

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

EYSLER QUEIROZ DE SOUSA

**MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E DESIGN CONSTRUTAL APLICADOS À
FLAMBAGEM BIAXIAL ELASTO-PLÁSTICA DE PLACAS RETANGULARES
COM FURO OBLONGO**

Alegrete

2021

EYSLER QUEIROZ DE SOUSA

**MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E DESIGN CONSTRUTAL APLICADOS À
FLAMBAGEM BIAXIAL ELASTO-PLÁSTICA DE PLACAS RETANGULARES
COM FURO OBLONGO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Thiago da Silveira

Alegrete

2021

EYSLER QUEIROZ DE SOUSA

**MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS E DESIGN CONSTRUTAL APLICADOS À
FLAMBAGEM BIAxIAL ELASTO-PLÁSTICA DE PLACAS RETANGULARES COM FURO
OBLONGO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Dissertação defendida e aprovada em: 13 de maio de 2021.

Banca examinadora:

Prof. Dr. Thiago da Silveira

Orientador

Unipampa

Prof. Msc. Leandro Ferreira Friedrich

Unipampa

Prof. Dr. Tonilson de Souza Rosendo

Unipampa



Assinado eletronicamente por **LEANDRO FERREIRA FRIEDRICH, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 05/07/2021, às 14:56, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **THIAGO DA SILVEIRA, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 05/07/2021, às 16:31, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **TONILSON DE SOUZA ROSENDO, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 05/07/2021, às 20:07, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0562737** e o código CRC **60F1BBCA**.

AGRADECIMENTO

Primeiramente, gostaria de agradecer ao meu orientador, Professor Dr. Thiago da Silveira por todo tempo disponibilizado para execução deste trabalho, bem como sua paciência e incentivo, que fizeram toda diferença. Também pela oportunidade de participar desta pesquisa que proporcionou além de conhecimento, uma perspectiva a mais no futuro acadêmico.

Aos meus pais Elveronice e Pedro e ao meu irmão Eduardo pelo suporte e cuidado ao longo deste caminho, que por mais difícil tenha sido, persistiram para que chegasse até aqui.

Ao José, por ser além de um colega de curso, um grande amigo ao longo destes anos que perseverou juntamente comigo e compartilhou momentos de dificuldade e de conquistas.

Ao meu psicólogo Dhiego por acreditar no meu potencial e me encorajar sempre que necessário.

À Arlete e ao Walter por me receberem com todo carinho em sua casa e por me acolherem tão bem em Alegrete.

Aos docentes e aos colegas da Universidade Federal do Pampa (Unipampa) que colaboraram direta ou indiretamente com o aprendizado tanto acadêmico, quanto além dele.

RESUMO

Elementos de placas são comumente utilizados em estruturas de engenharia nas suas mais diversas vertentes, especialmente na engenharia aeronáutica e naval com destaque para as construções de cascos de navios e estruturas *offshore*. Por se tratarem de estruturas esbeltas sujeitas a compressão no plano, essas estão sujeitas à flambagem elástica, um fenômeno indesejado de instabilidade estrutural. É sabido que a flambagem elástica não determina a falha das placas, pois estas possuem comportamento atípico. Assim sendo, com o incremento do carregamento externo se obtêm a tensão última da flambagem elasto-plástica. Ademais, frequentemente estas estruturas apresentam inserção de perfurações, seja para possibilitar montagens, atenuar o peso estrutural ou por fins estéticos. Nesse cenário, se torna necessário o estudo da influência dessas perfurações nos elementos de placa. Portanto, neste trabalho, foi analisada a influência de perfurações oblongas longitudinais e centralizadas no comportamento de placas simplesmente apoiadas submetidas a flambagem elasto-plástica por compressão biaxial. Para a geometria da placa foi adotada relação $b/a = 0,5$, em que b corresponde a largura e a o comprimento. As perfurações oblongas propostas foram variadas com base nas seguintes variações de frações volumétricas: $\phi = 0,10; 0,15; 0,20$; onde ϕ é a razão de volume da placa e o volume da perfuração. Na determinação e análise da carga última de flambagem elasto-plástica, foi adotado o Método de Elementos Finitos (MEF) aplicado ao elemento de casca SHELL281 pelo *software* comercial ANSYS® em associação aos métodos Design Construtal (DC) e Busca Exaustiva, assim obtiveram-se as geometrias ótimas de melhor comportamento mecânico. A placa de $\phi = 0,10$ com razão de aspecto $b_0/a_0 = 0,2300$ obteve a melhor Tensão Última Normalizada (NUS) entre todas frações volumétricas. Notou-se maior possibilidade de melhoria, de 29,21%, pela variação de b_0/a_0 para as placas de $\phi = 0,20$. Ademais, foi observado que existe tendência entre as geometrias que conduzem melhor performance a serem alongadas na direção X. Foi constatada a redução da resistência mecânica das placas decorrente da presença das perfurações.

Palavras-chaves: Placa fina, flambagem elasto-plástica biaxial, Método dos Elementos Finitos, Design Construtal

ABSTRACT

Plate elements are commonly used in engineering structures in their most diverse aspects, especially in aeronautical and naval engineering, with emphasis on the construction of ship hulls and offshore structures. As they are slender structural structures with compression in the plane, they are related to elastic buckling, an unwanted phenomenon of structural instability. It is known that an elastic buckling does not cause a failure of the plates, as they have atypical behavior. Therefore, with the increase in external loading, the ultimate tension of the elasto-plastic buckling is obtained. In addition, these structures often feature perforations, either to enable assembly, to mitigate structural weight or for aesthetic purposes. In this scenario, it is necessary to study the impact of these perforations on the plate elements. Therefore, in this work, the influence of longitudinal and centralized oblong perforations on the behavior of simply supported plates subjected to elasto-plastic buckling by biaxial compression will be analyzed. For the geometry of the plate, a ratio $b/a = 0.5$ was adopted, where b corresponds to width and length. The proposed oblong perforations were varied based on the following trends in volumetric fractions: $\phi = 0.10; 0.15; 0.20$; where ϕ is the ratio of the volume of the plate and the volume of the perforation. In determining and analyzing the ultimate load of elasto-plastic buckling, the Finite Element Method (FEM) was adopted, designed to the shell element SHELL281 by the commercial software ANSYS® in association with the Design Construtal (DC) and Exhaustive Search methods, thus obtaining optimum geometries with better mechanical behavior. The plate of $\phi = 0.10$ with aspect ratio $b_0/a_0 = 0.2300$ obtained the best Normalized Ultimate Stress (*NUS*) among all volumetric fractions. There was a greater possibility of improvement, of 29.21%, due to the variation of b_0/a_0 for the plates of $\phi = 0.20$. In addition, it was observed that there is a trend between the geometries that lead to better performance to be stretched in the X direction. It was found a reduction in the mechanical resistance of the plates due to the presence of perforations.

Keywords: Thin plates, biaxial elastoplastic buckling, Finite Element Method, Construtal Design

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Representação simplificada de esforços e deformações resultantes sob casco de navio (Adaptado de Okumoto <i>et al.</i> , 2009).	5
Figura 2 - Tipos de elementos de malha, suas classificações e aplicações (Adaptado de Ansys® <i>Fundamental FEA Concepts and Applications</i>).	15
Figura 3 - Placa esquematicamente representada no plano médio (Slizard, 2004).	17
Figura 4 - Exemplos práticos da aplicação da Lei Construtal para sistemas vivos e não vivos (Adaptado de Bejan e Zane, 2012).	19
Figura 5 - Geometria elemento SHELL281 (Adaptado de ANSYS® <i>User's Manual</i> , 2009).	22
Figura 6 - Placa sem perfurações e simplesmente apoiada nas arestas, submetida à compressão biaxial (Autor, 2021).	26
Figura 7 - Placa com furo oblongo longitudinal centrado (Autor, 2021).	27
Figura 8 – Distribuição das tensões de von Mises para placas com $\phi = 0,10$, em que (a) $b_0/a_0 = 0,2300$; (b) $b_0/a_0 = 0,4103$; (c) $b_0/a_0 = 0,6827$; (d) $b_0/a_0 = 0,8622$; (e) $b_0/a_0 = 0,9236$ e (f) $b_0/a_0 = 0,9855$ (Autor, 2021).	31
Figura 9 - Curva de tensão última normalizada para as placas de fração volumétrica. 32	
Figura 10 – Distribuição das tensões de von Mises para placas com $\phi = 0,15$, em que (a) $b_0/a_0 = 0,3558$; (b) $b_0/a_0 = 0,5221$; (c) $b_0/a_0 = 0,6125$; (d) $b_0/a_0 = 0,7552$; (e) $b_0/a_0 = 0,8537$ e (f) $b_0/a_0 = 0,9542$ (Autor, 2021).	34
Figura 11 - Curva de tensão última normalizada para as placas de fração volumétrica $\phi = 0,15$ (Autor, 2021).	35
Figura 12 - Distribuição das tensões de von Mises para placas com $\phi = 0,20$, em que (a) $b_0/a_0 = 0,4750$; (b) $b_0/a_0 = 0,6303$; (c) $b_0/a_0 = 0,6710$; (d) $b_0/a_0 = 0,7124$; (e) $b_0/a_0 = 0,8827$ e (f) $b_0/a_0 = 0,9262$ (Autor, 2021).	36
Figura 13 - Curva de tensão última normalizada para as placas de fração volumétrica $\phi = 0,20$ (Autor, 2021).	37
Figura 14 – Curvas de tensão última normalizada para as placas de fração volumétrica $\phi = 0,10$; $\phi = 0,15$ e $\phi = 0,20$	38

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Tabela de convergência de malha.....	26
Tabela 2- Tensão última normalizada e máxima deflexão normalizada para relações b_0/a_0 , na fração volumétrica $\phi = 0,10$ (Autor, 2021).....	30
Tabela 3 - Tensão última e deflexão máxima para relações b_0/a_0 , na fração volumétrica $\phi = 0,15$ (Autor, 2021).....	33
Tabela 4 - Tensão última e deflexão máxima para relações b_0/a_0 , na fração volumétrica $\phi = 0,20$ (Autor, 2021).....	36

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- a – Comprimento da Placa
 a_0 – Comprimento do Furo
 b – Largura da Placa
 b_0 – Largura do Furo
BE – Busca Exaustiva
DC – Design Construtal
det – Função Determinante
E – Módulo de Elasticidade
 $\{F\}$ – Vetor de Força
 F_{NL} – Vetor de Forças Nodais Não Lineares
 ϕ – Fração Volumétrica
 K – Matriz de Rigidez
 K_E – Matriz de Rigidez Convencional para Pequenas Deformações
 K_G – Matriz de Rigidez Geométrica
 K_t – Matriz de Rigidez Tangente
 λ – Escalar para Matriz de Rigidez
MEF – Método de Elementos Finitos
 ν – Coeficiente de Poisson
 ψ – Vetor de Cargas em Desequilíbrio
NMD - Máxima Deflexão Normalizada
NUS – Tensão Última Normalizada
 N_{cr} – Carga Crítica de Flambagem
 N – Carregamento
 N_0 – Carregamento Inicial
 N_i – Carga Interna em Desequilíbrio
 N_{i+1} – Carga Interna em Desequilíbrio Sucessiva
 σ_y – Tensão de Escoamento do Material
 t – Espessura da Placa
 $\{u\}$ – Vetor de Deslocamento
 $\{U\}$ – Vetor de Incógnitas
 $\{\Delta U\}$ – Vetor de Incremento do Deslocamento

V – Volume Total da Placa

V_0 – Volume da Perfuração

w_0 – Imperfeição Inicial

X e Y – Coordenadas em eixo cartesiano

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	5
1.1 Estado da Arte	7
1.2 Objetivos Gerais e Específicos	9
1.3 Justificativa	10
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	11
2.1 Estudo de Placas	11
2.2 Estudo da Flambagem Elástica	13
2.3 Estudo da Flambagem Elasto-Plástica	14
2.4 Método dos Elementos Finitos	14
2.4.1 Análise de Placas pelo MEF	16
2.4.2 Flambagem Elástica e Elasto-Plástica de Placas no ANSYS®	17
2.5 Método Design Construtal	18
2.5.1 Design Construtal na mecânica dos sólidos	19
3 METODOLOGIA	21
3.1 Modelo Computacional	21
3.2.1 Elemento de Casca SHELL281	21
3.2.2 Flambagem Elástica	22
3.2.3 Flambagem Elasto-Plástica	24
3.2.4 Verificação do Modelo para Flambagem Elasto-Plástica Biaxial	25
3.2.5 Validação do Modelo para Flambagem Elasto-Plástica Biaxial	25
3.2 Teste de Convergência de Malha	25
3.4 Design Construtal Aplicado à Flambagem de Placas	26
3.4.1 Normalização da Tensão Última e Deslocamento Máximo	28
3.5 Problema Estudado	29
4 RESULTADOS	30
4.1 Placa de Fração Volumétrica $\phi=0,10$	30
4.2 Placa de Fração Volumétrica $\phi=0,15$	32
4.3 Placa de Fração Volumétrica $\phi=0,20$	35

4.4 Comparação entre as Diferentes Frações Volumétricas	37
5 CONCLUSÕES.....	40
REFERÊNCIAS	42

1 INTRODUÇÃO

Na engenharia, elementos de placas de aço são comumente utilizados nas mais diversas estruturas como plataformas *offshore*, casco de navios, vigas de chapa, pontes de vigas de caixa e fuselagem de avião (EL-SAWY; NAZMY; MARTINI, 2004).

Considerando sua aplicação tão vasta e presente, notou-se ao longo dos anos, a necessidade de pesquisa quanto ao comportamento e desempenho mecânico desses, a fim de prever e evitar falhas que acarretem grandes prejuízos e otimizar sua utilização nas indústrias (BIRMAN, 2010).

