

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA**

**JEAN JONATHAN SCHUSTER**

**ESTUDO DA TRANSIÇÃO LAMINAR-TURBULENTO UTILIZANDO CFD**

**Alegrete  
2015**

**JEAN JONATHAN SCHUSTER**

**ESTUDO DA TRANSIÇÃO LAMINAR-TURBULENTA UTILIZANDO CFD**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Felipe Denardin Costa

**Alegrete  
2015**

**JEAN JONATHAN SCHUSTER**

**ESTUDO DA TRANSIÇÃO LAMINAR-TURBULENTA UTILIZANDO CFD**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

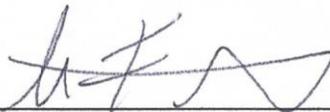
Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 9 de Julho de 2015.

Banca examinadora:



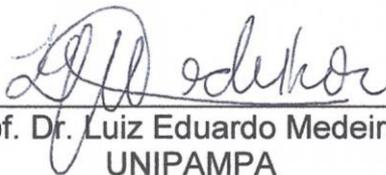
---

Prof. Dr. Felipe Denardin Costa  
Orientador  
UNIPAMPA



---

Prof. Dr. Cesar Flaubiano da Cruz Cristaldo  
UNIPAMPA



---

Prof. Dr. Luiz Eduardo Medeiros  
UNIPAMPA

Dedico este trabalho aos meus pais, Paulo e Lucinda, e irmãos, Cristiano e Elisangela.

## **AGRADECIMENTO**

Aos meus pais Paulo e Lucinda, que tornaram tudo isso possível.

Ao meu irmão Cristiano, pelo apoio e companheirismo de sempre.

Ao Prof. Dr. Felipe Denardin Costa, pela sua orientação e amizade.

Aos professores de todas as disciplinas, que contribuíram em muito para minha formação.

A todos os meus amigos, pelo companheirismo e amizade.

## RESUMO

Em mecânica de fluidos camada limite é a região de um escoamento que sente a influência direta da presença de uma superfície limítrofe. Este conceito também pode ser aplicado a escoamentos atmosféricos. O escoamento na camada limite atmosférica (CLA) é predominantemente turbulento, todavia, logo após o ocaso, a incidência de radiação proveniente do Sol cessa e a superfície passa a se resfriar através da emissão de radiação de onda longa. Conseqüentemente, a camada de ar adjacente a superfície também é resfriada, dando origem a uma camada limite estratificada (CLE) termicamente. Na CLE a produção de turbulência é predominantemente mecânica, sendo que em noites com forte estratificação, geralmente noites de céu claro, vento fraco e com grande perda radiativa, a atividade turbulenta é reduzida em várias ordens de grandeza, porém podendo ressurgir abruptamente de forma imprevisível no tempo e no espaço. A modelagem numérica do escoamento nestas condições é uma tarefa muito difícil, a maioria dos modelos presentes na literatura não consegue representar o comportamento imprevisível do escoamento. Trabalhos recentes sugerem que este problema pode estar relacionado com a forma que as difusividades de momentum e calor são prescritas na CLE e estão relacionadas entre si. Geralmente, o coeficiente de difusão de momentum é estimado através de uma equação prognóstica e o coeficiente de difusão de calor é calculado a partir da mesma, levando em conta o número de Prandtl turbulento ( $Prt$ ) do escoamento. Diversas análises mostram que o  $Prt$  é praticamente constante e próximo de uma unidade, em condições de fraca estabilidade atmosférica, o que é utilizado pela maioria dos modelos atmosféricos descritos na literatura. Entretanto, trabalhos recentes sugerem dois regimes distintos na dependência de  $Prt$  com a estabilidade atmosférica, indicando forte dependência entre os mesmos. Desta forma, este trabalho visa o desenvolvimento de um experimento numérico para o estudo da transição laminar-turbulenta, utilizando um software livre de fluidodinâmica computacional onde a estratificação superficial será desconsiderada, pois neste estágio apenas interessa as dimensões do domínio utilizado, a velocidade mínima para que ocorra a transição entre os escoamentos e como essa transição afeta a difusão de momentum e energia na forma de calor no escoamento.

Palavras-Chave: Transição laminar-turbulenta, difusão de calor e momentum, camada limite estratificada, fechamento.

## ABSTRACT

In fluid mechanics the boundary layer is the region of the flow that senses a direct influence by the presence of the limiting surface. This concept can be also applied for an atmospheric flow. The flow on the atmospheric boundary layer is predominantly turbulent, however, after the sunset, the radiation incidence caused by the sun ceases and the surface starts to be cooled down by a longwave radiation emission. Therefore, an adjacent air layer is also cooled down, resulting in a thermally stratified boundary layer. On this stratified boundary layer the turbulence is predominantly mechanic, in night with strong stratification, usually night with a clean sky, weak wind and big radioactive loss, the turbulence activity decreases by several orders of magnitude, but may reappearing abruptly and unpredictably in time and space. A numeric model of a flow in these conditions is a very hard task, the most model in the existing literature cannot describe the unpredictable behavior of the flow. Recent research suggests that this problem can be caused by the way that the diffusivity of the heat and momentum are described on the stratified boundary layer and are related to each other. Usually, the momentum diffusivity coefficient is estimated by a prognostic equation and the heat diffusivity can be obtained with the results of this equation, taking into consideration the turbulent Prandtl number of the flow. Many analyses show that the Prandtl number is virtually constant and close to the unity, in weak atmospheric stability, what is utilized by the most existing atmospheric models. However, recent researches suggest two distinct regimes that depend of the Prandtl number with the atmospheric stability, indicating strong dependence with each other. This way, this work aims the development of a numeric experiment to the study of the laminar-turbulent transition, using a computational fluid dynamic software where the surface stratification will be ignored, because in this stage of the work the only interest is the surface dimensions of the domain utilized, the minimum velocity to the flow transition to occur and how this transition affects the momentum and heat energy diffusivity on the flow.

Keywords: Laminar-turbulent transition, diffusivity of heat and momentum, stratified boundary layer, closure.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – $Prt$ como função de $Ri$ na CLA.....	16
Figura 2 – Dependência de $Ri$ sobre $Prt$ .....	17
Figura 3 – Definição-limite de massa específica de um fluido contínuo.....	20
Figura 4 – Distribuição de velocidade de um escoamento viscoso de Couette.....	21
Figura 5 – Linhas de corrente (a) e tubo de corrente (b).....	25
Figura 6 – Linhas de emissão sobre um automóvel BMW M3 coupé.....	25
Figura 7 – Perfil de velocidade devido a condição de não escorregamento.....	26
Figura 8 – Camada limite de velocidade sobre uma placa plana.....	27
Figura 9 – Camada limite térmica sobre uma placa plana isotérmica.....	27
Figura 10 – Camada limite de concentração de uma espécie sobre uma placa.....	28
Figura 11 – Escoamento sobre um cilindro.....	30
Figura 12 – Fator de fricção em tubos lisos.....	32
Figura 13 – Trajetória de uma partícula em regime laminar e turbulento.....	33
Figura 14 – Experimento com corante realizado por Reynolds.....	34
Figura 15 – Mudança temporal de velocidade em um escoamento em tubo perto do regime de transição laminar-turbulento para várias distâncias do centro do tubo $r...$	35
Figura 16 – Perfil de velocidade em um tubo.....	36
Figura 17 – Desenvolvimento da camada limite sobre uma placa plana.....	37
Figura 18 – Transição laminar-turbulenta em um duto de seção circular.....	38
Figura 19 – Transição na camada limite.....	38
Figura 20 – Vórtices turbulentos sobre a superfície de uma asa em delta.....	41
Figura 21 – Comparação de um escoamento sobre dois cilindros paralelos: (a) experimento e (b) simulação numérica.....	52
Figura 22 – Fluxograma de funções principais de uma análise CFD.....	53
Figura 23 – Fluxograma de atividades.....	56
Figura 24 – Visão geral da estrutura do OpenFOAM®.....	59
Figura 25 – Árvore de pastas para a criação de um caso.....	60
Figura 26 – Domínio utilizado no caso simulado.....	62
Figura 27 – Linhas responsáveis pela criação da malha no arquivo <i>blockMeshDict</i> .....	63
Figura 28 – Vista da malha.....	64
Figura 29 – Configuração das superfícies de controle.....	65
Figura 30 – Modelo termo físico usado.....	70
Figura 31 – Pontos de amostragem no domínio do (2 1,9 1) ao (2 0,1 1) de cima para baixo.....	74
Figura 32 – Campo inicial de velocidade.....	75
Figura 33 – Campos de fronteira ( <i>boundary fields</i> ).....	76
Figura 34 – Canal não perturbado a) e canal perturbado com <i>perturbU</i> b).....	79
Figura 35 – Série temporal de $u(x)$ e $v(x)$ a), e de temperatura b), para a caso 1.....	83
Figura 36 – Série temporal de $u(x)$ e $v(x)$ a), e de temperatura b), para a caso 2.....	83
Figura 37 – Série temporal de $u(x)$ e $v(x)$ a), e de temperatura b), para a caso 3.....	84
Figura 38 – Serie temporal de ECT para os níveis ímpares para a caso 1.....	85
Figura 39 – Serie temporal de ECT para os níveis ímpares para a caso 2.....	86
Figura 40 – Serie temporal de ECT obtidas por um modelo de fechamento DRM.....	87
Figura 41 – Serie temporal de ECT para os níveis ímpares para a caso 3.....	88
Figura 42 – Perfis médios de velocidade adimensional a), de temperatura adimensional b) de ECT c), fluxo turbulento de calor por velocidade de fricção para todas as simulações.....	90

Figura 43 – Temperatura média no nível para cada uma das simulações. ....	92
Figura 44 – Dependência $u^*$ com $U$ . Cada ponto é um bloco de 400 observações...	92
Figura 45 – Velocidade de fricção por log. de Richardson gradiente para o segundo nível, com dados de três hora e todas as simulações.....	93

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Cronograma de atividades. ....	58
Tabela 2 – Significado de cada posição para a especificação de unidades.....	67
Tabela 3 – Principais palavras-chave do <i>fvSchemes</i> . ....	73

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CFD – Computational fluid dynamics

CLA – Camada limite atmosférica

CLE – Camada limite estável

CNTP – Condições normais de temperatura e pressão

DNS – Direct numerical simulation

ECT – Energia cinética turbulenta por unidade de massa

GUI – Graphical user interface

LES – Large Eddy Simulation

MNPTC – Modelos numéricos para a previsão de tempo e clima

RANS – Reynolds-averaged Navier-Stokes

SGS – Escalas de subgrade

## LISTA DE SÍMBOLOS

$\rho$  – Densidade

$\nu$  – Viscosidade cinemática

$m$  – Massa

$\delta$  – Diferença entre duas variáveis

$\mu$  – Viscosidade Dinâmica

$\tau$  – Tensão de cisalhamento

$v$  – Volume

$\eta$  – Qualquer propriedade extensiva

$\lambda$  – Fator de atrito

$\lambda$  – Hipótese de Stokes

$\dot{Q}$  – Fluxo de energia térmica

$E_t$  – Energia total

$\vec{q}$  – Fluxo de calor

$e$  – Energia interna específica

$\dot{W}$  – Potência

$\sigma$  – Tensão normal

$c_p$  – Calor específico a pressão constante

$k$  – Condutividade térmica

$k$  – Energia cinética turbulenta

$K$  – Constante de von Kármán

$Pr_t$  – Número de Prandtl turbulento

$Re$  – Número de Reynolds

$Re_\tau$  – Número de Reynolds baseado na velocidade de fricção

$Ri$  – Número de Richardson gradiente

$Rf$  – Número de Richardson fluxo

## SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS .....	8
LISTA DE TABELAS .....	10
LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS .....	11
LISTA DE SÍMBOLOS .....	12
1 INTRODUÇÃO .....	15
2 REVISÃO TEÓRICA .....	19
2.1 Noções básicas de Mecânica de Fluidos .....	19
2.1.1 Definição de fluido .....	19
2.1.2 Viscosidade .....	21
2.1.2.1 Fluidos Newtonianos .....	22
2.1.2.2 Fluidos não Newtonianos .....	23
2.1.3 Campo de velocidade.....	23
2.1.3.1 Linhas de tempo, de emissão, de corrente e de trajetória.....	24
2.2 Camada limite .....	25
2.3 Número de Reynolds.....	28
2.4 Regimes de escoamento .....	31
2.4.1 Regime laminar.....	33
2.4.2 Transição regime laminar-turbulento .....	33
2.4.3 Regime turbulento.....	39
2.5 Equações de campo para escoamento de fluidos Newtonianos .....	42
2.5.1 Equação da continuidade .....	42
2.5.2 Equações de momentum .....	43
2.5.3 Relação entre tensões e taxa de deformação.....	44
2.5.4 Derivação das equações de Navier-Stokes.....	46
2.5.5 Equação da energia.....	47
2.6 Análise dimensional e semelhança .....	50
2.7 Fluidodinâmica computacional.....	52
2.7.1 Métodos de solução .....	53
2.7.1.1 Médias de Reynolds .....	53
2.7.1.2 Simulação de grandes turbilhões .....	54
2.7.1.3 Simulação numérica direta.....	54
3 METODOLOGIA .....	56
4 RESULTADOS.....	59

4.1 O diretório <i>constant</i> .....	60
4.1.1 Criação da geometria para as simulações .....	60
4.1.2 Superfícies de controle.....	64
4.1.3 Modelo e outras propriedades da simulação.....	66
4.1.3.1 Campo gravitacional .....	66
4.1.3.2 Modelo de turbulência .....	67
4.1.3.3 Propriedades termo físicas .....	69
4.1.3.4 Propriedades de transporte.....	71
4.2 O diretório <i>system</i> .....	71
4.2.1 Configurações de controle da simulação .....	71
4.2.2 Solução e controle de algoritmos .....	72
4.2.3 Esquemas numéricos .....	73
4.2.4 Pontos de amostragem ( <i>probesDict</i> ).....	73
4.3 O diretório tempo .....	75
4.3.1 Campo de velocidade (U).....	75
4.3.2 Energia cinética turbulenta (k) .....	76
4.3.3 Pressão (p).....	77
4.3.4 Pressão dinâmica (p_rgh).....	77
4.3.5 Temperatura (T) .....	77
4.3.6 Vazão mássica através da face das células (phi) .....	77
4.3.7 Viscosidade da SGS (muSgs) .....	78
4.3.8 Difusividade turbulenta de calor da SGS (alphaSgs).....	78
4.4 Aplicativo <i>perturbU</i> .....	79
4.5 Solver utilizado.....	80
4.6 Início das simulações .....	80
4.7 Matrizes de dados da simulação.....	81
4.8 Resultados das simulações .....	81
4.8.1 Regimes de escoamento .....	81
4.8.2 Perfis de velocidade ECT e temperatura .....	88
5 DISCUSSÃO .....	91
5 CONCLUSÃO .....	94
REFERÊNCIAS.....	96

## 1 INTRODUÇÃO

Logo após o pôr do Sol a incidência de radiação de onda curta sobre a superfície terrestre cessa, e essa passa por um processo de resfriamento radiativo devido à emissão de radiação de onda longa. Como consequência deste processo, as camadas de ar adjacentes à superfície também são resfriadas, dando origem a uma camada limite estratificada conhecida como camada limite estável (CLE) (STULL, 1988; ARYA, 2000). Em tais condições a produção de turbulência é exclusivamente mecânica, através do cisalhamento do vento, enquanto que o empuxo, que durante o dia atua na geração de turbulência, neste caso é um sumidouro de turbulência devido a estratificação da CLE. Em noites de céu claro e com pouco vento a perda radiativa da superfície é intensa ocasionando uma estratificação térmica capaz de suprimir em muitas escalas de grandeza a atividade turbulenta (MAHRT e VICKERS, 2006), assim, afetando diretamente os processos difusivos que ocorrem na camada limite atmosférica (CLA).

Este balanço complexo é representado pela equação da energia cinética turbulenta (ECT) mostrada pela Equação 1 (STULL, 1988).

$$\underbrace{\frac{\partial \bar{e}}{\partial t}}_I + \underbrace{\bar{U}_j \frac{\partial \bar{e}}{\partial x_j}}_II = +\delta_{i3} \underbrace{\frac{g}{\theta_v} (\overline{u'_i \theta'_v})}_{III} - \underbrace{\overline{u'_i u'_j} \frac{\partial \bar{U}_i}{\partial x_j}}_IV - \underbrace{\frac{\partial (\overline{u'_j e})}{\partial x_j}}_V - \underbrace{\frac{1}{\bar{\rho}} \frac{\partial (\overline{u'_i p'})}{\partial x_i}}_VI - \underbrace{\varepsilon}_{VII} \quad 1$$

O termo I da Equação 1 representa a variação local temporal de ECT, o termo II é a advecção de ECT, o termo III representa o empuxo e é devido ao fluxo de energia sob a forma de calor (positivo durante o dia e negativo durante a noite), o termo IV é a produção mecânica de turbulência pelo cisalhamento do vento, o termo V representa o transporte de energia turbulenta, já o termo VI é a distribuição de energia entre as diferentes componentes devido as forças de pressão e o termo VII é a taxa de dissipação viscosa de energia.

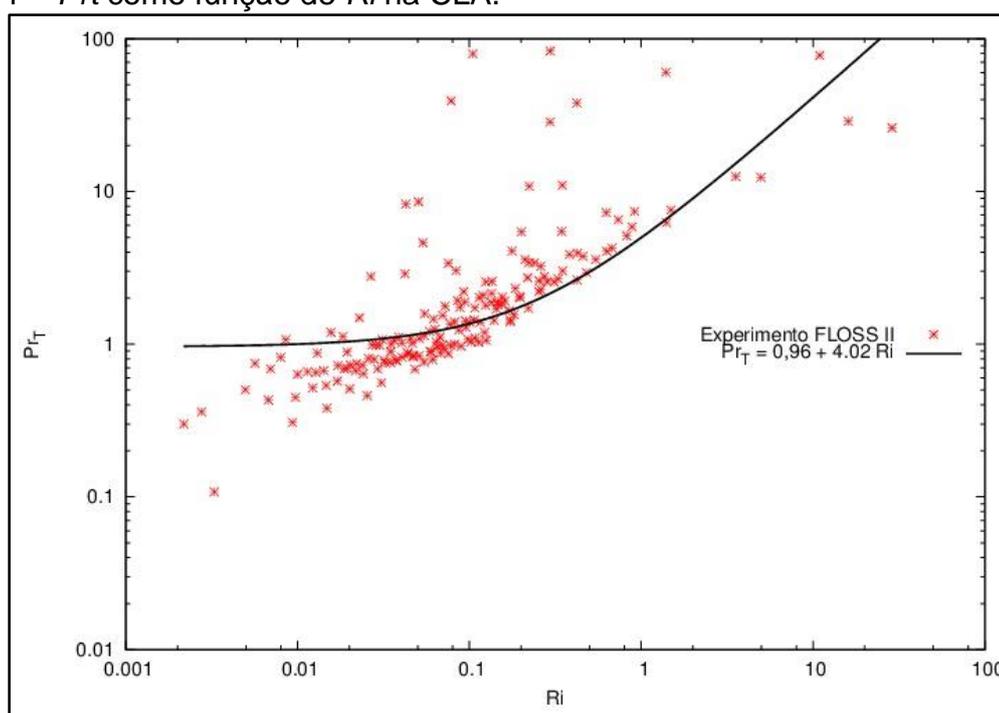
Um dos principais desafios dos modelos numéricos quando operados nestas condições, é a estimativa adequada dos fluxos turbulentos. Geralmente, os fluxos turbulentos são estimados através da utilização da teoria fluxo-gradiente, assim como em problemas de transferência de calor e massa, conhecida como teoria *K*. Na teoria *K* o coeficiente de difusão de momentum (*Km*) geralmente é parametrizado através do produto de uma escala de velocidade e de uma escala de comprimento (STULL, 1988; ARYA, 2000). O coeficiente de difusão de energia na forma de calor (*Kh*) é

obtido através da razão entre o coeficiente de difusão de momentum e o número de Prandtl turbulento ( $Pr_t$ ), que geralmente é assumido como uma constante e é este um dos pontos críticos da modelagem da CLE muito estável: a ocorrência de fenômenos ondulatórios (NAPPO, 2012; ACEVEDO *et al.*, 2014).

Assumir que o número de  $Pr_t$  é constante significa dizer que a difusão de momentum e de energia na forma de calor variam constantemente no escoamento da CLE muito estável. Todavia, o escoamento da CLE é caracterizado pela presença de diversos fenômenos ondulatórios, tais como, ondas de gravidade e processos de submeso (NAPPO, 2012; ACEVEDO *et al.*, 2014). Estes processos ondulatórios são capazes de transportar apenas energia mecânica, assim contribuindo para a difusão de momentum e fazendo com que está aumente consideravelmente com relação a difusão de calor, fazendo com que o número de  $Pr_t$  varie em mais de uma ordem de magnitude (ZILINTINKEVICH *et al.*, 2013).

Em um trabalho recente Schuster e Costa (2014), calcularam o número de  $Pr_t$  para diferentes níveis atmosféricos com dados oriundos do experimento FLOSS II (fluxes over snow surfaces). Os resultados mostram claramente a presença de dois regimes distintos na dependência do  $Pr_t$  com a estabilidade atmosférica, representada pelo número de Richardson gradiente ( $Ri$ ) Figura 1. Essa figura mostra a dependência do número de  $Pr_t$  turbulento com o número de Richardson gradiente obtida pelos autores.

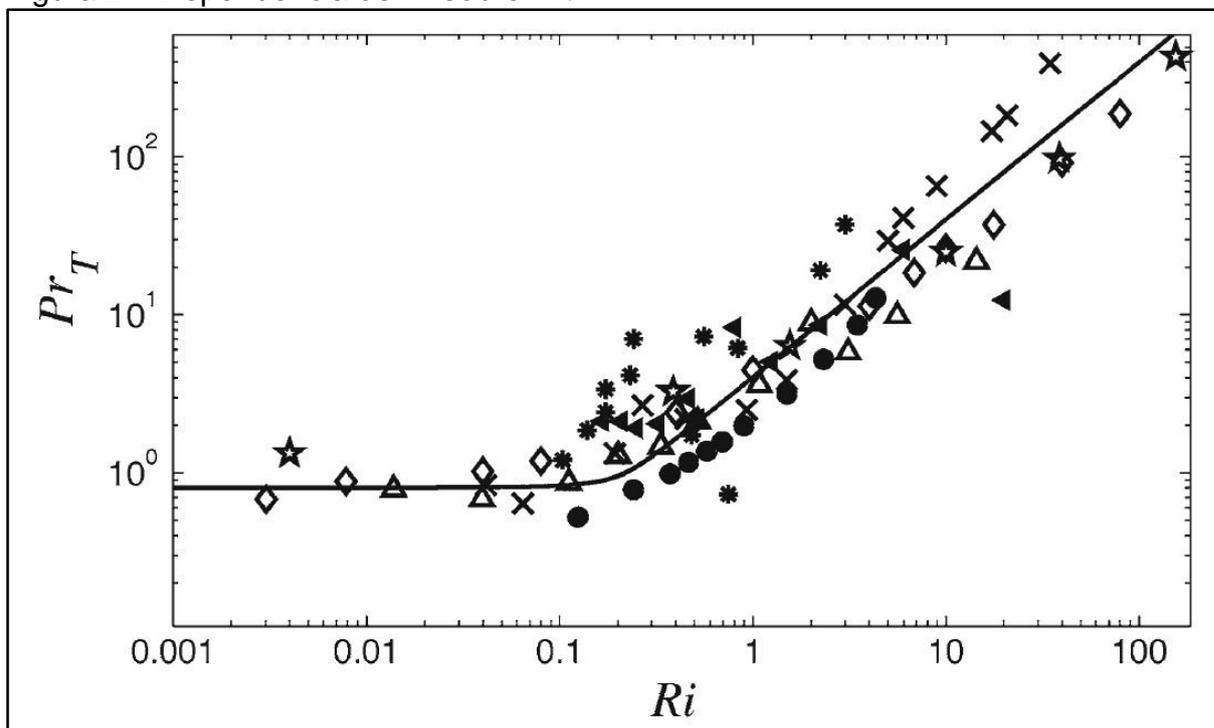
Figura 1 –  $Pr_t$  como função de  $Ri$  na CLA.



Apesar de ainda não haver um consenso geral sobre o valor de Richardson crítico ( $R_c$ ) e Richardson turbulento ( $R_t$ ), um valor de  $R_c$  entre 0,21 e 0,25 e  $R_t=1$  é utilizado de forma satisfatória. Desta forma, o escoamento laminar torna-se turbulento quando  $Ri < R_c$  e o escoamento turbulento torna-se laminar quando  $Ri > R_t$  (STULL, 1988). Portanto, é possível observar pela Figura 1 que para valores de  $Ri$  entre 0,2 e 1 existe uma zona de transição onde a dispersão dos pontos é muito grande.

Os resultados obtidos por Schuster e Costa (2014) estão de acordo com os resultados apresentados na literatura: de observações meteorológicas por (Kondo *et al.* 1978) triângulos pretos sólidos, (Bertin *et al.*, 1997) asteriscos; por experimentos de laboratório como os de (Rehmann and Koseff, 2004) cruz inclinada, (Ohya, 2001) losangos, (Strang and Fernando 2001) pontos pretos; através de simulações numéricas pelo método de simulação numérica direta (DNS) representado pelas estrelas (Stretch *et al.* 2001), por simulação de grandes turbilhões (LES) triângulos (Zilitinkevich *et al.*, 2012), e pelo modelo proposto por Zilitinkevich *et al.* (2012) representado pela linha sólida como pode ser visto através da Figura 2 (ZILITINKEVICH *et al.*, 2012).

Figura 2 – Dependência de  $Ri$  sobre  $Pr_T$ .



Fonte: Zilitinkevich *et al.* (2012, p. 355)

Assim, como discutido anteriormente, a Figura 2 mostra a grande variabilidade dos dados atmosféricos na obtenção da função para a dependência da razão entre as difusões de momentum e energia na forma de calor com o aumento da estabilidade

atmosférica. Por outro lado, o espalhamento dos dados oriundos de experimento em túnel de vento (Ohya, 2001) é muito baixo, já que neste caso estes dados apresentam a relação pura entre as duas variáveis, sem influência de fatores externos, o que demonstra a aplicabilidade de estudos controlados para o desenvolvimento de parametrizações a serem utilizadas em modelos numéricos para a previsão de tempo e clima (MNPTC).

Assim, a presente proposta visa o desenvolvimento de um experimento numérico para o estudo da transição laminar-turbulenta utilizando um software livre de fluidodinâmica computacional. Neste caso a estratificação superficial será desconsiderada, pois neste estágio apenas interessa as dimensões do domínio utilizado, a velocidade mínima para que ocorra a transição entre os escoamentos e como essa transição afeta a difusão de momentum e energia na forma de calor no escoamento. Este é um estudo em uma etapa inicial de um projeto que visa o desenvolvimento de um experimento real com o objetivo de reproduzir em laboratório, de forma controlada, as condições observadas na CLE muito estável.

O presente trabalho é subdividido em capítulos, no qual no primeiro foi apresentada a contextualização do tema e do problema de pesquisa, bem como os objetivos e justificativa do trabalho.

O segundo capítulo consiste em descrever aspectos considerados como importantes para o trabalho, abordando-se noções básicas de mecânica de fluidos, camadas limite, regimes de escoamento, equações de campo para escoamentos Newtonianos, análise dimensional e semelhança, fluidodinâmica computacional.

No capítulo três são apresentados e detalhados os métodos utilizados para alcançar os objetivos do trabalho.

O quarto capítulo aborda o modelo de turbulência utilizado e suas configurações bem como os resultados obtidos.

Já no quinto capítulo é discutido os resultados obtidos, e por fim, o sexto capítulo trata das conclusões formuladas a partir dos capítulos anteriores.

## 2 REVISÃO TEÓRICA

### 2.1 Noções básicas de Mecânica de Fluidos

#### 2.1.1 Definição de fluido

Fluido é toda substância que se encontra nas fases líquida ou gasosa, ao contrário de sólidos que sob a aplicação de uma força tangencial podem deformar-se de maneira permanente ou não, dependendo da intensidade da força aplicada, um fluido não pode resistir a uma tensão tangencial ou de cisalhamento, não importando o quão pequena seja essa força (FOX, PRITCHARD e MCDONALD, 2011).

Um fluido é, portanto um conjunto de moléculas amplamente espaçadas no caso de gases e pouco espaçadas no caso de líquidos. Através dessa afirmação, pode-se chegar a conclusão que certas quantidades de moléculas possui uma quantidade de massa e essa massa necessariamente deve ocupar determinado volume (WHITE, 2011).

Para Çengel (2009) a concentração de massa em determinado volume é expressa em termos da densidade (ou massa específica), que nada mais é do que a unidade de massa por volume. De acordo com o mesmo, considerando um pequeno elemento de volume  $V$  dentro da mistura, as densidades de uma espécie (elementos com subscrito  $i$ ) e da mistura neste local são dadas pelas Equações 2 e 3:

densidade parcial da espécie

$$\rho_i = \frac{m_i}{V} \quad 2$$

e densidade total da mistura

$$\rho = \frac{m}{V} = \sum \frac{m_i}{V} = \sum \rho_i \quad 3$$

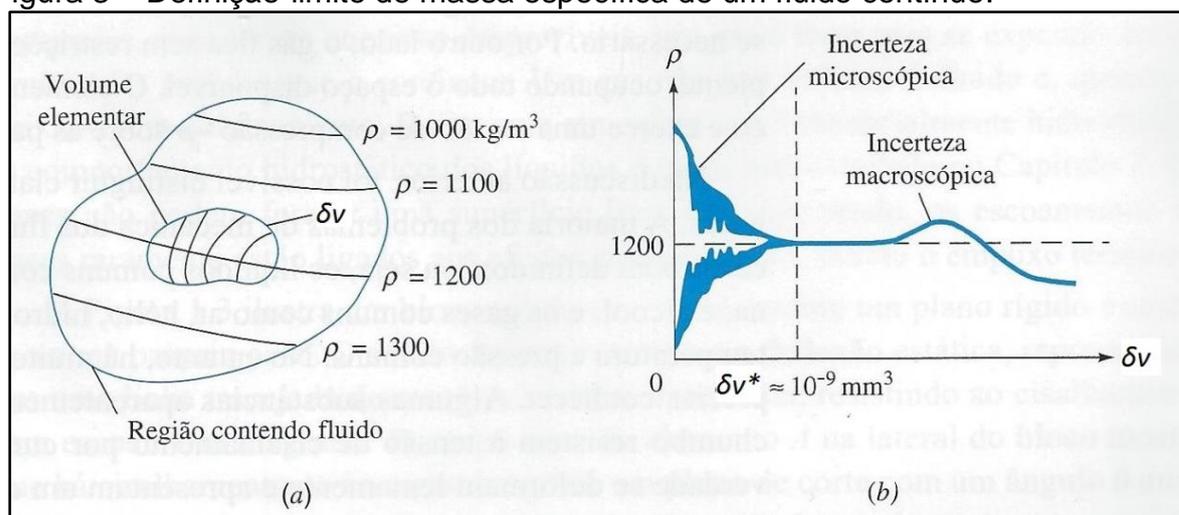
Através desta definição pode-se concluir que a densidade nos dá valores médios em termos de distribuição e não a distribuição pontual em determinado local, pois a densidade pode variar de um ponto a outro dentro da mistura.

