

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS:
QUÍMICA DA VIDA E SAÚDE

Sâmela Taís Gonzalez do Prado

**Teoria da Engenharia Didática como intervenção para desenvolver o
letramento matemático de alunos dos anos finais do ensino fundamental**

**Uruguaiana, RS
2022**

Sâmela Taís Gonzalez do Prado

Teoria da Engenharia Didática como intervenção para desenvolver o letramento matemático de alunos dos anos finais do ensino fundamental

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde, da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA, RS) como requisito parcial para a obtenção do título de Mestra em Educação em Ciências

Orientadora: Prof^ª. Dr^ª. Raquel Ruppenthal

**Uruguaiiana, RS
2022**

Ficha catalográfica

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

P896t Prado, Sâmela Tais Gonzalez do
Teoria da Engenharia Didática como intervenção para desenvolver o letramento matemático de alunos dos anos finais do ensino fundamental / Sâmela Tais Gonzalez do Prado.
85 p.

Dissertação (Mestrado)-- Universidade Federal do Pampa, MESTRADO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS: QUÍMICA DA VIDA E SAÚDE, 2022.
"Orientação: Raquel Ruppenthal".

1. Letramento matemático. 2. Teoria da Engenharia Didática. 3. Sequências didáticas. 4. Ensino de matemática. 5. Currículo. I. Título.

SÂMELA TAÍS GONZALEZ DO PRADO

Teoria da Engenharia Didática como intervenção para desenvolver o letramento matemático de alunos dos anos finais do ensino fundamental

Dissertação apresentada ao Curso de Mestrado do Programa de Pós-Graduação Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde da Universidade Federal do Pampa, como requisito para obtenção do Título de Mestra em Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde.

Área de concentração: Educação em ciências

Dissertação defendida e aprovada em: 27 de julho de 2022.

Prof^ª. Dr^ª. Raquel Ruppenthal - Orientadora
UNIPAMPA

Prof^ª. Dr^ª. Carla Beatriz Spohr - Coorientadora
UNIPAMPA

Prof^ª. Dr^ª. Cadidja Coutinho - UFSM

Prof^ª. Dr^ª. Patrícia Perlin - UFFar

Uruguaiana, RS, Brasil.

2022

Agradecimentos

Desde do processo seletivo até este momento de concretização da pesquisa, várias pessoas se fizeram presentes, compreensivas, participando ativamente de todas as etapas. Assim aproveito para agradecer:

- Pela oportunidade de realizar esse projeto e concluir mais um ciclo;
- A minha orientadora, Raquel Ruppenthal, pelo apoio, incentivo e compreensão durante todo processo, pessoa na qual cultivo uma admiração e me inspira como pessoa e profissional;
- A minha coorientadora, Carla Spohr, pelo apoio e colaborações;
- A minha família pelo apoio, compreensão e incentivo;
- As minhas amigas e colegas Letícia Sauer e Débora Velasques por estarem presentes e sempre dispostas a me auxiliar e aconselhar.
- A todos os professores e colegas do PPGQVS pelos conhecimentos transmitidos e experiências compartilhadas.
- As escolas e alunos que permitiram a realização da pesquisa, se mantiveram à disposição e colaboraram para sua aplicação.
- A banca examinadora, por aceitar o convite, pela leitura crítica e cuidadosa, assim como pelas sugestões e apontamentos.
- E, a todos que de certa forma, me acompanharam e contribuíram ao longo desta caminhada.

RESUMO

Teoria da Engenharia Didática como intervenção para desenvolver o letramento matemático de alunos dos anos finais do ensino fundamental

Autor: Sâmela Taís Gonzalez do Prado

Orientador: Raquel Ruppenthal

Uma das preocupações verificadas nos últimos anos nos documentos e programas de avaliação da aprendizagem de Matemática é o baixo nível de compreensão dos alunos em associar a Matemática em situações problemas que envolvam assuntos do cotidiano. Esta capacidade de associar está relacionada com o nível de Letramento Matemático (LM) dos estudantes. O termo Letramento Matemático tem sido destacado em documentos norteadores como Programme for International Student Assessment (PISA) e Base Nacional Comum Curricular (BNCC), com o intuito de promover sua exploração e estratégias para que ele seja desenvolvido em sala de aula. Deste modo, o objetivo do nosso estudo concentra-se em investigar como uma intervenção em sala de aula, elaborada com base na Teoria da Engenharia Didática (TED) pode contribuir para o desenvolvimento do Letramento Matemático dos estudantes do 9º ano do ensino fundamental. Nossa pesquisa foi organizada de acordo com a metodologia de ensino da Teoria da Engenharia Didática e suas etapas. Este trabalho apresenta a construção de uma matriz de análise composta por níveis de Letramento Matemático e seus respectivos indicadores, uma análise da área e habilidades da Matemática da BNCC, da matriz de proficiência em Matemática do 9º ano do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e do Projeto Político Pedagógico de duas escolas do município de Alegrete. Após essas análises preliminares, verificou-se os conhecimentos prévios de 10 alunos de uma turma do 9º ano dos anos finais do ensino fundamental, através da aplicação de uma sequência didática composta por questões contextualizadas. Houve aplicação de três sequências didáticas no momento de experimentação, a fim de conceituar e resolver as questões da análise a priori, seguido de uma análise a posteriori com o objetivo de realizar uma confrontação entre os dados obtidos na duas análises para verificar se o a TED favorece o desenvolvimento do LM. É perceptível o avanço da aprendizagem dos sujeitos envolvidos na pesquisa, o desenvolvimento positivo das competências e habilidades matemáticas, o que nos confirma a eficácia da TED como metodologia para o crescimento do Letramento Matemático. São inúmeros os aspectos positivos associados ao ensino de Matemática de forma contextualizada, aprimoramento da prática docente e inserção da realidade do aluno em sala de aula. Descrevemos como satisfatória o uso da TED como provedora do desenvolvimento do Letramento Matemático. Com a utilização da Teoria da Engenharia Didática houve a oportunidade de contextualizar os conteúdos matemáticos com situações do cotidiano dos discentes, contribuindo para a autonomia dos mesmos, estabelecendo uma relação significativa entre os saberes fundamentais da matemática com o cotidiano.

ABSTRACT

Didactic Engineering Theory as an intervention to develop the mathematical lettering of students in the final years of elementary school

Author: Sâmela Taís Gonzalez do Prado

Advisor: Raquel Ruppenthal

One of the concerns seen in recent years in mathematics learning assessment documents and programs is the low level of students' understanding in associating mathematics in problem situations involving everyday issues. This ability to associate is related to students' level of Mathematical Literacy (ML). The term Mathematical Literacy has been highlighted in guiding documents such as Programme for International Student Assessment (PISA) and Base Nacional Comum Curricular (BNCC), in order to promote its exploration and strategies for it to be developed in the classroom. Thus, the objective of our study focuses on investigating how a classroom intervention, designed based on the Theory of Didactic Engineering (TED) can contribute to the development of Mathematical Literacy in 9th grade of elementary school. Our research was organized according to the Didactic Engineering Theory teaching methodology and its steps. This work presents the construction of an analysis matrix composed of levels of Mathematical Literacy and their respective indicators, an analysis of the area and skills of Mathematics of the BNCC, the matrix of proficiency in Mathematics of the 9th grade of the System for Evaluation of Basic Education (SAEB) and the Political Pedagogical Project of two schools in the municipality of Alegrete. Após these preliminary analyses, the previous knowledge of 10 students from a 9th grade class of elementary school II was verified, through the application of a didactic sequence composed of contextualized questions. There was the application of three didactic sequences at the moment of experimentation, in order to conceptualize and solve the questions of the a priori analysis, followed by an a posteriori analysis with the objective of performing a confrontation between the data obtained in the two analyses to verify if the TED favors the development of the LM. It is noticeable the advance of learning of the subjects involved in the research, the positive development of mathematical skills and abilities, which confirms to us the effectiveness of TED as a methodology for the growth of Mathematical Literacy. There are numerous positive aspects associated with teaching mathematics in a contextualized way, improving teaching practice and inserting the reality of the student in the classroom.

SUMÁRIO

APRESENTAÇÃO	9
INTRODUÇÃO	10
REFERENCIAL TEÓRICO	13
Letramento Matemático	14
A Teoria da Engenharia Didática	20
PERCURSO METODOLÓGICO	24
RESULTADOS	28
Manuscrito 1 - O Letramento Matemático nos documentos orientadores: resultados de uma matriz de análise.....	29
Manuscrito 2 - A Teoria Da Engenharia Didática e o processo elaborar, aplicar e reelaborar na elaboração e validação de sequências didáticas.....	51
Manuscrito 3 - A Teoria da Engenharia Didática para promover o Letramento Matemático de alunos dos anos finais do ensino fundamental.....	62
DISCUSSÃO	76
CONSIDERAÇÕES FINAIS	79
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	81

APRESENTAÇÃO

Esta Dissertação encontra-se organizada na seguinte estrutura: **Introdução; Objetivos; Revisão Bibliográfica**, onde foram apresentados temas relativos à educação Matemática, Teoria da Engenharia Didática e letramento matemático. No **Percurso metodológico** apresentam-se os caminhos da pesquisa. Os **Resultados** foram estruturados de modo a contemplar os objetivos específicos do estudo e estão descritos em três manuscritos. Na sequência, apresenta-se uma **discussão** dos resultados e por fim, nas **Considerações Finais e Perspectivas** apresentam-se os resultados aos objetivos desta pesquisa, bem como as perspectivas de trabalhos futuros. Na seção de **Referências** citam-se os trabalhos referidos nas etapas do estudo; exceto dos trabalhos citados nos manuscritos que encontram-se nos mesmos.

INTRODUÇÃO

Inicialmente, vou relatar um pouco da minha trajetória acadêmica e profissional, descrevendo fatos que me motivaram a chegar onde estamos hoje e que ainda nos incentiva a seguir em frente.

No segundo semestre de 2017, eu concluí a Licenciatura em Matemática, no Instituto Federal Farroupilha campus Alegrete (IFFar). Por estar inserida no Programa Novo Mais Educação como mediadora das oficinas de matemática, desde 2017 e ter atuado em escolas urbanas e rurais do município de Alegrete/RS o tema de pesquisa do Trabalho de Conclusão do Curso foi sobre os efeitos do Programa Novo Mais Educação em alunos de escola rural e urbana. Diria que foi um dos motivos pelo qual continuei minha caminhada de estudos e pesquisa, como apresento na sequência.

Em 2018, também no IFFar, iniciei a Especialização em Gestão Escolar com término no primeiro semestre de 2019. Optei por esta pós graduação a fim de continuar com os estudos e por me interessar pelo assunto. Ao desenvolver leituras e escritas durante este curso de especialização, a vontade de continuar realizando pesquisas e de iniciar um mestrado aumentou. Assim, no segundo semestre de 2019 decidi participar do processo seletivo do Programa de Pós-graduação Educação em Ciências: Química da Vida e Saúde da Universidade Federal do Pampa, campus Uruguaiana. Neste mesmo semestre, iniciei uma nova etapa de minha trajetória profissional, no qual foi possível atuar durante um ano como professora regente de Matemática em turmas do ensino fundamental II e ensino médio em escolas urbanas e rurais do município de Alegrete-RS.

Com o término do contrato do município, passei a atuar como professora regente em escolas estaduais, trabalhando com turmas dos anos finais do ensino fundamental e médio. Desde quando atuava como mediadora no Programa Novo Mais Educação, tinha situações que me deixavam reflexiva, acaba me questionando sobre o desinteresse dos alunos na disciplina de Matemática, suas dificuldades e porque a Matemática não estava relacionada ao contexto destes alunos.

Sempre buscando em sala de aula proporcionar aos estudantes uma aprendizagem mais significativa em relação à Matemática, decidi buscar meios de colocá-los em prática. Ao ingressar no mestrado em 2020, tinha a intenção de pesquisar sobre Alfabetização Matemática, pensando que ela seria a maneira de proporcionar uma relação entre aluno-realidade-Matemática. Porém ao participar de encontros do grupo colaborativo Flexilhas, que tem como

foco de estudo o Letramento Científico (LC) e abrange pesquisas sobre os demais tipos de letramentos, foi possível me apropriar do conceito de Letramento e compreender que o que buscávamos era desenvolver o Letramento Matemático (LM) dos alunos.

Assim, diante do exposto, o Letramento Matemático tornou-se o tema da pesquisa e que influenciou a realização de uma intervenção em sala de aula. Devido a atuação nos anos finais do ensino fundamental, assumiu a função de professora- pesquisadora. Na busca por leituras sobre os temas Letramento Matemático e intervenções, acabamos nos deparando com a metodologia de ensino que guia nosso estudo, a Teoria da Engenharia Didática, que apresenta uma estrutura metodológica compatível com o objetivo da pesquisa que é propor uma intervenção em sala de aula, visando qualificar o ensino concomitante a investigação.

Sabe-se que com a apropriação dos conceitos matemáticos, somos capazes de desenvolver e resolver os mais variados problemas, tanto na prática escolar como no nosso cotidiano. Através das práticas desenvolvidas em sala de aula na disciplina de Matemática é possível promover um ensino de matemática mais significativo ao aluno, permitindo que ele aprimore seus conhecimentos, passando a relacionar a Matemática da escola com situações de sua realidade, o que desenvolve gradativamente o seu Letramento Matemático. Apontamos que o Letramento Matemático pode ser compreendido como a capacidade do indivíduo de formular, empregar, interpretar, avaliar e argumentar (PISA, 2012) matematicamente em relação a situações do mundo em que vive. Assim, o ensino de Matemática como influenciador do raciocínio lógico matemático, provedor de uma variedade de ideias, situações inseridas em contextos diversos e aliados aos conceitos matemáticos pode contribuir no desenvolvimento do Letramento Matemático dos estudantes. Assim, definimos o Letramento Matemático como nosso tema de pesquisa.

Para nos apropriar sobre o Letramento Matemático, buscou-se conhecer pesquisas já realizadas em torno da promoção do mesmo nos anos finais do ensino fundamental e constatou-se que as práticas de Letramento Matemático são mais investigadas em trabalhos que abordam aspectos relacionados aos anos iniciais do ensino fundamental (GALVÃO; NACARATO, 2013; DEL TREJO, DE PAULA, 2018; CARVALHO, 2011). Essa lacuna de pesquisas sobre o Letramento Matemático nos anos finais do ensino fundamental II nos motivou a investigar formas de promover o Letramento Matemático no contexto escolar.

Na busca por uma estrutura teórica que guiasse nossa proposta, adotamos como metodologia de pesquisa a Teoria da Engenharia Didática, uma vez que esta vem sendo utilizada em outras investigações relacionadas ao ensino de matemática (SANTOS; ALVES, 2018; SILVA; COUTO; BASSO, 2018) como metodologia de pesquisa e de intervenção.

Justificamos essa escolha, pois, a Teoria da Engenharia Didática serve como embasamento teórico no processo de ensino e aprendizagem da Matemática em sala de aula, mas também apresenta características de pesquisa. É apresentada na maioria das obras como metodologia de pesquisa com o propósito na formação de alunos, professores e avaliação do conhecimento (ARTIGUE, 1988; FREITAS, 1999; MACHADO, 1999; PAIS, 2001).

Dado o exposto, pode-se levantar a seguinte questão: **as intervenções em sala de aula utilizando sequências didáticas construídas com base nos pressupostos da Teoria da Engenharia Didática, favorecem o desenvolvimento do Letramento Matemático dos estudantes dos anos finais do ensino fundamental?** As respostas a serem alcançadas por esta pesquisa objetivam validar a produção e aplicação de sequências didáticas baseadas na Teoria da Engenharia Didática como instrumento para a construção de um cidadão crítico, criativo e que saiba lidar com situações do mundo que o cerca, o que integra essa pesquisa na Linha de Pesquisa 1, denominada **Processos de Ensino e Aprendizagem em Ambientes Formais e Não Formais**.

O objetivo geral desta pesquisa é **investigar como uma intervenção em sala de aula, elaborada com base na Teoria da Engenharia Didática pode contribuir para o desenvolvimento do Letramento Matemático no 9º ano do ensino fundamental**. Para contemplar esse objetivo, os objetivos específicos estão alinhados com as etapas da Teoria da Engenharia Didática. Assim, a fim de realizar a análise prévia, verificou-se se o **PPP e a BNCC favorecem o Letramento Matemático esperado dos alunos no 9º ano do ensino fundamental**. A análise a priori tem o objetivo de **descrever como os alunos resolvem problemas matemáticos do cotidiano**, antes da intervenção através da resolução de uma sequência didática. Como a Teoria da Engenharia Didática prevê a utilização de um recurso de ensino, na sequência, **aplicou-se uma intervenção elaborada a partir dos pressupostos da Teoria da Engenharia Didática, através da execução de três sequências didáticas com os alunos**. A fim de obter dados para a análise a posteriori, ao final de cada sequência didática, abordou-se situações problemas. E por fim, para a validação realizou-se a **observação e comparação dos níveis de Letramento Matemático dos alunos antes e após a intervenção**.

REFERENCIAL TEÓRICO

O uso dos conceitos básicos da Matemática se deu desde as antigas civilizações, onde foram dados os primeiros passos da construção do raciocínio matemático. Os babilônios, gregos, pitagóricos e platônicos são citados na história da Matemática como provedores de alguns saberes matemáticos. As formas geométricas, suas comparações e noções de tamanho e quantidade foram exploradas pelos babilônios; os gregos estavam mais envolvidos com o raciocínio lógico matemático e na busca por resultados precisos. E com os platônicos e pitagóricos começou a busca por recursos que influenciaram o pensamento em relação à Matemática.

Segundo Struik (1998), estes permitiram a construção do pensamento matemático que influencia até hoje o ensino de Matemática. Ellenberg (2016) indica a Matemática como “a ciência para não estarmos errados acerca das coisas; as suas técnicas e os seus hábitos evoluíram ao longo de séculos de trabalho duro e de argumentação”. Assim compreendemos que a Matemática e o desenvolvimento do pensamento matemático vem passando por processos de evolução, sendo este processo importante para o ensino de Matemática, possibilitando uma aprendizagem mais significativa em sala de aula e em diferentes contextos, a fim de contribuir para o desenvolvimento do pensamento e Letramento Matemático.

O pensamento matemático pode ser entendido como um potencializador para a resolução dos mais variados problemas ou situações no nosso cotidiano. Por diversas vezes, a Matemática passa despercebida nas ações que executamos durante o nosso dia e muitas vezes deixamos de resolver ou entender determinada situação pelo fato de não compreender ou fazer uso de certos conceitos e ferramentas matemáticas básicas. No entanto, por não ser contextualizada em sala de aula ou a tendência de ensinar Matemática como se ela fosse regida apenas por regras, listas de cálculos, acaba por não explorar e desenvolver o pensamento matemático do aluno. Ou seja, a “matemática não é apenas uma sequência de cálculos que devem ser feitos como um rito de passagem, até que a nossa paciência ou a nossa resistência se esgotem” (ELLENBERG, 2016, p. 12).

O desafio dos professores nos dias atuais é tornar a Matemática significativa para os estudantes. Pais (2019) afirma que enquanto o pesquisador matemático busca níveis mais amplos da generalidade matemática, o professor de Matemática precisa recontextualizar o conteúdo e relacioná-lo com uma situação compreensível para o aluno. É nesse movimento que os processos de formulação, interpretação, resolução e argumentação diante de situações

problemas podem ser trabalhados com o aluno, favorecendo o desenvolvimento e aprimoramento do pensamento matemático. Afinal, corroborando com Ellenberg (2016) “sem a estrutura rigorosa que a Matemática provê, o senso comum pode levar você a se perder”.

Na transição do século XIX para o século XX, com John Dewey (1859-1952) ao propor um ensino de matemática cooperativo entre o professor e o aluno, a Educação Matemática foi reconhecida como uma área prioritária da educação. De acordo com Pais (2019) “A Educação Matemática é uma grande área de pesquisa educacional, cujo objeto de estudo é a compreensão, interpretação e descrição de fenômenos referentes ao ensino e à aprendizagem da Matemática nos diversos níveis da escolaridade, quer seja em sua dimensão teórica ou prática”(PAIS, p.12, 2019).

Com a consolidação da Educação Matemática como área de pesquisa surgiram tendências teóricas, cada tendência com determinados objetivos, porém todos relacionados ao ensino de Matemática (PAIS, 2019). Outros autores (CARVALHO, 1991; BICUDO, 1993) descrevem que o objetivo da Educação Matemática é a compreensão e construção do saber matemático valorizando os aspectos sociais e culturais dos estudantes. D’Ambrosio (1990) afirma a importância da Educação Matemática em sala de aula, pois esta está diretamente relacionada com as atividades e situações do cotidiano, o que lhe torna útil na escola, no trabalho e na vida. Assim sua importância está em “ser útil como instrumentador para a vida”; “por ser útil como instrumento para o trabalho” (D’AMBROSIO, 1990, p. 16-17).

