

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA
CAMPUS ALEGRETE
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

KLAUS SILVA DE MELLO

SIMULAÇÃO DA FADIGA EM MATERIAIS UTILIZANDO A PERIDINÂMICA

Alegrete

2024

KLAUS SILVA DE MELLO

SIMULAÇÃO DA FADIGA EM MATERIAIS UTILIZANDO A PERIDINÂMICA

Trabalho de Conclusão de Curso submetido ao curso de Engenharia Mecânica, do Campus Alegrete, da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Leandro Ferreira Friedrich

Alegrete

2024

KLAUS SILVA DE MELLO

SIMULAÇÃO DA FADIGA EM MATERIAIS UTILIZANDO A PERIDINÂMICA

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Monografia defendida e aprovada em 11 de julho de 2024.

Banca examinadora:

Prof. Dr Leandro Ferreira Friedrich
Orientador
(UNIPAMPA)

Prof. Dr Tonilson de Souza Rosendo
(UNIPAMPA)

Prof. Dr Vicente Bergamini Puglia
(UNIPAMPA)



Assinado eletronicamente por **TONILSON DE SOUZA ROSENDO, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 11/07/2024, às 09:20, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **LEANDRO FERREIRA FRIEDRICH, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 11/07/2024, às 09:21, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **VICENTE BERGAMINI PUGLIA, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 11/07/2024, às 09:22, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **1485968** e o código CRC **5F4B4B63**.

AGRADECIMENTOS

Gostaria de expressar meu profundo agradecimento a todas as pessoas que contribuíram de maneira significativa para a realização deste trabalho. Isso não teria sido possível sem o apoio e a colaboração de diversas pessoas que, de diferentes formas, se mostraram presentes ao longo de todo o meu percurso acadêmico.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Leandro Ferreira Friedrich pela orientação e paciência durante esta fase.

Aos meus familiares de sangue e a minha família alegretense, expresso minha profunda gratidão. O apoio incondicional, incentivo, amor e confiança, em momentos que muitas vezes eu mesmo duvidava do meu potencial, foram fundamentais para superar os desafios ao longo desta graduação. Serei profundamente grato por todo auxílio e dedicação.

A minha namorada por ser meu porto seguro e morada, entendendo, apoiando e tornando os desafios desta trajetória mais leves.

Aos amigos e colegas de graduação, em especial Lissandro, João e Romulo, obrigado pelo companheirismo. Levarei comigo essa amizade e os momentos compartilhados.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho, meu sincero agradecimento.

RESUMO

Desde o século XIX, as estruturas compostas por materiais metálicos têm enfrentado desafios técnicos decorrentes de falhas por fadiga, emergindo como uma das principais preocupações no setor aeronáutico. Neste contexto, os componentes estruturais frequentemente se deparam com cargas repetidas, resultando em danos microscópicos. Contudo, a fadiga não se restringe apenas aos metais e ligas metálicas, podendo manifestar-se também em rochas e concretos, categorizados como materiais quase frágeis. Ao contrário dos componentes metálicos, observa-se uma notável escassez de estudos dedicados à fadiga nesse contexto. Assim, esta pesquisa se concentra na aplicação da peridinâmica como uma ferramenta para simular o fenômeno da fadiga em materiais quase frágeis. Diante desse cenário, o estudo apresenta uma base teórica que engloba as categorias fundamentais de falhas em materiais, o fenômeno da fadiga, os princípios da Lei de Paris e os fundamentos da peridinâmica. O objetivo final é avaliar a viabilidade de um modelo peridinâmico capaz de incorporar os efeitos das cargas cíclicas, estimar a vida útil em condições de fadiga para materiais com características quase frágeis e determinar os parâmetros pertinentes à Lei de Paris. Esta pesquisa visa preencher uma lacuna existente na compreensão da fadiga em materiais quase frágeis, buscando assim contribuir para o desenvolvimento de estratégias eficientes de análise e prevenção de falhas nesses materiais.

Palavras-Chave: Fadiga; peridinâmica; materiais quase frágeis.

ABSTRACT

Since the 19th century, structures composed of metallic materials have faced technical challenges resulting from fatigue failures, emerging as one of the main concerns in the aeronautical sector. In this context, structural components often encounter repeated loads, resulting in microscopic damage. However, fatigue is not restricted only to metals and metallic alloys, it can also occur in rocks and concrete, categorized as quasi brittle materials. Unlike metallic components, there is a notable lack of studies dedicated to fatigue in this context. Thus, this research focuses on the application of peridynamics as a tool to simulate the phenomenon of fatigue in quasi brittle materials. Given this scenario, the study presents a theoretical basis that encompasses the fundamental categories of material failures, the phenomenon of fatigue, the principles of the Paris Law and the foundations of peridynamics. The final objective is to evaluate the feasibility of a peridynamic model capable of incorporating the effects of cyclic loads, estimating the useful life under fatigue conditions for materials with quasi brittle characteristics and determining the parameters relevant to the Paris Law. This research aims to fill a gap in the understanding of fatigue in quasi brittle materials, thus seeking to contribute to the development of efficient strategies for analyzing and preventing failures in these materials.

Keywords: Fatigue; peridynamics; quasi brittle materials.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Havilland Comet.	15
Figura 2 – Classificação das categorias fundamentais de falhas em materiais.	16
Figura 3 – Eixo com rasgo de chaveta que falhou sob flexão rotativa.	19
Figura 4 – Comportamento típico da propagação de trinca de fadiga em materiais.	20
Figura 5 – Curva tensão-deformação para materiais frágeis, dúcteis e quase frágeis.	22
Figura 6 – Esquema da formação da zona de processo de fratura.	23
Figura 7 – Exemplificação do modelo da peridinâmica.	25
Figura 8 – Lei constitutiva uniaxial para simulação do dano.	27
Figura 9 – Energias compreendidas durante a fratura conforme a lei bi linear reformulada. ..	28
Figura 10 – Distribuição dos polos no campo aleatório da peridinâmica.	30
Figura 11 – Modificação da lei bi linear para a simulação da fadiga.	31
Figura 12 – Ilustração geométrica do ensaio experimental e fratura experimental da amostra.	32
Figura 13 – Discretização do modelo PD e condições de contorno.	34
Figura 14 – Ilustração da aplicação do carregamento flutuante.	34
Figura 15 - Curva Força-CMOD para valores numéricos e experimentais.	36
Figura 16 - Padrões de trincas após a falha para as simulações numéricas e ensaio experimental.	37
Figura 17 - Número de ciclos de carga em função do tamanho da trinca normalizado.	39
Figura 18 - Relação $\log(dadN)$ - $\log(\Delta K)$ para diferentes campos aleatórios G_f	40
Figura 19 - Relação $\log(dadN)$ - $\log(\Delta K)$ experimental.	40
Figura 20 - Padrão de falha dos resultados numéricos.	42

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Propriedades físicas e mecânicas do concreto	33
Tabela 2 – Propriedades mecânicas e parâmetros do modelo	35
Tabela 3 - Resultados experimentais e numéricos para o pico de carga	37
Tabela 4 - Resultados experimentais e numéricos em termos de vida em fadiga	39
Tabela 5 - Resultados experimentais e numéricos dos parâmetros da lei de Paris.....	41

LISTA DE ABREVIATURAS

MEF – Método dos Elementos Finitos

PD – Peridinâmica

MED – Método dos Elementos Discretos

LEFM – Mecânica de Fratura Elástica Linear

CMOD – Deslocamento da Abertura da Boca da Trinca

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	12
1.1 OBJETIVOS GERAL E ESPECÍFICOS	13
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	14
2.1 CONTEXTO HISTÓRICO	14
2.2 CATEGORIAS FUNDAMENTAIS DAS FALHAS EM MATERIAIS.....	16
2.3 FADIGA	17
2.3.1 LEI DE PARIS	19
2.4 MATERIAIS QUASE FRÁGEIS	21
2.5 PERIDINÂMICA	23
2.5.1 LEI CONSTITUTIVA BI LINEAR.....	28
2.5.2 CAMPOS ALEATÓRIOS CORRELACIONADOS.....	29
2.5.3 MODIFICAÇÃO DA LEI BI LINEAR PARA A SIMULAÇÃO DA FADIGA	30
3 METODOLOGIA.....	32
3.1 DESCRIÇÃO DO ENSAIO EXPERIMENTAL	32
3.2 DESCRIÇÃO DO MODELO DA PERIDINÂMICA (PD).....	33
4 RESULTADOS	36
4.1 CARREGAMENTO CÍCLICO	38
4.1.1 VIDA EM FADIGA	38
4.1.2 LEI DE PARIS	39
5 CONCLUSÕES.....	43
6 SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS	44
REFERÊNCIAS	45

1 INTRODUÇÃO

Os componentes estruturais das aeronaves geralmente enfrentam cargas cíclicas que causam microfissuras com o passar do tempo, levando a falhas catastróficas. Embora seja bem estudada em metais e ligas metálicas, a fratura por fadiga em materiais quase frágeis tem recebido menos atenção, causando uma lacuna significativa no conhecimento técnico.

Com o objetivo de preencher esta lacuna, a presente pesquisa terá como norte investigar o fenômeno da fadiga em materiais quase frágeis, através da aplicação de uma teoria chamada peridinâmica.

A peridinâmica é uma teoria que remodela a mecânica do contínuo, proporcionando assim um melhor modelo de fraturas e descontinuidades. A pesquisa baseia-se em um referencial teórico que abrange as principais categorias de falhas materiais com ênfase na fadiga, na lei de Paris e nos princípios da peridinâmica.

Um dos métodos essenciais envolve a descrição dos testes experimentais e a utilização de um modelo peridinâmico. Este modelo será modificado para incorporar efeitos de carregamento cíclicos e estimativa de vida em fadiga. Campos aleatórios são usados para descrever propriedades mecânicas que variam espacialmente, e a Lei Constitutiva Bi Linear é refinada para melhorar a precisão da simulação.

Ademais, os métodos numéricos desempenham um papel fundamental na simulação de fenômenos associados à fratura por fadiga, uma vez que permitem uma avaliação eficiente de variáveis e a implementação de correções necessárias. Essa capacidade de análise e correção ágeis viabiliza iterações contínuas durante o desenvolvimento de testes e investigações, o que resulta em uma significativa redução dos custos associados aos ensaios experimentais (VANTADORI *et al.*, 2023).

Os resultados esperados incluem uma melhor compreensão do mecanismo de crescimento de fissuras através da fadiga nos materiais quase frágeis, a validação da Lei de Paris modificada para estes materiais e a demonstração da viabilidade da peridinâmica como ferramenta de simulação. Esta investigação não só procura preencher uma lacuna existente na literatura, como também ajuda a introduzir as novas estratégias de análise e prevenção de falhas que irão aumentar a segurança e durabilidade de estruturas feitas de materiais quase frágeis.

1.1 Objetivos geral e específicos

O principal objetivo deste estudo é o de empregar a abordagem peridinâmica como uma ferramenta para realizar simulações do processo de fadiga em materiais.

A fim de atingir esse objetivo principal, são delineados os seguintes objetivos específicos:

- a. Avaliar a viabilidade de implementação de um modelo peridinâmico capaz de incorporar o efeito das cargas cíclicas em materiais com características quase frágeis;
- b. Estimar a vida à fadiga de materiais com propriedades quase frágeis;
- c. Determinar os parâmetros da Lei de Paris referentes ao material selecionado.