É esperado, que estas placas suportem esforços em serviço. Entre esses esforços, é importante se ater especificamente às forças compressivas axiais, visto que, essas geradoras de instabilidade em placas que dão origem à flambagem. Algumas das estruturas citadas, com maior ênfase ao casco de navios já que essas estão sujeitas, de acordo com Shanmugam e Narayanan (1998), não só a forças axiais, mas a carregamento biaxial no plano.

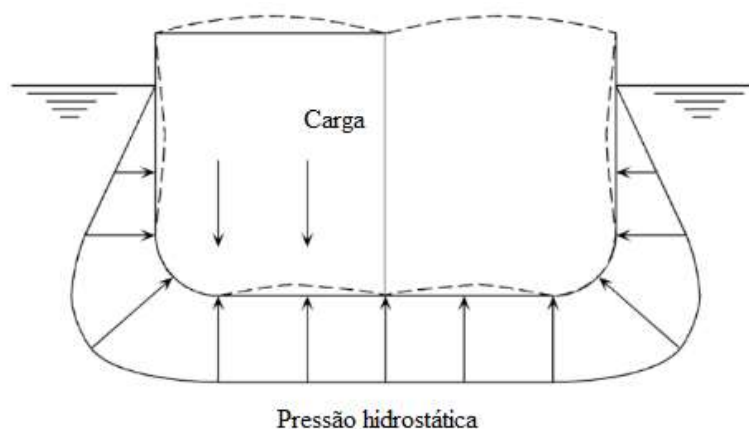


Figura 1 - Representação simplificada de esforços e deformações resultantes sob casco de navio (Adaptado de Okumoto *et al.*, 2009).

Como mostrado na Figura 1, existem tensões transversais em cascos de navios que surgem como consequência da flexão causada pela ação da pressão hidrostática, enquanto as tensões de compressão longitudinais nas placas do casco são introduzidas devido ao entalhe longitudinal de todo o navio (SHANMUGAM; NARAYANAN, 1998).

Além disso, a esbeltez característica destas placas é um fator contribuinte para a perda de estabilidade devido a espessura (t) ser menor em comparação a sua largura (b) e ao seu comprimento (a). Conquanto, esse atributo é utilizado para obtenção de maior rigidez e tensão

de escoamento, combinado ao benefício de menor peso. Assim sendo, a resistência de projeto destas placas é regida por sua aptidão à flambagem (RUOCCO, 2015).

Segundo El-Sawy et al. (2004), na placa esbelta, a flambagem é elástica. Entretanto, em uma placa mais espessa o material se deforma plasticamente antes de alcançar a tensão crítica e a flambagem, ou seja, essa resistência à flambagem é diferente do valor fornecido por uma análise de flambagem elástica, sendo esta chamada de flambagem elasto-plástica (EL-SAWY; MARTINI, 2010).

Logo, é possível inferir que os dados obtidos para resistência à flambagem elástica não serão aplicáveis em casos de chapas de maior espessura, uma característica importante no estudo do comportamento de placas. É necessário levar em consideração o efeito da plasticidade para obtenção da resistência à flambagem, esta é denominada como flambagem inelástica ou também flambagem elasto-plástica (PAIK, 2007).

Segundo o mesmo autor, quando as placas mais grossas possuem tamanho de recorte relativamente grande e apresentam perfurações, a resistência à flambagem elasto-plástica, pode ser maior que a resistência máxima em alguns casos. Contrastando, assim, com as placas sem perfurações, em que a resistência à flambagem elasto-plástica estimada é menor que a resistência final da placa.

Narayanan e Chow (1984) analisaram teoricamente o comportamento elástico pós-flambagem em chapas e a característica do descarregamento plástico no estado de colapso. A carga de aplicação final foi estimada a partir do ponto de interseção da curva de carga elástica e da curva de descarga plástica.

É sabido que, na aplicação de engenharia, essas placas podem apresentar perfurações (furos) e aberturas das mais variadas geometrias e disposições, sejam estes devido à montagem, manutenção ou até mesmo por fins estéticos. Esses furos requerem atenção significativa, já que têm a característica de realizar uma redistribuição de tensões na placa, conseqüentemente alterando sua resistência e características de flambagem. Posto que a flambagem elástica de chapas perfuradas finas tenha recebido a atenção de muitos pesquisadores ao longo dos anos, muito pouco foi relatado quanto a flambagem elasto-plástica característica das chapas mais grossas (EL-SAWY; NAZMY; MARTINI, 2004).

Ainda de acordo com El-Sawy, Nazmy, Martini (2004), os métodos mais utilizados para determinar a carga de flambagem, ou a tensão que acarreta o fenômeno, para placas sujeitas a cargas uniaxiais, biaxiais e de cisalhamento, foram: o método dos elementos finitos (MEF) e o método de carga/deslocamento conjugado.

Nessa conjuntura, este trabalho propõe o estudo do desempenho mecânico, com base na análise numérica, de placas finas de aço com furos oblongos longitudinais centralizados, submetidas a flambagem elasto-plástica por meio de carregamento biaxial. O método de Design Construtal será utilizado em associação a modelos computacionais, e à técnica da Busca Exaustiva, a fim de delimitar curvas e distribuições de tensões à sucessão da flambagem elasto-plástica para determinação da geometria que possibilita o melhor comportamento mecânico da placa. Subsequentemente, serão definidos critérios para delimitação das curvas.

Os modelos computacionais serão realizados com base no MEF através do software ANSYS®. Serão simuladas numericamente variações geométricas sugeridas pelo método Design Construtal (DC) associado à Busca Exaustiva (BE), tendo em vista a detecção de qual modelo suporta maior carregamento levando em consideração os fenômenos de flambagem elasto-plástica e as distribuições das tensões de von Mises na placa.

1.1 Estado da Arte

Apesar da existência de estudos sobre flambagem elástica em placas perfuradas submetidas a carregamento uniaxial, pouco foi pesquisado quanto a flambagem elasto-plástica com carregamento biaxial. Nesta perspectiva, serão brevemente relatados alguns desses estudos, com objetivo de demonstrar a relação entre a flambagem elástica com carregamento uniaxial e a flambagem elasto-plástica com carregamento biaxial

Shanmugam, Thevendran, Tan (1999), estudaram a capacidade de carga final de chapas perfuradas, através de uma análise elasto-plástica. As chapas de esbeltezes variadas foram submetidas a diferentes condições de contornos, sujeitas a compressão uniaxial ou biaxial. Por meio do MEF e comparação de valores experimentais de capacidade máxima, estabeleceram uma fórmula de projeto para determinar a capacidade final de carga.

Durban e Zuckerman (1999) estudaram a flambagem elasto-plástica de uma placa retangular, sob várias condições de contorno, com compressão uniforme combinada à tração uniforme na direção perpendicular. O estudo foi baseado nas equações lineares de flambagem padrão, enquanto o comportamento do material foi modelado pelas teorias de plasticidade do fluxo de pequena deformação e pela teoria da deformação. Por fim, concluíram que a teoria da deformação apresenta tensões críticas mais baixas do que as obtidas pela teoria do fluxo e por meio disso constataram que a discrepância no comportamento de flambagem, obtida das duas teorias plásticas concorrentes, fornece um novo do paradoxo da flambagem elasto-plástica.

El-Sawy, Nazmy, Martini (2004) empregaram o MEF para a determinação da tensão de flambagem elasto-plástica de placas carregadas uniaxialmente com perfurações circulares. Concluíram que, para placas perfuradas, a tensão crítica de flambagem elástica diminui à medida que o índice de esbeltez aumenta, especialmente para furos pequenos, e também à medida que o furo aumenta, especialmente para espessuras de chapas mais grossas onde a falha se torna flambagem elasto-plástica para todos os tamanhos de furo.

Paik (2007), a partir da análise de elementos finitos não lineares no regime elasto-plástico, investigou as características de resistência máxima de chapas de aço perfuradas sob cargas combinadas de compressão biaxial e cisalhamento de borda. A partir disso, derivou fórmulas empíricas das relações de interação da força máxima de chapas perfuradas entre cargas combinadas, as quais poderão ser utilizadas para a estimativa inicial da resistência final de chapas perfuradas sob cargas combinadas em associação com análises de confiabilidade ou calibrações de código.

Wang e Huang (2008) estudaram ineditamente o comportamento de flambagem elasto-plástica de placas retangulares finas sob cargas biaxiais usando o método da quadratura diferencial (QD). Verificaram que os resultados do QD são bons em comparação às soluções analíticas existentes para placas com dois limites simplesmente apoiados e os outros simplesmente apoiados ou fixados.

Komur (2011) investigou, por meio do MEF, o comportamento da flambagem elasto-plástica de chapas finas de aço retangulares e quadradas simplesmente apoiadas, com aberturas elípticas, comprimidas uniformemente na direção da borda. Focou-se no efeito relacionado a alguns aspectos da placa e do corte, sendo eles: tamanho do orifício elíptico, ângulo do orifício elíptico, localização do orifício elíptico e razão de esbeltez no comportamento de flambagem. Neste, verificou-se que, à medida que o índice de esbeltez da placa aumenta, a tensão crítica de flambagem diminui para todas as placas perfuradas. Além disso, observou que chapas com pequeno índice de esbeltez merecem atenção especial, já que a localização e tamanho do furo nessas tem efeito considerável na tensão de flambagem.

Ruocco (2015) apresentou um modelo matemático capaz de descrever a flambagem elasto-plástica de chapas moderadamente grossas. Esse, foi desenvolvido a partir do comportamento elasto-plástico de Ramberg-Osgood e um modelo de deformação de Green-Lagrange para medir as não linearidades geométricas.

Mohammadzadeh, Choi, Kim (2018) estudaram o comportamento de flambagem de chapas de aço com e sem furos passantes submetidos a compressão uniaxial utilizando

coeficientes de flambagem de placa com um furo. Além disso, também realizaram uma comparação entre o comportamento de flambagem da placa carregada uniaxial e biaxialmente. Concluíram que a perfuração centralizada aumenta a resistência à flambagem da placa, enquanto os dois furos resultam em uma diminuição na resistência da mesma. Por fim, foi observado que a resistência à flambagem de uma placa carregada biaxialmente é inferior à 25% da placa carregada uniaxialmente.

Em se tratando do método do Design Construtal (DC), Silveira et al. (2016) aplicaram o MEF e o Design Construtal utilizando o *software* ANSYS® para realização da modelagem computacional de placas laminadas delgadas, simétricas e com furos elípticos/circulares no centro da placa submetidas à compressão biaxial. Concluíram que placas laminadas, delgadas, simétricas e com furos, possuem a carga crítica de flambagem reduzida em decorrência dos furos. Num aspecto geral, resumidamente, também constataram que quando estendido o furo na abscissa, os valores da carga crítica foram menores. Enquanto o furo foi estendido na ordenada, os resultados obtidos foram melhores.

Helbig et al. (2013) estudaram o caminho para obtenção da geometria ideal que suporte carga máxima de flambagem em chapas de aço contendo perfuração elíptica centralizada quando submetida ao fenômeno de flambagem linear e não linear por meio do DC e da técnica BE. Realizaram este estudo através de modelos numéricos utilizando o *software* ANSYS® a fim de avaliar as cargas de flambagem elástica e elasto-plástica dessas placas simplesmente apoiadas e uniaxialmente carregadas. Concluíram que as geometrias ótimas da perfuração foram obtidas de acordo com o Princípio Construtal da "Ótima Distribuição de Imperfeições", mostrando que o método do DC possui empregabilidade satisfatória em problemas de mecânica dos materiais.

1.2 Objetivos Gerais e Específicos

O objetivo geral do presente trabalho consiste no estudo do comportamento mecânico de placas finas de aço biaxialmente comprimidas de modo que a flambagem elasto-plástica possa ser observada, a partir de uma análise numérica através do MEF em associação ao método DC e a técnica BE.

A propósito do objetivo geral, os objetivos específicos foram firmados:

- i) Definir, inicialmente, a carga última de flambagem elasto-plástica biaxial de uma placa plana (sem perfurações);

- ii) Incorporar uma perfuração oblonga centralizada à placa ponderando a maior carga última obtida previamente;
- iii) Esmar a influência da perfuração oblonga por meio da variação do parâmetro fração de volume da perfuração ϕ (relação do volume do furo e volume total da placa), no comportamento mecânico da placa sob flambagem biaxial elasto-plástica com base no Design Construtal;
- iv) Avaliar a influência da variação geometria oblonga da perfuração no comportamento mecânico da placa sob flambagem biaxial elasto-plástica, com base na variação do grau de liberdade b_0/a_0 para cada valor de ϕ utilizado.

1.3 Justificativa

Tendo em vista o vasto uso de placas finas na engenharia, principalmente nas indústrias navais e aeroespaciais, tornam-se necessários os estudos que abordem as mais diversas condições que essas possam vir a ser submetidas em serviço.

Neste trabalho, será abordado o comportamento e efeitos da flambagem elasto-plástica biaxial em placas finas perfuradas, objetivando o estudo mecânico que possibilite otimizar as aplicações das mesmas. Além do mais, serão analisados os efeitos da perfuração sobre a placa, aplicando o método Design Construtal (DC) em conjunto ao MEF e a técnica da BE.

Ademais tem-se, também, por justificativa de trabalho apresentar o conhecimento adquirido ao longo do bacharelado em Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Pampa, Campus Alegrete.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Esta seção elucidará alguns tópicos que acompanham o estudo de placas, sendo eles o estudo da flambagem elástica e da flambagem elasto-plástica, método dos elementos finitos e sua aplicação no estudo de placas assim como o método DC e sua aplicação no estudo de placas.

2.1 Estudo de Placas

Diferentemente do estudo da mecânica estrutural que se iniciou a partir de problemas estáticos, a história do estudo de placas se iniciou a partir da análise e experimentação da vibração livre (SLIZARD, 2004).