Esta inconstância na distribuição da massa dentro do volume torna-se sem importância (se a unidade de volume for grande comparada com o cubo que espaça os átomos que compõe a molécula) quando o número de moléculas dentro do volume  $V$  permanece aproximadamente constante, mesmo com o intercâmbio molecular

através das fronteiras. Porém, caso a unidade de volume seja muito grande, a variação na aglomeração de partículas poderá ser considerável (WHITE, 2011).

White (2011) refere-se à Figura 3 para ilustrar uma situação na qual a massa específica é calculada por meio da massa molecular  $\delta m$  dentro de um volume  $\delta v$ , onde existe um volume-limite  $\delta v^*$  abaixo do qual as variações moleculares podem ser importantes e acima do qual as variações de aglomeração podem ser relevantes.

Figura 3 – Definição-limite de massa específica de um fluido contínuo.



Fonte: White (2011, p. 20).

Desta forma o autor define massa específica  $\rho$  de um fluido como dado pela Equação 4:

$$\rho = \lim_{\delta v \rightarrow \delta v^*} \frac{\delta m}{\delta v} \quad 4$$

Para líquidos e gases na pressão atmosférica  $\delta v^*$  é aproximadamente  $10^{-9} \text{ mm}^3$  e nas condições padrão contém aproximadamente  $3 \times 10^7$  moléculas, o que é suficiente para definir uma massa específica aproximadamente constante de acordo com a Equação 4.

A maioria dos problemas em engenharia trabalha com dimensões muito maiores que este volume limite, desta forma a massa específica é uma função pontual e as propriedades do fluido são consideradas como continuamente variantes no espaço tempo conforme mostra a Figura 3(a). Então, tal fluido é denominado meio contínuo, o que implica numa variação suave de propriedades permitindo o uso do cálculo diferencial para sua análise (WHITE, 2011).

Essa hipótese de fluido contínuo é utilizada na solução numérica das equações de Navier-Stokes em simulações de dinâmica de fluidos computacional (CFD do inglês *Computational Fluid Dynamics*), tópico que será abordado posteriormente. Porém

existe casos em que o escoamento é tão rarefeito que a hipótese do meio contínuo precisa ser deixada de lado, uma vez que o espaçamento molecular e o livre caminho médio entre as moléculas poder ser comparável ou então maior que o próprio sistema (BOBZIN et al., 2013).

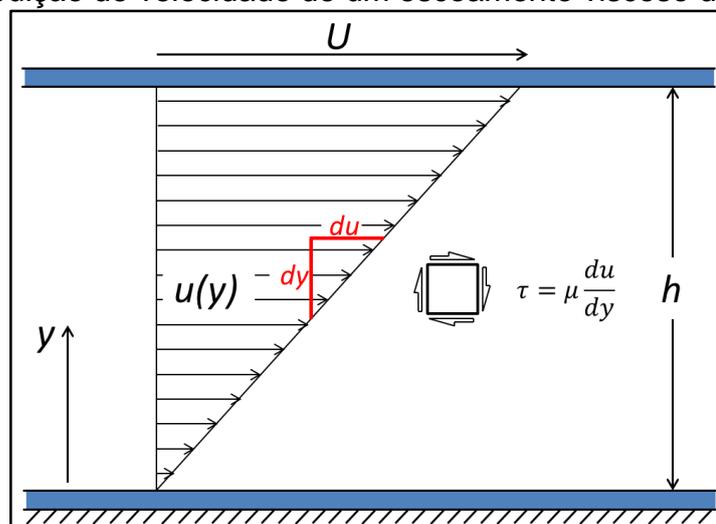
### 2.1.2 Viscosidade

Além das variáveis termodinâmicas como pressão, temperatura e massa específica, existem outras variáveis que caracterizam o comportamento mecânico de determinado fluido, que fazem uma relação entre as tensões localizadas em um fluido escoando com a taxa de deformação causada pelas forças cisalhantes neste fluido.

Esta propriedade é chamada viscosidade, e é dada pela lei de Newton da viscosidade conforme a Figura 4, sendo uma medida quantitativa da resistência de um fluido ao escoamento, que determina a taxa de deformação gerada pela aplicação de uma tensão de cisalhamento num elemento fluido (WHITE, 2011).

Schlichting e Gersten (2000) usam o exemplo de um fluido escoando entre duas longas placas planas paralelas (escoamento de Couette), como pode ser visto na Figura 4. A placa inferior é fixa e não se move, já a placa superior tem velocidade constante  $U$ , considerando o fluido como Newtoniano, temperatura constante e distribuição de velocidade linear entre as placas, chega-se a conclusão que a velocidade  $u$  é uma função apenas da coordenada  $y$  e é proporcional a distância da placa fixa, então tem-se que  $u(y) = (y/h)U$ .

Figura 4 – Distribuição de velocidade de um escoamento viscoso de Couette.



Fonte: Adaptado de Schlichting e Gersten (2000).

Ainda segundo os autores, para que possa haver movimento, surge uma força tangencial na direção do mesmo, essa atua na placa superior para manter as forças de fricção em equilíbrio. De acordo com resultados obtidos através de experimentos, esta força tangencial ou tensão de cisalhamento, é proporcional a  $U/h$ . Tomando um elemento fluido infinitesimal essa relação pode ser substituída por  $du/dy$ . Então a tensão de cisalhamento ou lei da fricção dos fluidos é definida como o produto de  $du/dy$  e uma constante de proporcionalidade denotada por  $\mu$ , esta última é conhecida com viscosidade do fluido e é função da natureza do fluido.

Então, a tensão de cisalhamento é proporcional ao gradiente de velocidade para os fluidos lineares (Newtonianos) e a constante de proporcionalidade é a viscosidade dinâmica  $\mu$  como pode ser visto na Equação 5. A viscosidade estabelece o transporte de momento ortogonal à direção principal do escoamento e é função da pressão e principalmente da temperatura (SCHLICHTING e GERSTEN, 2000).

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu \frac{d\theta}{dt} \quad 5$$

Nos escoamento em que as forças de fricção agem juntamente com as forças inerciais, a razão entre a viscosidade  $\mu$  e densidade  $\rho$  é conhecida como viscosidade cinemática  $\nu$ , que é dada pela Equação 6 (WHITE, 2011).

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad 6$$

### 2.1.2.1 Fluidos Newtonianos

De acordo com Fox, Pritchard e McDonald (2011), um fluido Newtoniano é aquele cuja viscosidade permanece constante para diferentes taxas de cisalhamento e não varia com o tempo nas condições normais de temperatura e pressão (Cntp). Portanto, nestes fluidos a tensão é diretamente proporcional à taxa de deformação, o que nos leva a tensão de cisalhamento ou lei elementar da fricção dos fluidos (Equação 5) vista na seção anterior. Estes constituem a grande maioria dos fluidos encontrados na natureza tais com água, nitrogênio ou oxigênio.

### 2.1.2.2 Fluidos não Newtonianos

Fluidos não Newtonianos são todos os fluidos em que a tensão de cisalhamento não é diretamente proporcional a taxa de cisalhamento (taxa de deformação), são classificados como tendo comportamento dependente ou independente do tempo, o seu estudo é ainda mais complexo devido a sua viscosidade aparente ser dependente do tempo. Como exemplo clássico de fluido não Newtoniano pode-se citar a creme dental, que quando exprimido o recipiente em que esta inserida, comportasse como um fluido, contudo não escorre por si só quando a tampa é removida e a abertura do recipiente é voltada para baixo (FOX, PRITCHARD e MCDONALD, 2011).

### 2.1.3 Campo de velocidade

A velocidade é uma grandeza vetorial, ou seja, exige um módulo e uma direção para uma descrição completa e precisa. Então um campo de velocidade é por consequência um campo vetorial. Portanto, o vetor velocidade é função das três dimensões do espaço e também do tempo,  $\vec{V} = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}$ , onde cada uma das componentes,  $u$ ,  $v$  e  $w$ , são funções de  $x$ ,  $y$ ,  $z$  do espaço tridimensional e do tempo  $t$ . No caso em que as propriedades ( $\eta$ ) em cada ponto do escoamento não sofrem alterações ao decorrer do tempo, diz-se que o escoamento está em regime permanente e é representado matematicamente por  $\frac{\partial \eta}{\partial t} = 0$  (FOX, PRITCHARD e MCDONALD, 2011).

Para a análise de um campo de velocidade existem duas abordagens distintas que são a descrição euleriana e lagrangiana. A descrição euleriana preocupa-se com o campo de escoamento, calculando o campo de pressão do padrão de escoamento em uma seção e não a pressão experimentada por uma única partícula durante o seu movimento. Na descrição lagrangiana segue-se uma única partícula movendo-se no escoamento (WHITE, 2011).

Em mecânica dos fluidos é mais apropriado o uso da descrição euleriana devido ao maior interesse em propriedades de uma seção e não de uma partícula individual, o que não impede o uso da abordagem lagrangiana em situações em que o escoamento do fluido pode ser claramente delimitado.

### 2.1.3.1 Linhas de tempo, de emissão, de corrente e de trajetória

Existem várias técnicas para a visualização de campos de escoamentos, essas técnicas necessitam de alguns conceitos básicos para sua análise. A mecânica dos fluidos pode ser um tema bastante visual e os campos de escoamento podem ser visualizados de muitos modos diferentes, como em esboços ou fotografias, podendo passar informações qualitativas e em alguns casos quantitativas sobre o escoamento (WHITE, 2011).

Conforme Fox, Pritchard e McDonald (2011) e White (2011) os quatro tipos básicos de linhas usadas para visualizar um escoamento são:

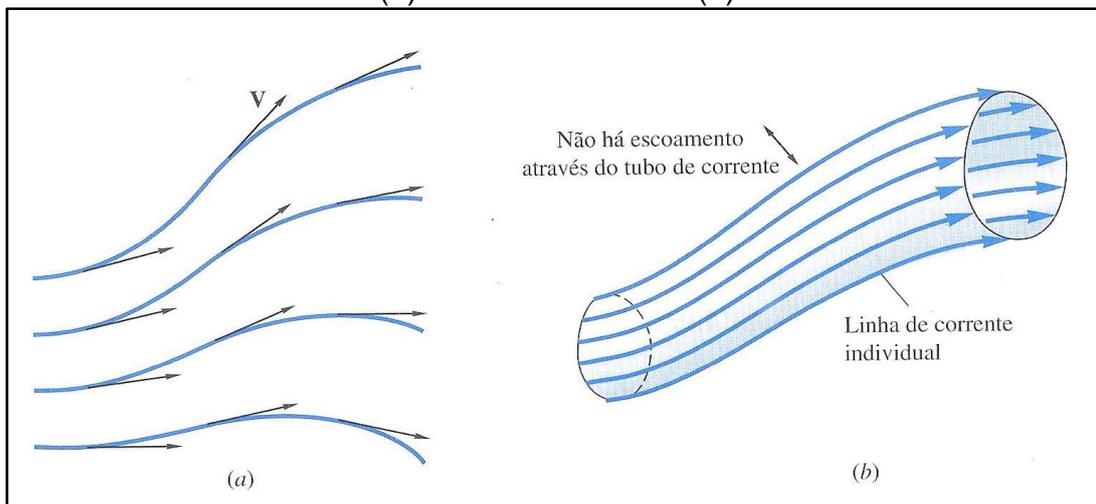
- linha de tempo ou linha de filete: é o conjunto de partículas fluidas adjacentes que se marcadas num dado instante formarão uma linha no fluido;
- linha de emissão: é a linha formada por todas as partículas que passaram anteriormente por um ponto prescrito, quando marcadas com fumaça por exemplo;
- linha de corrente: é uma linha tangente em todos os pontos ao vetor velocidade num determinado instante. Pela própria definição de linha de corrente não é possível haver fluxo através da mesma;
- linha de trajetória: é definida como o caminho real percorrido por uma determinada partícula de fluido. Para torna-la visível pode-se identificar a partícula fluida com um corante ou fumaça.

O emprego de linhas de corrente é conveniente para a realização de cálculos matemáticos, já as outras três linhas têm maior utilidade em experimentos. As linhas de corrente, Figura 5(a), e de tempo são instantâneas, enquanto linhas de emissão e de trajetória são geradas após o fluido ter passado por um ponto de aplicação de uma substância traçadora, sendo geradas ao decorrer do tempo. Um tubo de corrente é formado por um conjunto fechado de linhas de corrente e é mostrada na Figura 5(b) (WHITE, 2011).

Para o escoamento em regime permanente a velocidade em cada ponto permanece constante ao decorrer do tempo, desta forma as linhas de corrente não variam de um instante a outro, fazendo com que uma partícula localizada numa determinada linha de corrente permaneça sobre a mesma. Desta maneira, partículas consecutivas passando por um ponto fixo no espaço estarão sobre a mesma linha de corrente, permanecendo nela. Assim, para um regime permanente de escoamento,

linhas de corrente, linhas de trajetória e linhas de emissão são coincidentes (FOX, PRITCHARD e MCDONALD, 2011).

Figura 5 – Linhas de corrente (a) e tubo de corrente (b).



Fonte: White (2011, p. 53).

Um exemplo de campo de escoamento é mostrado na Figura 6. Esta mostra o campo de escoamento gerado por fumaça em um túnel de vento. A fumaça é liberada em cinco pontos de emissão a montante do escoamento sobre um automóvel.

Figura 6 – Linhas de emissão sobre um automóvel BMW M3 coupé.



Fonte: BMW África do Sul.

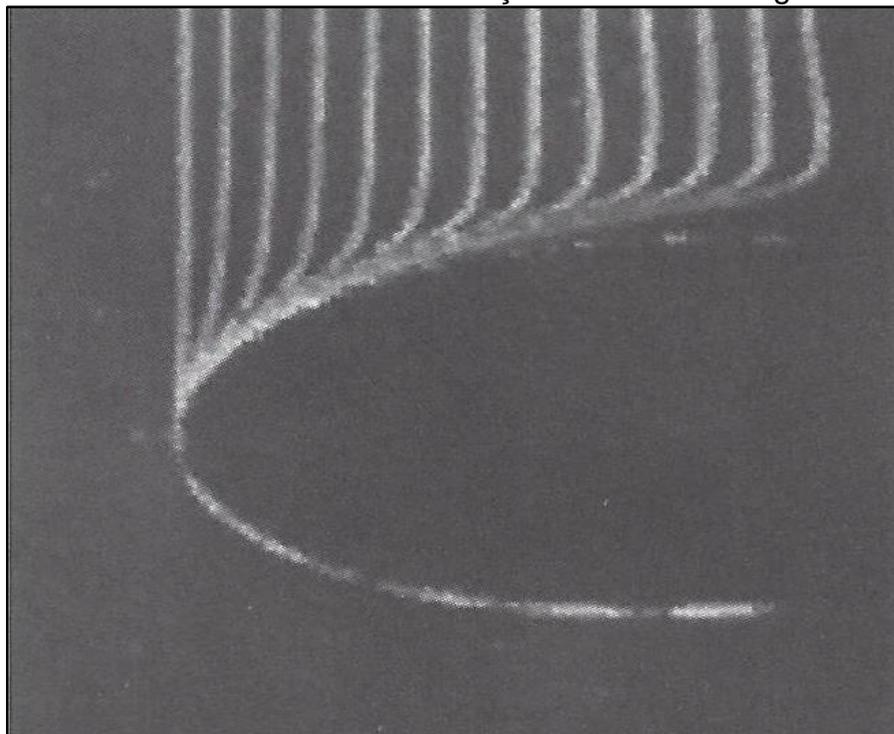
## 2.2 Camada limite

O conceito de camada limite foi introduzido pelo alemão Ludwig Prandtl no início do século XX, promovendo uma mudança de paradigma através da introdução das equações de camada limite que descrevem os efeitos viscosos e devem ser considerados próximos a contornos sólidos, independente de quão pequena seja a viscosidade do fluido. As equações propostas por Prandtl são muito mais simples que

as equações de Navier-Stokes e respeitam a condição de não deslizamento junto a um contorno sólido em um fluido escoando (CATALDI, 2002).

Este conceito de camada limite é fundamental para a análise de escoamentos, transferência de calor e difusão de massa em fluidos. A Figura 7 mostra o desenvolvimento de um perfil de velocidade devido a condição de não deslizamento à medida que um fluido escoar em torno de um elemento rombudo.

Figura 7 – Perfil de velocidade devido a condição de não escorregamento.

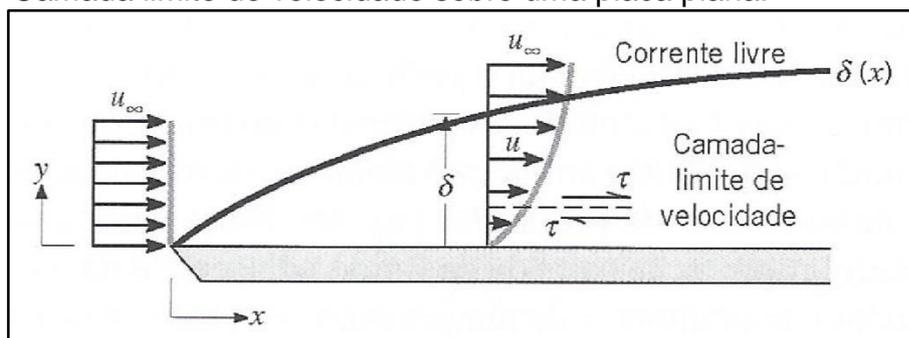


Fonte: Çengel (2009, p. 357)

De acordo com Incropera et al. (2008) e Çengel (2009), quando partículas de fluido entram em contato com uma superfície elas passam a ter velocidade zero, essas partículas junto a parede retardam o movimento das partícula em camadas adjacentes que retardam o livre movimento da próxima camada de partículas e assim sucessivamente. Esse fenômeno vai diminuindo de intensidade em cada camada até o momento que este efeito de retardamento torna-se desprezível, isto acontece a uma distância  $y=\delta$  da superfície (onde  $\delta$  é a espessura da camada limite). Este retardo é devido a viscosidade do fluido que introduz uma tensão de cisalhamento ( $\tau$ ) entre as finas camadas de fluido paralelas a direção do escoamento.

A Figura 8 mostra o desenvolvimento da camada limite de velocidade sobre uma placa plana. Com o aumento da distância  $y$  da placa a velocidade  $u$  deve aumentar até atingir a velocidade de corrente livre  $u_\infty$ .

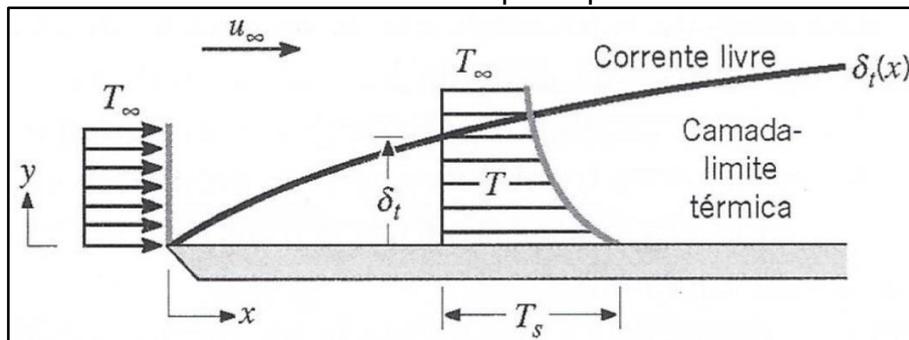
Figura 8 – Camada limite de velocidade sobre uma placa plana.



Fonte: Incropera (2008, p. 221).

Conforme Çengel (2009), de maneira semelhante a camada limite de velocidade existe a formação de uma camada limite térmica quando houver diferença de temperatura entre o fluido na corrente livre e a superfície. Incropera et al. (2008) cita a Figura 9 para mostrar que o perfil de temperatura é uniforme na corrente livre. Ao tocar na placa a temperatura do fluido se igual à temperatura da placa na camada adjacente, ocorre então uma troca de energia térmica entre as camadas de fluido, desenvolvendo-se um gradiente de temperatura no fluido que vai diminuindo à medida que avança na direção de  $y$  até tornar-se nula em  $T_\infty$ .

Figura 9 – Camada limite térmica sobre uma placa plana isotérmica.



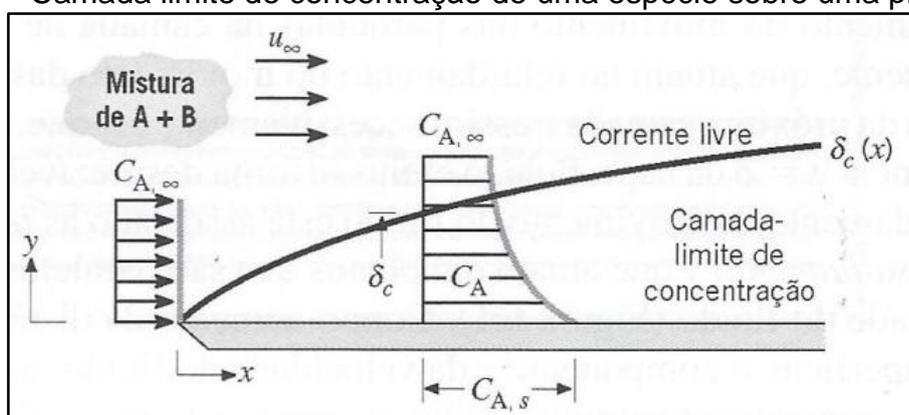
Fonte: Incropera (2008, p. 222).

A região onde existe um gradiente térmico é chamado de camada limite térmica e sua espessura denominada por  $\delta_t$ . Na superfície a transferência de energia térmica se dá unicamente por condução devido a condição quase-estática nesta região (BEJAN, 1996).

De forma semelhante pode existir também uma camada limite de concentração em uma mistura de duas ou mais espécies escoando. Considerando uma mistura binária escoando sobre uma superfície plana, como poder ser visto na Figura 10, onde a concentração molar ( $\text{kmol m}^{-3}$ ) na superfície é  $C_{A,S}$  e na corrente livre é  $C_{A,\infty}$ , tem-se que  $\delta_c$  é a espessura da camada limite de concentração.

Para o caso em que  $C_{A,S}$  é diferente  $C_{A,\infty}$ , ocorrerá transferência da espécie  $A$  por convecção para a espécie  $B$ , formando-se uma camada limite de concentração semelhante as camadas limite térmica e de velocidade. A camada limite de concentração pode ser definida como a região do fluido onde existem gradientes de concentração. Da Figura 10 é possível verificar que conforme a distância da arresta frontal aumenta, os efeitos de transferência de espécie aumentam em direção da corrente livre, aumentando assim a espessura  $\delta_c$  da camada limite (INCROPERA et al., 2008).

Figura 10 – Camada limite de concentração de uma espécie sobre uma placa.



Fonte: Incropera (2008, p. 222).

### 2.3 Número de Reynolds

O número de Reynolds  $Re$  é um parâmetro adimensional que correlaciona o comportamento inercial e viscoso dos fluidos Newtonianos. Este parâmetro é função da velocidade média do escoamento  $V$ , de um comprimento característico do escoamento  $L$  e das propriedades do fluido de densidade  $\rho$  e viscosidade  $\mu$ , como pode ser vista na Equação 7 (WHITE, 2011).

$$Re = \frac{\text{forças inerciais}}{\text{forças viscosas}} = \frac{\rho VL}{\mu} = \frac{VL}{\nu} \quad 7$$

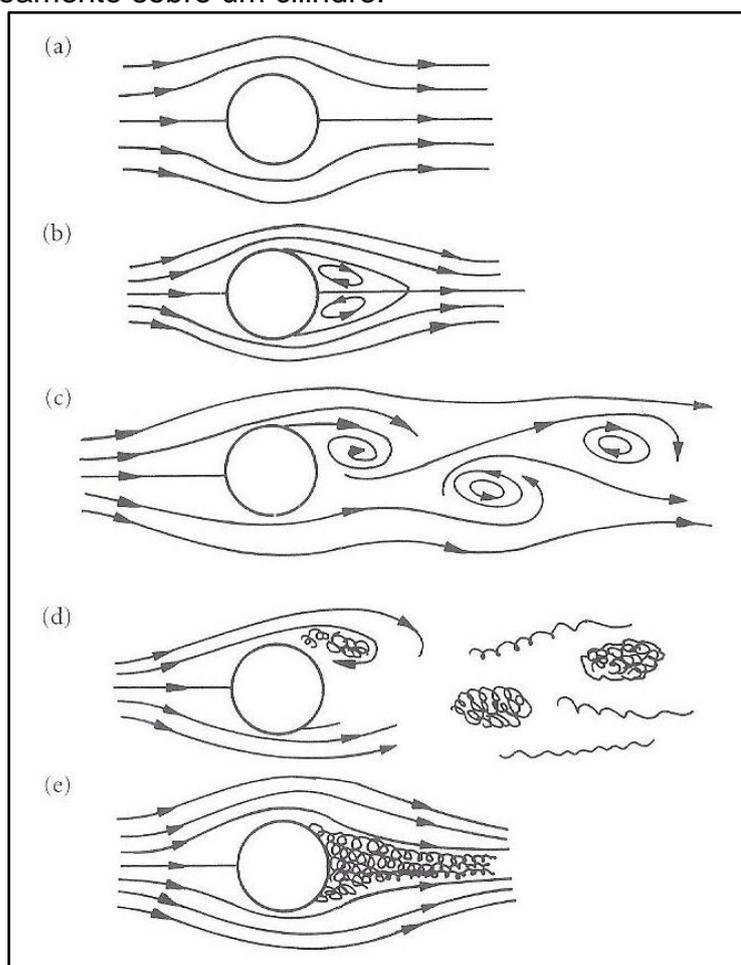
Da Equação 7, tem-se que o número de Reynolds é a razão entre as forças de inércia, proporcionais a densidade do fluido, e as forças de fricção ou viscosas, proporcionais a viscosidade do fluido (SCHLICHTING e GERSTEN, 2000). Este parâmetro pode ser simplificado usando a Equação 6, reduzindo o número de Reynolds a expressão a extrema direita da Equação 7.

Fox, Pritchard e McDonald (2011) relaciona o número de Reynolds a dominância ou não dos efeitos viscosos em um escoamento. Caso o número de

Reynolds seja grande, os efeitos viscosos podem ser desprezados na maioria dos escoamentos, mas ainda exercerão papel fundamental para a formação da camada limite, já que sobre a superfície não haverá escorregamento. Caso o número de Reynolds for pequeno os efeitos viscosos exercerão papel dominante durante o escoamento. Já se o número de Reynolds tiver um valor intermediário, ou seja, não for grande e nem pequeno nenhuma conclusão poderá ser obtida devido a um existência de uma zona de transição do escoamento.

Segundo Davidson (2004), a Figura 11 demonstra o comportamento de um fluido escoando sobre um cilindro em diferentes regimes. É possível observar o aumento da complexidade do escoamento em decorrência do aumento do número de Reynolds. A Figura 11(a) mostra a simetria do escoamento na parte superior e inferior para  $Re < 1$ , esta simetria é perdida quando  $Re > 1$  e para  $Re$  entre 5 e 40, Figura 11(b), é possível observar a formação de vórtices estáveis na região a jusante do cilindro. Quando  $Re$  atinge 40 a instabilidade é observada na forma de fracas oscilações, a partir de  $Re > 100$ , Figura 11(c), os vórtices começam a descolar de traz do cilindro de maneira periódica e regular, neste caso, o escoamento apesar de ainda laminar, perde a simetria superior-inferior e é conhecido como vórtices de *von Karman*. Este comportamento continua até  $Re \sim 200$  ponto no qual começa a desenvolver-se instabilidade tridimensional. A Figura 11(d) mostra que para  $Re$  em torno de  $10^4$  baixos níveis de turbulência começam a surgir com os vórtices ainda com certa periodicidade, já para  $Re$  acima de  $10^5$  (Figura 11(e)) a turbulência se separa dos vórtices formando uma esteira completamente turbulenta. Mesmo com esta esteira ainda é possível detectar desprendimento de vórtices.

Figura 11 – Escoamento sobre um cilindro.



Fonte: Davidson (2004, p. 8).

A importância deste parâmetro adimensional fica evidente, uma vez que, como visto pelos autores citados nesta seção, é possível fazer a distinção entre três regimes de escoamento de acordo com a magnitude deste parâmetro, estes regimes são uma região de escoamento laminar, uma região de transição e por fim uma região de escoamento completamente turbulento.

O número de Reynolds ainda indica se o escoamento é viscoso ou não viscoso, Fox, Pritchard e McDonald (2011) usam dois casos para exemplificar essa ideia, no primeiro caso usa-se o exemplo de uma bola de futebol com 0,22 m de diâmetro deslocando-se a uma velocidade de 96 km/h pela atmosfera. Usando propriedades tabeladas do ar, o número de Reynolds para este caso é de aproximadamente  $4 \times 10^5$ , o arrasto sobre a bola é causado quase que na totalidade pelo aumento da pressão do ar na região frontal da bola, fazendo com que o ar mova-se para a região traseira da bola devido ao gradiente de pressão. Devido a condição de não deslizamento sobre a superfície causado pelo atrito, ocorre a formação da camada limite, onde a velocidade passa rapidamente de 0 na superfície até o valor previsto pela teoria do

escoamento invíscido, criando assim o arrasto. Com a formação do arrasto, para altos números de Reynolds existe a formação da esteira que é a separação da camada limite da superfície de escoamento, pois as partículas fluidas que eventualmente entram em repouso durante seu movimento na camada limite são afastadas da superfície pelas partículas seguintes, causando o descolamento das partículas fluidas de uma região de baixa pressão para uma de alta pressão. Essa ideia vai de encontro com o exemplo da Figura 11(e) descrita por Davidson (2004).

Para o segundo exemplo Fox, Pritchard e McDonald (2011) considera uma partícula de poeira como sendo uma esfera de 1 mm de diâmetro, caindo a uma velocidade terminal de  $10 \text{ m s}^{-1}$  devido a gravidade. Neste caso o número de Reynolds é de aproximadamente 0,7, um número pequeno, indicando que o arrasto é causado quase que inteiramente pelo atrito com o ar, podendo ser classificado como escoamento não viscoso, representado pela Figura 11(a) de Davidson (2004).