Esses objetivos específicos conduzirão a realização do objetivo geral, de utilizar a peridinâmica como uma ferramenta de simulação para analisar o comportamento de materiais sob fadiga.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo expõe um conhecimento abrangente dos principais tópicos abordados neste estudo. No âmbito da análise de fadiga, serão apresentados os fundamentos essenciais para a caracterização desse fenômeno, além de abordar as técnicas de análise empregadas para a avaliação de fadiga. Com relação aos materiais com características quase frágeis, o capítulo não só delineará sua definição e exemplificação, mas também se dedicará a respeito das complexidades inerentes ao comportamento desses materiais quando submetidos a solicitações. Por fim, este capítulo discutirá a formulação fundamental da teoria peridinâmica e as adaptações requeridas para a simulação de materiais quase frágeis.

2.1 Contexto histórico

Os componentes metálicos estão frequentemente submetidos a situações em que se coloca à prova sua integridade. Dessa forma, desde o século XIX, as estruturas metálicas sofrem com as adversidades técnicas decorrentes de falhas por fadiga. Isso se deve por, na época, não existir a possibilidade de observá-la no material. Portanto, a falha ocorria de forma inesperada, ou seja, fora do planejamento pré-projetado realizado pelas partes competentes (SCHIJVE, 2009).

Por conta desses eventos tornarem-se habituais, as empresas dedicaram esforços para compreendê-los e, assim, proporcionar aos clientes uma estrutura idealizada, sem que ocorram falhas prejudiciais ao longo da vida útil da referida estrutura. Contudo, a análise de falhas por fadiga demanda tempo e recurso, devido às inúmeras possibilidades da origem dessa falha. Dessa forma, em uma ocorrência de falha de determinado componente, diversos questionamentos podem ser realizados, como em relação à resistência à fadiga do material, ao grau de tensão no local da falha, à condição da superfície do material na região em que as trincas se iniciaram, entre outros (SCHIJVE, 2009).

Uma pesquisa recente apontou que a fadiga é uma das principais causas de falhas em componentes de aeronaves, representando aproximadamente 60% do total das rachaduras registradas. Este fenômeno é ilustrado de forma emblemática no caso de Havilland Comet: uma aeronave pioneira na era dos jatos comerciais lançada em 1952, conforme pode ser visualizado na Figura 1 (FINDLAY; HARRISON, 2022).

Figura 1 – Havilland Comet.



Fonte: HOLLINGHAM, 2017

Ressalta-se que o desafio crítico enfrentado pelo Havilland Comet estava intrinsecamente ligado à fadiga dos materiais, mais especificamente nas áreas próximas às janelas e aos reforços estruturais. Essa fadiga levou ao desenvolvimento de rachaduras que se propagaram rapidamente, resultando em despressurização e, em casos extremos, na desintegração da aeronave durante o voo (WITHEY, 1997).

As consequências dessas falhas foram impactantes e trágicas, com a perda de vidas humanas e um profundo impacto na indústria da aviação. Dessa forma, o setor da aviação civil respondeu a esses desafios através de uma revisão abrangente das práticas de fabricação e dos testes de aeronaves, com ênfase na detecção precoce de rachaduras. Assim, esse processo de aprendizado resultou em avanços significativos na segurança da aviação (WITHEY, 1997).

Além disso, é importante destacar o resultado do trabalho de August Wohler, em meados da década de 1850, embasado nas falhas em eixos ferroviários. O engenheiro alemão evidenciou que a fadiga sofria influência não somente das tensões cíclicas, mas também das tensões médias que as acompanham (DOWLING, 2013).

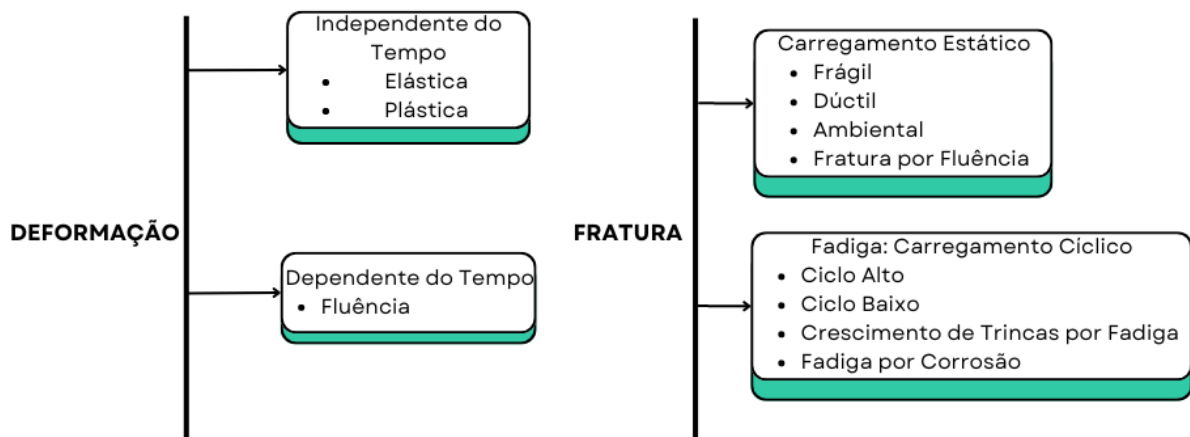
Como forma de entender esse processo, destaca-se o gráfico que representa a relação entre tensão pelo número de ciclos — conhecido como gráfico $S \times N$ ou curva de Wöhler. Essa curva é essencial para compreender como os materiais se comportam diante de tensões cíclicas, além de auxiliar na avaliação da segurança e durabilidade dos componentes sujeitos a essas condições. Logo, a interpretação correta dessa curva, aliada a outras técnicas de análise de fadiga, é fundamental na garantia da integridade dos componentes (LIMA *et al.*, 2018).

Fica evidente, então, que o estudo da fadiga é de fundamental importância para projetos envolvendo materiais e componentes mecânicos e representa um campo de pesquisa em constante evolução na área da mecânica (LIMA *et al.*, 2018).

2.2 Categorias fundamentais das falhas em materiais

Deve-se ressaltar brevemente, antes de uma explicação mais detalhada dos conceitos relativos à fadiga, a existência do segundo tipo básico de falha em materiais, denominado deformação. A identificação apropriada do tipo de falha do material assume um papel de extrema relevância, uma vez que determina a adequação dos métodos empregados na análise do problema em questão (DOWLING, 2013). A Figura 2 a seguir exemplifica a classificação dos dois tipos básicos de falhas de materiais.

Figura 2 – Classificação das categorias fundamentais de falhas em materiais.



Fonte: Adaptado de DOWLING, 2013

Conforme exemplificado na Figura 2, as falhas relacionadas à deformação podem ser categorizadas em três principais tipos: deformação elástica, deformação plástica e deformação por fluência. Em seguida, iremos explicar cada uma das três deformações indicadas.

A deformação elástica caracteriza-se pela capacidade do material de retornar instantaneamente ao seu estado original após a remoção da carga aplicada, sendo uma das suas principais características a relação linear entre a tensão e a deformação durante esta fase.

Já no caso da deformação plástica, o material não consegue recuperar sua forma original após o processo de descarregamento. Uma característica relevante deste tipo de deformação é que, uma vez que a deformação plástica se inicia, um pequeno aumento na tensão geralmente resulta em uma deformação adicional substancial — conhecida como ponto de escoamento.

Esse processo conduz a uma deformação permanente no material, a qual não pode ser revertida por completo.

A deformação por fluência, por outro lado, ocorre em materiais sujeitos a cargas constantes e elevadas ao longo do tempo, levando a uma deformação gradual e progressiva, muitas vezes imperceptível inicialmente. Esse tipo de deformação é particularmente relevante em situações de alta temperatura e baixa tensão aplicada, como em processos de longa duração.

Fica evidente que os materiais estão suscetíveis, além da deformação, a falhas por fadiga. Os componentes metálicos são frequentemente expostos a cargas repetidas, as quais provocam tensões cíclicas que, conseqüentemente, podem ocasionar danos físicos microscópicos nos materiais envolvidos (DOWLING, 2013).

Apesar dessas tensões ocorrerem abaixo da resistência máxima de um dado material, existe a possibilidade de haver um acúmulo desse dano microscópico — denominado de nucleação da trinca — proveniente do ciclo contínuo, acarretando um desenvolvimento de uma trinca ou outro dano macroscópico que resulte na falha do elemento estrutural. Tal processo de falha, devido a um carregamento cíclico, denomina-se de fadiga (DOWLING, 2013).

2.3 Fadiga

A fadiga em materiais é um processo que implica o progressivo acúmulo de danos e, por conseguinte, a falha resultante de carregamentos cíclicos. Esse fenômeno é caracterizado por ser de grande complexidade, sendo influenciado pela interação de vários fatores: geometria, magnitude das cargas, entre outros. Essa interação contribui para a configuração de problemas únicos, cada um com particularidades que requerem metodologias de análise específicas, tornando, assim, a análise da fadiga em materiais uma abordagem multifatorial (SOARES, 2019).

As falhas decorrentes de fadiga permanecem como uma considerável preocupação nos domínios da engenharia. É importante destacar que os custos associados à fratura causada por fadiga e às medidas preventivas são substanciais. Notavelmente, aproximadamente 80% desses custos está relacionado a cenários nos quais cargas cíclicas e fadiga desempenham, no mínimo, um papel contributivo significativo. A necessidade de compreender, prevenir e mitigar as conseqüências da fadiga em componentes e estruturas se mantém crítica no campo da engenharia, em que os impactos econômicos e de segurança são consideráveis (DOWLING, 2013).

Segundo Norton (2013, p. 306), “as falhas por fadiga sempre têm início com uma pequena trinca, que pode estar presente no material desde a sua manufatura ou desenvolver-se ao longo do tempo, devido às deformações cíclicas ao redor das concentrações de tensões”. Assim,

quando um componente é submetido a carregamentos cíclicos com magnitudes que excedem o limite de fadiga, isso levará a um acúmulo de danos, que, em uma escala microscópica, resultará na formação inicial de uma trinca. Posteriormente, essa trinca tem o potencial de se propagar até atingir o ponto de falha (DOWLING, 2013).

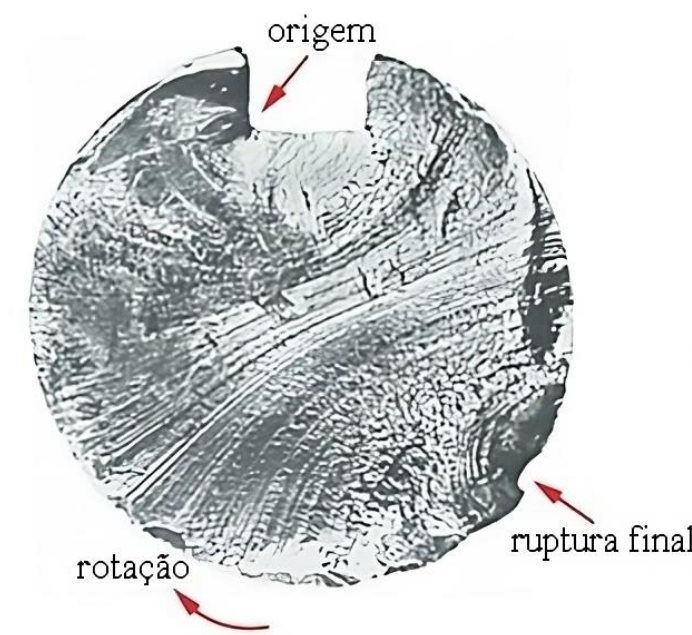
Por meio dessa descrição teórica, é importante salientar que a falha por fadiga compreende três estágios distintos: (i) a iniciação da trinca, podendo ser breve; (ii) a propagação da trinca, ocupando a maior parte da vida útil da peça; e, por fim, (iii) a ruptura do material, normalmente de maneira abrupta (NORTON, 2013).

