inédita, citam-se os trabalhos de Cintia Kohori Rosseto (ROSSETO, 2018), de Ana Paula Ferreira dos Santos (SANTOS, 2016), de Moisés de Oliveira Moura (MOURA, 2019) e de Bruna de Cássia Soares Camargo (CARMARGO, 2019), a escolha desses autores se deu pelo fato de todos eles proporem dinâmicas renovadoras nas metodologias tradicionais de apresentação do objeto de conhecimento matemático em questão. Outro ponto importante das dissertações selecionadas é a contextualização da criptografia por meio de sua história, correlacionando a matemática à eventos históricos, como a Segunda Guerra Mundial. Além de reforçar que ambas as ciências, a criptografia e a matemática, são construções humanas elaboradas diante de problemas e necessidades reais da sociedade.

2 - RELATO DE EXPERIÊNCIA

Este relato de experiência refere-se às atividades desenvolvidas em três planos de aula voltados para a introdução dos estudos iniciais da função afim por meio da modelagem matemática.

Como aponta Burak (1992), a escolha do tema de um planejamento contextualizado faz parte das etapas da técnica Modelagem Matemática, em que o interesse e as opiniões dos alunos devem ser considerados como ponto de partida, dando inclusive oportunidades aos estudantes de escolherem o que gostariam estudar, tudo isso visando um maior engajamento pelas tarefas propostas. Todavia, diante das circunstâncias em que o projeto estava sendo elaborado, foi necessário estabelecer previamente um tema, no caso a Criptografia. O princípio da aplicação do trabalho foi uma conversa com os alunos sobre a proposta e os benefícios de aulas preparadas com as teorias da Modelagem Matemática, visando identificar que o planejamento estaria

adequado às necessidades da turma e que a mesma aceitaria participar do projeto. Nesse primeiro contato, realizou-se uma pesquisa de opinião sobre o ensino da matemática em que na Fig. 1 observa-se algumas das respostas:

Fig. 1 – Participação de aluno na pesquisa de opinião inicial

Pesquisa de opinião
O questionário abaixo tem o objetivo de conhecer sua opinião sobre o estudo da matemática.

1) Você gosta de matemática? Justifique sua resposta.
Sim. Porque a matéria é muito interessante. É muito bom aprender os conteúdos, ainda mais porque os números fazem parte da nossa vida e do dia-a-dia. É bom aprender pra entender melhor.

2) Em relação ao ensino de matemática como você avalia sua aprendizagem: (escolha uma opção)
 tenho muita dificuldade tenho um pouco de dificuldade indiferente
 tenho alguma facilidade tenho muita facilidade

3) Na sua opinião quais as principais dificuldades para aprendizagem dos conteúdos trabalhados na disciplina de Matemática? (pode marcar quantas quiser)
 a matéria é de difícil entendimento fazer cálculos e operações
 tem que decorar muitas fórmulas e regras interpretar os enunciados dos problemas
 o jeito como é explicada

4) Considera a disciplina de matemática importante? Justifique sua resposta.
Sim. Porque ela faz parte da nossa vida e nos ajuda a resolver muitos problemas.

5) Dê algumas sugestões para a melhoria do ensino na sua escola.
Não ficar estudando o mesmo conteúdo por muito tempo (se os alunos já tivessem entendido) porque acaba ficando repetitivo e chato, e acabamos perdendo muito tempo, e os alunos perdem o interesse.

Fonte: Elaborado pela autora

O encontro seguinte era uma aula de três períodos destinados à compreensão da função afim como uma relação unívoca entre duas variáveis por meio de uma discussão sobre o significado das palavras relação e função, colocando exemplos práticos, como o uso dos dedos numa contagem e de pedras no controle das ovelhas pelos nossos antepassados. Outras situações atuais foram apresentadas como: a corrida do táxi (valor a ser pago e distância percorrida) por ser um serviço muito habitual na comunidade escolar, outro exemplo referiu-se à comissão de vendedor sobre o quantitativo de vendas realizadas, além de explorar a conta de luz a qual fora solicitada em uma aula anterior.

E, para encerrar essa fase inicial, realizou-se uma dinâmica abordando sobre o assunto da árvore genealógica, estabelecendo relações de ser mãe ou ser pai com a turma dividida entre dois grupos – genitores e filhos. Aqui diversos comandos foram dados em que ora o ponto de partida para relacionar elementos dos grupos era o dos genitores, ora era o dos filhos.

A segunda parte desse encontro seguiu com a teoria da função regradar uma relação entre elementos de dois conjuntos de forma que cada termo do conjunto da partida se relaciona a um único elemento do

conjunto de chegada não havendo sobre de elementos do conjunto de partida sem ligação com o da chegada. Para melhor compreensão, o estudo desse objeto de conhecimento foi articulado com os resultados das ligações ocorridas na dinâmica da árvore genealógica. Neste momento, ocorreu uma participação de um aluno que foi muito gratificante ao perceber o motivo da condição de não poder sobrar elemento no conjunto da partida sem associação com algum elemento no conjunto de chegada. O jovem percebeu não haver sentido no exemplo que sobrou uma genitora no conjunto de saída sem filho para sua relação, expressando da seguinte forma: “Como pode sobrar uma mãe sem filho e ser mãe? Não faz sentido.” (AZAMBUJA, p.30, 2023).

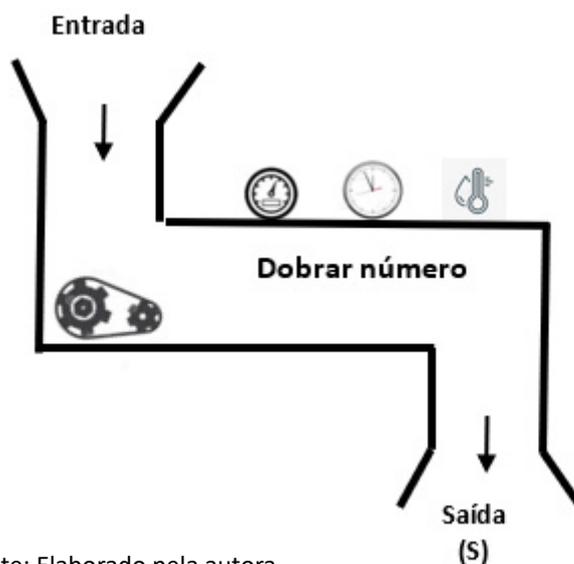
Na tentativa de garantir que acontecesse a aquisição necessária dessa primeira abordagem da dependência entre duas grandezas e as condições de relações para ser função unívoca, a conta de luz passou a ser tomada como exemplo pela investigação do consumo de energia, da potência de alguns aparelhos, do tempo de uso deles e do valor pago na conta mensal.

Com a turma separada em trios, foi pesquisada a potência de quatro aparelhos eletrônicos, estipulando um tempo em horas de uso para cada e o consumo em quilowatt-hora (kWh). Tais dados deram a construção de uma tabela para aprofundar o estudo da função afim e sua forma representativa $y = a \cdot x + b$, em que a variável y era o valor da conta de luz e x o consumo mensal de kWh. Aqui se obteve um resultado negativo, nenhum grupo conseguiu elaborar os cálculos com a compreensão necessária. A dificuldade de dividir por 1000 a potência dos aparelhos e multiplicar pelo tempo estipulado se tornou tão grande que o objetivo da proposta não foi atingido, precisando ter uma ajuda constante da docente para que fosse possível encerrar o encontro.

Diante a incompreensão de todos quanto à relação de dependência unívoca entre duas variáveis, as quais estavam sendo representadas pelos valores da tabela (valor da conta de luz e o consumo mensal de kWh), se precisou de um plano intermediário para aplicar uma dinâmica a qual não estava prevista no planejamento inicial, que foi a segunda aula com a proposta da “Máquina que Cria Números”. O desenvolvimento se contou uma história produzida para o momento, buscando o envolvimento de um aluno a ser escolhido no decorrer da aula para ter o papel de ser o inventor dessa máquina.

O enredo trazia a criatividade de um jovem em construir uma máquina que gerava cálculos com uma programação de dobrar os números. A proposta foi envolvente e os discentes demonstraram estar motivados na realização das atividades. O aluno que desempenhou o papel de criador da máquina, que geralmente não se envolvia muito nas atividades de sala de aula, quis passar para o quadro o desenho da máquina elaborado pela autora. A Fig. 2 traz a imagem da ilustração usada na aula:

Fig. 2 – Esquema da máquina que cria números



Fonte: Elaborado pela autora

O entusiasmo da turma gerou um bom engajamento e muita concentração de todos. Foi sugerido a criação da programação do dobro de um número como exemplo inicial de organização no formato de tabela dos valores que entravam na máquina e dos que saíam. A aprendizagem se deu de imediato, devido à agilidade de a turma efetuar as contas sem calculadora e a disputa para elaborar outras programações. No decorrer desses cálculos, o significado das representações dos coeficientes “a” e “b” dentro de uma função afim em sua apresentação $y = a \cdot x + b$ foi alcançado de forma satisfatória para a continuidade do projeto inicial e poder iniciar as tarefas da Modelagem com a criptografia.

A terceira e última aula, com três horas/aula, foi dedicada à aplicação das etapas relativas à Modelagem Matemática sobre a ciência criptográfica por meio de slides para que conhecessem primeiro o significado da palavra criptografia, a origem dessa ciência, sua importância para a sociedade ao longo da história e o quanto dela usamos, em especial na área da tecnologia da informação e proteção de dados. Mencionou-se a participação da criptografia na codificação das mensagens alemãs durante a Segunda Guerra Mundial e do filme “O jogo da imitação”. A Fig. 3 abaixo apresenta a postura engajada da turma querendo compreender tudo que estava sendo dito:

Fig. 3 – Apresentação dos slides sobre criptografia

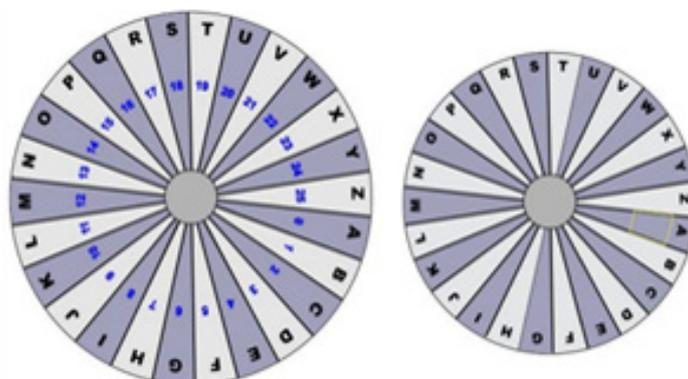


Fonte: Elaborado pela autora

Sequencialmente, ainda com apresentação dos *slides*, adentrou-se na Cifra de César por ser a temática das principais propostas referentes ao planejamento inédito. O recurso pedagógico, novamente, se deu com narrativa da história, expondo exemplos e imagens da técnica de codificar e decodificar apenas com deslocamento alfabético, fato desenvolvido pelo general romano Júlio César. Refletiu-se a respeito da origem do desenvolvimento de códigos e cifras ter surgido por conta da ameaça da interceptação das mensagens pelo inimigo em meio às batalhas da época. Houve uma maior concentração por meio da curiosidade em compreender a técnica e desvendar as mensagens codificadas que eram passadas.

Para finalizar as tarefas, efetuou-se a montagem do Disco da Cifra de César, sendo uma técnica reproduzida do trabalho de Camargo (2019) em sua dissertação de mestrado em matemática. O material era composto por dois discos em que o menor ficava por cima do disco maior e preso por uma tachinha sem colagem para girar. Uma sugestão foi a de colar uma rolha embaixo do maior a fim de esconder a ponta da tachinha. A Fig.4 é de como os discos foram distribuídos.

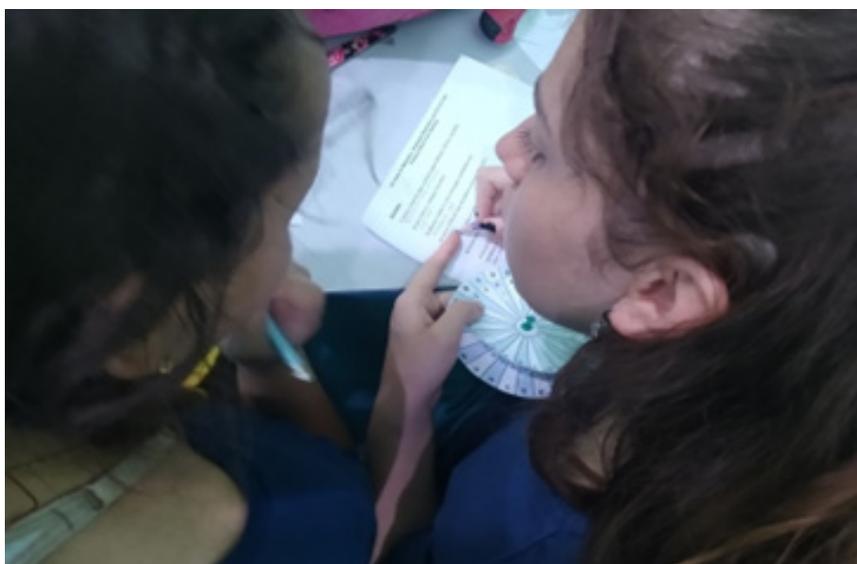
Fig. 4 - Disco da Cifra de César



Fonte: Camargo, 2019

As orientações do funcionamento do material concreto processaram-se prontamente. De posse dos exercícios, as duplas deram início, girando o disco até acharem a solução sem a necessidade de novas explicações. Nessa fase, considerando todas as etapas de execução deste conjunto de atividades, aconteceu um dos momentos mais gratificantes que foi observar o quanto todos estavam totalmente concentrados, disputando entre as duplas quem encontraria primeiro a mensagem decodificada. Como toda aula de matemática, houve dificuldades em conhecimentos específicos da área exata utilizados como comandos para descobrir o segredo da chave secreta, aliás, alguns bem simples, como: “antecessor, número primo, múltiplo e compreender que foi dado um intervalo numérico.” (AZAMBUJA, p.35, 2023). A Fig. 5 traz a imagem dos discos montados manipulados pelos alunos nas atividades.

Fig. 5 - Construção das tarefas em grupos



Fonte: Elaborado pela autora

O que ficou de melhor em lembrança positiva foi a ansiedade desses alunos perguntando o significado de número primo. Eles tinham muita pressa em saber para alcançarem a numeração da chave secreta e depois colocarem dentro do Disco de César, tudo isso para serem os primeiros a descobrirem as mensagens secretas. Aqui, verificou-se em fatos reais a diferença de construir o conhecimento pelo significado de importância para o aluno por maneiras lúdicas. O conhecimento matemático foi recebido com afeto, houve desejo em compreender e participar das tarefas.

3 - CONCLUSÕES

Com a experiência de recorrer à Modelagem Matemática como metodologia para a aplicação da aula inédita para a docente, foi possível inferir uma forma de melhorar a qualidade das aulas, tornando-as mais dinâmicas e, conseqüentemente, retirando o aluno do modelo mais tradicional. Reconhece-se a importância do ensino tradicional, porém em alguns casos é preciso romper com essas barreiras e se propor atividades diferenciadas como forma de fugir do processo de expor o conteúdo, passar exercícios, ter uma técnica de solução e corrigir se está certo ou errado, o que faz com que muitas vezes o processo ensino aprendizagem

se torne maçante.

Conclui-se que a prática aplicada levou a turma à possibilidade de relacionar os conteúdos aplicados dentro da sala de aula para o ambiente fora desta, visualizando a matemática em situações práticas de seus cotidianos. Após essa realização, os estudantes passaram a mostrar mais interesse no assunto e desenvolver reflexões do quanto é importante estudar conceitos como Função Afim.

Levar a história da criação da criptografia, mostrando que a Cifra de César (uma técnica de cifragem simples de substituição) é uma criação humana com vários fatos matemáticos ao longo de seu desenvolvimento, foi um ótimo recurso didático: instigou a curiosidade e tornou os alunos mais atentos nas aulas, gerando, assim, opiniões próprias sobre a evolução do mundo digital e a importância da ciência criptográfica para proteger dados compartilhados na internet.

As atividades de codificação e de decodificação apresentaram-se como uma maneira de aplicar aulas mais prazerosas, deixando de ser apenas mais um dia letivo exaustivo e teórico. Também tornou possível a revisão de conceitos anteriores, como números primos. A dinâmica de desafios instigou-os sobre as respostas de cada um e deu espaço para que houvesse explicação sobre o conteúdo de número primo, tornando possível a construção de novos exercícios.

Por fim, conclui-se que a Modelagem Matemática minimiza a visão sobre a matéria ser complexa e quase ininteligível, promovendo o letramento matemático e evidenciando que ela pode ser um recurso importantíssimo no desenvolvimento científico e de evolução do conhecimento para a sociedade.

REFERÊNCIAS

AZAMBUJA, Mirian Porto. **Uma proposta de atividades para o ensino dos estudos iniciais da função afim.** Trabalho de conclusão de curso (Especialização) – Universidade do Federal do Pampa, Bagé, 2023.

BURAK, Dionísio. **Modelagem matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem.** Tese de conclusão de curso na área de concentração: psicologia educacional. (Doutorado em Educação) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992. Disponível em: https://www.psiem.fe.unicamp.br/pf-psiem/burak_dionisio_d.pdf. Acesso em: 11 jul. 2022.

CAMARGO, Bruna de Cássia Soares. **Uma Proposta de Material de Apoio para o Ensino da Função Afim.** Dissertação de conclusão de curso na área de matemática. (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2019. Disponível em: https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2020/02/160461728_BRUNA_DE_CASSIA_SOARES_CAMARGO.pdf. Acesso em: 12 maio. 2022.

GARCIA, Sandra. **A motivação em sala de aula o que é, como se faz.** In: FITA, Enrique Caturla; TAPIA, Jesus Alonso. 11. ed. São Paulo: Edições Loyola, 2015.

MOURA, Moisés de Oliveira. **A criptografia motivando o estudo das funções no 9º ano do ensino fundamental**. Tese de conclusão do programa de Mestrado Profissional em Matemática – ProfMat. (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Tocantins, Arraias, 2019. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11612/1373>. Acesso em: 12 maio. 2022.