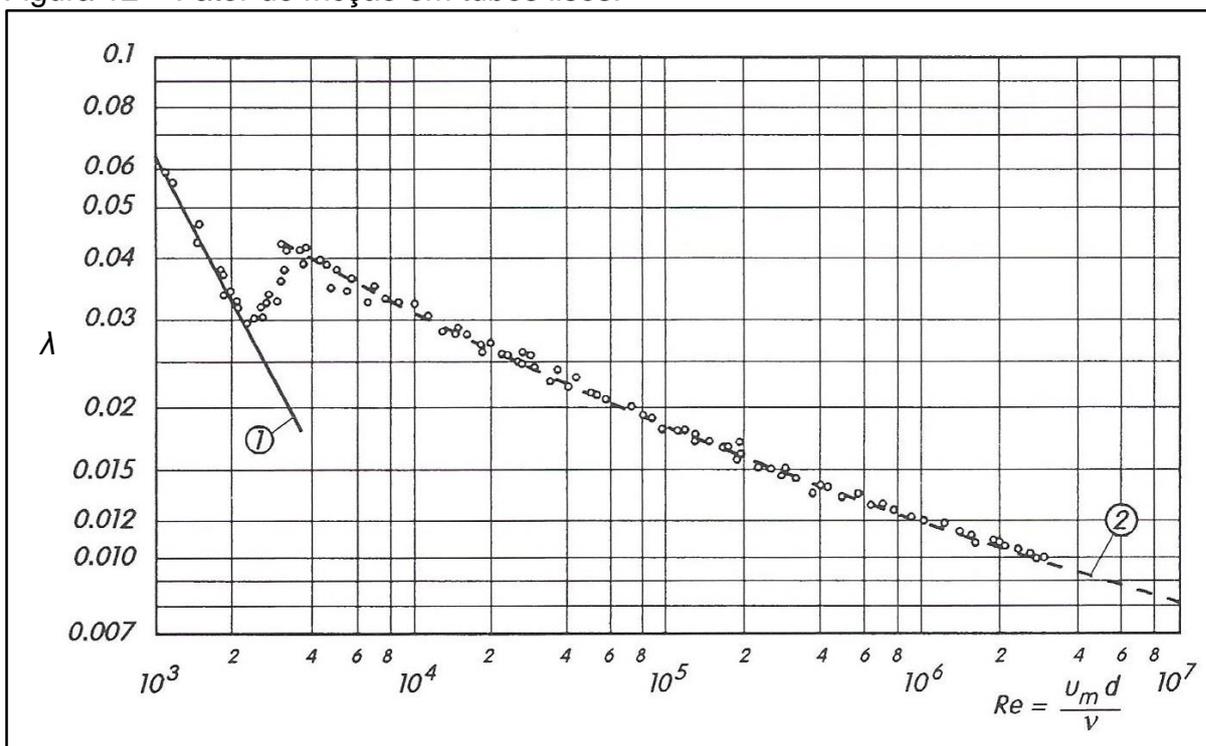
## 2.4 Regimes de escoamento

Já foi discutido nas seções anteriores que para um mesmo fluido este pode apresentar um escoamento viscoso ou não viscoso. Definiu-se, segundo os autores citados na seção, que o tipo de escoamento é função da velocidade média, do comprimento característico, da densidade e da viscosidade do fluido, estas últimas propriedades do fluido, e podem variar com a pressão e principalmente com a temperatura.

O parâmetro que relaciona todas essas características é o número de Reynolds, que nos diz se os efeitos viscosos serão predominantes ou não sobre o escoamento.

Então, tomando o exemplo de um duto com seção transversal constante e um fluido com propriedades constantes ( $\rho$  e  $\mu$ ) percorrendo este duto a uma velocidade muito baixa, obtém-se um número de Reynolds baixo, indicando que o escoamento pode ser classificado como viscoso. Para o mesmo tubo do caso anterior se a velocidade do escoamento for elevada, o resultado será um aumento no número de Reynolds, dependendo de quão grande for este número o escoamento pode passar de viscoso para não viscoso. Esta situação é demonstrada por Schlichting e Gersten (2000) que fazem menção a Figura 12 para mostrar seu ponto de vista.

Figura 12 – Fator de fricção em tubos lisos.



Fonte: Schlichting e Gersten (2000, p. 11).

Segundo os autores a Figura 12 obtida experimentalmente, mostra claramente a dependência da fricção do tubo  $\lambda$  com o número de Reynolds  $Re$ , podendo ser observada pelo menos duas regiões distintas no gráfico. Com os eixos vertical e horizontal em escala logarítmica, para baixos valores  $Re$  (curva 1 na Figura 12, representa escoamento laminar)  $\lambda$  diminui linearmente com o aumento do número  $Re$ . Quando  $Re$  atinge o valor crítico de 2300, a diminuição cessa abruptamente e o valor de  $\lambda$  aumenta rapidamente até cair sobre a curva 2 na Figura 12, esta representa o escoamento turbulento. Após esta região de transição entre a curva 1 e 2 onde  $\lambda$  aumenta, agora sobre a curva 2,  $\lambda$  volta a diminuir com o aumento de  $Re$ , mas não de forma linear como acontece com  $Re < 2300$ .

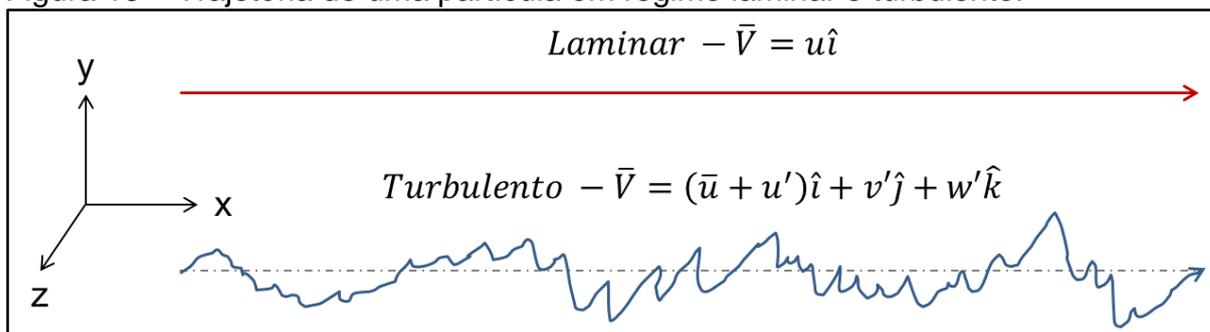
Isto evidencia a existência de três regimes de escoamento que são o regime laminar para baixo número  $Re$ , regime transitório laminar-turbulento para valores de  $Re$  intermediários e o regime turbulento de escoamento para grandes valores de  $Re$ .

De acordo com Schlichting e Gersten (2000), o valor do número de Reynolds crítico é fortemente dependente das condições de entrada do tubo e das condições em que o fluido encontra-se no momento em que começa a escoar. Esta condição já havia sido prevista por Reynolds que enunciou que o número de Reynolds crítico é maior quanto menor forem os distúrbios no escoamento do fluido antes de entrar no tubo.

### 2.4.1 Regime laminar

O regime de escoamento laminar é caracterizado pelo movimento das partículas fluidas em lâminas, ou camadas. Neste regime o vetor velocidade é apenas função da sua componente de direção e do tempo se o regime não for permanente. O escoamento unidimensional de uma partícula pode ser visto na Figura 13.

Figura 13 – Trajetória de uma partícula em regime laminar e turbulento.



Fonte: Adaptado de Fox, Pritchard e McDonald (2011, p. 38).

De acordo com Fox, Pritchard e McDonald (2011) a velocidade do escoamento unidimensional laminar é simplesmente  $u$ , enquanto a velocidade do escoamento turbulento tem uma componente de velocidade média  $\bar{u}$  mais uma componente de flutuação aleatória de velocidade  $u'$ ,  $v'$  e  $w'$  como visto na Figura 13. Em um escoamento laminar unidimensional, a tensão de cisalhamento está relacionada ao gradiente de velocidade respeitando a Equação 5.

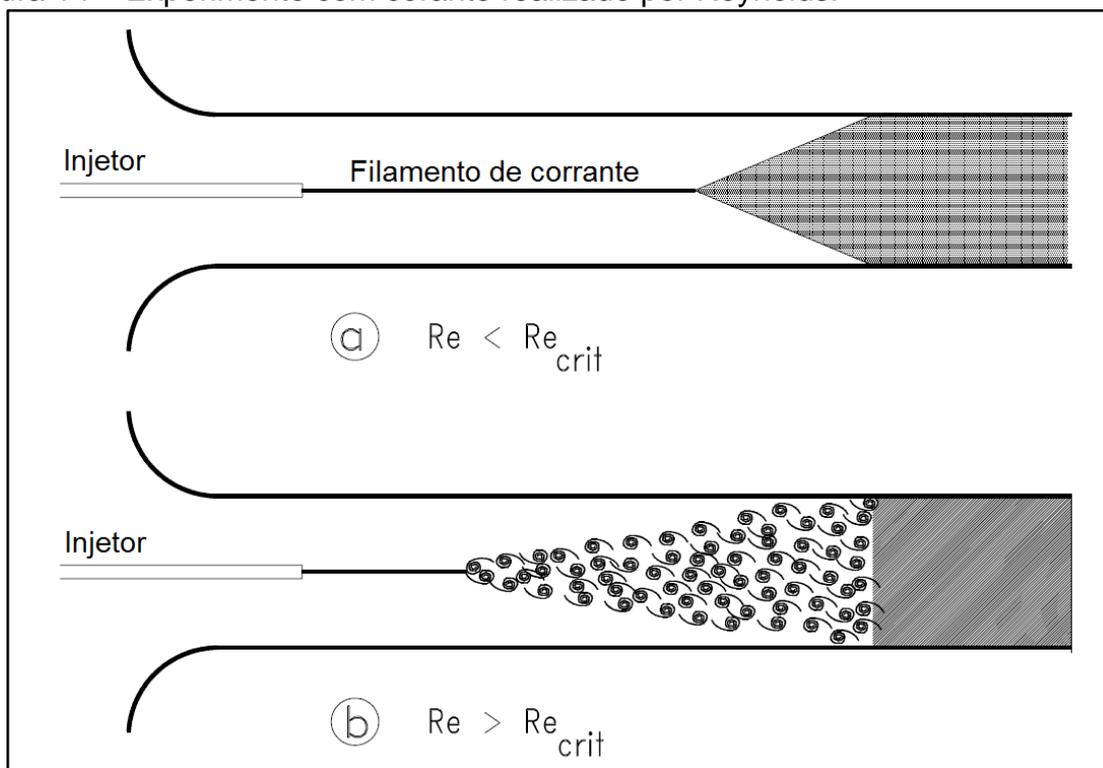
Neste regime as linhas de corrente de duas partículas vizinhas nunca se cruzam (WHITE, 2011).

### 2.4.2 Transição regime laminar-turbulento

Para demonstrar a existência de três regimes de escoamento e evidenciar uma zona de transição entre o regime laminar e turbulento Schobeiri (2010) cita o experimento de Reynolds, que data do final do século 19. Reynolds ao injetar um corante em um tubo submetido a um escoamento de líquido observou a existência de dois regimes distintos e um regime transitório.

Através deste experimento visto na Figura 14, Reynolds elaborou sua teoria, que foi nomeada posteriormente como *princípio da similaridade com respeito ao número de Reynolds*.

Figura 14 – Experimento com corante realizado por Reynolds.



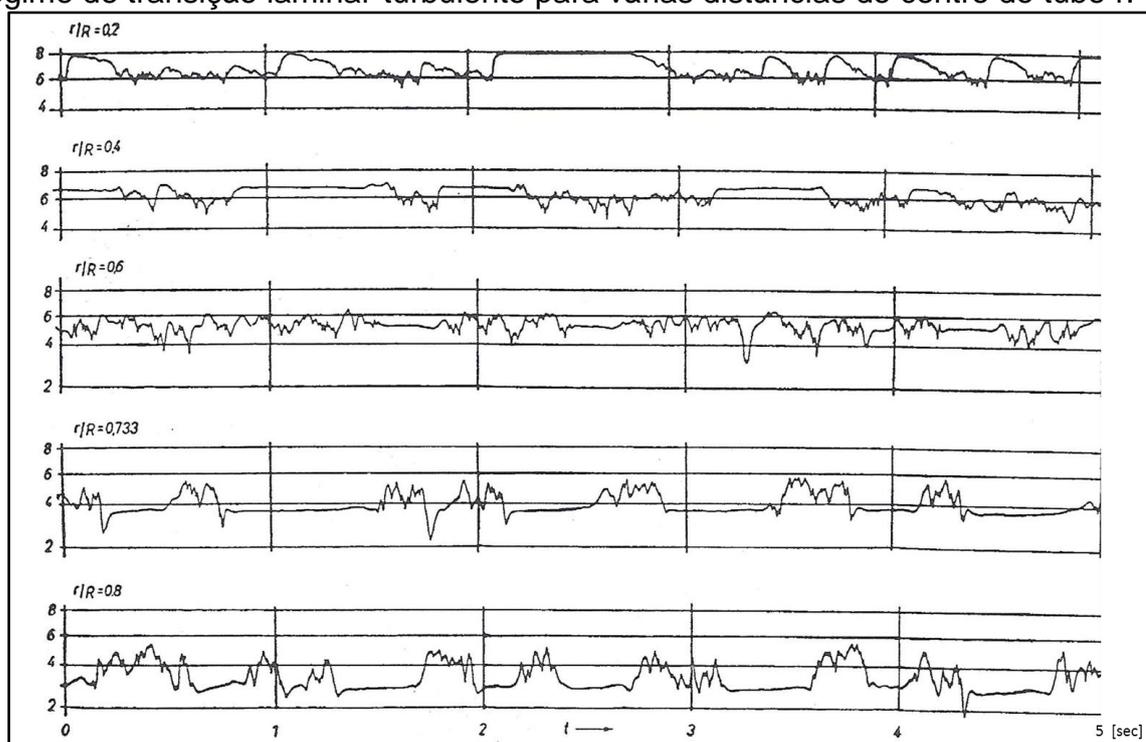
Fonte: Schobeiri (2010, p. 5).

Com esta representação esquemática do experimento realizado por Reynolds, Schobeiri (2010) demonstra com a Figura 14(a) o escoamento laminar com um número de Reynolds menor que o Reynolds crítico. Neste caso não são observadas flutuações e o corante segue a direção do escoamento, os processos de difusão gradualmente fazem com que os filamentos de corante tomem conta de todo o tubo. Aumentando a velocidade do escoamento, a Figura 14(b) demonstra que inicialmente o escoamento é laminar por uma curta distância, tornando-se transitório e dando origem a ondas aparentemente sinuosas. Esta transição é seguida por um forte movimento turbulento oscilante, causando uma rápida mistura de corante e fluido.

Experimentos detalhados sobre a transição de escoamento laminar-turbulento em tubos evidenciaram forte intermitência para certas faixas de número de Reynolds perto do valor crítico. Isto significa que existe uma alternância entre escoamento laminar e turbulento no regime transitório e este comportamento pode ser observado na Figura 15. A Figura 15 mostra os resultados obtidos por J. C. Rotta (1956) (SCHLICHTING e GERSTEN, 2000), a partir da realização de experimentos em dutos de seção circular com escoamentos com números de Reynolds próximos do valor crítico. Os resultados mostram claramente a dependência da velocidade pelo tempo em diferentes posições ao longo do raio do tubo, à medida que a análise se aproxima

da parede do duto a velocidade diminui e a amplitude das oscilações aumenta, indicando a maior variabilidade do escoamento, enquanto que próximo ao conduto a amplitude das oscilações é menor, indicando que a velocidade do escoamento é próxima a velocidade no centro do duto.

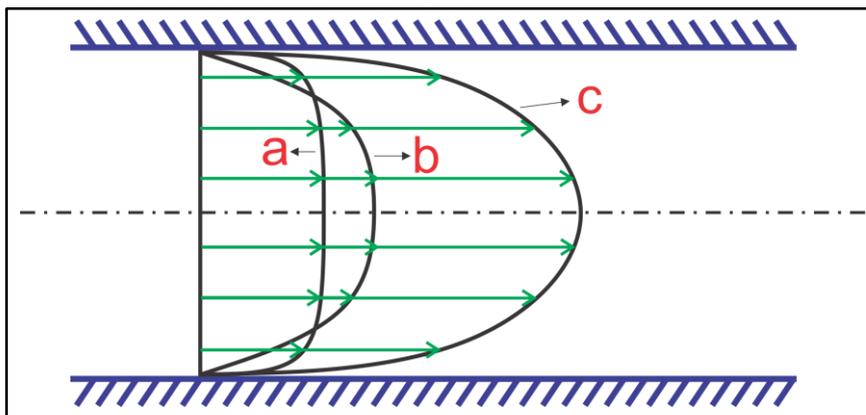
Figura 15 – Mudança temporal de velocidade em um escoamento em tubo perto do regime de transição laminar-turbulento para várias distâncias do centro do tubo  $r$ .



Fonte: Adaptado de Schlichting e Gersten (2000, p. 417).

Na Figura 15 é possível observar segmentos turbulentos e laminares distribuídos irregularmente um após o outro, e para distâncias perto do centro do tubo ( $r/R=0,2$ ) a velocidade na seção laminar é maior que a média da velocidade na seção turbulenta. Já nas posições mais próximas a parede do tubo ( $r/R=0,8$ ) acontece exatamente o contrário, a velocidade da seção laminar é menor que a velocidade média das seção turbulenta. Com base nesses dados Schlichting e Gersten (2000) concluem que como a vazão permaneceu constante durante o experimento de J. C. Rotta (1956), o perfil ou distribuição de velocidade devem alternar entre um perfil laminar desenvolvido, visto na Figura 16(b) e um perfil turbulento completamente desenvolvido (Figura 16(a)), ambos a mesma vazão volumétrica. O perfil turbulento (a) é mais uniforme que o laminar (b) devido a trocas de quantidade de momento angular que ocorrem no regime turbulento.

Figura 16 – Perfil de velocidade em um tubo.

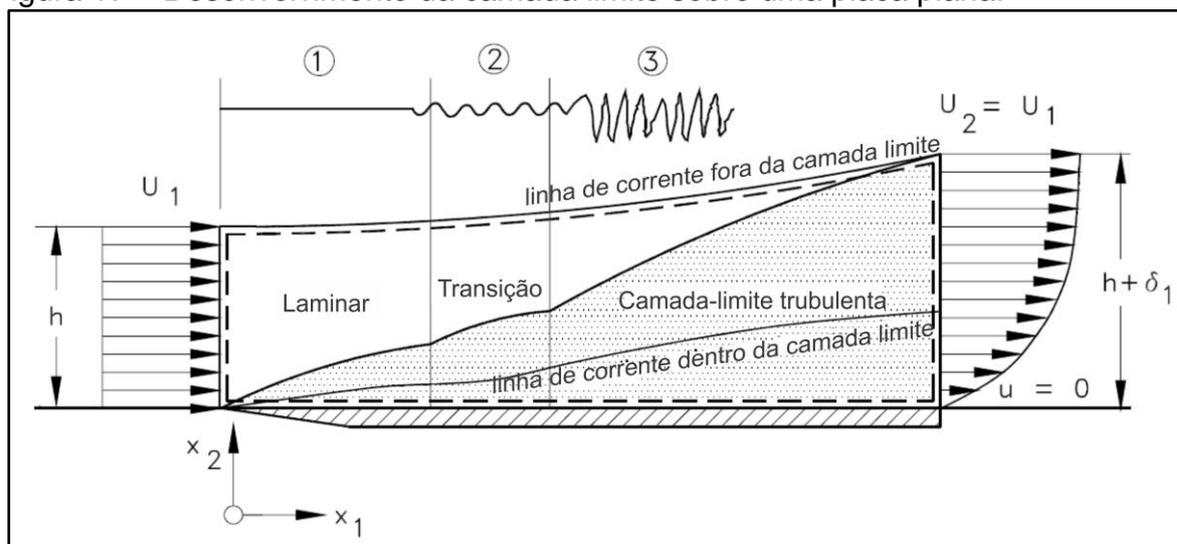


Fonte: Adaptado de Schlichting e Gersten (2000, p. 416).

O perfil da Figura 16(c) corresponde a um perfil laminar em um tubo considerando o mesmo gradiente de pressão da curva a (perfil turbulento). Isso ocorre pelo fato de que o escoamento turbulento tem como característica a variação de velocidade e pressão num determinado ponto fixo, ou seja, carrega flutuações irregulares a diferentes frequências. Então, apenas velocidades médias de longos intervalos de tempo podem ser tomadas como constantes, este estado é conhecido como escoamento quase permanente. Este regime quase permanente tem dependência da posição e do tempo sobre a velocidade, sendo caracterizado por uma vazão volumétrica média ou pelo gradiente médio de pressão ( $-d\bar{p}/dx$ ) num intervalo de tempo.

A Figura 17 demonstra o comportamento da camada limite em um escoamento sobre uma placa plana. Na mesma, é possível observar três regiões de escoamento, onde a velocidade de entrada  $U_1$  apresenta um perfil uniforme de altura  $h$ , já a velocidade de saída  $U_2$  apresenta perfil parabólico devido à condição de não escorregamento na camada limite e tem altura  $h+\delta_1$ . Devido a incompressibilidade do fluido e a lei da conservação da massa tem-se que  $U_2 = U_1$ .

Figura 17 – Desenvolvimento da camada limite sobre uma placa plana.

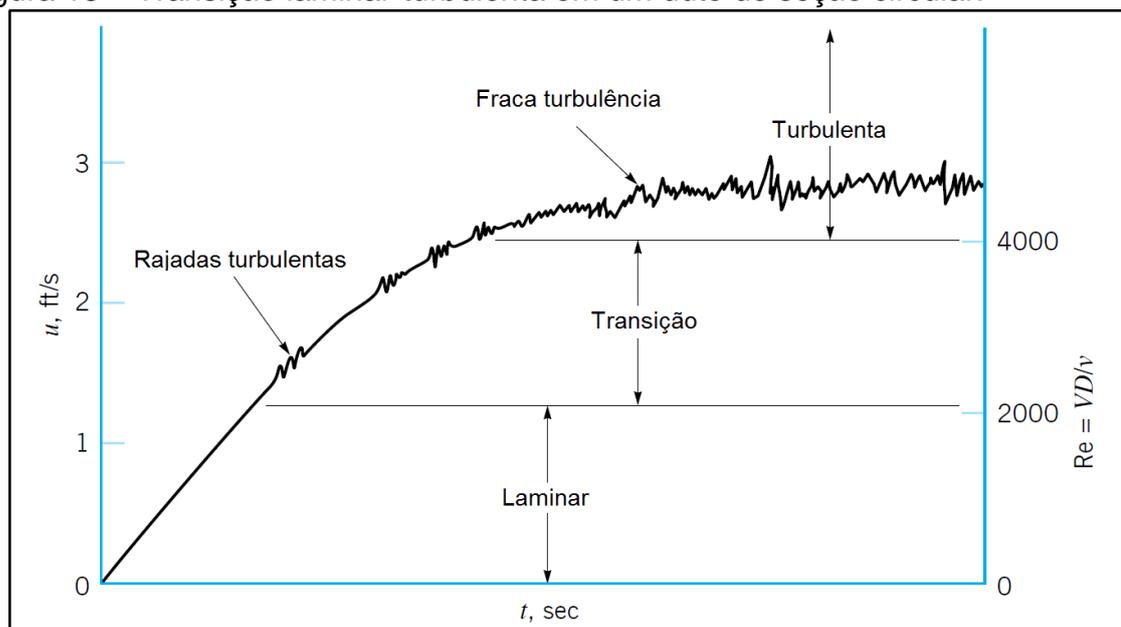


Fonte: Schobeiri (2010, p. 6).

Schobeiri (2010) diz que ao seguir uma linha de corrente arbitrária dentro da camada limite de escoamento na região 1 da Figura 17, há escoamento laminar começando na borda de entrada e estendendo-se até a região de início de instabilidade bidimensional, conhecido como ondas de *Tollmien-Schlichting* (*Tollmien-Schlichting waves*). A região 2 consiste numa zona de transição que inclui o início da instabilidade bidimensional, ondas de *Tollmien-Schlichting*, rajadas de turbulência em locais de grande vorticidade e formação de pontos de turbulência intermitentes com núcleos de alta vorticidade e intensa flutuação. Já a região 3 indica a coalescência dos pontos de turbulência formando uma camada limite turbulenta completamente desenvolvida.

Este mesmo comportamento da camada limite pode ser observado em escoamentos sobre corpos sólidos como esferas, perfis aerodinâmicos, ou até mesmo sobre automóveis e aeronaves. A Figura 18 mostra a evolução da camada limite, para um duto circular, de laminar para transicional e finalmente turbulenta, em função da velocidade e conseqüentemente do número de Reynolds. A transição é caracterizada por rajadas de turbulência intermitentes com  $2000 \geq Re \leq 4000$  (MUNSON, YOUNG e OKIISHI, 2001).

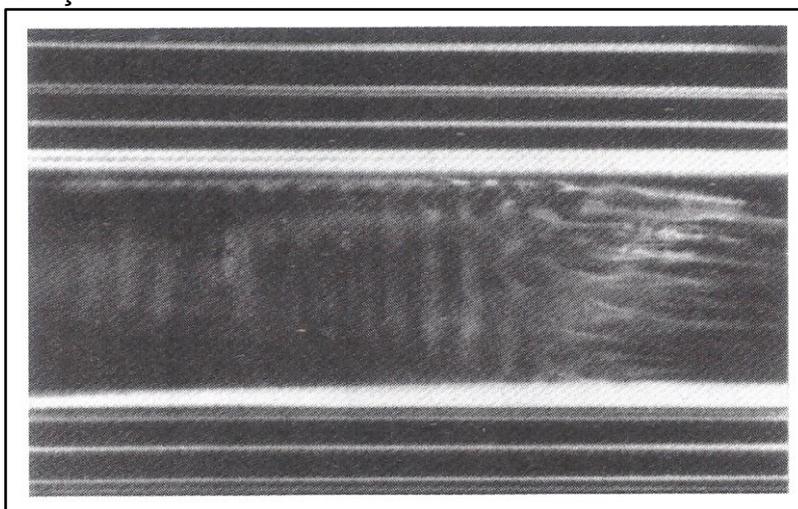
Figura 18 – Transição laminar-turbulenta em um duto de seção circular.



Fonte: Munson, Young e Okiishi (2001, p. 461).

A transição laminar-turbulenta na camada limite de um escoamento sobre um corpo sólido é função do número de Reynolds, da distribuição de pressão do escoamento externo, da rugosidade de parede sobre qual o fluido escoava e do nível de distúrbios no escoamento externo. A transição laminar-turbulenta na camada limite num corpo de revolução pode ser vista na Figura 19, onde a adição de fumaça ao escoamento faz imagens instantâneas das estruturas desenvolvidas na região de transição visível. Desta vez, é possível observar a mudança de regime laminar para ondas axissimétricas, as já mencionadas ondas de *Tollmien-Schlichting*, em imagens reais obtidas por experimento. Estas ondas iniciam a transição para a turbulência caracterizada por formações tridimensionais (SCHLICHTING e GERSTEN, 2000).

Figura 19 – Transição na camada limite.



Fonte: Schlichting e Gersten (2000, p.419) apud F. N. M. Brown (1957).

### 2.4.3 Regime turbulento

Para definir o escoamento turbulento podemos recorrer a Figura 13, esta mostra a trajetória de uma partícula em regime laminar e turbulento. Como pode ser observado, o regime de escoamento do campo velocidade média é unidimensional, turbulento ao longo da coordenada  $x$ , tendo uma componente de velocidade média  $\bar{u}$  mais uma componente de flutuação aleatória de velocidade  $u'$ ,  $v'$  e  $w'$ , onde o vetor velocidade será expresso em termos médios, ficando  $\bar{V} = (\bar{u} + u')\hat{i} + v'\hat{j} + w'\hat{k}$ . Se tentarmos replicar a trajetória da partícula para o escoamento turbulento, repetindo exatamente as mesmas condições usadas quando obteve-se a primeira trajetória, o resultado seria uma trajetória diferente da obtida anteriormente. Isso se deve ao fato de o escoamento turbulento ser totalmente desordenado e imprevisível.

Fox, Pritchard e McDonald (2011, p. 38) definem escoamento turbulento como “...aquele em que as partículas fluidas misturam-se rapidamente enquanto se movimentam ao longo do escoamento, devido a flutuações aleatórias no campo tridimensional de velocidade”.

Quase que a totalidade dos escoamentos macroscópicos naturais e de engenharia são turbulentos. Com exemplos de escoamentos turbulentos pode-se citar os ventos, correntes na atmosfera e oceanos, escoamentos de ar através de casas e prédios, sistemas de água encanada, escoamento sobre veículos e aeronaves, fluxos em turbinas, motores e reatores para a conversão de energia (KUNDU, COHEN e DOWLING, 2011).

O estado turbulento de um fluido pode ser desejável ou indesejável dependendo da aplicação, podendo ainda trazer benefícios e malefícios na mesma situação. Como exemplos tem-se o sistema de admissão e exaustão em motores de combustão interna, onde a turbulência é explorada para melhorar a mistura de combustível e comburente, mas neste mesmo sistema a turbulência traz perdas de carga que reduzem a eficiência. Outro exemplo é o escoamento do sangue através dos vasos sanguíneos, em que o movimento aleatório causado pela turbulência permite o contato de todas as células do sangue com as paredes dos vasos, o que é benéfico para troca de oxigênio e outros nutrientes (FOX, PRITCHARD e MCDONALD, 2011 e KUNDU, COHEN e DOWLING, 2011).

Para um escoamento turbulento no qual o campo de velocidade média é unidimensional, a relação simples como a Equação 5 que expressa a tensão de

cisalhamento, não é válida, pois as flutuações tridimensionais aleatórias de velocidade transportam quantidade de movimento através das linhas de corrente, causando o aumento da tensão de cisalhamento. Desta forma, não existe relação universal entre o campo de velocidade média e o campo de tensões, tornando a análise do escoamento turbulento muito mais complicada, sendo está fortemente apoiada em dados experimentais e teorias semiempíricas (FOX, PRITCHARD e MCDONALD, 2011).

No meio acadêmico, muitas vezes, existe a tendência de confundir turbulência com aleatoriedade. Enquanto o campo de velocidade de um escoamento turbulento conserva massa, momentum e energia, um campo vetorial dependente do tempo puramente aleatório não necessariamente o faz. Podem-se citar as seguintes características genéricas para escoamentos turbulentos (KUNDU, COHEN e DOWLING, 2011).