Em sentido similar, Norton (2013) classifica a falha por fadiga em três estágios, definindo-os como:

- a. Estágio I (iniciação da trinca): as trincas associadas à falha por fadiga, a menos que o material apresente algum defeito interno, como imperfeições ou inclusões, geralmente se originam na superfície de uma peça ou componente em regiões de concentração de tensão, como entalhes. Sob a ação do carregamento cíclico, ocorrem deformações plásticas, causando distorções, que, consequentemente, induzem a formação de bandas de deslizamento ao longo dos contornos dos grãos do material. Conforme os ciclos continuam, mais bandas de deslizamento se formam, tendendo a se agruparem. Desse processo, originam-se trincas microscópicas que atuam como pontos de iniciação para as trincas;
- b. Estágio II (propagação da trinca): a maioria das trincas no Estágio I interrompe seu crescimento ao se deparar com limites de grãos ou precipitados, ou seja, regiões mais resistentes que barram a sua expansão. No entanto, quando a tensão atinge um nível suficientemente elevado, uma trinca dominante consegue superar o primeiro limite de grão e evoluir para um Estágio II, caracterizado como trincas longas. A propagação dessas ocorre ao longo de planos perpendiculares aos de maior tensão de tração, e seu crescimento está diretamente relacionado aos níveis de tensão e ao número de ciclos;
- c. Estágio III (fratura): a trinca principal continuará seu processo de crescimento enquanto estiver sujeita a tensões cíclicas de tração no componente. Em algum ponto, essa trinca atingirá um tamanho crítico em que as tensões nominais excedem a resistência do material a tal ponto que o material restante não conseguirá mais sustentar o carregamento. Nesse momento, ocorrerá a fratura súbita do componente. Por esse motivo, é comum que a falha final tenha aspecto frágil.

A inspeção visual de componentes que sofreram falha devido à fadiga exibe um padrão característico. Essa análise revela a presença de duas áreas distintas: a primeira área, originária do local da microtrinca, possui uma aparência polida; enquanto a segunda área exibe uma aparência áspera, assemelhando-se a uma fratura frágil, conforme pode ser visualizado na Figura 3. A região polida ao redor da trinca frequentemente apresenta marcas de praia, assim chamadas devido à sua semelhança com as ondulações deixadas na areia devido ao movimento cíclico das ondas na costa marítima (NORTON, 2013).

Figura 3 – Eixo com rasgo de chaveta que falhou sob flexão rotativa.



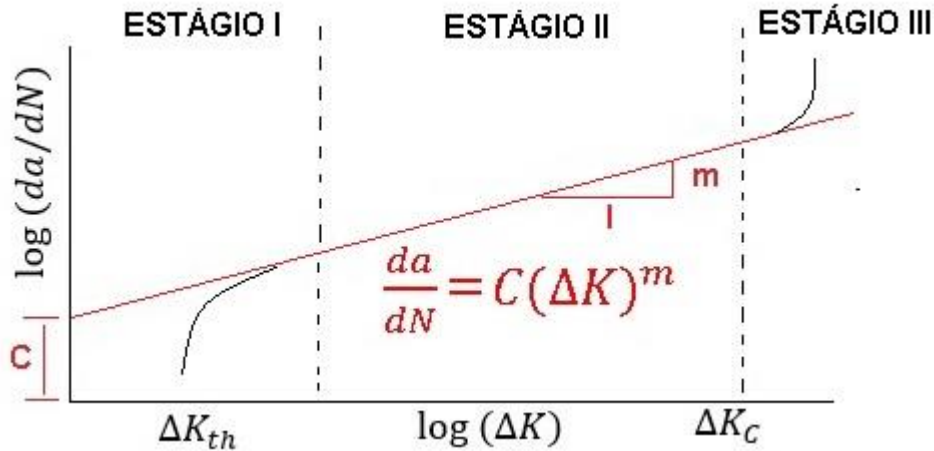
Fonte: Adaptado de NORTON, 2013

2.3.1 Lei de Paris

A Lei de Paris desempenha um papel fundamental na previsão da taxa de crescimento de trincas em materiais sujeitos a carregamentos cíclicos. Ela estabelece uma relação quantitativa entre a taxa de crescimento da trinca e a faixa de variação das tensões ao longo do ciclo de carregamento (VANTADORI *et al.*, 2023).

Em 1961, Paris apresentou uma importante contribuição para a compreensão do crescimento de defeitos pré-existentes sob a influência de tensões cíclicas. Sua proposta consistiu em uma lei que descrevia o crescimento da fissura, relacionando a velocidade de crescimento da trinca (representada por da/dN) com a variação do fator de intensidade de tensões, ΔK , conforme ilustrado na Figura 4 (SOARES, 2019).

Figura 4 – Comportamento típico da propagação de trinca de fadiga em materiais.



Fonte: Adaptado de VANTADORI *et al.*, 2023

A partir do exame da Figura 4, ficam evidentes três regiões com as seguintes definições:

- Região I (nucleação da trinca): nesta fase, pode-se analisar um limiar de ΔK , em que, abaixo desse, não ocorre propagação da trinca. O valor do parâmetro ΔK_{th} é influenciado pelas propriedades do material e pelas características do carregamento cíclico aplicado;
- Região II (propagação estável da trinca): a maior parte do crescimento ocorre nesta fase, em que se pode notar um crescimento linear. Dessa forma, a taxa de crescimento da trinca amplia conforme o aumento do número de ciclos. A equação proposta por Paris para descrever esse comportamento é conhecida como a Lei de Paris e é representada pela Equação 1;
- Região III (crescimento rápido da trinca): nesta região, a fissura acelera seu crescimento à medida que se aproxima da condição de ruptura.

Segundo Paris e Erdogan, a relação entre a taxa de crescimento da trinca, da/dN , e a amplitude do fator de intensidade de tensão, ΔK , conforme exemplificado no Estágio II, é representada pela Equação 1:

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (1)$$

Nela, os parâmetros materiais C e m são influenciados por fatores como o ambiente, a frequência e a taxa de carga. O parâmetro de Paris (m) varia geralmente na faixa de 2 a 4 para metais, enquanto para materiais quase frágeis, essa variação pode situar-se entre 10 e 50 (VANTADORI *et al.*, 2023).

Os parâmetros da lei de Paris (m e C) são determinados pela medição da amplitude do fator de intensidade de tensão (ΔK) em relação à taxa de crescimento da trinca (da/dN), representada em escala log-log. A amplitude do fator de intensidade de tensão é calculada conforme Kirane e Bazant (2016), dada pela Equação 2:

$$\Delta K = \Delta\sigma Y(\alpha)\sqrt{D} \quad (2)$$

onde $\Delta\sigma$ representa a amplitude da tensão de flexão e $Y(\alpha)$ é o fator de intensidade de tensão adimensional específico para esta geometria, sendo expresso pela Equação 3.

$$Y(\alpha) = \frac{\sqrt{\alpha p_{sd}}}{(1 + 2\alpha)(1 - \alpha)^{\frac{3}{2}}} \quad (3)$$

onde p_{sd} é dependente da união extensão-profundidade sd , sendo expresso pela Equação 4.

$$p_{sd} = p_{\infty} + \frac{4}{sd}(p_4 - p_{\infty}) \quad (4)$$

onde

$$p_4 = 1,9 - \alpha[-0,089 + 0,603(1 - \alpha) - 0,441(1 - \alpha)^2 + 1,223(1 - \alpha)^3] \quad (5)$$

e

$$p_4 = 1,989 - \alpha(1 - \alpha)[(0,448 - 0,485(1 - \alpha) + 1,226(1 - \alpha)^2)] \quad (6)$$

2.4 Materiais quase frágeis

O comportamento mecânico das estruturas é influenciado pela escolha dos materiais empregados. A partir da análise da curva tensão – deformação, a maioria dos materiais de engenharia pode ser classificado em categorias que incluem frágeis, dúcteis e quase frágeis, conforme pode ser visualizado na Figura 5 (SHAH; SWARTZ; OUYANG, 1995).

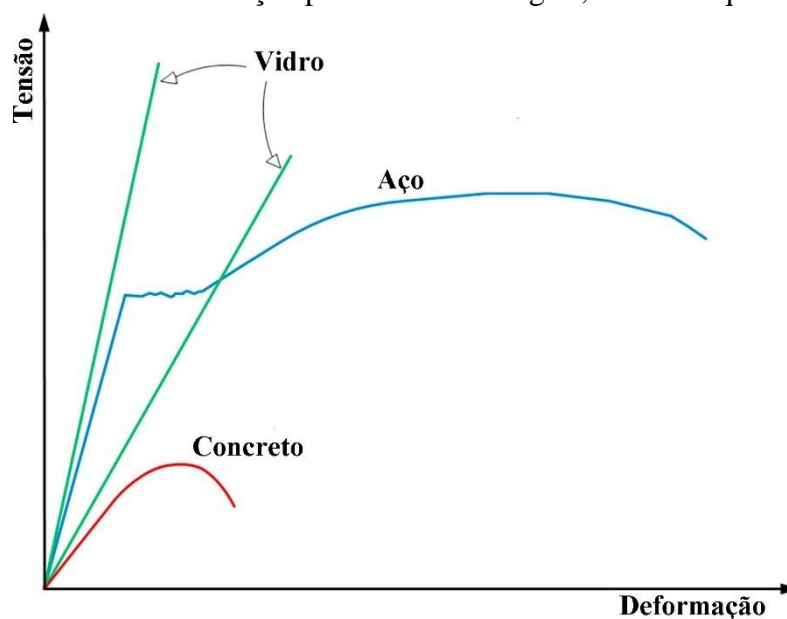
Pode-se categorizar dois tipos de deformação provenientes da aplicação de carga, sendo essas a deformação elástica e a deformação plástica. A deformação elástica é caracterizada pela

sua recuperação imediata após o descarregamento. Quando esta constitui a única forma de deformação presente, a relação entre a tensão e a deformação geralmente é proporcional (DOWLING, 2013).

Em contrapartida, a deformação plástica não é recuperada após o descarregamento, permanecendo de forma permanente. Isto é, uma vez iniciada a deformação plástica, mesmo um pequeno acréscimo na tensão, há como resultado uma deformação relativamente elevada (DOWLING, 2013).

Materiais que demonstram a capacidade de suportar consideráveis quantidades de deformação plástica exibem comportamento dúctil — como é o caso do cobre e do chumbo — enquanto aqueles que sofrem fratura sem significativa deformação plástica apresentam comportamento frágil — característica do vidro e da pedra (DOWLING, 2013).

Figura 5 – Curva tensão-deformação para materiais frágeis, dúcteis e quase frágeis.



Fonte: Adaptado de ISKANDER e SHRIVE, 2018

De acordo com a Figura 5, pode-se notar que o aço é um material caracterizado por sua alta ductilidade, manifestada pela ocorrência de significativas deformações durante a sua falha. Em contrapartida, o vidro exibe comportamento frágil, apresentando falha abrupta com mínimas deformações observáveis. Ainda, ao considerar a ruptura do concreto sob compressão, percebe-se que seu comportamento se situa em um ponto intermediário entre o aço e o vidro, caracterizado por uma natureza quase frágil. Observa-se algum grau de deformação antes que o concreto alcance sua capacidade máxima de resistência, mas essa fase é seguida pela degradação da resistência de forma relativamente rápida (ISKANDER; SHRIVE, 2018).