Dessa forma, observa-se que a Educação Matemática como instrumento para um ensino de Matemática, torna-se mais significativo. Ambas devem estar atreladas a construção do saber e do pensamento matemático do indivíduo vinculados com os contextos práticos e as situações que podem ser solucionadas a partir de seus conhecimentos. E isso, nos leva às discussões sobre o Letramento Matemático.

Letramento Matemático

Antes de abordar o Letramento Matemático, é importante revisitar a origem do termo letramento, que é uma tradução da palavra literacy, cuja etimologia indica que littera = letra e cy= condição, estado (SOARES, 1998). Assim, a literacy significa “a condição de ser letrado”. É comum falarmos apenas na importância da alfabetização, esquecendo do letramento. Saber ler e escrever não são suficientes para participar ativamente da sociedade; é preciso praticar e utilizar essas competências e habilidades em diversos contextos

principalmente no que está inserido. Apesar de não serem sinônimos, a alfabetização e o letramento são processos complementares.

Segundo Magda Soares (1998), “não basta apenas ler e escrever, é preciso também fazer uso do ler e escrever”, ou seja, se apropriar do uso da leitura e escrita nas situações práticas. Isto é ser letrado. A autora ressalta que Letramento é o estado ou condição que um indivíduo ou grupo social alcança como consequência por ter se apropriado da escrita e de suas práticas sociais (SOARES, 1998). Ser alfabetizado não torna o indivíduo letrado, ou seja, capaz de tomar decisões. E este fator levou a preocupação em relação aos níveis de letramento da população. Kleiman (2005) afirma que “para ser alfabetizado era suficiente ter domínio do código alfabético, mas hoje se espera que, além de dominar esse código, o aluno consiga se comunicar, por meio da escrita, numa variada gama de situações”.

Da mesma forma, é possível pensarmos nas competências e habilidades matemáticas, compreendendo que não é suficiente conhecer os códigos e conceitos matemáticos, é preciso utilizá-los como instrumento ou ferramentas nas diversas situações do cotidiano. Com a utilização das ferramentas matemáticas somos capazes de interpretar e resolver situações problemas do nosso dia a dia. Essa é a condição esperada para que o indivíduo possa ser considerado letrado matematicamente.

Nos últimos anos, a expressão Letramento Matemático passou a ser utilizada como referência no Programme for International Student Assessment (PISA) que traduzido para português significa Programa Internacional de Avaliação de Estudantes. O PISA é uma aplicação internacional que permite uma comparação do desempenho dos estudantes na faixa etária dos 15 anos de idade. É elaborado pela Organização para a Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) e é aplicado de três em três anos, abrangendo as áreas de Português, Matemática e Ciências.

O INEP (Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira) representa o Brasil perante a OCDE, e tem a função de “coordenar a tradução dos instrumentos de avaliação, coordenar a aplicação desses instrumentos nas escolas amostradas e a coleta das respostas dos participantes, coordenar a codificação dessas respostas, analisar os resultados e elaborar o relatório nacional”(INEP). Para o PISA (e conseqüentemente, para o INEP), o Letramento Matemático é compreendido como:

a capacidade individual de formular, empregar, e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce

no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias (PISA, 2012, p. 01).

Com a promulgação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) em 20 de dezembro de 2017, o Letramento Matemático também pode ser observado neste documento. Este é um documento de caráter normativo que define o conjunto orgânico e progressivo de aprendizagens essenciais que todos os alunos devem desenvolver ao longo das etapas e modalidades da Educação Básica (BNCC, 2018). A Base estabelece conhecimentos, competências e habilidades que se espera que todos os estudantes desenvolvam ao longo da escolaridade básica. Orientada pelos princípios éticos, políticos e estéticos traçados pelas Diretrizes Curriculares Nacionais da Educação Básica, a Base soma-se aos propósitos que direcionam a educação brasileira para a formação humana integral e para a construção de uma sociedade justa, democrática e inclusiva (BNCC, 2018). Nela, o Letramento Matemático é apresentado como:

competência e habilidade de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que asseguramos aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição) (BNCC, 2018, p. 266).

Mas antes da BNCC, o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), que é um conjunto de avaliações externas em larga escala que permite ao Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) realizar um diagnóstico da educação básica brasileira e de fatores que podem interferir no desempenho do estudante (INEP). Os testes do SAEB são aplicados na rede pública a cada dois anos com o objetivo de demonstrar os níveis de aprendizagem dos estudantes com base em uma matriz de referência. As médias de desempenho dos estudantes, apuradas no SAEB, juntamente com as taxas de aprovação, reprovação e abandono, apuradas no Censo Escolar, compõem o Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (Ideb) (INEP) que possibilitam um diagnóstico ou reconhecimento sobre os níveis de conhecimento da população escolar. Apesar de a matriz de referência do SAEB não apresentar a ideia de letramento matemático, ela está estruturada em níveis de conhecimento matemático, que podem ser relacionados com os diferentes processos do letramento matemático.

Percebe-se através do exposto anteriormente, que o indivíduo é considerado matematicamente letrado quando consegue relacionar a Matemática com o espaço em que vive; quando consegue interpretar uma notícia que apresenta gráficos e tabelas; resolve situações problemas dominando os processos de formular, interpretar e empregar; ou ainda ao utilizar a argumentação com base na Matemática tornando assim um cidadão capaz de decidir; opinar e participar ativamente da vida em sociedade. Ou seja, as ferramentas e códigos da matemática como estratégias para resolver problemas no dia a dia.

De acordo com o PISA (2012) para a resolução de um determinado problema é preciso que os indivíduos façam uso das Capacidades Fundamentais da Matemática, que são: comunicação; “matematização”; representação; razão e argumentação; delinear estratégias para resolver problemas; utilizar linguagem e operações simbólicas, formal e técnica; e, utilizar ferramentas matemáticas. Existe uma escala de proficiência adotada pelo PISA (2012) em que é possível verificar o nível de letramento de uma pessoa ou até mesmo de um grupo. Esta escala é estruturada em seis níveis, sendo o nível 1 o menor e 6 o maior.

Quadro 1: Níveis de Letramento Matemático de acordo com o PISA

Nível	Descrição
1	O aluno consegue resolver problemas em que as informações importantes constam de forma clara explícita na questão
2	Os estudantes são capazes de identificar as informações mais relevantes da questão e apresentá-la de maneira simples. Conseguem também aplicar fórmulas e procedimentos básicos.
3	Os alunos são capazes de interpretar problemas selecionando e aplicando estratégias simples na resolução de problemas e fazem uso da comunicação curta para relatar resultados, interpretação e raciocínio
4	Os estudantes conseguem trabalhar de maneira eficiente com questões explícitas de situações concretas complexas com possível formulação de hipóteses; interagem melhor com as representações simbólicas e demais representações relacionando com o contexto em que vivem; utilizam habilidades e raciocínio, constroem e comunicam argumentos com base em interpretações
5	Os estudantes desenvolvem e trabalham com situações complexas; selecionam, comparam e avaliam estratégias para a resolução de determinado problema; apresentam pensamento e raciocínio matemático desenvolvido nas representações e conectadas de maneira adequada; e são capazes de refletir sobre suas ações e de formular e comunicar suas interpretações e seu raciocínio
6	Os alunos são capazes de conceituar e utilizar informações com base em suas pesquisas e na modelagem de situações problemas complexas; transitam entre diferentes fontes de informações e representações; possuem pensamento e raciocínio matemático avançado sendo capazes de formular e comunicar com precisão suas ações e reflexões relacionadas a constatações, interpretações e argumentos, bem como de adequá-los às situações originais São capazes de

associar sua percepção e sua compreensão a um domínio de operações e relações matemáticas simbólicas e formais, de modo a desenvolver novas abordagens e estratégias para enfrentar novas situações

Fonte: Adaptação PISA 2012

Identifica-se em todos os níveis a presença dos processos de formular, interpretar e empregar; interpretar questões e identificar as informações necessárias para sua resolução; formular estratégias e hipóteses; empregar fórmulas, símbolos matemáticos e procedimentos de maneira adequada bem como associar todos estes conhecimentos com situações do seu dia a dia. Percebe-se assim o quanto é importante o processo de Letramento Matemático nas escolas para que se favoreça a formação de cidadãos capazes de desenvolver o pensamento matemático, aplicar os conceitos e ferramentas matemáticas em diversas situações e em diferentes contextos de maneira a contemplar as características de ser letrado matematicamente.

Para o pleno desenvolvimento do Letramento Matemático, o PISA destaca três processos fundamentais conforme apresenta-se no quadro 2. São processos distintos, que podem ocorrer sequencialmente ou simultaneamente nos sujeitos pois representam operações mentais importantes no processo de compreender, interpretar e resolver problemas matemáticos.

Quadro 2: Processos do Letramento Matemático

Processos	Descrição
Formular	Capacidade de identificar oportunidades de utilização de Matemática e providenciar a estrutura matemática necessária para a representação da situação, seleção de variáveis e elaboração de suposições sobre como resolver o problema
Empregar	Aplicar raciocínio lógico e utilizar conceitos matemáticos, desenvolvimento de cálculos, procedimentos, equações, modelos, descrições matemáticas e utilizar suas ferramentas para resolver problemas
Interpretar/Avaliar	Habilidade de refletir sobre soluções matemáticas e interpretá-las em um determinado contexto de problema. Inclui avaliar as soluções e os raciocínios matemáticos empregados e verificar se os resultados são razoáveis e fazem sentido naquela situação específica.

Fonte: Adaptação PISA (2012)

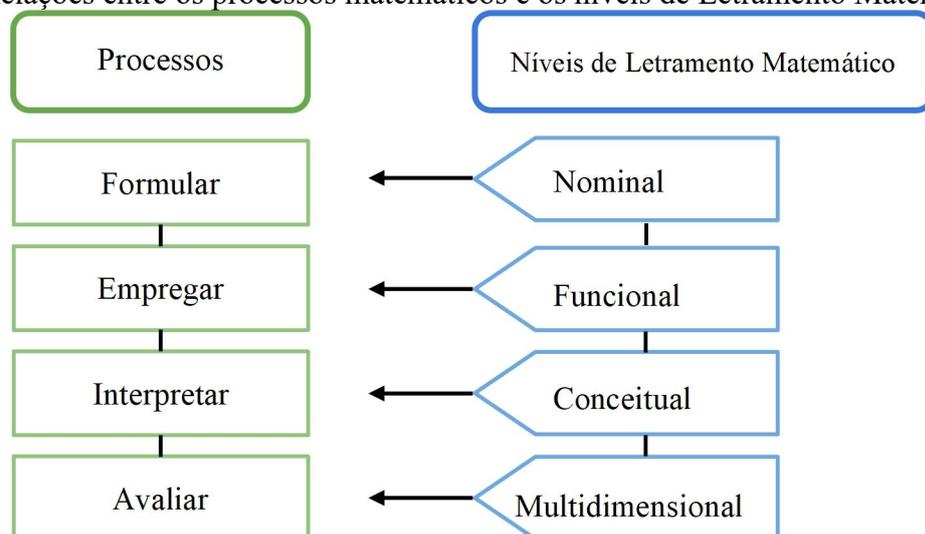
A partir das leituras realizadas e das definições de Letramento Matemático apresentadas anteriormente, elaboramos um conceito de Letramento Matemático que utilizaremos ao longo de nossa pesquisa. Entende-se que *o indivíduo é considerado letrado*

matematicamente quando consegue relacionar a Matemática com o espaço em que vive. O Letramento Matemático pode ser visualizado quando o indivíduo consegue interpretar, avaliar e argumentar uma notícia que apresenta gráficos e tabelas; quando resolve situações problemas dominando os processos de formular, interpretar e empregar conceitos matemáticos; ou ainda ao utilizar a argumentação com base em fatos da Matemática tornando-se assim um cidadão capaz de decidir; opinar e participar ativamente da vida em sociedade. Ou seja, é a prática social do conhecimento matemático.

Assim como Ruppenthal, Coutinho e Marzari (2020) que apresentam o Letramento Científico como a prática social do conhecimento científico que ocorre em níveis, entendemos que o Letramento Matemático se desenvolve em níveis. Compreendemos que para a realização da pesquisa, a obtenção de bons resultados e entendimento por parte dos leitores, era evidente a necessidade de trazer estes níveis utilizados no Letramento Científico para o Matemático. Os níveis construídos e denominados como Letramento Nominal (LN), Letramento Funcional (LF), Letramento Conceitual (LC) e Letramento Multidimensional (LMd) facilitam o entendimento sobre os processos matemáticos fundamentais e possibilitam a identificação de habilidades matemáticas em um indivíduo ou até mesmo de um grupo podendo haver uma classificação.

Cada nível apresenta habilidades que são base para o desenvolvimento do nível seguinte. Assim, propomos quatro níveis de Letramento Matemático procurando relacionar os processos fundamentais e habilidades esperadas em cada nível. A figura 1 visa sistematizar os níveis de Letramento Matemático elaborados e utilizados neste trabalho.

Figura 1 - Relações entre os processos matemáticos e os níveis de Letramento Matemático



Fonte: As autoras

De acordo com o que foi descrito anteriormente, em cada nível de Letramento Matemático há determinadas competências e habilidades matemáticas que devem ser contempladas. Assim, a seguir descrevemos as características dos níveis de Letramento Matemático.

Letramento Nominal (LN): O aluno percebe contextos que demandam a aplicação dos conhecimentos matemáticos, cria e utiliza estratégia, faz suposições sobre como resolver o problema, cria uma estrutura e representação matemática simples.

Letramento Funcional (LF): O aluno utiliza ferramentas matemáticas, é capaz de manipular números, gráficos, informações e dados estatísticos, expressões e equações algébricas, e representações geométricas para resolver problemas.

Letramento Conceitual (LC): O estudante consegue resolver um problema e interpretar um resultado matemático, transitar em raciocínios e soluções matemáticas e revê-los dentro de um problema inserido em determinado contexto.

Letramento Multidimensional (LMd): Possui a habilidade de verificar se os resultados são razoáveis e fazem sentido naquela situação específica. Capaz de tomar decisões sobre como os resultados podem ser compreendidos, ajustados ou aplicados naquele contexto.

Considerando que no dia a dia estamos constantemente em situações que demandam ações e decisões pautadas no conhecimento matemático, como questões relacionadas a finanças, planejamento doméstico, construções, interpretação de notícias, entre outros, percebemos o quanto é importante o processo de Letramento Matemático nas escolas. Letrar matematicamente é uma necessidade para a formação de cidadãos capazes de desenvolver e aplicar o pensamento matemático, os conceitos e ferramentas matemáticas para resolver problemas nas diversas situações e em diferentes contextos. Em função disso, optou-se por aplicar uma intervenção pautada na Teoria da Engenharia Didática, apresentada a seguir.

A Teoria da Engenharia Didática

A tendência teórica da Educação Matemática que utilizaremos em nossa pesquisa, trata-se de uma tendência que tem como objetivo aproximação do professor e aluno; e da teoria e prática no ensino aprendizagem da Matemática no campo experimental. Deste modo, a ideia de didática da matemática conforme a percepção de Teixeira e Passos (2013, p.157) é que está é “a arte de conceber e conduzir condições que podem determinar a aprendizagem de um saber matemático por parte de um sujeito.” Nos referimos a Didática da Matemática como:

Uma tendência da grande área da Educação Matemática, cujo objetivo de estudo é a elaboração de conceitos e teorias que sejam compatíveis com a especificidade educacional do saber escolar matemático, procurando manter fortes vínculos com a formação de conceitos matemáticos, tanto em nível experimental da prática pedagógica, como no território teórico da pesquisa acadêmica. (PAIS, 2019, p. 13).

Na Didática da Matemática tem-se a Teoria das Situações Didáticas (TSD) desenvolvida por Brousseau (1986) onde é possível compreender melhor a relação entre professor, aluno e saber nas práticas escolares. Estes três elementos citados(professor, aluno e saber), segundo Pais (2019) são componentes de situações didáticas e necessários para caracterizar o espaço de sala de aula. Uma situação didática é “formada pelas múltiplas relações pedagógicas estabelecidas entre professor, os alunos e o saber, com a finalidade de desenvolver atividades voltadas para o ensino e para a aprendizagem de um conteúdo específico.” (PAIS, 2019, p. 64).

Assim, uma situação didática pretende aproximar o campo teórico com o experimental, ou seja, com a prática escolar. As situações didáticas se caracterizam por apresentar o conteúdo em um contexto significativo para o aluno, a fim de não perder o valor educativo. Deste modo, a Teoria das Situações Didáticas “é colocada a partir da questão que consiste na forma de apresentação do conteúdo, buscando um campo de significado do saber, para o aluno.” (PAIS, 2019, p. 64).

Para elaboração de uma pesquisa na Didática da Matemática é preciso seguir alguns métodos de elaboração, aplicação e validação destes resultados. Para organizar os procedimentos operacionais de nosso estudo nos apoiamos na Teoria da Engenharia Didática, que consiste em uma metodologia da Didática Matemática, desenvolvida sistematicamente através dos estudos de Michele Artigue (1988), a fim de investigar o processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, unindo a teoria com a prática, ou seja, a prática de ensino é articulada como prática de investigação.

A Teoria da Engenharia Didática pode ser vista metodologia de pesquisa educacional e como “referencial para o desenvolvimento de produtos para o ensino, gerados da junção do conhecimento prático com teórico” (CARNEIRO, 2005, p.3). Ou seja, a Engenharia Didática é um orientador da pesquisa, para que seja feita a validação da mesma. Artigue (1996) destaca uma analogia entre o trabalho do professor pesquisador e do engenheiro, uma vez que ambos devem considerar um conjunto de conhecimentos específicos, ideias iniciais e a execução de seus projetos.

A Teoria da Engenharia Didática estrutura-se em quatro etapas a serem realizadas pelo professor e pesquisador. Segundo Artigue (1996) são elas: análises prévias (preliminares);

análise a priori; experimentação; análise a posteriori e validação. Durante a aplicação da proposta, todos os passos devem ser acompanhados pelo professor com utilização de métodos que consideram convenientes no seu contexto escolar. A seguir será apresentado cada fase da Teoria da Engenharia Didática proposta por Artigue (1996), baseado na descrição de Pais (2019).

Na análise prévia é o momento de uma análise preliminar do todo, neste momento deve-se destacar concepções dos sujeitos envolvidos e compreender as condições da realidade sobre a qual a experiência será realizada. Nesta fase realiza-se uma descrição das dimensões epistemológica, cognitiva, pedagógica e outras que sejam pertinentes ao estudo do sujeito, sendo recomendável analisar documentos que embasam o ensino na área em que o projeto está sendo aplicado.

A fase de análise a priori tem como objetivo “determinar quais são as variáveis escolhidas sobre as quais se torna possível exercer algum tipo de controle, relacionando o conteúdo estudado com as atividades que os alunos podem desenvolver para apreensão dos conceitos.”(PAIS, 2019, p.100).

A fase de experimentação refere-se ao momento de aplicar a sequência didática em sala de aula, ou seja, colocar em prática o que estava proposto no quadro teórico da Teoria. Pais (2011) define sequência didática como sendo a formação de

um certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática. Essas aulas são também denominadas de sessões, tendo em vista seu caráter específico para a pesquisa. Em outros termos, não são aulas comuns no sentido da rotina de sala de aula" (PAIS, 2011, p.102).

Esta proposta metodológica configura-se pela aplicação de atividades consecutivas relacionadas a uma determinada temática. Assim, compreendemos como sequências didáticas a aplicação de atividades consecutivas que se relacionam entre si explorando um determinado assunto, podendo ser abordada de maneira interdisciplinar, criativa e permitindo ao aluno uma interação com professor e colegas. Com o desenvolvimento desta proposta o discente pode desenvolver novas habilidades e estimular o desenvolvimento do pensar. Nesta etapa deve-se retomar o que foi abordado na análise a priori e sanar as lacunas de dificuldades encontradas pelos alunos.

Na última fase, que indica a análise a posteriori, trata-se da análise dos resultados obtidos durante a aplicação da sequência didática. Estes dados devem ser registrados de forma objetiva sempre procurando desvelar os procedimentos de raciocínios dos alunos. Após a

obtenção destes resultados é feita a validação que corresponde a confrontação entre os dados da análise a priori com os dados da análise a posteriori.

PERCURSO METODOLÓGICO

Para a realização do estudo, adotou-se uma abordagem qualitativa, que para Gil (2017) difere da pesquisa quantitativa, em virtude de se utilizar de uma perspectiva interpretativista. Conforme seu objetivo, a presente investigação classifica-se como uma pesquisa exploratória e descritiva (GIL, 2017). O delineamento da pesquisa foi estruturado de acordo com a teoria de ensino que fundamenta a proposta, que é a Teoria da Engenharia Didática (ARTIGUE, 1996) que se configura em 4 etapas.