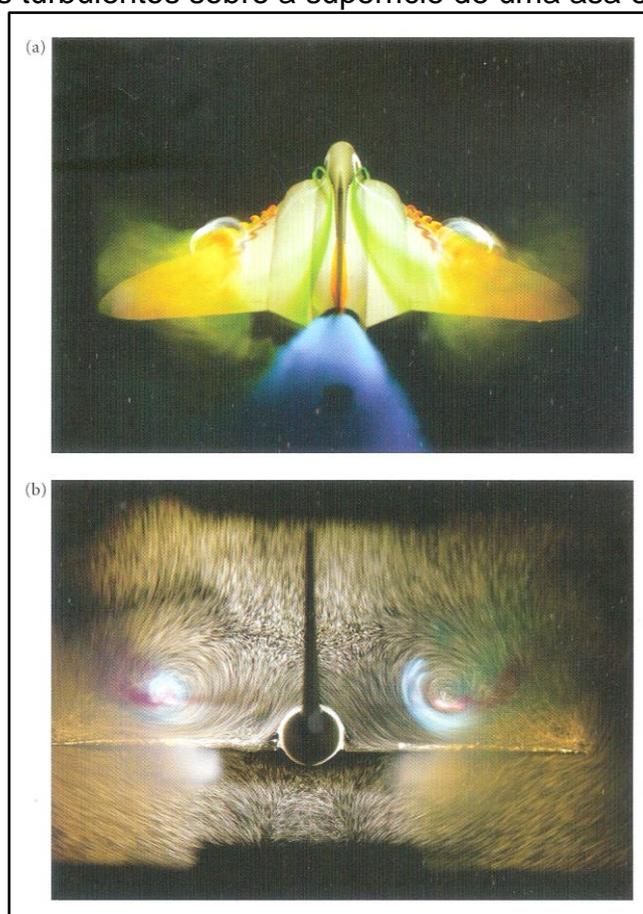
- Flutuações: escoamentos turbulentos em quantidades dependentes do campo como velocidade, pressão e temperatura. Essas flutuações são aparentemente irregulares, caóticas e imprevisíveis.
- Não linearidade: a turbulência ocorre quando parâmetros não lineares com o número de Reynolds excedem o valor crítico. Uma vez excedido esse parâmetro pequenas perturbações crescem espontaneamente, até perderem a estabilidade e formam perturbações ainda mais complexas, alcançando um estado não periódico e imprevisível com o crescimento de vórtices que mantêm as flutuações tridimensionais neste estado.
- Vorticidade: a turbulência é caracterizada pela flutuação de vórtices. No escoamento turbulento ocorrem estruturas que apresentam movimento rotacional chamados de turbilhões. A turbulência sempre exibe uma grande faixa de tamanho de turbilhões, esses turbilhões aumentam de tamanho conforme o número de Reynolds aumenta.
- Dissipação: o mecanismo de crescimento dos vórtices transfere flutuações de energia e vorticidade em escalas cada vez menores, através de interações não lineares, até que o gradiente de velocidade atinja tamanha magnitude em que a energia é convertida em calor, pela ação da viscosidade e pelo movimento dos turbilhões menores. Então, para que a turbulência seja mantida será necessário um fornecimento contínuo de energia para suprir essa perda convertida em calor.

- Difusividade: devido a constante agitação e movimentos de rotação, o escoamento turbulento é caracterizado pela rápida taxa de mistura e difusão de espécies, momentum e calor, quando comparado ao escoamento laminar.

A Figura 11(e) mostra a esteira formada pelo escoamento sobre um cilindro quando este se separa dos vórtices. Já a Figura 16, curva a, mostra o perfil de velocidade de um regime turbulento em comparação com o perfil de um regime laminar para a mesma vazão, curva b. Pela Figura 19, obtida por experimento, é possível observar num mesmo escoamento, sobre um corpo de revolução, da esquerda para a direita, uma zona de escoamento laminar seguida por uma região de transição e então a direita um escoamento turbulento completamente desenvolvido.

Para um escoamento turbulento em uma aplicação típica de engenharia tem-se a Figura 20, que ilustra os vórtices gerados por um escoamento sobre um modelo em escala de uma aeronave com asas em forma de delta. A Figura 20(a) mostra os vórtices turbulentos vistos de uma vista superior do modelo, já Figura 20(b) mostra os mesmos vórtice de um vista traseira do modelo (DAVIDSON, 2004).

Figura 20 – Vórtices turbulentos sobre a superfície de uma asa em delta.



Fonte: Davidson (2004, p. 316), fotografia por H. Werlé of ONERA, cortesia de

## 2.5 Equações de campo para escoamento de fluidos Newtonianos

Nesta seção serão apresentadas as equações básicas para os campos de escoamento de fluidos Newtonianos. Aqui o fluido será considerado como contínuo, isotrópico, respeitando a lei de Fourier da condução de calor e toda a seção e subseções utilizará como referência Schlichting e Gersten (2000, p. 51 a 73) pelo fato destes autores apresentar o tema de forma clara e concisa. Quando utilizado fonte diferente desta última constará a devida referência.

O movimento tridimensional de um campo de escoamento é dado pelo vetor velocidade  $\vec{v} = u\hat{i} + v\hat{j} + w\hat{k}$ , com as três componentes  $u, v, w$  em um plano cartesiano (como visto na seção 2.3.1), pela pressão  $p$  e temperatura  $T$ . Para determinar essas cinco variáveis existem cinco equações, que são a equação da continuidade (conservação da massa), três equações de conservação de momento e a equação da energia ou conservação de energia.

As equações de conservação são obtidas pelas leis de movimento de Newton e pela primeira e segunda lei da termodinâmica, unidas através do teorema de transporte de Reynolds para um volume de controle fixo e imutável (WHITE, 2011).

Estas cinco equações de conservação contém elementos que expressam propriedades físicas dependentes da temperatura e pressão, como a densidade  $\rho(T, p)$ , o calor específico a pressão constante  $C_p(T, p)$ , a viscosidade  $\mu(T, p)$  e a condutividade térmica  $k(T, p)$ .

### 2.5.1 Equação da continuidade

A equação da continuidade, também conhecida com equação da conservação da massa, expressa o fato de que a soma de toda a massa entrando ou saindo de um volume de controle, por unidade de tempo, deve ser igual à alteração da massa devido à mudança da densidade por unidade de tempo. De uma forma geral podemos expressar essa lei pela Equação 8.

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \operatorname{div}(\vec{v}) = 0 \quad 8$$

Onde  $D\rho/Dt$  é a derivada total ou substancial da densidade em relação ao tempo e tem equivalência conforme a Equação 9. Sendo composta pela porção local

$\partial\rho/\partial t$ , quando o escoamento não está em regime permanente e pela porção convectiva como consequência da alteração na posição  $\vec{v} \cdot \text{grad}(\rho)$

$$\frac{D\rho}{Dt} = \frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec{v} \cdot \text{grad}(\rho) \quad 9$$

Assim pode-se escrever a Equação 8 da forma alternativa, como mostra a Equação 10.

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \text{div}(\rho\vec{v}) = 0 \quad 10$$

Para pressões em que o fluido possa ser considerado como incompressível a derivado total da densidade com respeito ao tempo é zero ( $\partial\rho/\partial t = 0$ ), pois a densidade não será função do tempo. Então para escoamentos incompressíveis a equação da continuidade se reduz a Equação 11.

$$\text{div}(\vec{v}) = 0 \quad 11$$

Nos casos onde existe grande estratificação de densidade, mesmo o fluido estando dentro de condições em que possa ser considerado incompressível, a densidade do fluido é variável, mas cada partícula fluida mantém sua densidade. Uma vez que a densidade constante no escoamento inteiro é uma condição suficiente, mas não necessária para o escoamento incompressível.

## 2.5.2 Equações de momentum

Estas equações advêm da segunda lei de Newton, que diz que o produto entre a massa e a aceleração é diretamente proporcional a resultante de todas as forças atuando sobre um corpo. Estas forças são forças de corpo (devido à aceleração da massa pela gravidade, ou forças eletromagnéticas quando o fluido for ferro magnético) e forças de superfície (forças de pressão ou fricção). As forças de corpo são forças externas, enquanto as forças de superfície dependem do estado de movimento do fluido (estado de deformação).

Se a força de corpo por unidade de volume  $\vec{f}$  for o produto entre a densidade e a aceleração da gravidade e  $\vec{P}$  a força de superfície por unidade de volume, tem-se a Equação 12 representando a equação de momentum.

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = \vec{f} + \vec{P} \quad 12$$

Onde a derivada material de aceleração  $D\vec{v}/Dt$  é composta pela aceleração local  $\partial\vec{v}/\partial t$  mais a aceleração convectiva  $d\vec{v}/dt$ , esta última como consequência da mudança de posição.

De forma geral a aceleração convectiva é descrita pela Equação 13.

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = grad\left(\frac{1}{2}\vec{v}^2\right) - \vec{v} \times rota(\vec{v}) \quad 13$$

Ou de forma abreviada pela Equação 14.

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = (\vec{v} \cdot grad)\vec{v} \quad 14$$

Desta forma será necessário relacionar as equações de transporte ao estado de tensões e deformações. Ao decompor as tensões normais obtém-se  $-p$  (o sinal negativo advém do fato dessa tensão estar atuando sobre o volume e em todas as direções) mais as tensões de cisalhamento, assim, a equação de momentum pode ser expressa sob a forma vetorial pela Equação 15.

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = \vec{f} - grad(p) + div(\tau) \quad 15$$

### 2.5.3 Relação entre tensões e taxa de deformação

As equações de acoplamento das forças de superfície ao campo de escoamento somente podem ser obtidas através da interpretação de resultados obtidos experimentalmente. Nas seções anteriores foram mostradas as ferramentas matemáticas para estabelecer estas relações para um fluido contínuo, isotrópico e Newtoniano.

Sabe-se que as componentes do tensor de tensões viscosas dependem somente das componentes do tensor de taxa de deformação, uma vez que a translação instantânea e a rotação de corpo rígido instantâneo de um elemento fluido não geram nenhuma tensão de superfície, a não ser as componentes de pressão.

Pose-se concluir a partir disto, que as componentes do tensor de tensões viscosas  $\tau_{ij}$ , podem depender somente do gradiente de velocidade  $\partial u/\partial x \dots \partial w/\partial z$  em combinações apropriadas.

Estas relações devem ser lineares e permanecerem inalteradas quando o sistema de coordenadas é rotacionado, isso se deve à isotropia, permitindo que os eixos sejam trocados. A isotropia exige ainda que o eixo principal do tensor de tensões

permaneça coincidente com o eixo do tensor de taxa de deformação em todos os pontos do campo, para que essas condições sejam satisfeitas, um ponto arbitrário do campo é escolhido e o sistema de coordenadas local,  $\bar{x}$ ,  $\bar{y}$  e  $\bar{z}$ , arranjado de forma que seus eixos estejam alinhados com os eixos do tensor de tensões. Neste caso, as componentes da velocidade são descritas por  $\bar{u}$ ,  $\bar{v}$  e  $\bar{w}$ .

Sendo todas estas condições respeitadas, observa-se que a isotropia só pode ser conservada se cada uma das três componentes de tensão normal  $\bar{\tau}_{xx}$ ,  $\bar{\tau}_{yy}$  e  $\bar{\tau}_{zz}$ , dependa apenas das componentes do tensor de taxa de deformação nas mesmas direções e na soma dessas três componentes.

Desta forma obtém-se a Equação 16 e 17, com expressões que contém apenas derivadas espaciais das componentes da velocidade (gradiente de velocidade).

$$\begin{aligned}\tau_{xx} &= \lambda \operatorname{div}(\vec{v}) + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \\ \tau_{yy} &= \lambda \operatorname{div}(\vec{v}) + 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} \\ \tau_{zz} &= \lambda \operatorname{div}(\vec{v}) + 2\mu \frac{\partial w}{\partial z}\end{aligned}\tag{16}$$

$$\begin{aligned}\tau_{xy} &= \tau_{yx} = \mu \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} = \mu \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) \\ \tau_{zx} &= \tau_{xz} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)\end{aligned}\tag{17}$$

O primeiro termo a direita da igualdade na Equação 16 representa a alteração de volume ou dilatação volumétrica, o que equivale à alteração de densidade. A constante de proporcionalidade  $\lambda$  multiplicando este termo só tem significado quando o fluido em questão for compressível, já que, para fluidos incompressíveis, o termo entre parênteses que multiplica  $\lambda$  (este termo é igual ao divergente do vetor velocidade  $\operatorname{div}(\vec{v})$ ) é igual a zero. O termo a extrema direita da Equação 16 representa a dilatação linear, ou mudança na forma do elemento de volume, o fator 2 multiplicando esse termo é introduzido para relacionar  $\mu$  com a viscosidade introduzida na seção 2.1.2.. A isotropia exige ainda que as constantes de proporcionalidade  $\lambda$  e  $\mu$  tenham o mesmo valor em cada uma das equações mostradas pela Equação 16.

### 2.5.4 Derivação das equações de Navier-Stokes

Ao inserirem-se as Equações 16 e 17, que são equações de transporte, na equação de momentum, Equação 15, e levando-se em consideração a hipótese de Stokes, que estabelece a relação de  $\lambda = -2/3\mu$ , obtêm-se as equações de movimento em coordenadas cartesianas mostradas pela Equação 18.

$$\begin{aligned}
 \rho \frac{Du}{Dt} &= f_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( 2 \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \text{div}(\vec{v}) \right) \right] \\
 &\quad + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] \\
 \rho \frac{Dv}{Dt} &= f_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( 2 \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \text{div}(\vec{v}) \right) \right] \\
 &\quad + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \\
 \rho \frac{Dw}{Dt} &= f_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial z} \left[ \mu \left( 2 \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{2}{3} \text{div}(\vec{v}) \right) \right] \\
 &\quad + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right]
 \end{aligned} \tag{18}$$

Estas são as equações diferenciais de Navier-Stokes, que descrevem o escoamento de fluidos e permitem determinar os campos de velocidade e pressão nesses escoamentos. Usando notação vetorial, estas equações podem ser dadas numa forma em que serão válidas para qualquer sistema de coordenadas, conforme é apresentado pela Equação 19:

$$\rho \frac{D\vec{v}}{Dt} = \vec{f} - \text{grad}(p) + \text{div}(\boldsymbol{\tau}) \tag{19}$$

Onde  $\boldsymbol{\tau}$  é dado pela Equação 20:

$$\boldsymbol{\tau} = \mu \left( 2\boldsymbol{\varepsilon} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \text{div}(\vec{v}) \right) \tag{20}$$

e  $\delta$  é a unidade do tensor de Kronecker, também conhecido como Delta de Kronecker ( $\delta_{ij} = 1$  para  $i = j$  e  $\delta_{ij} = 0$  para  $i \neq j$ ).

A hipótese Stokes que prevê que as tensões normais e cisalhantes são funções lineares da taxa de deformação está em conformidade com a lei da viscosidade de Newton. Esta hipótese de linearidade é arbitrária e a priori não se pode ter certeza que as equações de Navier-Stokes descrevem corretamente o movimento do fluido,

sendo necessário verificá-las experimentalmente. Porém, deve-se levar em consideração que a grande dificuldade matemática dessas equações nos traz apenas uma pequena quantidade de soluções, onde os termos convectivos interagem de maneira geral com os termos de fricção. Estas soluções são geralmente bastante restritivas e nem sempre descrevem uma condição real.

Multiplicando-se as equações de Navier-Stokes na direção de  $x$  por uma velocidade  $u$ , na direção de  $y$ , por uma velocidade  $v$  e na direção de  $z$  uma velocidade  $w$ , somando-se estes termos será encontrada uma equação para a energia mecânica, que é mostrada em sua forma vetorial pela Equação 21.

$$\rho \frac{D}{Dt} \left( \frac{1}{2} \vec{v}^2 \right) = \vec{v} \vec{f} - \vec{v} \text{grad}(p) + \vec{v} \text{Div}(\tau) \quad 21$$

Ao considerar-se a força de corpo sobre o volume como sendo  $\psi$  e esta função independente do tempo (regime permanente), tem-se que  $\vec{f} = -\rho \text{grad}(\psi)$ , então a Equação 21 pode ser escrita conforme mostrado pela Equação 22.

$$\rho \frac{D}{Dt} \left( \frac{1}{2} \vec{v}^2 + \psi \right) = -\vec{v} \text{grad}(p) + \vec{v} \text{Div}(\tau) \quad 22$$

### 2.5.5 Equação da energia

Para conseguir uma equação para o balanço de energia em um escoamento, será considerado uma partícula fluida de massa  $dM = \rho dV$  e o volume  $dV = dx dy dz$  em um sistema de coordenadas cartesianas que segue o fluxo da partícula. Para esta formulação será usada a primeira lei da termodinâmica, esta diz que o ganho total de energia  $DE_t$  (o índice  $t$  indica energia total) em unidades de tempo  $Dt$ , deve ser igual ao calor fornecido para a partícula  $\dot{Q}Dt$  mais o trabalho realizado  $\dot{W}Dt$ .

O calor pode ser fornecido através de condução e radiação, esta última geralmente pequena para baixas temperaturas, portanto será ignorada. Fontes de calor fornecidas por geração decorrentes de reações químicas ou através do efeito Joule em gases eletromagnéticos também não serão levadas em consideração.

Desta forma, define-se fluxo de calor como o calor transferido por unidade de área, tempo e é expresso pelo vetor  $\vec{q}(q_x, q_y, q_z)$  dado em  $J/m^2s$ . O calor entrando no elemento de volume na face perpendicular ao eixo  $x$  por unidade de tempo é  $q_x dy dz$ , enquanto o calor saindo por unidade de tempo na face oposta é  $[q_x + (\partial q_x / \partial x) dx] dy dz$ . Portanto o calor fornecido na direção do eixo  $x$  por unidade de

tempo é  $\dot{Q} = -(\partial q_x / \partial x) dx dy dz = -(\partial q_x / \partial x) dV$ , então o calor total fornecido pode ser expresso pela Equação 23.

$$\dot{Q} = -dV \left( \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} + \frac{\partial q_z}{\partial z} \right) = -dV \operatorname{div}(\vec{q}) \quad 23$$

Uma vez que o divergente é uma medida de intensidade da fonte do campo vetorial em questão, o termo  $\dot{Q}$  também é essencialmente um termo de fonte, e a expressão a extrema direita representa a equação na forma vetorial.

A energia total  $E_t$  pode ser definida por três componentes: energia interna  $dM e_t$ , energia cinética  $1/2 (dM \vec{v}^2)$  e a energia potencial gravitacional  $dM \psi$ . Desta forma, arranjando os termos chega-se a Equação 24.

$$dE_t = dM e_t = dV \rho e_t = dV \rho \left( e + \frac{1}{2} \vec{v}^2 + \psi \right) \quad 24$$

Onde  $e$  é a energia interna específica dada em  $m^2/s^2$ . Assim a alteração total de energia é dada pela Equação 25.

$$\frac{dE_t}{Dt} = dV \rho \frac{D e_t}{Dt} = dV \rho \frac{D}{Dt} \left( e + \frac{1}{2} \vec{v}^2 + \psi \right) \quad 25$$

Para determinar a potência  $\dot{W}$ , considera-se primeiramente o trabalho realizado no elemento de volume, onde todas as tensões normais e de cisalhamento realizam trabalho por unidade de tempo. Então a taxa de trabalho total realizado sobre o elemento de volume  $dV$  é dado pela Equação 26.

$$\begin{aligned} \dot{W} = dV \left[ \frac{\partial}{\partial x} (u \sigma_x + v \tau_{xy} + w \tau_{xz}) + \frac{\partial}{\partial y} (u \tau_{yx} + v \sigma_y + w \tau_{yz}) \right. \\ \left. + \frac{\partial}{\partial z} (u \tau_{zx} + v \tau_{zy} + w \sigma_z) \right] = dV \operatorname{div}(\sigma \vec{v}) \end{aligned} \quad 26$$

As tensões normais  $\sigma$  e cisalhantes  $\tau$  nesta equação são as tensões totais mostradas pelo tensor de tensões, este tensor consiste numa matriz simétrica, onde as tensões normais estão na diagonal e as tensões tangenciais completam a matriz. Já a expressão a extrema direita da segunda igualdade desta equação é a forma vetorial para a equação de taxa de trabalho (potência).

Substituindo-se as Equações 23, 25 e 26 na equação da primeira lei da termodinâmica tem-se a Equação 27, que é a equação da energia.

$$\frac{dE_t}{Dt} = \dot{Q} + \dot{W} \Rightarrow \rho \frac{D}{Dt} \left( e + \frac{1}{2} \vec{v}^2 + \psi \right) = -\operatorname{div}(\vec{q}) + \operatorname{div}(\sigma \vec{v}) \quad 27$$

Somando-se a energia interna, cinética e potencial, tem-se o calor fornecido por condução e o trabalho realizado pelas forças de superfície. Levando-se a relação

entre o tensor de tensões  $\sigma$  e o tensor de tensões viscosas  $\tau$  em conta, tem-se que  $\sigma = -\delta p + \tau$ , então a Equação 27 pode se escrita da forma encontrada na Equação 28. Nesta forma é possível observar que a alteração total na energia pode ser identificada como a divergência de um campo vetorial, portanto uma equação de balanço como a primeira lei da termodinâmica escrita dessa forma é a divergência de uma forma estritamente conservativa.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e_r) = -div[(p + \rho e_r)\vec{v} - \tau\vec{v} + \vec{q}] \quad 28$$

Pode-se expressar a Equação 27 como uma equação de balanço para entalpia específica total, como mostrado pela Equação 29.

$$h_t = e_t + \frac{p}{\rho} \Rightarrow \rho \frac{Dh_t}{Dt} = -div(\vec{q}) + \frac{\partial p}{\partial t} + div(\tau\vec{v}) \quad 29$$

Ao subtrair-se a Equação 22, que é a equação da energia mecânica derivada das equações de Navier-Stokes, na Equação 27, derivada de primeira lei da termodinâmica para a energia específica total  $e_t$ , obtém-se a Equação 30, que é a lei de balanço de energia interna.

$$\rho \frac{De}{Dt} = -div(\vec{q}) - p div(\vec{v}) + \Phi \quad 30$$

Onde  $\Phi$  é chamada função dissipação e é dada pela Equação 31.

$$\Phi = div(\tau\vec{v}) - \vec{v}Div(\tau) \quad 31$$

Substituindo-se as Equações 16 e 17, que são equações de transporte, e a hipótese de Stokes ( $\lambda = -2/3 \mu$ ), na função dissipação  $\Phi$ , obtém-se a Equação 32 em coordenadas Cartesianas.

$$\begin{aligned} \frac{\Phi}{\mu} = \frac{2}{3} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} - \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 \right] \\ + \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial y}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \end{aligned} \quad 32$$

É possível escrever a equação de energia sob outras formas além destas já citadas. Na forma de um balanço de entalpia específica a equação na energia é mostrada pela Equação 33.

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = -div(\vec{q}) + \frac{Dp}{Dt} + \Phi \quad 33$$

Usando a relação proposta por J. Kestin (1966, p. 63 a 72) obtém-se a Equação 34:

$$\frac{Dh}{Dt} = c_p \frac{DT}{Dt} + \frac{1 - \beta T}{\rho} \frac{Dp}{Dt} \quad 34$$

onde  $c_p$  é o calor específico a pressão constante e tem com unidades  $J/kgK$ , e o coeficiente de expansão térmica é dado por  $\beta = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$ . Isolando a Equação 34 em função do campo de temperatura tem-se a Equação 35.

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = -div(\vec{q}) + \beta T \frac{Dp}{Dt} + \Phi \quad 35$$

Usando a equivalência  $T \frac{Ds}{Dt} = \frac{Dh}{Dt} - \frac{1}{\rho} \frac{Dp}{Dt}$  para substituição na Equação 33, encontra-se a equação de balanço de entropia específica conforme a Equação 36.

$$\rho \frac{Ds}{Dt} = -div\left(\frac{\vec{q}}{T}\right) - \frac{\vec{q}}{T^2} grad(T) + \frac{1}{T} \Phi \quad 36$$

Nesta equação todos os termos do lado direito da igualdade implicam em produção de entropia. De acordo com a segunda lei da termodinâmica, a entropia de um sistema adiabático não pode diminuir, uma vez que não existe fluxo de calor através das fronteiras, isto implica que o último e penúltimo termos dessa equação não serão negativos. Pela Equação 32 conclui-se que a viscosidade  $\mu$  deve ser uma quantidade positiva e devido a esse fato a condutividade térmica  $k(J/msK)$  também deve ser positiva. A equação de transporte que relaciona o vetor de fluxo de calor  $\vec{q}$  com o campo de temperatura, que deve ser adicionada a equação de balanço de energia, é chamada lei de Fourier da condução térmica, e é dada por  $\vec{q} = -k grad(T)$ . Então a equação da energia em sua forma final é dada pela Equação 37.

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = div((k)grad(T)) + \beta T \frac{Dp}{Dt} + \Phi \quad 37$$

## 2.6 Análise dimensional e semelhança

Dada a grande complexidade das equações anteriormente mostradas, e o grande número de parâmetros, propriedades e grandezas físicas envolvidas nestas equações, faz-se necessário o uso de ferramentas que possam auxiliar a reduzir essa complexidade mantendo a consistência dimensional.

A maior parte dos problemas práticos em mecânica dos fluidos são muito complexos para resolvê-los de forma analítica, então faz-se necessário testá-los de forma experimental ou aproximada por técnicas de CFD. Ao expressar-se os

resultados destes experimentos ou aproximações por CFD de forma compacta, estes apresentam uma generalidade muito maior (WHITE, 2011).

O processo de adimensionalização consiste em dividir todas as grandezas físicas por grandezas de referência, o que elimina a dimensão das equações. Ao dividir-se os comprimentos por um comprimento de referência, todas as velocidades por uma velocidade de referência (geralmente a velocidade da corrente livre), os termos de pressão por uma pressão de referência como, por exemplo, duas vezes a pressão dinâmica na corrente livre ( $\rho V_\infty^2$ ), e posteriormente substituir-se esses novos componentes nas equações, obtém-se novas equações e essas são adimensionais (FOX, PRITCHARD e MCDONALD, 2011).

A Equação 38 mostra a equação de conservação da massa adimensional, e a Equação 39 são as equações de Navier-Stokes na forma adimensional, ambas para um fluido Newtoniano, escoamento em regime permanente, incompressível, bidimensional e com viscosidade constante (FOX, PRITCHARD e MCDONALD, 2011).

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} + \frac{\partial w^*}{\partial z^*} = 0 \quad 38$$

$$\begin{aligned} u^* \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial u^*}{\partial z^*} &= \frac{f_x L}{\rho V_\infty^2} - \frac{\partial p^*}{\partial x^*} + \frac{\mu}{\rho V_\infty L} \left( \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial z^{*2}} \right) \\ u^* \frac{\partial v^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial v^*}{\partial z^*} &= \frac{f_y L}{\rho V_\infty^2} - \frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \frac{\mu}{\rho V_\infty L} \left( \frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial z^{*2}} \right) \\ u^* \frac{\partial w^*}{\partial x^*} + v^* \frac{\partial w^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial w^*}{\partial z^*} &= \frac{f_z L}{\rho V_\infty^2} - \frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \frac{\mu}{\rho V_\infty L} \left( \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial z^{*2}} \right) \end{aligned} \quad 39$$

Na Equação 39 as três equações apresentam um parâmetro adimensional antes dos termos de segunda ordem (termos viscosos), este parâmetro é o inverso do número de Reynolds ( $1/Re$ ). A equação inferior traz outro parâmetro adimensional para o termo de força gravitacional ( $gL/V_\infty^2$ ), sendo este o inverso no número de Froude. Conforme Kundu, Cohen e Dowling (2011), se o número de Reynolds for muito grande, o inverso no número de Reynolds será um número muito pequeno, então as diferenciais de segunda ordem podem ser desconsideradas para a maioria dos escoamentos, caracterizando um escoamento invíscido (MUNSON, YOUNG e OKIISHI, 2001).

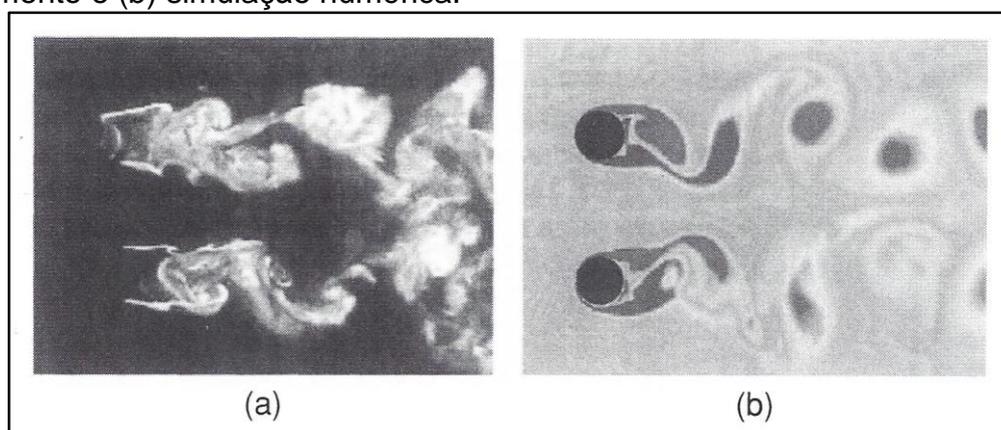
Isso simplifica muito as Equações 39, representando um ganho muito grande em tempo computacional nas aplicações de resolução numérica dessas equações, como ocorre em programas CFD. Uma das ferramentas mais utilizadas para a redução das variáveis dimensionais em um conjunto de grupos adimensionais é o *teorema Pi de Buckingham* (WHITE, 2011).

A semelhança consiste na indicação de que dois fenômenos físicos tem o mesmo comportamento, ou seja, o comportamento de um escoamento sobre um modelo em escala de uma aeronave é semelhante ao encontrado em uma aeronave em escala real. Para que isso seja verdadeiro devem existir semelhanças geométricas (escalas de dimensões de comprimento), cinemáticas (escalas de velocidade) e ou dinâmicas (escalas de tempo e força), entre o modelo em escala e um modelo em suas dimensões reais (FOX, PRITCHARD e MCDONALD, 2011).

## 2.7 Fluidodinâmica computacional

A fluidodinâmica computacional ou CFD, do inglês *computational fluid dynamics*, antes restrita apenas a grandes indústrias ou laboratórios de pesquisa avançada, vem tornando-se cada vez mais comum e de fácil acesso a todos que estiverem interessados. Embora a maioria dos softwares sejam pagos, como por exemplos os já consagrados como ANSYS® Inc. e Fluent®, estão disponíveis também softwares livres, como por exemplo, o OpenFOAM®. Tu, Yeoh e Liu (2008) comparam um escoamento sobre dois cilindros paralelos, visto na Figura 21, onde (a) foi obtido através de experimento e (b) através de uma simulação numérica (CFD).