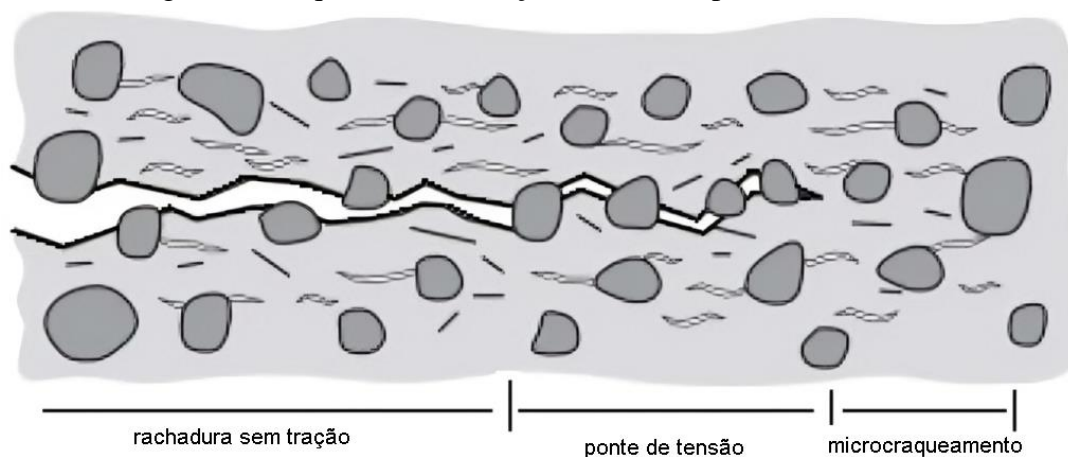
Logo, os danos e falhas em materiais constituídos por características quase frágeis, tais como rochas e concretos, constituem uma preocupação significativa em diversos campos da engenharia (ZHANG; ZHOU, 2022).

Tais materiais apresentam como particularidade o fato de a tensão apresentar uma queda gradativa depois do pico de tensão (SHAH; SWARTZ; OUYANG, 1995).

Com base nisso, uma abordagem convencional de resistência dos materiais para o projeto com concreto tem se mostrado inadequada devido à dependência do tamanho com a resistência à fratura. Essa correlação com o tamanho é atribuída à natureza da deformação não linear nesses materiais, a qual é provocada por fissuras subcríticas, em vez de plasticidade (ANDERSON, 2017).

Desse modo, as primeiras tentativas de adotar a mecânica da fratura ao estudo do concreto foram malsucedidas, pelo fato de que essas abordagens eram fundamentadas na Mecânica de Fratura Elástica Linear (LEFM, do inglês *Linear Elastic Fracture Mechanics*) e não levaram em consideração as zonas de processo que se formam à frente de fissuras macroscópicas, conforme demonstrado pela Figura 6 (ANDERSON, 2017).

Figura 6 – Esquema da formação da zona de processo de fratura.



Fonte: Adaptado de ANDERSON, 2017

2.5 Peridinâmica

A análise do comportamento de materiais diante de diferentes tipos de carregamento e condições de contorno pode ser conduzida em várias escalas de comprimento. Em uma nano-métrica, é comum recorrer à dinâmica molecular para analisar o comportamento de átomos e moléculas. Por outro lado, na escala macroscópica, o comportamento de um corpo é geralmente abordado por meio da mecânica do contínuo. Nesta, o corpo é considerado um contínuo envolto

por sua fronteira, para a qual as leis de equilíbrio devem ser satisfeitas localmente (JAVILI *et al.*, 2019).

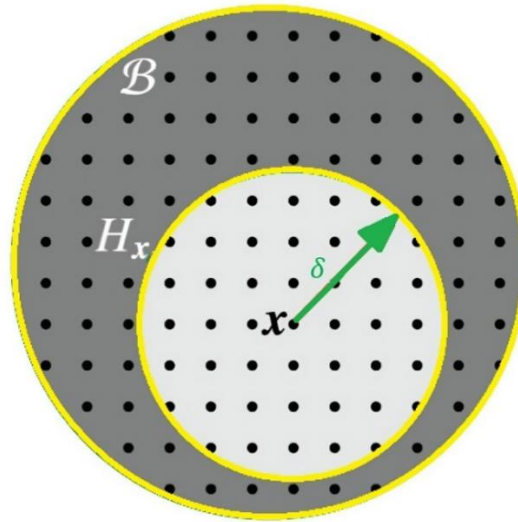
Nesse contexto, as abordagens numéricas empregadas na mecânica estrutural frequentemente confrontam o desafio acerca da manipulação de descontinuidades, como trincas, uma vez que a teoria da mecânica do contínuo fundamenta-se em uma abordagem diferencial, e as derivadas envolvidas na formulação não são bem definidas nas regiões de descontinuidade (ZACCARIOTTO *et al.*, 2015).

Para tal, o método convencional dos elementos finitos (FEM), bem como diversas variantes modificadas do FEM, têm sido empregados para simular o crescimento de trincas por fadiga. Ainda, os modelos FEM são fundamentados na teoria clássica da mecânica do contínuo, a qual não é direcionada à simulação de problemas caracterizados por descontinuidades. Nesse contexto, torna-se necessário introduzir relações adicionais que governem a velocidade de crescimento da trinca e sua direção (BAZAZZADEH; ZACCARIOTTO; GALVANETTO, 2019).

Dentre as teorias não locais, destaca-se a peridinâmica, introduzida por Silling (2000) com o propósito de viabilizar a modelagem de trincas. A equação de movimento da mecânica dos sólidos foi reformulada para substituir derivadas por integrais, as quais são definidas em presença de descontinuidades. Para mais, o conceito de dano do material foi introduzido, permitindo a modelagem do início e propagação de trincas de maneira arbitrária e mais realista (CUNHA, 2021).

Na abordagem da PD, um contínuo é discretizado em pontos materiais que ocupam volume no contínuo que se deseja representar. A premissa dessa formulação é que o comportamento de cada ponto material é regido pela sua interação — denominada de ligação — com outros pontos materiais localizados em sua vizinhança. Dessa forma, tal teoria se dedica ao estudo das forças de interação entre pontos materiais dentro de uma determinada vizinhança, denominada de horizonte δ , conforme Figura 7 (JAVILI *et al.*, 2019).

Figura 7 – Exemplificação do modelo da peridinâmica.



Fonte: Adaptado de JAVILI *et al.*, 2019

A teoria exposta simplifica a abordagem de problemas nos quais discontinuidades se manifestam, como é o caso da fratura por fadiga (ZHANG; BOBARU, 2016).

Nesse estudo, será adotada a teoria PD baseada em ligações, por ser a versão mais condensada para implementação e capaz para atender aos objetivos propostos nesta pesquisa. Dessa forma, a peridinâmica surge como uma forma de contornar os problemas enfrentados pelas discontinuidades.

Em um instante de tempo t , as forças constitutivas entre dois pontos materiais x e x' , dentro da região delimitada por δ , podem ser expressas mediante a Equação 7, onde $u(x, t)$ e $u(x', t)$ caracterizam o deslocamento dos pontos materiais x e x' , respectivamente.

$$f = (x, x', u(x, t), u(x', t)) \quad (7)$$

A Equação 8, a seguir, trata-se da equação de movimento da teoria peridinâmica, proveniente da segunda Lei de Newton. Nela, torna-se possível calcular a aceleração do ponto material em cada instante de tempo, onde ρ denota a densidade do material; \ddot{u} representa o vetor aceleração; b corresponde às forças de corpo; f representa a força que a partícula x' exerce sobre x ; e H_x o domínio da integração.

$$\rho \ddot{u}(x_{(k)}, t) = \int_{H_x} f(\eta, \xi) dV_{x'} + b(x, t) \quad (8)$$

A posição relativa entre os dois pontos de interação dentro do horizonte é expressa por ξ conforme disposto abaixo, na Equação 9. O surgimento de um par de pontos está condicionado somente se a distância entre eles for inferior a δ .

$$\xi = \|x' - x\| < \delta, \quad \forall x' \in H_x \quad (9)$$

A força da ligação peridinâmica é expressa pela Equação 10, onde c simboliza o módulo de elasticidade da ligação, de suma importância para a definição da lei constitutiva.

$$f(\eta, \xi, t) = cs(\eta, \xi, t) \quad (10)$$

Para simplificar, o valor de c é considerado independente de ξ . Com base nisso, na formulação deste estudo, atribui-se que o parâmetro c se mantém constante ao longo de todas as ligações dentro do horizonte, sendo representado pela Equação 11:

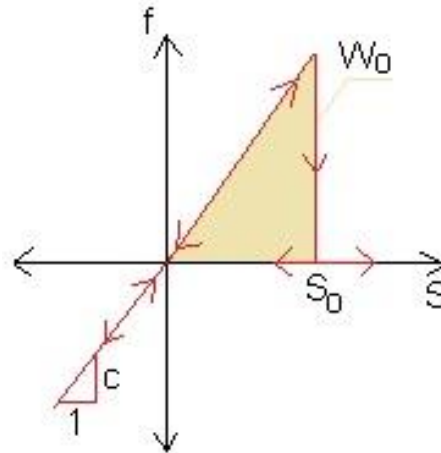
$$c = \frac{12E}{\pi\delta^4} \quad (11)$$

O estiramento normal da ligação, denominado stretch em inglês, é representado pela Equação 12, onde η indica um vetor de deslocamento relativo.

$$s = \frac{\|\eta - \xi\| - \|\xi\|}{\|\xi\|} \quad (12)$$

Em seguida, a Figura 8 exemplifica o perfil da lei constitutiva uniaxial, em que W_0 representa o trabalho necessário para romper uma única ligação (CABRAL *et al.*, 2019; SIL-LING, 2005). Nessa figura, está também presente o parâmetro c , que representa o módulo de elasticidade na ligação.

Figura 8 – Lei constitutiva uniaxial para simulação do dano.



Fonte: Adaptado de CABRAL *et al.*, 2019

A formulação da lei constitutiva estabelece que o alongamento crítico da ligação está relacionado a uma propriedade do material, a tenacidade à fratura específica — também conhecida como energia de fratura, G_f . Quando o alongamento atinge o valor crítico, s_0 , conforme Figura 8, ocorre a ruptura da ligação. Assim, a relação da energia de fratura e o alongamento para um modelo 2D, conforme descrita por Ha e Bobaru (2010), é expressa pela Equação 13:

$$s_0 = \sqrt{\frac{5\pi G_f}{12E\delta_0}} \quad (13)$$

Cada ligação apresenta um estado determinado por φ , que representa o dano local, conforme indicado pela Equação 14. No caso de $\varphi = 0$, não há ruptura na ligação no ponto considerado. Por outro lado, para $\varphi = 1$, a ligação está rompida. O dano local é determinado pela função escalar apresentada pela Equação 15.

$$\varphi = 1 - \frac{\int_{H_x} \vartheta dV_\xi}{\int_{H_x} dV_\xi} \quad (14)$$

$$\vartheta(\eta, \xi, t) = \begin{cases} 1 & \text{se } s \leq s_0 \\ 0 & \text{se } s \geq s_0 \end{cases} \quad (15)$$

2.5.1 Lei constitutiva bi linear

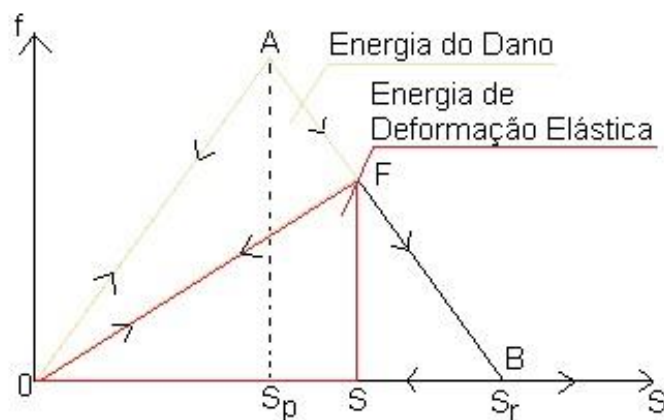
Materiais quase frágeis apresentam particularidades que complicam a simulação de seu comportamento não linear. Nesse viés, aspectos como a interação de múltiplas trincas e o efeito de escala são particularmente desafiadores. A relevância tecnológica desses materiais, dessa forma, motivou o desenvolvimento de diversas abordagens para superar as limitações mencionadas, tanto por meio de métodos de elementos finitos (MEF) quanto pelo método dos elementos discretos (MED) (CABRAL *et al.*, 2019).