Euler, em 1766, foi pioneiro em solucionar, matematicamente, problemas de placas com a teoria das membranas. O autor descreveu a vibração de uma membrana flexível, considerando-a como um sistema de cordas esticadas perpendicularmente entre si, logo, analogamente cada corda era considerada uma viga (VENTSEL; KRAUTHAMMER, 2001).

Ao considerar a mesma relação do sistema de cordas de Euler e as substituindo por uma grade de vigas, Jaques Bernoulli em 1789, obteve uma equação diferencial, de aproximação, para a deflexão de placas sob carregamento transversal e sua rigidez. Segundo o autor, os resultados não eram equipolentes para sistemas de cordas não dispostas perpendicularmente, mesmo se submetidos às mesmas condições de contorno de um sistema de cordas perpendiculares (LISBÔA, 2009).

Outra solução para a vibração de placas foi realizada pelo físico alemão Chladni, em 1809, que estudou diversos modos de vibrações livres em placas. Distribuindo um pó uniformemente na superfície de uma placa, notou que após submetido a vibrações o pó se acumulava ao longo de linhas nodais, onde não houve deslocamento. Também determinou frequências correspondentes aos padrões de vibração. Esses experimentos foram apresentados em Paris a convite da Academia Francesa de Ciências, nessa apresentação estava presente o imperador Napoleão (SLIZARD, 2004).

Segundo o mesmo autor, fomentado pelo experimento apresentado, Napoleão propôs à Academia uma premiação ao pesquisador que estabelecesse uma teoria matemática das vibrações de placas, substanciadas por verificação experimental dos resultados teóricos e que colacionasse os resultados obtidos aos resultados de Chladni (1809).

Após as duas prorrogações da data de submissão de trabalhos, em outubro 1811, apenas um artigo foi submetido. Artigo este da matemática francesa Marie-Sophie Germain que

desenvolveu, utilizando abordagem de energia de deformação, uma equação diferencial de placas que não possuía o termo de deformação. Ao verificar a energia de deformação pela técnica de trabalho virtual, Lagrange, mentor de Germain encontrou um erro e então apenas em seu terceiro trabalho, em 1816, Germain ganhou o prêmio apesar da insatisfação dos juízes pela falta de definição física de uma expressão do cálculo da energia de deformação em função das curvas principais (VENTSEL; KRAUTHAMMER, 2001; SLIZARD, 2004).

Impulsionado pelo problema apresentado no trabalho de Germain e propondo uma superfície média de partículas submetidas a forças moleculares e obtendo o equilíbrio do sistema de partículas, Poisson, em 1814 chegou à mesma equação apresentada por Germain-Lagrange. Todavia, ao considerar que as partículas faziam parte da superfície média da placa, a constante de rigidez de flexão de placa obtida era proporcional ao quadrado da espessura e não ao cubo, como teria de ser (LISBÔA, 2009).

Seguindo os estudos de Poisson, Navier considerou que as partículas estariam também distribuídas ao longo da espessura da placa, assim, em 1823, obteve e apresentou a equação diferencial para qualquer carregamento transversal bem como a rigidez de flexão proporcional à espessura. Depois, em 1828, Poisson utilizou a equação de Navier na aplicação de vibração lateral de placas circulares aplicáveis apenas a chapas grossas (SLIZARD, 2004; LISBÔA, 2009).

Gustav Kirchhoff foi precursor na teoria completa da flexão de placas. Em sua primeira tese, em 1850, baseou-se nas hipóteses de Bernoulli para vigas e derivou a mesma equação diferencial para flexão de placa que Navier, utilizando outra abordagem de energia. Uma das contribuições mais significativas foi a inclusão de forças de limites suplementares, essas forças atuam como substituições aos momentos de torção nos limites das placas, assim, as condições de contorno são estabelecidas como funções do deslocamento e suas derivadas. Kirchhoff descobriu, ao analisar grandes deflexões de placas através da combinação de flexão e deslocamento, a importância da consideração dos termos não-lineares. Além do mais, formulou a equação de frequência das placas e iniciou métodos de deslocamento virtual para problemas envolvendo placas (VENTSEL; KRAUTHAMMER, 2001; SLIZARD, 2004).

Se tratando de placas mais espessas, o estudo de placas, geralmente, não considera a teoria de placa de Kirchhoff, mas a teoria de Reissner-Mindlin. Basicamente, Eric Reissner, em 1945, assumiu que o deslocamento da placa fora do plano pode ter comportamento não linear e a espessura pode variar conforme o carregamento. Todavia, Raymond D. Mindlin, em 1951, assumiu deslocamento linear e espessura inalterada ao longo do carregamento, além de

desprezar quaisquer tensões normais através da espessura. Geralmente, recomenda-se a formulação de placas espessas, visto que essa apresenta soluções mais precisas (YANG, 2018).

Ainda segundo o autor, pela teoria Reissner-Mindlin apresentar maior versatilidade, esta é considerada atualmente em grande maioria dos pacotes de *software* comercial e as bibliotecas dos elementos destas são baseadas nessa teoria. Todavia, caso a placa apresente grande relação entre comprimento e largura, a formulação de placa espessa não é recomendada.

O desenvolvimento da indústria de engenharia mecânica, aeronáutica e naval no século XX despertaram interesse nas investigações analíticas de placas finas de aço e sua estabilidade, devido a sua notável aplicação nas estruturas de aço. Apesar da tamanha dedicação em esclarecer, estender e solucionar equações obtidas nos trabalhos pioneiros anteriormente citados, estas equações ainda se mantiveram válidas ao decorrer dos anos. A equação de Navier descrita por Kirchhoff é um exemplo conciso de representação satisfatória e precisa, na atualidade, da teoria de pequenas e grandes deflexões das placas (SLIZARD, 2004).

2.2 Estudo da Flambagem Elástica

O estudo da flambagem tem sido abordado desde que Euler obteve carga crítica através da análise da curva elástica de uma barra apoiada nas extremidades submetida a carga axial e compressiva. Utilizando a distribuição de cargas laterais estáticas o engenheiro e cientista Claude-Louis Navier desenvolveu a primeira equação diferencial correta através de um método de séries trigonométricas duplas, desenvolvido por Fourier, aplicados a análise estrutural (VENTSEL; KRAUTHAMMER, 2001).

Baseado nos estudos de Navier e Kirchhoff, Saint-Venant em 1833, alterou a aplicabilidade da equação diferencial para placas finas que considerava flexão e alongamento, anexando forças axiais e cisalhantes às bordas da placa. Desta maneira, tornando possível o desenvolvimento de estudos de estabilidade de placas submetidas à combinação de carregamentos e diferentes condições de contorno (YU, 2003).

Ainda com base no mesmo autor, o problema de flambagem de placa mais rudimentar e comumente encontrado trata de uma placa simplesmente apoiada submetida a compressão axial. O primeiro a solucionar este problema, foi o engenheiro George H. Bryan em 1891, utilizando o método de energia e encontrando as cargas críticas de flambagem, presumiu a deflexão da superfície da placa poderia ser descrita com a aplicação de uma série dupla de Fourier, assim como Navier. Timoshenko, por sua vez, propôs outro método de solução para o mesmo problema. Em 1925, pressupôs o dobramento da placa em formas de meias ondas senoidais na

direção de compressão, aplicadas as condições de contorno, a matriz gerada resultava no valor da carga crítica.

2.3 Estudo da Flambagem Elasto-Plástica

Existe ainda a preocupação com o estado de deformação no que diz respeito ao comportamento de flambagem, especificamente, onde a mesma se inicia. Esse estado é denominado como estado de flambagem inicial, equilíbrio crítico ou neutro. O início do estudo se deu pela teoria da deformação da plasticidade que foi iniciado por Engesser em 1895 e Von Karman em 1910. Segundo Helbig (2016), o estado de flambagem era avaliado de acordo com a deformação elasto-plástica do corpo e então as equações geradas apresentavam autovalores cuja solução determina o comportamento da carga de flambagem.

Através da aplicação de carga, descarga e recarga, El- Ghazaly e Sherbourne em 1986, colocaram em prática a teoria da deformação para fim de análise da flambagem elasto-plástica de placas sob tensões e carregamentos desproporcionais. Por meio de análise comparativa de resultados dos experimentos, a teoria se demonstrou efetiva mesmo para tensões e carregamentos não uniformes. Além desses, alguns outros estudiosos como Bleich (1924) e Timoshenko (1936) aplicaram a teoria de Engesser-Von Karman, incorporando o “módulo reduzido” nas equações para flambagem elástica das placas (YU, 2003).

O comportamento pós-flambagem é atípico se comparado a outros tipos de estruturas, Ventsel e Krauthammer (2001) afirmam que por haver ação direta das tensões no plano, fora o efeito esperado da flexão, as placas possuem resistência a carga mesmo pós-flambagem, possibilitando acréscimo de carga após a deflexão. Esse desempenho faz com que resistam ao colapso além da carga crítica de flambagem, mas à uma carga superior. Åkesson (2007), atribui esse comportamento à resposta da placa ao carregamento compressivo em forma de membrana cujo efeito estabiliza a flambagem através de uma faixa tensora transversal.

2.4 Método dos Elementos Finitos

Com os avanços na engenharia em áreas como comunicações, transporte, habitação, entre outros, tornou-se necessária a aplicação de técnicas que possibilitassem processos de modelagem, análise, projeto, prototipagem e simulação de sistemas. Existem métodos criados ao longo dos anos que suprem essa demanda e o Método de Elementos Finitos (MEF) é um deles.

Trata-se de uma técnica eficaz que garante a trabalhabilidade de produtos e sua relação custo-benefício (LIU; QUEK, 2003).

De acordo com Liu e Quek (2003), o MEF é utilizado quando se deseja determinar a distribuição de uma variável em um campo, como por exemplo o deslocamento numa análise de tensão. Esse método procura uma solução próxima da distribuição de variáveis no domínio, que analiticamente seria trabalhoso obter. Para isso, divide-se o domínio do problema em elementos formando o que é denominado malha, que podem variar geometricamente, como mostra a Figura 2.






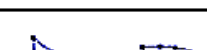




Dimensão	Grau	Formato do Elemento	Tipo de Elemento
1D (Linha)	Linear		Viga, Treliça
	Quadrático		Viga
	Cúbico		Viga
2D (Área)	Linear		Tensão plana, Deformação plana, Placa, Casca
	Quadrático		
	Cúbico		
3D (Volume)	Linear		
	Quadrático		

Figura 2 - Tipos de elementos de malha, suas classificações e aplicações (Adaptado de Ansys® *Fundamental FEA Concepts and Applications*).

As geometrias dos elementos variam sua aplicação de acordo com o tipo de método, geometria do sistema ou análise a ser feita, como é possível identificar na Figura 2, algumas geometrias são mais indicadas para determinadas análises.

Segundo Rao (1982), esses elementos são conectados entre si através de juntas também chamadas de nós ou pontos nodais. Assume-se uma variável dentro do campo analisado, como tensão por exemplo e, dentro do elemento finito é aproximada uma função simples. Essas funções de aproximação, geradas com base nos elementos, também são denominadas como

modelos de interpolação e são definidos por variáveis de campo nos nós. Definidas as equações para todo o contínuo as novas incógnitas serão determinadas através dos valores nodais da variável de campo. A resolução dessas incógnitas comumente está em forma de equações matriciais, a partir delas se determina os valores nodais da variável de campo, e uma vez conhecidos esses valores então obtêm-se a definição do modelo de interpolação em todo o conjunto de elementos.

Na prática, um problema de engenharia em mecânica dos sólidos, por exemplo de acordo com Liu, Quek (2003), pode apresentar geometria ou domínio muito complexo, assim como o limite e as condições de contorno podem ser fatores que dificultem ainda mais a resolução. Logo, seria inviável resolver a equação diferencial de maneira analítica, neste caso e em muitos outros aplica-se o método de discretização de domínio, comumente utilizado por ser prático e abrangente.

Existem, em diversas bibliografias, diferentes procedimentos de resoluções de problemas envolvendo modelagem computacional através do MEF. Szilard (2004) propõe, de forma geral, para a aplicação do MEF em mecânica dos sólidos ou mecânica estrutural, que as etapas sejam as seguintes:

- (i) Discretização da estrutura;
- (ii) Seleção de modelo de interpolação ou deslocamento;
- (iii) Formulação do elemento;
- (iv) Tratamento das condições de limite e cargas;
- (v) Montagem do sistema discretizado;
- (vi) Solução do sistema de equações resultante;
- (vii) Cálculo das tensões resultantes.

De acordo com Rao (1982), o procedimento em outras áreas apenas se difere quanto as terminologias uma vez que as etapas, em suma, permanecem as mesmas para quaisquer aplicações.

2.4.1 Análise de Placas pelo MEF

Uma estrutura de placa geralmente carrega apenas cargas transversais que resultam na flexão e deformação. Esquemáticamente, a placa pode ser representada através do plano médio xy , como é possível observar na Figura 3 e sua deformação é representada pela deflexão e pela rotação dos eixos normais do plano, assim independentes de z e função somente de x e y .

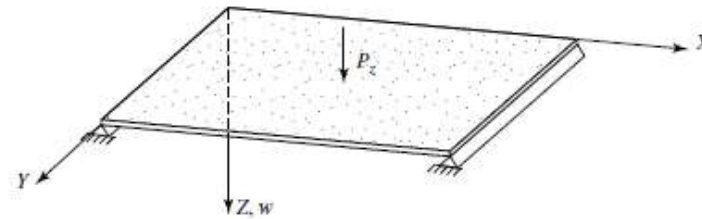


Figura 3 - Placa esquematicamente representada no plano médio (Slizard, 2004).

A análise de estruturas de placas, bem como dos seus elementos, é feita, geralmente, com base na deflexão e nas forças resultantes, sejam essas cisalhantes ou momentos fletores (LIU; QUEK, 2003). A partir das funções geradas por essas forças, na forma indeterminada para os nós, as condições de equilíbrio devem se aplicar a cada ponto nodal e dessa forma obtêm-se um sistema de equações algébricas cujo resultado determina a tensão e a deformação.