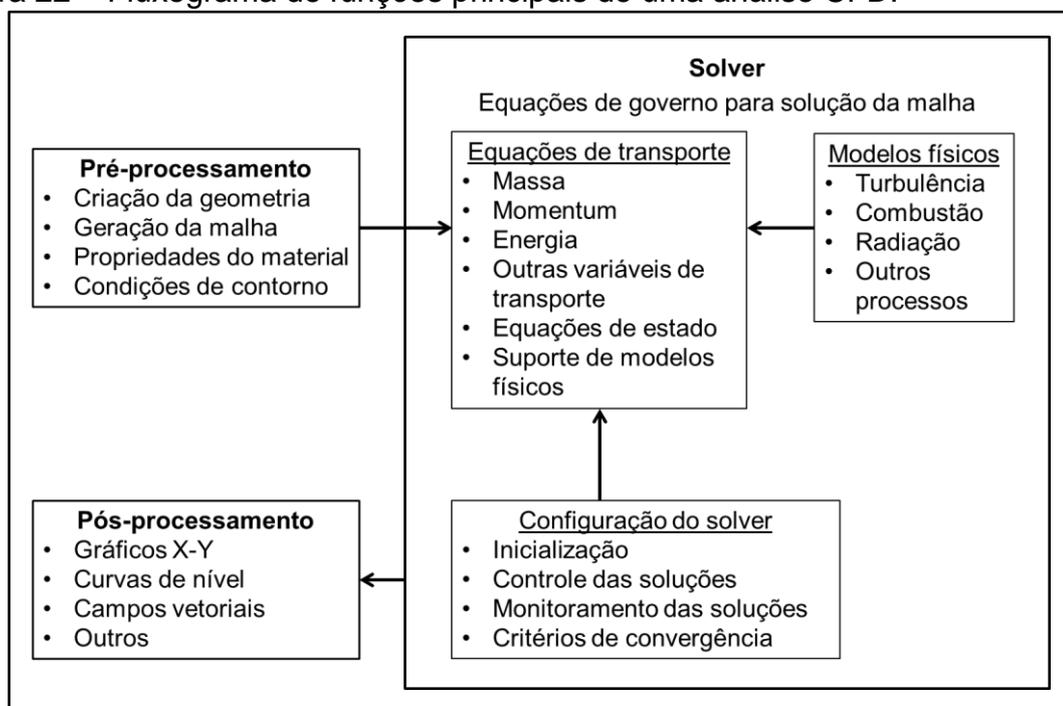
Figura 21 – Comparação de um escoamento sobre dois cilindros paralelos: (a) experimento e (b) simulação numérica.



Fonte: Tu, Yeoh e Liu (2008, p. 7).

A análise de um escoamento em CFD consiste em três elementos principais, pré-processamento, solver e pós-processamento. A Figura 22 mostra o fluxograma exemplificando as funções de cada um dos três elementos principais (TU, YEOH e LIU, 2008).

Figura 22 – Fluxograma de funções principais de uma análise CFD.



Fonte: Tu, Yeoh e Liu (2008, p. 31).

## 2.7.1 Métodos de solução

Depois da construção da geometria, geração da malha, definição das propriedades da substância e das condições de contorno, é preciso adotar um método para a solução desse conjunto de dados inicialmente configurados. Entre os vários métodos de solução das equações de governo, principalmente as equações de Navier-Stokes, tem-se os métodos de média de Reynolds, simulação de grandes turbilhões e simulação numérica direta. Estes métodos serão abordados nas subseções seguintes.

### 2.7.1.1 Médias de Reynolds

A sigla RANS ou médias de Reynolds das equações de Navier-Stokes (do inglês *Reynolds-averaged Navier-Stokes*), expressam, na forma de médias de tempo,

as equações de Navier-Stokes para escoamentos de fluidos. Este método de fechamento consiste na decomposição instantânea das quantidades em quantidades médias de tempo e de flutuações, sendo usadas principalmente para descrição de campos turbulentos. Estas equações de transporte fornecem as médias de fluxo, obtendo-se soluções médias para as variáveis, onde todas as escalas de turbulência são modeladas, reduzindo assim drasticamente o tempo computacional necessário para a solução de uma malha. Mesmo em situações de escoamento transiente vantagens computacionais podem ser obtidas, uma vez que o passo de tempo será determinado pelo transiente médio do fluxo e não pela turbulência (CHENG *et al.*, 2009).

### **2.7.1.2 Simulação de grandes turbilhões**

O método de simulação de grandes turbilhões ou LES (do inglês *Large Eddy Simulation*) consiste em calcular os grandes turbilhões como funções do tempo, usando para isso um conjunto de equações manipuladas das equações de Navier-Stokes de forma que essas removam apenas os pequenos turbilhões. Esses pequenos turbilhões são usualmente do tamanho da malha. A vantagem do método LES está no fato de que a modelagem da turbulência é mais simples, reduzindo significativamente o erro induzido pelo modelo de turbulência. Este método exige grandes recursos computacionais, uma vez que o tamanho da malha e o passo de tempo são pequenos. Esse tipo de simulação só pode ser realizada em 3D, dado o fato de que a natureza do escoamento turbulento ocorre nas três dimensões do espaço (WENDT, 2009).

### **2.7.1.3 Simulação numérica direta**

A simulação numérica direta DNS (do inglês *Direct Numerical Simulation*), apresenta os melhores resultados em simulações CFD, pois neste método a turbulência é resolvida de forma explícita através das equações de Navier-Stokes em uma fina malha para todas as escalas espaciais e temporais (SENGUPTA, MASHAYEK e JACOBS, 2008).

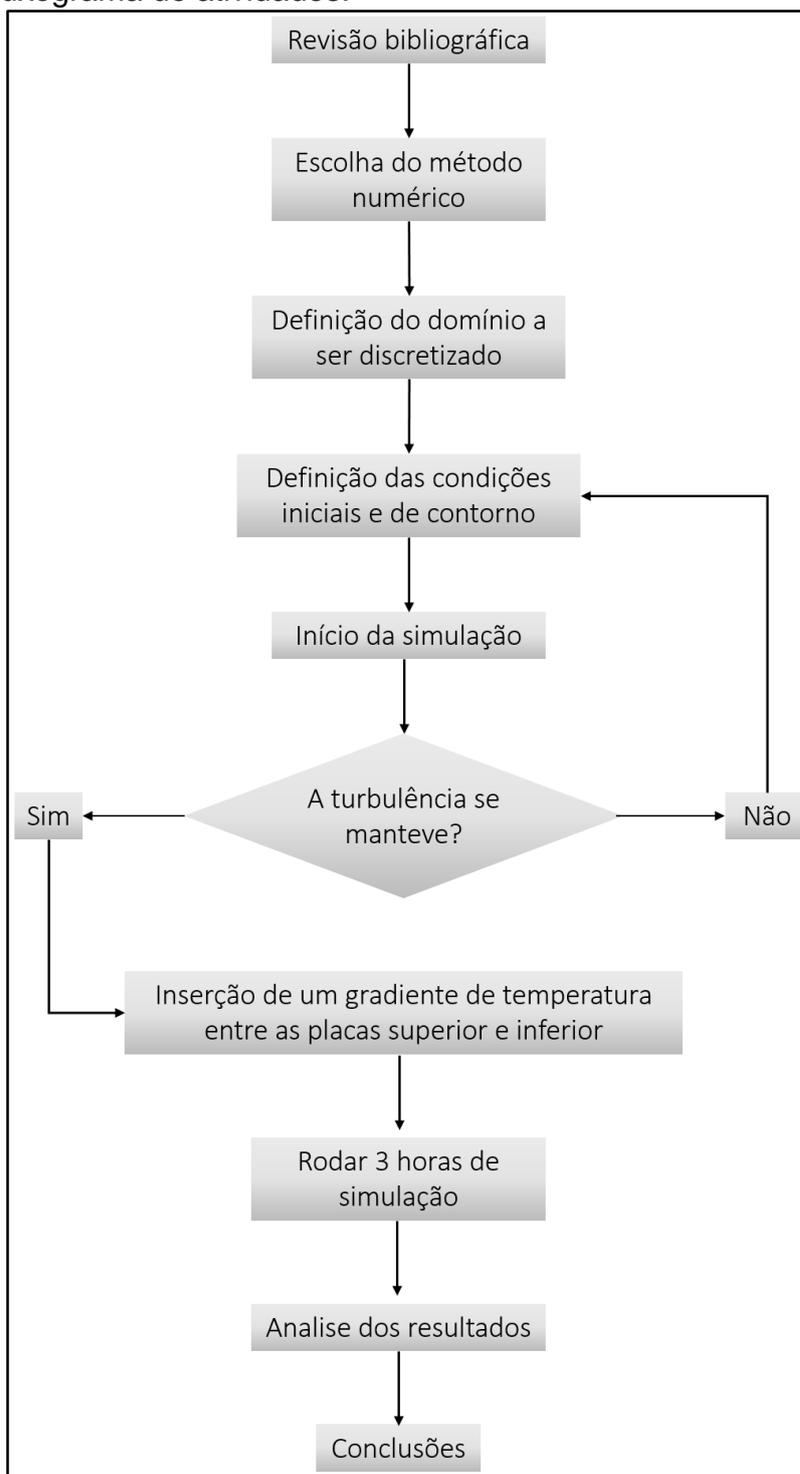
Neste método de solução, informações detalhadas do campo de escoamento podem ser obtidas, constituindo, sob certo ponto de vista, um experimento numérico

que produz uma série de soluções não empíricas. Outra vantagem deste método é a ausência de aproximações que interferem na exatidão dos resultados, descrevendo o escoamento de forma completa em qualquer ponto do espaço e do tempo. DNS é ideal para uso em pesquisas básicas no que diz respeito à turbulência e modelagem física, tendo porem, um alto custo computacional (COLEMAN e SANDBERG, 2010).

### 3 METODOLOGIA

Nesta seção será definida a metodologia utilizada para alcançar os objetivos do trabalho. Para a melhor visualização um fluxograma das atividades a serem desenvolvidas é mostrado pela Figura 23.

Figura 23 – Fluxograma de atividades.



Fonte: Elaborado pelo autor.

A metodologia utilizada para cada atividade é descrita a seguir:

- revisão bibliográfica: foi realizada uma pesquisa a bibliografia existente, procurando um embasamento teórico para o desenvolvimento das atividades seguintes;
- escolha do método de solução: será utilizado o método LES (Simulação de Grandes Turbilhões) por se tratar de um método de solução que exige menos recurso computacionais quando comparado ao método DNS (Simulação Numérica Direta), e oferecer resultados melhores que o método RANS (Médias de Reynolds).
- simulação numérica: o domínio utilizado neste trabalho consiste em um volume de controle imutável que se move com o escoamento. Este volume de controle tem formato de prisma retangular onde a parede superior deste volume de controle tem velocidade. Serão realizadas seis simulações onde a única diferença entre as simulações será a velocidade da placa superior, a velocidade em cada simulação será de 0,2, 0,4, 0,6, 0,8, 1 e 1,2 m s<sup>-1</sup>. Para cada simulação será rodado 400 segundos a fim de constatar se a turbulência irá persistir. Caso o escoamento se mantenha turbulento após os 400 segundos será inserido um gradiente de temperatura entre as placas superior e inferior, com o intuito de observar a ocorrência de transição de regime de escoamento ou intermitência devido a laminarização do escoamento causado pelo gradiente de temperatura;
- análise dos resultados: após o término das simulações serão tirados os dados de velocidade, temperatura, pressão e energia cinética turbulenta para nove locais espaçados entre a placa inferior e superior do domínio. A partir desses dados serão traçados gráficos de perfis de velocidade, temperatura, energia cinética turbulenta entre outros que serão julgados necessários, a fim de identificar possíveis zonas de transição de regime de escoamento, para que possam ser formuladas as devidas conclusões sobre este experimento numérico;

As atividades descritas serão realizadas obedecendo-se o cronograma dado pela Tabela 1.

Tabela 1 – Cronograma de atividades.

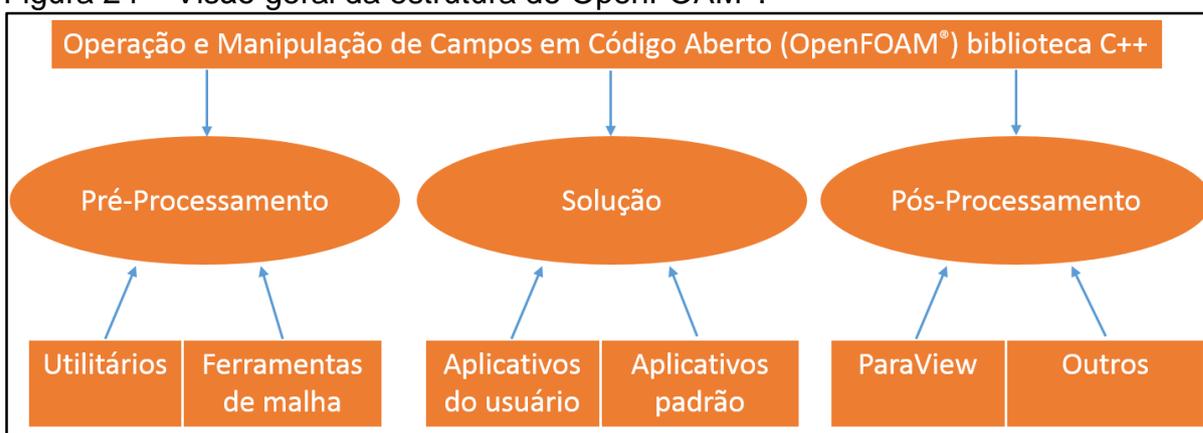
Atividades	Período de desenvolvimento										
	2014				2015						
	Set	Out	Nov	Dez	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul
Revisão bibliográfica	X	X	X	X	X	X					
Simulação numérica					X	X	X	X	X		
Análise dos resultados					X	X	X	X	X		
Redação do TCC								X	X	X	
Apresentação do TCC											X

Fonte: Cronograma de atividades elaborado pelo autor.

## 4 RESULTADOS

Para as simulações utilizou-se o software de código aberto OpenFOAM® versão 2.3.1 rodando na plataforma 64 bits da distribuição Ubuntu 14.04 LTS do Linux. A palavra OpenFOAM® vem do inglês Open Source Field Operation and Manipulation, que numa tradução para o português pode ser expressa como Operação e Manipulação de Campos com Software de Código Aberto (OpenFOAM®, 2015), e faz uso de bibliotecas C++, este último uma linguagem de programação orientada a objeto. Este software utiliza o método de volumes finitos para a resolução numérica das equações de Navier-Stokes através de cálculo tensorial, que é um método geral de transformação de coordenadas entre dois diferentes sistemas de coordenadas, o que torna o cálculo vetorial muito mais simples e menos confuso que o método tradicional quando as equações são muito extensas. A estrutura geral do programa pode ser vista na Figura 24.

Figura 24 – Visão geral da estrutura do OpenFOAM®.

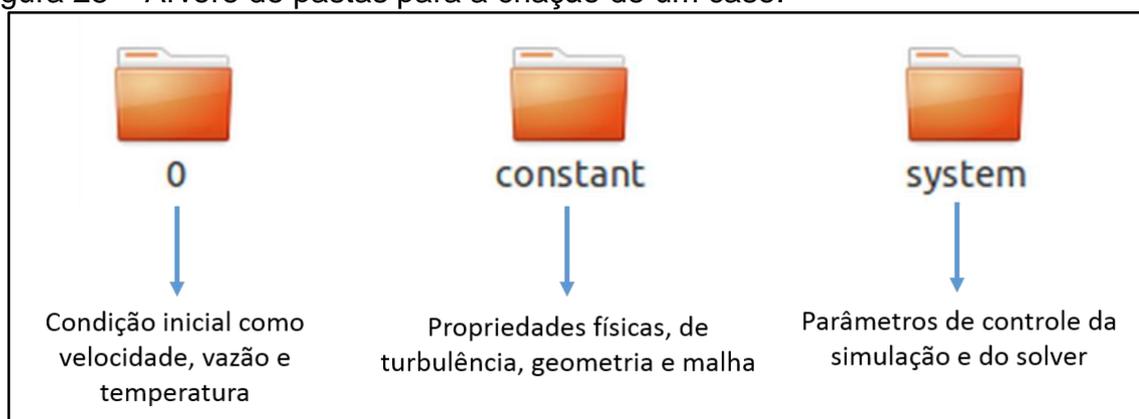


Fonte: Adaptado do guia do usuário OpenFOAM® (2015, p. 1).

O software OpenFOAM® não possui GUI, abreviação em inglês para graphical user interface, ou em português interface gráfica do usuário. Portanto todas as operações de pré-processamento e solução são feitas através de linha de comando por meio do terminal do Ubuntu. Para o pós-processamento o OpenFOAM® faz uso do software ParaView®, também de código aberto, que consiste em um software multi-plataforma de visualização e análise de dados.

A forma de criar um caso de CFD no OpenFOAM® consiste basicamente na criação de uma pasta de trabalho, onde dentro dessa pasta ocorrerá toda a simulação. Dentro desta pasta de trabalho deve-se criar 3 pastas, uma pasta nomeada 0, outra nomeada constant e por final uma pasta nomeada system, conforme pode ser visto na Figura 25.

Figura 25 – Árvore de pastas para a criação de um caso.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Estes arquivos de configuração dentro destas pastas são arquivos de texto e seguem um padrão que é lido e interpretado pelo aplicativo solver. Se esses arquivos seguem a sintaxe correta e a configuração de constantes como geometria do caso a ser estudado, configuração da malha, propriedades físicas, propriedades de transporte, condições iniciais e de contorno estiverem corretas, basta executar o solver a partir da pasta de trabalho do caso através do terminal.

As seções a seguir estarão divididas de seguinte maneira: seção 4.1 descreve as configurações constantes no diretório *constant*, 4.2 constará os parâmetros associados com os procedimentos de solução constante no diretório *system*, 4.3 descrevera os campos e corresponde ao diretório de tempo.

#### 4.1 O diretório *constant*

Este diretório contém um subdiretório chamado polyMesh com a descrição completa da malha do caso estudado, além de outros arquivos especificando propriedades físicas e de transporte para as aplicações envolvidas no caso (OpenFOAM®, 2015).

##### 4.1.1 Criação da geometria para as simulações

Como primeiro passo criou-se a geometria para a realização das simulações. Para isto optou-se por um volume de controle com dois metros de largura por dois metros de altura e quatro metros de comprimento. Esta configuração foi escolhida devido ao menor uso de recursos computacionais pois caso o domínio fosse muito maior, da ordem de centenas a milhares de metros a necessidade por recurso

computacionais seria imensamente maior, inviabilizando totalmente as simulações devido as limitações dos computadores disponíveis.

O domínio do caso utilizado para este estudo foi criado a partir de um arquivo de texto. Este arquivo de texto nomeado *blockMeshDict*, sem extensão, é tratado como um objeto pelo código do OpenFOAM®.

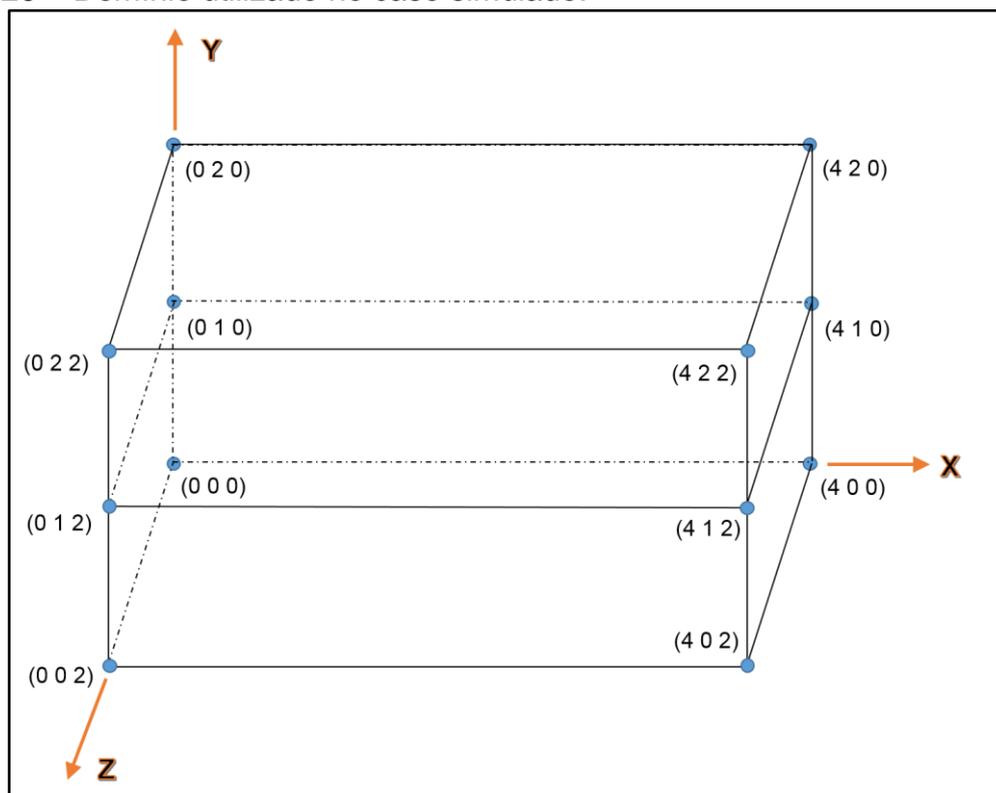
A configuração do arquivo *blockMeshDict* consiste num cabeçalho, que não é executado, contendo o operador nabla ( $\nabla$ ), símbolo da marca OpenFOAM®, informações sobre a versão e site do OpenFOAM®.

Depois do cabeçalho aparecem informações sobre versão, formato, classe e objeto que são usadas para informar ao código que este se trata de um arquivo com o domínio e malha a ser utilizado no caso em questão. Após isso tem-se uma linha contendo informações de escala de comprimento, onde consta o termo “*convertToMeters*” e em seguida o número indicando o fator de conversão, e.g. “*convertToMeters 1;*” é interpretado como a escala estando em metros ou “*convertToMeters 0.01;*” é lido como escala em centímetros. Neste trabalho utilizou-se a escala em metros, i.e. “*convertToMeters 1;*”.

Em seguida, ainda no arquivo *blockMeshDict*, são listados todos o vértices que compõe o domínio do caso estudado na forma de pontos no espaço tridimensional, esse vértices são dispostos em uma coluna e cada vértice numa linha, sendo lidos pelo OpenFOAM® do vértice da primeira linha ao vértice da última linha, tornando possível sua numeração em ordem crescente a partir de zero.

No caso analisado neste trabalho os vértices são: (0 0 0), (4 0 0), (0 1 0), (4 1 0), (0 2 0), (4 2 0), (0 0 2), (4 0 2), (0 1 2), (4 1 2), (0 2 2) e finalmente (4 2 2), como é possível ver na Figura 27. Estes vértices correspondem a dois prismas retangulares, um sobre o outro, no espaço tridimensional, com dimensões de 4 metros de comprimento, 2 metros de largura e 1 metros para a altura em cada um dos prismas, como pode ser visto na Figura 27. A Figura 26 mostra uma representação do domínio utilizado.

Figura 26 – Domínio utilizado no caso simulado.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Após a lista de vértices foi criada a malha para os blocos que compõem o domínio. Como citado no texto acima, o domínio do caso estudado é composto por dois blocos de dimensões de 4 m x 2 m x 1 m um sobre o outro, e cada bloco terá sua malha criada individualmente, o que permitirá criar uma malha de tamanho variável para que se possa usar uma malha com maior resolução perto de contornos sólidos. A maneira de criar a malha é bastante simples e acontece dentro do arquivo *blockMeshDict*, o mesmo em que é criado o domínio da simulação. A sintaxe para a criação da malha consiste em informar primeiramente o tipo de célula usada, após o tipo de célula devem ser informados os vértices que compõem o bloco que receberá a malha, esses vértices são os que compõem o domínio e são numerados, o vértice constante na primeira linha será o vértice número zero, o segundo será o número um, e assim sucessivamente até o último vértice.

Depois de definir o tipo de célula e os vértices que receberão a malha, deve-se definir a quantidade de blocos em que será dividida a malha em cada direção dos três eixos coordenados e a relação de expansão entre os blocos. A Figura 27 mostra a sintaxe da linha que descreve o domínio, a malha e o significado de cada conjunto de informações.

Figura 27 – Linhas responsáveis pela criação da malha no arquivo *blockMeshDict*.

```

convertToMeters 1;

vertices
(
    (0 0 0) //0
    (4 0 0) //1
    (0 1 0) //2
    (4 1 0) //3
    (0 2 0) //4
    (4 2 0) //5
    (0 0 2) //6
    (4 0 2) //7
    (0 1 2) //8
    (4 1 2) //9
    (0 2 2) //10
    (4 2 2) //11
);
Indica as linhas em que estão localizados
os vértice do domínio

blocks
(
    hex (0 1 3 2 6 7 9 8) (40 25 30) simpleGrading (1 10.7028 1)
    hex (2 3 5 4 8 9 11 10) (40 25 30) simpleGrading (1 0.0934 1)
);
Célula terá formato de
hexaedro regular

Relação de expansão entre as
células

Número de células em cada uma das 3
dimensões do espaço

```

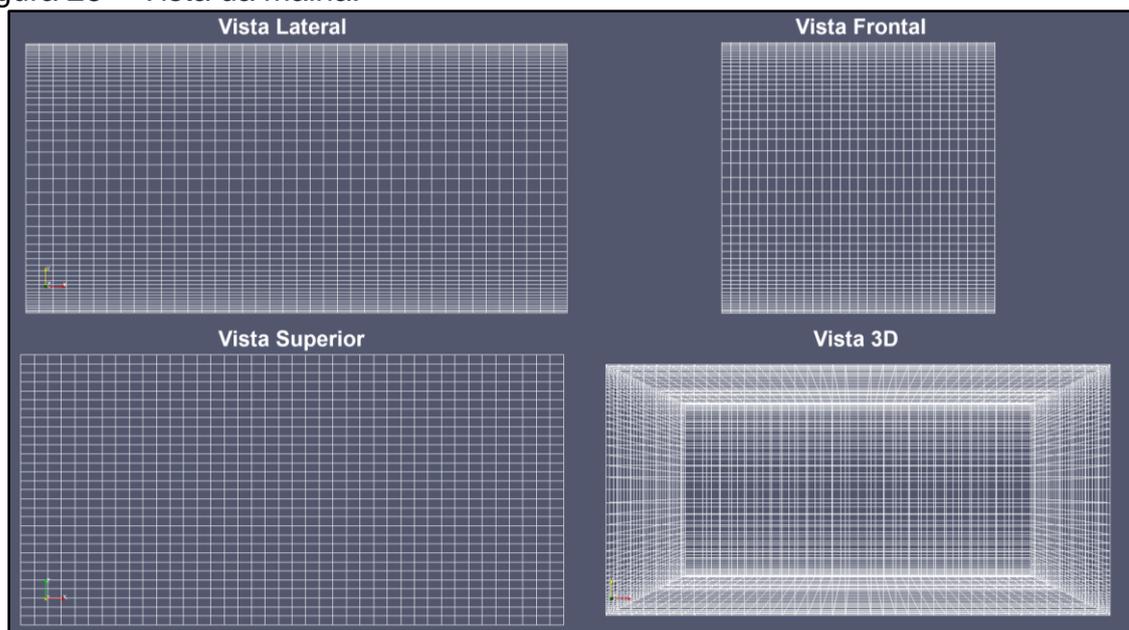
Fonte: Elaborado pelo autor.

O prefixo *hex* define a célula como hexaedro, em seguida são listados os vértices onde será formada a malha, esses vértices devem estar listados de forma a seguirem um ciclo no sentido anti-horário quando lidos da esquerda para direita, está é uma convenção adotada pelo OpenFOAM® e deve ser usada sempre que for necessário criar um domínio, ou no momento de listar as faces que compõem o domínio. Após a lista de vértices, é definido o tamanho da célula da malha, para isso, deve-se informar a quantidade de divisões em cada direção, como pode ser visto na Figura 27, depois da lista de vértices aparecem entre parênteses os números 40, 20 e 30, isso significa que o domínio onde acontecerá a desratização terá 40 divisões na direção de X, 25 divisões na direção de Y e 30 divisões na direção de Z (observe que isso ocorre para os dois blocos que irão compor o domínio).

A seguir, tem-se o comando *simpleGrading* que especifica a relação de expansão das células nas três direções, *e.g.* na malha usada neste trabalho, conforme visto na Figura 27, na direção de X todas as células terão o mesmo comprimento, já que a relação de expansão é 1, para Y a relação de expansão é 10,7028, isso significa dizer que a célula mais afastada da origem no eixo Y será 10,7028 vezes maior que a célula mais próxima da origem. Isso é válido para o bloco inferior da malha, observe

que para o bloco superior essa relação de expansão é de 0,0934, ou seja, a célula ao extremo na direção de Y para o bloco superior tem 0,0934 do tamanho da célula mais próxima da origem neste bloco. Na Figura 28 é possível observar algumas vista da malha, essas vistas foram geradas através do software de pós-processamento ParaView®.

Figura 28 – Vista da malha.



Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.1.2 Superfícies de controle

A criação das superfícies, ou faces, de controle segue a mesma lógica usada pra criar o domínio e também são localizadas dentro do arquivo *blockMeshDict*.

Para cria uma superfície de controle é necessário informar um nome para aquela superfície, informar o tipo de condição, qual a face da condição e, se caso existir, deve-se indicar a vizinhança.

Neste trabalho criou-se 2 paredes do tipo *wall*, isso implica que nessas faces não haverá fluxo de massa através delas, e também não haverá escorregamento sobre essas superfícies, indicando que a velocidade do fluido em relação a essas superfícies é zero. Essas paredes foram nomeadas de *bottomWall* para a parede inferior e *topWall* para a parede superior, como pode ser visualizado através da Figura 29. Para definir qual a face onde essa superfície estará localizada é definido uma lista de vértices como feito anteriormente para criar o domínio, lembrando que os vértice

deve estar listados numa ordem de forma a descrever uma trajetória no sentido anti-horário.

Já as condições de contorno das paredes laterais, frontais e traseira são divididas em duas partes, haja vista que o domínio onde ocorrerá a discretização é formado por dois prismas retangulares iguais um sobre o outro, coisa que não ocorre com as paredes superior e inferior. Esses limites laterais foram chamados de *side1\_half0* e *side2\_half0* para a lateral do lado esquerdo, para um observador na origem olhando para a direção de *X*, *side1\_half1* e *side2\_half1* para a lateral direita. As laterais que formam cada lado são vizinhas e isso deve ser especificado na configuração, o mesmo vale para a superfície limite frontal que é composta pelas superfícies *inout1\_half1* e *inout2\_half1*, e para a superfície traseira composta pelas superfícies *inout1\_half0* e *inout2\_half0*. A Figura 29 mostra a parte do arquivo *blockMeshDict* que cita as condições de contorno.

Figura 29 – Configuração das superfícies de controle.

```

boundary
(
  bottomWall
  {
    type          wall;
    faces         ((0 1 7 6));
  }
  topWall
  {
    type          wall;
    faces         ((4 10 11 5));
  }
  sides1_half0
  {
    type          cyclic;
    neighbourPatch sides1_half1;
    faces         ((0 2 3 1));
  }
  sides1_half1
  {
    type          cyclic;
    neighbourPatch sides1_half0;
    faces         ((6 7 9 8));
  }
  sides2_half0
  {
    type          cyclic;
    neighbourPatch sides2_half1;
    faces         ((2 4 5 3));
  }
  sides2_half1
  {
    type          cyclic;
    neighbourPatch sides2_half0;
    faces         ((8 9 11 10));
  }
  inout1_half0
  {
    type          cyclic;
    neighbourPatch inout1_half1;
    faces         ((1 3 9 7));
  }
  inout1_half1
  {
    type          cyclic;
    neighbourPatch inout1_half0;
    faces         ((0 6 8 2));
  }
  inout2_half0
  {
    type          cyclic;
    neighbourPatch inout2_half1;
    faces         ((3 5 11 9));
  }
  inout2_half1
  {
    type          cyclic;
    neighbourPatch inout2_half0;
    faces         ((2 8 10 4));
  }
);

```

Fonte: Elaborado pelo autor.