Assim, a lei constitutiva bi linear representa uma revisão da lei constitutiva uniaxial — originalmente proposta por Silling e Askari (2005) —, sendo uma alternativa, principalmente, para a modelagem de materiais com comportamento quase frágil. Tendo em vista que o horizonte δ_0 é uma propriedade do material, o tamanho da família H_x pode ser consideravelmente extenso, até mesmo ultrapassando as dimensões da estrutura, o que inviabiliza a simulação devido à significativa quantidade de ligações (CUNHA, 2021).

Para solucionar essa dificuldade, Cabral *et al.*, (2019) introduziram o conceito de horizonte computacional δ' , sendo determinado como $\delta' = 3,015dx$, onde dx representa a distância entre os pontos materiais.

A Figura 9 a seguir exemplifica a definição dos parâmetros da lei constitutiva bi linear, assim como as energias resultantes ao longo do processo de danificação da ligação. Na reformulação atual, a condição crítica ocorre quando o alongamento, s , atinge ou excede o estiramento de ruptura, s_r , conforme definido pela Equação 16.

Figura 9 – Energias compreendidas durante a fratura conforme a lei bi linear reformulada.



Fonte: Adaptado de CABRAL *et al.*, 2019.

$$s_r = K_r s_p \text{ sendo } K_r = \frac{s_0 \delta_0}{s_p \delta'} \quad (16)$$

Logo, a variável s_p pode ser definida como a deformação na qual a estrutura perde globalmente sua linearidade, podendo equivaler a 70% a 80% da deformação alcançada no momento da ruptura do material. A determinação de K_r é obtida a partir de s_p , e, assim, a formulação da lei constitutiva bilinear é estabelecida. Métodos de calibração do horizonte — tratado como uma propriedade do material — são discutidos por Cabral *et al.*, (2019).

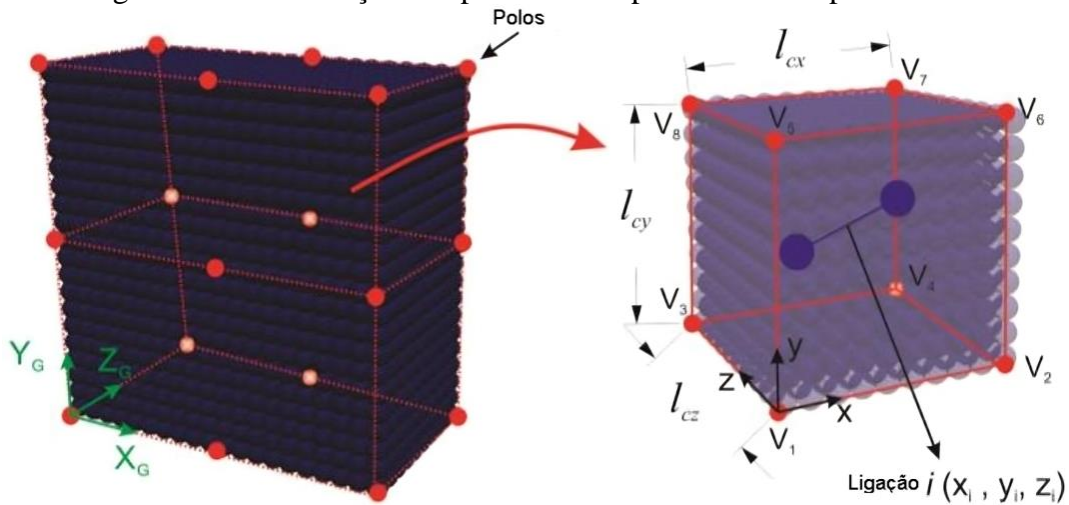
2.5.2 Campos aleatórios correlacionados

Em materiais quase frágeis, a presença da heterogeneidade, manifestada por agregados e vazios, torna-se ainda mais crucial, na medida em que tal presença exerce influência substancial no comportamento do material. Dado que a energia específica de fratura, G_f , está diretamente relacionada ao alongamento crítico da ligação, neste estudo, o referido parâmetro será introduzido mediante uma distribuição de probabilidade do tipo Weibull (SOARES, 2019).

Conforme aprimorado por Friedrich *et al.*, (2019), o modelo foi adaptado para se inserir no contexto da peridinâmica. Tal padrão consiste em incorporar prismas no interior do volume em análise, cujos lados são definidos pelos denominados comprimentos de correlação (l_{cx}, l_{cy}, l_{cz}) . A Figura 10 exemplifica esses prismas, destacando os oito vértices que cada um compreende, bem como incorpora as coordenadas globais do modelo (X_G, Y_G, Z_G) , as coordenadas locais do centro da ligação entre pontos materiais (x_i, y_i, z_i) e as coordenadas do prisma em relação às coordenadas globais (X_{Gi}, Y_{Gi}, Z_{Gi}) (Friedrich *et al.*, 2019).

Para determinar o valor de G_f para cada ligação, realiza-se uma interpolação tridimensional, conforme expresso pela Equação 17, após a Figura 10, considerando que cada um dos vértices (V_1, V_2, \dots, V_8) recebe um valor aleatório de G_f , segundo a distribuição de probabilidade do tipo Weibull.

Figura 10 – Distribuição dos polos no campo aleatório da peridinâmica.



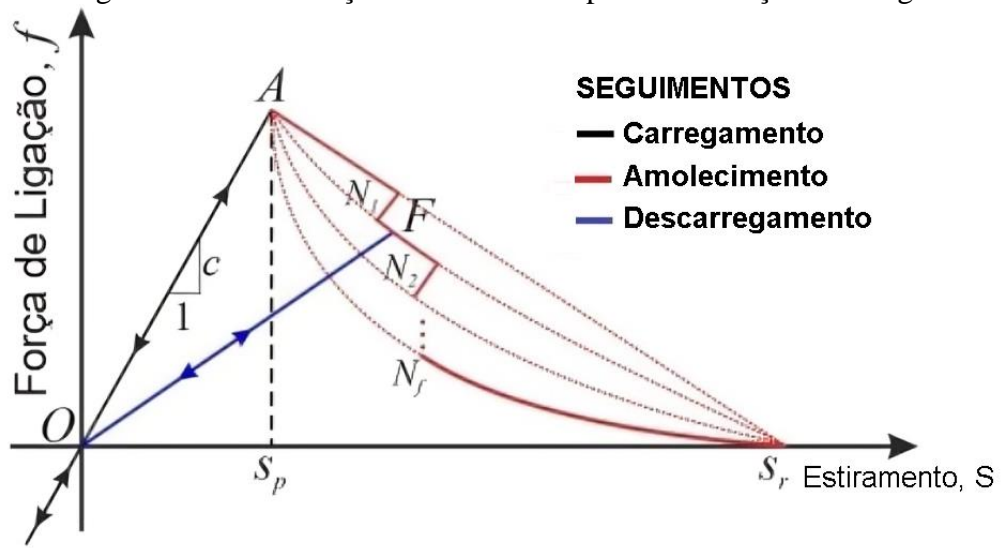
Fonte: Adaptado de FRIEDRICH *et al.*, 2019.

$$\begin{aligned}
 \varphi_v(x_i, y_i, z_i) = & V_1 + \frac{V_2 + V_1}{l_{cx}} x_i + \frac{V_3 - V_1}{l_{cy}} y_i + \frac{V_5 - V_1}{l_{cz}} z_i + \frac{V_4 - V_3 - V_2 + V_1}{l_{cx} l_{cy}} x_i y_i \\
 & + \frac{V_6 - V_5 - V_3 + V_1}{l_{cx} l_{cz}} x_i z_i + \frac{V_7 - V_5 - V_3 + V_1}{l_{cy} l_{cz}} y_i z_i \\
 & + \frac{V_8 - V_7 - V_6 - V_5 - V_4 + V_3 + V_2 - V_1}{l_{cx} l_{cy} l_{cz}} x_i y_i z_i
 \end{aligned} \tag{17}$$

2.5.3 Modificação da lei bi linear para a simulação da fadiga

A representação da lei constitutiva bi linear — representada na Figura 11 — sofre modificações em Friedrich *et al.*, (2023) para viabilizar a simulação de falha por fadiga. Em especial, nessa nova formulação, o segmento de amolecimento é influenciado pelo número de ciclos. Quando se simula um carregamento estático, o segmento é linear, resultando na obtenção da lei constitutiva bi linear (linha N_0 na Figura 11). No entanto, durante a simulação de carregamento cíclico, o comportamento transita de linear para exponencial, com as curvas exponenciais se alterando a cada ciclo N (linhas N_1 até N_f na Figura 11). Para mais detalhes, informações estarão dispostas em Friedrich *et al.*, (2023).

Figura 11 – Modificação da lei bi linear para a simulação da fadiga.

Fonte: Adaptado de VANTADORI *et al.*, 2023.

3 METODOLOGIA

Neste estudo, a análise do processo de falha por fadiga baseia-se em dados experimentais obtidos de vigas de concreto entalhadas submetidas a flexão de três pontos. Os conjuntos de dados experimentais são fornecidos em Hoover (2013), Wendner *et al.*, (2015) e Kirane e Bazant (2016), nos quais os autores conduziram avaliações dessas vigas sob carregamento estático e cíclico. Assim, os testes estáticos são condições essenciais para validar o comportamento do material, estabelecendo a base para a posterior análise de fadiga.

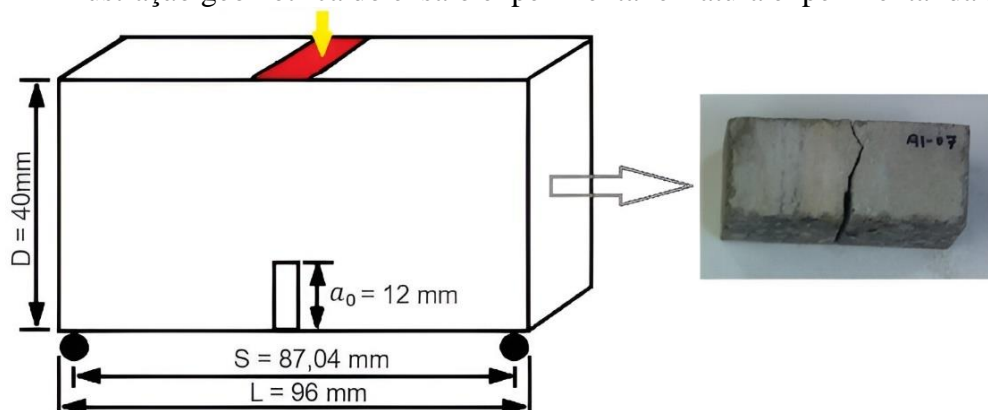
A descrição detalhada dos testes será fornecida a seguir, uma vez que as simulações serão conduzidas sob as mesmas condições experimentais.

3.1 Descrição do ensaio experimental

A configuração geométrica e as condições de contorno de uma amostra padrão são exemplificadas na Figura 12, em que a altura (D) da viga é de 40 mm — identificada como 'small size' em Hoover *et al.*, (2013).