ROSSETO, Cintia Kohori. **Criptografia como recurso didático: uma proposta metodológica aos professores de matemática**. Tese de conclusão do programa de Mestrado Profissional em Matemática - ProfMat. (Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Presidente Prudente, 2018. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/152825>. Acesso em: 12 maio. 2022.

SANTOS, Ana Paula Ferreira dos. **A criptografia no ensino fundamental II: contexto histórico, cifras simétricas, aplicações de conteúdos matemáticos e muitas outras curiosidades**. Tese de conclusão de curso na área de matemática. (Mestrado em Matemática) – Universidade Estadual do Norte Fluminense Darcy Ribeiro, Campos dos Goytacazes, 2016. Disponível em: <https://uenf.br/posgraduacao/matematica/wp-content/uploads/sites/14/2017/09/25102016Ana-Paula-Ferreira-dos-Santos.pdf>. Acesso em: 12 maio. 2022.

ABORDAGEM INVESTIGATIVA E COLABORATIVA NO ESTUDO DOS POLIEDROS DE PLATÃO: UMA ESTRATÉGIA PARA ENRIQUECER O ENSINO

Nathália de Barcellos Pinheiro Azeredo
Anderson Luís Jeske Bihain
Francieli Aparecida Vaz
Cristiano Peres Oliveira
Everson Jonatha Gomes da Silva
Leandro Blass

RESUMO

Este estudo destaca a importância de métodos inovadores no ensino, considerando a limitação do modelo tradicional. A aplicação da aprendizagem investigativa e colaborativa, especialmente na Geometria, revela-se como uma estratégia eficaz. A pesquisa tem como objetivo analisar a eficácia do emprego de elementos da aprendizagem investigativa e colaborativa como metodologias de ensino para estimular o interesse e a motivação dos alunos. Para tanto, foi implementada uma prática de ensino envolvendo os Poliedros de Platão, com alunos do terceiro ano do ensino médio na Escola Estadual de Ensino Médio Morada do Vale I - CIEP. A análise dos dados, realizada por meio de uma abordagem qualitativa, corrobora os objetivos propostos. Os resultados demonstram que o uso desses elementos promoveu efetivamente o interesse, a motivação e a compreensão dos estudantes ao longo do desenvolvimento da atividade, indicando a eficácia das abordagens investigativa e colaborativa na prática educacional.

Palavras-chave: Aprendizagem Investigativa, Aprendizagem Colaborativa, Geometria, Poliedros de Platão.

1 - INTRODUÇÃO

No atual cenário educacional brasileiro, percebe-se a necessidade premente de repensar o modelo tradicional de ensino, que demonstra crescente ineficácia. Diante desse desafio, torna-se essencial que os educadores explorem novas abordagens pedagógicas, buscando métodos capazes de proporcionar uma aprendizagem significativa para os alunos. As metodologias ativas surgem como uma alternativa promissora, incentivando a participação ativa dos estudantes na construção do conhecimento.

Este trabalho propõe a concepção e implementação de uma aula inovadora baseada nas metodologias ativas, com ênfase nas práticas de aprendizagem investigativa e colaborativa. Essas metodologias visam fomentar o envolvimento ativo dos alunos e estimular o trabalho em equipe como componentes fundamentais do processo educacional.

A pesquisa concentra-se na aplicação dessas metodologias no contexto do ensino dos Poliedros de

Platão, figuras geométricas tridimensionais com faces planas e arestas congruentes, cujas propriedades são essenciais para o estudo da Geometria.

A atividade foi conduzida em três turmas do terceiro ano do ensino médio na Escola Estadual de Ensino Médio Morada do Vale I - CIEP, localizada em Gravataí, no Estado do Rio Grande do Sul. A escolha dessas turmas foi pautada em seu perfil participativo, evidenciado pela realização de atividades propostas e engajamento em projetos além do padrão tradicional.

A opção por essas metodologias baseia-se na necessidade de estimular a curiosidade, autonomia e construção ativa de conhecimento pelos alunos. A aprendizagem investigativa propicia que os estudantes realizem pesquisas independentes, colem informações relevantes sobre os Poliedros de Platão e explorem suas propriedades matemáticas.

A aprendizagem colaborativa desempenha um papel crucial nesse processo. Ao trabalhar em equipe, os alunos têm a oportunidade de compartilhar conhecimentos, discutir ideias, colaborar na construção de um Poliedro e apresentar seus resultados coletivamente. Essa abordagem promove a troca de perspectivas, o desenvolvimento de habilidades sociais e a construção coletiva do conhecimento.

Dessa forma, o objetivo geral deste trabalho é apresentar uma sequência didática inovadora para explorar os Poliedros de Platão, desdobrando-se nos objetivos específicos de avaliar criticamente o processo de aprendizagem investigativa e colaborativa, analisar a compreensão dos alunos sobre os Poliedros de Platão, avaliar as metodologias de ensino e trazer as percepções dos alunos e da professora diante da atividade.

Quanto à metodologia, adotaremos uma abordagem qualitativa (GERHARDT; SILVEIRA, 2009) para analisar os resultados da aplicação da aula. Essa abordagem permitirá uma compreensão aprofundada das experiências dos alunos, suas percepções, desafios enfrentados e resultados obtidos, possibilitando uma avaliação criteriosa da eficácia dessas abordagens no ensino dos Poliedros de Platão e sua contribuição para o aprendizado dos alunos.

2 - METODOLOGIA

Nesta seção, realizaremos uma revisão da literatura acerca das metodologias ativas de aprendizagem colaborativa e investigativa, destacando sua crescente relevância na promoção de uma aprendizagem mais efetiva e significativa. Abordaremos os principais conceitos, teorias e pesquisas relacionados a essas metodologias, discutindo suas implicações no contexto educacional.

2.1 Metodologias Ativas

As metodologias ativas representam abordagens pedagógicas que colocam o aluno como protagonista de seu processo de aprendizagem. Estimulando a participação ativa, colaboração, reflexão crítica e autonomia, contrastam com métodos tradicionais baseados na transmissão de conteúdo. Para Freire (1996), tais

metodologias reconhecem o conhecimento como construção coletiva e dinâmica, exigindo que o educador seja um mediador do diálogo, desafiando os educandos a buscar soluções criativas e significativas.

Recorrendo a recursos didáticos variados, como estudos de caso, projetos, jogos e simulações, as metodologias ativas favorecem a aprendizagem baseada em problemas, projetos e interações em equipes. O papel do docente passa a ser o de orientar, acompanhar e avaliar os alunos, sem impor sua visão ou autoridade, tornando-se um facilitador da aprendizagem (Bordenave e Pereira, 2013).

Os alunos, por sua vez, assumem a responsabilidade por seu próprio aprendizado, sendo agentes ativos e não receptores passivos. Engajam-se nas atividades propostas, interagem com colegas e docentes, buscam informações relevantes, analisam criticamente fontes e dados, aplicam conhecimento na prática e refletem sobre o processo (Morán et al., 2018).

O uso crescente das abordagens ativas na educação, especialmente no ensino superior e a distância, é impulsionado pelos avanços tecnológicos e pelas demandas contemporâneas, mostrando eficácia na melhoria da qualidade da aprendizagem e na redução da evasão escolar (Berbel, 2011; Zabala e Arnau, 2010).

2.2 Aprendizagem Investigativa

A aprendizagem investigativa visa estimular o interesse, a curiosidade e o pensamento crítico dos alunos por meio de atividades práticas relacionadas ao mundo real e aos conhecimentos científicos. Nessa abordagem, os alunos são protagonistas, formulando questões, levantando hipóteses, planejando, coletando e analisando dados, elaborando conclusões e argumentando sobre suas descobertas. O docente assume o papel de orientador, facilitador e mediador, criando situações desafiadoras e significativas para os alunos. Essa abordagem contribui para o desenvolvimento do senso crítico do aluno e sua formação como cidadão reflexivo (REDENEURO, 2021). Além de alinhar-se com as BNCCs, enfatiza a importância de promover uma educação voltada para a cidadania e formação integral dos estudantes.

Segundo Miranda e Torres (2018), as aulas práticas investigativas “possibilitam aos estudantes vivenciar situações reais ou simuladas que os levam a questionar, formular hipóteses, testar ideias e interpretar resultados”. Essas atividades também podem estimular a curiosidade, a criatividade e a autonomia dos alunos (MIRANDA E TORRES, 2018).

As etapas da aprendizagem investigativa variam, mas geralmente envolvem a apresentação de uma situação-problema, formulação de questões, pesquisa, planejamento e realização de experimentos, análise e interpretação de dados, elaboração de conclusões, comunicação e justificativa das conclusões (Redeneuro, 2021).

2.3 Aprendizagem Colaborativa

Já a aprendizagem colaborativa valoriza o papel dos estudantes na construção do conhecimento e interação com seus pares (Borssoi, Silva e Ferruzzi, 2021). Realizada em pequenos grupos, os alunos trabalham cooperativamente para atingir objetivos comuns, por meio de discussões, negociações e cooperação. O pro-

Professor atua como facilitador e parceiro da comunidade de aprendizagem, orientando e apoiando o processo. Essa abordagem beneficia o desenvolvimento cognitivo, afetivo e social dos estudantes, resultando em aumento da motivação, autoestima e autoconfiança, melhor desempenho acadêmico, desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas e pensamento crítico, e promoção de valores como respeito, tolerância, solidariedade e responsabilidade.

A aprendizagem colaborativa pode ser aplicada em diferentes áreas e níveis de ensino, desde que sejam respeitados princípios como definição clara de objetivos, escolha adequada de grupos, elaboração de tarefas desafiadoras, avaliação contínua, feedback construtivo e estímulo à reflexão.

2.4 Análise Qualitativa

A docente utilizará a análise qualitativa para examinar os dados gerados durante a implementação da aula inovadora, compreendendo os fenômenos educacionais em sua complexidade. Esta abordagem integra diferentes fontes de dados, como registros verbais, escritos, visuais e sonoros (Bardin, 1977; Franco, 2008).

O procedimento sistemático inclui organização, leitura, categorização, interpretação e elaboração do relatório. A organização dos dados envolve seleção, ordenação e codificação dos registros da aula. A leitura e categorização identificam temas, conceitos ou padrões, agrupando-os em categorias analíticas. A interpretação relaciona as categorias ao referencial teórico. Mendes e Miskulin (2017) exemplificam a análise qualitativa das percepções dos alunos sobre o uso de softwares na aprendizagem da matemática.

A análise qualitativa exige reflexão crítica do pesquisador sobre seu papel e avaliação da qualidade e validade dos resultados. O professor deve se autoavaliar, considerando clareza de objetivos, adequação dos instrumentos, fidelidade aos dados, coerência entre dados, categorias e interpretações, fundamentação teórica, relevância dos resultados para sua prática pedagógica, e limitações e possibilidades de aprimoramento (Bardin, 1977; Franco, 2008).

3 - RELATO DE EXPERIÊNCIA

3.1 Análise a Priori

Nesta etapa, discutiremos considerações e previsões anteriores à implementação do plano de aula, destacando a aplicação das metodologias de aprendizagem investigativa e colaborativa no ensino dos Poliedros de Platão. Nosso enfoque será nos objetivos esperados, possíveis desafios, estratégias de ensino e recursos planejados, estabelecendo uma base para reflexões comparativas durante o desenvolvimento do trabalho.

Reconhecendo a natureza dinâmica do conhecimento e o papel orientador do professor na construção do saber do aluno, optamos por abordar os Poliedros de Platão utilizando elementos das abordagens investigativa e colaborativa. O cerne dessa abordagem é capacitar o aluno a ser o protagonista de seu próprio

aprendizado.

O objetivo principal é explorar o tema “Poliedros de Platão” de maneira prática e dinâmica, utilizando a Geometria como fundamento. Buscamos desenvolver a estruturação espacial e a percepção de diferentes pontos de vista, permitindo aos alunos compreender noções de direção, sentido, distância e ângulo. Isso contribui para o desenvolvimento do pensamento geométrico, fortalecendo habilidades críticas e conceituais.

O experimento foi realizado na Escola Estadual de Ensino Médio Morada do Vale I - CIEP, situada em Gravataí, no Estado do Rio Grande do Sul. Essa escolha foi motivada pelo perfil participativo das três turmas do terceiro ano do ensino médio, nas quais a atividade foi conduzida. O plano de aula, conduzido pela professora Nathália de Barcellos Pinheiro Azeredo, vai além da simples transmissão de conhecimento; ele visa estimular a participação ativa dos alunos, promovendo o desenvolvimento de habilidades de trabalho em equipe, pensamento crítico e investigação autônoma. A avaliação qualitativa será orientada pela organização, leitura, categorização e interpretação dos dados, proporcionando uma análise crítica da prática pedagógica.

Com objetivos alinhados ao desenvolvimento da competência do aluno para reconhecer que os sólidos geométricos são formados pela composição de figuras planas, nossa abordagem visa proporcionar uma visão tridimensional no plano, identificar faces, vértices e arestas de um poliedro, e fortalecer habilidades visuais, verbais, lógicas, de desenho de percepção e de representação dessas figuras. Além disso, buscamos incentivar a participação ativa dos alunos na construção do conhecimento e no desenvolvimento de habilidades de trabalho em equipe.

A aprendizagem investigativa tem como objetivo tornar o estudante protagonista, estimulando o pensamento crítico e a investigação autônoma dos alunos sobre os Poliedros de Platão. A aprendizagem colaborativa, por sua vez, visa exercitar a comunicação, argumentação, convencimento e a interação entre os estudantes, promovendo valores como respeito, tolerância, apoio e consideração de seus compromissos.

A análise dos dados será conduzida por meio da técnica de observação sistemática, utilizando a observação aberta, na qual os alunos têm conhecimento de que seu desempenho está sendo observado. Os critérios para a elaboração do trabalho incluem contar sobre a história de Platão, realizar uma pesquisa sobre o poliedro chamado de Platão, associar o poliedro com elementos básicos da natureza e explicar essa associação, construir o sólido e sua planificação, além de apresentar as dificuldades e facilidades encontradas durante o trabalho.

A metodologia consiste na participação ativa dos estudantes, que em equipe de trabalho, com mesmo objetivo, desenvolvem proatividade, compartilham saberes, ficam livres para se expressar, dialogar e valorizar as diferenças.

3.2 Análise a Posteriori

A prática em sala de aula, parte da busca pelo título de Especialista em Matemática, teve como foco

reflexões sobre o ensino e aprendizagem, empregando metodologias investigativas e colaborativas. Realizada no Ensino Médio da Escola Estadual Morada do Vale I – CIEP com as turmas 305: 31 alunos, 306: 23 alunos e 307: 33 alunos, destacou-se a importância de um ambiente atraente e organizado para desafiar os estudantes, estimulando o desenvolvimento de habilidades cognitivas e sensibilidade.

A instituição, com ênfase no ensino médio, busca promover inclusão e igualdade, reconhecendo o aluno como protagonista na construção de uma sociedade justa. Apresenta boa infraestrutura, parcerias com a comunidade e ênfase na segurança. No entanto, ressalta-se que, além da estrutura, é vital o papel dos professores em preparar atividades interativas para fomentar uma aprendizagem reflexiva, crítica e criativa. A prática foi aplicada em três turmas do 3º ano do Ensino Médio, considerando as particularidades dessa fase crucial para o desenvolvimento dos estudantes. As turmas escolhidas foram participativas e demonstraram determinação para aprender.

A proposta de aula se desenvolveu em seis momentos distintos. Inicialmente, a professora abordou conceitos de polígonos e poliedros, contextualizando com a história de Platão. Em seguida, apresentou a proposta de pesquisa sobre os poliedros de Platão, provocando surpresa e entusiasmo nos alunos.

Figura 1 – Grupos apresentando os trabalhos.



Fonte: autora, 2024

Os estudantes, divididos em grupos, pesquisaram sobre Platão e os sólidos associados aos elementos da natureza. A prática se estendeu à confecção desses sólidos de forma autônoma, utilizando diversos materiais. A ênfase foi na aprendizagem investigativa, permitindo que os alunos desenvolvessem argumentos próprios.

Finalmente, os grupos apresentaram suas pesquisas e sólidos à turma, utilizando recursos visuais e tecnológicos. Houve espaço para discussões sobre o aprendizado e percepções. Destaca-se a abordagem que, além de promover conceitos de Geometria Espacial, conectou a Geometria Plana, tornando a aprendizagem mais significativa para os estudantes. O vídeo “Poliedros de Platão” disponível no YouTube ilustra as confecções realizadas durante a prática. Link para o vídeo: <https://www.youtube.com/watch?v=q4FWWL-09FUU&feature=youtu.be>.

Figura 2 – Poliedros de Platão construídos pelos grupos.



Fonte: autora, 2024

Após a implementação das metodologias da aprendizagem investigativa e colaborativa no ensino dos poliedros de Platão, torna-se fundamental realizar uma análise a posteriori para compreender os resultados obtidos, identificar desafios, destacar contribuições e propor melhorias para futuras práticas pedagógicas.

Resultados Observados:

Durante a prática em sala de aula, foi possível observar um engajamento significativo por parte dos alunos. As metodologias adotadas incentivaram a participação ativa, a pesquisa autônoma e a colaboração entre os estudantes. O uso de recursos variados, como o laboratório de informática e materiais concretos, contribuiu para uma compreensão mais profunda dos conceitos de poliedros de Platão.

Desafios Encontrados:

Um dos desafios identificados foi a resistência inicial de alguns estudantes à proposta de uma abordagem mais prática em Matemática. A falta de familiaridade com atividades desse tipo gerou surpresa, mas, felizmente, a receptividade positiva ao longo do processo evidenciou que a mudança na abordagem foi bem-sucedida.

Contribuições das Metodologias:

As metodologias da aprendizagem investigativa e colaborativa demonstraram eficácia na promoção da autonomia dos alunos. A conexão entre Matemática, História e Filosofia foi estabelecida de forma significativa, superando a percepção de que a Matemática é uma disciplina isolada. Os estudantes compreenderam a aplicação prática dos conceitos estudados, associando-os a elementos da natureza.

Possíveis Melhorias:

Considerando a análise qualitativa realizada, há espaço para aprimoramentos. Poderiam ser incluídas atividades que explorassem a Relação de Euler de forma mais aprofundada, permitindo que os estudantes desenvolvessem seus próprios métodos de teste. “Os alunos precisam visualizar o concreto para compre-

ender intelectualmente um fenômeno e poder abstrair depois” (CUNHA, 2007, p. 118). Além disso, a coleta mais extensiva de dados, como fotografias do processo, poderia enriquecer a análise e fornecer insights mais detalhados.