Observe, através da Figura 29, que ao contrário da *bottomWall* e da *topWall*, que são do tipo *wall*, todas as demais paredes são do tipo *cyclic*, isso quer dizer que

toda a partícula que sai pela parede traseira retorna pela parede dianteira, o mesmo acontece para as laterais, essa condição é o mesmo que dizer que o volume de controle tem geometria fixa, não muda com o tempo, porém se move ao longo do tempo, acompanhando o escoamento.

Neste momento as configurações do domínio estão terminadas, bastando rodar o comando *blockMesh* pelo terminal do Linux a partir da pasta de trabalho do caso. Este comando cria a malha dividindo todo o domínio em pequenas células, a quantidade de faces criadas para cada parede é mostrada em um arquivo adicional que surge a partir do momento em que o *blockMesh* é executado. Também é interessante rodar o comando *checkMesh* para identificar possíveis inconsistências na malha a fim de evitar problemas futuros.

### 4.1.3 Modelo e outras propriedades da simulação

Ainda dentro da pasta *constant*, encontram-se outros arquivos de configuração da simulação, como campos vetoriais, propriedades termo físicas e de transporte, dentre outros que serão citados individualmente nas subseções a seguir.

#### 4.1.3.1 Campo gravitacional

O campo gravitacional é definido através de um arquivo sem extensão nomeado simplesmente como *g*. Este arquivo está localizado no diretório de trabalho dentro do diretório *constant*.

A configuração deste arquivo é bastante simples contendo apenas 2 campos, em um deles é definido a dimensão do campo e no outro o valor deste campo, mas primeiramente será introduzido este novo conceito de dimensão por ser de suma importância.

Na mecânica do contínuo propriedades físicas são representadas através de um conjunto de unidades como massa em [kg], comprimento em metros [m]. Operações algébricas como soma, subtração ou igualdade apenas tem significado quando apresentarem consistência dimensional de unidades. Para que se evite erros o OpenFOAM® atribui dimensões para campos de dados e propriedades físicas, executando uma verificação de consistência dimensional para cada operação tensorial.

A configuração de um conjunto de dimensões é representada através de 7 escalares delimitados por colchetes. Por exemplo, a unidade de velocidade [ $m/s = m s^{-1}$ ] é representada da seguinte forma: *dimensions* [0 1 -1 0 0 0 0]. O significado de cada uma das 7 posições dentro dos colchetes pode ser visto pela Tabela 2.

Tabela 2 – Significado de cada posição para a especificação de unidades.

Posição	Propriedade	Unidade no SI
0	Massa	Quilograma [kg]
1	Comprimento	Metro [m]
2	Tempo	Segundos [s]
3	Temperatura	Kelvin [K]
4	Quantidade	Quilograma-mole [kgmol]
5	Corrente	Ampere [A]
6	Intensidade Luminosa	Candela [cd]

Fonte: Adaptado do guia do usuário OpenFOAM® (2015, p. 112).

Cada valor da posição corresponde a potência da unidade, e.g o valor 1 na posição 0 e o valor -3 na posição 2 correspondem a unidade de massa específica [ $kg m^{-3} = kg/m^3$ ], i.e [1 -3 0 0 0 0 0].

Já a magnitude do campo gravitacional é representada por um vetor, que terá uma componente não nula correspondendo ao eixo de atuação. Como a gravidade atuará no sentido negativo do eixo Y o campo de gravidade é representado como: *value* (0 -9,81 0).

Assim o arquivo g terá duas linhas de configuração. Na primeira constará a dimensão do campo (*dimensions* [0 1 -2 0 0 0 0]) na segunda a direção e intensidade (*value* (0 -9,81 0)).

#### 4.1.3.2 Modelo de turbulência

As configurações dos parâmetros de turbulência ocorrem através de dois arquivos localizados na pasta *constant* dentro do diretório de trabalho.

Um destes arquivos de dicionário é nomeado *turbulenceProperties*, este arquivo indica apenas o tipo de simulação. Como neste trabalho é utilizado um modelo LES apenas uma linha compõe a configuração, ficando a linha da seguinte maneira: *simulationType LESmodel*.

O segundo arquivo de dicionário é nomeado *LESProperties*, este arquivo especifica qual é o modelo LES usado na simulação, neste caso o modelo usado é o *oneEqEddy*, que é um modelo *k-equation eddy-viscosity*. Este é um modelo isocórico, ou seja, permite a troca de energia, calor e entropia através de suas fronteiras, mas não permite a realização de trabalho ou troca de matéria e permanece com o volume constante.

Este modelo utiliza uma equações para modelar a *eddy viscosity* ou viscosidade de turbilhões das escalas de sub grade (do inglês sub grid scale - SGS), e uma equação adicional para modelar a energia cinética turbulenta para as SGS, com o intuito de simular o comportamento da energia cinética turbulenta (k).

A escala de comprimento característica dos turbilhões da SGS,  $\Delta$ , é calculada através da Equação 40.

$$\Delta = \min \left[ \Delta_{mesh} \left( \frac{K}{C_\Delta} \right) \right] y \left( 1 - e^{-\frac{y^+}{A^+}} \right) \quad 40$$

Onde  $\Delta_{mesh}$  é a raiz cubica da célula da malha,  $K = 0,4187$  é a constante de von Kármán, as constantes  $C_\Delta = 0.158$ ,  $A^+ = 26$ ,  $y$  descreve a distância até a parede e  $y^+$  é a distância adimensional até a parede (PENTTINEN, 2011).

Em sua tese de Phd, Eugene de Villiers (2006), seção 3.2, descreve o modelo *oneEqEddy* de forma similar ao modelo de *Smagorinsky*, introduzido em 1969, sendo este último um dos primeiros modelos SGS criados. *Smagorinsky* assume em seu modelo que o tensor de tensões locais de SGS,  $\tau_{ij}$  mostrada na Equação 42, é proporcional ao tensor taxa local de deformação do escoamento resolvido  $\bar{S}_{ij}$ , mostrado pela Equação 41.

$$\bar{S}_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad 41$$

$$\tau_{ij} = -2\mu_{SGS}\bar{S}_{ij} + \frac{1}{3}\tau_{ij}\delta_{ij} = -\mu_{SGS} \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{3}\tau_{ij}\delta_{ij} \quad 42$$

O termo  $\frac{1}{3}\tau_{ij}\delta_{ij}$  da Equação 42 assegura que a soma das tensões SGS é igual à energia cinética dos turbilhões da SGS. A parte isotrópica deste tensor de tensões pode ser modelada ou expressa através de filtros de pressão.

Já o termo  $\mu_{SGS}$  representa a viscosidade das SGS e é dada pela Equação 43.

$$\mu_{SGS} = \rho C_k \Delta \sqrt{k} \quad 43$$

Onde a constante  $C_k$  é igual a 0,094 (XIAO e JENNY, 2011). O valor de  $k$  é obtido pela Equação 44.

A diferença entre o modelo proposto por *Smagorinsky* e o modelo *oneEqEddy* usado neste trabalho, está no fato de que para este último modelo uma equação de transporte adicional para a energia cinética turbulenta da SGS é resolvida. Este modelo adicional pode ser vista pela Equação 44.

$$\frac{\partial}{\partial t}(k) + \frac{\partial}{\partial x_i}(U_i k) - \frac{\partial}{\partial x_i}\left(\nu_{Eff} \frac{\partial}{\partial x_i}(k)\right) = -BL - \epsilon \quad 44$$

Sendo:

- $k = 1/2 \sum_i \tau_{ij}$
- $BL = 2\nu_{SGS}|\bar{S}|^2$
- $\epsilon = \frac{C_e k^{\frac{3}{2}}}{\Delta}$
- $\nu_{SGS} = \frac{\mu_{SGS}}{\rho}$
- $\nu_{Eff} = \nu_{SGS} + \nu$

O primeiro termo do lado esquerdo da Equação 44 corresponde a alteração com o tempo da energia cinética turbulenta da SGS. O segundo termo do lado esquerdo representa o termo de convecção e o terceiro é um termo de difusão.

Já do lado direito da Equação 44, o primeiro termo,  $BL$ , representa o decaimento de turbulência das escalas resolvidas para as SGS, através de efeito cascata. O segundo e último termo,  $\epsilon$ , do lado direito da igualdade corresponde a dissipação de ECT (VILLIERS, 2006), a constante  $C_e$  é igual a 1.048 (XIAO e JENNY, 2011).

#### 4.1.3.3 Propriedades termo físicas

As propriedades termo físicas são lidas por qualquer *solver* que use as bibliotecas de um modelo termo físico. Essas propriedades são construídas no OpenFOAM® como um sistema termodinâmico de pressão por temperatura,  $p - T$ , do qual outras propriedades são derivadas (OpenFOAM®, 2015).

Essas propriedades são configuradas em um arquivo de dicionário sob a forma de texto chamado *thermophysicalProperties*. Neste arquivo a primeira entrada é chamada *thermoType* onde é especificado o modelo termo físico completo utilizado

na simulação. A especificação do modelo termo físico começa pela primeira linha onde são definidas as equações básicas de estado, nas próximas linhas são derivadas outras propriedades a partir das linhas anteriores. A Figura 30 mostra os parâmetros termo físicos usados na simulação.

Figura 30 – Modelo termo físico usado.

```
thermoType
{
    type          heRhoThermo;          //0
    mixture       pureMixture;         //1
    transport     const;                //2
    thermo        hConst;               //3
    equationOfState perfectGas;         //4
    specie        specie;               //5
    energy        sensibleEnthalpy;     //6
}
```

Fonte: Elaborado pelo autor.

A primeira linha da configuração mostrada na Figura 30, ou seja, a linha com o comentário 0, especifica o modelo termodinâmico usado, neste caso o modelo *heRhoThermo* corresponde a um modelo de cálculo termo físico usual com base na densidade. A linha comentada como 1 estabelece as propriedades da mistura, e neste caso o modelo utilizado foi o *pureMixture*, que é um modelo de cálculo geral termo físico para misturas de gases passivos. Já as propriedades de transporte são constantes neste trabalho, como pode ser visto pela linha comentada como 2. A linha 3 indica que a entalpia é constante, a linha 4 indica o uso das equações de estado para gases ideais, a linha 5 recebe o parâmetro *specie*, que serve para indicar a existência de pelo menos uma espécie no modelo. Já a sexta e última linha especifica a forma da energia a ser utilizada na solução e na termodinâmica. Neste modelo utilizou-se *sensibleEnthalpy* o que não inclui a formação de calor.

Em seguida, no mesmo arquivo, definiu-se as propriedades da mistura, como espécie, termodinâmica e de transporte. As propriedades de espécie definiu-se o número de moles igual a 1 mol, o massa molar foi definido como 28,9 g/mol. Como propriedades termodinâmica usou-se capacidade térmica a volume constante ( $C_v$ ) igual a  $712 \text{ J (kg K)}^{-1}$  e para capacidade térmica a pressão constante ( $C_p$ ) usou-se  $1000 \text{ J (kg K)}^{-1}$ . Para as propriedades de transporte usou-se a viscosidade dinâmica igual a  $1,8 \cdot 10^{-5} \text{ Pa s}$  e o número de Prandtl igual a 0,7. Estas propriedades corresponde as propriedades do ar.

Como pressão de referência utilizou-se  $1 \cdot 10^5$  Pa, correspondendo a aproximadamente 1 atm.

#### 4.1.3.4 Propriedades de transporte

As propriedades de transporte são configuradas pelo arquivo de biblioteca *transportProperties* localizado dentro da pasta *Constant*.

Neste arquivo são encontrados três parâmetros principais utilizados nesta simulação. Estes parâmetros são *Ubar*, *Retau*, que são parâmetros usados pela aplicação *perturbU*, que será abordada posteriormente neste trabalho e serve para iniciar um campo de velocidade turbulento numa simulação LES, e o último parâmetro chamado *transportModel*, que neste trabalho foi configurado como *Newtonian*, que basicamente configura o modelo de transporte de forma apropriada para um fluido Newtoniano.

Parâmetros como  $\nu$ , *CrossPowerLawCoeffs* e *BirdCarreauCoeffs* são configurados quando utilizado modelos de transporte não-newtonianos e caso existam no arquivo de configuração serão ignorados quando o modelo de transporte for definido como Newtoniano.

## 4.2 O diretório *system*

Neste diretório são configurados parâmetros associados com o processo de solução. São necessários pelo menos três arquivos de configuração: *controlDict* onde os parâmetros de controle de execução são definidos incluindo tempo de início, fim, passo de tempo e parâmetros para gravação de dados; *fvSchemes* onde esquemas de discretização utilizados na solução podem ser selecionado; e, *fvSolution*, onde são definidos o *solver* das equações, tolerâncias entre outros algoritmos de controle (OpenFOAM®, 2015).

### 4.2.1 Configurações de controle da simulação

Os parâmetros de controle da simulação são feitos através do arquivo *controlDict*.

Neste arquivo foi configurado como solver o aplicativo *buoyantPimpleFoam*, que será descrito posteriormente. Inicialmente configurou-se 400 segundos de simulação com as placas superior e inferior a 300 K, para isso usou-se a linha *starTime 0* e *endTime 400*.

Configurou-se o passo de tempo da simulação em 0,01 segundos através da linha *deltaT 0,01*. O controle de gravação de dados foi definido em função do passo de tempo e o intervalo de gravação foi definido como 25, isto significa que a cada 0,25 segundo, ou 4 Hz, serão gravados todos os dados calculados.

A opção *purgeWrite* foi definida como 0, não impondo nenhum limite para o número de diretórios de tempo criados pela simulação. O formato dos dados seguiu o padrão ASCII, e o número de algarismos significativos foi definido como seis através da linha *writePrecision 6*.

A compactação dos dados foi ativada para reduzir espaço em disco necessário através do comando *writeCompression on*. Configurou-se também a opção *runTimeModifiable true*, fazendo com que o arquivo *controlDict* seja lido novamente a cada passo de tempo.

O passo de tempo da simulação foi mantido constante através da linha *adjustTimeStep no*, e o número de Courant máximo foi definido como 0,5 através da linha *maxCo 0,5* presente na última linha do arquivo *controlDict*.

#### 4.2.2 Solução e controle de algoritmos

A solução das equações, tolerâncias e algoritmos são controlados pelo arquivo *fvSolution* dentro do diretório *system*. Este arquivo contém um conjunto de sub dicionários que são específicos ao *solver* que está sendo usado.

Essas configurações são independentes para cada campo a ser calculado, e.g. a especificação de tolerância e *solver* para o cálculo de  $p$  e  $\rho$  pode tranquilamente ser diferente da especificação de *solver* e tolerância para os campos  $U$ ,  $k$  ou  $h$ .

A tolerância para um campo particular é calculada através do resíduo inicial, baseado nos valores atuais do campo, e a cada iteração o resíduo é reavaliado. O *solver* para a sua execução caso alguma das condições abaixo for atingida:

- o resíduo atinge um valor menor do que a tolerância especificada pelo solver (linha *tolerance* no arquivo *fvSolution*);

- a relação entre o valor atual e inicial do resíduo cai abaixo do valor de tolerância relativa especificada pelo solver (linha *relTol* no arquivo *fvSolution*);
- o número de iterações excede o número máximo de iterações (linha *maxIter* no arquivo *fvSolution*);

### 4.2.3 Esquemas numéricos

O arquivo *fvSchemes* na pasta *system* tem a função de definir o conjunto de esquemas numéricos para termos como derivação da equações sendo rodadas.

Os termos que tipicamente são atribuídos aos esquemas numéricos variam desde derivações, e.g. gradiente ou até interpolação de valores de um conjunto de pontos a outro. O conjunto de termos, para o qual esquemas numéricos devem ser especificados, são subdivididos dentro do arquivo *fvSchemes* para as categorias mostradas pela Tabela 3.

Tabela 3 – Principais palavras-chave do *fvSchemes*.

Palavra-chave	Categoria de termos matemáticos
<i>interpolationSchemes</i>	Valores interpolados ponto a ponto
<i>snGradSchemes</i>	Componente do gradiente normal a face de uma célula
<i>gradSchemes</i>	Gradiente $\nabla$
<i>divSchemes</i>	Divergente $\nabla \cdot$
<i>laplacianSchemes</i>	Laplaciano $\nabla^2$
<i>timeSchemes</i>	Derivadas temporais de primeira e segunda ordem $\frac{\partial}{\partial t}, \frac{\partial^2}{\partial t^2}$
<i>fluxRequired</i>	Campos que requerem geração de fluxo

Fonte: Adaptado do guia do usuário OpenFOAM® (2015, p. 118).

### 4.2.4 Pontos de amostragem (*probesDict*)

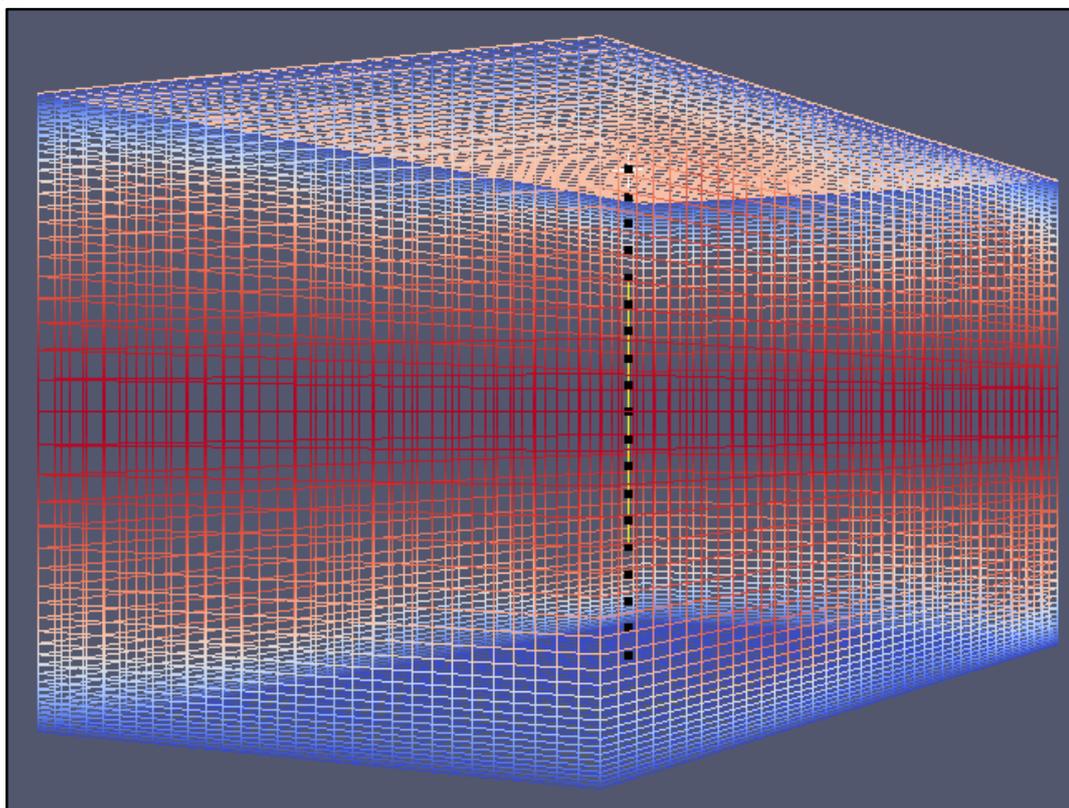
Para a configuração dos pontos onde serão gravadas as informações relevantes, para posteriormente proceder com a análise da simulação, é necessário a criação de um arquivo contento os campos a serem coletados e também os pontos de coleta dessas dados.

Esse configuração é feita através de uma arquivo chamado *probesDict*, localizado dentro da diretório *system*. A configuração deste arquivo é bastante simples, primeiramente deve-se especificar os campos como velocidade, temperatura,

pressão ou ECT, que serão necessários para realizar as análises. Para especificar estes campos o arquivo *probesDict* deve conter na primeira linha a palavra *fields* (campos em português), na primeira linha após esta é indicado entre parênteses os campos a serem amostrados, neste trabalho estes campos foram U (vetor velocidade), k (campo de ECT) e T (campo de temperatura), após os parênteses a linha é finalizada com ponto e vírgula.

A seguir, deve se especificar os pontos em que ocorrerá a coleta dos dados, Isso é feito através da linha contendo a palavra *probeLocations*, e a linha posterior à esta deve conter entre parênteses os pontos no domínio onde será amostrado os campos citados anteriormente na linha *fields*, e após isso deve se encerrar com ponto e vírgula. Os pontos escolhidos para a amostragem foram (2 1,9 1); (2 1,8 1); (2 1,7 1); (2 1,6 1); (2 1,5 1); (2 1,6 1); (2 1,5 1); (2 1,4 1); (2 1,3 1); (2 1,2 1); (2 1,1 1); (2 1 1); (2 0,9 1); (2 0,8 1); (2 0,7 1); (2 0,6 1); (2 0,5 1); (2 0,4 1); (2 0,3 1); (2 0,2 1); (2 0,1 1) e podem ser visualizados pela Figura 31.

Figura 31 – Pontos de amostragem no domínio do (2 1,9 1) ao (2 0,1 1) de cima para baixo.



Fonte: Elaborado pelo autor.

### 4.3 O diretório tempo

As condições iniciais correspondentes ao tempo zero, estão localizadas na pasta nomeada como 0, dentro da pasta de trabalho do caso a ser simulado. Entre outros parâmetros configurados nesta etapa, pode-se citar o campo de velocidade, a ECT, pressão, fluxo através da face das células e temperatura. O nome de cada diretório de tempo baseia-se no tempo simulado em que os dados são escritos (OpenFOAM®, 2015).

#### 4.3.1 Campo de velocidade (U)

O campo de velocidade foi definido como uniforme na direção de X com magnitude de  $0.135 \text{ m s}^{-1}$ , conforme pode ser visto na Figura 32. Também é possível observar a configuração da dimensão velocidade na primeira linha desta mesma figura.

Figura 32 – Campo inicial de velocidade.

```
dimensions      [0 1 -1 0 0 0 0];  
internalField   uniform (0.135 0 0);
```

Fonte: Elaborado pelo autor.

Essa condição inicial de velocidade mostrada na Figura 32 não terá influência no modelo, pois com já dito anteriormente, um campo perturbado de velocidade será criado com o aplicativo *perturbU*, o que criará uma condição que favorecerá a formação de turbulência em todo o domínio. A configuração e forma de utilização do *perturbU* será descrita posteriormente.

Os campos nas fronteiras (*boundary fields*) foram definidos como sendo estático na parede inferior e como tendo velocidade na parede superior, essa velocidade foi alterada em  $0,2 \text{ m s}^{-1}$  em cada simulação, iniciando em  $0,2 \text{ m s}^{-1}$ ,  $0,4 \text{ m s}^{-1}$  na próxima simulação e assim sucessivamente até a simulação com velocidade da placa superior a  $1,2 \text{ m s}^{-1}$ . Em todas as outras fronteira definiu-se como sendo faces do tipo cíclicas, como já citado em seção anterior (4.1.2 – Superfícies de controle). As configurações dos campos de fronteira podem ser vistas na Figura 33.

Figura 33 – Campos de fronteira (*boundary fields*).

```

boundaryField
{
    bottomWall
    {
        type            fixedValue;
        value            uniform (0 0 0);
    }
    topWall
    {
        type            fixedValue;
        value            uniform (1 0 0);
    }
    sides1_half0
    {
        type            cyclic;
    }
    sides1_half1
    {
        type            cyclic;
    }
    sides2_half0
    {
        type            cyclic;
    }
    sides2_half1
    {
        type            cyclic;
    }
    inout1_half0
    {
        type            cyclic;
    }
    inout1_half1
    {
        type            cyclic;
    }
    inout2_half0
    {
        type            cyclic;
    }
    inout2_half1
    {
        type            cyclic;
    }
}

```

Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.3.2 Energia cinética turbulenta (k)

Para o estado inicial o campo interno de ECT foi definido como valor uniforme igual a zero. Num primeiro momento esse valor não parece apropriado para um modelo LES, uma vez que para a existência de turbulência necessariamente devem existir flutuações de velocidade em todas as direções, implicando em um valor diferente de zero para k. Porém, o valor de k para o estado inicial pouco influencia nos resultados da simulação, já que este parâmetro será calculado a partir das configurações impostas no aplicativo *perturbU*, que inicializará este campo.

As condições de fronteira para o parâmetro k foram configuradas como valor fixo uniforme e igual a zero nas paredes superior e inferior, pois a velocidade do fluido em relação a essas paredes será zero, já que nestas paredes é aplicada a condição de contorno de não escorregamento. Para as outras faces do modelo é adotada a condição cíclica.

### 4.3.3 Pressão (p)

A pressão absoluta  $p$  foi definida como uniforme a  $1 \cdot 10^5$  Pa, igual a pressão de referência configurada no arquivo *thermophysicalProperties*. O valor da pressão, da mesma forma que para a velocidade e para a energia cinética turbulenta, pouco importa, uma vez que este campo será inicializado a partir da configuração do aplicativo *perturbU*, o qual leva em conta o valor da pressão de referência para a inicialização dos campos de forma a induzir turbulência.

As fronteiras superior e inferior foram configuradas como sendo do tipo *zeroGradiente*, ou seja, essa condição de contorno define o valor limite para a pressão na célula próxima da parede. O restante das paredes foram configuradas como sendo do tipo cíclicas.

### 4.3.4 Pressão dinâmica (p\_rgh)

Este parâmetro corresponde a pressão sem a parcela hidrostática, ou seja, é  $p$  menos a parcela de pressão devida ao peso do fluido. A pressão dinâmica é calculada a partir da pressão ( $p$ ).

As condições de contorno adotadas neste parâmetro são exatamente as mesmas usadas para a pressão ( $p$ ).

### 4.3.5 Temperatura (T)

Para a temperatura definiu-se um valor uniforme para o campo interno. Esse valor foi configurado em 300 K para o estado inicial.

Já as condições junto as paredes superior e inferior foram configuradas como sendo do tipo valor fixo, este valor fixo foi definido como uniforme a 300 K. O restante das faces foram configuradas como cíclicas.

### 4.3.6 Vazão mássica através da face das células (phi)

O parâmetro  $\phi$  é um escalar e corresponde ao fluxo de massa através da face da célula, esse fluxo é dado em kg/s já que o fluido em questão é ar, e o mesmo pode ser comprimido.

As paredes superior e inferior foram configuradas como sendo do tipo valor fixo, e este valor configurou-se como zero. As outras faces foram configuradas como sendo do tipo cíclicas com um valor uniforme igual a zero.

Essa vazão será inicializada para cada face da células do domínio a partir do aplicativo *perturbU*, assim como ocorre para outros campos citados anteriormente.

#### 4.3.7 Viscosidade da SGS ( $\mu_{SGS}$ )

Este parâmetro, ao contrário da viscosidade dinâmica  $\mu$ , não é uma propriedade física do fluido e varia com a geometria e condições do escoamento, estando correlacionado com os turbilhões de turbulência, daí o surgimento do nome *Eddy viscosity* ( $\mu_{SGS}$ ) ou em português viscosidade da SGS ou viscosidade turbulenta, sendo utilizado para fluidos compressíveis. Em geral, a definição da viscosidade da SGS depende do modelo de turbulência usado e afeta principalmente o cálculo da transferência de calor (KANNINEN, 2013). Neste trabalho este parâmetro é calculado conforme a Equação 43.

O OpenFOAM® disponibiliza uma grande gama de funções de parede para serem aplicadas como condições de contorno, podendo ser aplicada em paredes de forma individual, estas funções podem definir qual a rugosidade da superfície por exemplo.

Contudo, neste trabalho optou-se por não utilizar funções de parede, sendo as paredes superior e inferior configuradas como do tipo *zeroGradient*, o que significa que  $\mu_{SGS}$  é constante nestas paredes. As outras faces do domínio foram configuradas como tipo *cyclic*. O campo interno foi definido como *uniform 0*, deixando o modelo de turbulência como responsável pelo cálculo do  $\mu_{SGS}$ .

#### 4.3.8 Difusividade turbulenta de calor da SGS ( $\alpha_{SGS}$ )

O parâmetro  $\alpha_{SGS}$  é dado pela razão entre a viscosidade da SGS e o número de Prandtl turbulento, indicando que é um termo de difusividade turbulenta de calor por convecção. O valor de  $\alpha_{SGS}$  é calculado através da Equação 45.

$$\alpha_{SGS} = \frac{\mu_{SGS}}{Pr_t}$$

Esta equação foi encontrada dentro do código do arquivo `oneEqEddy.C`, localizado dentro da pasta de modelos de turbulência compressíveis do OpenFOAM®.

As condições de contorno foram as mesmas utilizadas para o cálculo de `muSgs`.

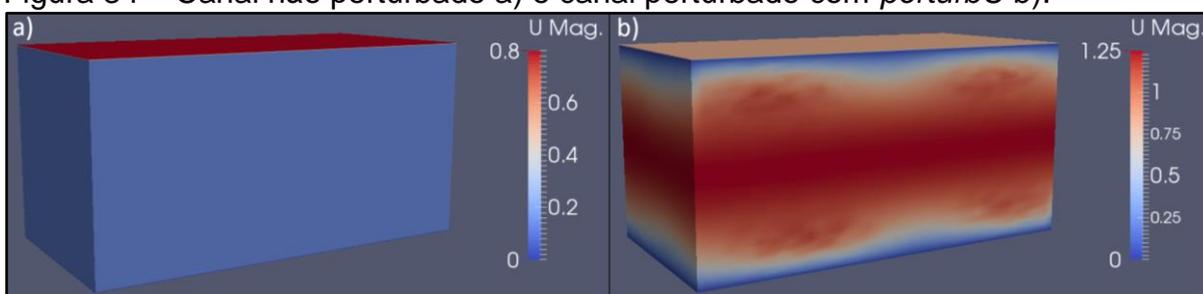
#### 4.4 Aplicativo *perturbU*

Na simulação realizada neste trabalho não existem obstáculos para o escoamento, e também não utilizou-se funções de parede para reproduzir rugosidade ou imperfeições que existem naturalmente em superfícies.

O ciclo de turbulência perto da parede é naturalmente iniciada através de um processo de transição, que surge como um resultado do crescimento das pequenas perturbações oriundas de obstáculos ao longo do escoamento ou de imperfeições nas fronteiras (paredes). Desta forma utilizou-se um processo artificial para perturbar o escoamento e induzir a formação de turbulência. Para isso usou-se a aplicação *perturbU*, criada por Eugene de Villiers e é descrita em sua tese de Phd. na seção 5.1.2 (VILLIERS, 2006).