De acordo com Ventsel e Krauthammer (2001), o MEF pode ser considerado uma modificação do método de Ritz. Esses se diferenciam pela forma de representação do deslocamento uma vez que no método de Ritz estes deslocamentos estão distribuídos em todo o domínio da placa, o que resulta em um sistema de equações com estrutura completa. No MEF os deslocamentos estão atribuídos à cada elemento individualmente, logo, os sistemas de equações em forma de matriz obtida são preenchidos em partes, normalmente estruturados em faixas. Essa característica confere vantagem ao MEF em comparação ao método de Ritz e a outros.

2.4.2 Flambagem Elástica e Elasto-Plástica de Placas no ANSYS®

O ANSYS®, *software* comercial empregado neste trabalho, é amplamente utilizado na análise estrutural e em outros problemas de engenharia. Este se trata de um *software* FEA (*Finite Element Analysis*), propriamente, a aplicação do Método de Elementos Finitos para resolução de problemas.

De acordo com Helbig 2016, o ANSYS® utiliza a perspectiva Lagrangiana para os deslocamentos. Isso significa que a análise do material é realizada por pontos coordenados como função do tempo e as equações de equilíbrio são obtidas pelo princípio do trabalho virtual. A solução para este tipo de análise se dá, sequencialmente, pelos deslocamentos nodais, estes então são derivados, obtendo-se as deformações, tensões e outros eventuais dados que compõem a solução dos elementos analisados. Para resolução simultânea das equações, o ANSYS® utiliza o método de solução direta de equações esparsas (*Sparse Direct method*).

A obtenção da flambagem elasto-plástica da placa, através do software, começa a partir do primeiro modo de flambagem elástica da placa. Nesta análise, segundo ANSYS® *User's*

Manual, 2009, utilizam-se autovalores que preveem uma carga crítica de resistência à flambagem elástica da estrutura, essa metodologia corresponde à solução clássica de Euler. Os autovetores obtidos nessa análise são os modos de flambagem elástica da placa.

Na análise de flambagem elasto-plástica, faz-se uso da técnica do crescimento gradual de carregamento, a fim de determinar qual carga aplicada corresponde à instabilidade da estrutura. Esta análise não linear, conforme ANSYS® *User's Manual* (2009), possibilita inclusão de alguns recursos suplementares como grandes deslocamentos, imperfeições iniciais, fissuras, hiperelasticidade, superfícies de contato e plasticidade, sendo possível a análise estrutural pós flambagem.

2.5 Método Design Construtal

A palavra construtal (em inglês *constructal*) foi proposta por Adrian Bejan, em 1996, por se originar do verbo em latim *construere*, que significa construir. Dessa forma, representando a teoria construtiva e sua forma otimizada dos fluxos naturais e projetados. Segundo Bejan, Zane (2012), a Lei Construtal designa que sistemas de fluxo devem evoluir com o tempo, alcançando configurações melhor arranjadas de maneira a aditar o acesso das correntes de fluxo destes.

Bejan e Lorente (2008) descrevem o princípio da Lei Construtal em que:

“Para um sistema de fluxo de tamanho finito persistir no tempo (para viver), ele deve evoluir de forma a proporcionar um acesso cada vez maior às correntes que o atravessam.”

Esse princípio é aplicável em qualquer escala, à sistemas vivos ou não, ou seja, para qualquer sistema de fluxo. Por exemplo, observando a Figura 4 têm-se: (a) bacias de drenagem de rios, alvéolos pulmonares e seções transversais de duto redondo e canal aberto; (b) rachaduras por retração em sólidos, solidificação de um floco de neve e respingo em contraste com respingo quando uma gota de líquido atinge a parede; (c) fluxo laminar em contraste com turbulento e modos de mobilidade animal. O crescimento desses sistemas, e seus variados componentes, atuam mutuamente para a melhoria do fluxo (BEJAN; ZANE, 2012).

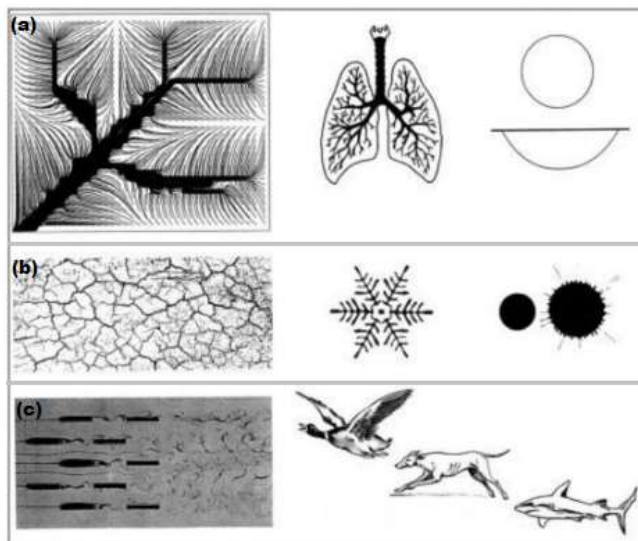


Figura 4 - Exemplos práticos da aplicação da Lei Construtal para sistemas vivos e não vivos (Adaptado de Bejan e Zane, 2012).

O Design Construtal faz parte da visualização dos mecanismos físicos para melhor compreensão de onde e de que maneira está vigente a Lei Construtal. De acordo com Bejan, Lorente (2008), a utilização do DC busca não somente melhores configurações de fluxo, para uma geometria por exemplo, mas estratégias que sejam mais rápidas, com menor custo e mais confiáveis.

2.5.1 Design Construtal na mecânica dos sólidos

Configurações de sistemas de fluxo não se apresentam isoladas. São limitadas e apoiadas através de estruturas sólidas que apresentam oposição e rigidez. O componente de suporte se modifica para compatibilizar com o fluxo da estrutura. Por exemplo, vigas de suporte que devem possuir resistência a mudanças bruscas de temperatura e paredes de tijolo para máximo isolamento térmico e rigidez (BEJAN; LORENTE, 2006).

Para estruturas mecânicas sólidas, e a análise das tensões presentes nestas Lorente, Lee, Bejan (2010) propõem a mesma análise feita aos fluxos de fluido e transferência de calor. A metodologia proposta é o modelamento de uma estrutura sólida de maneira que não haja estrangulamentos, resultando em estruturas mais fortes e eficientes.

Bejan e Lorente (2010) sugerem que na otimização de uma geometria para estruturas sólidas utilizando o Design Construtal, deve-se visualizar estruturas mecânicas da mesma em que se analisa sistemas de fluxo, como no parágrafo anterior. Neste caso, a distribuição da força máxima, cujo fluxo de distribuição é a análise de interesse, é obtida através da movimentação

do material da própria estrutura para localizações mais eficientes, ou de necessidade maior. Analogamente, pode-se comparar à uma estrutura de esqueleto de um animal por exemplo, o que acontece no fluxo natural transforma a distribuição óssea e seu design num todo no ideal para suportar de maneira mais uniforme possível as tensões.

Tratar forças e tensões como fluxo é bastante inusual, porém efetivo para obtenção da melhor distribuição de esforços em uma estrutura, conferindo alta densidade ao sistema de fluxo analisado, seja ele de fluido, calor ou tensões. Ou seja, maior resistência atribuída ao volume e/ou mais leveza quando aplicada uma carga fixa (LORENTE; LEE; BEJAN, 2010).

Determinados os parâmetros para seleção da configuração geométrica, é necessário um método que viabilize a definição da geometria ótima, objetivando o melhor desempenho de arranjo geométrico. Para obtenção da geometria ótima, tem-se como uma alternativa o método da Busca Exaustiva (DA SILVEIRA, 2020).

O método da Busca Exaustiva é considerado funcional e útil para processos de otimização, visto sua simples aplicação. Mesmo quando utilizado em situações com ausência de conhecimento, ainda assim apresenta bons resultados pela busca sistêmica, onde são analisadas soluções elaboradas sucessivamente até que se obtenha uma solução tolerável ou quando é atingido um número pré-estabelecido de tentativas. Por se tratar de um método pouco rebuscado, a Busca Exaustiva possibilita a pesquisa de qualquer função, seja de comportamento complexo, irregular ou descontínuo. Para sua aplicação não há suposições quanto a característica da função, é necessário apenas um intervalo a ser analisado (KHOURY e HARDER, 2016 apud DA SILVEIRA, 2020, p. 56).

3 METODOLOGIA

Nesta seção serão evidenciados os métodos e técnicas utilizadas objetivando analisar a flambagem elasto-plástica de placas finas de aço perfuradas. Para tal, determinam-se modelos computacionais, já que soluções analíticas para flambagem de placas finas com perfuração e carga biaxial se tornam excessivamente complexas. Por outro lado, os modelos computacionais possibilitam o estudo da flambagem elasto-plástica para placas, perfuradas ou não, de maneira rápida e eficaz.

3.1 Modelo Computacional

A resposta ou atuação de um sistema, submetido à determinadas condições, descende de características como o domínio do sistema ou geometria, material, do meio, condições de contorno iniciais e carregamentos. Na engenharia, especificamente, a geometria pode apresentar alta complexidade, assim como as condições iniciais e limites e do problema. Tendo em vista esse cenário, torna-se mais viável a aplicação de métodos numéricos para solução de problemas e o MEF é um dos mais populares devido à sua versatilidade e praticidade (LIU; QUEK, 2003).

3.2.1 Elemento de Casca SHELL281

Liu e Quek (2003), afirmam que elementos de casca tem por característica suportar cargas em todas as direções, conseqüentemente, estes sofrem esforços de flexão e torção, assim como deformações no plano. Estruturas como tanques cilíndricos e fuselagem de aeronaves são exemplos em que a modelagem por elementos de casca deve ser utilizada.

O elemento selecionado para a análise, será o elemento SHELL281 mostrado na Figura 5 que de acordo com ANSYS® *User's Manual* (2009), é consentâneo à análise de estruturas finas até moderadamente espessas.

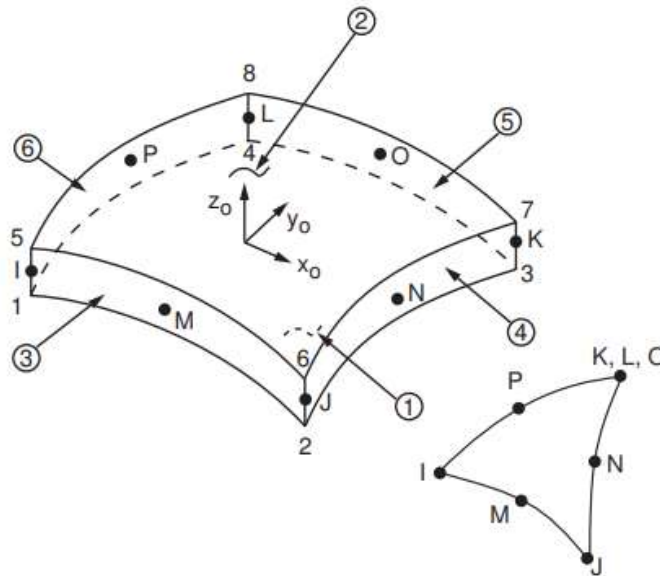


Figura 5 - Geometria elemento SHELL281 (Adaptado de ANSYS® *User's Manual*, 2009).

Esse elemento é caracterizado por possuir o total de oito nós com seis graus de liberdade cada, já que apresenta translação e rotação para os x , y e z . Além de ser um dos mais utilizados pelo *software*, pois apresenta bons resultados em análise de estruturas finas, como placas e cascas, à moderadamente espessas (ANSYS, 2009; DA SILVEIRA, 2020).

3.2.2 Flambagem Elástica

Quanto à deformação, o elemento também é adequado a grandes deformações sejam elas lineares ou não lineares. Como citado anteriormente, para flambagem elástica utiliza-se autovalores que preveem uma carga crítica. Levando em consideração que inicialmente essa carga não é conhecida, o menor autovalor obtido na solução das equações de equilíbrio para análise em elementos finitos exprime a carga crítica de flambagem e o autovetor associado o modo primário de flambagem (MADENCI; GUVEN, 2015).

O sistema de equações pode ser descrito, em forma matricial, da seguinte forma (MO-AVENI, 1999):

$$[K]\{u\} = \{F\} \quad (1)$$

Onde $[K]$ representa a matriz de rigidez, $\{u\}$ é o vetor de deslocamento e $\{F\}$ é o vetor de carga.

Em flambagem de placas, consideram-se tantos os termos lineares quanto os não-lineares. A matriz de rigidez $[K]$, neste caso, é escrita como soma de duas matrizes de rigidez, uma para pequenas deformações, $[K_E]$, e a geométrica $[K_G]$.

$$[K] = [K_E] + [K_G] \quad (2)$$

Numa condição inicial de carregamento, a matriz de rigidez geométrica $[K_G]$ é dependente do esforço normal compressivo $\{N_0\}$. Depois da condição inicial a carga atinge um novo nível e pode ser expressa como $\{N\} = \lambda\{N_0\}$, em que λ é um termo escalar. Assim, a matriz de rigidez passa a ser definida como:

$$[K] = [K_E] + \lambda[K_G] \quad (3)$$

Assim, reorganizando os termos e aplicando à Equação (1), tem-se:

$$[[K_E] + \lambda[K_G]]\{u\} = \lambda\{N_0\} \quad (4)$$

Deixando em evidência deslocamento total $\{u\}$:

$$\{u\} = [[K_E] + \lambda[K_G]]^{-1}\lambda\{N_0\} \quad (5)$$

Para placas em flambagem, o deslocamento cresce sem que necessariamente ocorra aumento da carga. Matematicamente, a matriz inversa da Equação (5) pode ser determinada como a matriz adjunta dividida pelo determinante dos coeficientes, então os deslocamentos $\{u\}$ tendem ao infinito quando (PRZEMIENIECKI, 2009):

$$\det[[K_E] + \lambda[K_G]] = 0 \quad (6)$$

Essa função determinante, segundo ANSYS® *User's Manual* (2009), uma vez resolvida fornece o menor autovalor, λ_1 , que equivale à carga crítica de flambagem, podendo ser expressa como:

$$\{N_{cr}\} = \lambda_1\{N_0\} \quad (7)$$

Essa carga obtida da eq. 7 é o valor a partir do qual se inicia a instabilidade da flambagem, em que o vetor de deslocamento $\{u\}$ define o modo.