Avaliação do Impacto:

A prática teve um impacto positivo na compreensão dos estudantes em relação à Geometria Espacial. O manuseio dos sólidos contribuiu para a visualização tridimensional e para a compreensão da Relação de Euler. A atividade, ao estimular a criatividade e o raciocínio, proporcionou um ambiente motivador e desafiador, refletindo-se em melhorias no desempenho ao longo do ano letivo.

Considerações Finais:

A proposta de prática demonstrou que a interação entre o professor e o aluno, mediada por metodologias ativas, é crucial para o desenvolvimento do pensamento crítico e conceitual. O envolvimento dos alunos na pesquisa, na construção dos sólidos e nas apresentações evidenciou a importância de abordagens inovadoras para promover uma aprendizagem mais significativa.

A análise a posteriori reforça a ideia de que o papel do professor como mediador, em vez de detentor exclusivo do conhecimento, é fundamental para criar um ambiente educativo enriquecedor. O comprometimento constante em atender às necessidades dos alunos e a busca por práticas desafiadoras são elementos-chave para o sucesso de futuras iniciativas pedagógicas.

4 - CONCLUSÕES

A conclusão deste estudo reflete a trajetória percorrida ao longo da pós-graduação Matem@tica na Pr@tica, evidenciando uma significativa adaptação à modalidade de ensino a distância. O desafio de transitar de um ambiente presencial, focado em cálculos analíticos, para uma especialização centrada na prática mostrou-se enriquecedor e complementar para o desenvolvimento profissional.

A implementação de práticas de ensino inovadoras e investigativas proporcionou a satisfação de testemunhar o aluno assumindo um papel ativo em seu aprendizado. A interação dinâmica em sala de aula, permeada por atividades desafiadoras sobre Poliedros de Platão, revelou uma melhoria substancial no desempenho dos estudantes em Geometria Espacial.

Destaca-se a conexão estabelecida entre Matemática, História e Filosofia, proporcionando aos alunos uma compreensão mais profunda da importância da Matemática no contexto universitário. A ênfase na aprendizagem investigativa e colaborativa revelou-se eficaz, incentivando a criatividade, o raciocínio e o trabalho em equipe.

Diante do entusiasmo dos estudantes por atividades práticas, manipulativas e investigativas, sugere-se, para futuras pesquisas, a continuidade do enfoque na aprendizagem investigativa e colaborativa, particularmente no ensino e classificação de poliedros. A demonstração da Relação de Euler, através da construção

de materiais manipulativos, revelou-se um caminho promissor para aprofundar o entendimento dos conceitos geométricos.

REFERÊNCIAS

BARDIN, L. Análise de conteúdo. Lisboa: Edições 70. 1977

BERBEL, N. A. N. As metodologias ativas e a promoção da autonomia de estudantes. Semina: Ciências Sociais e Humanas, 32 (1), 25-40. 2011.

BORDENAVE, J. D., & PEREIRA, A. M. Estratégias de ensino-aprendizagem. Petrópolis: Vozes. 2013.

CUNHA, M. I. O bom professor e sua prática. São Paulo: Papirus Editora, 2007.

FRANCO, M. L. P. B. Análise de conteúdo. Brasília: Liber Livro. 2008.

FREIRE, P. Pedagogia da autonomia: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra. 1966.

GERHARDT, Tatiana Engel; SILVEIRA, Denise Tolfo (org.). Métodos de Pesquisa. Porto Alegre: Editora da Ufrgs, 2009.

MENDES, R. M., & MISKULIN, R. G. S. A análise de conteúdo como uma metodologia. Cadernos de Pesquisa, 47(165), 666-686. 2017.

MIRANDA, Edivan; TORRES, Fernanda Silva. Uso de Aulas Práticas Investigativas na Consolidação da Aprendizagem e Vivência do Método Científico – Uma Abordagem Sobre Grupos Sanguíneos do Sistema ABO Experiências em Ensino de Ciências V.13, No.4, 2018.

MORÁN, J. M., MASETTO, M. T., & BEHRENS, M. A. (2018). Novas tecnologias e mediação pedagógica. Campinas: Papirus.

REDENEURO: Rede de Estudos em Neurociências e Educação. O que é Aprendizagem Investigativa? - Disponível em: <http://cienciasecognicao.org/redeneuro/aprendizageminvestigativa/> acesso em 19/05/2023

ZABALA, A.; ARNAU, L. Como aprender e ensinar competências. Porto Alegre: Artmed. 2010.

A FUNÇÃO LINEAR SOB A PERSPECTIVA DE SALÁRIOS E PROFISSÕES: A RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NO ENSINO MÉDIO

Nicoli Peroza Ramos
Leandro Blass
Cristiano Peres Oliveira
Anderson Luis Jeske Bihain
Everson Jonatha Gomes da Silva
Francieli Aparecida Vaz

RESUMO

O presente trabalho visa apresentar um relato de experiência sobre o estudo de função linear a partir da temática de salários e profissões realizado com alunos do 1º ano do Ensino Médio, em uma escola Estadual na cidade de Gravataí/RS. Os objetivos propostos envolviam I) Elaborar um plano de aula inédito; II) Relacionar o conteúdo de função linear com o tema das profissões; III) Aplicar o método de resolução de problemas em sala de aula. Os resultados mostraram que a abordagem do tema sobre salários permitiu aos alunos reconhecer e identificar o custo de vida na contemporaneidade, apresentar as noções de valor sobre alimentação, moradia e transporte. Além disso, trabalho em equipe, vida no futuro, sabedoria sobre a realidade, valor do dinheiro, gastos e salários foram os termos mais citados pelos alunos ao avaliar a atividade desenvolvida.

Palavras-chave: Prática pedagógica; Relato de experiência; Matemática; Função linear; Salário.

1 - INTRODUÇÃO

A partir da reforma do Ensino Médio, novas disciplinas foram incorporadas ao currículo das escolas, iniciando no 1º ano com componentes curriculares como: Projeto de Vida, Mundo do Trabalho e Cultura Digital. Nesse sentido, a ideia é que a formação do aluno seja, cada vez mais, voltada para o seu contexto e preparação para vida em sociedade. Tais disciplinas, podem proporcionar ao aluno uma aproximação das teorias de sala de aula com seu cotidiano e vivências, trazendo sentido para seu aprendizado e motivação ao estudar temas que estão alinhados à sociedade atual.

Conforme Vale (2022, p. 137), “a Reforma do Ensino Médio acabou consolidando a ideia de um ensino mais flexível, com uma parte comum e outra mais diversificada, baseada nos itinerários formativos que podem e precisam ser desenvolvidos pelas escolas”. Em outras palavras, há valorização do ensino para a vida dos estudantes, com ênfase na sua escolha profissional. Ao passo que tais itinerários apresentam conteúdos conforme as diferentes áreas do conhecimento, elas propõem uma formação pensando na escolha profissional dos alunos.

Considerando esses aspectos, o presente trabalho partiu da intenção de articular os conhecimen-

tos trabalhados na disciplina de matemática ao cotidiano dos alunos, apresentando outros modos de ver, pensar e estudar considerando a formação para a vida em sociedade. Com isso, o conteúdo foi selecionado observando o cronograma já estabelecido pela professora na referida disciplina, com o intuito de efetivar o planejamento trimestral mediante uma nova perspectiva.

A partir destes entendimentos, a proposta tem por objetivo geral relacionar os conhecimentos de função linear ao contexto de salários e profissões presentes no cotidiano escolar, aspirando despertar o interesse dos alunos no estudo de matemática. Já os objetivos específicos consistem em: I) Elaborar um plano de aula inédito; II) Relacionar o conteúdo de função linear com o tema das profissões; III) Aplicar o método de resolução de problemas em sala de aula.

A metodologia utilizada foi a descritiva exploratória com abordagem qualitativa. Isso porque, a ideia foi avaliar todo o processo, desde o planejamento da atividade, a realidade em sala de aula e os benefícios proporcionados pela proposta. Cabe destacar que, para aplicação da resolução de problemas, houve inicialmente a contextualização sobre o tema de salários, profissões e custo de vida, para na atividade final, de fato, utilizar a metodologia de resolução de problemas.

Dessa forma, foram coletados dados de três turmas do 1º ano do Ensino Médio, chamadas de “*turma A*”, “*turma B*” e “*turma C*”, no ano de 2022. Nesse sentido, há a análise descritiva destes grupos de alunos, a partir de questionários e de observações sobre seu comportamento frente aos problemas a serem resolvidos na aplicação da aula inédita. Já o aspecto qualitativo, surge na classificação e organização dos dados coletados, no sentido de analisar a quantidade de respostas e ações diante a uma mesma ação ou questão. A observação participante, a análise das conversações e observações dos documentos cuja produção é solicitada pelo pesquisador, também fazem parte de algumas das técnicas da pesquisa qualitativa (CARDANO, 2017).

2 - RELATO DE EXPERIÊNCIA

Para a elaboração do plano de aula inédito, a proposta iniciou tendo em vista o planejamento bimestral dos conteúdos elaborado previamente pela professora. Assim, dando continuidade ao planejamento sobre função linear, a ideia visava estabelecer relação entre o conteúdo desenvolvido em sala de aula com o cotidiano dos estudantes. Desse modo, a atividade utilizou como tema central salário e profissões a fim de trazer uma proximidade com os assuntos de interesse dos alunos do Ensino Médio, bem como as disciplinas novas estabelecidas pela reforma.

O desenvolvimento da sequência didática ocorreu em três turmas do primeiro ano do Ensino Médio, durante três aulas de 2 períodos cada, totalizando 6 períodos. Dito isso, houve uma variação na participação de estudantes, sendo que nem todos estiveram presentes ao longo da sequência didática, porém em etapas diferentes. Cada aula foi separada em uma etapa e a quantidade de alunos participantes pode ser observada no quadro.

Quadro 1 - Relação da quantidade de alunos participantes das etapas

Etapa 1	Etapa 2	Etapa 3
Turma A: 28 alunos	Turma A: 16 alunos	Turma A: 25 alunos
Turma B: 17 alunos	Turma B: 0 alunos	Turma B: 0 alunos
Turma C: 22 alunos	Turma C: 19 alunos	Turma C: 17 alunos

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Na etapa 1, os alunos responderam um questionário, para o mapeamento sobre a relação deles com a matemática e o conhecimento prévio sobre o custo de vida atual. A etapa 2 consistiu na realização das atividades, utilizando as respostas do questionário como base. Na etapa 2, também houve a pesquisa sobre o salário das diferentes profissões e o cálculo do valor da hora de trabalho. Na etapa três, foi realizada a resolução de problemas envolvendo os salários e as profissões reunidos a partir das etapas anteriores.

2.1 Conhecendo a realidade

Na primeira aula, houveram 3 momentos, o primeiro deles foi a apresentação da proposta, em que foi possível conversar com os alunos sobre a origem e objetivo da sequência didática. Já no segundo momento, foi proposto um questionário aos estudantes, a fim de identificar a relação que a disciplina de matemática ocupava na vida dos estudantes. A partir deste momento, surgiram as dúvidas sobre a existência de uma resposta correta e se deveriam ou não expressar sua opinião sincera. E o terceiro momento consistiu na busca sobre o salário mínimo e o custo de vida.

Foi possível observar que o momento de ouvir a voz dos estudantes sobre a sua relação com a matemática foi de grande importância, por permitir a reflexão dos alunos e professor. Isso porque, a partir delas, foi possível identificar como os alunos percebiam e se sentiam quanto à disciplina, suas próprias limitações, dificuldades enfrentadas ao longo dos anos e a falta de reconhecimento sobre o uso prático dos conteúdos da disciplina no cotidiano.

No segundo momento, os alunos foram convidados a refletir e discutir sobre seu futuro profissional e o salário considerado como “ideal”. Dentre os 67 alunos, apenas 10 afirmaram não ter certeza sobre qual área optar profissionalmente. Entre as profissões mais citadas conforme o Quadro 2.

Quadro 2 - Relação das profissões mais citadas

Profissão	Direito	Psicologia	Medicina veterinária	Nutrição	Arquitetura	Educação Física
Quantidade de citações	8	6	4	3	3	3

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Cabe salientar que o planejamento foi eficiente ao contemplar a realidade dos alunos, ao passo já situados sobre o mercado de trabalho e pensando no seu futuro profissional. Em outras palavras, a atividade atingiu a perspectiva do novo Ensino Médio, colaborando para “o desenvolvimento de competências que

possibilitem aos estudantes inserir-se de forma ativa, crítica, criativa e responsável em um mundo do trabalho” (BRASIL, 2018, p. 465).

Quando questionados em relação ao salário ideal que gostariam de ganhar, houve uma variedade de respostas, sendo o salário de R\$ 1.000,00 como o valor mais baixo citado por apenas um aluno e de R\$ 300.000 reais, o valor mais alto também por apenas um aluno. Entre os demais, os salários mencionados estão separados conforme os valores indicados pelos estudantes.

Quadro 3 - Relação entre os salários mais citados

Salário ideal(R\$)	R\$ 2.000 à R\$ 3.500	R\$ 4.000 à R\$ 5.000	R\$ 5.500 à R\$ 10.000	Acima de R\$ 11.000
Quantidade De alunos	24	19	17	5

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

É possível perceber que mais da metade dos alunos, considera como ideal o salário que varia entre R\$ 2.000,00 e R\$ 5.000,00, indicado qual a perspectiva dos jovens desta comunidade para “sobreviver bem”, conforme os relatos. Isso mostra que, antes mesmo de realizar a pesquisa sobre salário mínimo, a maioria dos estudantes apresenta conhecimentos condizentes com a realidade.

Quando questionados sobre os conteúdos os quais os estudantes acreditam ser importantes para o futuro, temos que 30 das 67 respostas citaram temas relacionados à *educação financeira, administração do dinheiro, salário, investimentos, juros e impostos*. Isso reforça a pertinência em abordar o tema relacionada ao uso do dinheiro no cotidiano e de como administrá-lo.

Segundo Laval (2019, p. 41), em uma sociedade marcada pela “instabilidade das posições, sejam elas profissionais, sociais ou familiares, o sistema educacional deve preparar os alunos para cenários de incerteza crescente”. Dessa forma, a ideia de educação financeira, cada vez mais faz sentido em um sistema neoliberal, ao passo que hoje determinados empregos, profissões e/ou carreiras não correspondem ao sucesso e salário no final do mês.

Na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), há citação sobre os temas contemporâneos que podem ser incorporados ao ensino pelas diferentes escolas e disciplinas. Dentre elas, temos a “educação para o consumo, educação financeira e fiscal, trabalho” (BRASIL, 2018, p. 20), ou seja, os alunos responderam no questionário, quanto ao conteúdo que consideram importante ser abordado nas aulas de matemática, justamente o que está previsto na BNCC como temas contemporâneos.

No terceiro momento, os alunos se organizaram em grupos, sendo motivados a pesquisar sobre o salário mínimo e o custo de vida no Brasil. A atividade possibilitou a integração entre os estudantes e discussões sobre o custo de vida. Os grupos levantaram o debate sobre os custos fixos e variáveis para uma pessoa e para uma família, considerando o valor do salário mínimo.

Especificamente na turma B, foi necessário intervir na atividade, ao passo que muitos alunos come-

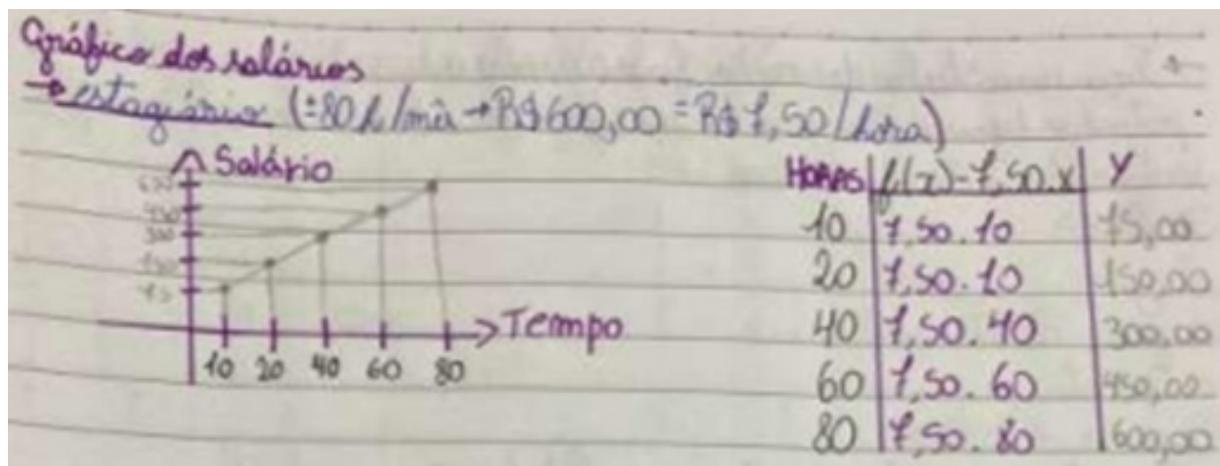
çaram a negar o valor dos produtos no mercado e a não aceitar que o custo de vida aumentou. Para uma proposta mais efetiva, considera-se que a atividade de pesquisa de preços no supermercado deveria ser realizada previamente, para os estudantes poderem observar a relação entre o custo dos produtos e após fazer a articulação com o valor do salário mínimo. Diante o exposto, a turma B não seguiu para as etapas seguintes do plano.

2.2 O salário e as profissões

O segundo encontro foi destinado à pesquisa do salário de cada profissão escolhida pelos alunos, juntamente com a relação de requisitos para o exercício do cargo. A turma foi reunida novamente, em grupos de 4 componentes, com a orientação de pesquisar os salários desde o estagiário de Ensino Médio até o de um profissional formado no Ensino Superior.

Na pesquisa sobre os salários, a proposta foi calcular o valor da hora de cada profissional a partir do valor mensal encontrado nos diferentes sites de pesquisa. A familiaridade dos alunos com o conteúdo de função, facilitou a construção das tabelas e em seguida dos pontos no gráfico para apresentar a relação entre horas de trabalho e salário a receber.