Este aplicativo basicamente recria artificialmente os ciclos turbulentos gerados próximos a parede através de longas esteiras sinuosas de fluido a baixas velocidades que se erguem próximo as paredes. A interação dessas esteiras com as tensões cisalhantes causam instabilidades que, por sua vez, produzem vórtices e camadas cisalhantes que iniciam a perturbação próxima a parede. A Figura 34 traz uma comparação entre o canal não perturbado e o mesmo canal depois de sofrer a perturbação através do *perturbU*.

Figura 34 – Canal não perturbado a) e canal perturbado com *perturbU* b).



Fonte: Elaborado pelo autor.

A configuração do *perturbU* deu-se através do arquivo *transportProperties*, localizado na pasta *constant*, como já citado na seção 4.1.3.4. Para esta configuração introduziu-se o parâmetro *Ubar*, que representa a velocidade de fricção através de um

vetor com as velocidades médias para x, y e z, essa velocidade foi definida com (0,8 0,2 0,1) m s<sup>-1</sup>. O outro parâmetro configurado foi o número de Reynolds baseado na velocidade de fricção,  $Re_\tau$ , este parâmetro adimensional foi definido como 100. Estes parâmetros foram constantes para as 6 casos simulados.

#### 4.5 Solver utilizado

O *solver* utilizado para as simulações foi *buoyantPimpleFoam*. Este é um solver padrão do OpenFOAM®, estando incluso no pacote de aplicativos, sendo um solver para escoamentos transientes, turbulentos e com empuxo para fluidos compressíveis.

#### 4.6 Início das simulações

O passo seguinte a aplicação do *perturbU* foi o início das simulações. A primeira com velocidade da placa superior a 0,2 m s<sup>-1</sup>, a segunda com a placa superior a 0,4 m s<sup>-1</sup>, a terceira a 0,6 m s<sup>-1</sup>, a quarta a 0,8 m s<sup>-1</sup>, a quinta a 1 m s<sup>-1</sup> e a sexta simulação com a placa superior a 1,2 m s<sup>-1</sup>. A única variável entre as simulações foi a velocidade da placa superior, todos os outros parâmetros foram mantidos constantes para todas as simulações na primeira fase da simulação, inclusive a temperatura das placas superiores e inferiores, a 300 K.

As simulações foram divididas em duas fases. Numa primeira fase o período simulado foi de 400 segundos para os seis casos com o intuito de verificar se o escoamento manteve-se turbulento. Após os 400 segundos de simulação todos os seis casos mantiveram-se turbulentos, então introduziu-se um gradiente de temperatura de 0,8 K entre as placas superior e inferior, onde a placa superior se manteve a 300 K, e na placa inferior a temperatura foi reduzida para 299,2 K.

Este gradiente de temperatura foi introduzido com o intuito de verificar o comportamento do escoamento para possível transição de regime, uma vez que a turbulência possa ser destruída pelo empuxo devido ao gradiente de densidade.

## 4.7 Matrizes de dados da simulação

As matrizes de dados foram obtidas rodando o comando *probeLocations* através do terminal. Os campos selecionados para a realização das análises foram o campo de velocidade, de temperatura e de energia cinética turbulenta.

Os dados das matrizes são dispostos pelo OpenFOAM® em vinte colunas, a primeira coluna corresponde ao tempo, as outra dezenove colunas correspondem aos dezenove pontos de amostragem, sendo a coluna dois o nível mais próximo a placa superior, a 1,9 m, e a coluna dezenove o ponto mais próximo da placa inferior, a 0,1 m desta.

A taxa de amostragem foi de 4 Hz, durante 3 horas de simulação, o que totaliza 43200 linhas nas matrizes.

## 4.8 Resultados das simulações

De posse das matrizes de dados, desenvolveu-se algoritmos usando o *software* de código aberto R Studio® para o tratamento destes, onde foram obtidos os perfis de velocidade, temperatura e energia cinética turbulenta, além das séries temporais para estes mesmos campos, entre outras informações de interesse para este estudo.

Para as análises o sistema coordenado foi convencionado de forma diferente ao utilizado pelo OpenFOAM® e descrito anteriormente. Assim convencionou-se que o eixo vertical apontando para cima é o eixo Z, o eixo X continuada horizontal e aponta no sentido do escoamento, e o eixo Y passa a ser horizontal e é perpendicular ao escoamento.

### 4.8.1 Regimes de escoamento

A partir dos dados obtidos nas simulações criou-se gráficos de series temporais. Para melhor visualização, os dados foram agrupados em bloco com quarenta pontos, sendo que a taxa de amostragem foi de 4 Hz, cada bloco corresponde a um agrupamento de 10 segundos. Essa metodologia foi adotada para tornar mais claro a evolução do escoamento ao longo do tempo, permitindo a melhor visualização e interpretação dos resultados obtidos.

Para a série temporal de velocidades do escoamento optou-se arbitrariamente pelo segundo nível, que corresponde a distância de 0,2 m da parede inferior. A evolução temporal de temperatura seguiu a mesma metodologia supracitada, porém os níveis plotados no gráfico são todos os níveis ímpares mais o nível dois, no intuito de melhorar a visualização.

A seguir serão mostradas três séries temporais de três das seis simulações realizadas. Optou-se por mostrar as simulações com as velocidades da placa superior a  $0,6 \text{ m s}^{-1}$ ,  $0,8 \text{ m s}^{-1}$  e  $1,2 \text{ m s}^{-1}$ . Esta escolha deu-se porque a simulação de  $0,8 \text{ m s}^{-1}$  mostrou-se intermitente, então decidiu-se pela primeira simulação com regime de escoamento laminar antes desta, que foi a simulação com velocidade de  $0,6 \text{ m s}^{-1}$ , e por outra com regime de escoamento completamente turbulento, sendo esta com a velocidade da placa superior a  $1,2 \text{ m s}^{-1}$ .

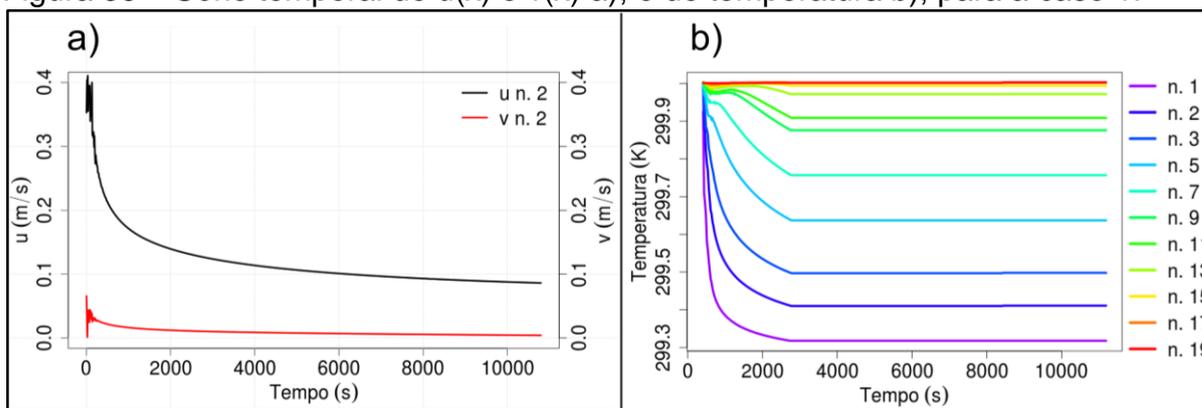
Para simplificar, a simulação com a placa superior de  $0,6 \text{ m s}^{-1}$  será chamada de caso 1, a como velocidade de  $0,8 \text{ m s}^{-1}$  será referida como caso 2, e a simulação com velocidade da placa a  $1,2 \text{ m s}^{-1}$  será chamada de caso 3.

Para a análise as séries temporais são consideradas a partir do instante em que foi inserido o gradiente de temperatura de 0,8 K (depois dos 400 s iniciais de simulação conforme citado na seção 4.6), 299,2 K para a placa inferior e 300 K para a placa superior.

A Figura 35 traz as séries temporais da velocidade na direção do escoamento ( $u(x)$ ) e na direção perpendicular ao escoamento ( $v(y)$ ), além da série temporal de temperatura para a caso 1 (com velocidade da placa superior em  $0,6 \text{ m s}^{-1}$ ).

Observa-se que após a inclusão do gradiente de temperatura entre as placas, as flutuações de velocidade cessam. Além disso, ocorre a redução da magnitude das componentes horizontais de velocidade, sendo que a componente perpendicular do escoamento torna-se nula, o que caracteriza o escoamento em regime laminar (Figura 35 a)). A Figura 35 b), mostra que após a introdução do gradiente de temperatura, no tempo zero, o escoamento que antes era isotérmico tornou-se estavelmente estratificado ( $\Delta T/\Delta z > 0$ ) (MARTINEZ, 2006). Ademais, a região transiente da simulação dura em torno de 3000 s. Após este período a temperatura permaneceu constante indicando que o escoamento laminar tornou-se completamente desenvolvido termicamente e hidrodinamicamente.

Figura 35 – Série temporal de  $u(x)$  e  $v(x)$  a), e de temperatura b), para a caso 1.

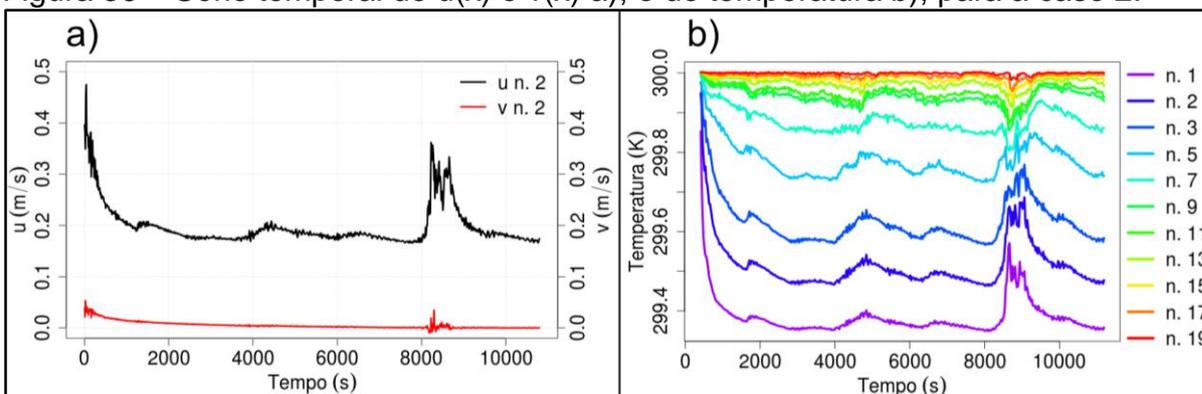


Fonte: Elaborado pelo autor.

Já para o caso 2 (com velocidade da placa superior foi de  $0,8 \text{ m s}^{-1}$ ), Figura 36, observa-se um comportamento intermitente, onde após a inserção do gradiente de temperatura ouve uma drástica diminuição nas escalas de turbulência, ocorrendo pequenas “explosões” de turbulência (que serão chamadas pelo equivalente em inglês: “*burst*”), em intervalos irregulares. Estes *bursts* surgem principalmente na velocidade na direção do escoamento, mas também podem ser observadas no escoamento perpendicular a este, porém em escalas menores. A ocorrência desses *bursts* intermitentes já foi evidenciado em diversos experimentos, um destes em escoamento em dutos conforme a Figura 15 (SCHLICHTING e GERSTEN, 2000).

Em torno de 8000 s de simulação ocorreu um evento em que as escalas de turbulência tiveram um aumento abrupto de amplitude (Figura 36 a)). Este evento turbulento estendeu-se até aproximadamente 9500 s de simulação. Essa perturbação foi observada em ambas as componentes de velocidade do escoamento horizontal, e também na série temporal de temperatura (Figura 36 b)), ocorrendo uma maior fluxo de calor da placa superior para a placa inferior devido aos processos de difusão desencadeados por este evento turbulento.

Figura 36 – Série temporal de  $u(x)$  e  $v(x)$  a), e de temperatura b), para a caso 2.



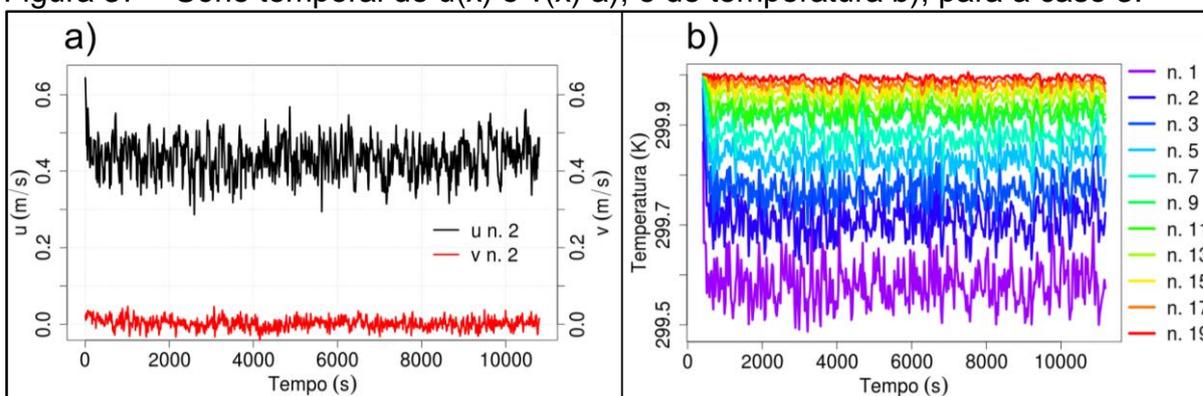
Fonte: Elaborado pelo autor.

Por último, e não menos importante, tem-se o terceiro caso simulado (em que a velocidade da placa superior foi de  $1,2 \text{ m s}^{-1}$ ), conforme (Figura 37).

Este caso continuou completamente turbulento mesmo após submetido ao gradiente de temperatura. Analisando-se a Figura 37 a), nota-se a existência de flutuações de velocidade em ambas as velocidades horizontais do escoamento,  $u$  e  $v$ , onde as mesmas estendem-se durante todo o período de simulação. Além disso é possível constatar que a velocidade  $v$  flutua em torno de zero e a média dessa flutuação está relacionada a geometria do problema.

Quanto a evolução da temperatura (Figura 37 b)), observa-se grandes processos de difusão de calor oriundos das intensas flutuações de velocidade que são características da turbulência (WHITE, 2011).

Figura 37 – Série temporal de  $u(x)$  e  $v(x)$  a), e de temperatura b), para a caso 3.



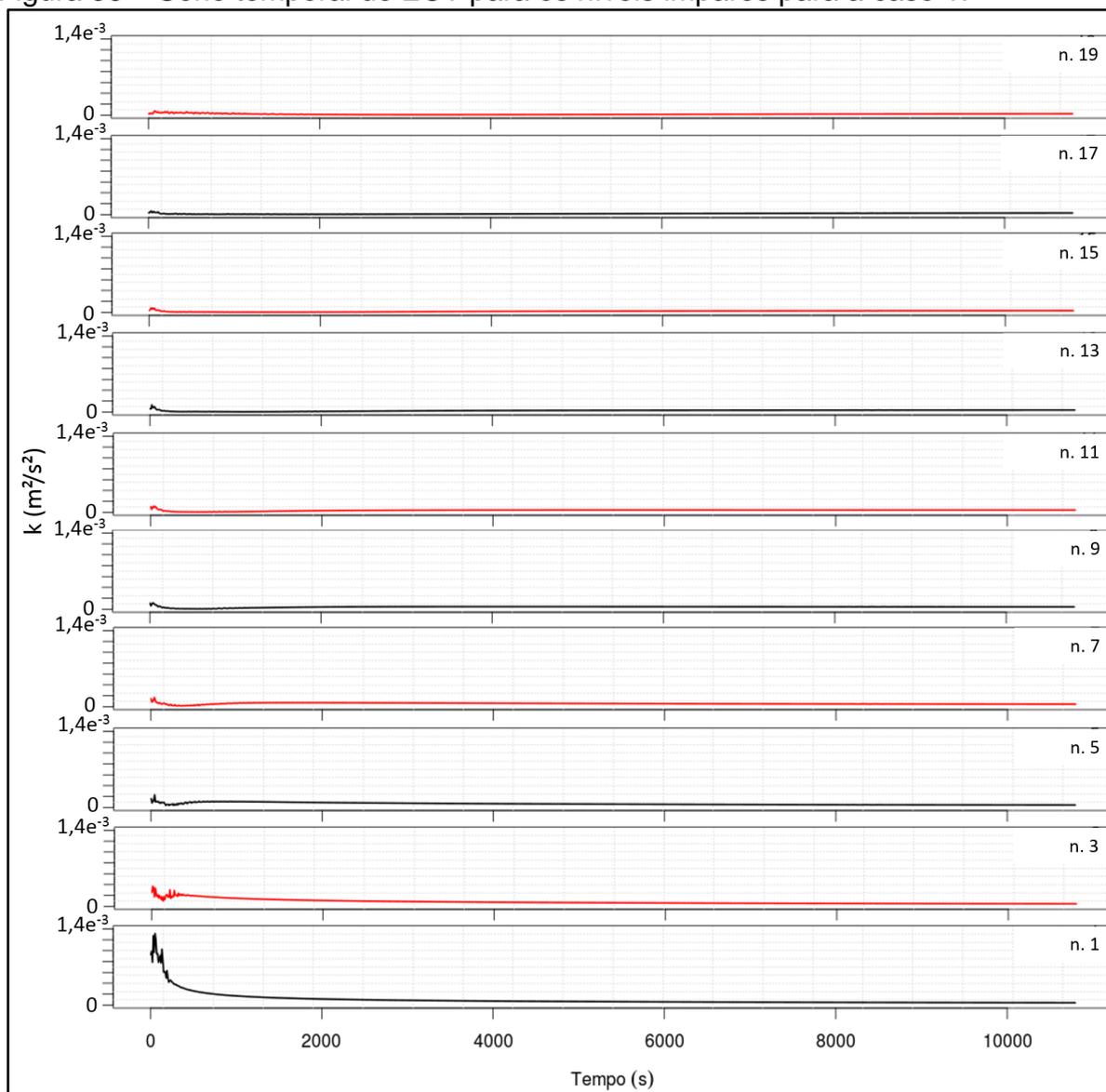
Fonte: Elaborado pelo autor.

As séries temporais de energia cinética turbulenta por unidade de massa (ECT) para as três simulações citadas a cima podem vista na Figura 38, Figura 39 e Figura 41. Em dados experimentais a ECT é calculada a partir das flutuações de velocidade através das equações de médias de Reynolds baseadas em um método de fechamento.

A ECT pode ser obtida em dados de velocidade de escoamento pela soma das médias do quadrado das flutuações de velocidade nas três direções divididas por dois (STULL, 1988). Porém no modelo de simulação utilizado neste trabalho a ECT é modelada conforme a Equação 44, e pôde ser obtida da mesma maneira que os campos de velocidade e temperatura.

A série temporal de ECT para o caso 1, como o esperado, após um breve período de transição, tornou-se laminar completamente desenvolvido, caracterizado pelo valor nulo de ECT.

Figura 38 – Serie temporal de ECT para os níveis ímpares para a caso 1.



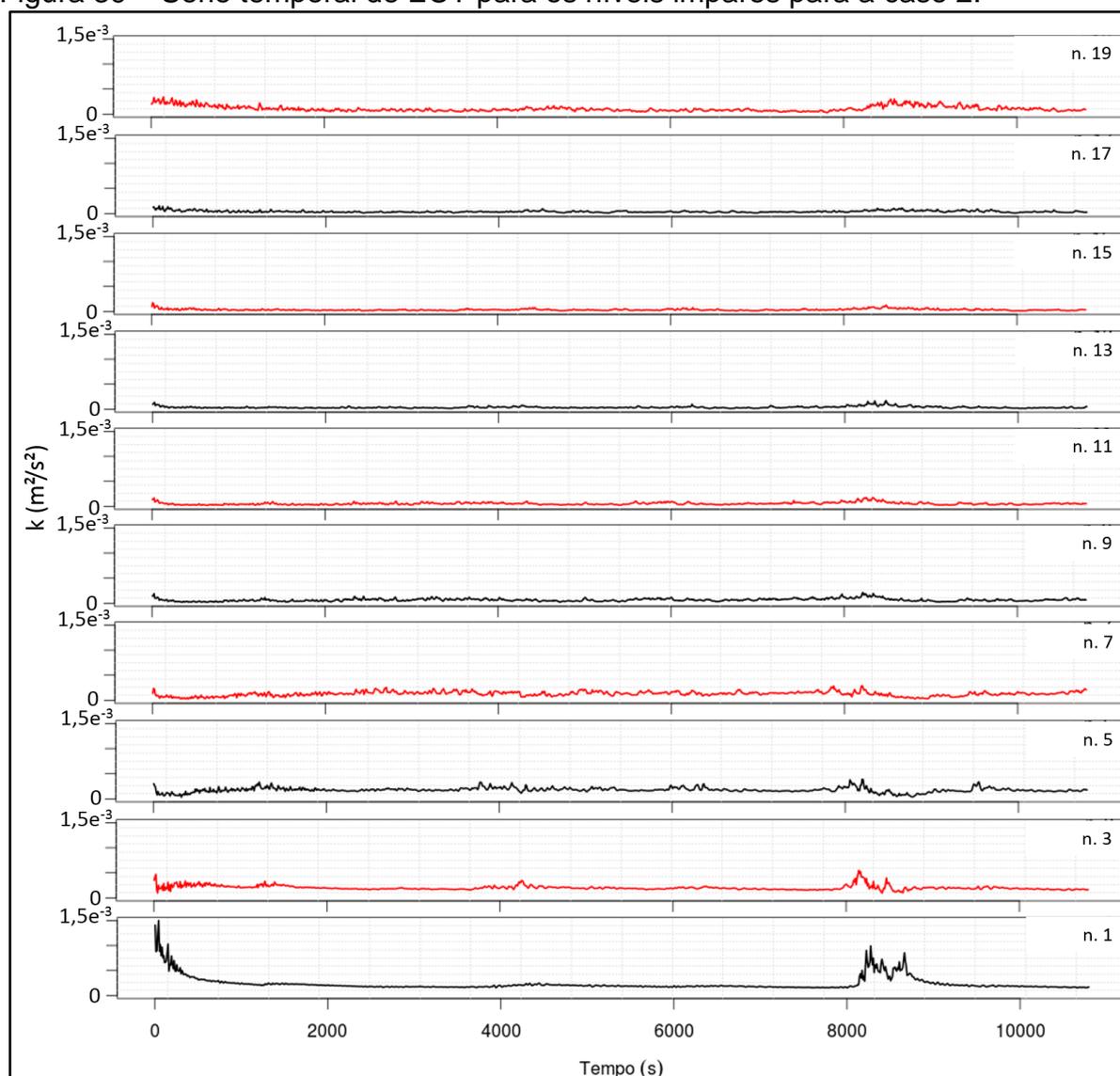
Fonte: Elaborado pelo autor.

A medida que a velocidade da placa superior aumenta, a complexidade do escoamento também aumenta. A Figura 39 mostra o comportamento da ECT para o caso 2, nestas condições é possível observar o surgimento de *bursts* de turbulência que ocorrem em todo o domínio vertical.

Os *bursts* de turbulência são mais acentuados entre os níveis três e nove, conforme a Figura 39, indicando uma maior supressão de turbulência nos níveis mais elevados.

Ademais, entre períodos de repouso, aumentos significativos de ECT podem ser observados, principalmente nos níveis 3, 5 e 7. Porém o evento turbulento que inicia-se em torno dos 8000 s de simulação é mais intenso nos primeiros níveis, diminuindo gradualmente nos níveis superiores.

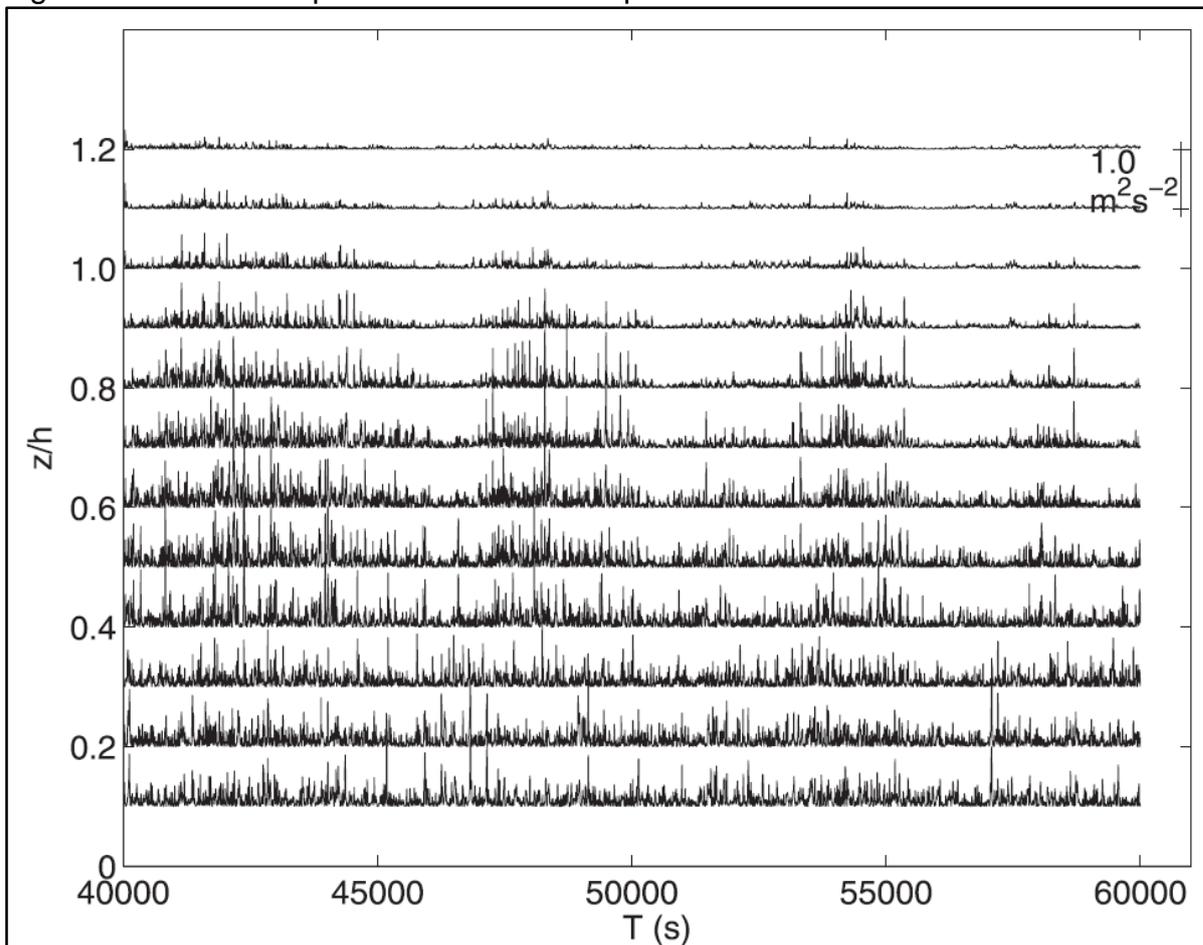
Figura 39 – Serie temporal de ECT para os níveis ímpares para a caso 2.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O resultado apresentado na Figura 39 estão de acordo com os resultados encontrado em simulações LES (ZHOU; CHOW, 2011), e DNS (HE; BASU, 2015). Zhou e Chow (2011) realizaram simulações semelhantes as deste trabalho por mais de 15 horas com um modelo de fechamento com reconstrução dinâmica (DRM), em um domínio de (640 m x 640 m x 640 m) com tamanho da grade de (195x195x195), obtendo o comportamento intermitente da turbulência como pode ser visto na Figura 40.

Figura 40 – Serie temporal de ECT obtidas por um modelo de fechamento DRM.



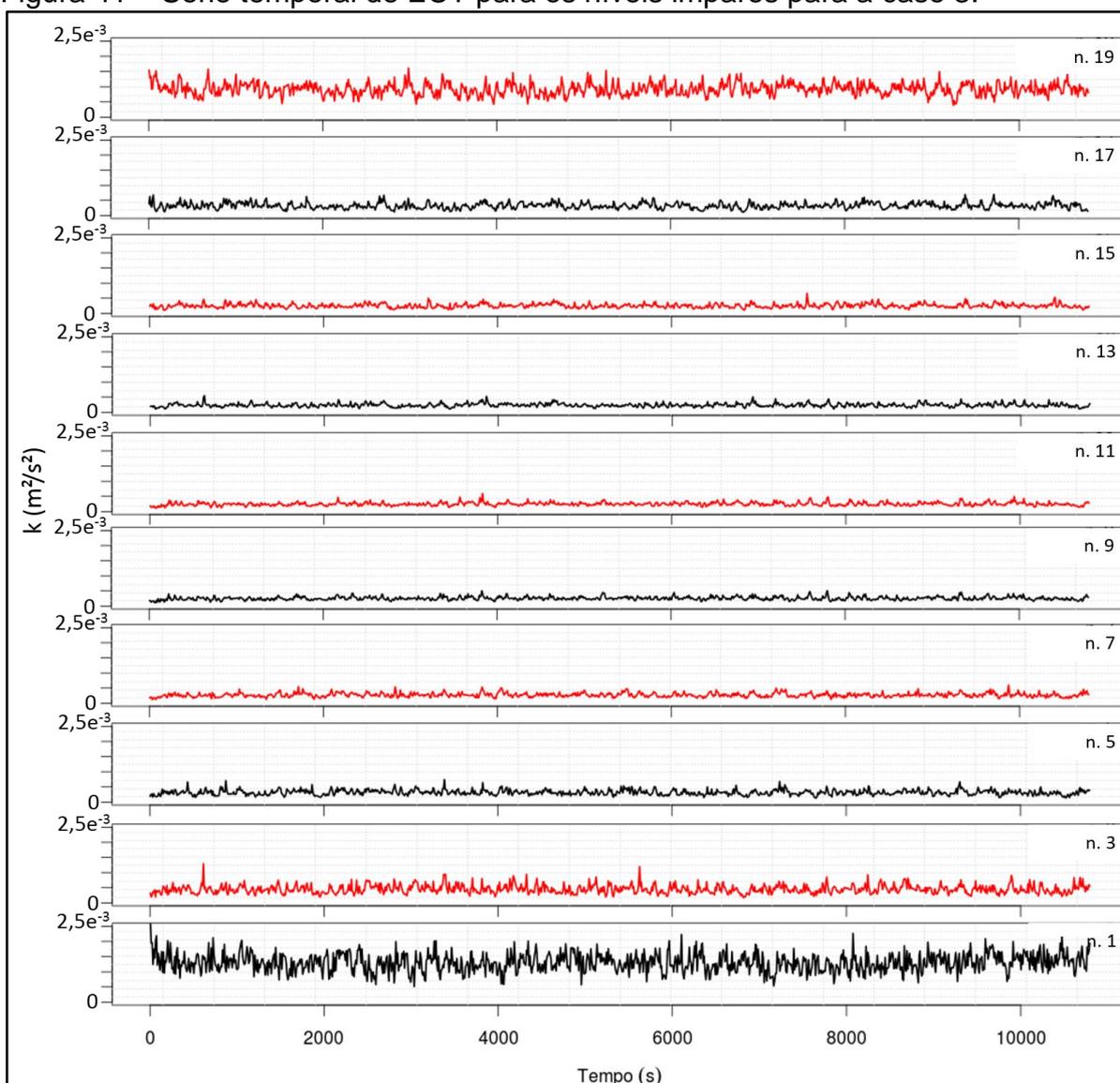
Fonte: Zhou e Chow (2011, v.68 p. 2152).