Participaram da pesquisa três escolas do município de Alegrete- RS. O projeto piloto ocorreu durante o ensino remoto devido ao período de pandemia do Covid-19, sendo aplicado em duas destas escolas que identificamos como C1 e C2. A pesquisa em si foi aplicada com uma terceira escola C3. A escolha das instituições de ensino se deu por conveniência, considerando a facilidade de acesso e o conhecimento da realidade por parte da pesquisadora, fator que possibilita a realização de análises mais profundas.

No bairro Princesa Isabel está localizada a C1 que conta com aproximadamente 221 alunos, 17 professores, 07 funcionários e 08 estagiários. Abrange a Educação Infantil – Níveis A (4 anos) e B (5 anos), Anos Iniciais do 1º ao 5º e os Anos Finais do 6º ao 9º ano. Os estudantes são oriundos dos Bairros Macedo, Boa Vista, Restinga e Vila Isabel. A C2 encontra-se no bairro Novo Lar, e oferece as seguintes modalidades de ensino: Ensino fundamental I e II, ensino médio e Educação de Jovens e Adultos (EJA) . A terceira escola C3 onde se efetivou a intervenção, está localizada no bairro Centenário, composta por aproximadamente 760 alunos, 71 professores e 19 funcionários. Abrange o ensino fundamental I e II, Ensino médio, (EJA) e o Ensino Técnico. Os estudantes são oriundos de bairros onde habitam famílias trabalhadoras e assalariadas. Alguns vivem em situação de vulnerabilidade social e alto índice de violência. A proposta será aplicada com o objetivo direcionado ao 9º ano. As figuras a seguir mostram a localização das escolas envolvidas na pesquisa.

Figura 2: Localização da escola C3.



Fonte: Google Maps

Para uma melhor percepção dos caminhos metodológicos traçados na realização da pesquisa, esta foi dividida em etapas segundo o objetivo a ser alcançado, conforme indica o quadro 3.

Quadro 3: Síntese das etapas da pesquisa

Etapas	Quem?	O que foi feito? (Instrumentos)	Objetivo específico alcançado
1	Documentos PPP e BNCC	1. Análise prévias 1.1 Construção de uma Matriz de Análise baseada nos processos matemáticos fundamentais. 1.2 Verificação se a BNCC, Escala de proficiência do SAEB e PPPs de duas escolas favorecem ou não o desenvolvimento do Letramento Matemático	I
2	Alunos	2. Análise a priori 2.1 Proposição de problemas matemáticos para serem resolvidos individualmente 2.2 utilização do processo de resolução de problemas do item 2.1 para identificar o nível de LM.	II

3	A professora pesquisadora e alunos	3. Intervenção 3.1 Elaboração e aplicação da intervenção baseada na Teoria da Engenharia Didática.	III
4	Alunos	4. Análise a posteriori e Validação 4.1 Proposição de problemas matemáticos para ser resolvidos individualmente 4.2 utilização do processo de resolução de problemas do item 4.1 para identificar o nível de LM após a intervenção. 4.4 Observação e comparação dos níveis de Letramento Matemático dos alunos antes e após a intervenção	IV

Fonte: Autoras

Etapa 1 - (análise prévias): para fomentar o pleno Letramento Matemático se faz necessário compreender de que forma este está proposto em documentos que orientam e normatizam os currículos escolares. Com esta finalidade, propomos uma matriz de análise para verificar de que forma esses documentos contribuem ou não para o desenvolvimento do Letramento Matemático nas escolas. Esta etapa ocorreu da seguinte maneira:

i) Aprofundamento teórico e contextualização a respeito dos seguintes termos: Educação Matemática, Letramento Matemático e Teoria da Engenharia Didática, Matriz de proficiência em Matemática do PISA;

ii) Estudos da Base Nacional Comum Curricular especificamente da área da Matemática e das habilidades propostas para 9º ano, do Projeto Político e Pedagógico de duas escolas (C1 e C2) e da Escala de proficiência de Matemática do 9º ano do SAEB;

iii) Construção de uma matriz de análise composta por níveis de Letramento Matemático e seus respectivos indicadores, para verificar como as competências e habilidades da BNCC, Projeto Político Pedagógico e Escala de proficiência do SAEB possibilitam o desenvolvimento do Letramento Matemático.

Etapa 2 - (Análise a priori): Realizou-se a elaboração das Sequências Didáticas, a validação das mesmas e suas reelaborações. A análise a priori foi realizada para descrever como os alunos resolvem problemas matemáticos do cotidiano, antes da intervenção através da aplicação de uma sequência didática. Esta etapa foi dividida nas seguintes ações:

i) Elaboração de sequências didáticas que favoreceram a aprendizagem e o desenvolvimento do Letramento Matemático ;

ii) Validação de sequências didáticas construídas com base na metodologia de ensino Teoria da Engenharia Didática e através do processo EAR; validada por professores mestres e doutores na área de matemática e do ensino; bem como por professores que atuam na educação básica e através da aplicação do mesmo em um estudo piloto com uma turma do 9º ano.

Etapa 3 - (Experimentação): A experimentação é considerada como a etapa principal da TED, é neste momento que os conteúdos são apresentados e se realiza a prática social dos mesmos. Seguiu as seguintes ações:

i) Aplicação da Sequência Didática unidade de medidas, regra de três e gráficos compostas por problemas relacionados ao contexto dos alunos e estimulando o pensar e o Letramento Matemático.

ii) A partir da análise prévia ocorreu a análise a priori, com aplicação de problemas matemáticos do cotidiano dos discentes, aplicada individualmente com acompanhamento do professor pesquisador a fim de observar o modo de resolução utilizado pelos alunos verificando o nível de Letramento Matemático conforme a matriz de análise.

Etapa 4 - (Análise a posteriori e validação):

i) Comparação dos dados observados e obtidos da análise a priori e da análise a posteriori, com o objetivo de confrontar os resultados para verificar se a intervenção favoreceu o desenvolvimento do Letramento Matemático dos pesquisados.

Em relação aos aspectos éticos, o projeto foi aprovado pelo Comitê de Ética em Pesquisa sob o CAAE 40566520.8.0000.5323. Os estudantes foram convidados a participar da pesquisa mediante convite e apresentação da proposta. A participação dos estudantes na pesquisa se deu mediante assinatura de Termo de Comprometimento Livre Esclarecido (TCLE) pelos responsáveis e estudantes. O anonimato e sigilo dos dados coletados é uma garantia. As atividades que foram realizadas não tiveram relação com as demais atividades escolares nem implicaram qualquer forma de compensação ou custo.

RESULTADOS

Os resultados serão apresentados no formato de manuscritos. Estes foram produzidos de acordo com os objetivos específicos desta pesquisa. O Quadro 3 apresenta de forma sintética o objetivo, o manuscrito originado e a situação do mesmo.

Quadro 3 - Relação dos objetivos e produtos originados.

Objetivo específico	Manuscrito originado	Situação
Verificar se o PPP e a BNCC favorecem o Letramento Matemático esperado dos alunos no 9º ano do ensino fundamental	O Letramento Matemático nos documentos orientadores: resultados de uma matriz de análise	Submetido a Revista de Ensino de Ciências e Matemática (RENCIMA)
Elaborar e validar a intervenção.	A Teoria da Engenharia Didática e o processo elaborar, aplicar e reelaborar na elaboração e validação de sequências didáticas	A ser submetido após as considerações da banca ao periódico Vivências.
Aplicar uma intervenção elaborada a partir dos pressupostos da Teoria da Engenharia Didática, através da aplicação de três sequências didáticas com os alunos. Comparar os níveis de Letramento Matemático dos alunos antes e após a intervenção.	A Teoria da Engenharia Didática para promover o Letramento Matemático de alunos dos anos finais do ensino fundamental	A ser submetido após as considerações da banca ao periódico AMAZÔNIA - Revista de Educação em Ciências e Matemáticas.

Fonte: Autoras

O manuscrito I que tem como título O Letramento Matemático nos documentos orientadores: resultados de uma matriz de análise. Apresenta uma Matriz de Análise elaborada com base nos processos matemáticos fundamentais propostos pelo PISA(2012), desenvolvida em níveis de Letramento Matemático, níveis estes construídos pelas autoras que possibilitam a verificar o nível de Letramento Matemático de uma pessoa ou até mesmo de um grupo. Através dessa Matriz de Análise foi possível verificar se os documentos norteadores da educação básica favorecem o desenvolvimento do Letramento Matemático.

O manuscrito II, tem como objetivo validar sequências didáticas. Para efetivação dessa validação utilizamos o processo EAR (Elaborar, Aplicar e Reelaborar) que consiste na execução de processos que possibilitam adequação do material para obtenção de resultados mais precisos. O terceiro e último manuscrito apresenta o resultado do objetivo geral da nossa pesquisa. Nele encontra-se os resultados da Análise a priori, da intervenção, da análise a

posteriori e a validação que é o ponto principal do nosso trabalho, pois com a validação que podemos garantir que uma intervenção baseada na Teoria da Engenharia Didática favorece o desenvolvimento do Letramento Matemático de estudantes do 9º ano dos anos finais do ensino fundamental.

Manuscrito 1

O Letramento Matemático nos documentos orientadores: resultados de uma matriz de análise

Sâmela Taís Gonzalez Prado

Raquel Ruppenthal

Carla Beatriz Spohr

Resumo: O Letramento Matemático é compreendido como a capacidade do indivíduo de formular, empregar, interpretar e avaliar matematicamente com argumentos em relação a situações do mundo em que vive. Neste estudo, propusemos a elaboração e validação de uma matriz de análise para analisar se documentos orientadores e normativos de ensino favorecem o Letramento Matemático. A matriz foi aplicada independentemente por três pesquisadoras com a BNCC, a escala de proficiência do SAEB e dois Projetos Políticos Pedagógicos. Observou-se que a BNCC é o documento que mais favorece o Letramento Matemático, predominando um olhar para os letramentos Nominal, Funcional e Conceitual. A perspectiva de letramento matemático da escala de Proficiência do SAEB supervaloriza o nível funcional, com muitas limitações acerca do contexto de aplicação. Por fim, ressaltamos que a matriz de análise cumpriu com seu objetivo, apesar de alguns aspectos podem ser melhorados.

Palavras-chave: Letramento Matemático. Anos finais. BNCC. PISA.

Mathematical Literacy in the Guiding Documents: results of an analysis matrix

Abstract: Mathematical Literacy is understood as an individual's ability to formulate, employ, interpret, and evaluate mathematically with arguments in relation to situations in the world in which he/she lives. In this study, we proposed the elaboration and validation of an analysis matrix to analyze whether teaching guidelines and normative documents favor mathematical literacy. The matrix was applied independently by three researchers with the BNCC, the SAEB proficiency scale, and two Pedagogical Policy Projects. It was observed that the BNCC is the document that most favors mathematical literacy, predominantly looking at nominal, functional, and conceptual literacy. The perspective of mathematical literacy of the SAEB Proficiency Scale overvalues the functional level, with many limitations about the context of application. Finally, we emphasize that the analysis matrix met its objective, although some aspects can be improved.

Keywords: Mathematical Literacy. Final years. BNCC. PISA.

La alfabetización matemática en los documentos rectores: resultados de una matriz de análisis

Resumen: La alfabetización matemática se entiende como la capacidad del individuo para formular, emplear, interpretar y evaluar matemáticamente con argumentos en relación con situaciones del mundo en el que vive. En este estudio, se propuso la elaboración y validación de una matriz de análisis

para analizar si los documentos docentes orientadores y normativos favorecen la alfabetización matemática. La matriz fue aplicada de forma independiente por tres investigadores con el BNCC, la escala de competencia SAEB y dos Proyectos de Política Pedagógica. Se observó que el BNCC es el documento que más favorece la alfabetización matemática, contemplando predominantemente la alfabetización nominal, funcional y conceptual. La perspectiva de la alfabetización matemática de la Escala de Competencia SAEB sobrevalora el nivel funcional, con muchas limitaciones sobre el contexto de aplicación. Por último, destacamos que la matriz de análisis cumplió su objetivo, aunque algunos aspectos son mejorables.

Palabras clave: Alfabetización matemática. Últimos años. BNCC. PISA.

Introdução

A Matemática é fundamental no desenvolvimento e resolução dos mais variados problemas, tanto na prática escolar como em nosso cotidiano. Através do ensino de Matemática é possível aprimorar estes conhecimentos a fim desenvolver o Letramento Matemático (LM) dos educandos. O Letramento Matemático é compreendido como a capacidade do indivíduo de formular, empregar, interpretar e avaliar matematicamente com argumentos em relação a situações do mundo em que vive (OCDE, 2012). As práticas de Letramento Matemático são mais investigadas em trabalhos relacionados aos anos iniciais do ensino fundamental (GALVÃO; NACARATO, 2013; DEL TREJO, DE PAULA, 2018; CARVALHO, 2011). Contudo, outros trabalhos que abordam o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA) e a Base Nacional Curricular Comum (BNCC) (JOLANDEK; PEREIRA; MENDES, 2021; ARRUDA; FERREIRA; LACERDA, 2020; FERREIRA; MOREIRA, 2019), cujos objetivos são identificar percepções de professores de Matemática em relação ao Letramento Matemático, analisar características do Letramento Matemático na BNCC com a finalidade de apontar se é possível o desenvolvimento do Letramento Matemático de estudantes.

Considerando o anteriormente exposto, o objetivo deste trabalho é apresentar a construção de uma matriz de análise para verificar os níveis de Letramento Matemático em diferentes documentos. Assim, validar a mesma realizando a análise da BNCC, da escala de proficiência de Matemática do 9º ano do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e dos Projetos Políticos Pedagógicos (PPP) de duas escolas. Entendemos que esse tipo de análise é fundamental para que se possa pensar nos processos de planejamento escolar, sejam curriculares ou de práticas na sala de aula, visando desenvolver o pleno Letramento Matemático.

REFERENCIAL TEÓRICO

A importância da matemática

A Matemática teve início nas antigas civilizações, que deram os primeiros passos na elaboração do conhecimento matemático. Os gregos, os pitagóricos e platônicos são citados na história da Matemática como provedores de alguns saberes matemáticos. Com os babilônios deu-se o início da comparação de formas geométricas e da noção sobre tamanho e quantidade; os gregos se envolveram mais com o raciocínio lógico e na procura de resultados precisos. Já os platônicos e pitagóricos começaram a buscar na Matemática recursos que influenciaram o pensamento em relação à Matemática. Segundo Struik (1998), estes permitiram a construção do pensamento matemático que influencia até hoje o ensino de Matemática.

Ellenberg (2015) afirma que “A Matemática é a ciência para não estarmos errados acerca das coisas; as suas técnicas e os seus hábitos evoluíram ao longo de séculos de trabalho duro e de argumentação” (ELLENBERG, 2015, p.10-11). Ou seja, a Matemática e o desenvolvimento do pensamento matemático passam por processos de evolução e isso é importante para que o ensino de Matemática se torne mais significativo em sala de aula e em outros contextos, a fim de contribuir para este desenvolvimento.

O raciocínio matemático pode ser entendido como um conhecimento necessário para a resolução dos mais variados problemas ou situações no nosso cotidiano. Apesar de muitas vezes não percebermos a Matemática nas diversas ações da nossa vida, seus conceitos estão presentes e podem contribuir para a tomada de decisões. Acredita-se que acaba passando despercebida porque muitos matemáticos e professores usam nomes, símbolos e códigos que não são comuns no cotidiano, o que acaba prejudicando a comunicação, pois como aponta Santos et al. (2020) aprender a raciocinar, representar, comunicar, argumentar e resolver problemas em diferentes contextos torna-se essencial para a alfabetização e Letramento em Matemática.

A tendência de ensinar Matemática como se ela fosse regida apenas por regras, listas de cálculos, tende a não explorar e desenvolver o pensamento matemático do estudante e muito menos, promover o Letramento Matemático. Ou seja, perceber e compreender que “a Matemática não é apenas uma sequência de cálculos que devem ser feitos como um rito de passagem, até que a nossa paciência ou a nossa resistência se esgotem” (ELLENBERG, 2016, p. 12) é uma etapa fundamental para superar o modelo de ensino tradicional e se aproximar de uma prática voltada para o Letramento Matemático.

O ensino de Matemática deveria proporcionar uma visão melhor dos fatos, possibilitando o pensar matemático, facilitando a tomada de decisões mais sensatas e fundamentadas em argumentos matemáticos. Jordan Ellenberg reitera que, “sem a estrutura rigorosa que a Matemática provê, o senso comum pode levar você a se perder” (ELLENBERG, 2016, p.12). D’Ambrosio (1990) destaca a importância da educação Matemática em sala de aula, uma vez que está diretamente relacionada com as atividades e situações do cotidiano, o que mostra possibilidades de contextualização e utilização da Matemática ensinada na escola em várias situações no trabalho e na vida. Montenegro e Soares (2021) afirmam que é urgente questionarmos a forma como os conteúdos são trabalhados em sala de aula, em como o conhecimento matemático é produzido e qual o seu sentido para os alunos. Assim a importância da educação Matemática está em “ser útil como instrumentador para a vida”; “por ser útil como instrumento para o trabalho” (D’AMBROSIO, 1990, p. 16-17).

Deste modo, observa-se que o ensino de Matemática pode e deve estar atrelado a construção do saber e do pensamento matemático do indivíduo vinculados com os contextos práticos e as situações que podem ser solucionadas a partir de seus conhecimentos. E isso, nos leva às discussões sobre o Letramento Matemático.

Letramento Matemático

Para que possamos compreender o Letramento Matemático, é importante abordar o letramento em um contexto geral. Letramento é uma tradução da palavra literacy, onde littera = *letra* e cy= *condição, estado*. Sendo assim, literacy significa ‘a condição de ser letrado’. No entanto, não basta aos indivíduos apenas saber ler e escrever; é preciso praticar e utilizar essas competências em diversos contextos.

Conforme Magda Soares (1998), “não basta apenas ler e escrever, é preciso também fazer uso do ler e escrever”, isto é, ser letrado é se apropriar do uso da escrita nas situações práticas. Letramento é o estado ou condição que um indivíduo ou grupo social alcança como consequência por ter se apropriado da escrita e de suas práticas sociais (SOARES, 1998). Apenas ser alfabetizado não torna o indivíduo letrado, ou capaz de tomar decisões e agir em sociedade, o que levou a preocupação em relação aos níveis de letramento da população. Kleiman (2005) ressalta que “para ser alfabetizado era suficiente ter domínio do código alfabético, mas hoje se espera que, além de dominar esse código, o estudante consiga se comunicar, por meio da escrita, numa variada gama de situações”. Da mesma forma, pode-se pensar no termo Letramento Matemático, visto que não basta conhecer os códigos e conceitos

matemáticos e não utilizá-los como instrumento ou ferramentas nas diversas situações do cotidiano.

Nos últimos anos, a expressão Letramento Matemático também passou a ser utilizada como referência no PISA, e mais recentemente na BNCC. Segundo o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (PISA),

Letramento matemático é a capacidade individual de formular, empregar, e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias (PISA, 2012, p. 01).

A BNCC por ter forte influência de políticas neoliberais, como o PISA, traz uma definição semelhante à anterior apresentando o Letramento Matemático como:

competência e habilidade de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que asseguramos aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição) (BNCC, 2018, p. 266).

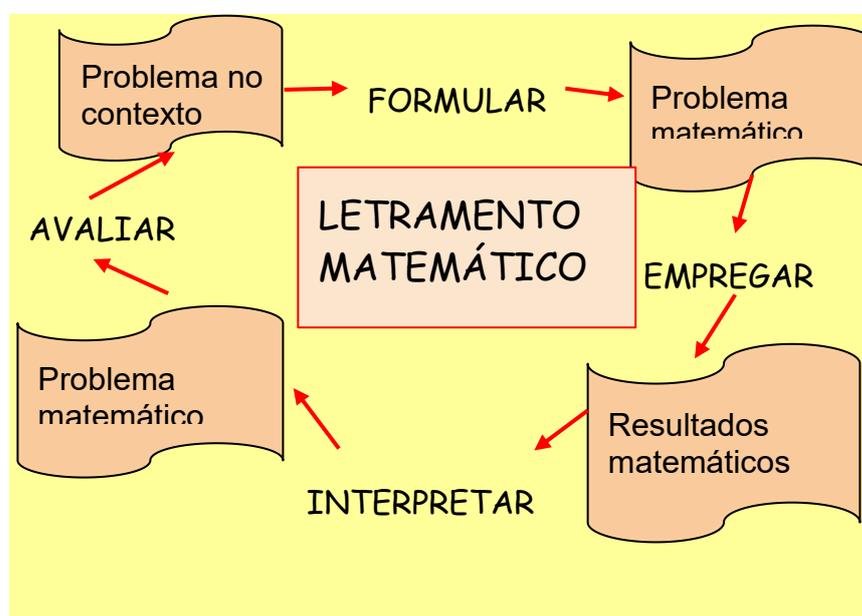
Salientamos aqui alguns pontos em comum e as dissonâncias entre essas duas definições de Letramento Matemático. O que o PISA traz como capacidade, a BNCC apresenta como competência ou habilidade, porém ambas com o mesmo propósito que é o desenvolvimento de um cidadão crítico e capaz de viver em sociedade fazendo uso da interpretação, argumentação e análise Matemática. Outro fator em comum é que os processos essenciais do Letramento Matemático devem servir para serem aplicadas em situações diversas nos mais variados contextos. Como dissonância está a percepção do caráter de jogo intelectual da Matemática e estímulo à investigação de maneira prazerosa através do Letramento Matemático.