3.2.3 Flambagem Elasto-Plástica

Visto que a flambagem de placas não acontece apenas no regime elástico, a obtenção da carga última de flambagem elasto-plástica, segundo Slizard (2004), é uma análise mais complexa, já que a relação tensão-deformação também é mais complexa para esse caso.

A análise de um comportamento não-linear requer que seja considerado um pequeno valor parcial de imperfeições. Isso é feito porque na pós-flambagem não é possível que se analise diretamente, por já existirem descontinuidades de respostas no ponto de equilíbrio neutro.

Em El-Sawy *et al.* (2004) foram gerados dados satisfatórios para análise com valores pequenos de imperfeições segundo a flambagem elasto-plástica, esses para a seguinte forma:

$$w_0 = \frac{b}{2000} \quad (8)$$

Onde w_0 é a imperfeição inicial e b a largura da placa.

Tendo isso, a carga última sobre a placa pode ser obtida pela relação $P_y = \sigma_y t$, em que σ_y é a tensão de escoamento do material estudado. Os incrementos são obtidos, individualmente, pelo método de Newton-Raphson e determinam o deslocamento correspondente à caracterização do equilíbrio da placa, através das equações (HELBIG, 2016).

De acordo com Lima *et al.* (2020) ao iniciar o incremento de um carregamento $i + 1$, existe um vetor de cargas em desequilíbrio $\{\psi\}$ que é igual ao incremento de carga $\{\Delta N\}$, equivalente à diferença do vetor de carregamentos externos $\{N\}_{i+1}$ e o vetor de forças internas não lineares $\{F_{NL}\}$ que é, também igual, ao vetor de carregamentos externos precedentes $\{N\}_i$, esse fenômeno é prescrito pelas Eqs. 9 a 12.

$$\{\psi\} = \{\Delta N\} = \{N\}_{i+1} - \{F_{NL}\} = \{N\}_{i+1} - \{N\}_i \quad (9)$$

$$\{\psi\}_{r+1} = \{N\}_{i+1} - \{F_{NL}\}_r \quad (10)$$

$$\{\psi\}_{r+1} = [K_t]_r \{\Delta U\}_{r+1} \quad (11)$$

$$\{U\}_{r+1} = \{U\}_r + \{\Delta U\}_{r+1} \quad (12)$$

Onde $\{\psi\}$ corresponde ao vetor de cargas em desequilíbrio, $\{\Delta N\}$ o incremento de carga entre o carregamento $\{N\}_{i+1}$ e o vetor de forças internas não lineares $\{F_{NL}\}$. O termo $\{N\}_i$ é o vetor de carregamento interno precedente, $\{\psi\}_{r+1}$ é o vetor de cargas em desequilíbrio atualizado e $[K_t]_r$ é a matriz de rigidez tangente obtida pelo vetor de deslocamento $\{U\}_r$, onde $\{U\}_{r+1}$ é seu incremento, e $\{\Delta U\}_{r+1}$ o vetor de incremento de deslocamento atualizado, necessários para atingir a configuração de equilíbrio.

Se em determinada etapa de carga, não for possível atingir a convergência, ou seja, um incremento de deslocamento não possa ser obtido de modo que o vetor de forças em

desequilíbrio $\{\psi\}$ se anule, significa que a carga última da estrutura foi alcançada. Isso ocorre porque não importa a o quão grande sejam os deslocamentos e deformações, as tensões e forças internas condizentes não terão a magnitude necessária para equilibrar o esforço externo. Esse comportamento demonstra que o material atingiu seu limite de resistência (HELBIG, 2016).

3.2.4 Verificação do Modelo para Flambagem Elasto-Plástica Biaxial

O modelo foi verificado para a análise da flambagem elasto-plástica biaxial de uma placa quadrada simplesmente apoiada, com base no estudo e parâmetros analíticos de Shangmugam et al. (1999). A placa analisada possui dimensões $a = b = 125$ mm, $t = 6,25$ mm e furo circular centralizado de 25 mm de diâmetro. Adotou-se material cuja tensão de escoamento é de $\sigma_y = 355$ MPa. Segundo a solução analítica do autor, obteve-se $\sigma_u = 282,348$ MPa, em contrapartida, através da utilização do modelo proposto com o elemento SHELL281, $\sigma_u = 301,744$ MPa, totalizando uma diferença de 6,87% entre resultados.

3.2.5 Validação do Modelo para Flambagem Elasto-Plástica Biaxial

A validação do modelo foi feita através de uma placa quadrada simplesmente apoiada com furo circular centralizado sujeita a flambagem elasto-plástica biaxial. Utilizou-se como referencial comparativo o estudo experimental de Narayanan e Chow (1984). As dimensões da placa foram de $a = b = 125$ mm, $t = 1,625$ mm e furo de 25 mm de diâmetro. Quanto ao material, foi determinada tensão de escoamento de $\sigma_y = 323,3$ MPa. O resultado experimental obtido é de $\sigma_u = 73,8$ MPa enquanto para o modelo proposto com o elemento SHELL281 foi obtido $\sigma_u = 80,8246$ MPa, totalizando um erro de 9,52% entre resultados.

3.2 Teste de Convergência de Malha

Para a solução de problemas de flambagem de placas utilizando o MEF faz-se necessária a determinação prévia de um tamanho de malha padrão para estudo. De acordo com Da Silveira (2020), pelo teste de convergência de malha analisa-se a resposta obtida com o refinamento, logo, proporcionando um número de elementos de acurácia satisfatória com menor esforço computacional.

O teste foi realizado para placas retangulares, com furos circular centralizado de diâmetro igual a 500 mm. A placa possui dimensões $a = 2000$ mm, $b = 1000$ mm e $t = 12$ mm. A malha, de elementos quadriculares de tamanhos iguais, foi gerada ao longo de toda a placa. A

Tabela 1 apresenta os valores obtidos para a tensão última correspondente para cada tamanho de elemento.

Tabela 1 - Tabela de convergência de malha.

Elemento (mm)	σ_u	Diferença (%)
100	35,5	0
50	35,5	0
40	35,5	0
30	35,5	2,5641
25	34,6125	0
15	34,6125	0

Fonte: Autor (2020).

A partir desses dados apresentados, pode-se inferir que os tamanhos de elementos de malha de 100 mm a 30 mm possuem estabilidade nos resultados de tensão última, logo, é cabível adoção de tamanho elemento de malha que esteja nesse intervalo. Considerando acurácia de refinamento e tempo de processamento aceitáveis, adotou-se tamanho de malha de 50 mm para problema de estudo.

3.4 Design Construtal Aplicado à Flambagem de Placas

O método do Design Construtal é fundamentado em restrições com um ou mais graus de liberdade, sendo essas pautadas em objetivos (DA SILVEIRA, 2020). Neste trabalho, serão considerados dois graus de liberdade, a razão b/a da placa e a relação b_0/a_0 da perfuração oblonga, nas Figuras 6 e 7.

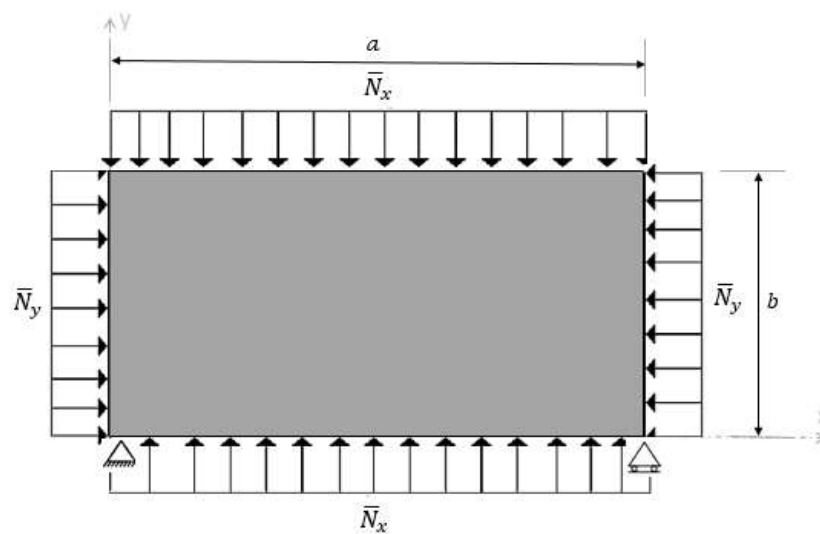


Figura 6 - Placa sem perfurações e simplesmente apoiada nas arestas, submetida à compressão biaxial (Autor, 2021).

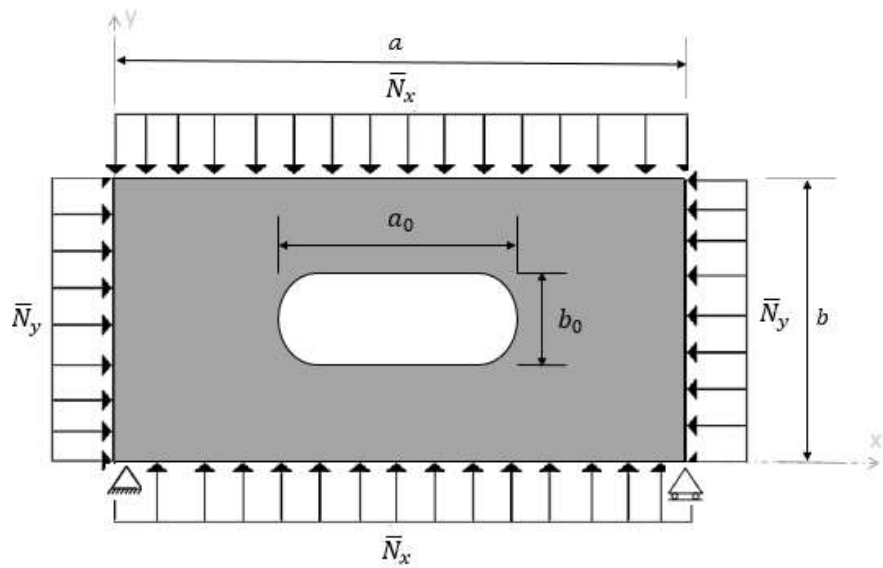


Figura 7 - Placa com furo oblongo longitudinal centrado (Autor, 2021).

Outra restrição do método Design Construtal se dará através da porção volumétrica da placa em relação ao furo, que é mantida constante, havendo alteração apenas na geometria do furo a partir da variação do grau de liberdade b_0/a_0 . A variação do volume das perfurações é embasada na fração volumétrica (ϕ) que é dada pela relação entre volume do furo (V_0) e o volume total da placa não perfurada (V). Para uma placa retangular (ou quadrada), com perfuração oblonga longitudinal (Figura 7) a fração volumétrica tem a seguinte forma:

$$\phi = \frac{V_0}{V} = \frac{(a_0 - b_0)b_0 + \frac{\pi}{4}b_0^2}{ba} \quad (13)$$

Onde, ϕ é a fração volumétrica, a é o comprimento da placa, b é a largura da placa, a_0 é o comprimento do furo e b_0 é a largura do furo.

Para aplicação do método, mantêm-se constante o valor da fração volumétrica e a razão b/a e variando apenas o grau de liberdade b_0/a_0 . Essa variação, para a_0 , são valores inteiros pré-determinados e para b_0 são valores que satisfaçam a condição de igualdade imposta pela fração volumétrica (ϕ).

Neste estudo serão avaliadas a distribuições das tensões de von Mises ao longo da placa imposta a flambagem biaxial. Afim da obtenção das geometrias ótimas de melhor comportamento mecânico, utilizou-se o método DC, pelo qual é possível realizar a análise da distribuição de tensões, por meio da ótima distribuição das imperfeições, também entendidas

como concentrações máximas de tensões, para cada fração volumétrica (ϕ). Esse método define sua busca com base nos graus de liberdade que conjuntamente aplicado ao método da BE determinam a otimização geométrica, com base no comportamento da tensão última (σ_u) obtida para cada placa em estudo.

3.4.1 Normalização da Tensão Última e Deslocamento Máximo

A partir de uma referência, normaliza-se as tensões para obtenção de dados padronizados. Essa referência será obtida pela tensão última (σ_{ur}) de uma placa retangular sem perfuração e a partir deste dado serão feitas análises da flambagem elasto-plástica das placas com furo oblongo longitudinal. Para a análise, utiliza-se o fator de normalização *NUS* do termo em inglês *Normalized Ultimate Stress*, e este é obtido pela razão entre a tensão última da placa com furo e da placa de referência sem furo, e se apresenta na forma (DA SILVEIRA, 2021):

$$NUS = \frac{\sigma_u}{\sigma_{ur}} = \frac{\bar{N}_u/t}{\bar{N}_{ur}/t} = \frac{\bar{N}_u}{\bar{N}_{ur}} \quad (14)$$

Onde, σ_u é a tensão última da placa perfurada em análise, σ_{ur} a tensão última da placa de referência, \bar{N}_u a carga última da placa perfurada, \bar{N}_{ur} a carga última da placa de referência e t a espessura da placa.