As vigas possuem uma espessura, b , de 40 mm, uma distância entre os pontos de apoio dada por $S = 2.176xD$ e uma relação comprimento/altura de $L = 2.4xD$. Um total de cinco amostras foram submetidas a testes sob carregamento estático, enquanto outras quatro foram ensaiadas sob carregamento cíclico.

Figura 12 – Ilustração geométrica do ensaio experimental e fratura experimental da amostra.



Fonte: Autor, 2024

Os ensaios estáticos foram realizados sob controle do Deslocamento da Abertura da Boca da Trinca (do inglês Crack Mouth Opening Displacement - CMOD). Essa medida é utilizada para monitorar a progressão da trinca sob carregamento e é essencial para analisar o comportamento de fratura do material.

O CMOD é frequentemente usado em testes de flexão em três pontos e outros testes de fratura para garantir a estabilidade do controle de deslocamento na fase de amolecimento pós-pico, onde o material começa a ceder após atingir a resistência máxima. Utilizando o CMOD, é possível obter uma medida precisa do deslocamento na trinca, o que permite uma análise detalhada da resistência residual do material e da propagação da trinca (WENDNER *et al.*, 2015).

Nos ensaios de fadiga, as amostras foram submetidas a um carregamento cíclico senoidal com frequência de 0,1 Hz. O carregamento cíclico aplicado possuía um limite superior de 85% e um limite inferior de 5% do valor médio da resistência estática à flexão. As vigas foram confeccionadas com uma mistura de concreto que apresenta as seguintes propriedades físicas e mecânicas, conforme disposto em seguida na Tabela 1 (HOOVER *et al.*, 2013; FENG, 2018).

Tabela 1 – Propriedades físicas e mecânicas do concreto.

Densidade de massa (ρ)	Módulo de elasticidade (E)	Taxa de liberação de energia (G_f)	Resistência estática à flexão (σ_f)
2400 kg/m^3	41,24 GPa	72,5 Nm	3,04 MPa ($\pm 0,11 MP$)

Fonte: Autor, 2024

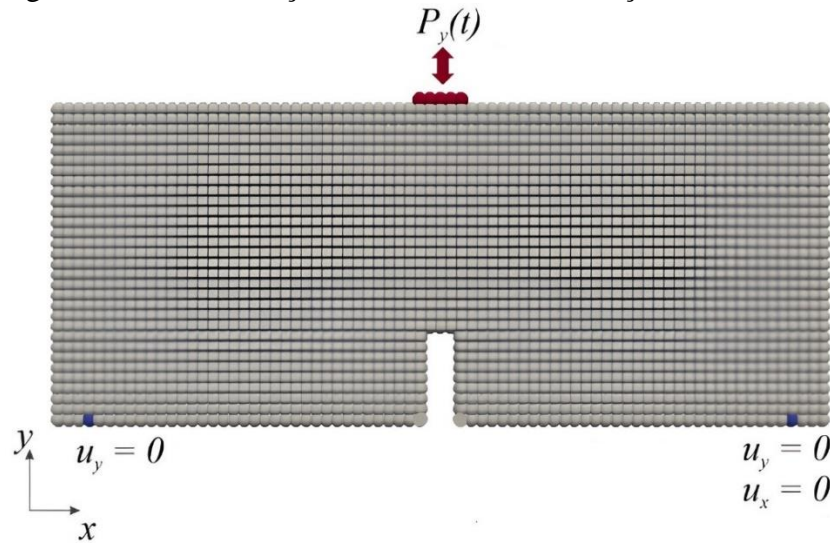
3.2 Descrição do modelo da peridinâmica (PD)

O modelo bidimensional (2D) da peridinâmica consiste em 96x40x1 pontos materiais. Um espaçamento de 0,0015 m entre os pontos foi adotado para a discretização do modelo. A Figura 13 representa a discretização do modelo PD, destacando as condições de contorno impostas:

- os deslocamentos na direção em x e y são restringidos no lado direito, enquanto os deslocamentos em x são restritos no lado esquerdo, sendo os pontos em azuis indicativos de tal restrição;
- os pontos em vermelho denotam as regiões onde as cargas são aplicadas na direção y .

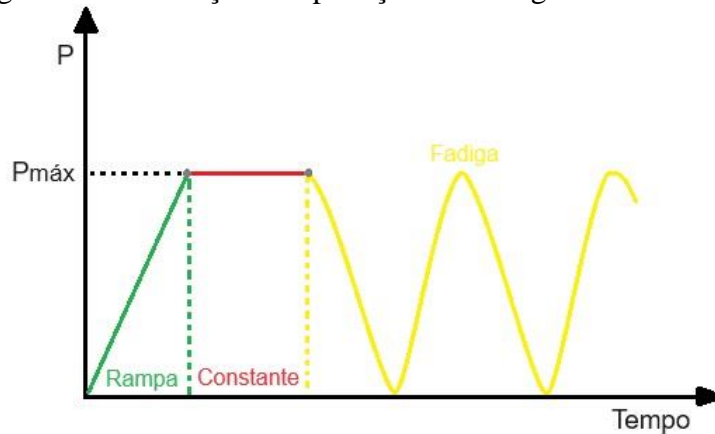
Na simulação do carregamento estático, $P_y(t)$ é substituído por um deslocamento prescrito, $u_y(t)$. Já na simulação do carregamento cíclico, $P_y(t)$ segue o padrão disposto na Figura 14. Inicialmente, uma carga é aplicada em forma de rampa, alcançando a tensão máxima desejada. Posteriormente, a carga permanece constante por um intervalo de tempo. Essa abordagem visa evitar mudanças abruptas no sentido da carga, prevenindo possíveis colapsos no modelo devido à cinética do movimento. Por fim, inicia-se o estágio de ciclagem do carregamento.

Figura 13 – Discretização do modelo PD e condições de contorno.



Fonte: FRIEDRICH *et al.*, 2023

Figura 14 – Ilustração da aplicação do carregamento flutuante.



Fonte: Autor, 2024

As propriedades do material, modelo e parâmetros da lei bi linear são apresentados a seguir na Tabela 2. O procedimento de cálculo dos parâmetros da lei bi linear pode ser conferido em Friedrich *et al.*, (2023).

Tabela 2 – Propriedades mecânicas e parâmetros do modelo.

E (GPa)	ν	ρ (kg/m ³)	G_f (Nm)	d_x (m)	s_p	K_r	δ' (m)	δ_0 (m)
41,24	0,25	2400	72,50	0,001	$7,65 \times 10^{-5}$	43,50	$3,015d_x$	0,42320

Fonte: Autor, 2024

Para que o campo aleatório possa ser aplicado, um coeficiente de variação, CV , igual a 50% foi estabelecido, bem como os comprimentos de correlação são $l_{cx} = l_{cy} = 0,010 \text{ m}$.

O modelo da peridinâmica proposto foi submetido à validação com base nos resultados obtidos em ensaios experimentais anteriormente documentados por Kirane e Bazant (2016), Hoover e Bazant (2013) e Wendner *et al.*, (2015). Nesse contexto, mediante a compreensão das propriedades mecânicas do material em análise, direcionou-se o foco à elaboração da relação entre simulação – experimento, visando proporcionar uma fundamentação consolidada para a aplicação do referido modelo ao material em questão.

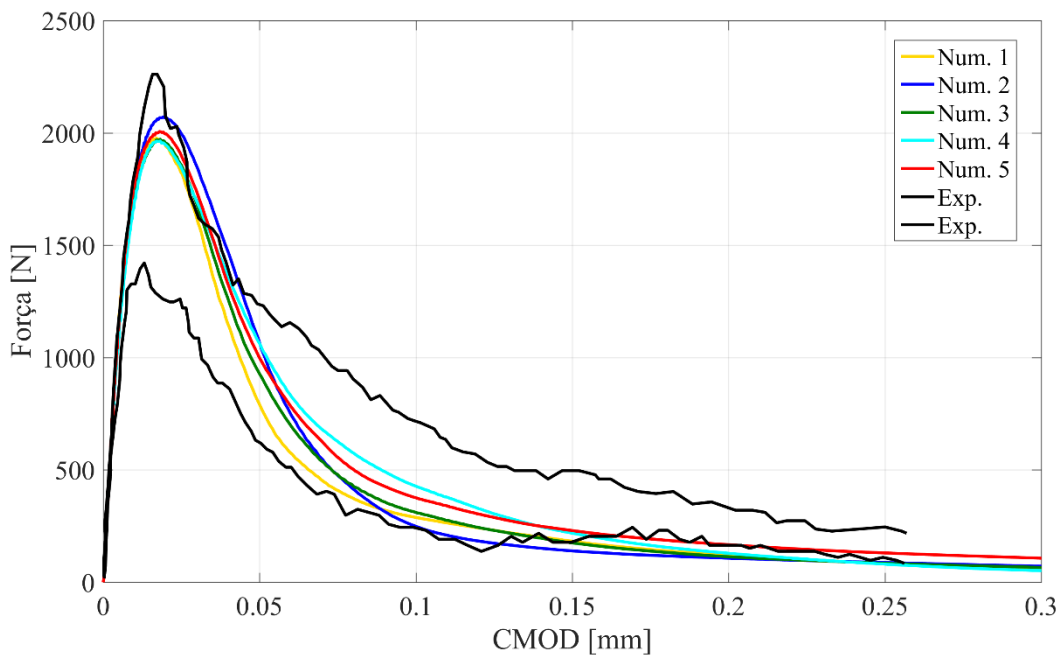
Com o intuito de simular as iterações dos testes, realizou-se a alteração do campo aleatório, especificamente, adotando uma nova semente na geração de números aleatórios a cada simulação (Numéricos). Tal procedimento proporciona distintos padrões de falha.

A partir desse ponto, deu-se início às simulações empregando a teoria peridinâmica, inicialmente modificando-se o algoritmo base para reproduzir os modelos sob condições de carregamento estático e, posteriormente, adaptando-o para a aplicação em carregamento cíclico.

4 RESULTADOS

Os resultados numéricos referentes à força em função do CMOD são ilustrados na Figura 15, onde as curvas rotuladas como “Numérico” correspondem aos diversos campos aleatórios da taxa de liberação de energia (G_f) gerados. Além disso, é exposto o intervalo experimental, indicado pelas linhas pretas inferior e superior, conforme os dados extraídos de Wendorfer *et al.*, (2015).

Figura 15 - Curva Força-CMOD para valores numéricos e experimentais.



Fonte: Autor, 2024

Ao examinar as curvas geradas, verifica-se que o pico de carga e a curva de decaimento estão em concordância com os resultados experimentais, independentemente do campo aleatório de G_f utilizado, seguindo um padrão consistente.

Na Tabela 3, são apresentados os valores experimentais e numéricos do pico de carga, bem como o valor médio, demonstrando a boa concordância entre os dados. Especificamente, para o valor médio estimado do pico de carga (1841 N), a diferença em relação ao valor experimental (1998 N) é de 8,53%.