De acordo com o PISA (2012) para a resolução de um determinado problema é preciso que os indivíduos façam uso das Capacidades Fundamentais da Matemática, que são: comunicação; “matematização”; representação; razão e argumentação; delineamento de estratégias para resolver problemas; utilização da linguagem e operações simbólicas, formal e técnica; e, utilização de ferramentas matemáticas. Existe uma escala de proficiência adotada

pelo PISA (2012) em que é possível verificar o nível de letramento de uma pessoa ou até mesmo de um grupo. Esta escala é estruturada em seis níveis, sendo o nível 1 o menor e 6 o maior. Identifica-se em todos os níveis a presença das Capacidades Fundamentais da Matemática mencionados anteriormente, em graus de complexidade crescentes e associados com situações do cotidiano que se espera que o indivíduo resolva a partir do conhecimento matemático.

O PISA destaca três processos fundamentais para o desenvolvimento do Letramento Matemático. O primeiro refere-se a capacidade de *Formular*, que envolve a capacidade de identificar oportunidades de utilização de Matemática e providenciar a estrutura matemática necessária para a representação da situação, seleção de variáveis e elaboração de suposições sobre como resolver o problema. O segundo processo fundamental refere-se a *Empregar* a linguagem matemática, que inclui aplicar raciocínio lógico e utilizar conceitos matemáticos, desenvolvimento de cálculos, procedimentos, equações, modelos, descrições matemáticas e utilizar suas ferramentas para resolver problemas. Por fim, a capacidade de *Interpretar/Avaliar* faz referência a habilidade de refletir sobre soluções matemáticas e interpretá-las em um determinado contexto de problema. Inclui avaliar as soluções e os raciocínios matemáticos empregados e verificar se os resultados são razoáveis e fazem sentido naquela situação específica. São processos diferentes, que podem ocorrer sequencialmente ou simultaneamente nos sujeitos pois representam operações mentais importantes no processo de compreender e resolver problemas matemáticos, conforme sintetiza a Figura 1.

Figura 1: Processos do Letramento matemático



Fonte: Adaptado do PISA (2012).

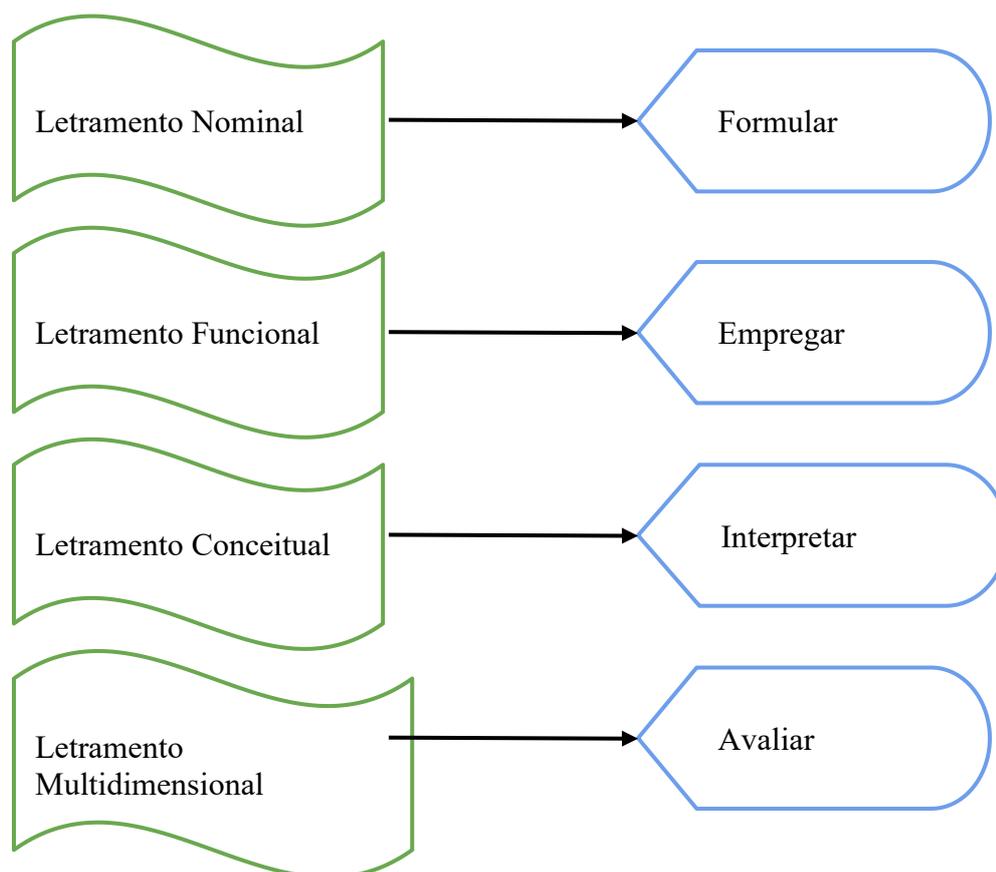
A partir dessas definições e de outras leituras, adotamos o conceito de Letramento Matemático que vamos utilizar ao longo de nossa pesquisa. Assim, entendemos que *o indivíduo é considerado letrado matematicamente quando consegue relacionar a Matemática com o espaço em que vive. Pode ser visualizado quando o indivíduo consegue interpretar, avaliar e argumentar uma notícia que apresenta gráficos e tabelas; quando resolve situações problemas dominando os processos de formular, interpretar e empregar conceitos matemáticos; ou ainda ao utilizar a argumentação com base em fatos da Matemática tornando-se assim um cidadão capaz de decidir; opinar e participar ativamente da vida em sociedade.*

Assim como Ruppenthal, Coutinho e Marzari (2020) que apresentam uma definição para o letramento científico como a prática social do conhecimento científico que ocorre em níveis, entendemos que o Letramento Matemático se desenvolve em níveis, onde cada nível apresenta habilidades que são base para o desenvolvimento do nível seguinte.

Compreendemos que para a realização da pesquisa, obtenção de bons resultados e entendimento por parte dos leitores, era evidente a necessidade de trazer estes níveis utilizados no Letramento Científico para o Matemático. Os níveis construídos e denominados como Letramento Nominal (LN), Letramento Funcional (LF), Letramento Conceitual (LC) e Letramento Multidimensional (LMd) facilitam o entendimento sobre os processos matemáticos fundamentais e possibilitam a identificação de habilidades matemáticas em um indivíduo ou até mesmo de um grupo podendo haver uma classificação.

Assim, propomos quatro níveis de Letramento Matemático procurando relacionar os processos fundamentais e habilidades esperadas em cada nível. A figura 2 visa sistematizar os níveis de letramento matemático elaborados e utilizados neste trabalho.

Figura 2:



Fonte: Autoras

Conforme descrevemos anteriormente, há um conjunto de conhecimentos e habilidades que são esperados para cada nível de Letramento Matemático. Assim, na sequência descrevemos os níveis de Letramento Matemático.

Letramento Nominal (LN): O aluno percebe contextos que demandam a aplicação dos conhecimentos matemáticos, cria e utiliza estratégia, faz suposições sobre como resolver o problema, cria uma estrutura e representação matemática simples. *Letramento Funcional (LF)*: O aluno utiliza ferramentas matemáticas, é capaz de manipular números, gráficos, informações e dados estatísticos, expressões e equações algébricas, e representações geométricas para resolver problemas. *Letramento Conceitual (LC)*: O estudante consegue resolver um problema e interpretar um resultado matemático, transitar em raciocínios e soluções matemáticas e revê-los dentro de um problema inserido em determinado contexto. *Letramento Multidimensional (LMd)*: Possui a habilidade de verificar se os resultados são razoáveis e fazem sentido naquela situação específica. Capaz de tomar decisões sobre como os resultados podem ser compreendidos, ajustados ou aplicados naquele contexto. Considerando que no dia a dia estamos constantemente em situações que demandam ações e decisões pautadas no conhecimento matemático, como questões relacionadas a finanças,

planejamento doméstico, construções, interpretação de notícias, entre outros, percebemos o quanto é importante o processo de Letramento Matemático nas escolas. Letrar matematicamente é uma necessidade para a formação de cidadãos capazes de desenvolver e aplicar o pensamento matemático, os conceitos e ferramentas matemáticas para resolver problemas nas diversas situações e em diferentes contextos.

Dessa forma, entendemos que para fomentar o pleno Letramento Matemático se faz necessário compreender de que forma este está proposto em documentos que orientam e normatizam os currículos escolares. Com esta finalidade, propõe-se uma matriz de análise para verificar de que forma esses documentos contribuem ou não para o Letramento Matemático nas escolas, que descrevemos na próxima seção.

Metodologia

Para a realização deste estudo, foi adotada uma abordagem qualitativa, que para Gil (2017) difere-se da pesquisa quantitativa em virtude de se utilizar de uma perspectiva interpretativista. Conforme seu objetivo classifica-se em uma pesquisa exploratória e descritiva (GIL, 2017) pois busca explorar e descrever de que forma os documentos curriculares contribuem ou não para o Letramento Matemático. Quanto ao seu delineamento trata-se de uma pesquisa documental (GIL, 2008) uma vez que os dados são buscados num conjunto de documentos previamente selecionados conforme os objetivos deste estudo.

O corpus de análise foi constituído pela BNCC, devido ao seu caráter normativo; a escala de proficiência de Matemática do SAEB, uma vez que a Prova Brasil se pauta nesta escala para a elaboração de itens e avaliação; e por fim, os Projetos Políticos Pedagógicos (PPPs) de duas escolas. A fim de produzir análises mais profundas, realizou-se a leitura dos documentos como um todo, para compreender o contexto de produção. A matriz de análise foi aplicada sobre trechos específicos e relacionados ao ensino de matemática, conforme descreve o Quadro 1.

Quadro 1: Trechos analisados

DOCUMENTOS	TRECHOS ANALISADOS
Base Nacional Comum Curricular	-O tópico Área da Matemática - Unidades temáticas da Matemática -Habilidades matemáticas que devem ser trabalhadas no 9º ano
Escala de proficiência do SAEB	- Todas habilidades descritas nos 9 níveis apresentados
Projeto Político Pedagógico	- Seção relativa ao ensino de matemática nos Anos finais

Fonte: Elaborado pelas autoras

Para reconhecer o Letramento Matemático, aplicou-se a matriz de análise sobre as habilidades propostas para o 9º ano do Ensino Fundamental na BNCC, PPPs e escala de proficiência do SAEB, pois entendemos que ao final do Ensino Fundamental a aprendizagem de habilidades e conceitos esteja consolidada. Em relação aos PPPs, entendemos que este é um documento norteador da escola e que apresenta informações e demandas locais, o que permite realizar uma análise mais objetiva e pautada no espaço escolar, bem como os documentos normativos e orientadores se concretizam.

A escolha das escolas se deu por conveniência, a facilidade de acesso e o conhecimento da realidade de ambas por parte da pesquisadora principal, fator esse que possibilita a realização de análises mais profundas. As escolas estão situadas no município de Alegrete - RS, com estudantes oriundos de famílias trabalhadoras, assalariadas; alguns vivem em situação de vulnerabilidade social e alto índice de violência, ambas apresentando a mesma situação econômica, social e cultural. A fim de manter o anonimato das escolas, elas serão identificadas como Escola 1 e Escola 2.

Para a construção da matriz de análise, considerou-se os três processos fundamentais para o desenvolvimento do Letramento Matemático descritos no documento do PISA associados aos níveis de letramento propostos por Ruppenthal, Coutinho e Marzari (2020). A matriz apresenta os níveis de Letramento Matemático, os indicadores que foram buscados durante as análises; uma descrição desses indicadores bem como um trecho que explicita a presença do nível de Letramento Matemático, conforme apresentamos no quadro 2. Com esta matriz de análise, esperou-se verificar se os documentos estudados favorecem ou não o desenvolvimento do Letramento Matemático dos alunos.

Quadro 2: Matriz de análise com níveis de Letramento Matemático

Nível de LM	Indicador	Descrição do indicador	Exemplo de trecho
L. N	LN.1 - Identificar problemas que envolvem matemática	Possibilitam ao aluno perceber contextos que demandam a aplicação dos conhecimentos matemáticos.	desenvolvam a capacidade de identificar oportunidades de utilização da matemática para resolver problemas
	LN.2-Elaborar estratégias/hipóteses de resolução de problemas	Possibilita ao aluno pensar utilizando variáveis e criar variáveis e fazer suposições sobre como resolver o problema.	Seja capaz de criar hipótese e fazer deduções de como resolver determinado problema matemático
	LN.3 - Representar problemas matemáticos simples	Criar uma estrutura e representação matemática simples	Traduzir um problema matemático cotidiano simples numa linguagem matemática rudimentar

L. F	LF. 1 - Utilizar conceitos matemáticos	Possibilita ao aluno utilizar ferramentas matemáticas para resolver problemas.	Desenvolver a capacidade de utilizar ferramentas matemáticas na resolução de problemas
	LF.2-Desenvolver cálculos, procedimentos, equações, modelos	Possibilita ao aluno manipular números, gráficos, informações e dados estatísticos, expressões e equações algébricas, e representações geométricas para resolver problemas;	Ser capaz de aplicar e resolver equações, cálculos, fórmulas. Resolver expressões numéricas, algébricas...
L. C	L.C.1-Resolver um problema e interpretar um resultado matemático aplicado num contexto do mundo real	refletir sobre soluções matemáticas e interpretá-las em um determinado contexto de problema	obter soluções e interpretá-las segundo os contextos das situações
	L.C.2-transitar em raciocínios e soluções matemáticas e revê-los dentro de um problema inserido em determinado contexto	compreender a necessidade de utilizar diferentes conceitos matemáticos para resolver problemas matemáticos diários.	criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas,
L. Md	LM.1-Avaliar as soluções e os raciocínios matemáticos empregados transitando em múltiplos contextos	Permite ao aluno verificar se os resultados são razoáveis e fazem sentido naquela situação específica.	Que o aluno seja capaz de argumentar matematicamente diante de soluções apresentadas
	L.M.2-explicar porque um resultado matemático faz ou não sentido dentro do contexto de um problema;	Permite ao aluno tomar decisões sobre como os resultados podem ser compreendidos, ajustados ou aplicados naquele contexto;	fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões adequadas.

Fonte: Elaborado pelas autoras

A matriz de análise foi aplicada independentemente por três pesquisadoras, para posterior triangulação de análises, procurando garantir a qualidade e fidedignidade dos dados. Cada pesquisador destacou os trechos válidos de cada documento e os classificou em seus respectivos níveis de Letramento Matemático e indicadores conforme a matriz de análise.

Todos os dados foram organizados em quadros sínteses a fim de favorecer as inferências e considerações acerca de como os documentos favorecem ou não o desenvolvimento do Letramento Matemático. As unidades significativas foram analisadas à luz dos níveis de Letramento Matemático, a fim de descrever se e como o Letramento Matemático é favorecido pelos documentos normativos e orientadores. Destacamos que em relação às análises dos PPPs, garantiu-se o anonimato das escolas, respeitando os princípios éticos. A presente pesquisa foi aprovada no Comitê de Ética em Pesquisa, sob o CAAE 40566520.8.0000.5323.

Resultados e discussões

Os dados obtidos a partir da aplicação da matriz para verificar o Letramento Matemático serão apresentados da seguinte maneira: Primeiro, apresenta-se a análise dos trechos da BNCC com a respectiva discussão. Após, descreve e discute os dados obtidos no documento que orienta o SAEB e por fim, apresenta a análise dos PPPs.

A BNCC está organizada por áreas do conhecimento, sendo uma delas a área da Matemática, foco do nosso estudo. Cada área estabelece as competências específicas de área e competências específicas do componente, que devem ser desenvolvidas ao longo da escolarização. A fim de garantir o desenvolvimento dessas competências, cada componente curricular apresenta um conjunto de habilidades, relacionadas a diferentes objetos de conhecimento, organizadas em unidades temáticas. Reconhecemos que há diversos pesquisadores que criticam o ensino por competências presentes na BNCC. No entanto, não vamos entrar no mérito da discussão, uma vez que nosso foco é analisar se este documento favorece ou não o Letramento Matemático. O nosso recorte de análise foram os textos relativos aos Anos Finais do Ensino Fundamental e as habilidades descritas para o 9º ano do Ensino Fundamental, uma vez que é esperado que ao final dessa etapa da educação, o estudante tenha consolidado suas diversas aprendizagens. Dessa forma, um total de 34 páginas foram lidas e analisadas em busca de unidades de significado para responder ao objetivo deste estudo.

Todas as unidades significativas foram organizadas em quadros, que constituíram os dados brutos da pesquisa, que passaram para a etapa de análise. Essa etapa possibilita realizar algumas deduções.

Na seção dos pressupostos teóricos da área de matemática, foram selecionados 17 trechos. A partir da nossa matriz de análise, observou-se que quatro trechos estão relacionados ao Letramento Nominal; 10 ao Letramento Funcional; nove trechos trazem claros indícios de Letramento Conceitual e 10 estão alinhados com uma perspectiva de Letramento Multidimensional. Salienta-se que em geral, os trechos selecionados, conforme o escopo deste trabalho, abordam e possibilitam pensar o Letramento Matemático em seus diferentes níveis.

Considerando que assumimos que o Letramento Matemático implica na utilização dos conhecimentos, procedimentos e modos de pensar da matemática para atuar em situações do cotidiano, selecionou-se as principais ações ou ações manipulativas dessas unidades significativas. Estas foram organizadas conforme o nível de letramento predominante (Quadro 3)

<i>LETRAMENTO NOMINAL</i>	<i>LETRAMENTO FUNCIONAL</i>
<p>Identificar oportunidades de utilização da matemática;</p> <p>Investigar, organizar, representar e comunicar informações relevantes;</p> <p>Expressar suas respostas e sintetizar conclusões, utilizando diferentes registros;</p> <p>Utilizando estratégias diversas;</p> <p>Reconhecer as variáveis associadas a formas geométricas;</p> <p>Representar;</p> <p>Representações e índices estatísticos;</p> <p>Leitura e interpretação.</p>	<p>Relacionem observações empíricas do mundo real;</p> <p>Aplicando conceitos, procedimentos e resultados para obter soluções;</p> <p>Construir e aplicar conhecimentos matemáticos;</p> <p>Utilizar processos e ferramentas matemáticas;</p> <p>Descrever algoritmos, como fluxogramas;</p> <p>Resolvam problemas;</p> <p>Utilizar modelos matemáticos na compreensão, representação e análise de relações quantitativas;</p> <p>Resolver problemas por meio de equações e inequações;</p> <p>Traduzir uma situação dada em outras linguagens;</p> <p>Uso de unidades de medida padronizadas;</p> <p>Uso de tecnologias;</p> <p>Raciocinar e utilizar conceitos;</p> <p>Construção de tabelas e gráficos;</p> <p>Comunicação em linguagem matemática com o uso da linguagem simbólica.</p>
<i>LETRAMENTO CONCEITUAL</i>	<i>LETRAMENTO MULTIDIMENSIONAL</i>
<p>Interpretar segundo os contextos das situações;</p> <p>Resolver problemas cotidianos, sociais;</p> <p>Resolver problemas cotidianos;</p> <p>Criar, interpretar e transitar entre as diversas representações gráficas e simbólicas;</p> <p>Resolver problemas envolvendo grandezas;</p> <p>Determinar expressões;</p> <p>Interpretar;</p> <p>Descrever, explicar e prever fenômenos;</p> <p>Representação;</p> <p>Compreensão e análise;</p> <p>Abstrair o contexto, apreendendo relações e significados.</p>	<p>Verificação de conjecturas;</p> <p>Avaliá-las crítica e eticamente;</p> <p>Produzindo argumentos convincentes;</p> <p>Enfrentar situações-problema em múltiplos contextos;</p> <p>Validando estratégias e resultados;</p> <p>Compreensão dos processos neles envolvidos;</p> <p>Avaliar e comparar resultados;</p> <p>Analisar dados em uma variedade de contextos;</p> <p>Fazer julgamentos bem fundamentados;</p> <p>Tomar as decisões adequadas;</p> <p>Argumentação;</p> <p>Desenvolvimento do senso crítico;</p> <p>Aplicá-los em outros contextos</p>

Fonte: Elaborado pelas autoras.

Com análise do quadro é possível observar que os verbos presentes nas frases organizadas em cada nível de letramento convergem com os descritores apresentados em nossa matriz de análise (Quadro 2). Os verbos representar, identificar e utilizar indicam habilidades básicas, que nós reconhecemos como Letramento Nominal, pois são utilizados para identificar problemas que envolvem matemática; propor estratégias de solução e representar essas estratégias com uma linguagem matemática simples.