Ainda segundo o mesmo autor, para casos em que o valor máximo de *NUS* se repete, utiliza-se em conjunção outro fator normalizado, este referente à deflexão máxima, o *NMD* do termo em inglês *Normalized Maximum Deflection*, que traduzido significa Máxima Deflexão Normalizada. A partir desse fator avalia-se geometrias que apresentam o menor valor *NMD*, em outras palavras, qual geometria sofreu menor deflexão ao alcançar a tensão última de flambagem elasto-plástica. Como o fator *NUS*, o *NMD* é obtido a partir da razão em relação a um referencial e é dado pela seguinte relação:

$$NMD = \frac{U_z}{U_{zr}} \quad (14)$$

Onde, U_z é a máxima deflexão da placa perfurada e U_{zr} a máxima deflexão da placa de referência sem perfuração.

3.5 Problema Estudado

O material selecionado, foi o aço AH36 que, além de isotrópico, possui comportamento elasto-plástico perfeito. Esse aço também chamado aço naval, segundo Bebon (2011), possui módulo de elasticidade (módulo de Young) $E = 210$ GPa, coeficiente de Poisson de $\nu = 0,3$ e tensão de escoamento $\sigma_y = 355$ MPa.

A placa é submetida a condição de apoio simples, nas quatro bordas, a fim da restrição de movimento ao longo do eixo z e pontos de fixação nos eixos x e y para restringir a movimentação nesses sentidos. Quanto às dimensões, mostradas na Figura 7, a placa retangular possui $a = 2000$ mm, $b = 1000$ mm e $t = 12$ mm, logo atende a relação $b/a = 0,5$. O furo oblongo longitudinal é centralizado e atende às seguintes frações volumétricas $\phi = 0,10; 0,15; 0,20$. Será considerada a imperfeição inicial de flambagem proposta por El-Sawy et al. (2004) segundo a Equação (8).

4 RESULTADOS

Nesta seção serão expostos os resultados obtidos e as análises para as simulações das placas mencionadas na seção anterior.

4.1 Placa de Fração Volumétrica $\phi = 0,10$

Foram realizadas simulações numéricas para placa retangular com $\phi = 0,10$ e $b/a = 0,5$ fixos, mantendo-se a geometria do furo segundo a Figura 7, variando apenas a relação b_0/a_0 . Foram obtidos quinze parâmetros de análise e simulados, estes podem ser observados pela Tabela 2.

Tabela 2- Tensão última normalizada e máxima deflexão normalizada para relações b_0/a_0 , na fração volumétrica $\phi = 0,10$ (Autor, 2021).

$\phi = 0,10$		
b_0/a_0	<i>NUS</i>	<i>NMD</i>
0,230051	0,743	1,156
0,271234	0,741	1,116
0,315138	0,728	1,038
0,361579	0,728	1,052
0,410366	0,728	1,063
0,461307	0,728	1,080
0,514210	0,728	1,097
0,568881	0,728	1,118
0,625130	0,728	1,143
0,682768	0,728	1,178
0,741613	0,719	1,151
0,801485	0,720	1,198
0,862214	0,684	1,007
0,923633	0,684	1,026
0,985585	0,684	1,048

A partir dos valores da tensão última normalizada (*NUS*) para cada geometria, obtiveram-se os resultados da Figura 8. Para a normalização da tensão foi utilizado $\sigma_{ur} = 50,59$ MPa como valor de referência para a placa sem perfuração. Nos casos de geometrias em que o

máximo fator NUS se repete, se aplica o fator NMD com referência à deflexão máxima da placa não perfurada $U_{zr} = 42,3422$ mm.

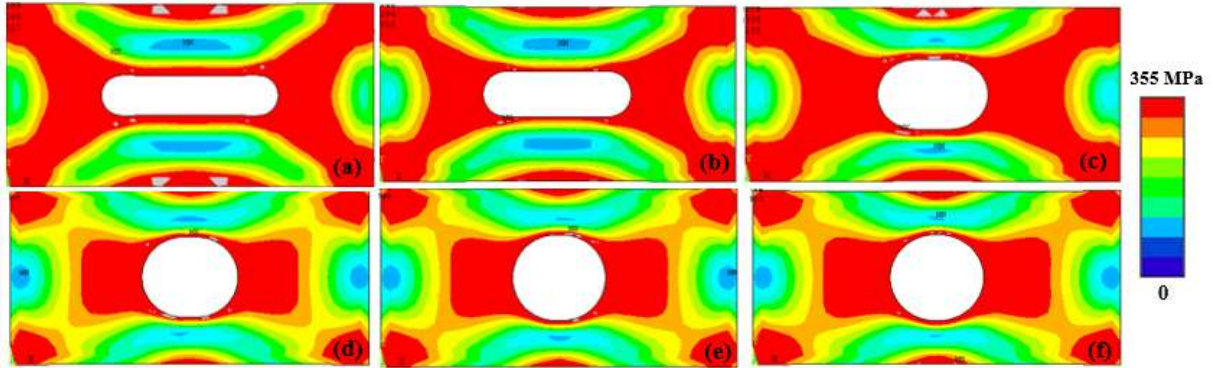


Figura 8 – Distribuição das tensões de von Mises para placas com $\phi = 0,10$, em que (a) $b_0/a_0 = 0,2300$; (b) $b_0/a_0 = 0,4103$; (c) $b_0/a_0 = 0,6827$; (d) $b_0/a_0 = 0,8622$; (e) $b_0/a_0 = 0,9236$ e (f) $b_0/a_0 = 0,9855$ (Autor, 2021).

Analisando os resultados obtidos pela Figura 8 é possível observar como estão dispostas as tensões de von Mises para cada geometria do furo de acordo com a variação de b_0/a_0 . Na Figura 8 (a) apresenta-se como geometria de máximo desempenho onde $b_0/a_0 = 0,2300$ cujo fator $NUS = 0,743$. Esta geometria com distribuição ótima de tensões, se contraposta às demais, apresenta maior área de cor vermelha, o que denota seu melhor desempenho pela distribuição das máximas tensões em uma área maior, ou ainda, melhor distribuição das imperfeições na área da placa.

Além disso, contraposta às demais, apresenta maior alongamento da perfuração na direção X e em área de cor vermelha, o que denota seu melhor desempenho pela distribuição das máximas tensões em uma área maior, ou ainda, melhor distribuição das imperfeições na área da placa.

Ao se comparar a geometria ótima, com a pior geometria (Figura 8 (f)) para essa fração volumétrica $\phi = 0,10$, observa-se notável diferença entre a quantidade de áreas vermelhas, sendo estas presentes em maior quantidade na placa de geometria ótima, e na pior com $NUS = 0,684$, existem menores áreas de cor vermelha em sua distribuição. Através da Figura 9 pode-se obter as relações do fator NUS para todas as razões de aspecto b_0/a_0 para $\phi = 0,10$.

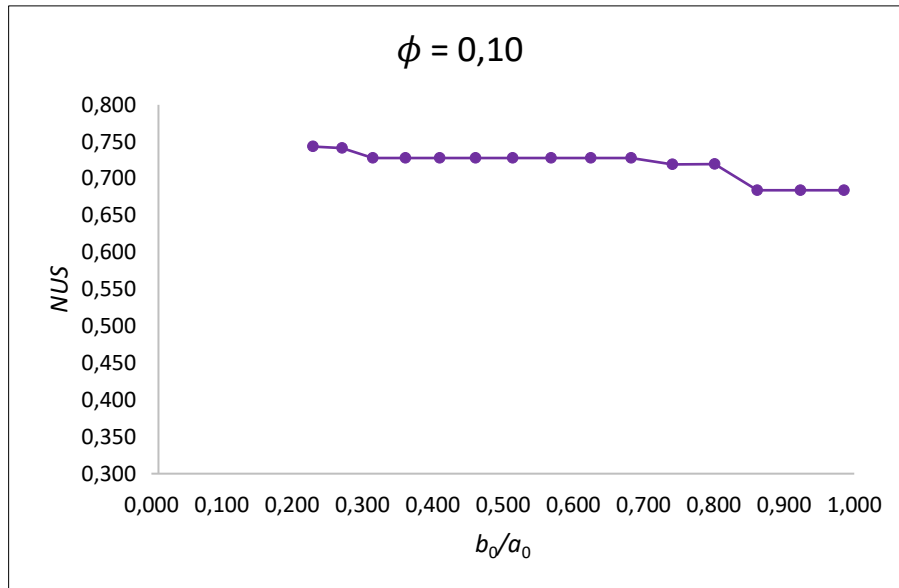


Figura 9 - Curva de tensão última normalizada para as placas de fração volumétrica $\phi = 0,10$ (Autor, 2021).

Através da Figura 9 vê-se notável distinção do $NUS = 0,743$ para geometria ótima, no primeiro ponto da curva. Vale pontuar também, que o pior comportamento se repetiu para as últimas três simulações como pode ser aferido pela Figura 9, também representada pela Figura 8 (f) aquela de pior performance com base no maior fator $NMD = 1,0483$, ou seja, a placa que apresentou maior deflexão ao alcançar a tensão última de flambagem elasto-plástica dentre as de mesmo fator NUS .

4.2 Placa de Fração Volumétrica $\phi = 0,15$

Para a fração volumétrica $\phi = 0,15$ foram realizados os mesmos procedimentos da fração citada anteriormente. Neste caso, foram obtidos quatorze parâmetros de b_0/a_0 para análise, estes valores podem ser observados segundo a Tabela 3, assim como os dados de tensão última e deflexão máxima obtidos através da simulação.

Tabela 3 - Tensão última e deflexão máxima para relações b_0/a_0 , na fração volumétrica $\phi = 0,15$ (Autor, 2021).

$\phi = 0,15$		
b_0/a_0	<i>NUS</i>	<i>NMD</i>
0,355899	0,654	1,086
0,395344	0,649	1,091
0,436264	0,649	1,141
0,478554	0,640	1,112
0,522109	0,632	1,100
0,566825	0,623	1,086
0,612597	0,623	1,126
0,659322	0,624	1,190
0,706901	0,588	0,980
0,755234	0,588	1,004
0,804225	0,579	0,974
0,853783	0,579	0,999
0,903815	0,561	0,911
0,954236	0,561	0,927

Os fatores normalizados foram obtidos a partir dos mesmos valores de referência da placa sem furo anteriormente mencionada, $\sigma_{ur} = 50,59$ MPa para o fator *NUS* e $U_{zr} = 42,3422$ mm para o fator *NMD*. A partir disto, assim como na fração volumétrica anterior, foram obtidos os valores da tensão última normalizada (*NUS*) para cada geometria, obtendo assim os resultados da Figura 10.

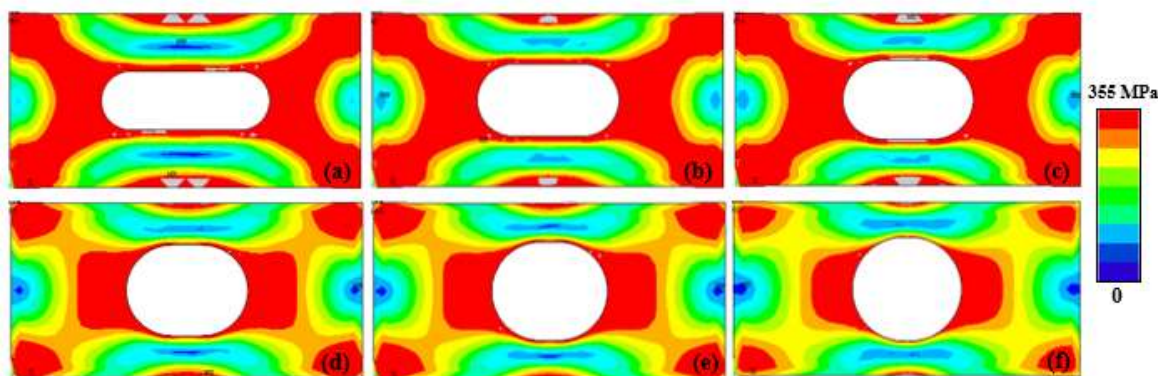


Figura 10 – Distribuição das tensões de von Mises para placas com $\phi = 0,15$, em que (a) $b_0/a_0 = 0,3558$; (b) $b_0/a_0 = 0,5221$; (c) $b_0/a_0 = 0,6125$; (d) $b_0/a_0 = 0,7552$; (e) $b_0/a_0 = 0,8537$ e (f) $b_0/a_0 = 0,9542$ (Autor, 2021).

Tendo em vista os resultados obtidos pela Figura 10, observa-se o comportamento sobre as placas em deflexão e como estas variam de acordo com a geometria do furo através das tensões de von Mises. Nota-se, de forma bastante significativa, que a Figura 10 (a) apresenta área de máximas tensões (cor vermelha) consideravelmente maior do que a Figura 10 (f), por exemplo.

Graficamente, levando em consideração a magnitude da área de cor vermelha da Figura 10 (a), esta configuração vai ao encontro da distribuição ótima das imperfeições, e de fato, esta placa apresenta geometria ótima com $NUS = 0,654$ para $b_0/a_0 = 0,3558$. A pior geometria com $NUS = 0,561$ (Figura 10 (f)), para $\phi = 0,15$, também corresponde à análise visual, já que esta apresenta área de cor vermelha muito menor se contraposta as demais, demonstrando que as máximas tensões (imperfeições do sistema) não puderam ser bem distribuídas.

A partir da Figura 10 pode-se obter as relações do fator NUS para todas as razões de aspecto b_0/a_0 para $\phi = 0,15$, nota-se semelhança entre a curva da fração volumétrica anteriormente apresentada visto que ambas decrescem drasticamente a partir de determinado ponto.