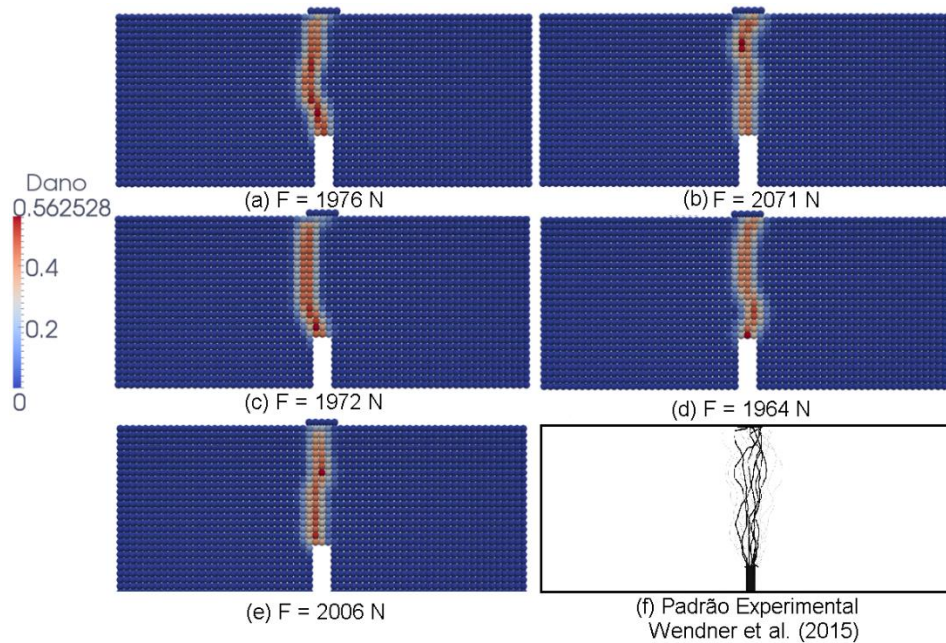
Tabela 3 - Resultados experimentais e numéricos para o pico de força.

EXPERIMENTAL		Nº	NUMÉRICO
Máximo	2261 N	1	1976 N
Mínimo	1421 N	2	2071 N
		3	1972 N
		4	1964 N
		5	2006 N
Média (\bar{x})	1841 N	Média (\bar{x})	1998 N

Fonte: Autor, 2024

As Figuras 16(a)-(e) ilustram os padrões de trincas na falha alcançados por meio de simulações numéricas, além dos padrões observados experimentalmente na Figura 16(f), conforme apresentado por Wendner *et al.* (2015). Na Figura 16(f) as linhas pretas indicam o trajeto percorrido pela trinca ao longo da profundidade do ligamento. Observa-se uma concordância significativa entre os resultados experimentais e os simulados.

Figura 16 - Padrões de trincas após a falha para as simulações numéricas e ensaio experimental.



Fonte: Autor, 2024

4.1 Carregamento cíclico

O valor médio da carga de pico estimada nos ensaios de carregamento estático foi empregado para realizar as simulações de carregamento cíclico. Nessas simulações, aplicou-se uma carga cíclica com um limite superior de 85% e um limite inferior de 5% do valor médio da da força de pico estática.

Utilizou-se uma frequência de 400 Hz para evitar tempos computacionais excessivos, assegurando que essa frequência não influenciasse os resultados numéricos devido à energia cinética do sistema.

Com base nesses parâmetros, iniciaram-se as simulações utilizando a teoria peridinâmica, ajustando o algoritmo para reproduzir os modelos sob carregamento cíclico.

4.1.1 Vida em fadiga

A Figura 17 apresenta o número de ciclos de carga em função do comprimento da trinca normalizado (a/D), considerando quatro diferentes campos aleatórios de G_f . As curvas experimentais também estão representadas na figura.

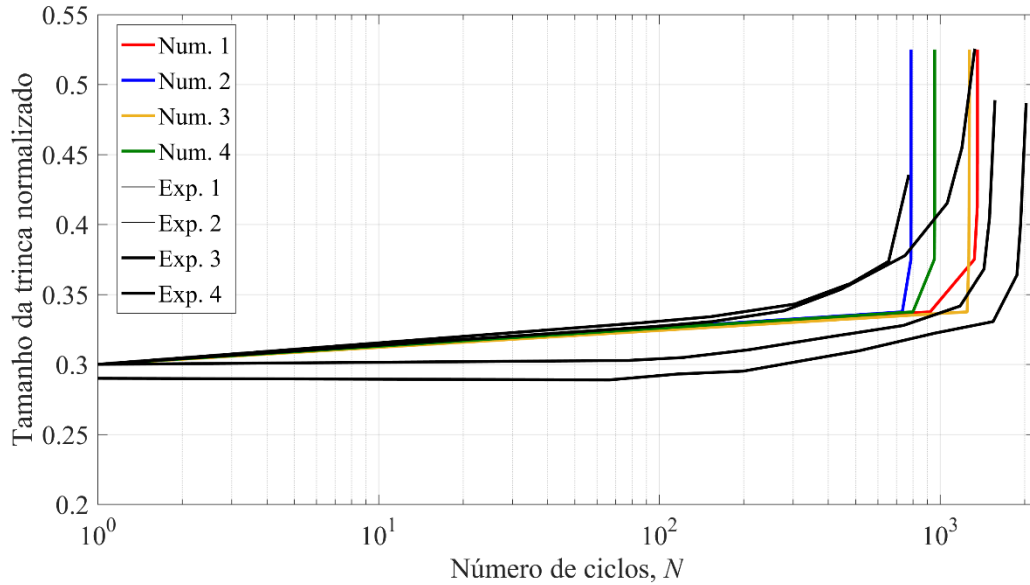
Observa-se que a vida útil à fadiga está em concordância com os resultados experimentais, independentemente do campo aleatório de G_f aplicado.

Essa dispersão é característica de materiais quase-frágeis em razão da heterogeneidade intrínseca do material e, conforme Kirane e Bazant (2016), é acentuada pela incerteza na carga aplicada decorrente da falta de conhecimento preciso da resistência da estrutura.

A Tabela 4 sintetiza a vida útil média à fadiga e o desvio padrão dos resultados experimentais e numéricos. Para os dados experimentais, somente aqueles utilizados para determinar os parâmetros da lei de Paris são considerados válidos. Portanto, o valor médio experimental da vida em fadiga é calculado considerando apenas os resultados válidos.

Ao analisar os dados, verifica-se que a vida útil média numérica está em concordância razoável com a vida útil experimental. Especificamente, a diferença no número médio de ciclos numérico, comparado ao valor experimental, é de 25,41%. Com base nisso, tanto os resultados numéricos quanto os experimentais exibem uma razoável dispersão na vida útil à fadiga.

Figura 17 - Número de ciclos de carga em função do tamanho da trinca normalizado.



Fonte: Autor, 2024

Tabela 4 - Resultados experimentais e numéricos em termos de vida em fadiga.

Nº	EXPERIMENTAL	Nº	NUMÉRICO
1	1622	1	1360
2	815	2	789
3	2084	3	1274
4	1354	4	958
Média (\bar{N})	1468 ciclos	Média (\bar{N})	1095 ciclos
Desvio padrão	± 467	Desvio padrão	± 231

Fonte: Autor, 2024

4.1.2 Lei de Paris

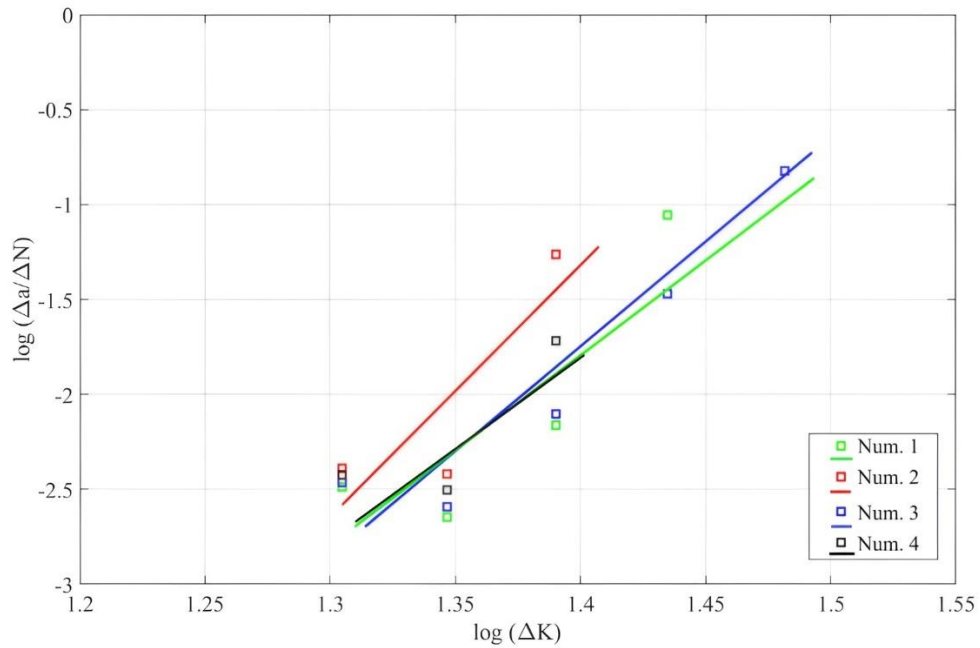
Nas Figuras 18 e 19, são traçados os pontos da relação $\Delta K - da/dN$ e as respectivas linhas de tendência linear para cada campo aleatório G_f apresentado na Figura 17. Os pontos dos dados experimentais e o ajuste (linhas em tracejado) também são apresentados.

É importante destacar que ΔK é medido em mm/ciclos e da/dN em $MPa\sqrt{mm}$, tendo em vista os dados experimentais de Kirane e Bazant (2016).

Observa-se que a linha ajustada, cuja inclinação corresponde ao parâmetro m da lei de Paris, é determinada exclusivamente pela fase de crescimento estável da trinca, excluindo-se os pontos referentes ao crescimento dinâmico do gráfico.

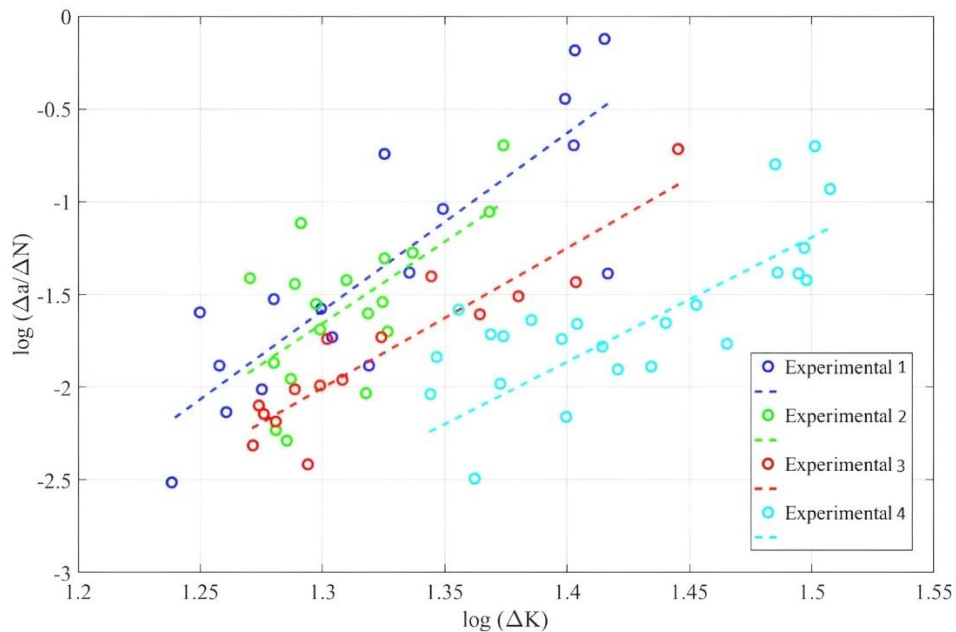
Adicionalmente, nota-se que o crescimento dinâmico da trinca não se dá com uma aceleração na velocidade de propagação, mas sim a uma velocidade quase constante. O crescimento inicial lento da trinca, observado experimentalmente, não está presente nos resultados numéricos, o que pode ser atribuído ao baixo nível de discretização utilizado.