Ao apresentar habilidades como utilizar conceitos matemáticos e desenvolver cálculos,

procedimentos, equações e outros, a BNCC está favorecendo o desenvolvimento do Letramento Funcional do indivíduo. Destacamos que a utilização dos verbos resolver, interpretar acompanhados de uma situação, contexto ou cotidiano são indicativos de que o documento também contribui o Letramento Conceitual. No momento em que o texto que compõe a BNCC apresenta trechos que descrevem situações e contextos que precisam ser resolvidos com os verbos avaliar, validar e argumentar numa perspectiva de ações cotidianas, temos indicadores do Letramento Multidimensional.

É possível visualizar ações que demonstram todos os níveis, quase que num equilíbrio, indicando que a BNCC respeita a complexidade e a aquisição gradual dessas habilidades favorecendo assim ao desenvolvimento do Letramento Matemático dos estudantes dos anos finais do ensino fundamental.

No texto que compõem as competências Específicas da Matemática, os níveis de LM que ganham destaque são o Letramento Funcional e Multidimensional. Entre as unidades temáticas que compõem a área da Matemática da BNCC a que contempla todos os níveis de Letramento Matemático é a unidade temática Probabilidade e Estatística, com maior ênfase no Letramento Funcional. As demais unidades temáticas apresentam no mínimo três níveis de Letramento Matemático, prevalecendo o nível Letramento Funcional.

A fim de compreender como as competências podem se materializar nos processos de ensino e aprendizagem, analisou-se as habilidades que devem ser desenvolvidas no 9º ano do ensino fundamental. Esse recorte se deu pois entende-se que ao final do Ensino Fundamental, as aprendizagens dos anos anteriores estão consolidadas, As habilidades estão organizadas em cinco unidades temáticas: Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas, e Probabilidade e Estatística.

Há um total de 23 habilidades. A maioria delas está vinculada a apenas um nível de Letramento Matemático, no entanto algumas possibilitam pensar e desenvolver mais de um nível concomitantemente (Quadro 4).

Quadro 4 - Análise das habilidades 9º ano BNCC

Nível de letramento	Habilidades/ Unidade temática
Nominal	(EF09MA10)/ Geometria (EF09MA12)/ Geometria (EF09MA18)/ Grandezas e medidas
Funcional	(EF09MA03)/ Números (EF09MA17)/ Grandezas e medidas (EF09MA22)/ Probabilidade e Estatística
Conceitual	(EF09MA01)/ Números

	(EF09MA04)/ Números (EF09MA07)/ Álgebra (EF09MA11)/ Geometria (EF09MA13)/ Geometria (EF09MA14) / Geometria (EF09MA15) / Geometria (EF09MA16)/ Geometria (EF09MA19)/ Probabilidade e Estatística
Multidimensional	(EF09MA05)/ Números (EF09MA06)/ Álgebra (EF09MA23)/ Probabilidade e Estatística
Nominal+Funcional+Multidimensional	(EF09MA20)/ Probabilidade e Estatística
Funcional+Multidimensional	(EF09MA08)/ Álgebra
Conceitual + Multidimensional	(EF09MA21)/Probabilidade e Estatística
Funcional + Conceitual	(EF09MA02)/ Números (EF09MA09)/ Álgebra

Fonte: Elaborado pelas autoras

Nas habilidades das unidades temáticas Números e Álgebra, percebe-se a falta do Letramento Nominal. Considerando que este é um nível básico de Letramento Matemático, parece que a BNCC pressupõe que o estudante já tenha desenvolvido totalmente as habilidades básicas relacionadas à unidade temática nos anos anteriores do Ensino Fundamental. Ainda na temática Números e álgebra, destaca-se a presença dos níveis de Letramento Conceitual seguido do Letramento Multidimensional. Nas unidades temáticas Geometria; e, Grandezas e medidas; a maioria das habilidades favorece ao desenvolvimento do Letramento Conceitual, com uma mínima aparição do Letramento Nominal e Funcional, que se apresenta como um fator negativo, pois o ideal seria um equilíbrio entre os níveis em cada unidade temática. O Letramento Multidimensional tem presença implícita, pois depende do professor compreender de que forma pode apresentar situações de ensino que favoreçam a utilização de conceitos de diferentes áreas.

Na última unidade temática nomeada como Probabilidade e Estatística, identificamos os quatro níveis de Letramento Matemático sendo o Letramento Multidimensional o mais presente. Entendemos que esse fator pode ser explicado em função de ser recorrente nos conteúdos citados nesta unidade como gráficos, a realização de análise, validação e proposição de argumentos.

Por vezes, percebeu-se que uma habilidade desenvolve todos os níveis de LM. Tomamos como exemplo de habilidade analisada a (EF09MA20) *Reconhecer, em experimentos aleatórios, eventos independentes e dependentes (Letramento Nominal) e calcular a probabilidade de sua ocorrência, nos dois casos. (Letramento Funcional) Análise*

de gráficos divulgados pela mídia: elementos que podem induzir a erros de leitura ou de interpretação (Letramento Multidimensional). É possível identificar os respectivos níveis através de seus verbos e do contexto de cada frase. Reconhecer nos remete ao LN, calcular remete ao LF ; interpretar ao LC; e, analisar ao LMd. Em uma só habilidade a presença dos quatro níveis de Letramento Matemático, de forma coesa permitindo o desenvolvimento do Letramento Matemático.

No momento em que a BNCC se propõe a defender a importância do Letramento Matemático na vida cotidiana dos estudantes, precisa relacionar os processos fundamentais do Letramento Matemático às habilidades de cada ano, a fim de proporcionar seu pleno desenvolvimento. Existe coerência entre o que está escrito nas unidades temáticas com o que está apresentado nas habilidades. O processo de Letramento Matemático é importante. Dessa forma, quando as habilidades se reportam aos níveis de Letramento Matemático, percebe-se a potencialidade em desenvolver o Letramento Matemático para que os alunos apliquem este conhecimento para enfrentar as diversas situações do dia a dia que demandam de análise e argumentação matemática.

Dessa forma, entendemos que a Base Nacional Comum Curricular favorece o desenvolvimento do Letramento Matemático uma vez que enfatiza no decorrer de toda área da Matemática, nas unidades temáticas a importância do Letramento Matemático para que o indivíduo possa viver em sociedade. É perceptível esse favorecimento no momento em que a BNCC baseia-se em outro documento (PISA, 2012) importante e que defende o Letramento Matemático como algo primordial no desenvolvimento das capacidades de criar hipóteses/estratégias, opinar, argumentar, analisar e verificar soluções em diferentes situações e contextos. Apesar de favorecer o Letramento Matemático, é interessante ressaltar que pode ser aprimorada apresentando um equilíbrio entre os níveis de Letramento Matemático em cada unidade temática, onde todos os níveis pudessem ser trabalhados e desenvolvidos.

Escala de Proficiência de Matemática do 9º ano SAEB

A escala de Proficiência de Matemática 9º ano do ensino fundamental foi desenvolvida com o objetivo de traduzir notas em diagnósticos qualitativos do desempenho escolar. Esta escala é composta por 9 níveis, cuja pontuação varia entre 200 a 400 pontos ou mais. Esta escala é utilizada para verificar o nível de aprendizagem Matemática dos estudantes. Um aspecto interessante da escala de Proficiência Matemática é que as habilidades de cada nível são cumulativas. Isto é, para que um estudante seja alocado no nível 4, ele

necessariamente precisa dominar as habilidades de todos os níveis anteriores. A análise foi feita de acordo com os verbos presentes em cada habilidade da Escala de Proficiência do SAEB. No quadro a seguir associamos os verbos de cada habilidade com os os verbos que compõem a descrição de cada nível de Letramento Matemático.

Quadro 5: Análise da Escala de Proficiência SAEB

<i>LETRAMENTO NOMINAL</i>	<i>LETRAMENTO FUNCIONAL</i>
Reconhecer Localizar Associar	Determinar Converter Estimar
<i>LETRAMENTO CONCEITUAL</i>	<i>LETRAMENTO MULTIDIMENSIONAL</i>
Interpretar Resolver Comparar Localizar Associar	Analisar

Fonte: Elaborado pelas autoras

Nos três primeiros níveis da Escala de Proficiência, os verbos reconhecer, associar, determinar, interpretar e resolver estão bem presentes, o que nos remete aos níveis de Letramento Nominal, Funcional e Conceitual. Destaca-se a predominância dos níveis Nominal e Funcional, o que já era esperado, uma vez que se tratam dos níveis mais básicos de Letramento Matemático. O verbo analisar que associamos ao Letramento Multidimensional tem apenas uma aparição nos primeiros níveis da escala.

A partir do nível 4 notamos uma presença maior dos verbos associados ao Letramento Funcional e ao Conceitual. É perceptível a ausência do Letramento Multidimensional, quando mais uma vez observamos apenas uma vez o verbo analisar, que associado a este nível.

Apesar de destacarmos verbos relativos aos níveis de letramento matemático, o contexto em que estes verbos estão inseridos nas habilidades poderia apresentar uma descrição ou contextualização mais voltadas para a aplicação do conhecimento matemático, fato que não é observado. Considerando que a Escala de Proficiência do SAEB é utilizada para balizar avaliações em larga escala, consideramos ser um aspecto frágil desse documento. As habilidades descritas na escala não se referem a situações do dia a dia, possuem um aspecto bastante funcional, porém sem aplicação em ocasiões cotidianas. Estes aspectos nos permitem inferir que a Escala de Proficiência do SAEB não apresenta habilidades que favoreçam o desenvolvimento do Letramento Matemático.

Projeto Político Pedagógico

O Projeto Político Pedagógico de cada escola é feito em conjunto pela equipe gestora, professores, funcionários e comunidade escolar, onde todos devem participar e ter acesso à leitura deste documento. É um documento norteador da escola, na maioria das vezes organizado em tópicos contendo as informações da escola, suas metas e objetivos, sua filosofia, seus projetos e os conhecimentos a serem desenvolvidos em cada área do conhecimento. Observando o quadro 6, veremos que são poucos os trechos retirados de ambos PPPs. Apesar de não apresentar diretamente as características de determinado nível de Letramento Matemático, foi possível identificar fragmentos que podem estar associados ao desenvolvimento dos níveis de Letramento Matemático.

Quadro 6: Análise dos PPPs

<i>LETRAMENTO NOMINAL</i>	<i>LETRAMENTO FUNCIONAL</i>
Desenvolvimento da <i>capacidade de aprender</i> tendo como meios básicos <i>o pleno domínio da leitura, da escrita e do cálculo.</i>	<i>Utilizar variados conhecimentos</i> de comunicação e linguagens. Que o aluno aprenda <i>utilizando as tecnologias como ferramentas</i> que apoiem no processo de reflexão e de construção do conhecimento como estratégia cognitiva.
<i>LETRAMENTO CONCEITUAL</i>	<i>LETRAMENTO MULTIDIMENSIONAL</i>
Produzir materiais que possibilitem <i>contextos mais significativos de aprendizagem, conforme a BNCC.</i> Educação <i>partindo da realidade</i> onde está inserido, numa proposta pedagógica que favoreça a <i>construção de aprendizagens significativas</i> Oportunizando a <i>construção de conceitos a partir da realidade concreta, observando conteúdo e contexto.</i>	Valorizar e utilizar os conhecimentos historicamente construídos <i>sobre mundo físico, social, cultural e local.</i> Promover e despertar o pensamento e <i>análise crítica</i> , a valorizar as diversas manifestações artísticas e culturais locais levando em consideração a diversidade. Promover a reflexão de <i>ideias e posicionamento ético diante de fatos e informações confiáveis.</i> para que o educando adquira <i>espírito crítico e participativo, capaz de interagir e intervir na sociedade.</i> Aquisição de conhecimentos e habilidades, e a formação de atitudes e valores como instrumentos para uma <i>visão crítica do mundo.</i>

Fonte: Elaborado pelas autoras

Foram destacados sete trechos do PPP da escola 1, sendo que em dois destes não foi possível identificar explicitamente os níveis de Letramento Matemático. Ressaltamos que, o destaque se deu pois os trechos se alinham aos pressupostos da BNCC, e por isso, de alguma forma podem ser entendidos como promotores do Letramento Matemático. Os trechos são: A elaboração do PPP é de suma importância, para que possamos *garantir que esteja alinhado às competências, conhecimentos e habilidades estabelecidas pela Base Nacional Comum Curricular; e, a fim de propiciar o desenvolvimento das competências e habilidades definidas*

para cada ano. Sabemos que a BNCC favorece o Letramento Matemático, deste modo, entendemos que os fragmentos citados ao se referirem a BNCC também de alguma maneira estão prevendo o Letramento Matemático. As outras cinco passagens retiradas do PPP foram associadas aos níveis Letramento Multidimensional (3), ao Letramento Funcional (1) e um Letramento Conceitual (1).

Na escola 2 a presença do Letramento Matemático foi menor do que no PPP da escola 1. Somente uma pequenas passagens apresentam indícios do Letramento Conceitual (3); e dois trechos apresentam características do Letramento Funcional

Considerando que o PPP é o documento orientador das atividades de ensino na escola, percebe-se a necessidade de estudo, reflexão e ações formativas que visem atualizar os conhecimentos acerca do Letramento Matemático. Apesar de estar atualizado e ser embasado na BNCC, o PPP da escola 1 não apresenta em momento algum idéias ou reflexões sobre nenhum tipo de Letramento, nem mesmo o Matemático que é o alvo de nossa pesquisa. Na escola 2 a aparição do termo Letramento é menos provável pois o PPP se encontra desatualizado com data de construção há mais de 5 anos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em concordância com os apontamentos citados nos tópicos anteriores, constatamos que todos materiais aqui apreciados apresentam lacunas, algumas mais expressivas que outras. Além disso, percebe-se que o Letramento Matemático é algo distante do chão da escola. Entre os documentos aqui analisados somente a BNCC se encontra mais próxima de possibilitar o desenvolvimento do Letramento Matemático. Os demais documentos analisados demonstram de forma precária o Letramento Matemático sem favorecer o desenvolvimento do mesmo.

Por se embasar no conceito de Letramento Matemático abordado pelo PISA e por apresentar uma área específica para Matemática, a BNCC torna-se o documento que mais prevê o desenvolvimento do Letramento Matemático entre os documentos aqui analisados, pois além de abordar o assunto traz reflexões e estratégias a serem adotadas pelos gestores e professores de Matemática a fim de que essas ideias cheguem até os estudantes em sala de aula e que eles possam ser capazes de realizar tais habilidades e competências que cada ano designa.

A escala de proficiência em Matemática do SAEB não apresenta indícios sobre Letramento Matemático ou sua definição, apenas observamos que a maioria das habilidades

podem ser associadas ao Letramento Funcional, porém sem expandir muito a aplicação das competências em relação ao cotidiano dos alunos e diversos contextos. Considerando que a Base Nacional Comum Curricular é um documento normativo e norteador da educação básica, deveria haver uma concordância entre as competências exigidas na escala de proficiência com as habilidades descritas na BNCC.

No que se refere aos PPPs, ressalta-se o que já foi dito anteriormente: a priori, eles não promovem o desenvolvimento do Letramento Matemático de forma direta.

Em relação a validação da matriz de análise proposta neste trabalho, percebeu-se algumas limitações, principalmente no que se refere ao conhecimento e compreensão do contexto de escrita dos documentos. Da mesma forma, as habilidades muitas vezes poderiam implicitamente conter todos os níveis de letramento matemático. No entanto, a evidência escrita levava a classificar a habilidade em apenas um nível. Dessa forma, entendemos que a matriz de análise possa ser readequada para evitar essas fragilidades.

É importante ressaltar a continuidade deste estudo a fim de aprimorar os indicadores de cada nível de Letramento Matemático, expandindo a pesquisa a outros documentos norteadores da educação básica e até da educação superior na formação de professores a fim de conhecer cada vez mais sobre o conceito de Letramento Matemático e seu desenvolvimento nos diferentes níveis de ensino.

Referências

Arruda, Fernando Souza de, Robson dos Santos Ferreira, e Alan Gonçalves Lacerda. 2020. **“LETRAMENTO MATEMÁTICO: Um Olhar a Partir Das Competências Matemáticas Propostas Na Base Nacional Comum Curricular Do Ensino Fundamental”**. *Ensino Da Matemática Em Debate* 7 (2):181-207. <https://doi.org/10.23925/2358-4122.2020v7i2p156-179>.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNC_C_20dez_site.pdf.

BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Escalas de proficiência do SAEB. Brasília, DF: INEP, 2020.

CARVALHO, D.L. **Letramento matemático en las etapas infantil y adulta de alumnas de programas de educación para jóvenes y adultos**. *Praxis & Saber*, v.2, n.3, pp.13-26, 2011.

D’AMBROSIO, U. **Etnomatemática**. São Paulo: Ática, 1990.

DEL TREJO, A.B ; PAULA, E.F. Tratamento da informação no ensino fundamental: Contribuições dos livros didáticos para a alfabetização e letramento matemático. **Colloquium humanarum**, v.15, n.3, pp.195-203, 2018.

ELLENBERG, J. Como Não Errar: o poder do pensamento matemático no dia a dia. CIDADE: EDITORA, 2016

ELLENBERG, Jordan. **O Pensamento Matemático: a ciência de como não estar errado**. Rio de Janeiro: Zahar, 2015.

FERREIRA, Weberson Campos; MOREIRA, Geraldo Eustáquio. **Letramento matemático e base nacional comum curricular: alguns apontamentos**. In: ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 13., 2019, Cuiabá. Anais [...]. Cuiabá-MT: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2019. Disponível em: <https://www.sbemmatogrosso.com.br/xiiienem/anais.php>. Acesso em: 28 de Jan. 2022

GALVÃO, Elizangela da Silva; NACARATO, Adair Mendes. **O letramento matemático e a resolução de problemas na provinha Brasil**. Revista Eletrônica de Educação, v. 7, n.3, 2013.

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

INEP, Matrizes de referência 2012 estão disponíveis. Disponível em <<https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/avaliacao-e-exames-educacionais/pisa/matrizes-de-referencia>> Acesso em agosto.2021 .

JOLANDEK, E. G; PEREIRA, A. L; MENDES, L. O. R. **Letramento Matemático e suas vertentes**. Revista Valore, Volta Redonda, 6 (Edição Especial): 563-573. 2021.

KLEIMAN, A. B. **Preciso “ensinar” o letramento? Não basta ensinar a ler e escrever?** Cefiel/Unicamp & MEC, 2005.

MONTENEGRO, C.; SOARES, D. **Projetos de Modelagem com alunos do Ensino Fundamental: contradição em um sistema de atividade**. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, v. 12, n. 2, p. 1-22, 1 mar. 2021.

PROJETO POLÍTICO PEDAGÓGICO. EMEB Princesa Isabel, Alegrete, 2019.

PROJETO POLÍTICO PEDAGÓGICO. EEEM Jose Bonifacio , Alegrete, 2015.

RUPPENTHAL, R., COUTINHO, C., & MARZARI, M. R. B. (2020). **Alfabetização e letramento científico: Dimensões da educação científica**. *Research, Society and Development*, 9(10), .

SANTOS, A. C. DOS; SOUZA, S.; ALVES, V.; CUSATI, I. C.; GUERRA, M. DAS. **Letramento e Alfabetização em matemática: entre concepções e prescrição curricular**. Revista de Ensino de Ciências e Matemática, v. 11, n. 6, p. 462-480, 18 out. 2020.

SOARES, Magda Becker, (1998). **Letramento: um tema em três gêneros**. Belo Horizonte: Autêntica.

STRUIK, D. J. **Sociologia da Matemática**: sobre a sociologia da Matemática. Série Cadernos de Educação e Matemática. Lisboa, n. 3, p. 21-31, 1998.

Manuscrito 2

A TEORIA DA ENGENHARIA DIDÁTICA PARA ELABORAÇÃO DE SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS

THE THEORY OF DIDACTIC ENGINEERING AND THE ELABORATION DIDACTIC SEQUENCES

Resumo: No decorrer dos anos, o ensino de Matemática foi exigindo modificações em relação às formas de ensinar e aprender, para isso foi necessário ir em busca de metodologias diferenciadas, a fim de propor uma prática mais significativa e contextualizada no ensino da Matemática em sala de aula. Esta contextualização dos conceitos matemáticos faz referência ao desenvolvimento do Letramento Matemático (LM) que possibilita utilizar estratégias de ensino que fujam dos métodos passivos ou tradicionais. A fim de desenvolver o Letramento Matemático através de uma intervenção baseada na metodologia de ensino Teoria da Engenharia Didática (TED), entendeu-se a necessidade de validar as sequências didáticas que compõem a intervenção através do processo Elaboração-Aplicação-Reelaboração (EAR). O objetivo da intervenção é favorecer o desenvolvimento do Letramento Matemático dos estudantes dos anos finais do ensino fundamental, sendo este estudo um recorte do projeto de dissertação e aborda a validação qualitativa de sequências didáticas. O retorno obtido com a etapa de aplicação do processo EAR, foi de grande valia para continuação de nosso estudo, agregou positivamente na etapa de Reelaboração das sequências didáticas. A partir da análise das percepções e contribuições obtidas durante o processo de validação, compreendeu-se a importância desta ação nas pesquisas caracterizadas por intervenções que utilizam como instrumento sequências didáticas.