Figura 1 - Registro no caderno da aluna A3 do salário do estagiário



Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Nesta etapa, ao contrário das expectativas, os estudantes não obtiveram grandes considerações e discussões sobre o valor da hora de trabalho. Ao realizar o planejamento, a ideia inicial era que os alunos pudessem perceber que quanto maior o nível de ensino e a capacitação do profissional o salário seria maior. Entretanto, em nenhuma das turmas no qual a atividade foi aplicada o debate foi levantado. Segundo o sociólogo Christian Laval (2019), tais ideias podem indicar que,

O período neoliberal do capitalismo tende a mudar o vínculo entre diploma e valor pessoal reconhecido socialmente, tornando-o mais frouxo e impreciso. Numa época em que declara que o saber é um 'produto perecível' e as competências, objeto de uma 'destruição criativa' permanente, o título escolar e universitário tende a perder força simbólica (LAVAL, 2019, p.43).

Conforme o autor, atualmente, não faz mais sentido pensar na profissão relacionada ao sucesso profissional, assim como, o reconhecimento e estabilidade no emprego. Devido à sociedade neoliberal, cada vez mais, se investe na ideia de capital humano, onde os sujeitos são os principais responsáveis pelo seu sucesso, ou não, na vida profissional, amorosa, social, entre outras. Assim, possui um diploma, não é mais garantia de emprego e salário compatível, isso porque, estamos vivendo um período onde “há engenheiros que estão trabalhando como Uber” (RIBEIRO, 2021), entretanto não se trata de um problema referente à educação e sim como “um sinal de que a economia não está bem” (Ibid).

Na atividade, o conceito de função pode estabelecer “pontes entre comunicação como gráfico e comunicação algébrica, de forma que a construção dos gráficos segue procedimento conforme o tipo da relação funcional” (SANTOS; BARBOSA, 2017, p. 35). Nesse sentido, com a visualização é possível identificar os padrões do salário ao longo das horas e semanas trabalhadas, além de estabelecer a comparação entre os dois formatos de representação.

2.3 A resolução de problemas

A última atividade proposta na sequência didática, se refere a resolução de problemas. Ao realizar os passos organizados por Ribeiro (2010): I. Preparação do problema; II. Leitura individual do problema pelos alunos; III. Leitura em grupos do problema; IV. Resolução do problema; V. Observação e incentivo; VI. Registro das resoluções na lousa; VII. Plenária; VIII. Busca de consenso; IX. Formalização do conteúdo.

Ao receberem as atividades para resolução, os alunos começaram a debater sobre os salários estabelecidos no problema a fim de avaliar se correspondiam à realidade. Em seguida, após realizar as etapas II e III, reunidas em grupos, os estudantes se encaminharam para resolução dos problemas.

O primeiro problema, apresentava o valor cobrado por uma manicure em seus serviços, considerando o atendimento de poucos clientes de segunda à quinta e a alta demanda nas sextas-feiras e sábado. Muitos alunos demonstraram surpresa ao calcular o salário recebido pela manicure na questão 1, mostrando que a realidade de profissional autônomo é diferente e que é preciso atenção nos montantes diários e semanais para estabelecer o salário mensal desejado.

Figura 2 - Registro aluno C3 da resolução do problema 1

x	20.x	y
5	20.5	100 R\$
7	20.7	140 R\$
8	20.8	160 R\$
10	20.10	200 R\$
13	20.13	260 R\$
14	20.14	280 R\$

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Para melhor organização da resolução, o estudante acima resolveu utilizar da tabela para inserir e calcular os valores, ao passo que ela “organiza os dados de uma relação funcional em linhas ou colunas, de forma que os dados de entrada e os seus correspondentes dados de saída estejam na mesma coluna ou linha” (SANTOS; BARBOSA, 2017, p. 29).

No ponto V, ao perceber a dificuldade de alguns grupos em expressar o resultado de forma algébrica, foi preciso intervir questionando sobre as variáveis do problema e quais dependiam uma da outra.

De modo geral, com incentivo, os grupos conseguiram realizar a resolução dos problemas e se mantiveram motivados ao observar o conteúdo trabalhado nas aulas anteriores em uma situação do cotidiano. Em um pouco mais de um período, os grupos terminaram as atividades e foi possível seguir para o passo seguinte. A formalização na lousa, pelo grupo, foi de forma tranquila, como havia poucos alunos, houve a orientação de dois grupos apresentarem a resolução de cada problema. Em uma das turmas, duas meninas realizaram a atividade individualmente e obtiveram êxito. Elas demonstraram interesse, mesmo sozinhas, em apresentar a resolução do quadro e explicar para turma como encontraram o resultado.

Já com a apresentação da resolução do quadro, os alunos começaram a identificar as diferenças entre as resoluções de cada grupo e apontar quais os erros cometidos. Na etapa final, foi realizada uma articulação entre os conteúdos abordados na resolução, as teorizações em aula e a utilidade dos conteúdos no cotidiano. Os alunos demonstraram satisfação com a proposta ao apresentar na prática uma relação com o cotidiano. Os questionários finais, com intuito de fazer um balanço sobre as atividades realizadas, não foram produtivos como os primeiros. Acredita-se que o curto período de tempo entre um questionário e outro trouxe esta ineficiência. Em uma próxima atividade, talvez seja necessário optar por aplicar apenas um questionário, sendo ele no início ou no final para uma participação mais eficaz dos estudantes.

As respostas foram compostas em sua maioria por palavras de afirmação e/ou negação. Entretanto, cabe salientar que poucos alunos trouxeram uma avaliação mais elaborada sobre as atividades. As ideias mais citadas foram

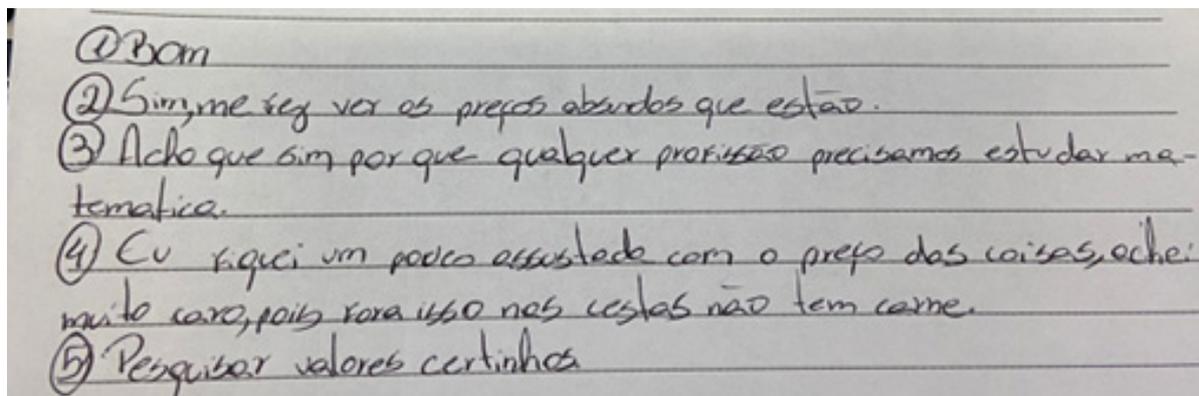
Quadro 4 - Palavras mais citadas na avaliação dos alunos

Trabalho em equipe	Valor do dinheiro	Gastos
Vida no futuro	Sabedoria sobre a realidade	Salários

Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Conforme a BNCC, o Ensino Médio deve possibilitar aos jovens “uma formação que, em sintonia com seus percursos e histórias, permita-lhes definir seu projeto de vida, tanto no que diz respeito ao estudo e ao trabalho” (BRASIL, 2018, p.463). Nessa perspectiva, a sequência didática contemplou o estabelecido pelo documento, permitindo uma formação para o futuro dos estudantes.

Figura 3 - Questionário final da aluna A4



Fonte: Elaborado pela autora (2023).

Conforme a figura, a aluna destaca para os aprendizados sobre a realidade, uma vez que ela não possuía noção sobre os preços dos alimentos e do custo de vida. A estudante destaca ainda sobre a atividade da etapa 1, a pesquisa da cesta básica e relação com o custo de vida, onde ela sinaliza os “preços absurdos” e ainda que na compra “não tem carne”.

A finalização da atividade nas duas turmas ocorreu de forma tranquila e conforme o esperado. Por vezes, houve falta de motivação da parte dos alunos, pois a atividade pertencia ao final do conteúdo do bimestre anterior e por consequência, eles não seriam avaliados por isso. Os pontos altos, foram as relações com o cotidiano e a utilidade prática dos conhecimentos em situações do dia a dia.

3 - CONCLUSÕES

Considerando os objetivos do trabalho, a proposta permitiu outro olhar para o planejamento do professor. Isso porque o termo “inédito”, por vezes, pode remeter a algo muito distinto da realidade de sala de aula. Ao passo que, foi possível perceber que apenas introduzindo o contexto dos alunos no problema, já pode trazer uma grande mudança em sala de aula, trazendo motivação para os estudantes.

Relacionar o conteúdo bimestral, já previsto para os alunos, com o tema mais fomentado pelos estudantes proporcionou uma experiência ímpar, para ambas as partes. Isso porque, um dos grandes desafios atuais na educação é propiciar a motivação para o aluno, principalmente na disciplina de matemática. Ainda cabe destacar que, ao contrário do que se pensava, foi bem fácil encontrar temas para se relacionar com o conteúdo. Em outras palavras, a prática ajudou a desmistificar a ideia de que elaborar um plano de aula diferenciado é difícil e ao observar os resultados, também foi possível constatar que há muitos benefícios, como o aumento da participação e motivação dos estudantes, bem como, auxilia na compreensão sobre a realidade.

Dentre as dificuldades, cabe destacar o trabalho com uma metodologia diferenciada. Ao passo que é necessário ter muita atenção aos passos que devem ser seguidos e a organização da turma, para a proposta

ficar clara e seja executada da melhor forma. Já a explicação sobre a resolução da atividade pelos grupos para a turma foi um dos pontos altos da proposta, ao permitir que os alunos estivessem em um lugar destaque, apresentando seus achados.

A realização dos questionários trouxe muitos benefícios na perspectiva docente, por permitir mapear os alunos individualmente, identificando sua relação com a matemática ao longo dos anos, dificuldades e visões de mundo. Cabe salientar que esta proposta pode ser realizada dentro de todas as disciplinas e para os diferentes níveis de ensino, trazendo mais significado e estreitando as relações entre professores e alunos. Como sugestão para propostas futuras, seria a implementação da pesquisa de preços em supermercados, para calcular o custo de vida mais próximo da realidade. Já a consulta do salário mínimo seria no segundo momento, para os alunos poderem estabelecer com mais autonomia a noção sobre o custo de vida.

Com relação às profissões, uma sugestão futura seria a pesquisa de campo sobre salário de diferentes profissionais, onde os alunos poderiam realizar entrevistas com profissionais de diferentes áreas e níveis para identificar seus salários, bem como comparar o valor real e o fornecido por sites de pesquisa.

Ao final do percurso, a proposta agregou novas perspectivas e ideias para elaboração de planejamentos que contemplem a realidade do aluno e coloquem os estudantes a buscar conhecimento e suas próprias estratégias na resolução de problemas. Por meio de atividades simples, como os questionários, a sala de aula se tornou um ambiente mais democrático e acolhedor para os alunos e professor, mostrando ser possível tornar os conteúdos e o aprendizado mais interessante.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.

BRITO, D. dos S.; ALMEIDA, L. M. W. de. **O conceito de função em situações de modelagem matemática**. Zetetike, Campinas, SP, v. 13, n. 1, p. 63–86, 2009. DOI: 10.20396/zet.v13i23.8646980. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8646980>. Acesso em: 7 nov. 2022.

CARDANO, Mario. **Manual de pesquisa qualitativa: A contribuição da teoria da argumentação**. Rio de Janeiro: Editora Vozes. 2017,

LAVAL, Christian. **A escola não é uma empresa: neoliberalismo em ataque ao ensino público**. São Paulo: Boitempo, 2019, 326 p

ONUCHIC, Lourdes de La Rosa; ALLEVATO, Norma Suely Gomes. **Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas**. Bolema, Rio Claro, v.25, n.41, p.73-98, dez. 2011.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas**. Rio de Janeiro: Editora Interciência, 2006

RIBEIRO, Marcos Vinícius. **O ensino do conceito de integral, em sala de aula, com recursos da história da Matemática e da resolução de problemas**. 2010. 324 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 2010.

SANTOS, G. L. D.; BARBOSA, J. C., **Como ensinar o conceito de função?**. Educação Matemática em Revista, Brasília, v. 22, n. 53, p. 27- 37, jan./mar. 2017

VALE, N. P. do. **Novo Ensino Médio: reflexões, expectativa, desafios e oportunidades**. Scientia Generalis, [S. l.], v. 3, n. 1, p. 134–143, 2022. Disponível em: <http://scientiageneralis.com.br/index.php/SG/article/view/392>. Acesso em: 7 set. 2022

DESVENDANDO AS ELEIÇÕES BRASILEIRAS DE 2022: UMA ABORDAGEM INOVADORA NA ESTATÍSTICA DO ENSINO MÉDIO

Rosane Beatriz da Cruz Pacheco Reis
Anderson Luís Jeske Bihain
Everson Jonatha Gomes da Silva
Cristiano Peres Oliveira
Francieli Aparecida Vaz
Leandro Blass

RESUMO

O estudo da estatística no ensino médio desempenha um papel crucial, proporcionando habilidades essenciais como a interpretação de informações em tabelas e gráficos, a compreensão de dados veiculados pela mídia e a capacidade de tomar decisões informadas. Este trabalho propõe uma abordagem diferenciada, introduzindo uma aula inédita em que os alunos são desafiados a explorar dados estatísticos relacionados às eleições brasileiras de 2022. O foco recai sobre a composição das bancadas legislativas do congresso, senado nacional e assembleia legislativa do estado do RS. Os alunos conduzem a coleta e o tratamento estatístico desses dados, organizando-os em tabelas e percentuais para classificar os candidatos eleitos segundo critérios como renda, raça, partido político e gênero. A representação final dos dados ocorre por meio da elaboração de posters, integrando gráficos e tabelas que delineiam a distribuição de cadeiras nas bancadas, destacando suas características. A eficácia do plano de aula é evidenciada pelo engajamento dos alunos, que exploram instrumentos tecnológicos e materiais didáticos, demonstrando habilidade em relacionar a teoria estatística básica ao cotidiano e à sua realidade.

Palavras-chave: Estatística básica; Investigação; Material Concreto.

1 - INTRODUÇÃO

Este estudo apresenta o planejamento e implementação de uma aula de Matemática destinada a estudantes do terceiro ano do Ensino Médio em uma escola estadual de Porto Alegre/RS. A proposta inovadora foca no ensino de estatística básica, utilizando metodologias investigativas e material concreto promovendo o ensino de estatística de maneira lúdica, integrando teoria e prática. Conforme destaca Maranhão (1991), a conexão entre teoria e prática é essencial para uma compreensão abrangente do conteúdo.

Diante das dificuldades enfrentadas pelos alunos no estudo da estatística, busca-se, através dessa abordagem, promover a aprendizagem de maneira lúdica, integrando teoria e prática. Conforme destaca Maranhão (1991), a conexão entre teoria e prática é essencial para uma compreensão abrangente do conteúdo, evitando visões parciais.

A aula, centrada na análise estatística dos resultados das eleições de 2022, objetiva coletar, organizar e analisar dados, além de aprofundar os conhecimentos sobre temas pertinentes ao contexto eleitoral.

A estrutura do trabalho contempla uma revisão bibliográfica na segunda seção, abordando a BNCC, o uso de materiais didáticos concretos, atividades investigativas e a justificativa do estudo estatístico. A terceira seção apresenta os planos de aula, seguido pela análise dos resultados, incluindo características das turmas e perfil dos estudantes. A quarta seção traz as conclusões, encerrando com as referências bibliográficas utilizadas.

2 - METODOLOGIA

A inter-relação da Estatística com diversas disciplinas é crucial, sendo fundamental na Genética, Economia, Ciências Sociais, Engenharia Industrial, Administração, Programação, Medicina, Psicologia, História, e em diversas outras áreas (Bonjorno, Giovanni Jr e Câmara, 2020). A BNCC destaca a importância de habilidades estatísticas para interpretar informações veiculadas pela mídia e promover o pensamento crítico, contribuindo para a formação de cidadãos críticos (BRASIL, 2017, p. 527).

A BNCC enfatiza o uso de estratégias matemáticas (Competência 1 e Habilidade EM13MAT102) para interpretar informações estatísticas na mídia. A Competência 2 incentiva ações investigativas, como pesquisas amostrais (Habilidade EM13MAT202), enquanto a Competência 4 destaca a compreensão flexível de registros matemáticos, incluindo os estatísticos (Habilidade EM13MAT406). O estudo da Estatística e a avaliação crítica de informações contribuem para desenvolver habilidades de argumentação consistente.

Para a realização desse trabalho uma atividade em sala de aula foi proposta. Para isso, primeiramente foram considerados os objetivos do ensino de estatística conforme a Base Nacional Comum Curricular (BNCC). A abordagem do tema proposto foi feita por meio da utilização de materiais didáticos concretos, visando promover uma aprendizagem mais significativa. Ao término da aula, procedeu-se à análise qualitativa da produção dos alunos para avaliar a eficácia da metodologia empregada.

2.1 Materiais didáticos:

Os materiais didáticos concretos são elementos físicos empregados em sala de aula para facilitar o aprendizado, sendo especialmente úteis no ensino para crianças. Estes materiais incluem blocos de montar, formas geométricas, jogos educativos, modelos em tamanho real de órgãos do corpo humano, entre outros. D' Ambrosio (2001, p.37) destaca a importância da prática de ensino em sala de aula como a forma por excelência de aprimoramento da ação educativa.

Da aula inédita, espera-se que, proporcione reflexões sobre a relevância do uso de materiais didáticos concretos no ensino da Matemática, visando contribuir para a aplicabilidade prática e promover uma aprendizagem significativa dos conceitos matemáticos. Oliveira (2005, p.35) ressalta a responsabilidade dos educadores matemáticos em desenvolver o raciocínio lógico, estimular o pensamento independente e pro-

mover a resolução de problemas.