Figura 18 - Relação $\log(da/dN)$ - $\log(\Delta K)$ para diferentes campos aleatórios G_f .



Fonte: Autor, 2024

Figura 19 - Relação $\log(da/dN)$ - $\log(\Delta K)$ experimental.



Fonte: Autor, 2024

A Tabela 5 apresenta o valor médio experimental e o desvio padrão dos parâmetros m e C , além dos valores individuais, médios e desvios padrão dos valores numéricos correspondentes.

Observa-se que os valores numéricos de m estão em concordância razoável com os resultados experimentais. Especificamente, a diferença no valor médio numérico de m , em relação ao valor experimental, é de 18,96%. O modelo atual é eficaz na captura dos altos expoentes m característicos de materiais quase-frágeis.

Ao analisar o parâmetro C , nota-se uma maior disparidade em relação aos dados experimentais. Mais precisamente, a diferença no valor médio numérico de C , em relação ao valor experimental, é de 84,42%. Contudo, devido à considerável dispersão na vida útil observada nos dados experimentais de materiais quase-frágeis, que pode variar em mais de duas ordens de magnitude, o valor do parâmetro C também apresenta uma ampla distribuição. Por outro lado, o parâmetro m não é afetado por essa variação e, portanto, é considerado o parâmetro mais significativo.

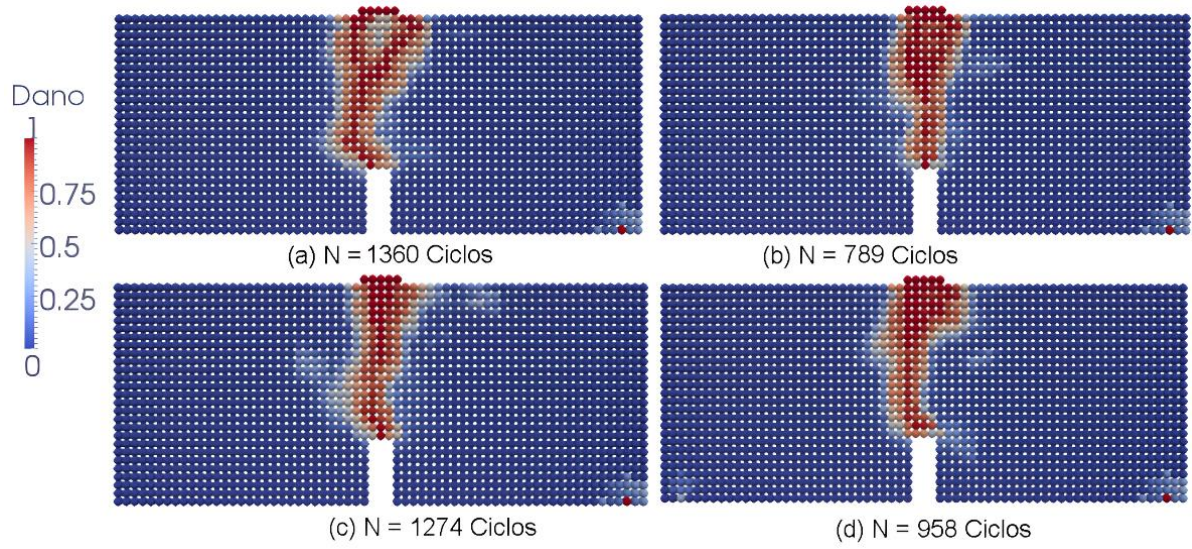
Tabela 5 - Resultados experimentais e numéricos dos parâmetros da lei de Paris.

EXPERIMENTAL			NUMÉRICO		
N°	m	C	N°	m	C
1	8,33	-29,77	1	11	-17
2	8,65	-29,81	2	13	-20
3	9,4	-31,87	3	10	-16
4	7,99	-30,26	4	8.3	-13
Média (\bar{m})	8,59	-30,43	Média (\bar{C})	10.6	-16.5
Desvio padrão	$\pm 1,11$	$\pm 0,987$	Desvio padrão	$\pm 1,96$	$\pm 2,5$

Fonte: Autor, 2024

O padrão de falha final para cada um dos resultados numéricos é exemplificado na Figura 20. Observa-se que em todos os casos a fratura ocorre a partir do entalhe em direção ao ponto de aplicação da carga cíclica. Os padrões são detalhados conforme as seguintes subfiguras: (a) Numérico 1, (b) Numérico 2, (c) Numérico 3 e (d) Numérico 4.

Figura 20 - Padrão de falha dos resultados numéricos.



Fonte: Autor, 2024

5 CONCLUSÕES

Neste estudo, investigou-se numericamente a propagação de trincas por fadiga em corpos de prova de concreto utilizando um modelo peridinâmico recente. O concreto, caracterizado como um material quase-frágil, é composto por agregados, areia, cimento e água.

Inicialmente, implementou-se o modelo para simular o comportamento sob carga estática. As análises da carga máxima e do decaimento nas simulações mostraram-se consistentes com os resultados experimentais, independentemente do campo aleatório de G_f utilizado, o que evidencia a robustez do modelo para essa condição.

Na simulação de fadiga, os resultados indicam que o modelo é capaz de estimar com precisão aceitável a vida útil em fadiga – diferença de aproximadamente 25% entre a média do número de ciclos numérico e experimental – e os padrões de trincas nos corpos de prova avaliados. Embora tenham sido observadas algumas divergências nos parâmetros da lei de Paris, o método demonstrou eficácia em capturar os expoentes m típicos de materiais quase-frágeis, destacando sua capacidade preditiva.

Os resultados deste estudo foram bastante promissores. O modelo peridinâmico proposto, proporcionou uma análise satisfatória das características e dos mecanismos de degradação por fadiga, alinhando-se ao comportamento observado nos testes experimentais. Este trabalho não apenas valida a aplicação do modelo em condições diversas de carga, mas também sugere sua utilidade para otimização e previsão de vida útil em estruturas de concreto sujeitas a fadiga.

6 SUGESTÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

Para estudos adicionais nesta área, existem várias maneiras de explorar o conhecimento da propagação de trincas por fadiga em materiais quase frágeis:

- Estudar novos materiais com comportamento quase frágil para entender melhor como diferentes composições afetam a durabilidade e a resistência à fadiga das estruturas.
- Realizar uma validação experimental mais ampla do modelo peridinâmico proposto, testando-o sob uma gama mais ampla de condições experimentais e geometrias de amostra para garantir a sua resiliência e precisão em vários ambientes práticos.
- Conduzir análises de sensibilidade para investigar como diferentes parâmetros influenciam os resultados do modelo, incluindo a avaliação da influência da taxa de discretização, das condições de contorno específicas e das propriedades detalhadas do material.

Essas sugestões oferecem algumas oportunidades para avançar no campo da fadiga em materiais quase-frágeis, melhorando tanto a compreensão teórica quanto a aplicação prática das pesquisas desenvolvidas.

REFERÊNCIAS

- ANDERSON, T. L. Fracture mechanics: Fundamentals and applications, fourth edition. 4. ed. New York City, USA: Productivity Press, 2017.
- BAŽANT, Z. P. Design of quasibrittle materials and structures to optimize strength and scaling at probability tail: an apercu. **Proceedings. Mathematical, physical, and engineering sciences**, Evanston, v. 475, n. 2224, p. 20180617, 2019.
- BAZAZZADEH, S.; ZACCARIOTTO, M.; GALVANETTO, U. Fatigue degradation strategies to simulate crack propagation using peridynamic based computational methods. **Latin American journal of solids and structures**, v. 16, n. 2, 2019.
- CUNHA, Andresa Rodrigues. **Aplicação da peridinâmica e da teoria das distâncias críticas no estudo da fratura de materiais**. 68 p. Tese – Engenharia Mecânica. Universidade Federal do Pampa, 2021.
- DOWLING, N. E. **Mechanical behavior of materials: Engineering methods for deformation, fracture, and fatigue**. 2. ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Pearson, 1999.
- FINDLAY, S. J.; HARRISON, N. D. Why aircraft fail. **Materials today (Kidlington, England)**, Farnborough, v. 5, n. 11, p. 18–25, 2002.
- HA, Y. D.; BOBARU, F. Studies of dynamic crack propagation and crack branching with peridynamics. **International journal of fracture**, Nebraska, v. 162, n. 1–2, p. 229–244, 2010.
- ISKANDER, M.; SHRIVE, N. Fracture of brittle and quasi-brittle materials in compression: A review of the current state of knowledge and a different approach. **Theoretical and applied fracture mechanics**, Calgary, v. 97, p. 250–257, 2018.
- JAVILI, A. et al. Peridynamics review. **Mathematics and mechanics of solids: MMS**, Glasgow, v. 24, n. 11, p. 3714–3739, 2019.
- LABUZ, J. F.; BIOLZI, L. Characteristic strength of quasi-brittle materials. **International journal of solids and structure**. p. 4191–4203, 1998.
- NORTON, R. L. **Projeto de Máquinas: Uma Abordagem Integrada**. Av. Jerônimo de Ornelas, 670 – Santana: BOOKMAN EDITORA LTDA., 2013.
- PARIS, P.; ERDOGAN, F. A critical analysis of crack propagation laws. **Journal of basic engineering**, v. 85, n. 4, p. 528–533, 1963.
- ROSSI CABRAL, N. *et al.* An alternative bilinear peridynamic model to simulate the damage process in quasi-brittle materials. **Engineering fracture mechanics**, v. 216, n. 106494, p. 106494, 2019.
- SCHIJVE, J. **Fatigue of Structures and Materials**. 2. ed. Dordreque, Netherlands: Springer, 2014.

SHAH, S. P.; SWARTZ, S. E.; OUYANG, C. **Fracture mechanics of concrete: Applications of fracture mechanics to concrete, rock and other quasi-brittle materials.** Nashville, TN, USA: John Wiley & Sons, 1995.

SILLING, S. A.; ASKARI, E. A meshfree method based on the peridynamic model of solid mechanics. **Computers & structures**, v. 83, n. 17–18, p. 1526–1535, 2005.

SOARES, F. S. **Caracterização da vida em fadiga pelo método de elementos discretos.** 80 p. Tese (Mestrado em Engenharia) – Engenharia Mecânica. Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2014.

SOARES, F. S. **Modelagem de fenômenos de fadiga em materiais quase frágeis heterogêneos utilizando uma versão do método de elementos discretos formados por barras.** [s.l.] Universidade Federal do Rio Grande do Sul, fev. 2019.

VANTADORI, S. *et al.* NUMERICAL SIMULATION OF FATIGUE CRACK PROPAGATION OF THE SHOT-EARTH 772 USING A NOVEL PERIDYNAMIC MODEL. **Construction and Building Materials**, Jan., 2023.

WENDNER, R. *et al.* Characterization of concrete failure behavior: a comprehensive experimental database for the calibration and validation of concrete models. **Materials and structures**, v. 48, n. 11, p. 3603–3626, 2015.

WITHEY, P. A. Fatigue failure of the de Havilland comet I. **Engineering failure analysis**, v. 4, n. 2, p. 147–154, 1997.

ZACCARIOTTO, M. *et al.* Examples of applications of the peridynamic theory to the solution of static equilibrium problems. **The aeronautical journal**, v. 119, n. 1216, p. 677–700, 2015.

ZHANG, G.; BOBARU, F. **Modeling the evolution of fatigue failure with peridynamics.** 2016.

ZHANG, J.-Z.; ZHOU, X.-P. Fracture process zone (FPZ) in quasi-brittle materials: Review and new insights from flawed granite subjected to uniaxial stress. **Engineering fracture mechanics**, v. 274, n. 108795, p. 108795, 2022.