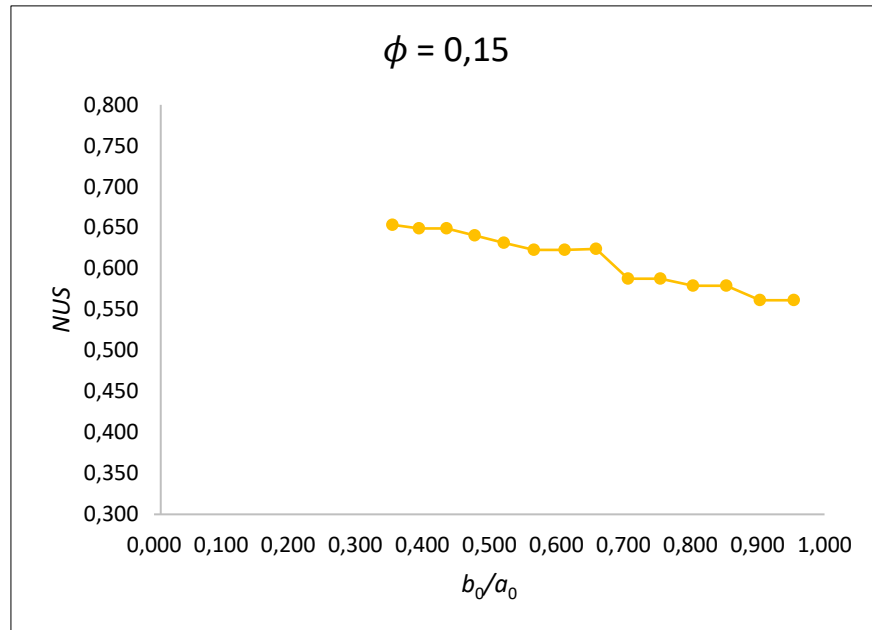


Figura 11 - Curva de tensão última normalizada para as placas de fração volumétrica $\phi = 0,15$ (Autor, 2021).

Neste parâmetro, foi obtida apenas uma geometria ótima baseada no fator *NUS*, já para a pior, o fator apresentou repetição para as duas últimas simulações que podem ser notadas pela Figura 11, sendo $b_0/a_0 = 0,9542$ aquela que sofreu maior deflexão máxima à flambagem elasto-plástica entre as duas com $NMD = 0,927$.

4.3 Placa de Fração Volumétrica $\phi = 0,20$

A metodologia também foi aplicada para a fração volumétrica $\phi = 0,20$. Neste caso, foram obtidos treze parâmetros de b_0/a_0 para análise, cujos valores resultantes da simulação (tensão última e deflexão máxima) estão evidenciados segundo a Tabela 4, a seguir.

Tabela 4 - Tensão última e deflexão máxima para relações b_0/a_0 , na fração volumétrica $\phi = 0,20$ (Autor, 2021).

$\phi = 0,20$		
b_0/a_0	<i>NUS</i>	<i>NMD</i>
0,475062	0,544	1,010
0,512626	0,526	0,959
0,551078	0,526	0,991
0,590348	0,526	1,026
0,630371	0,526	1,070
0,671080	0,526	1,145
0,712410	0,518	1,105
0,754297	0,491	0,911
0,796680	0,491	0,934
0,839498	0,491	0,963
0,882691	0,491	1,001
0,926203	0,421	0,485
0,969977	0,421	0,465

A normalização foi obtida a partir dos mesmos valores de referência da placa sem furo anteriormente mencionada, $\sigma_{ur} = 50,59$ MPa para o fator *NUS* e $U_{zr} = 42,3422$ mm para o fator *NMD*. Como padrão, igualmente às outras frações volumétricas, foram obtidos os valores da tensão última normalizada (*NUS*) para cada geometria, obtendo assim os resultados da Figura 12.

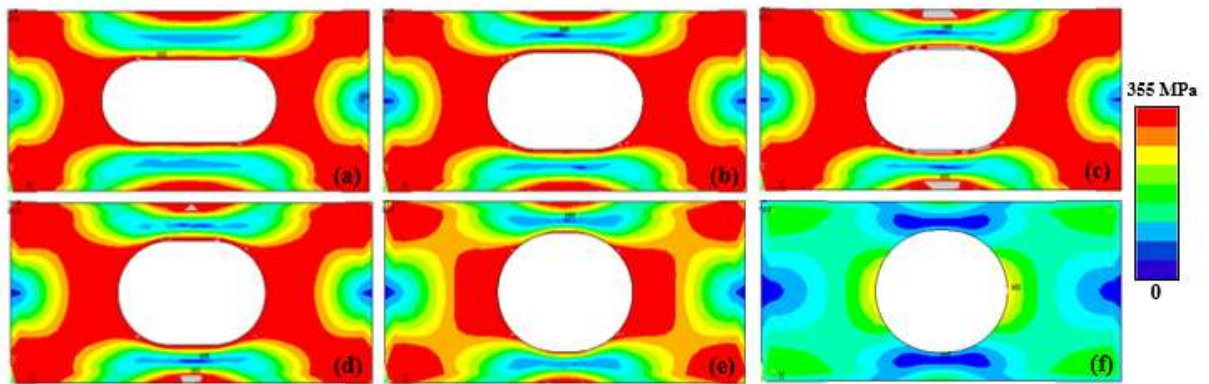


Figura 12 - Distribuição das tensões de von Mises para placas com $\phi = 0,20$, em que (a) $b_0/a_0 = 0,4750$; (b) $b_0/a_0 = 0,6303$; (c) $b_0/a_0 = 0,6710$; (d) $b_0/a_0 = 0,7124$; (e) $b_0/a_0 = 0,8827$ e (f) $b_0/a_0 = 0,9262$ (Autor, 2021).

Através da Figura 12 é possível observar as diferentes distribuições das tensões de von Mises para cada geometria de fração volumétrica $\phi = 0,20$. A Figura 12 apresenta uma geometria com máximo desempenho, na Figura 12 (a), onde $b_0/a_0 = 0,4750$ cujo $NUS = 0,544$. Assim como nas análises anteriores, nota-se que a geometria ótima apresenta maior distribuição de máximas tensões, áreas de cor vermelha, melhores distribuídas pela área da placa.

A partir da Figura 13 pode-se observar a variação do fator NUS para todas as razões de aspecto b_0/a_0 para $\phi = 0,20$, nota-se que, diferente das demais, para essa fração volumétrica a curva possui decréscimo, ou queda, mais suave que as demais.

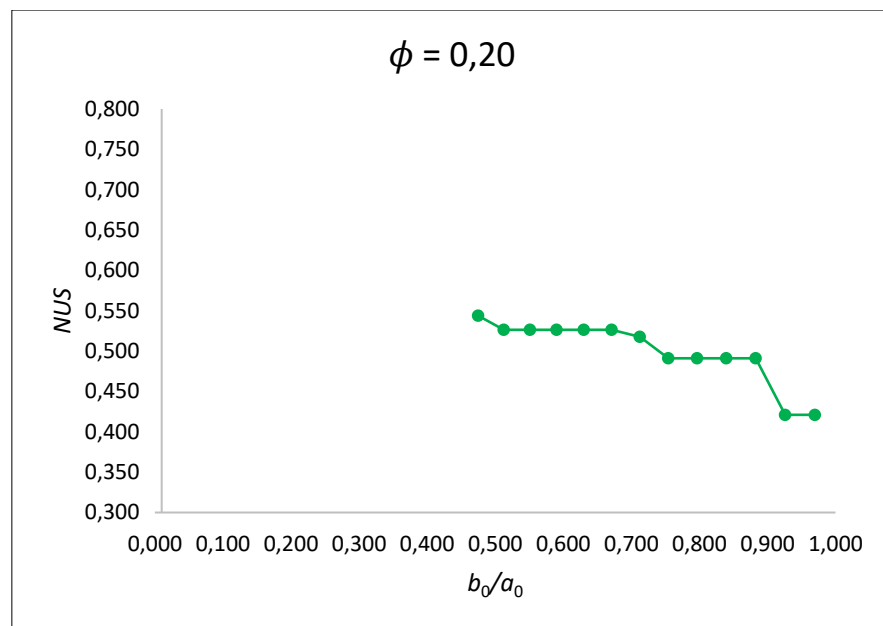


Figura 13 - Curva de tensão última normalizada para as placas de fração volumétrica $\phi = 0,20$ (Autor, 2021).

Neste caso, nota-se que na pior geometria (Figura 12 (f)) $b_0/a_0 = 0,9262$ com $NUS = 0,421$, a área de máxima tensão, na cor vermelha, é praticamente inexistente, existe maior predominância de áreas azuis e verdes, que configuram tensões mais baixas. Assim como na fração apresentada anteriormente, o pior caso se repetiu quanto ao fator NUS como pode ser observado pela Figura 13, sendo $b_0/a_0 = 0,9262$ o apresentado na Figura 12 (f) a de maior deflexão máxima à flambagem elasto-plástica para $NMD = 0,485$.

4.4 Comparação entre as Diferentes Frações Volumétricas

Tendo em vista as otimizações da geometria da perfuração baseadas na razão de aspecto b_0/a_0 e nas frações volumétricas apresentadas anteriormente, foram obtidas e definidas as

geometrias ótimas. Visando a otimização da geometria ótima, serão discutidos a partir daqui os resultados obtidos para cada fração volumétrica, considerando a relação de variação entre os valores do fator NUS e o aspecto de razão b_0/a_0 , conforme a Figura 11.

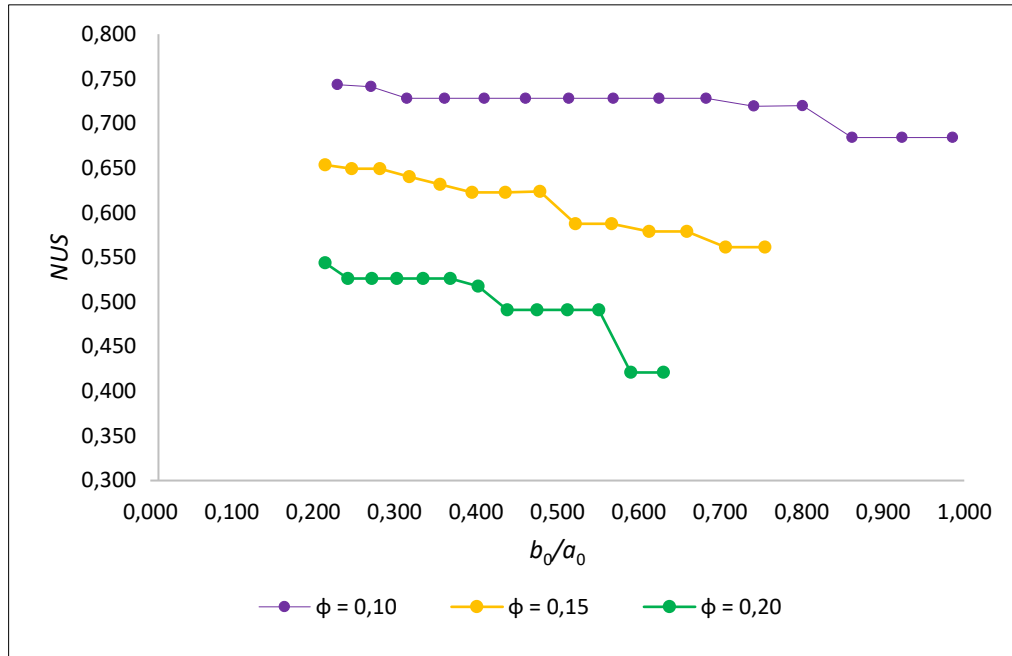


Figura 14 – Curvas de tensão última normalizada para as placas de fração volumétrica $\phi = 0,10$; $\phi = 0,15$ e $\phi = 0,20$.

A partir da análise gráfica da Figura 11, constata-se que com o aditamento da fração volumétrica existe uma queda, ou uma piora, no desempenho mecânico da placa. Ainda, pode-se afirmar que, de forma geral, as geometrias ótimas tem em comum a presença de maior alongamento do eixo da perfuração oblonga na direção X. Analisando as curvas, os melhores comportamentos mecânicos das geometrias ótimas obtidos são as perfurações com razão de aspecto $b_0/a_0 \leq 0,5$.

Analisando primeiramente a fração $\phi = 0,10$ a geometria de melhor desempenho mecânico $NUS = 0,743$ ($b_0/a_0 = 0,2300$) representou, conseqüentemente, a menor redução de 25,65% do desempenho mecânico comparada à placa de referência sem perfuração. Ademais, a geometria ótima de razão $b_0/a_0 = 0,2300$, para esta fração, significou melhoria de 8,62% contraposta ao pior comportamento mecânico $NUS = 0,684$ ($b_0/a_0 = 0,9855$).

Ao realizar a mesma análise acima para $\phi = 0,15$, têm-se que para a geometria ótima desta fração volumétrica com $NUS = 0,654$ ($b_0/a_0 = 0,3558$) houve redução de 34,6% do comportamento mecânico. Tendo definida essa ótima geometria, comparada ao pior comportamento

$NUS = 0,561$ ($b_0/a_0 = 0,9542$) dentro das condições estabelecidas, houve melhoria de 16,6% apenas com variação dos parâmetros de geometria do furo.

Por fim, ainda dentro dos mesmos aspectos de análise anterior, para $\phi = 0,20$ a geometria que levou à melhor distribuição das imperfeições com $NUS = 0,544$ ($b_0/a_0 = 0,4750$) significou redução de 45,6% do desempenho mecânico da placa comparada ao da placa de referência. Enquanto, comparada ao desempenho mínimo com $NUS = 0,421$ ($b_0/a_0 = 0,9262$) obteve-se melhoria de 29,21%.