Palavras-chave: Sequências didáticas. Validação. Teoria da Engenharia Didática. Processo EAR.

Abstract: Over the years, the teaching of mathematics has required changes in relation to the ways of teaching and learning, so it was necessary to seek different methodologies in order to propose a more meaningful and contextualized practice in the teaching of mathematics in the classroom. This contextualization of mathematical concepts makes reference to the development of Mathematical Literacy (ML), which enables the use of teaching strategies that escape from passive or traditional methods. In order to develop Mathematical Literacy through an intervention based on the Teaching Engineering Theory (DER) teaching methodology, it was understood the need to validate the didactic sequences that compose the intervention through the Elaboration-Application-Reelaboration (EAR) process. The objective of the intervention is to favor the development of Mathematical Literacy of students in the final years of elementary school, and this study is a cut of the dissertation project and addresses the qualitative validation of didactic sequences. The feedback obtained from the application stage of the EAR process was of great value for the continuation of our study, and added positively to the stage of re-designing the didactic sequences. From the analysis of the perceptions and contributions obtained during the validation process, it was understood the importance of this action in research characterized by interventions that use didactic sequences as an instrument.

Keywords: Didactic sequences. Validation. Didactic Engineering Theory. EAR process.

Introdução

Com o passar do tempo, a educação foi exigindo mudanças de como ensinar e construir o saber, para isso passou-se a buscar novas práticas de ensino na Matemática, práticas capazes de contextualizar os conteúdos a fim de construir um saber mais significativo para o aluno. Assim como um exemplo citado por (PAIS, 2019, p. 15) no qual diz que a contextualização do saber pode ser dado pelas atividades de ensino relativas ao tratamento de dados numéricos (porcentagem, gráficos, tabelas, razão, proporção, entre outros), por ocasião das eleições políticas, quando os alunos ficam envolvidos pelo clima dos debates eleitorais. Segundo (PAIS, 2019, p. 15) este contexto transcende o aspecto conceitual e oferece a oportunidade para o professor articular o conteúdo matemático com os temas transversais da ética e da cidadania.

Conforme Pais (2019, p. 29) “O valor educacional de uma disciplina se expande na medida em que o aluno compreende os vínculos do conteúdo estudado com um contexto compreensível por ele.” Dessa forma, é preciso iniciar pelo saber cotidiano desenvolvendo uma evolução dos saberes para então chegar no objeto de aprendizagem e ao desenvolvimento do Letramento Matemático (LM). A partir das definições apresentadas pela Base Nacional Comum Curricular (BNCC), do Programme for International Student Assessment (PISA) e de outras leituras, adotamos o conceito de Letramento Matemático que vamos utilizar ao longo de nossa pesquisa. Assim, entendemos que *o indivíduo é considerado letrado matematicamente quando consegue relacionar a Matemática com o espaço em que vive. Pode ser visualizado quando o indivíduo consegue interpretar, avaliar e argumentar uma notícia que apresenta gráficos e tabelas; quando resolve situações problemas dominando os processos de formular, interpretar e empregar conceitos matemáticos; ou ainda ao utilizar a argumentação com base em fatos da Matemática tornando-se assim um cidadão capaz de decidir; opinar e participar ativamente da vida em sociedade.*

Para desenvolver o Letramento Matemático, é importante utilizar estratégias de ensino que fujam dos métodos passivos ou tradicionais. Nesse sentido, optou-se pela utilização dos pressupostos da Teoria da Engenharia Didática (TED), uma vez que a mesma, conforme estudos de Michele Artigue (1988) tem como objetivo investigar o processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, unindo a teoria com a prática, ou seja, a “prática de ensino é articulada como prática de investigação. A Teoria da Engenharia Didática pode ser vista como referencial para o desenvolvimento de produtos para o ensino, gerados da junção do conhecimento prático com teórico” (CARNEIRO, 2005, p.3).

Segundo Machado (1999) a Teoria da Engenharia Didática possui dois vieses. Um deles é a Teoria da Engenharia Didática como metodologia de pesquisa; o outro como metodologia para desenvolver produtos para o ensino e aprendizagem em sala de aula. Nesta pesquisa a utilizaremos como metodologia na elaboração de uma situação didática. A Teoria da Engenharia Didática estrutura-se em etapas a serem realizadas pelo professor e pesquisador Artigue (1996). Pais (2001) caracteriza a Teoria da Engenharia Didática em cinco passos que devem ser seguidos pelo investigador. Baseado em Artigue(1996) estes se assemelham às etapas citadas por Artigue (1996).

Como indica Pais (2001), o primeiro passo seria a *análise preliminar*, que caracteriza os sujeitos, as condições da realidade onde será realizado o ensino; o segundo é a *análise a priori*, que define as variáveis globais e locais e a concepção de sequências didáticas que o professor possui sobre a Matemática e sobre o processo ensino-aprendizagem. O terceiro é a *aplicação da sequência didática*, que consiste na ação de ensino, devidamente acompanhada com a observação da ação dos sujeitos; o quarto é a *análise a posteriori*, que trata das informações coletadas com as observações da aplicação da sequência didática e o quinto se refere a *validação*, que faz a confrontação entre as análises *a priori* e *a posteriori*. Percebe-se que todos esses passos denotam a confluências dos processos de ensino e pesquisa.

A intervenção elaborada teve como estratégia de ensino a utilização de sequências didáticas. Esta é definida como “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos” (ZABALA, 2007, p. 18). Sendo assim, entende-se por sequências didáticas a aplicação de atividades consecutivas que se relacionam entre si abordando um determinado tema ou conteúdo, podendo ser explorada de maneira interdisciplinar, criativa e permitindo o aluno a interagir com o professor e com seu grupo de colegas. Dessa forma, é possível o discente desenvolver novas habilidades e estimular o desenvolvimento do pensar.

A fim de validar as sequências didáticas produzidas passaram pelo processo de validação EAR, que refere-se a Elaboração-Aplicação-Reelaboração (GUIMARÃES, GIORDAN, 2013).

O processo EAR consiste em um método de elaboração e validação de Sequências Didáticas segundo análise sistematizada e avaliações consecutivas de cada um dos elementos que constitui a SD, de seu contexto de aplicação, de seus resultados e de sua relação com o plano anual de ensino da escola (GUIMARÃES; GIORDAN 2013).

Assim, este trabalho apresenta a validação de sequências didáticas construídas com base na metodologia de ensino Teoria da Engenharia Didática e validadas através do processo EAR. O objetivo das intervenções por meio de sequências didáticas é favorecer o desenvolvimento do Letramento Matemático dos estudantes dos anos finais do ensino fundamental. Esta intervenção, está organizada em sequências didáticas e é importante avaliá-las a fim de verificar se elas alcançaram o objetivo. Ou seja, “a validação busca confirmar que o instrumento possui o desempenho que sua aplicação requer e também garantir a confiabilidade de seus resultados” (GUIMARÃES; GIORDAN, 2012).

Metodologia

Este estudo é um recorte do projeto de dissertação e aborda a validação qualitativa de uma intervenção elaborada a partir da Teoria da Engenharia Didática, que por sua vez apresenta como instrumento de estruturação de sequências didáticas. Para elaboração e validação das sequências didáticas aplicadas seguimos duas linhas teóricas: a Teoria da Engenharia Didática como metodologia de ensino e o processo EAR para validação. A intervenção foi organizada em quatro sessões, abordando as temáticas exploradas nas sequências didáticas que foram, unidades de medidas, regra de três e gráficos e teve como público alvo, duas turmas de 9º ano do ensino fundamental de duas escolas do município de Alegrete - RS.

A estruturação da intervenção ocorreu de acordo com o modelo teórico de organização proposta pela Teoria da Engenharia Didática (ARTIGUE, 1996) contemplando as 4 etapas da teoria: análises prévias (preliminares); análise a priori; experimentação; análise a posteriori e validação, conforme indica o Quadro 1.

Quadro 1: As etapas da Teoria da Engenharia Didática e as ações realizadas.

Etapas da Teoria da Engenharia Didática	Ação
Análise prévias	Análise documental (BNCC; Matriz de referência do SAEB; PPPs)
Análise priori	-Construção e aplicação da Sequência didática “Você é bom em Matemática?”

Experimentação	Aplicação das seguintes sequências: - Sequência didática unidade de medidas - Sequência didática regra de três - Sequência didática gráficos
Análise a posteriori e validação	- aplicação ao final de cada sequência didática da experimentação

Fonte: autoras

Para validação das sequências didáticas citadas no quadro 1, na análise a priori e experimentação, utilizou-se o processo EAR que é composto por três fases descritas a seguir.

Fase 1 - (E- Elaboração): Construção das sequências didáticas a partir do contexto social, cultural e econômico dos estudantes, composta por estratégias de ação. Considerando o planejamento docente e escolar. Esta primeira fase foi construída de acordo com a metodologia de ensino Teoria da Engenharia Didática.

Fase 2 - (A- Aplicação): Neste momento ocorre a validação das sequências didáticas construídas. A validação ocorre em três etapas: validação por professores especialistas atuantes no ensino superior; validação por professores da educação básica atuantes no mesmo nível de ensino da pesquisa; aplicação da sequência didática em sala de aula com o público alvo da pesquisa.

Fase 3- (R - Reelaboração): Reelaboração das sequências didáticas a partir dos dados coletados pelo professor pesquisador durante a fase de aplicação, visando a melhoria das sequências didáticas e colaboração para aprendizagem do professor.

A fim de seguir todos estes procedimentos da Teoria da Engenharia Didática para elaboração e do processo EAR para validação das sequências didáticas, nosso trabalho transcorreu conforme descrição do quadro 2.

Quadro 2: Etapas de elaboração e validação das intervenções com base no processo EAR

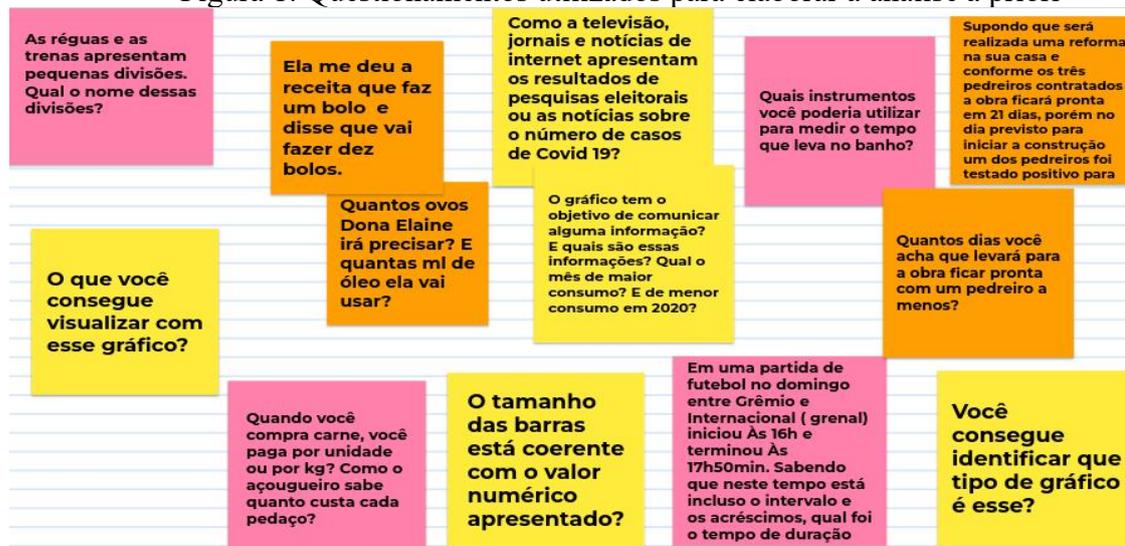
Etapa da validação	Procedimento conforme processo EAR	Participantes/ação
E	Elaboração das sequências didáticas (Análise a priori, Experimentação e análise a posteriori) e organização delas em arquivo Word e Formulário do Google.	Os temas das sequências foram unidades de medidas, regra de três e gráficos.
A	Validação da sequência didática da análise a priori	Com alunos de duas turmas do 9º ano (Escola 1)
A	Validação das sequências didáticas da experimentação e da análise a posteriori	Com alunos de duas turmas do 9º ano Escola 2)
A	Validação de todas as sequências didáticas com professores	Dois professores da educação superior
A	Validação de todas as sequências didáticas com professores	Quatro professores da educação básica
R	Reelaboração das sequências conforme observações e indicações da etapa de Aplicação	Pesquisadoras

Fonte: autoras

A sequência didática de análise a priori nomeada *Você é bom em Matemática?* foi composta por questionamentos abordando os temas unidades de medidas, regra de três simples e gráficos relacionados ao cotidiano discente, como indica a Figura 1. Os post-it de

cor amarela referem-se à temática Gráficos; post-it cor rosa refere-se a temática regra de três; e post-it cor laranja refere-se a temática unidade de medidas.

Figura 1: Questionamentos utilizados para elaborar a análise a priori



Fonte: autoras

Para etapa de experimentação e análise a posteriori foram construídas três sequências didáticas cada uma relacionada a um dos temas, abordando questões contextualizadas de acordo com a realidade dos sujeitos da pesquisa.

As quatro sequências didáticas citadas anteriormente identificadas como Sequência I, Sequência II, Sequência III e Sequência IV, passaram pela fase de validação do processo EAR.

Quadro 3: Identificação das sequências didáticas

Identificação	Tema/Etapa TED	Link da SD
Sequência I	Você é bom em Matemática?/Análise a priori	https://docs.google.com/document/d/12R_2AR-q8Wdp0ZCSjLmCx0srt4X7ihM/edit?usp=sharing&ouid=111374585357699474620&rtpof=true&sd=true
Sequência II	Unidade de medidas/ Experimentação	https://docs.google.com/document/d/1lyRtFaZSeSRKraGaHpxrAIiCRXFPOUvdd/edit?usp=sharing&ouid=111374585357699474620&rtpof=true&sd=true
Sequência III	Regra de três/ Experimentação	https://docs.google.com/document/d/1W8w8OceJmqwG2DJhLsPiZqoVx9_MXdI8/edit?usp=sharing&ouid=111374585357699474620&rtpof=true&sd=true
Sequência IV	Gráficos/ Experimentação	https://docs.google.com/document/d/165Fj5vG0gasQKfM3OsUvAa59pIZ_uE8C/edit?usp=sharing&ouid=111374585357699474620&rtpof=true&sd=true

Fonte: Autoras

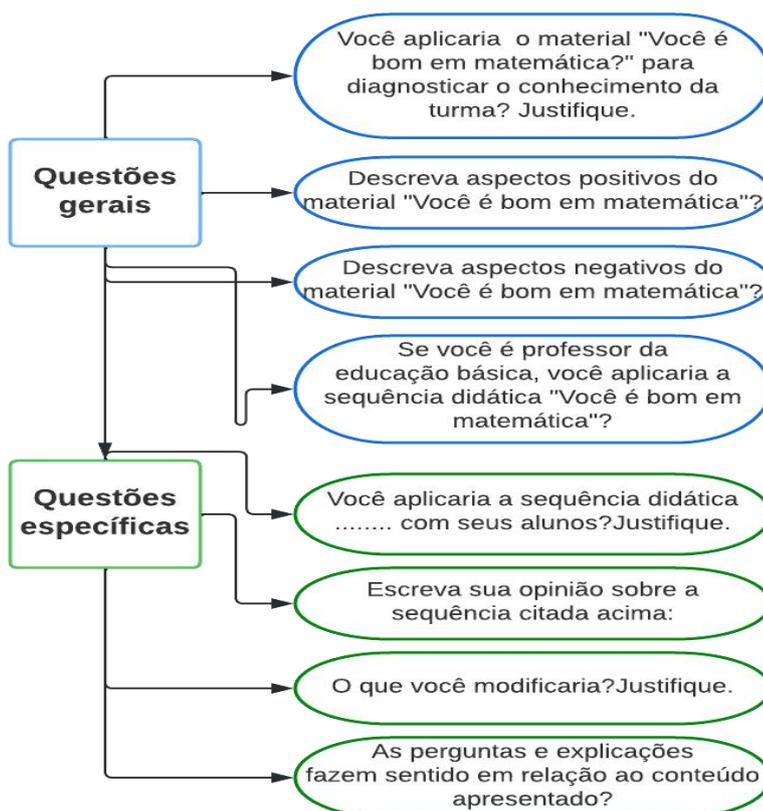
Dessa forma, as sequências foram validadas por dois professores de Ensino Superior da área da educação Matemática e da Matemática aplicada; quatro professores da educação básica atuantes no ensino fundamental e médio. E por fim, as sequências foram aplicadas com duas turmas de 9º ano, dessas duas turmas 10 alunos aceitaram participar, durante o período de ensino remoto.

As quatro sequências didáticas foram enviadas para os professores em formato de formulário online e em documento word para uma melhor visualização por parte dos avaliadores. Junto com as sequências foi enviado um questionário online via Google formulários para que os professores avaliadores respondessem.

O formulário enviado aos avaliadores foi dividido em quatro tópicos: o primeiro composto por questionamentos sobre a sequência didática *I* como, *“você acha o conteúdo sobre unidades de medidas, regra de três e gráficos importantes para alunos do 9º ano? Justifique; Você aplicaria o material “Você é bom em matemática?” para diagnosticar o conhecimento da turma? Justifique;* e outras solicitado que escrevessem os aspectos positivos e negativos do material.

O segundo, terceiro e último tópico relacionados a unidade de medidas, regra de três e gráficos respectivamente, abordou perguntas com o objetivo de coletar opiniões, sugestões e críticas construtivas. As perguntas para estes três tópicos foram as mesmas, apenas substituindo o tema da SD, como mostra a figura 2:

Figura 2: Questões gerais e questões específicas para as temáticas abordadas nas sequências didáticas.



Fonte: Autoras

Por estarmos em período de pandemia e de ensino remoto, as sequências foram aplicadas com os alunos através de formulário online, onde era possível escrever suas respostas e enviar imagens e também através do aplicativo de WhatsApp. Tinha como opção uma videochamada via Google meet ou Zoom, porém nenhum aluno concordou com essa ação. A aplicação foi feita por etapas, primeiramente foi enviada a Sequência Didática I, alguns dias depois a Sequência Didática II, logo respeitando o mesmo intervalo de tempo de aplicação a Sequência Didática III e IV. Para que não houvesse mais envios de formulários e para não se tornar algo cansativo para os alunos, as sequências de análise a posteriori de cada sequência intervenção foi proposta junto no final de cada formulário.

Resultados e discussões

O retorno obtido com a etapa de aplicação do processo EAR, foi de grande valia para continuação de nosso estudo, agregou positivamente na etapa de Reelaboração das Sequências Didáticas. Deste modo, destacamos a seguir as percepções, ideias, sugestões, questionamentos e aspectos positivos e negativos colhidos dos professores avaliadores e alunos participantes. Apresentando uma síntese primeiramente das percepções dos professores da educação superior, seguido das interpretações dos docentes da educação básica, logo das observações realizadas a partir dos conhecimentos apresentados pelos estudantes participantes na resolução dos problemas.

Em relação aos temas escolhidos para cada sequência os professores do ensino superior descreveram como adequados uma vez que estão previstos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e em outros documentos norteadores da educação, destacam ainda que são conhecimentos fundamentais para os alunos interagirem ativamente em sociedade, entender o mundo em que vive e exercer a cidadania. Ressaltando ser seguimento nas aprendizagens matemáticas que terão no ensino médio.

Ao questionar sobre a aplicação do material da Sequência Didática I como atividade diagnóstica ambos responderam ser viável sua aplicação por ser uma proposta muito bem elaborada e organizada. Na descrição dos aspectos positivos destacaram a contextualização das questões com a realidade dos alunos e como possíveis modificações foi sugerido a utilização de plataformas diferenciadas, gamificação e algumas sugestões de grafia, termos, frases e visualização.

A primeira pergunta dos próximos três tópicos questionava se os docentes aplicariam a sequência com seus alunos. Nas três temáticas foi afirmado que sim por ser uma atividade bem planejada, organizada que apresenta conteúdos que foram bem contextualizados na Sequência Didática I com aspectos relevantes para iniciar uma discussão sobre os temas, com questões diversificadas e materiais extras para consultas.

Ao escreverem suas opiniões sobre cada Sequência Didática, reforçaram o bom planejamento e apresentaram algumas dicas em relação à Sequência Didática IV. No questionamento o que você modificaria foi proposto utilizar mais imagens nos momentos de conceituação colocar o podcast no início, pois ele explica todas as questões que seguem e retirar o termo análise a posteriori do material para não confundir os estudantes.