Diante do contexto apresentado, é essencial que, ao longo dos anos, os alunos desenvolvam o raciocínio lógico por meio de alternativas que facilitem o processo de ensino-aprendizagem, utilizando recursos didáticos que auxiliem os professores em sua prática educativa. A utilização dessas ferramentas no processo de ensino-aprendizagem é altamente significativa na prática. Cada professor, ao se empenhar em fazer a diferença no ensino, pode aplicar a teoria de maneira prática, aproximando os conteúdos da realidade dos alunos. Isso facilita a compreensão dos conceitos estudados, permitindo que tanto o professor quanto o aluno construam seu conhecimento matemático, fazendo uso de recursos disponíveis a seu favor.

2.2 Atividades Investigativas:

As atividades investigativas no ensino representam um método pedagógico que permite o desenvolvimento de habilidades de pensamento crítico e pesquisa, além da aplicação do conhecimento em situações reais. Elas iniciam com uma pergunta ou problema que os alunos investigam em grupos, coletando dados, analisando informações e chegando a conclusões. Gil (2008) destaca etapas básicas como planejamento, coleta de dados, organização e análise, interpretação e discussão dos resultados, conclusão e recomendações. Cada projeto pode apresentar particularidades e incluir outras etapas conforme as necessidades do estudo (Santos & Silva, 2016).

O ensino de estatística desempenha um papel fundamental na compreensão da sociedade e do mundo, capacitando os estudantes a coletar, organizar, analisar e interpretar dados para embasar decisões. Segundo Silva & Batista (2010), as atividades investigativas são uma maneira eficaz de desenvolver habilidades estatísticas, proporcionando uma compreensão mais profunda do mundo ao redor dos alunos.

Assim, as atividades investigativas são cruciais para tornar o ensino de estatística mais significativo e envolvente. Desafiados a coletar, organizar e analisar dados, os alunos desenvolvem habilidades analíticas e críticas, fortalecendo suas competências estatísticas e aprimorando seu interesse e compreensão sobre o assunto (Santos, 2013; Garcia & Oliveira, 2016). Este entendimento será essencial para a construção do plano de aula de estatística, a ser abordado na próxima seção.

2.3 Planejamento das atividades:

A estatística, como ramo da matemática, desempenha um papel crucial no desenvolvimento do pensamento analítico e crítico dos estudantes. Neste capítulo, abordaremos conceitos fundamentais e práticos que preparam os alunos para atividades investigativas, seguindo as referências de Bonjorno, Giovanni Jr, Paulo Câmara (2020) e Eduardo Chavantes e Diego Prestes (2020).

Na análise estatística, etapas como definição do problema, planejamento, coleta, correção e apresentação dos dados são essenciais. Nesse contexto, a importância da estatística nas esferas social, econômica e demográfica será evidenciada, utilizando o IBGE como exemplo da aplicação prática desses métodos.

A compreensão dos termos-chave, como população (todos os elementos estudados), amostra (parcela representativa) e variável (característica analisada), será a base para explorar a estatística de maneira significativa. Diferenciaremos variáveis qualitativas (ordenadas ou não) e quantitativas (contínuas ou discretas).

Além disso, a representação gráfica é uma ferramenta valiosa na estatística. Exploraremos tipos de gráficos, como de barras, setores, linha e histograma, ressaltando a relação direta com tabelas estatísticas. A escolha do gráfico apropriado dependerá da simplicidade, clareza e veracidade das informações.

O plano de aula inovador foi desenvolvido com o objetivo de elevar o aprendizado em Estatística a um novo nível. A proposta concentrou-se em uma pesquisa sobre as Eleições de 2022, envolvendo alunos organizados em grupos para aplicar métodos estatísticos na análise de dados. Realizado de 25 de outubro a 3 de novembro de 2022, o plano foi implementado nas turmas 3C, 3D e 3E do 3º ano do Ensino Médio no Colégio Estadual Dr. Glicério Alves, localizado em Porto Alegre.

Para o desenvolvimento das atividades serão adotados materiais concretos para representar dados e será incentivado que os alunos empregem estratégias matemáticas na análise de questões diversas. Através da exploração de tabelas, gráficos e amostras estatísticas, os alunos não apenas compreenderão as etapas de uma pesquisa, mas também desenvolverão habilidades para construir argumentos consistentes. Cada grupo irá receber recursos como folhas de ofício, cartolina e acesso a dispositivos eletrônicos da escola para executar as atividades propostas. A aula foi estruturada em diferentes momentos, proporcionando uma experiência abrangente aos alunos.

Primeiro Momento: Temas e Divisão de Grupos

No início da aula, as turmas serão divididas em grupos, cada um com um tema específico para pesquisa:

a) 3C: Câmara dos Deputados no Congresso Nacional (2023)

Composição por partidos

Composição por etnia

Composição por gênero

Composição por patrimônio declarado

Composição por faixa etária

Composição por estados

b) 3D: Deputados na Assembleia Legislativa do Rio Grande do Sul (2023)

Composição dos partidos

Composição de etnia

Composição de gênero

c) 3E: Senadores, Bens Declarados (2023) e Câmara dos Vereadores de Porto Alegre

Composição do Senado por partidos

Bens declarados dos candidatos à Presidência

Bens declarados dos candidatos a governador do RS
Composição dos vereadores por partido de Porto Alegre
Composição de etnia e gênero dos vereadores de Porto Alegre

Segundo Momento: Coleta de Dados

Cada grupo conduzirá pesquisas sobre seus respectivos temas, utilizando celulares ou Chromebooks fornecidos pela escola. É crucial que os dados coletados sejam registrados de maneira organizada, e a professora discutirá com os grupos as possíveis abordagens, destacando a utilização de tabelas. É essencial ressaltar aos alunos que, ao empregar tabelas de frequência relativa, a soma de todas as frequências observadas deve totalizar 100%. A professora estará à disposição para auxiliar os alunos na clarificação de quaisquer dúvidas que possam surgir.

Posteriormente, serão apresentadas situações em que a exposição de dados em tabelas de frequência está associada a classes ou intervalos. A professora poderá exemplificar com diferentes casos, comparando registros absolutos e em classes, e conduzirá a discussão para que os alunos concluam quando é mais eficiente ou apropriado utilizar um ou outro tipo de registro.

Terceiro Momento: Análise e Apresentação

Ao conduzir pesquisas estatísticas, a representação dos dados por meio de gráficos é uma prática frequente. A discussão sobre a escolha de diferentes tipos de gráficos, suas motivações e implicações, poderá ocorrer entre a professora e os alunos. Os gráficos, com suas técnicas de desenho, cores e formas, oferecem uma visualização rápida e viva dos fenômenos estudados, facilitando a interpretação de relações entre variáveis. Importante notar que os gráficos devem complementar, não substituir, as tabelas estatísticas, mantendo requisitos fundamentais como simplicidade, clareza e veracidade.

Na Estatística, ao buscar informações e conclusões relevantes, é crucial atentar para os conceitos estudados. As pesquisas eleitorais exemplificam a aplicação desses conceitos, destacando elementos como margem de erro, estatística, probabilidade e incerteza.

Nesta etapa a professora poderá ajudar os alunos a problematizar temas transversais, como Partido, Etnia, Gênero, Patrimônio, Faixa Etária e Estado, no contexto escolar, transcende o estudo da estatística especificamente. A abordagem desses temas em todas as disciplinas contribui para a compreensão da realidade social, proporcionando uma integração significativa para os alunos. Ao promover o diálogo e reflexão sobre esses assuntos, o professor auxilia no desenvolvimento da autonomia, cidadania, cooperação e respeito às diferenças.

3 - RELATO DE EXPERIÊNCIA

Nesta seção, descreveremos como as aulas foram conduzidas e analisaremos os resultados obtidos

com o desenvolvimento das atividades propostas.

A aula abrangeu três turmas, realizada de 25 de outubro a 03 de novembro de 2022, com uma duração de seis períodos de cinquenta minutos para cada turma. A abordagem investigativa revelou-se benéfica para o processo de aprendizagem. Os alunos demonstraram maior envolvimento, participando ativamente na busca por novos conhecimentos, desenvolvendo autonomia e compreendendo os conceitos de Estatística em contextos práticos.

A preparação das aulas foi essencial para o sucesso da atividade. Inicialmente, houve a seleção da tarefa, definição de objetivos para os alunos, organização dos grupos e escolha dos materiais necessários. No primeiro momento, ocorrido de 10 a 24 de outubro, os conceitos estatísticos foram introduzidos, abrangendo temas como população, amostra, variância, frequência e gráficos. Durante seis períodos de cinquenta minutos para cada turma, os alunos realizaram atividades práticas, construindo tabelas e estabelecendo relações entre frequências absolutas e relativas. Todos os alunos participaram ativamente, demonstrando entusiasmo, especialmente devido à proximidade do Enem e à necessidade de compreender conceitos básicos de Estatística. A definição do escopo do estudo estatístico, com ênfase nos cálculos de frequências absolutas e relativas, gerou questionamentos construtivos, indicando o interesse dos alunos.

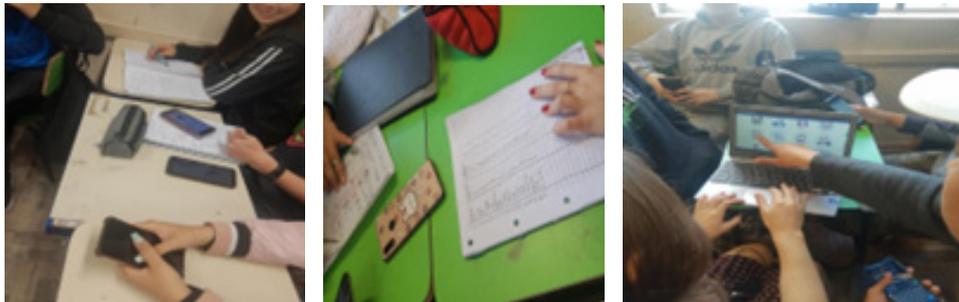
Após a solicitação para a realização das atividades, os alunos foram organizados em grupos, e os temas foram sorteados pela professora em cada turma. Este primeiro momento estabeleceu as bases para as etapas subsequentes, evidenciando o engajamento dos alunos e a eficácia da abordagem investigativa no aprendizado dos conceitos estatísticos.

No segundo momento, os alunos iniciaram a pesquisa sobre os temas das eleições de 2022, verificando sempre a confiabilidade das fontes de informação escolhidas. Os materiais utilizados incluíam cadernos para anotações, canetas, celulares ou Chromebooks.

Ao analisar cada grupo, ficou evidente o impacto positivo da abordagem inédita, com os alunos demonstrando compreensão do processo. A professora fez poucas intervenções, pois os alunos, compreendendo o método, conduziram a coleta de dados, a realização de cálculos e a escolha de gráficos de forma autônoma.

Destaca-se a diferença de desempenho entre as turmas. A turma 3C, com uma participação quase integral dos 28 alunos, demonstrou notável empenho na pesquisa, discussão, coleta de dados, e na escolha e execução de gráficos. A turma 3D, com 15 alunos, mostrou menor envolvimento, requerendo mais intervenções da professora para manter o foco na pesquisa. Já a turma 3E, composta por 18 alunos determinados, criativos e participativos, realizou as atividades de forma tranquila, compreendendo o propósito da aula.

Figura 1 – Pesquisa e catalogação dos dados estatísticos.



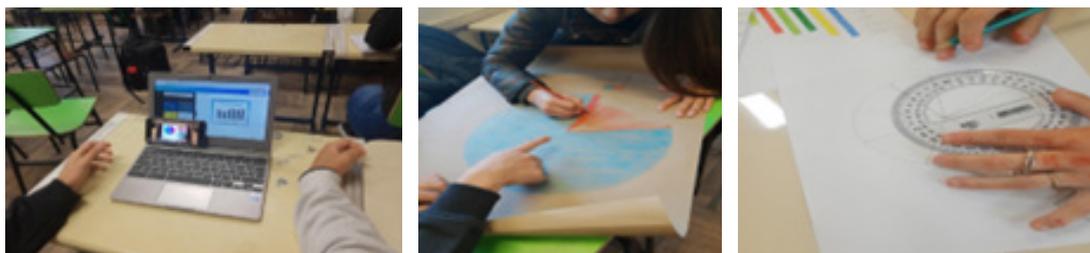
Fonte: Autora, 2024

No terceiro momento, os grupos finalizaram os cálculos de frequência e preencheram a tabela. A professora, destacando a representação gráfica, orientou os alunos sobre o uso do gráfico de barras (horizontal ou vertical) ou colunas para visualizar e comparar valores, e do gráfico de setores para facilitar a visualização.

Durante a construção, a professora realizou intervenções, especialmente no uso do transferidor para garantir precisão nas representações.

Cada grupo tomou decisões autônomas na escolha do tipo de gráfico, baseando-se nos resultados da tabela. O destaque foi a representação visual em cartolinas, com a turma 3C apresentando diferenciais tecnológicos, utilizando Excel e Canva. A turma 3D teve algumas dúvidas na construção do gráfico de setores, resolvidas com a intervenção da professora. A turma 3E, apesar de enfrentar alguma dificuldade com o transferidor, concluiu a tarefa com sucesso.

Figura 2 – Alunos elaborando os gráficos.



Fonte: Autora, 2024

O uso de tecnologia e a representação visual contribuíram para um resultado significativo na construção dos gráficos, destacando-se a autonomia dos alunos na tomada de decisões quanto às melhores representações gráficas. Os alunos conduziram uma pesquisa abrangente sobre as Eleições de 2022, apresentando os resultados em cartazes que foram expostos no saguão do colégio. Cada turma compartilhou suas descobertas, destacando a importância de compreender a composição das casas legislativas.

No grupo da Turma 3C, os alunos abordaram a composição da Câmara dos Deputados para 2023, analisando-a por partidos. Observaram as quantidades de cada partido e exploraram as possíveis influências nos resultados do segundo turno, dependendo do candidato vencedor. Além disso, examinaram a composi-

ção étnica, questionando a predominância de brancos e destacando a falta de representatividade de outras raças.

Figura 3 – Algumas representações elaboradas pela turma 3C.



Fonte: Autora, 2024

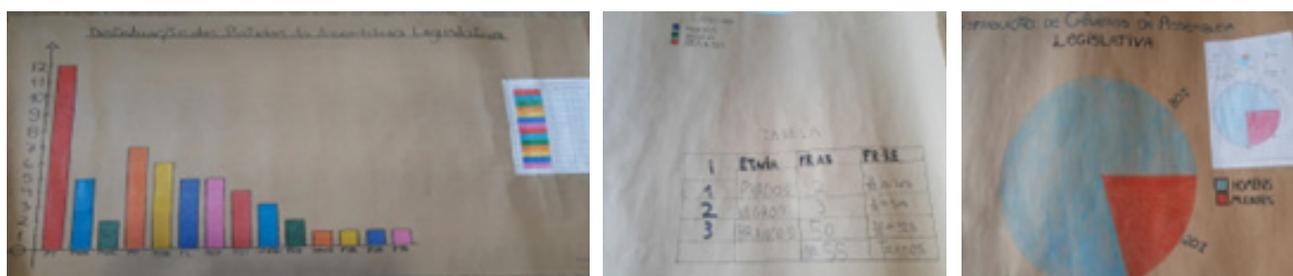
No mesmo grupo, a pesquisa abrangeu a composição por gênero na Câmara dos Deputados, onde as alunas expressaram surpresa com o número reduzido de mulheres na representação política. Elas discutiram as questões de machismo na política e em outras profissões, mantendo a esperança de uma mudança futura.

O grupo também investigou a composição com base nos bens declarados dos candidatos, concluindo que a influência financeira pode determinar a permanência no poder.

Quanto à faixa etária na Câmara dos Deputados, os alunos brincaram com a ideia de uma representação dominada por políticos mais velhos. Contudo, ao concluírem a pesquisa, destacaram que 50% dos representantes estavam na faixa de 46 a 65 anos, com uma presença mínima de representantes mais jovens. Além, disso um dos grupos pesquisou sobre a composição por estados na Câmara dos Deputados, tendo os alunos verificado os estados que apresentaram mais candidatos, discutindo os benefícios associados a cada representante. Eles concluíram que São Paulo tinha o maior número de representantes.

Na Turma 3D, os alunos focaram na composição da Assembleia Legislativa do Rio Grande do Sul para 2023, destacando a representação por partido e a influência nas eleições em processo para o segundo turno. Além disso, exploraram a composição étnica, notando uma melhoria em relação a eleições anteriores. Um dos grupos da Turma 3D que pesquisou sobre a composição de gênero na Assembleia Legislativa do RS destacou que apenas 20% eram mulheres, expressando a esperança de uma maior representação feminina no futuro.

Figura 4 – Algumas representações elaboradas pela turma 3D.

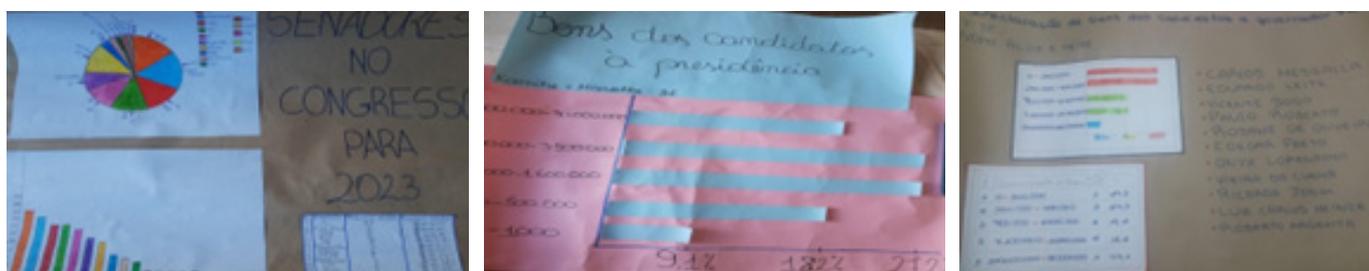


Fonte: Autora, 2024

Na Turma 3E, a pesquisa abrangeu a composição do Senado para 2023, representada graficamente para uma análise comparativa fácil. Os alunos exploraram a quantidade de partidos no Senado e suas representações respectivas. A pesquisa sobre os bens declarados dos candidatos à Presidência e ao governo do RS também foi realizada, incluindo análises gráficas.