A Figura 41 (caso 3) mostra que as maiores escalas de turbulência estão presentes próximo aos contornos sólidos, ou seja, nos níveis um, a 0,1 m da placa inferior, e dezenove, a 0,1 m da placa superior. Estando as menores escalas de turbulência no centro do escoamento. Este resultado está de acordo com o esperado, uma vez que a fricção é maior próximo as duas placas.

Conforme mencionado anteriormente, o regime de escoamento no caso 3 é completamente turbulento, durante todo o período simulado (Figura 41).

A Figura 41 mostra também que a turbulência não é suprimida completamente, pela ação do empuxo, em nenhum ponto do domínio. Esse resultado confirma que durante toda a simulação a turbulência no escoamento é completamente desenvolvida.

Figura 41 – Serie temporal de ECT para os níveis ímpares para a caso 3.



Fonte: Elaborado pelo autor.

#### 4.8.2 Perfis de velocidade ECT e temperatura

A validação dos resultados obtidos é feita qualitativamente através da análise dos perfis das variáveis que controlam o escoamento. Os perfis médios de velocidade, temperatura e ECT foram obtidos através da médias do valores do campo para as duas últimas hora de simulação, podendo ser vistos respectivamente na Figura 42 a), b) e c). O perfil de velocidade, Figura 42 a), para a simulação com velocidade da placa superior a  $0,2 \text{ m s}^{-1}$  mostrou uma anomalia, pois este deveria ser praticamente linear em um escoamento de Couette, conforme Smith, Moehlis e Holmes (2005). Essa anomalia deve-se ao fato de que a perturbação inicial ter sido dada com uma

velocidade de fricção junto a parede de  $0,8 \text{ m s}^{-1}$  para a componente na direção do escoamento, o que fez com que a velocidade do fluido fosse maior que a velocidade da placa superior. Provavelmente com um tempo maior de simulação essa velocidade seria dissipada até o momento em que a velocidade máxima do fluido seria idêntica a velocidade da placa. Os perfis de velocidade para as simulações com velocidade da placa a  $0,4 \text{ m s}^{-1}$  e  $0,6 \text{ m s}^{-1}$  são praticamente lineares, indicando um escoamento laminar.

Para as simulações com velocidade da placa superior a  $1$  e  $1,2 \text{ m s}^{-1}$ , a distribuição média de velocidade, ou perfil de velocidade, apresentou o formato que lembra a letra *s* (Figura 42 a)), indicando o escoamento turbulento. Resultados que são semelhantes aos obtidos por Andersson e Pettersson (1994) e Smith, Moehlis e Holmes (2005), em uma solução analítica e simulação DNS respectivamente.

Ainda na Figura 42 a), observa-se que o perfil de velocidade médio para a simulação com velocidade da placa superior a  $0,8 \text{ m s}^{-1}$ , não enquadra-se como turbulento ou laminar. Como visto anteriormente, neste caso ocorre o surgimento de *bursts* de turbulência, indicando que nestas condições as soluções estão representando a transição laminar turbulenta. Mendiburu, Carrocci e Carvalho (2009) mostram analiticamente, para uma solução obtida para pressão constante ou pressão dependente do tempo, que existe um terceiro regime de escoamento equivalente a transição laminar-turbulenta.

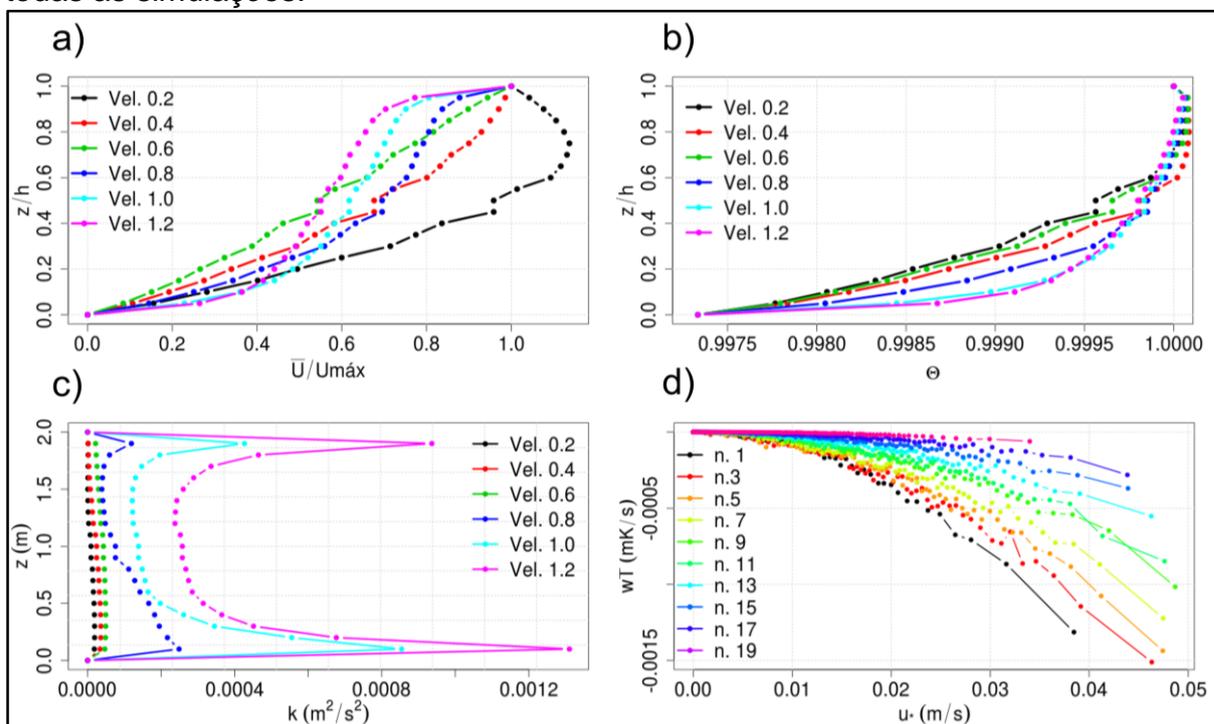
Para os perfis médios de temperatura (Figura 42 b)) observou-se uma não conformidade com a segunda lei da termodinâmica, pois aparentemente existe fluxo de calor de uma região de menor temperatura para outra de maior temperatura. Esse fenômeno já foi observado e pode tratar-se de uma deficiência dos modelos baseados na viscosidade turbulenta (*Eddy Viscosity models* - como o modelo utilizado neste trabalho). Jones (2007) sugere um método não linear para modelos de viscosidade turbulenta com intuito de contornar este problema. Ademais, o comportamento do perfil médio de temperatura seguiu o esperado, onde as simulações com velocidades da placa superior mais baixas são mais lineares que as simulações com maiores velocidades.

Já os perfis médios de ECT, vistos na Figura 42 c), mostram a ausência de turbulência para as simulações com velocidade de  $0,2$ ;  $0,4$  e  $0,6 \text{ m s}^{-1}$ , tendo um perfil linear e nulo ao longo do domínio vertical. Já para as velocidades de  $0,8$ ;  $1$  e  $1,2 \text{ m s}^{-1}$  observa-se uma maior ECT próximos as paredes. Isso ocorre pela hipótese de

Prandtl, que sugere que a velocidade do fluido em relação a contornos sólidos é zero, o que introduz uma forte tensão de cisalhamento nas camadas adjacentes a estes contornos, atuando como mecanismo de disparo da turbulência. No centro do canal a turbulência é menor, fato já observado nas Figura 39 e Figura 40. Resultados semelhantes para o perfil de ECT foram obtidos por Andersson e Pettersson (1994).

O fluxo turbulento de calor sensível por unidade de massa ( $\overline{w'T'}$ ), para todas as simulações, é mostrado pela Figura 42 d). Nesta análise usou-se blocos de 10 pontos para suavizar as linhas tornando a visualização mais amigável. Na Figura 42 d) é possível observar um maior  $\overline{w'T'}$  na metade inferior do canal, isso se deve a maior turbulência nesta área como evidenciado pela Figura 42 c). Além disso, as maiores flutuações de velocidade e temperatura ocorre próximo a placa inferior, devido ao design do problema que considera uma placa fria nesta posição. Desta forma, a ação do empuxo faz com que as camadas de ar tendam a se “acomodar” acarretando num decréscimo das flutuações médias e conseqüentemente na laminarização do escoamento quando a velocidade da placa superior é baixa.

Figura 42 – Perfis médios de velocidade adimensional a), de temperatura adimensional b) de ECT c), fluxo turbulento de calor por velocidade de fricção para todas as simulações.



Fonte: Elaborado pelo autor.

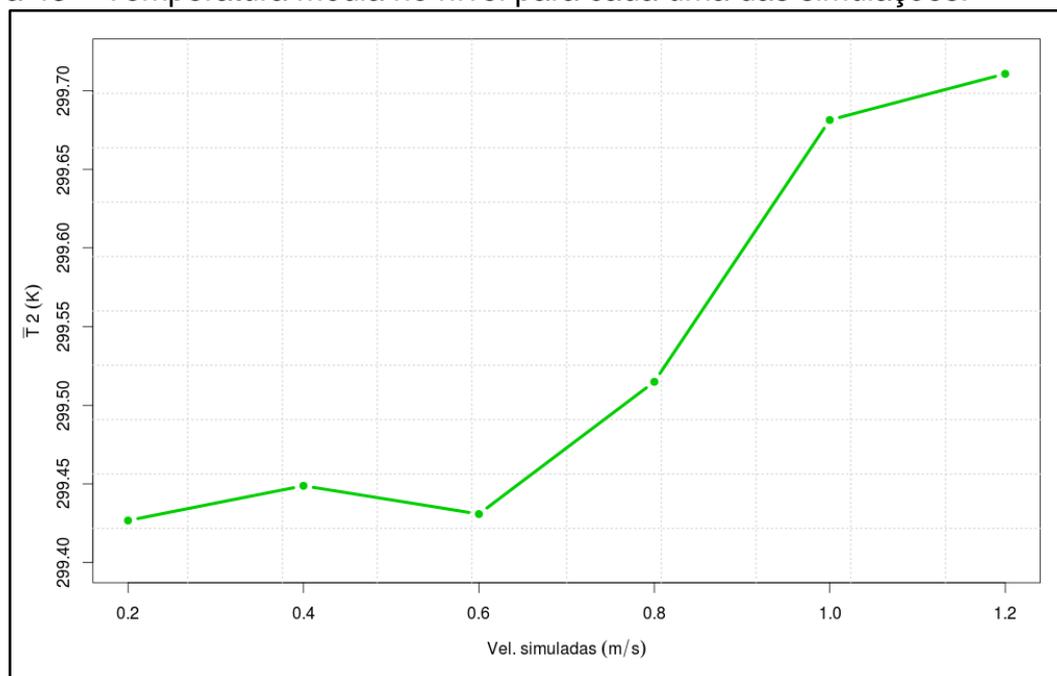
## 5 DISCUSSÃO

Neste capítulo realizara-se as discussões sobre o modelo de turbulência utilizado, bem como as discussões dos resultados obtidos pelas simulações, fazendo uma análise mais profunda sobre a transição de regime de escoamento, o qual é o tema principal deste trabalho.

Para uma primeira análise criou-se um gráfico de temperatura média para o nível 2 para cada simulação, conforme visto na Figura 43. Este gráfico mostra claramente o aumento da temperatura no nível quando o escoamento passa do regime laminar para o regime turbulento, isso ocorre pelo fato de a turbulência gerar grande difusão de momento e temperatura, levando à mistura do escoamento dentro do domínio. A temperatura tem um aumento abrupto a partir do caso com velocidade da placa superior de  $0,6 \text{ m s}^{-1}$ , indicando que os casos com velocidade maiores não estão em regime laminar. Ademais, este resultado pode ser interpretado da seguinte maneira: no regime laminar todos os níveis estão energeticamente desacoplados, o que faz com que a temperatura dos níveis inferiores seja próxima da temperatura da placa correspondente. Quando o regime é turbulento todos os níveis estão energeticamente acoplados pela turbulência, o que faz com que os efeitos de fronteira sejam sentidos em regiões mais distantes das respectivas placas. Assim, regiões mais próximas a placa quente se tornarão mais frias e o contrário acontece próximo a placa fria.

Olhando somente para o limite inferior do domínio a Figura 43 pode ser interpretada como a representação, ainda que para um caso idealizado, do acoplamento atmosférico (ACEVEDO; COSTA; DEGRAZIA, 2012). Onde um comportamento similar é observado na dependência da temperatura com a velocidade do vento.

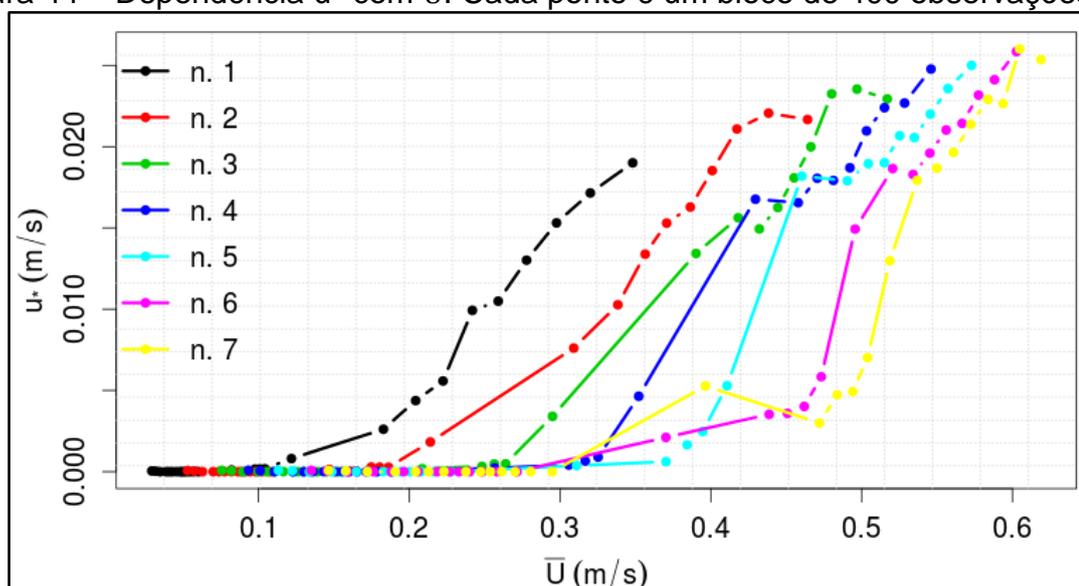
Figura 43 – Temperatura média no nível para cada uma das simulações.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Com o intuito de verificar a transição de regime optou-se pelo cálculo da velocidade de fricção ( $u^*$ ), que é a raiz quadrada do fluxo turbulento de momento por unidade de massa, portanto quando  $u^*$  for zero não existem flutuações de velocidade no escoamento, o que caracteriza o escoamento em regime laminar. A Figura 44 mostra a dependência de  $u^*$  com a velocidade média do escoamento em cada ponto de análise. Uma transição de regime similar ocorre na natureza durante a transição do regime de escoamento muito estável para o regime de escoamento pouco estável na camada limite estável (CLE) (SUN *et al.*, 2012).

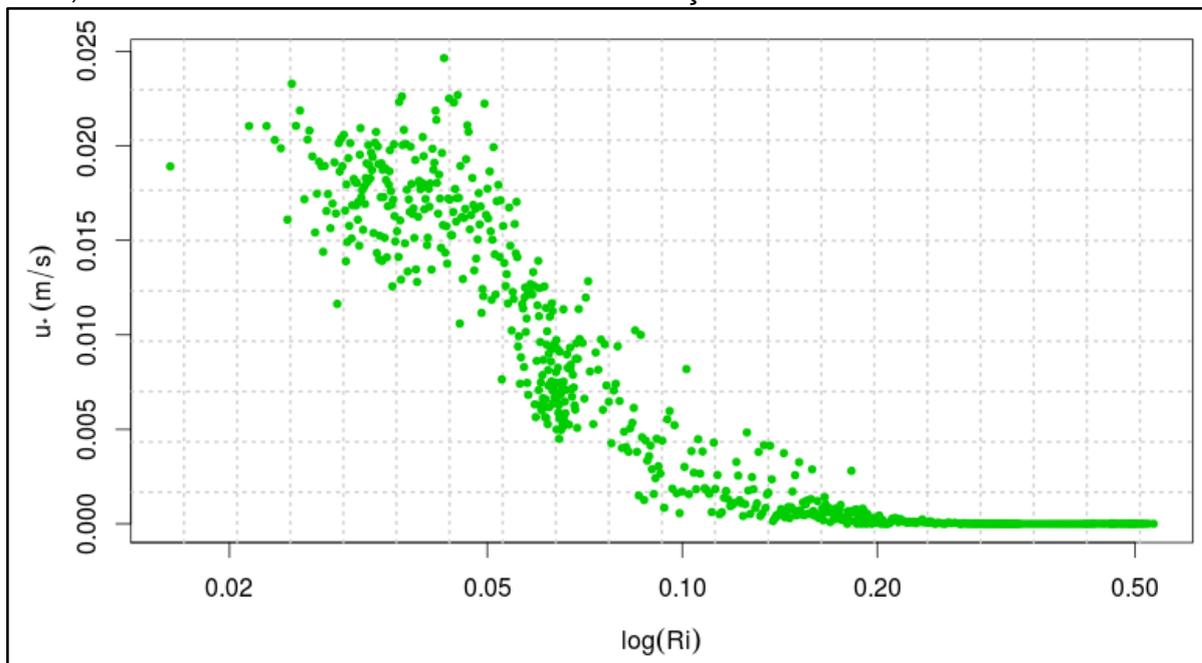
Figura 44 – Dependência  $u^*$  com  $\bar{U}$ . Cada ponto é um bloco de 400 observações.



Fonte: Elaborado pelo autor.

O parâmetro utilizado para quantificar a transição do regime de escoamento foi o número Richardson gradiente. O número de Reynolds não foi utilizado para essa análise pois mesmo o escoamento laminar possui o Re muito alto (por exemplo, para o caso onde a velocidade da placa superior é igual a  $0,2 \text{ m s}^{-1}$  o Re é da ordem 40000). Desta forma a transição entre os regimes de escoamento foi analisado através da dependência de uma variável que quantifica a intensidade turbulenta ( $u^*$ ) e um parâmetro que representa a influência da estratificação estável no escoamento, neste caso o número de Ri. O Ri relaciona a capacidade estabilizadora dos gradientes verticais de densidades, com a capacidade desestabilizadora do cisalhamento do vento, conforme observado pela Figura 45 (MIRANDA; CASTRO; KJERFVE, 2002). Cada ponto observado na Figura 45 corresponde a um agrupamento de 100 segundos, onde foram usados os dados de todas as seis simulações. Nota-se a ocorrência de mais de um regime de escoamento, e a transição entre os regimes de escoamento ocorre para Ri em torno de 0,2 como prevê a teoria (NIEUWSTADT, 1984).

Figura 45 – Velocidade de fricção por log. de Richardson gradiente para o segundo nível, com dados de três hora e todas as simulações.



Fonte: Elaborado pelo autor.

## 5 CONCLUSÃO

O presente trabalho mostrou a importância do uso de experimentos numéricos para o estudo de fenômenos complexos. Dentre esses fenômenos pode-se citar sistemas estratificados frequentemente encontrados na natureza, como o escoamento na foz de um rio, ou de ar na CLE sob a ação da força gravitacional, sendo estes escoamento caracterizado por um gradiente de densidade.

Como principais resultados obtidos observou-se que quando o regime de escoamento é turbulento todos os níveis estão energeticamente acoplados pela turbulência, o que faz com que os efeitos de fronteira sejam sentidos em regiões mais distantes das fronteiras, enquanto no regime laminar todos os níveis estão energeticamente desacoplados, o que cria uma estratificação térmica. Observou-se também a mudança do regime laminar para o turbulento com o aumento da velocidade média do escoamento, além da evidencia de vários regimes de escoamento nos casos simulados, bem como a transição de regime, quando  $Ri$  atinge o valor crítico igual a 0,2.

Quanto a proposta do desenvolvimento de um experimento numérico para o estudo da transição de regime de escoamento laminar-turbulenta, considera-se o objetivo com atingido, pois foi possível observar aspectos característicos da transição de escoamento, mesmo utilizando um dos modelo de turbulência LES mais simples disponíveis. É importante ressaltar que as simulações aqui apresentadas foram realizadas com capacidade computacional limitada, e mostrou-se um desafio a utilização de softwares de CFD nessas condições devido à grande quantidade de tempo necessária para a realização das simulações, mesmo o problema tendo uma geometria bastante simples. Para simulações de domínios maiores, escoamentos sobre geometrias complexas por grande períodos de tempo, ou ainda de fenômenos complexos como os que acontecem na atmosfera, serão utilizados máquinas com maior capacidade computacional.

Um desafio a ser abordado no futuro é a caracterização mais completa da transição laminar-turbulenta, utilizando um modelo mais completo fisicamente. Pretende-se avaliar aspectos e condições que favoreçam a transição e quais são os principais fatores que contribuem para o surgimento dos eventos intermitentes de turbulência, característicos desse regime de escoamento. Apesar de ser ousado, uma vez alcançado, tal objetivo pode elucidar um dos principais problemas encontrados

por modelos atmosféricos e desta forma podendo contribuir no aumento da previsibilidade do tempo e do clima.

## REFERÊNCIAS

- ACEVEDO, Otávio C. et al. **The Influence of Submeso Processes on Stable Boundary Layer Similarity Relationships**. Journal of the Atmospheric Sciences, v. 71, n. 1, p. 207-225, 2014.
- Acevedo, Otávio C., Felipe D. Costa, and Gervásio A. Degrazia. **The coupling state of an idealized stable boundary layer**. Boundary-layer meteorology 145.1 (2012): 211-228.
- ANDERSSON, H. I.; PETTERSSON, B. A.. Modeling plane turbulent Couette flow\*. **Int. J. Heat And Fluid Flow**, Trondheim, v. 15, n. 6, p.1-9, 23 jul. 1994
- ARYA, S. P.. **Introduction to Micrometeorology**. 2. ed. New York: Academic Press, 2001. 420 p. (International Geophysics (Book 79)).
- BEJAN, A.. **Transferência de Calor**. São Paulo, Edgard Blucher, 1996.
- BMW. **Wind Power. The aerodynamics of the new BMW M3 Coupe**. África do Sul, Johannesburgo, 2014. Disponível em: <[http://www.bmw.co.za/products/automobiles/m/m3coupe/m3coupe\\_aerodynamics.asp](http://www.bmw.co.za/products/automobiles/m/m3coupe/m3coupe_aerodynamics.asp)>. Acesso em 20 de dezembro de 2014.
- BOBZIN, K.; BRINKMANN, R. P.; MUSSENBROCK, T.; BAGCIVAN, N., BRUGNARA, R. H.; SCHÄFER, M.; TRIESCHMANN, J.. **Continuum and kinetic simulations of the neutral gas flow in an industrial physical vapor deposition reactor**. Elsevier. Surface & Coatings Technology. vol. 237, 25 dezembro 2013, p. 176-181.
- CATALDI, M.. **Simulação de Camadas Limite Estratificadas em Túnel de Vento**. 2002. 170 p. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Mecânica, Coppe, Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2002.
- ÇENGEL, Y. A.. **Transferência de calor e massa: uma abordagem prática**. Tradução Luiz Felipe Mendes de Moura; revisão técnica Kamal A. R. Ismail. 3. Ed. São Paulo: McGraw-Hill, 2009. 902 p.
- CHENG, Y. et al.. A comparison of large Eddy simulations. **Elsevier: Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, Ontario, v. 91, n. 11, p.1301-1328, 6 ago. 2003.

COLEMAN, G. N.; SANDBERG, R. D.. **A Primer on Direct Numerical Simulation of Turbulence: Methods, Procedures and Guidelines**. Southampton: School Of Engineering Sciences, University Of Southampton, 2010. 21 p. (Technical Report AFM-09/01a).

DAVIDSON, P. A.. **Turbulence: An Introduction for Scientists and Engineers**. New York: Oxford University Press, 2004. 657 p.

FOX, R. W.; PRITCHARD, P. J.; MACDONALD, A. T.. **Introdução à Mecânica dos Fluidos**. Tradução e revisão técnica Ricardo Nicolau Nassar Koury, Luiz Machado. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011. 710 p.

HE, P.; BASU, S.. **Direct numerical simulation of intermittent turbulence under stably stratified conditions**. 2015. Disponível em: <<http://www.nonlin-processes-geophys-discuss.net/2/179/2015/npgd-2-179-2015.pdf>>. Acesso em: 7 jul. 2015.

INCROPERA, F.P.; DEWITT D. P; BERGMAN T. L; LAVINE A. S.. **Fundamentos de Transferência de Calor e Massa**. Tradução e revisão técnica Eduardo Mach Queiroz, Fernando Luiz Pellegrini Pessoa. 6. Ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008. 643 p.

KUNDU, P. K.; COHEN, I. M.; DOWLING, D. R.. **Fluid Mechanics**. 5. ed. Waltham: Elsevier, 2011. 891 p.

MAHRT, L.; VICKERS, D.. Extremely weak mixing in stable conditions. **Boundary-layer meteorology**, v. 119, n. 1, p. 19-39, 2006.

MARTINEZ, Denise Maria Varella. **Transição à Turbulência na Camada de Mistura Estavelmente Estratificada Utilizando Simulação Numérica Direta e Simulação de Grandes Escalas**. 2006. 169 f. Dissertação (Mestrado) - Programa de Pós-graduação em Recursos Hídricos e Saneamento Ambiental, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2006. Disponível em: <<http://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/7230>>. Acesso em: 30 jun. 2015.

MENDIBURU, A. A.; CARROCCI, L. R.; CARVALHO, A.. **ANALYTICAL SOLUTION FOR TRANSIENT ONEDIMENSIONAL COUETTE FLOW CONSIDERING CONSTANT AND TIME-DEPENDENT PRESSURE GRADIENTS**. Engenharia Térmica (thermal Engineering). Guaratinguetá - Sp, p. 92-98. dez. 2009. Disponível em: <[http://demec.ufpr.br/reterm/ed\\_ant/16/artigo/ciencia/13\\_190.pdf](http://demec.ufpr.br/reterm/ed_ant/16/artigo/ciencia/13_190.pdf)>. Acesso em: 8 jun. 2015.

MIRANDA, Luiz Bruner de; CASTRO, Belmiro Mendes de; KJERFVE, Bjork. **Princípios de Oceanografia: Física de Estuários**. São Paulo: Udesp, 2002. 424 p. (Coleção Acadêmica 42).

MUNSON, B. R.; YOUNG, D. F.; OKIISHI, T. H.. **Fundamentals of Fluid Mechanics**. 4. ed. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001. 840 p.

NAPPO, C. J.. **An introduction to atmospheric gravity waves**. Academic Press, 2012.

Nieuwstadt, Frans TM. **The turbulent structure of the stable, nocturnal boundary layer**. Journal of the Atmospheric Sciences 41.14 (1984): 2202-2216.

OpenFOAM. **User Guide**. Disponível em: <<http://cfd.direct/openfoam/user-guide/introduction/#x3-20001>>. Acessado em 8 de jun. 2015.

SENGUPTA, K.; MASHAYEK, F.; JACOBS, G. B.. **Direct Numerical Simulation of Turbulent Flows Using Spectral Methods**. In: AEROSPACE SCIENCES MEETING AND EXHIBIT, 46., 2008, Reno, Nevada. Anais... . Reno: Aiaa, 2008. p. 1450 - 1459.

SCHLICHTING, H.; GERSTEN, K.. **Boundary-Layer Theory**. 8. ed. Berlin: Springer-Verlag, 2000. 801 p.

SCHOBEIRI, M. T.. **Fluid Mechanics fo Engineers: A graduated text book**. Berlin: Springer-verlag, 2010. 504 p.

SMITH, T. R.; MOEHLIS, J.; HOLMES, P.. **Low-dimensional models for turbulent plane Couette flow in a minimal flow unit**. J. Fluid Mech. (2005). United Kingdom, p. 71-110. 7 march 2005.

STULL, R. B.. **An Introduction to Boundary Layer Meteorology**. Londres: Kluwer Academic Publishers, 1988. 670 p.

Sun, Jielun, et al. **Turbulence regimes and turbulence intermittency in the stable boundary layer during CASES-99**. Journal of the Atmospheric Sciences 69.1 (2012): 338-351.

TU, J.; YEOH, G. H.; LIU, C.. **Computacional Fluid Dynamics: A Practical Approach**. Burlington: Elsevier, 2008. 459 p.

VILLIERS, Eugene de. **The Potential of Large Eddy Simulation for the Modeling of Wall Bounded Flows**. 2006. 375 f. Tese (Doutorado) - Curso de Thermofluids Section, Department Of Mechanical Engineering, Imperial College Of Science, Technology And Medicine, London, 2006. Disponível em: <<http://powerlab.fsb.hr/ped/kturbo/OpenFOAM/docs/EugeneDeVilliersPhD2006.pdf>>. Acesso em: 02 fev. 2015.

WHITE, F. M.. **Mecânica dos Fluidos**. Tradução Mario Moro Fecchio, tradução técnica Nelson Manzanares Filho, revisão técnica José Carlos Cesar Amorim. 6. ed. Porto Alegre: AMGH, 2011. 880 p.

XIAO, H. JENNY, P.. **A consistent dual-mesh framework for hybrid les/rans modeling**. Journal of Computational Physics, Vol. 231, pp. 1848–1865, 2011.

ZILITINKEVICH , S. S.; ELPERIN, T.; KLEEORIN, N.; ROGACHEVSKII, I.; ESAU, I.. **A Hierarchy of Energy- and Flux-Budget (EFB) Turbulence Closure Models for Stably-Stratified Geophysical Flows**. Boundary-Layer Meteorol, 146:341–373, 2013.

ZHOU, Bowen; CHOW, Fotini Katopodes. **Large-Eddy Simulation of the Stable Boundary Layer with Explicit Filtering and Reconstruction Turbulence Modeling**. Journal Of The Atmospheric Sciences. Berkeley - Ca, p. 2142-2155. Não é um mês válido! 2011. Disponível em: <<http://journals.ametsoc.org/doi/abs/10.1175/2011JAS3693.1>>. Acesso em: 5 jul. 2015.