Na Sequência Didática II foi proposto esclarecer a relação entre múltiplos, submúltiplos, trabalhar as tabelas de conversão de unidades; na intervenção regra de três ser necessário, em outros momentos (ou sequências), mais exercícios para uma assimilação melhor do conteúdo. E foi a Sequência Didática IV que recebeu uma maior demanda de sugestões ressaltando a correção dos apontamentos (título e elementos dos gráficos), além da inclusão de alguma explicação em relação a construção de ângulos com transferidor (vídeo ou escrita) uma vez que os alunos geralmente têm dificuldades com essa ação e utilização de softwares de geometria dinâmica. Levantaram um questionamento sobre o uso da imagem de cone no

gráfico, pois como o aluno ainda não domina o assunto, pode se confundir em relação ao que é mais significativo no gráfico de barras (altura), deixando como sugestão usar o retângulo (2D), ou paralelepípedo e cilindro (3D). O quadro a seguir apresenta as principais contribuições dos professores do ensino superior.

Quadro 4: Principais contribuições dos professores do ensino superior

Sequências didáticas	Contribuições
Sequência Didática I	<ul style="list-style-type: none"> - Além de estar previstos na BNCC e/ou documentos norteadores, ainda são conhecimentos fundamentais para a os alunos poderem interagir na sociedade, entender o mundo e exercer a cidadania, além de serem conteúdos que formam uma base importante para o Ensino Médio. -São conhecimentos matemáticos fundamentais para que os estudantes deem seguimento nas aprendizagens matemáticas que terão no Ensino Médio. - Sequência organizada e atendendo aos objetivos que são propostos para o diagnóstico. - Questões diretas e contextualizadas. - Possibilidade de uso de plataforma diferenciadas de perguntas e respostas e/ou gamificadas que chamaria mais a atenção dos alunos
Sequência Didática II	<ul style="list-style-type: none"> - É uma sequência com conceitos apresentados de forma direta, uma vez que aspectos históricos e diversos foram abordados em forma de vídeo. - Penso que poderiam constar no planejamento (doc word), assim como no formulário para os alunos, mais imagens nos momentos de conceituação, para que a relação com os conhecimentos prévios seja facilitada. Além disso, poderia ser trazido de forma mais clara a relação entre múltiplos e submúltiplos (os produtos e quocientes por 10, 100, 1000, no caso de comprimento e massa), ou a utilização das "tabelas de transformação de unidades", para que os alunos possam visualizar melhor como se dá a transformação de unidades. Outra sugestão é colocar no material um exemplo de subtração de medida de tempo em que seja necessário "emprestar", pois ao resolver com o algoritmo, é diferente da subtração de decimais. No material, consta um exemplo sem esse aspecto.
Sequência Didática III	<ul style="list-style-type: none"> -Acredito que a explicação e vídeo relativos a grandezas inversamente proporcionais não estão no mesmo formato de apresentação e organização. Sugiro rever, deixando ambos na mesma apresentação gráfica (achei melhor a da forma que está a parte diretamente proporcional) para não confundir os alunos no momento de acessarem o formulário. - A presença de quadros com os valores aumentando (ou diminuindo) proporcionalmente, de forma direta (ou inversa) ajudam na visualização. Imagens também poderiam ser inseridas para ajudar na compreensão. -Apresenta uma boa contextualização, organizada, e com materiais extras para consulta. -Penso ser necessário, em outros momentos (ou sequências), mais exercícios para uma assimilação melhor do conteúdo. -As explicações (escrita e vídeos) retratam o conteúdo de proporcionalidade simples, de forma objetiva, assim como os problemas contextualizadores.
Sequência Didática IV	<ul style="list-style-type: none"> - Interessante a proposta, com imagens diferentes e tipos de gráficos diferentes. Os vídeos são igualmente interessantes e importantes. - Acredito que seja necessária a correção dos apontamentos feitos na questão anterior (título e elementos dos gráficos). Além disso, seria interessante a inclusão de alguma explicação em relação a construção de ângulos com transferidor (vídeo ou escrita) uma vez que os alunos geralmente têm dificuldades com essa ação. Ainda, poderia ser usado um software de geometria dinâmica para isso. - O uso da imagem de cone pode, neste momento em que o aluno ainda não domina o assunto, confundir em relação ao que é mais significativo no gráfico de barras (altura). Minha sugestão seria usar o retângulo (2D), ou

	paralelepípedo e cilindro (3D).
--	---------------------------------

Fonte: Dados da pesquisa

Como dito, os professores da educação básica receberam as mesmas perguntas que os professores da educação superior. Assim, estes destacaram a importância dos temas citados para a vida dos alunos. No decorrer dos questionamentos sobre o material da Sequência Didática I elencaram aspectos positivos considerando um ótimo explorador de conhecimentos prévios, abordando situações cotidianas, provocando o pensar dos estudantes, além de sugerir uma adequação da apresentação gráfica do material analisado.

Sobre a Sequência Didática II, destacou-se a importância de aplicações de situações problemas permitindo ao aluno criar conjecturas e validá-las. Ainda, foi proposto complementá-la com problemas de maior dificuldade. Foi retomado a necessidade de trabalhar o pensar do aluno nas respostas da Sequência Didática III, uma vez que a abordagem utilizada instiga esse pensamento proporcional. Sugeriu-se que seria interessante completar a definição de grandezas inversamente proporcionais, adicionando após a fala de que uma diminui ao passo que a outra aumenta, ocorrendo na mesma proporção e incluir mais atividades com diferentes níveis de dificuldade.

Ao observar as impressões dos professores na Sequência Didática IV sugeriram não colocar o gráfico de barras da Cooperativa (COCARSAL), pois mesmo ele tendo essa natureza, a forma das barras está em formato de cone e isso pode acabar confundindo os alunos. Ressaltar durante a intervenção os motivos que fazem com que um gráfico possa induzir ao erro, propor que os próprios realizem uma coleta de dados e após a construção de gráficos. Destacaram a importância da sequência uma vez que explora a representação gráfica que é pouco trabalhada em sala de aula com questões e explicações boas e condizentes com o conteúdo.

Outra questão levantada com os professores avaliadores foi a possibilidade de realizar as intervenções em sala de aula presencialmente e segundo eles quaisquer das sequências didáticas apresentadas possuem potencial para serem aplicadas de modo presencial acreditando que seja até mais eficaz, uma vez que os alunos podem manipular instrumentos de medidas, interagir melhor com os colegas, ou seja, inúmeras possibilidades. Apresenta-se um quadro com as principais contribuições dos professores da educação básica.

Quadro 4: Principais contribuições dos professores da educação básica

Sequências didáticas	Contribuições
Sequência Didática I	<ul style="list-style-type: none"> - São conteúdos relevantes, uma vez que podem ser identificados no dia a dia desses estudantes, assim como foram abordados nas sequências didáticas. Outro ponto importante é o trabalho com a representação gráfica, pois assim os alunos podem ter contato com esse registro semiótico que muitas das vezes não é explorado em sala de aula, ou não é tão bem explorado como deveria, deixando lacunas nas interpretações e construções gráficas. Destaco, também, que esses conteúdos abordados podem ser utilizados em toda vida acadêmica e pessoal dos estudantes, sendo assim conhecimentos construídos para além da sala de aula, podendo ser utilizado na vida pessoal dos alunos e até mesmo profissional. - Deixar os números dos dados nos gráficos mais visíveis, maiores. Usar números no problema dos pedreiros que não dêem resultado quebrado. Deixar todas as questões relativas aos dois gráficos, de barras e de pizza, na mesma página, para não ter que ficar indo e voltando à outra página para responder às perguntas.
Sequência Didática II	<ul style="list-style-type: none"> - Gostei da sequência didática, principalmente por trabalhar com situações problemas, por proporcionar aos estudantes o levantamento de conjecturas durante as resoluções e principalmente validá-las. - Não sei se o Google formulários permite, mas na última página não havia como

	<p>digitar a maioria das respostas, apenas enviar o anexo. Seria bom se desse para fazer os dois.</p> <p>- Acredito que não modificaria nada, talvez acrescentaria alguns problemas de maior grau de dificuldade.</p>
Sequências Didática III	<p>- Completaria a definição de grandezas inversamente proporcionais, adicionando, após a fala de que uma diminui ao passo que a outra aumenta, que isso acontece "na mesma proporção", pois se não a definição fica incompleta. E arrumaria a explicação da regra de três com um pedreiro a menos, pois a primeira relação de dados traz como se fôssemos calcular quantos dias a obra levaria com 1 pedreiro, mesmo que depois ali corrija trocando o 1 pelo 2.</p> <p>- Acrescentaria algumas questões com níveis mais elevados de dificuldade.</p> <p>- Acrescentaria mais atividades.</p> <p>- É uma sequência de boa qualidade e que aborda aspectos interessantes do conteúdo abordagem instigando o aluno a pensar me chamou atenção.</p>
Sequência Didática IV	<p>- Gostei bastante dessa sequência, principalmente por ela abordar a representação gráfica que é tão pouco explorada em sala de aula é muito importante para a formação dos estudantes.</p> <p>- Exploraria a conversões de registro de língua natural para gráfico e vice-versa, proporia que eles desenvolvessem questionários sobre tópicos sociais de sua preferência e que a partir desses dados eles elaborassem gráficos, equações entre outras, como uma espécie de modelagem matemática.</p>

Fonte: Dados da pesquisa

Através da aplicação das Sequências Didáticas com os alunos, constatamos que os estudantes possuem uma grande dificuldade em relação aos conteúdos abordados nas intervenções, o nível de Letramento Matemático destes alunos pesquisados é baixo, pois não são capazes de interpretar gráficos e questões relacionadas ao seu dia a dia. No decorrer da fase de validação comprovamos ser necessário a inserção de algumas sugestões apresentadas pelos professores avaliadores, a fim de proporcionar um melhor resultado com a turma.

Considerações finais

Compreendemos que o processo de validação de Sequências Didáticas, influencia diretamente na prática docente, possibilitando ao professor pesquisador uma ação reflexiva em relação a elaboração, aplicação e resultados a serem alcançados através da aplicação de Sequências Didáticas. Entende-se que se não tivéssemos realizado esta ação de validação das Sequências Didáticas correríamos o risco de não obter o mesmo êxito que foi atingido, pois algumas lacunas ficariam pendentes e a aprendizagem dos sujeitos da pesquisa não seria contemplada em sua totalidade.

A partir das análises realizadas das percepções e contribuições dos professores avaliadores e dos alunos participantes no decorrer do processo EAR, foi preciso realizar algumas modificações nas Sequências Didáticas a fim de propor uma estrutura mais adequada, conceituando melhor os conteúdos apresentados e revendo algumas estratégias de ensino. Partindo dessa avaliação, foram realizadas algumas alterações nas Sequências Didáticas. Assim como proposto pelos professores da educação superior e básica foi trabalhada a tabela de transformações de unidades, mais atividades relacionadas a problematização utilizando regra de três e foram feitas as devidas correções nas questões envolvendo gráficos. Certas informações, definições e descrições foram readequadas conforme as percepções observadas durante a aplicação das sequências com os alunos, sendo notável muitas vezes a dificuldade em entender certo enunciado ou se confundir durante a realização.

Assim como argumenta Guimarães, Giordan (2013) o processo de validação EAR provoca modificações significativas no desenvolvimento da atividade, ou seja, da Sequência

Didática, implicando reflexões e transformações no professor pesquisador, na sua prática docente em sala de aula e nos estudantes.

Esta validação influenciou diretamente no desenvolvimento de nossa pesquisa e consequentemente nos nossos resultados, o processo de validação EAR proporciona um momento de reflexão ao professor pesquisador, uma vez que os sujeitos participantes na etapa de aplicação possuem um olhar diferenciado em relação a quem criou as situações problemas. Através de suas experiências e conhecimento são capazes de identificar lacunas que acabam passando despercebidas aos nossos olhos.

Referências

ARTIGUE, M. Engenharia Didática. In: Brun, J. (org.). Didáticas das Matemáticas. Lisboa: Instituto Piaget, p. 193-217, 1996.

ARTIGUE, M. “Ingénierie Didactique”. Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 9.3, 281-308, 1988.

CARNEIRO, V. C. G. Engenharia didática: um referencial para ação investigativa e para formação de professores de Matemática. *Zetetiké*, v.13, n.23, p.85-118, 2005.

GUIMARÃES, Y. A. F. E GIORDAN, M. Elementos para validação de sequências didáticas. Atas do IX Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências – IX ENPEC Águas de Lindóia, SP – 10 a 14 de Novembro de 2013

GUIMARÃES, Y. A. F. E GIORDAN, M. Instrumento para construção e validação de sequências didáticas em um curso a distância de formação continuada de professores. VIII Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências, 2012.

MACHADO, S. Engenharia Didática. In: Educação Matemática – uma introdução. Machado, S. (Org.). São Paulo: Educ, 1999.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 4.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

ZABALA, A. **A prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 2007.

Manuscrito 3

A Teoria da Engenharia Didática para promover o Letramento Matemático de alunos dos anos finais do ensino fundamental

Introdução

Com o passar dos anos foram surgindo novas metodologias de ensino da Matemática, principalmente associadas a uma grande área de pesquisa educacional, que denomina-se Educação Matemática Pais (2019) que tem como objetivo desenvolver a compreensão, interpretação e descrição de fatores referentes ao ensino e à aprendizagem da Matemática. Estas metodologias podem ser aplicadas nos diversos níveis de escolaridade, contemplando as dimensões teórica, prática ou ambas em conjunto.

A relação entre teoria e prática está cada vez mais evidente e é cobrada nas matrizes curriculares e nos documentos de referência da educação básica. Na área da Matemática esta relação está associada ao desenvolvimento do Letramento Matemático (PISA, 2012) que se define em utilizar na prática cotidiana as competências e habilidades matemáticas construídas e trabalhadas em sala de aula. Para que os alunos sejam capazes de formular, empregar, interpretar e argumentar matematicamente em situações diversas do dia a dia e participar ativamente da vida em sociedade é necessário utilizar metodologias em sala de aula que favoreçam esse desenvolvimento gradativamente.

Com a promulgação da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), a expressão Letramento Matemático tem recebido atenção (CARVALHO; ARAÚJO, 2022) e se faz mais presente na pesquisa. No entanto, Ortigão; Santos; Lima (2018) apontam que uma porcentagem significativa (cerca da metade dos estudantes brasileiros avaliados pelo PISA) estão situados nos níveis mais baixos da escala de letramento matemático, o que indica a necessidade de pesquisas os processos e estratégias de ensino que buscam desenvolver o Letramento Matemático.

A metodologia de ensino Teoria da Engenharia Didática (TED) nos proporciona uma gama de possibilidades de trabalho em sala de aula, deve-se ressaltar que apesar de ser mais utilizada na área da Matemática, também é aplicável em outras áreas do conhecimento promovendo resultados satisfatórios. (LIMA, FERREIRA, 2020). Assim, este estudo busca investigar se uma intervenção em sala de aula construída com base nos pressupostos da Teoria da Engenharia Didática, favorece o desenvolvimento do Letramento Matemático dos estudantes dos anos finais do ensino fundamental.

Referencial teórico

Com intuito de apontar dados sobre o nível de aprendizagem em Matemática dos estudantes e criar estratégias de ensino para promover o Letramento Matemático, documentos norteadores da educação (BNCC 2018; PISA 2012) começaram a apresentar e destacar a importância do desenvolvimento do Letramento Matemático. O PISA estabelece como Letramento Matemático

a capacidade individual de formular, empregar, e interpretar a matemática em uma variedade de contextos. Isso inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos,

procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas para descrever, explicar e prever fenômenos. Isso auxilia os indivíduos a reconhecer o papel que a matemática exerce no mundo e para que cidadãos construtivos, engajados e reflexivos possam fazer julgamentos bem fundamentados e tomar as decisões necessárias (PISA, 2012, p. 01).

Percebe-se nesta definição a presença dos processos fundamentais para o pleno desenvolvimento do Letramento Matemático: Formular; Empregar e Interpretar. Estes processos são destacados e apresentados detalhadamente no documento (PISA, 2012). Muito atrelado no que consta nas diretrizes do PISA, a Base Nacional Comum Curricular elaborou suas competências específicas da Matemática e também abordou o conceito de Letramento Matemático. Assim, a definição de Letramento Matemático adotada na BNCC pode ser descrita como:

competência e habilidade de raciocinar, representar, comunicar e argumentar matematicamente, de modo a favorecer o estabelecimento de conjecturas, a formulação e a resolução de problemas em uma variedade de contextos, utilizando conceitos, procedimentos, fatos e ferramentas matemáticas. É também o letramento matemático que asseguramos aos alunos reconhecer que os conhecimentos matemáticos são fundamentais para a compreensão e a atuação no mundo e perceber o caráter de jogo intelectual da matemática, como aspecto que favorece o desenvolvimento do raciocínio lógico e crítico, estimula a investigação e pode ser prazeroso (fruição) (BNCC, 2018, p. 266).

Fundamentados nestes dois documentos e em outras leituras compreende-se que Letramento Matemático é a ação de formular, empregar, interpretar e avaliar amplas situações do dia a dia relacionadas a Matemática e no mundo que vive, entendendo que um indivíduo pode ser considerado letrado matematicamente *quando consegue relacionar a Matemática com o espaço em que vive. Pode ser visualizado quando o indivíduo consegue interpretar, avaliar e argumentar uma notícia que apresenta gráficos e tabelas; quando resolve situações problemas dominando os processos de formular, interpretar e empregar conceitos matemáticos; ou ainda ao utilizar a argumentação com base em fatos da Matemática tornando-se assim um cidadão capaz de decidir; opinar e participar ativamente da vida em sociedade.*

A fim de organizar quatro níveis de Letramento Matemático associados aos processos fundamentais de formular, empregar, interpretar e avaliar do PISA, realizou-se a construção de uma matriz de análise, cujos níveis foram organizados e nomeados conforme Ruppenthal, Coutinho e Marzari (2020). Estas indicam que o Letramento Científico pode ser observado em níveis de complexidade nas ações de aplicação do conhecimento no cotidiano. Dessa forma, entendemos que o Letramento Matemático também pode ser sistematizado e estruturado em níveis de aplicação, conforme os processos fundamentais, competências e habilidades específicas.

Os níveis de Letramento Matemático foram nomeados e organizados do seguinte modo: Letramento Nominal (LN); Letramento Funcional (LF); Letramento Conceitual (LC); e Letramento Multidimensional (LMd), relacionados aos processos de formular, empregar, interpretar e avaliar respectivamente. O Letramento Nominal refere-se à capacidade de identificar e representar problemas matemáticos simples, criando hipóteses para solucionar situações problemas que envolvam a Matemática. O Letramento Funcional indica a utilização

de conceitos matemáticos e a capacidade de desenvolver fórmulas, procedimentos, cálculos e entre outros processos matemáticos. O Letramento Conceitual está associado a conseguir resolver e interpretar problemas matemáticos aplicados a um contexto do mundo real e transitar nos diferentes raciocínios e soluções possíveis.. E o quarto nível nomeado Letramento Multidimensional refere-se a saber avaliar as soluções matemáticas em diversos contextos e entender porque aquele resultado faz sentido matematicamente.

Com intenção de desenvolver uma prática pedagógica em sala de aula que favorece e desenvolve o Letramento Matemático dos estudantes, adotamos como metodologia de ensino da proposta, a Teoria da Engenharia Didática que foi desenvolvida na França na década de 80 inicialmente por Guy Brousseau e após sistematicamente através dos estudos de Michele Artigue (1988). A Teoria da Engenharia Didática é uma metodologia da Didática da Matemática que é apresentada como uma tendência teórica da Educação Matemática (PAIS, 2019). Originou-se com o objetivo de investigar o processo de ensino e aprendizagem de conceitos matemáticos, unindo a teoria com a prática, ou seja, a prática de ensino é articulada como prática de investigação.

A Teoria da Engenharia didática é apresentada em um modelo teórico composto por etapas que possibilitam a criação de uma intervenção e uma metodologia de análise dos resultados dessas práticas. A Teoria da Engenharia Didática estrutura-se em quatro etapas a serem realizadas pelo professor e pesquisador. Conforme aponta Artigue (1996) são elas: análises prévias (preliminares); análise a priori; experimentação; análise a posteriori e validação. A seguir apresentaremos as quatro etapas segundo Artigue (1996), apoiados na descrição de Pais (2019)

A Primeira etapa consiste em realizar uma análise prévia da realidade dos sujeitos da pesquisa, dos documentos que embasam o estudo realizando uma descrição das dimensões epistemológicas, cognárias para o estudo do sujeito. A segunda etapa da teoria refere-se a definição das variáveis locais e globais, reflexão das concepções que o professor pesquisador possui na Matemática; sobre o processo de ensino-aprendizagem, para a partir destas percepções elaborar a sequência didática a ser proposta na etapa de experimentação. Esta etapa é denominada análise a priori.