Além disso, o grupo da Turma 3E que pesquisou sobre a composição da Câmara de Vereadores de Porto Alegre para 2021 analisou a quantidade de partidos na câmara. A pesquisa também explorou a composição étnica e de gênero, destacando mudanças ao longo das eleições, especialmente um aumento na representação feminina.

Figura 5 – Algumas representações elaboradas pela turma 3E.



Fonte: Autora, 2024

A pesquisa eleitoral do 3º ano do Ensino Médio foi uma experiência inovadora e impactante. Os resultados positivos refletiram um entendimento profundo dos conceitos estatísticos, evidenciando a participação ativa dos alunos nas eleições e a compreensão da distribuição das cadeiras legislativas.

A abordagem colaborativa com celulares e Chromebooks proporcionou aulas concentradas e descontraídas, revelando que essas tecnologias vão além das redes sociais. O tema transversal das eleições ampliou o interesse pelos aspectos políticos e sociais, estimulando atitudes como empenho, participação ativa e respeito ao pensamento do colega.

O retorno expressivo dos alunos destacou a apreciação dos recursos utilizados, incluindo a inovação do uso de transferidores. O engajamento nas discussões durante as aulas de matemática proporcionou uma compreensão mais profunda de suas opiniões e perspectivas. Em geral, os alunos demonstraram uma compreensão crítica e aprofundada da representação política, abordando questões cruciais como diversidade étnica, de gênero, faixa etária e influência financeira. Suas conclusões evidenciam uma consciência aguçada das desigualdades presentes e da necessidade de uma representação política mais inclusiva.

4 - CONCLUSÕES

A execução do plano de aula foi satisfatória, com os alunos demonstrando interesse e participação efetiva. O uso de tecnologias, aliado a uma metodologia investigativa, proporcionou um aprendizado mais engajado e eficaz. A relação entre a Estatística básica e situações do cotidiano, como as Eleições de 2022,

destacou a importância desses conceitos na compreensão do mundo que os rodeia.

A proposta inovadora da aula não apenas reforçou os conceitos estatísticos, mas também capacitou os alunos a realizar pesquisas e interpretar dados de maneira crítica. A experiência evidenciou que a abordagem investigativa, aliada a temas de interesse geral, é tão valiosa quanto a prática tradicional, incentivando um aprendizado mais autêntico.

Considera-se que a aula inédita foi bem-sucedida, promovendo uma atmosfera dinâmica e interativa. Para futuros trabalhos, sugere-se explorar outras temáticas e tipos de dados, mantendo o uso das tecnologias como ferramenta facilitadora. A experiência revelou-se enriquecedora tanto para os alunos quanto para a professora, indicando a viabilidade e a relevância de abordagens inovadoras no ensino de Estatística. A intenção é repetir a experiência com ajustes, pensando sempre na incorporação eficaz das tecnologias e na maximização do aprendizado dos alunos.

REFERÊNCIAS

BONJORNO, José Roberto; JÚNIOR, José Ruy Giovanni; CÂMARA, Paulo Roberto. Prisma matemática: estatística, combinatória e probabilidade. São Paulo: Editora FTD, 2020.

BRASIL, Ministério da Educação e Desportos. Secretária da Educação Fundamental. Parâmetros curriculares nacionais: Matemática. Brasília : MEC/SEF, 1997.

CHAVANTE, Eduardo; PRESTES, Diego. Quadrante matemática e suas tecnologias: estatística, probabilidade e matemática financeira. São Paulo: Editora SM, 2020.

GARCIA, R. & OLIVEIRA, J. Uso de Atividades Investigativas no Ensino de Estatística. Revista Brasileira de Educação em Ciências, vol. 17, nº 2, 2016.

GIL, A. C. Metodologia da Pesquisa Científica. São Paulo: Atlas., 2008.

MARANHÃO, Maria Cristina Souza de Albuquerque. Matemática. São Paulo: Cortez. 1991. (Coleção magistério 20 graus, série formação geral)

OLIVEIRA, Djalma de Pinho Rebouças de. Planejamento estratégico: conceitos, metodologia e práticas. 22. ed. rev. e ampl. São Paulo: Atlas, 2005.

SANTOS, J. Atividades Investigativas no Ensino de Estatística. Revista Brasileira de Educação, vol. 18, nº 56, pp. 12-24, 2013.

SANTOS, J. & SILVA, L. Projetos Investigativos: uma alternativa para o ensino de Ciências. Revista Brasileira de Educação em Ciências, vol. 17, 2016.

SILVA, L. & BATISTA, A. Estatística Aplicada à Educação. São Paulo: Editora Atlas, 2010.

MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA METODOLOGIA PARA APLICAÇÃO DE FUNÇÕES EXPONENCIAIS

Sâmela Taís Gonzalez do Prado
Cristiano Peres Oliveira
Anderson Luis Jeske Bihain
Everson Jonatha Gomes da Silva
Francieli Aparecida Vaz
Leandro Blass

RESUMO

A aplicação desta atividade teve como objetivo verificar como a modelagem matemática pode contribuir para a aprendizagem da função exponencial de alunos do Ensino Médio de uma escola do município de Alegrete/RS. Em consonância com o já citado a metodologia utilizada foi a modelagem matemática que se caracteriza por moldar um problema do mundo real com base em habilidades e conceitos matemáticos. Deste modo, aplicou-se com os alunos um experimento de simulação de despoluição de um lago, o qual os estudantes por meio de um relatório relatam suas percepções, hipóteses e possíveis soluções em relação ao problema. Conclui-se que a modelagem matemática contribuiu positivamente no processo de ensino aprendizagem dos estudantes do Ensino Médio com ênfase no estudo da aplicação de funções exponenciais.

Palavras-chave: modelagem; matemática; experimento; função; despoluição.

1 - INTRODUÇÃO

O entender ou o saber matemático vai muito além do que apenas realizar cálculos, fórmulas ou equações. O ensino de matemática assim, como de qualquer outra área deve estar atrelado ao cotidiano dos alunos. A partir da prática escolar o estudante deve ser capaz de utilizar as ferramentas matemáticas em situações reais. A relação de manipular os objetos matemáticos e não apenas aceitá-los como qual foi transferido pelo professor torna a aprendizagem matemática um processo que, além de agregar conhecimento, traz um caráter crítico e reflexivo para o estudante. A modelagem matemática é uma metodologia com o poder de fazer com que o aluno utilize seus conhecimentos matemáticos em um problema real. Deste modo, o objetivo deste estudo foi verificar como a modelagem matemática poderia contribuir no estudo da função exponencial.

Consoante com a (BNCC, 2018), o professor em sua prática tem a possibilidade de relacionar os conteúdos de matemática contidos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) com questões da realidade, por meio de diversas metodologias. Diante disso, a modelagem matemática foi utilizada como metodologia deste trabalho, visando modelar um problema da vida real, permitindo aos estudantes a criação de hipóteses sobre possíveis soluções e chegar à conclusões fazendo uso da matemática (MALAGUTTI; GIRALDO, 2013).

Dado o exposto, formulou-se o seguinte questionamento: Como a modelagem matemática pode contribuir na aprendizagem dos alunos do Ensino Médio na resolução da função exponencial e construção de seu gráfico? Por meio do experimento pretendia-se desenvolver habilidades matemáticas dos estudantes partindo de uma situação real; resolver funções exponenciais e construção de seus gráficos. O interesse sobre este tema surgiu após a realização da disciplina de Conteúdo e Prática do Curso de Especialização em Matemática no Ensino Médio (Matemática na Prática).

O relato aqui apresentado trata-se da aplicação do experimento de despoluição de um lago, permitindo por meio de um modelo matemático estudar a função exponencial e seu gráfico. Além de, proporcionar reflexões sobre poluição e meio ambiente entre os envolvidos na atividade.

2 - RELATO DE EXPERIÊNCIA

O proposto pelo experimento adequa-se perfeitamente ao apresentado na BNCC, pois no documento (BRASIL, 2018) está escrito que os estudantes precisam ser estimulados a pensar, formular e resolver variados problemas em diferentes contextos, explorando sua autonomia e os conhecimentos matemáticos já adquiridos, além de desenvolver as habilidades de investigar, construir modelos matemáticos e solucionar situações problemas. Salaria ainda que os estudantes “devem mobilizar seu modo próprio de raciocinar, representar, comunicar, argumentar e, com base em discussões e validações conjuntas, aprender conceitos e desenvolver representações e procedimentos cada vez mais sofisticados.” (BRASIL, 2018, p. 529).

Acredita-se que ao desenvolver e aplicar tais capacidades matemáticas em situações do cotidiano o indivíduo torna-se letrado matematicamente, o que favorece sua prática social. Assim, entende-se que o ensino de matemática, deve tornar o aluno protagonista da sua própria aprendizagem, o professor sai do papel de detentor do conhecimento para mediador, buscando junto ao aluno estratégias de resoluções de problemas, permitindo que o discente desenvolva sua autonomia e que por meio de problemas, construções e investigações, relacionadas ao seu contexto, seja capaz de fazer uso de suas habilidades matemáticas e aperfeiçoá-las.

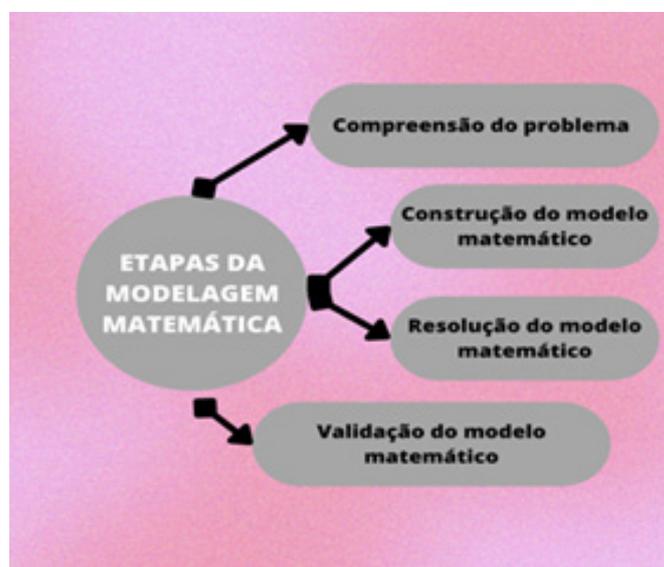
Ao abordar o tema despoluição de um lago e construir um modelo matemático que o identifique, leva-se para sala de aula uma situação problema que está presente na nossa realidade, pois é possível associar com elementos existentes na vida real e até mesmo em nossa região. Deste modo, a modelagem matemática provoca um estreitamento do conteúdo com elementos conhecidos pelos alunos, possibilitando ao educando a capacidade de formular, interpretar, resolver e avaliar determinadas situações, assim como a oportunidade da descoberta. De acordo com Malagutti e Giraldo a modelagem matemática se define da seguinte maneira:

A Modelagem Matemática é um processo dinâmico no qual queremos estudar um problema real, utilizando ferramentas matemáticas adequadas. A análise de um modelo matemático permite-nos entender melhor o comportamento de um fenômeno no presente e, sobretudo, prever o que poderá acontecer no futuro (às vezes, por um período grande de tempo). (MALAGUTTI; GIRALDO, 2013, p. 28)

A atividade foi aplicada em uma escola estadual no município de Alegrete/RS localizada no bairro Centenário, composta por aproximadamente 760 alunos com uma turma do 1º ano do Ensino Médio composta por 30 alunos. O experimento proposto tratava-se de um problema do mundo real simulando a despoluição de um lago e questionando possíveis hipóteses como: “se um lago que estava com a água límpida, voltaria a se tornar totalmente limpo depois de ter recebido um poluente?”.

A fim de que ocorresse um processo dinâmico de analisar um problema real por meio de ferramentas matemáticas a atividade foi orientada pelas quatro etapas da modelagem matemática descritas por Malagutti e Giraldo (2013): Compreensão do problema; Construção do modelo matemático; Resolução do modelo matemático e Validação do modelo. A seguir a Fig. 1 apresenta as etapas seguidas nesta experiência.

Figura 1- Etapas da modelagem matemática



Fonte: Autora 2023

Assim, descreve-se a seguir um pouco do que se refere a cada etapa, de acordo com o trabalho de Malagutti e Giraldo (2013).

Etapa 1 - Este momento é de apropriação do problema e dos elementos que o compõem, estudar sobre a questão, analisar dados e conversar com pessoas de outras áreas do conhecimento para um melhor entendimento.

Etapa 2 - Representação do problema, esta representação é um recorte da realidade, em que podemos realizar algumas simplificações, escolha de variáveis relevantes.

Etapa 3 - Para resolução do modelo matemático é preciso utilizar algumas técnicas de resolução que segundo Malagutti e Giraldo (2013) se destacam as algébricas e as geométricas.

Etapa 4 - De acordo com Malagutti e Giraldo nesta etapa ocorre o processo de validação do modelo

matemático “Este processo consiste na comparação entre a solução obtida e os dados reais.” (MALAGUTTI e GIRALDO, 2013, p. 29).

Entende-se que ao seguir as etapas propostas pelos pesquisadores citados anteriormente, a dinâmica se torna mais compreensível. Visando analisar possíveis resultados e resoluções de uma determinada situação, constrói-se um modelo matemático. De acordo com o seu objetivo o grau de complexidade pode ser maior, envolvendo fórmulas e equações matemáticas, além de requerer alguns conhecimentos prévios matemáticos básicos.

Compreensão do problema do mundo real

Baseados nas etapas de Malagutti e Giraldo (2013) a turma de 30 alunos foi dividida em cinco grupos. Cada grupo recebeu um relatório composto por um texto introdutório, passo a passo do experimento de despoluição, alguns questionamentos a serem respondidos pelo grupo e espaços para que realizassem cálculos. O texto introdutório contava a história de um lago que tinha sido poluído e que por meio dos seres vivos que viviam nele, uma equipe de biólogos e outros profissionais criou-se uma rede colaborativa para que ele fosse se despoluindo aos poucos. A seguir o texto era uma vez um lago.

Era uma vez um lago. E um povo que vivia no entorno deste lago... Nele, as crianças brincavam, os adultos nadavam e todos conviviam muito bem com a fauna e a flora que ali havia. Os mais velhos pescavam e do lago tiravam boa parte do seu sustento. Mas o progresso chegou. E a cidade em torno do lago cresceu, cresceu, cresceu... Mas cresceu de forma desordenada. Não é difícil imaginar onde foi parar o esgoto de toda a população... Percorreu o caminho mais fácil. E foi parar, obviamente, no lago! O tempo foi passando... E a situação foi piorando... Até se tornar insustentável! Ninguém mais podia nadar ou pescar. Assim, biólogos, engenheiros e arquitetos formaram uma equipe para contornar o problema e propor soluções. A partir daí, o lago recebeu os cuidados de que precisava e os problemas que o homem causou, o próprio homem tentou resolver. Será que o lago poderá voltar a ser exatamente como era?(MALAGUTTI e GIRALDO, 2013 p.)

Os materiais para o experimento foram solicitados com uma semana de antecedência e se tratava de materiais de fácil acesso, o que não traria dificuldades adicionais aos estudantes. Para realizar a simulação de despoluição do lago eram necessárias três garrafas pets de 2,5 a 3 litros, dois copos de 200 mililitros (ml) cada, um copo com capacidade de 200 ml preparado com café e uma bacia ou balde para descarte da água (por grupo).

Construção do modelo matemático

Inicialmente, foi entregue a cada grupo o relatório já citado anteriormente que iniciava com o *check list* dos materiais que cada equipe deveria ter para dar início ao procedimento, lembrando que estes materiais foram solicitados aos alunos uma semana antes da data prevista da realização. Depois de conferir os materiais, realizou-se a leitura do texto “Era uma vez um lago”, logo após cada grupo realizou a leitura novamente. No decorrer do relatório surgiram alguns questionamentos como: “Será que o lago poderá voltar a

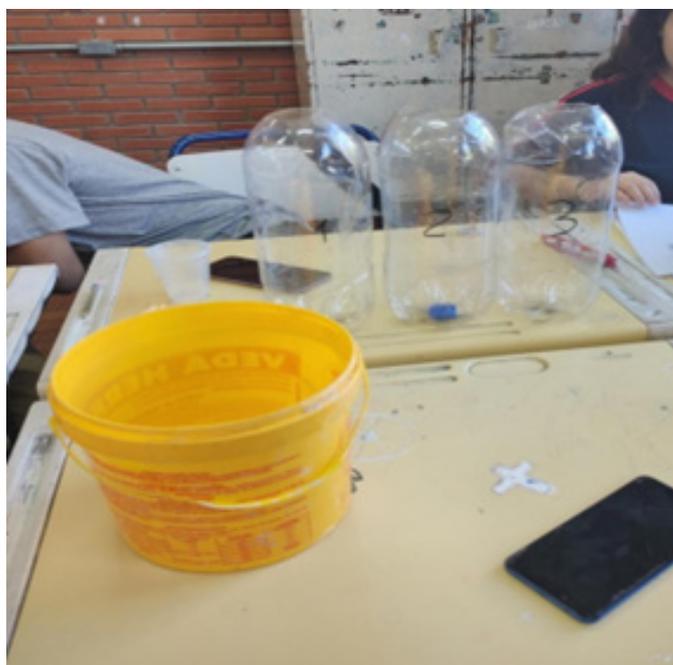
ser exatamente como era?” Os cinco grupos responderam que não, não tinha como o lago voltar ao normal uma vez que foi poluído.

Assim foi solicitado aos alunos que imaginassem, por exemplo, um habitat formado por um lago de águas límpidas, onde vivem diversas espécies de vegetais e animais, supondo também que assim como o lago da história tivesse recebido uma grande carga de poluente e que no decorrer do tempo, haveria um processo de despoluição natural, promovido pelos seres vivos pertencentes desse habitat.

O objetivo do experimento de despoluição de um lago era despertar o interesse do aluno sobre uma situação nova, para que entendessem a matemática na prática, nas palavras de Biembengut seria “um caminho para despertar no aluno o interesse por tópicos matemáticos que ainda desconhece ao mesmo tempo em que aprende a arte de modelar, matematicamente” (BIEMBENGUT 1990, p. 36). O passo a passo da simulação estava no relatório com imagens complementares dos procedimentos a serem realizados por cada grupo.