Para as frações volumétricas $\phi = 0,10$; $0,15$ e $0,20$ analisadas conjuntamente, as geometrias ótimas, como visto, estão para $b_0/a_0 = 0,2300$ com $NUS = 0,743$; $b_0/a_0 = 0,3558$ com $NUS = 0,654$ e $b_0/a_0 = 0,4750$ com $NUS = 0,544$, respectivamente. A geometria duas vezes otimizada, conseqüentemente, é dada por $NUS_{2o} = 0,743$ ($b_0/a_0 = 0,2300$; $\phi = 0,10$), este valor obtido representa redução de 25,65% do comportamento mecânico se comparado à placa de referência sem perfuração. Quando comparado ao pior comportamento mecânico $NUS = 0,421$ ($b_0/a_0 = 0,9262$; $\phi = 0,20$), o NUS duas vezes máximo, para a fração volumétrica ótima $\phi_o = 0,10$; pode apresentar uma melhoria de até 76,5% com variação dos parâmetros de geometria do furo e da fração volumétrica da placa.

5 CONCLUSÕES

Tendo ciência da aplicabilidade das placas finas perfuradas, principalmente para o contexto da engenharia, tratar da resistência mecânica através da flambagem elasto-plástica possibilita melhoria no uso dessas estruturas, visto que seu comportamento após a flambagem elástica viabiliza aumento da carga. Neste estudo feito através da simulação numérica pelo MEF, conjunto aos métodos DC e BE, objetivou-se a obtenção de geometrias ótimas que resultassem no melhor comportamento mecânico das placas finas de aço naval AH36 com perfuração oblonga longitudinal, sujeitas à flambagem elasto-plástica, decorrente de carregamento compressivo biaxial.

Ao analisar a fração volumétrica de $\phi = 0,10$ constatou-se que a geometria ótima compreende razão de aspecto $b_0/a_0 = 0,2300$ com melhor fator $NUS = 0,743$ entre todas frações volumétricas. Para esta fração, entretanto, foi obtida menor margem de melhoria, de até 8,62%, através da modificação do parâmetro b_0/a_0 .

A respeito das placas de fração volumétrica em que $\phi = 0,15$ a geometria cujo comportamento apresentou ótima distribuição das imperfeições, conforme prevê os princípios da Lei Construtal, apresenta razão de aspecto $b_0/a_0 = 0,3558$ que resultou em $NUS = 0,654$, com melhoria de até 16,58% com modificação da geometria do furo.

Já a fração volumétrica de $\phi = 0,20$ apresentou os valores mais baixos de desempenho mecânico, tendo como melhor comportamento a geometria cujo $b_0/a_0 = 0,4750$ com $NUS = 0,544$. Por outro lado, foram as placas com maior possibilidade de melhoria em 29,21% pela variação de b_0/a_0 .

Pode-se afirmar que, como esperado, as placas apresentaram redução de sua resistência mecânica decorrente da presença das perfurações, o que justifica a queda do valor de NUS comparado à placa sem furo utilizada como referência, assim como o aumento do furo manipulado pelo aumento da fração de material retirado (maior fração volumétrica) também contribui para a redução deste fator.

Além disso, também foi observado que existe a tendência entre as geometrias que conduzem à melhor performance em serem alongadas na direção X , o que atesta o fluxo de melhor distribuição das imperfeições, tendo em vista que pela relação $b/a = 0,5$ da placa retangular, esta apresenta maior alongamento na direção X , portanto maior área para distribuição. Foi obtida melhoria de até 76,48% com variação dos parâmetros de geometria do furo e da fração volumétrica da placa.

5.1 Propostas de Trabalhos Futuros

Como propostas de trabalhos futuros de pesquisas dentro do tema abordado, sugere-se:

- Análise de diferentes razões de aspectos para a placa, a fim de que seja estudado o comportamento da distribuição das tensões advindas da flambagem biaxial em X e Y ;
- Averiguação de qual razão de aspecto das placas resulta na mudança de comportamento na distribuição de tensões;
- Análise de outras geometrias da perfuração, ou ainda, a mesma apresentada neste, entretanto disposta na forma vertical ou com variações em ângulo;
- Análise para diferentes carregamentos distribuídos, para valores diversos, para a relação das dimensões a e b da placa;
- Análise da influência da variação geométrica da perfuração para a vida útil das placas sujeitas à carregamentos cíclicos;
- Estudo do comportamento de placas perfuradas de materiais diferentes, como compósito, por exemplo, sujeitas à flambagem elasto-plástica biaxial.

REFERÊNCIAS

- ÅKESSON, B. **Plate Buckling in Bridges and Other Structures**. London, UK: Taylor & Francis, 2007. ISBN 978-0-415-43195-8.
- ANSYS. **User's Manual: Analysis Systems**. ANSYS Inc., 2009.
- ANSYS MECHANICAL APDL. **Version 15.0 –User's Guide**, ANSYS Inc. 2015.
- BEBON, Henan. **AH36 Shipbuilding steel plate**. Manufacturer's catalogue of materials, 2011.
- BEJAN, A.; LORENTE, S. **Design with Constructal Theory**. Int. J. Engng, Britain, v. 22, p. 140-147, 2006. Disponível em: <https://www.ijee.ie/articles/Vol22-1/IJEE1726.pdf>. Acesso em: 24 jun. 2020.
- BEJAN, A.; LORENTE, S. **Design with constructal theory**. New Jersey: John Wiley Sons, 2008.
- BEJAN, A.; LORENTE, S. **The constructal law of design and evolution in nature**. Philos Trans R Soc Lond B Biol Sci., [s. l.], p. 1335–1347, 2010. Disponível em: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC2871904/>. Acesso em: 24 jun. 2020.
- BEJAN, A.; LORENTE, S. **The constructal law and the evolution of design in nature**. Physics of life reviews, [s. l.], p. 209-240, 2011. Disponível em: https://www.academia.edu/15482630/The_constructal_law_and_the_evolution_of_design_in_nature. Acesso em: 24 jun. 2020.
- BEJAN, A.; ZANE, J.P. **Design in Nature: How the Constructal Law Governs Evolution in Biology, Physics, Technology, and Social Organization**. 1. ed. [S. l.: s. n.], 2012. 309 p. ISBN 9780385534628. *E-book* (309p.).
- BIRMAN, V. **Structural Mechanics: Plates and Shells**. In: ENCYCLOPEDIA of Aerospace Engineering. St. Louis, MO, USA: John Wiley & Sons, Ltd., 2010. ISBN 978047068665-2
- DA SILVEIRA, Thiago. **Simulação numérica e Design Construtal aplicados à flambagem biaxial elasto-plástica de placas perfuradas**. 2021. 151 p. Tese (Doutorado em Modelagem Computacional) - Universidade Federal do Rio Grande (FURG), Rio Grande, RS, 2021.
- DA SILVEIRA, T. **Simulação numérica e Design Construtal aplicados à flambagem biaxial elasto-plástica de placas perfuradas**. 2020. Tese (Qualificação Doutorado em Modelagem Computacional) - Universidade Federal do Rio Grande, Rio Grande, 2020.
- DA SILVEIRA, T.; FOLZKE, E.G. G.; LIMA, J. P. S.; ROCHA, L. A. O.; DOS SANTOS, E. D.; REAL, M. V.; ISOLDI, L. A. Numerical Simulation and Constructal Design Applied to the Study of Elastic Buckling in Thins Steel Plates with Transversal Oblong and Longitudinal

Oblong Perforations. **VII Seminário e Workshop em Engenharia Oceânica**, Rio Grande, RS, 2016.

DA SILVEIRA, T. **Simulação numérica e Design Construtal aplicados à flambagem biaxial de placas de material compósito utilizadas em estruturas navais**, 2016. Dissertação de Mestrado. Rio Grande, RS, Brasil: Universidade Federal do Rio Grande –FURG.

DURBAN, D.; ZUCKERMAN, Z. Elastoplastic buckling of rectangular plates in biaxial compression/tension. **International Journal of Mechanical Sciences**, Faculty of Aerospace Engineering, Technion, Haifa 32000, Israel, p. 751-765, 1999. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0020740398000551>. Acesso em: 24 jun. 2020.

EL-SAWY, K. M.; NAZMY, A. S.; MARTINI, M. I. **Elasto-plastic buckling of perforated plates under uniaxial compression**. *Thin-Walled Structures*, [s. l.], ed. 42, p. 1083-1101, 2004. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0263823104000497>. Acesso em: 24 jun. 2020.

EL-SAWY, K. M.; MARTINI, M. I. **Stability of biaxially loaded square plates with single central holes**. *Ships and Offshore Structures*, [s. l.], p. 283-293, 2010.

HELBIG, D. **Estudo numérico de placas finas de aço com perfuração, submetidas à flambagem elástica e elasto-plástica, aplicando-se o método design construtal**, 2016. (Doutorado). Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

KOMUR, M. A. Elastoplastic buckling analyses of rectangular plates under biaxial loadings by the differential quadrature method. **Mechanics Research Communications**, Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, University of Aksaray, 68100 Aksaray, Turkey, p. 117-122, 2011. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0093641311000036>. Acesso em: 24 jun. 2020.

LIMA, J. P. S.; CUNHA, M. L.; DOS SANTOS, E. D.; ROCHA, L. A. O.; REAL, M. V.; ISOLDI, L. A. **Constructal Design for the ultimate buckling stress improvement of stiffened plates submitted to uniaxial compressive load**. *Engineering Structures*, v. 203, n. 109883, 2020.

LISBÔA, T. D. V. **Uma Metodologia para a Obtenção de Respostas Semi-Analíticas para Flexão Linear e Não-Linear de Placas Semi-Espessas**. 2009. (Mestrado). Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre.

LIU, G.R.; QUEK, S.S. **Finite Element Method: A Practical Course**. Burlington: Butterworth Heinemann, 2003. 342 p. ISBN 0750658665. *E-book* (342p.).

LORENTE, S.; LEE, J.; LEE, A. The “flow of stresses” concept: **The analogy between mechanical strength and heat convection**. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, [s. l.], ed. 53, p. 2963-2968, 2010. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0017931010001791>. Acesso em: 24 jun. 2020.

MADENCI, E.; GUVEN, I. **The Finite Element Method and Applications in Engineering Using ANSYS®**. [S. l.]: Springer, 2015. 663 p. ISBN 9781489975492.

MOAVENI, Saeed. **Finite Element Analysis: Theory and application with ANSYS**. New Jersey: Prentice-Hall, 1999. 272 p. ISBN 0137850980.

MOHAMMADZADEH, B.; CHOI, E.; KIM, W.J. **Comprehensive investigation of buckling behavior of plates considering effects of holes**. *Structural Engineering & Mechanics*, [s. l.], v. 68, ed. 2, p. 261-275, 2018. Disponível em: <http://www.techno-press.org/content/?page=article&journal=sem&volume=68&num=2&ordernum=10>. Acesso em: 24 jun. 2020.

NARAYANAN, R.; CHOW, F.Y. **Strength of Biaxially Compressed Perforated Plates**. *International Specialty Conference on Cold-Formed Steel Structures*. [s. l.], ed. 1, 1984. Disponível em: <https://scholarsmine.mst.edu/isccss/7iccfss/7iccfss-session2/2>. Acesso em: 24 jun. 2020.

OKUMOTO, Y.; TAKEDA, Y.; MANO, M.; OKADA, T. **Design of Ship Hull Structures: A Practical Guide for Engineers**. Berlim: Springer, 2009. 577 p. ISBN 9783540884443. *E-book* (577p.).

PAIK, J.K. **Ultimate strength of perforated steel plates under combined biaxial compression and edge shear loads**. *Thin-Walled Structures*, [s. l.], ed. 46, p. 207-213, 2007.

PISCOPO, V. **Refined Buckling Analysis of Rectangular Plates Under Uniaxial and Biaxial Compression**. *International Journal of Mechanical and Mechatronics Engineering*, v. 4, n. 10, p. 1018-1025, 2010.

PRZEMIENIECKI, J. S. **Finite Element Structural Analysis: New Concepts**. Reston, USA: American Institute of Aeronautics & Astronautics, 2009.

RUOCCO, E. **Elastic/plastic buckling of moderately thick plates and members**. *Computers and Structures*, [s. l.], ed. 158, p. 148-166, 2015. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0045794915001960>. Acesso em: 24 jun. 2020.

SHANMUGAM, N.E.; NARAYANAM, R. **Ultimate Strength of Biaxially Loaded Plates. Stability and Ductility of Steel Structures**, [s. l.], p. 211-223, 1998. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780080433202500204>. Acesso em: 24 jun. 2020.

- SHANMUGAN, N.E.; THEVENDRAN, V.; TAN, Y.H. **Design formula for axially compressed perforated plates**. *Thin- Walled Structures*, [s. l.], ed. 34, p. 1-20, 1999.
- SZILARD, R. **Theories and Applications of Plate Analysis: Classical Numerical and Engineering Methods**. New Jersey, USA: John Wiley & Sons, 2004. 1039 p. ISBN 0471429899. *E-book* (1039p.).
- TIMOSHENKO, S. P., WOINOWSKY-KRIEGER, S. **Theory of Plates and Shells**. McGrawhill, New York, 1959. ISBN 0070858209.
- VENTSEL, E.; KRAUTHAMMER, T. **Thin Shells: Theory Analysis, & Applications**. Marcel Dekker Inc., New York, 2001. 655 p. ISBN 08244105750. *E-book* (655p.).
- WANG, X.; HUANG, J. Elastoplastic buckling analyses of rectangular plates under biaxial loadings by the differential quadrature method. **Thin- Walled Structures**, College of Aerospace Engineering, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, People's Republic of China, p. 14-20, 2008. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0263823108001195>. Acesso em: 24 jun. 2020.
- YANG, K. H. **Meshing, Element Types, and Element Shape Functions**. Basic Finite Element Method as Applied to Injury Biomechanics, Wayne State University, Detroit, Michigan, United States, p. 51–109, 2018. doi:10.1016/b978-0-12-809831-8.00002-7
- YU, C. Introduction. *In*: YU, C. **Buckling of rectangular plates under intermediate and end loads**. 2003. Thesis (Degree of master of engineering) - National University of Singapore, [S. l.], 2003. p. 106.