No primeiro momento os alunos organizam os recipientes: o recipiente um representava o lago modelo, o recipiente dois o reservatório com água limpa para abastecer o lago modelo e no recipiente três estava o produto poluente. Devido ao tempo, solicitamos aos estudantes que trouxessem os recipientes cortados e organizados.

Figura 2: Organização dos recipientes



Fonte: autora (2022)

Para elaboração do poluente, foram dissolvidos em um copo de 200 ml de água certa quantia de pó de café, este café preparado foi misturado com a água do recipientes três, representando assim o poluente a ser descartado no lago modelo.

Figura 3: Simulação do lago poluído

Fonte: autora (2022)

Do recipiente três foram retirados 200 ml (poluente) e colocados no recipiente um (lago modelo). Uma das dificuldades encontradas no início da atividade foi o fator de ir buscar a água, pois, os grupos precisavam ir buscá-la em um local distante da sala de aula. Devido ao acesso à água, o principal recurso do experimento, seria mais coerente se o procedimento de despoluição pudesse ser realizado em um laboratório ou espaço adequado para se trabalhar em grupo. Por ser em sala de aula foi preciso organizar as mesas, cadeiras e buscar água, o que causou certa dispersão dos estudantes. Com o modelo construído e o lago poluído iniciou-se a simulação de despoluição, realizando cinco vezes o mesmo procedimento que era retirar 400 ml do lago modelo e acrescentar 400 ml de água limpa retirada do reservatório (recipiente dois). A Fig. 3 ilustra o processo de despoluição do lago.

Figura 3: Simulação de despoluição

Fonte: autora (2022)

A entrega do passo a passo do experimento visava desenvolver a autonomia dos estudantes, deixando que a professora realizasse o papel de mediadora da atividade. Porém os discentes encontravam dificul-

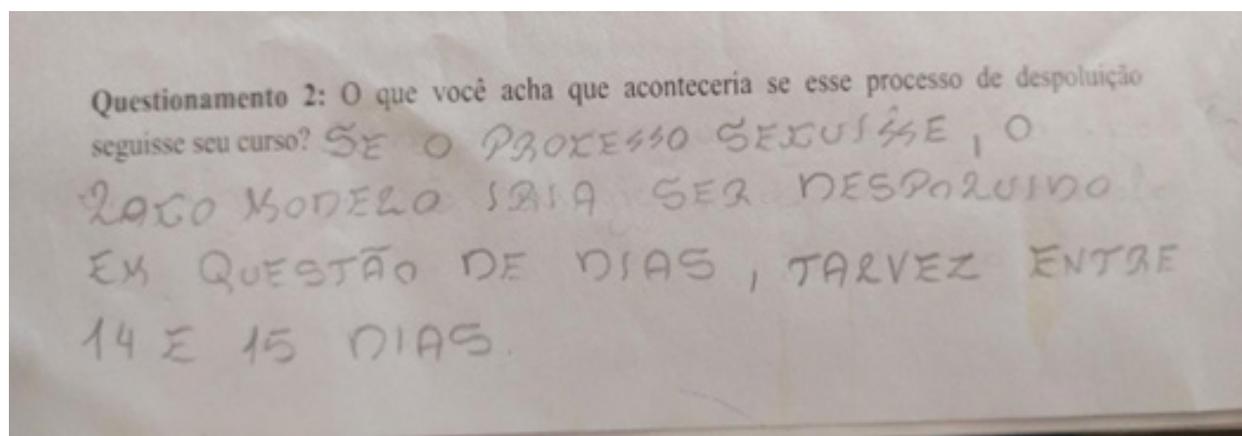
dades em interpretar os passos e entender o que deveriam executar. Precisaram do auxílio da professora/observadora frequentemente para que não realizassem o procedimento de maneira equivocada, na maioria das vezes compreendiam as instruções quando realizávamos a leitura juntos e com uma explicação, pois sozinhos se sentiam desorientados. Mas, acredita-se que o desenvolvimento desta atividade os auxiliou uma vez que é notável a falta de autodeterminação e segurança dos estudantes, acreditamos que isto deve ser trabalhado em sala de aula, a autonomia (BRASIL, 2018), o aluno precisa se enxergar como protagonista do processo.

Resolução do modelo matemático

Para simulação de despoluição do lago assumiu-se a premissa de que os organismos vivos do lago purificam 20% da quantidade de poluentes no lago durante um período de 24 horas. Como não tínhamos todo esse tempo, resolveu-se acelerar o processo na simulação. O procedimento de retirar 400 ml do lago poluído e repor 400 ml de água limpa é equivalente ao período de 24 horas. Assim, os alunos eram instigados a descobrir a quantidade de poluente restante após a primeira troca, ficou evidente, pelas falas dos estudantes, que não sabiam responder então, descobrimos que dos 200 ml de poluente colocado no lago após a primeira troca restaria 160 ml. Este valor foi descoberto por meio do seguinte cálculo: $200 - (1/5 \cdot 200)$, o valor obtido na resolução do cálculo é de 160 ml, ou seja, 20% de 200 ml é igual 40 ml, então foram retirados 40 ml de poluente, restando ainda 160 ml de poluente no lago modelo.

Este primeiro cálculo foi realizado no quadro branco com o auxílio da professora/observadora, em que foi revisado o conteúdo de porcentagem e multiplicação de frações, na sequência os alunos foram indagados sobre o que aconteceria se esse processo de troca seguisse seu curso? Apenas um grupo descreveu de maneira equivocada, pressupondo que a água ficaria limpa em alguns dias (aproximadamente 15 dias) conforme mostra a Fig. 4, esse pensamento surgiu da análise do cálculo que eles resolveram e entenderam que a cada dia, ou seja, a cada troca iria diminuir 40 ml de poluente.

Figura 4: Resposta de um dos grupos



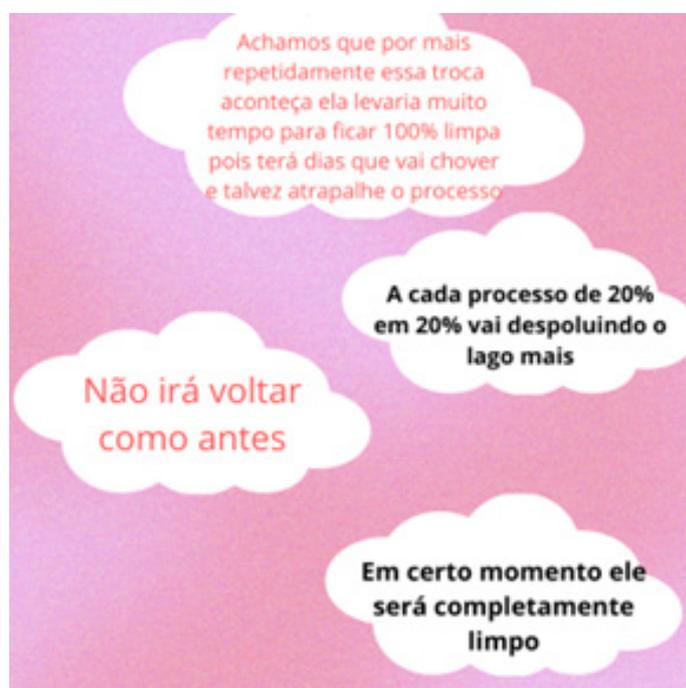
Fonte: autora 2022

Realizou-se mais uma vez o processo de troca e foram feitos novos questionamentos. “A água tornou-

-se límpida?”, “Quanto resta de poluente?”. Todos os grupos relataram que não estava limpa, apenas com a cor mais clara, mas não limpa totalmente e realizaram o cálculo observando que ainda restam 128 ml de poluentes no lago.

Cada grupo realizou o procedimento de troca mais três vezes e depois de todas realizadas, perguntou-se novamente “o lago-modelo encontra-se totalmente limpo”? A resposta de todos foi que não e ao perguntar “e se continuássemos o experimento indefinidamente”? O que você acha que iria acontecer? Na Fig. 5 a seguir podemos observar o raciocínio de cada grupo, sendo que eles elaboram as respostas de forma colaborativa e com discussões entre os integrantes do grupo.

Figura 5: Respostas de cada grupo



Fonte: autora (2022)

A fim de validar o modelo matemático os alunos realizaram cálculos para verificar a quantidade que ainda restava no lago modelo após cada troca, ressaltando que no experimento, ao substituir uma parte da água poluída (dois copos) pela mesma quantidade de água limpa, simulamos uma situação em que a taxa de purificação da água por organismos vivos é sempre a mesma, ou seja, a cada período de 24 horas. A seguir (Fig. 6) estão alguns registros da tabela completa pelos alunos.

Figura 6: Tabela completa com cálculos

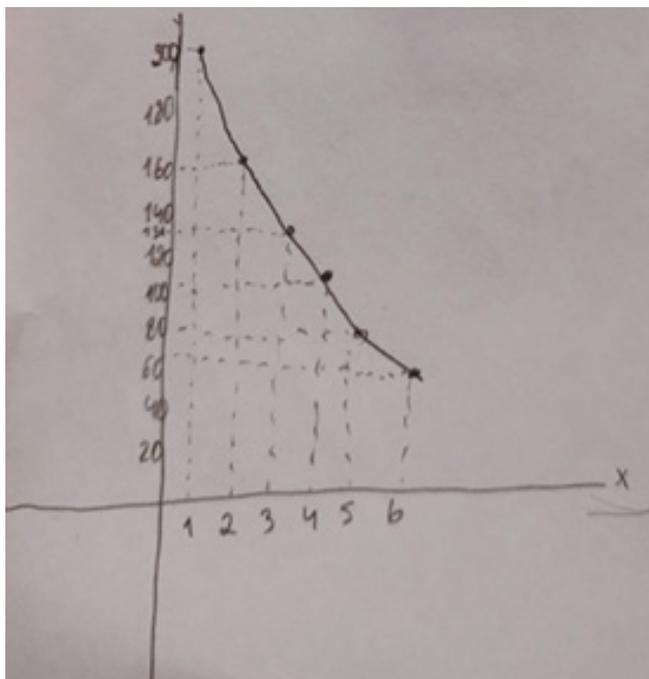
Vamos completar a tabela ...

Períodos de 24 horas	Quantidade de poluentes no recipiente
1º período	$200 - \frac{1}{3} \cdot 200 = 133,33$
2º período	$200 - 200 = 100$
3º período	$200 - \frac{1}{3} \cdot 160 = 106,67$
4º período	$200 - \frac{1}{3} \cdot 128 = 121,33$
5º período	$200 - \frac{1}{3} \cdot 102,67 = 81,33$
6º período	$200 - \frac{1}{3} \cdot 81,33 = 64,67$
7º período	$200 - \frac{1}{3} \cdot 64,67 = 51,67$
8º período	$200 - \frac{1}{3} \cdot 51,67 = 38,33$
9º período	$200 - \frac{1}{3} \cdot 38,33 = 33,33$

Fonte: Autora, 2022

Com base nos dados da tabela acima os estudantes refletiram melhor se o lago ficará totalmente isento de poluição em algum momento, relataram que isso não iria acontecer apenas diminuir a quantidade de poluentes. Para validar esses argumentos foi proposta a construção do gráfico utilizando os dados dispostos na tabela, cada grupo construiu o seu gráfico no relatório como o apresentado na Fig. 7.

Figura 7: Gráfico construído pelo grupo



Fonte: Autora, 2022

Observando-se a tabela da Fig. 6 e os gráficos da Fig. 7, os discentes perceberam que os dados iriam diminuindo com a tendência de ir se aproximando de zero e com o gráfico essa percepção ficou ainda mais evidente, muitos comentaram que a linha construída a partir dos pontos do gráfico se aproxima do eixo x, porém não irá tocá-lo, o que implica que o lago não ficará totalmente limpo novamente.

3 - CONCLUSÕES

Com a observação e registro desta atividade relatada ocorre uma reflexão acerca disso, entende-se que há vários aspectos que podem ser aprimorados e organizados de maneira mais eficiente. Estas reflexões provocam um desejo de retomar este experimento em outro momento, tentando preencher algumas lacunas. Outro fator a se considerar é o de trabalho em grupo, o qual é capaz de desenvolver a socialização entre os estudantes e estimular o trabalho colaborativo. Porém, como o grupo escreveu suas ideias em um só relatório, é provável que algum estudante tenha ficado com dúvidas ou não tenha expressado suas ideias e só acompanhou os demais. O professor com uma turma de 30 alunos realizando uma atividade dinâmica e colaborativa, por muitas vezes não percebe e a atividade acaba não atingindo todos envolvidos.

Percebe-se por meio da técnica de observação que o uso da modelagem matemática em sala de aula, promove e auxilia o desenvolvimento das habilidades matemáticas dos estudantes, assim como atinge o proposto nos objetivos deste trabalho, ou seja, a modelagem matemática colabora para o aperfeiçoamento do pensamento matemático. Destaca-se que a modelagem matemática contribuiu positivamente no processo de ensino aprendizagem dos estudantes do Ensino Médio com ênfase no estudo da aplicação de funções exponenciais. Visando trabalhos futuros acerca deste assunto e do experimento realizado, pretende-se realizá-lo com uma turma de acadêmicos do curso de licenciatura em matemática durante a disciplina de metodologias para o ensino de matemática, com o objetivo de relacionar a teoria com a prática.

REFERÊNCIAS

BIEMBENGUT, M. S. (1990). Modelagem matemática como método de ensino aprendizagem de matemática em cursos de 1º e 2º graus. Dissertação de Mestrado. Rio Claro, Unesp.

Brasil. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, (2018). Recuperado de: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNC_C_20dez_site.pdf

MALAGUTI, P. L. A. e GIRALDO, V. A. Curso de Especialização para professores do Ensino Médio de matemática. Modelo de despoluição: Módulo I. Cuiabá- MT. 2013.

RE(PENSAR) AS SIMETRIAS DE FIGURAS PLANAS COM UTILIZAÇÃO DO GEOGEBRA

William Joaquim Santos de Santana

Leandro Blass

Anderson Luis Jeske Bihain

Cristiano Peres Oliveira

Everson Jonatha Gomes da Silva

Francieli Aparecida Vaz

RESUMO

Esta pesquisa é o produto da elaboração e aplicação de uma aula inédita utilizando como metodologia de ensino a Investigação Matemática, com o auxílio do GeoGebra no ensino de simetrias, aplicada na 3ª série do Ensino Médio. O objetivo é compreender o pensamento geométrico em relação às simetrias com a utilização do GeoGebra numa atividade baseada na Investigação Matemática. Trata-se de uma pesquisa qualitativa do tipo exploratória com o propósito de analisar padrões, ideias ou hipóteses dos alunos envolvidos. O processo de elaboração foi dividido na construção do plano de aula e nas etapas que o compõem, com intencionalidades na exploração e formulação de conjecturas. Na aplicação ocorreram três momentos, o primeiro visou analisar a turma com um formulário inicial individualizado; no segundo, foram propostas etapas em duplas para os alunos construírem seu próprio conhecimento com a mediação do docente conforme os momentos da Investigação Matemática; no terceiro, foi aplicado um formulário final individualizado com o intuito de comparar (formulário inicial e formulário final) e avaliar os procedimentos realizados. O trabalho mostrou como as atividades investigativas enriquecem o ensino-aprendizagem de simetrias, com aporte teórico na Investigação Matemática proposta por Ponte (1998, 2003 e 2006). Conclui-se que a atividade investigativa possibilita maior envolvimento dos alunos e que, o uso do software GeoGebra auxiliou no ensino-aprendizagem.

Palavras-chave: Investigação Matemática. GeoGebra. Simetrias.

1 - INTRODUÇÃO

É importante repensar o ensino de Matemática, principalmente na unidade de conhecimento Geometria. Em particular, no ensino de simetrias, com perspectivas de aprendizagens que direcionam o aluno como protagonista do seu próprio conhecimento. A partir disso, a utilização de softwares de geometria dinâmica pode ser uma ferramenta que auxilie no processo de ensino-aprendizagem.

O documento de caráter normativo denominado como Base Nacional Comum Curricular (BNCC) prevê o ensino atrelado a atividades investigativas, para isso, faz-se necessário o conhecimento de metodologias como, por exemplo, a Investigação Matemática (BRASIL, 2018).

Dessa forma, o objetivo geral deste trabalho consiste em compreender o pensamento geométrico em relação às simetrias com a utilização do GeoGebra numa atividade baseada na Investigação Matemática. Em relação aos objetivos específicos, o primeiro é comparar as simetrias de reflexão, translação e rotação com auxílio do GeoGebra, o segundo é verificar o que a BNCC orienta sobre o uso de software de geometria dinâmica para o ensino de simetrias e o terceiro é analisar como a Investigação Matemática auxilia no processo de ensino-aprendizagem no conteúdo de simetrias.

O interesse pelo tema abordado tem por motivação o uso do GeoGebra no ensino de simetrias, por compreender que a construção permite ao aluno se aproximar do tema estudado. Além disso, a metodologia por Investigação Matemática despertou me interesse em sua forma de aplicação.

Apesar de ser a primeira experiência do autor na construção de uma sequência didática por meio da investigação, foi perceptível que algumas etapas já se desenvolviam em sala, mas não possuía o conhecimento claro e definido de Investigação Matemática. Sendo assim, seria uma forma de estudar essa metodologia para planejar aulas futuras.

Em uma pesquisa realizada no estado da arte verificou semelhanças entre trabalhos escritos com o tema abordado neste trabalho. A partir disso, Silva (2019) teve como objetivo principal analisar possíveis contribuições do software GeoGebra para aprendizagem de alunos do 1º ano do Ensino Médio sobre conceitos que envolvem a simetria. No entanto, segundo Britis et al. (2016), propõe refletir a partir de uma sequência didática a ser trabalhada com o software GeoGebra com alunos do 6º e 7º do Ensino Fundamental envolvendo conhecimentos sobre simetria axial.

A metodologia utilizada nesta pesquisa foi qualitativa do tipo exploratória, com enfoque na aplicação de etapas investigativas com o uso do software GeoGebra, diferindo dos trabalhos acima citados. No tocante a Investigação Matemática, serão discutidas e articuladas as principais ideias de Ponte, Brocado e Oliveira (2006). Sendo assim, a presente pesquisa visa responder a seguinte questão: como a utilização do software GeoGebra aliado a atividade investigativa pode contribuir para o ensino e aprendizagem de simetria?

2 - RELATO DE EXPERIÊNCIA

Neste capítulo será apresentado o plano de aula elaborado para a aplicação da aula inédita que possui como metodologia de ensino a Investigação Matemática. Dessa forma, o professor tem um papel fundamental na elaboração da investigação, de acordo com Ponte, Oliveira, Cunha e Segurado (1998):

O professor terá como papel fundamental iniciar e dirigir o discurso, envolver cada um dos alunos, manter o interesse pelo assunto, colocar questões esclarecedoras ou provocantes e não aceitar apenas a contribuição dos alunos que têm habitualmente respostas corretas ou ideias válidas. Terá de respeitar a diversidade dos alunos (PONTE; OLIVEIRA; CUNHA; SEGURADO, 1998, p. 6).

Diante disso, o docente necessita articular da melhor forma os objetivos a serem alcançados em sua

aula, observando as especificidades da turma na qual deseja aplicar a investigação. Sendo assim, será abordado os caminhos metodológicos da atividade proposta neste trabalho.

A abordagem utilizada na presente pesquisa foi qualitativa do tipo exploratória, pois tem “como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses” (GIL, 2002, p. 41). Dessa forma, nos permite analisar a proposta de forma mais detalhada e verificar quais as conjecturas presentes na construção das simetrias.

A realização da atividade proposta será em dupla com o intuito dos alunos interagirem para resolver as indagações, e desempenharem um papel ativo na construção de seus conhecimentos. O plano de aula consiste em alguns objetivos específicos a seguir:

- Construir polígonos no *software* GeoGebra;
- Interpretar e representar a localização e o deslocamento de uma figura no plano cartesiano;
- Compreender as simetrias: reflexão, translação e rotação;
- Correlacionar os tipos de simetrias com os respectivos polígonos construídos.

A justificação e avaliação serão feitas por meio das observações de todas as etapas que, quando necessário, haverá indagações com a intencionalidade de testar e reformular o raciocínio pensado.

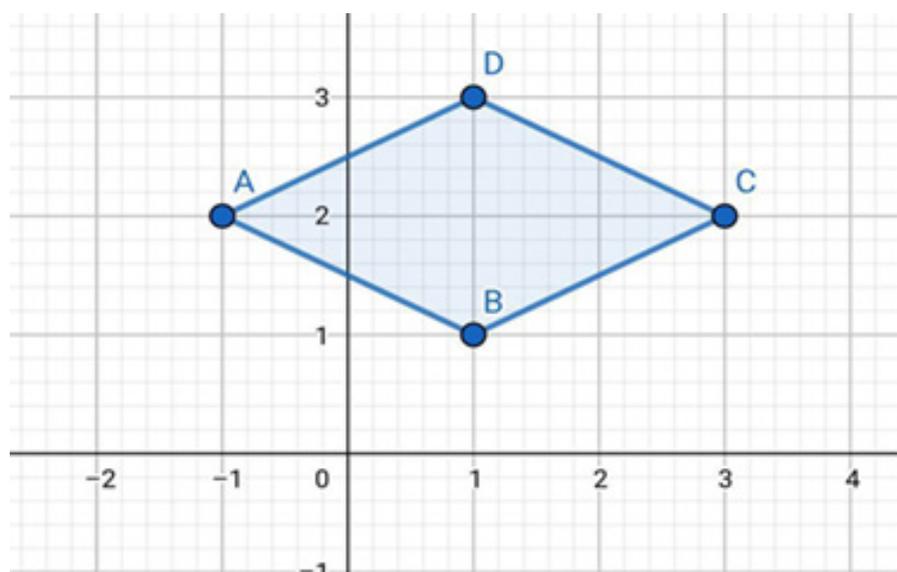
Além disso, constará um formulário inicial e outro formulário final para serem analisados os conhecimentos prévios dos alunos com o conhecimento construído e formulado através da Investigação Matemática. A partir disso, serão discutidas as etapas contidas no plano de aula.

O primeiro momento da aula é a aplicação do formulário inicial para cada estudante, em seguida, é solicitado que abram o *software* GeoGebra no smartphone/notebook para o professor realizar uma breve amostra das principais ferramentas que serão utilizadas na aula, assim os alunos conseguiram realizar de forma independente as etapas solicitadas.

Feito isso, é importante lembrar aos alunos que a cada procedimento façam um print da tela, para melhor observação e análise. Cada dupla receberá uma folha para realizar suas anotações necessárias em cada etapa destacada abaixo.

● 1° Etapa: Através do *software* GeoGebra temos diversas maneiras de criar polígonos. A Figura 1, mostra uma construção:

Figura 1: Construção de um quadrilátero no *software* GeoGebra



Fonte: O autor, 2022.

Dessa forma, criem um polígono qualquer e descrevam de qual maneira vocês utilizaram para criar.

- 2° Etapa: Após a criação, trace uma reta externa a esse polígono. Feito isso, utilize a ferramenta “Reflexão em relação a uma reta” e clique na região interna do polígono e na reta. A partir disso, o que vocês observam que aconteceu? Quais conclusões podem ser feitas em relação aos polígonos e a reta? Explore outras ferramentas disponibilizadas no GeoGebra.

- 3° Etapa: Construa outro polígono qualquer, como foi solicitado na primeira etapa. Após a criação, determine um ponto externo ao polígono. Feito isso, utilize a ferramenta “Rotação em torno de um ponto” e clique na região interna do polígono e no ponto, e escolha um ângulo $0^\circ < \alpha < 360^\circ$. A partir disso, o que vocês observam que aconteceu? Quais conclusões podem ser feitas em relação aos polígonos e o ponto? O que ocorre se escolher o ângulo de 0° e 360° ? Explore outras ferramentas disponibilizadas no GeoGebra.

- 4° Etapa: Construa outro polígono qualquer, como foi solicitado na primeira etapa. Após a criação, determine um vetor externo ao polígono. Feito isso, utilize a ferramenta “Translação por um vetor” e clique na região interna do polígono e no vetor. A partir disso, o que vocês observam que aconteceu? Quais conclusões podem ser feitas em relação aos polígonos e o vetor? Explore outras ferramentas disponibilizadas no GeoGebra.

- 5° Etapa: Realizadas as etapas acima e discutidas as soluções com os demais grupos e professor, criem um mapa mental com as informações mais importantes referente as simetrias (reflexão, rotação e translação).

Após a conclusão das etapas destacadas acima, os alunos irão responder o questionário final com base em sua experiência vivenciada nesta aula. A partir disso, será possível o professor analisar o antes e

depois, influenciando nas futuras ações pedagógicas que se utilizarem desta Investigação Matemática.

O formulário inicial foi composto de quatro perguntas que tinham a finalidade de reconhecer a familiaridade dos alunos com a Matemática, Simetrias e a Investigação Matemática. A Matemática está presente em nosso cotidiano, seja de forma explícita ou implícita. Dessa forma, faz-se necessário prover meios que os alunos identifiquem e relacionem os conhecimentos adquiridos em sala para sua vida.

Além disso, o intuito do referido formulário possui maior ênfase em verificar a forma que os alunos estão relacionando o conteúdo de simetrias no seu cotidiano e de qual forma esse conhecimento interfere em sua aprendizagem, conforme a Figura 2.

Figura 2: Uso da matemática no cotidiano do aluno A1

1. Você usa Matemática no seu dia a dia? Dê um exemplo.

Sim! muito. Principalmente para cronometrar o tempo de prova no enem. Constantemente tiro as questões marcando o tempo. Além disso, sempre estou calculando algum boleto/recebo.

Fonte: O autor, 2022.

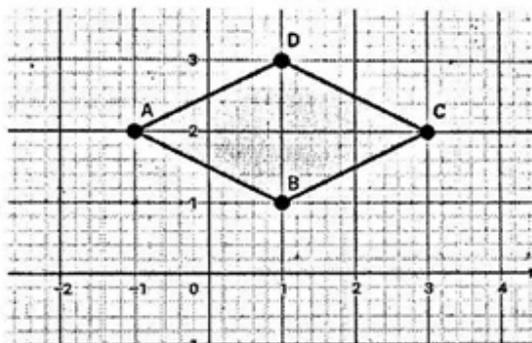
Na Figura 2, podemos perceber que o aluno traz em sua resposta o uso da matemática para cronometrar o tempo. Associando de forma objetiva sua estratégia para responder às questões do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) em relação ao tempo de prova. Outra justificativa foi a utilização de cálculos em boletos/contas, podemos inferir o uso de operações matemáticas e até mesmo da matemática financeira.

Além disso, mostraremos algumas simetrias que os alunos criaram através do GeoGebra, com o intuito de validar sua resposta na proposta correspondente. É importante ressaltar que o professor/pesquisador não interferiu nas respostas dos alunos, mas criou mecanismos para que eles chegassem em uma conclusão coerente.

A primeira proposta solicitava que o aluno criasse um polígono qualquer, podendo utilizar qualquer ferramenta disponibilizada no GeoGebra. De forma implícita, ocorre o primeiro momento da Investigação Matemática, na qual os alunos irão identificar a problemática “criar um polígono qualquer” e explorar essa situação com auxílio do GeoGebra. Diante disso, identificamos duas duplas que fizeram de formas distintas, mas que conseguiram realizar o objetivo da tarefa proposta, conforme a Figura 3.

Figura 3: Criação de um polígono qualquer da dupla

1) Através do *software* GeoGebra temos diversas maneiras de criar polígonos. A imagem abaixo mostra uma construção:



Dessa forma, criem um polígono qualquer e descrevam de qual maneira vocês utilizaram para criar.

Construímos um eneágono regular, por meio do uso da ferramenta "polígonos"

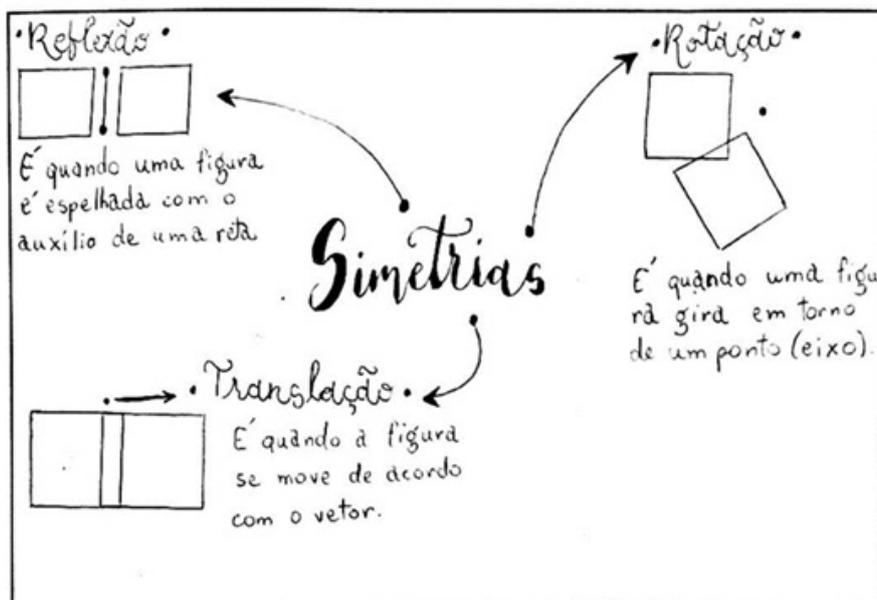
Fonte: O autor, 2022.

Conforme representado na Figura 3 a dupla D2 utilizou da ferramenta "polígonos" e construiu um eneágono regular, podemos inferir que possuem o conhecimento de polígonos regulares, quanto a sua nomenclatura. Dessa forma, podem desenvolver melhor o raciocínio para as simetrias de figuras planas.

Por fim, foi solicitado através das propostas e discussões entre as demais duplas a construção de um mapa mental, vejamos um exemplo na Figura 4.

Figura 4: Mapa Mental da dupla

5) Realizadas as etapas acima e discutidas as soluções com os demais grupos e professor, criem um mapa mental com as informações mais importantes referente as simetrias (reflexão, rotação e translação).



Fonte: O autor, 2022.

A dupla fez um breve resumo e desenho de cada simetria investigada durante a aula. É importante salientar que, não utilizaram de forma conceitual a definição de cada simetria, entretanto, soube diferenciar e assimilar de acordo com seu entendimento.

3 - CONCLUSÕES

O ensino de Matemática com atividades investigativas mostrou-se como uma metodologia que auxilia no processo de ensino e aprendizagem. Conforme a problemática da pesquisa: como a utilização do software GeoGebra aliado a atividade investigativa pode contribuir para o ensino-aprendizagem de simetria. A atividade elaborada e executada, obtiveram resultados satisfatórios.

Foi possível identificar os momentos da Investigação Matemática na atividade proposta, a exploração e formulação de questões, a formulação de conjecturas, o teste e reformulação de conjecturas e a justificção e avaliação. Além disso, no momento da construção das etapas propostas aos alunos, tiveram intencionalidades e caminhos para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Dessa forma, através da aplicação da atividade percebemos que houve a compreensão do Pensamento Geométrico de acordo com Fischbein (1993), Duval (1995) e Pais (1996). Pois, na medida que o professor direcionou os momentos de exploração de conceitos, formulação de conjecturas e realização de testes propiciou o desenvolvimento do Pensamento Geométrico.

Ademais, as etapas proporcionaram manipulações e explorações de conceitos por meio do software GeoGebra. Em particular, podemos citar a construção do mapa mental, que exigiu a organização e compreensão das simetrias. Comparado aos resultados, tornou-se claro a efetividade do objetivo geral, conforme já visto na BNCC (2018).

Em relação aos objetivos específicos, foi possível comparar as simetrias com a utilização do GeoGebra. Ressaltando que, a simetria de rotação foi a que possui mais dificuldades de os alunos compreenderem, seja pela proposta ou manuseio do software. No segundo, foi possível verificar que a BNCC traz a importância do uso de software de geometria dinâmica, mas de forma geral sem especificar o conteúdo de simetrias tratado na pesquisa.

Durante a aplicação e a análises feitas a posteriori, compreendemos o quanto a Investigação Matemática como metodologia interferiu de forma positiva no ensino-aprendizagem de simetrias. Sendo que os resultados mostraram maior interesse dos alunos durante a aplicação, além disso, foi perceptível o estímulo da turma após atividade.

Em síntese, este trabalho visou mostrar a eficácia e aproveitamento de atividades investigativas de simetria com a utilização do GeoGebra, proporcionando para o professor um novo olhar e despertando no aluno o interesse pela Matemática.

REFERÊNCIAS

- ARAÚJO, M. G.; CRUVINEL, P. C. de J.; RIBEIRO, P. S.; VAZ, D. A. de F.; **Avaliação da aprendizagem na proposta de investigação Matemática com o GeoGebra**. In: ___. Educação e Ensino de Ciências e Matemática: pesquisa, aplicação e novas tendências. Ed. 1. Guarujá: Científica Digital, 2022. p.17-22. (vol.2).
- BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018.
- BRITIS, K. G.; SANTOS, C. A. B. dos; OLIVEIRA, M. N. de; NASCIMENTO, P. C. do. **Uma sequência didática mediada pelo software GeoGebra para o ensino de Simetria Axial**. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, [S. l.], v. 7, n. 4, p. 112–127, 2016. DOI: 10.26843/rencima.v7i4.1209. Disponível em: <https://revistapos.cruzeirosul.edu.br/index.php/rencima/article/view/1209>. Acesso em: 07 nov. 2022.
- ERNEST, P. (1996). **Investigações, resolução de problemas e pedagogia**. In P. Abrantes, L. Cunha Leal e J. P. Ponte (Orgs.), Investigar para aprender matemática: Textos selecionados (pp. 25-47). Lisboa: Projeto Matemática Para Todos e Associação de Professores de Matemática.
- FISCHBEIN, E. **The Theory of Figural Concepts**. Educational Studies in Mathematics, Dordrecht, v. 24, n.2, p. 139-162, 1993.
- GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.
- LAVILLE, C.; DIONNE, J. **A construção do saber: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas**. Porto Alegre: Artes Médicas Sul; Belo Horizonte: UFMG, 1999.
- PAIS, L. C. Intuição, experiência e teoria geométrica. **Revista Zetetiké**, Campinas, v.4, n.6, p. 65-74, 1996.
- RAFAEL, J. A. M. .; MIRANDA, P. R. de . **Onde está a Simetria? Uma investigação nos documentos oficiais e livros didáticos de Matemática**. Revista de Investigação e Divulgação em Educação Matemática , [S. l.], v. 2, n. 1, 2019. DOI: 10.34019/2594-4673.2018.v2.27362. Disponível em: <https://periodicos.ufjf.br/index.php/ridema/article/view/27362>. Acesso em: 27 nov. 2022.
- SILVA, Adriano Costa da. **Atividades Investigativas de Matemática com Celular: uso do GeoGebra para o ensino de Geometria Espacial**. Orientadora: Rejane Waiandt Schuwartz de Carvalho Faria. 2022. Monografia (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Departamento de Matemática, Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, 2022. Disponível em: <https://www.locus.ufv.br/bitstream/123456789/28798/1/texto%20completo.pdf>. Acesso em: 09 nov. 2022
- SILVA, Ubiratan Barbosa da. **Contribuições do Software Geogebra para a aprendizagem sobre simetria no 1º ano do Ensino Médio**. Orientadora: Regina Coelly Mendes da Silva. 2019. 65. TCC (Graduação) - Curso de Licenciatura em Matemática, Departamento de Ciências Exatas, Universidade Federal da Paraíba, Rio Tinto, 2019. Disponível em: <https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/17115> . Acesso em: 09 nov. 2022

PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2003.

PONTE, J. P., BROCARD, J. OLIVEIRA, H.; **Investigações Matemáticas na Sala de Aula**. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

PONTE, J. P., OLIVEIRA, H., CUNHA, H., & SEGURADO, I. **Histórias de investigações matemáticas**. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional. 1998 Acesso em: 04 nov. 2022.

ORGANIZADORES

EVERSON JONATHA GOMES DA SILVA

LEANDRO BLASS

ANDERSON LUIS JESKE BIHAIN

CRISTIANO PERES OLIVEIRA

FRANCIELI APARECIDA VAZ

MATEM@TICA NA PR@TICA

PRÁTICAS INOVADORAS E REFLEXÕES NO ENSINO DE MATEMÁTICA

**unipampa**

Universidade Federal do Pampa

UAB

**UNIVERSIDADE
ABERTA DO BRASIL**