A Experimentação, segundo Pais (2019), é caracterizada pela aplicação da sequência didática, representando a ação prática da pesquisa. Esta é devidamente planejada, organizada e acompanhada pelo professor, que também observa a ação dos sujeitos no desenvolver da aplicação. Nesta etapa deve-se retomar o que foi abordado na análise a priori, com o objetivo de conceituar e sanar as lacunas de dificuldades apresentadas pelos alunos, bem como contextualizar a situação de ensino.

A última etapa da TED indica o momento da análise a posteriori e validação. Nesta fase, tratam-se as informações coletadas e observadas durante e depois da aplicação da sequência didática, analisando o processo de resolução de situações problemas adotada pelos discentes. Realizado este tratamento de dados, analisa-se as informações obtidas antes e pós experimentação, este processo é nomeado de validação e consiste na confrontação entre às análises a priori e posteriori, a fim de verificar se a aplicação da Sequência Didática influenciou positivamente na aprendizagem dos sujeitos envolvidos.

Como dito anteriormente, uma intervenção baseada na metodologia de ensino da Teoria da Engenharia Didática requer como instrumento de ensino a aplicação de pelo menos

uma Sequência Didática. Uma Sequência Didática é definida como “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelo professor como pelos alunos” (ZABALA, 2007, p. 18). Esta proposta metodológica configura-se pela aplicação de atividades consecutivas relacionadas a uma determinada temática. Ao ver da nossa metodologia de ensino uma Sequência Didática pode ser formada por:

um certo número de aulas planejadas e analisadas previamente com a finalidade de observar situações de aprendizagem, envolvendo os conceitos previstos na pesquisa didática. Essas aulas são também denominadas de *sessões*, tendo em vista seu caráter específico para a pesquisa. Em outros termos, não são aulas comuns no sentido da rotina de sala de aula" (PAIS, 2011, p.102).

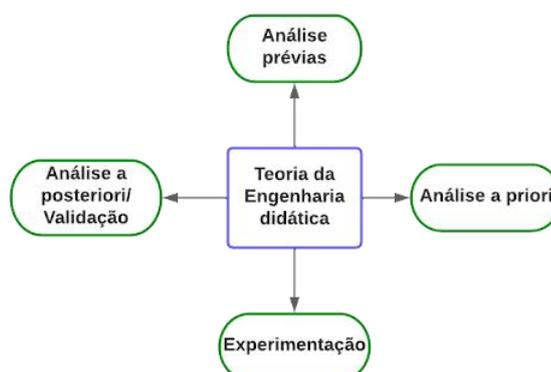
Assim, a etapa de experimentação se constituirá com aplicação de atividades consecutivas que se relacionam entre si abordando um determinado tema ou conteúdo, podendo ser explorada de maneira interdisciplinar, criativa e permitindo o aluno a interagir com o professor e com seu grupo de colegas. Além de propiciar ao professor uma observação diferenciada em relação aos métodos de resoluções adotados pelos alunos e o desenvolvimento de suas aprendizagens. Com o desenvolvimento desta proposta o professor e o aluno desenvolvem novas habilidades, experiências e estímulo no desenvolvimento do pensar matemático.

Metodologia

O trabalho aqui apresentado trata-se de um recorte de uma dissertação e apresenta o percurso metodológico e resultados relativos ao objetivo investigar como uma intervenção em sala de aula, elaborada com base na Teoria da Engenharia Didática pode contribuir para o desenvolvimento do Letramento Matemático no 9º ano do ensino fundamental. Essa investigação foi estruturada considerando os domínios da pesquisa qualitativa (GIL, 2017) pois apresenta uma perspectiva interpretativista. Conforme seu objetivo classifica-se em uma pesquisa exploratória e descritiva (GIL, 2017) pois explora e descreve como a intervenção e aplicação das sequências didáticas elaboradas podem desenvolver o Letramento Matemático de estudantes dos anos finais do ensino fundamental.

O delineamento da pesquisa seguiu os pressupostos da Teoria da Engenharia Didática (ARTIGUE,1996), que é uma metodologia que relaciona conhecimentos da didática e técnicas de ensino com a investigação teórica e prática de problemas ou dificuldades observadas na sala de aula. Assim, a intervenção produzida para desenvolver o Letramento Matemático foi elaborada considerando os passos da Teoria da Engenharia Didática, conforme indica a figura 1.

Figura 1: Etapas da Teoria da Engenharia Didática



Fonte: autoras baseado em Artigue(1996)

As ações realizadas em cada uma das etapas pode ser visualizada no quadro 1. Destacamos que os resultados obtidos em relação ao passo “Análises prévias” resultaram em um manuscrito que encontra-se em processo de avaliação em um periódico da área de Ensino.

Quadro 1: Ações realizadas nas etapas da TED

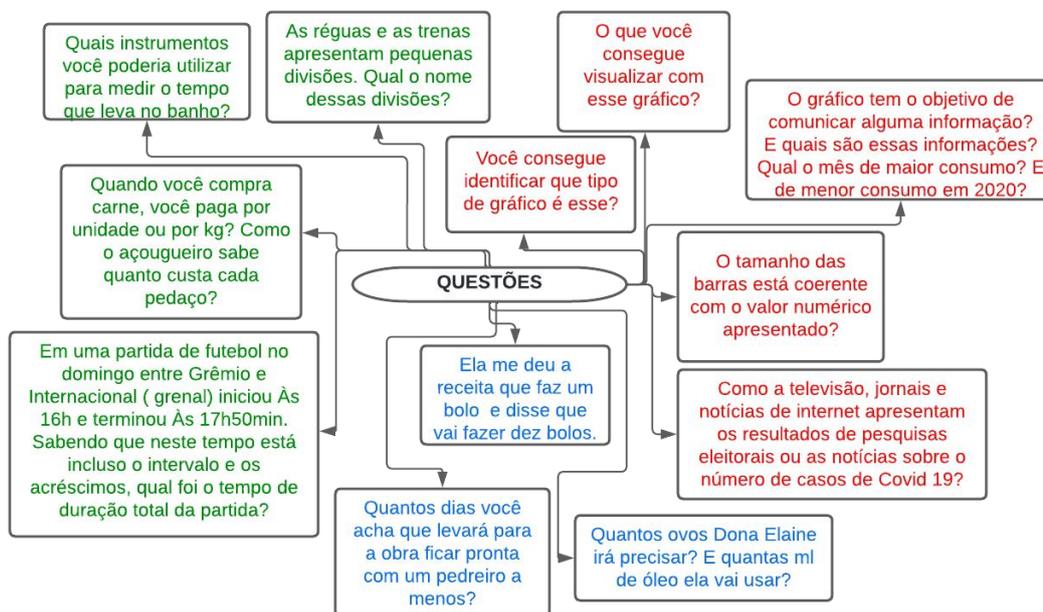
Passos	Ação	Objetivo
Análise prévias	Foi realizado um estudo sobre a BNCC, Escala de proficiência em Matemática do SAEB, PPP e PISA	Construção de uma matriz de análise com níveis de Letramento Matemático
Análise a priori	Aplicação de uma sequência didática intitulada “Você é bom em Matemática ?” com alunos do 9º ano do ensino fundamental	Verificar o nível de Letramento Matemático dos alunos antes da experimentação
Aplicação da sequência didática/ experimentação	Intervenção em sala de aula com a aplicação de três sequências didáticas	Apresentar os conceitos sobre os unidades de medida, regra de três simples e gráficos com a finalidade de instigar o pensamento matemático em situações no dia a dia.
Análise a posteriori	Proposição de situações problemas para os estudantes resolver, ao final de cada sequência didática	Verificar o nível de Letramento Matemático dos alunos após a experimentação
Validação	Confrontação entre os dados da análise a priori com os dados da análise a posteriori	Comparar os níveis de LM de cada análise e observar se a TED promoveu o desenvolvimento do LM dos alunos

Fonte: Autoras

A análise a priori foi realizada através da aplicação em sala de aula de forma

presencial da sequência didática “Você é bom em Matemática?” (Sequência Didática I) que apresentava questões sobre unidades de medidas, regra de três simples e gráficos. Todas as questões foram elaboradas considerando a realidade em que o aluno está inserido, utilizando-se de situações do seu cotidiano a fim de contextualizá-las. Na figura 2 apresentamos algumas das questões da sequência didática I”

Figura 2: Questões da sequência didática I



Fonte: autoras

No momento experimentação, que consiste na aplicação da Sequência Didática, foram aplicadas três Sequências Didáticas que abordavam os conteúdos sobre unidades de medida (Sequência Didática II), regra de três simples (Sequência Didática III) e gráficos (Sequência Didática IV), uma vez que estes são objetos do conhecimento que são desenvolvidos nessa etapa de escolarização. O quadro 2 apresenta os principais objetivos das SD e a habilidade da BNCC ao qual elas estão relacionadas.

Quadro 2 - Descrição dos objetos do conhecimento, objetivos de ensino e habilidades de cada Sequência Didática

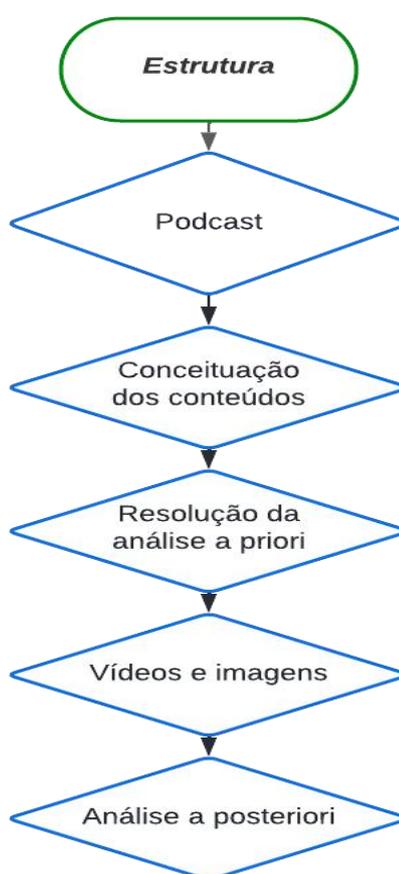
Sequência Didática/ Tempo de aplicação	Objetivos	Habilidade da BNCC
II/ 6 períodos de 45 minutos	<ul style="list-style-type: none"> -Analisar se os alunos conhecem e aplicam as unidades de medida para distância, Tempo, e Massa. -Verificar se os estudantes conhecem os instrumentos que medem as diferentes grandezas. -Operar com o conceito de tempo em uma situação prática. 	EF09MA08: Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas, comprimento, massa e tempo.
III/ 6 períodos de 45 minutos	<ul style="list-style-type: none"> - Verificar a habilidade de pensamento diretamente proporcional 	EF09MA08: Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e

	- Verificar a habilidade de pensamento inversamente proporcional.	inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.
IV/ 6 períodos de 45 minutos	- Observar a capacidade de interpretação, análise e argumentação dos alunos em relação a gráficos divulgados pela mídia.	(EF09MA21): Analisar e identificar, em gráficos divulgados pela mídia, os elementos que podem induzir, às vezes propositadamente, erros de leitura, como escalas inapropriadas, legendas não explicitadas corretamente, omissão de informações importantes (fontes e datas), entre outros.

Fonte: autoras

Os conceitos de cada conteúdo foram apresentados no quadro branco e de maneira impressa para os alunos. As explicações ocorreram detalhadamente, utilizando como referência as questões aplicadas na análise a priori. No decorrer de cada Sequência Didática, foram disponibilizados como recursos: vídeos explicativos obtidos em sites; um podcast elaborado pela professora-pesquisadora e momentos de elaboração de questões por parte dos alunos. Todo material foi recolhido pela professora pesquisadora a fim de realizar as análises. A estrutura básica de cada Sequência Didática pode ser visualizada na Figura 3. Podcast, conceitos fundamentais de cada conteúdo, resolução com explicação das questões aplicadas na análise a priori, vídeos explicativos e análise a posteriori.

Figura 3: Estrutura de cada sequência didática



Fonte: autoras

Cada Sequência Didática teve duração de 6 períodos de aula com duração de 45 minutos cada período e participou uma turma do 9º ano composta por 10 alunos. As etapas de análise a priori, experimentação e análise a posteriori ocorreram entre 7 de março e 3 de junho de 2022, de forma presencial.

A análise a posteriori foi aplicada, ao final de cada Sequência Didática, com o objetivo de verificar se a intervenção elaborada a partir dos pressupostos da Teoria da Engenharia Didática teria promovido o desenvolvimento do Letramento Matemático dos estudantes. Assim, apresenta-se algumas das questões aplicadas, conforme o quadro 3.

Quadro 3: Situações para analisar o conhecimento após a intervenção

Sequência Didática II	Sequência Didática III	Sequência Didática IV
Supondo que você começou a realizar suas atividades online às 8h e 30 minutos e só conseguiu terminar às 10h e 45 minutos. Quanto tempo você ficou estudando? Explique como você chegou na resposta!	Em uma sala de aula de 60 m ² é possível acomodar 25 estudantes. Quantos estudantes aproximadamente estarão em uma sala de 25m ² ?	Você consegue identificar que tipo de gráfico é esse? O que você consegue visualizar com esse gráfico? O gráfico tem o objetivo de comunicar alguma informação? E quais são essas informações?
Qual a distância que devemos manter longe de outra pessoa para respeitar o distanciamento social? Como podemos medir essa distância e quais instrumentos podemos utilizar?	Para impressão das aulas aos alunos que não possuem acesso a internet, uma escola leva 90 minutos com 3 impressoras, porém uma das impressoras acabou estragando, sendo assim quantos minutos a escola levará para imprimir o mesmo material com 2 impressoras?	É possível constatar que a quantidade de papel e plástico coletado na cidade é maior? Por que isso acontece? Qual o título do gráfico? Quais características um gráfico bem elaborado precisa apresentar?
As escolas costumam distribuir kits de alimentação para seus alunos. As unidades de medidas desses alimentos fazem parte das medidas de comprimento, de massa ou de tempo?		Quais erros você encontrou no gráfico acima? Que título você daria a esse gráfico?
Supondo que todos os dias você reserve 90 minutos da sua tarde para estudar, se você iniciar às 14 horas, em qual horário você irá parar de estudar?		

Fonte: autoras

A indicação do nível de Letramento Matemático nas etapas de análise a priori e análise a posteriori se deu com base nas descrições no referencial teórico deste trabalho (Letramento Nominal, Letramento Funcional, Letramento Conceitual e Letramento Multidimensional). Por fim, realizou-se a validação das sequências, que consiste na

confrontação entre os dados obtidos na análise a priori com os dados da análise a posteriori.

Resultados

O termo Letramento Matemático tem recebido maior atenção desde a promulgação da BNCC (CARVALHO; ARAÚJO, 2022) demonstrando um alinhamento às políticas de avaliação externa, como é o caso do PISA. O Letramento Matemático representa a capacidade dos indivíduos de aplicar os conhecimentos matemáticos para solucionar ou compreender situações de seu cotidiano, de forma a aplicar o conhecimento matemático construído na vida em sociedade. Dessa forma, percebe-se a necessidade de propor estratégias de ensino que possibilitem aos estudantes o desenvolvimento do Letramento Matemático (PISA, 2012).

A intervenção aqui apresentada, elaborada a partir da estrutura da Teoria da Engenharia Didática, visa desenvolver o Letramento Matemático para três objetos de conhecimento. Estes foram escolhidos em função da sua aplicabilidade no cotidiano e, em função de que os estudantes dos anos finais nem sempre conseguem visualizar eles em situações do seu dia a dia.

O quadro 4 apresenta os níveis de Letramento Matemático dos sujeitos da pesquisa ao final da análise a priori e da análise a posteriori.

Quadro 4 - Identificação do nível de LM dos sujeitos da pesquisa em diferentes momentos. Os códigos P1, P2, P3, P4 e P5 referem-se a pontos de verificação do LM dentro da SD.

Sequência didática	Nível de letramento	<i>Análise a priori</i>		<i>Análise a posteriori</i>
		P1 P2 P3	Nº de alunos	
Ii	Letramento Nominal	P1	10	
		P2	7	
		P3	6	
	Letramento Funcional	P3	4	6
	Letramento Conceitual			3
	Letramento Multidimensional			1
III	Letramento Nominal	P2	10	-
	Letramento Funcional	P1	10	2
	Letramento Conceitual	-		1

	Letramento Multidimensional	-		7
IV	Letramento Nominal	P1	9	1
	Letramento Funcional			-
	Letramento Conceitual		1	6
	Letramento Multidimensional			3

A partir das análises realizadas e da confrontação entre os dados das duas etapas apresentadas no quadro acima, podemos confirmar que o uso da Teoria da Engenharia Didática como metodologia de ensino favorece o desenvolvimento do Letramento Matemático. Esta afirmação está fundamentada na comparação dos níveis de Letramento Matemático antes e após a etapa de experimentação. Assim como aponta Lomasso; Souza; Oliveira (2021) em seu estudo ainda no ensino remoto, a Teoria da Engenharia didática como metodologia desenvolve resultados satisfatórios.

Vale ressaltar que durante a aplicação da análise a priori, os estudantes não tinham conhecimento do conteúdo que estava sendo trabalhado nas questões. Assim, podemos garantir de certa forma, que os estudantes utilizaram somente as habilidades matemáticas já existentes em seu campo cognitivo e sem acesso a nenhum material extra para consulta. Descreveremos a observação dos dados da análise a priori, ou seja, da sequência didática I seguido das concepções da análise a posteriori das três temáticas abordadas nas Sequências Didáticas.

Percebeu-se que no ponto de verificação P1, todos alunos, ou seja, 10 estudantes souberam responder questões básicas que envolviam a representação de unidade de massa, tempo e distância; contendo em suas resposta as siglas de quilogramas, metros, centímetros e minutos, como por exemplo no momento de responder o seu peso, a duração do recreio e outros.

Nas questões relativas a instrumentos de medida (P2), alguns apresentaram dificuldades em responder. A questão que mais provocou inquietações foi a que apresentava uma situação cotidiana de ir comprar carne no açougue, onde se questionava se o produto citado era vendido por unidade ou quilograma e como que o vendedor sabia o valor. Durante esta interação foi possível perceber que a contextualização dos conteúdos matemáticos com a realidade do aluno é uma prática essencial. Validamos esta ideia no momento em que os alunos trouxeram para sala de aula sua realidade para responder; alguns vieram o produto sendo pesado na balança, outros relataram que não vão ao açougue e por não realizarem esta ação não souberam responder ou responderam de forma equivocada. Outra questão a ser destacada é a dificuldade dos estudantes em operar com o conceito de tempo em situação prática (P3), na questão relacionada à duração de uma partida de futebol seis dos alunos não souberam formular uma estratégia de resolução, tão pouco interpretar o problema para uma possível solução.

Nas questões envolvendo grandezas diretamente e inversamente proporcionais,

nenhum aluno utilizou o método de regra de três simples para resolvê-las. O interessante é que muitos foram capazes de buscar estratégias para solucionar os problemas propostos, como por exemplo na questão que apresentava uma receita com os ingredientes para 1 bolo e desejava se fazer 10 bolos do mesmo, então questionava-se; quantos ovos irá ser necessário? quantos mililitros de óleo será utilizado? A maioria resolveu a questão por meio da multiplicação, multiplicando os números da receita por 10, o que está correto. Porém, ao descrever a resposta alguns equivocaram se, descreveram a quantidade em xícaras, litros, o que indica que realizaram o processo de formular e empregar, porém o processo de Interpretar não foi aplicado.

Dos 10 alunos participantes, nenhum conseguiu resolver corretamente a questão que envolvia grandezas inversamente proporcionais. Todos propuseram estratégias de resolução, mas não foi possível visualizar o processo de Empregar. Assim, identificamos todo grupo em relação ao P1 em nível de Letramento Funcional e em relação ao P2 em nível de Letramento Nominal.

Na temática Gráficos, houve um avanço bastante significativo na aprendizagem dos discentes pesquisados. Durante a análise a priori nenhum estudante foi capaz de interpretar corretamente todas as informações contidas nos gráficos apresentados. Identificamos 9 alunos em nível de Letramento Nominal, pois conseguiram formular o básico e em diversos momentos nem a capacidade de pensar em estratégias foi percebida. Um estudante pode ser classificado em nível de Letramento Conceitual por interpretar e descrever melhor as respostas. Ao destacar alguns pontos marcantes da análise a priori, elencamos a dificuldade de identificar o que é o título de um gráfico, quais informações deseja transmitir aos leitores, de indicar os tipos de gráficos, de interpretá-lo e de avaliar a sua confiabilidade.

A maioria dos alunos aprimorou seus conhecimentos a respeito dos conteúdos aplicados nas Sequências Didáticas. Foi visível que as dúvidas surgidas na análise a priori foram sanadas durante a etapa de experimentação e as habilidades matemáticas desenvolvidas nos processos de resolução na análise a posteriori. Esta evolução pode ser acompanhada através das observações durante toda a intervenção pelo professor-pesquisador e pelo tratamento de dados da etapa análise a posteriori e validação.

Na Sequência Didática II, os estudantes desenvolveram a capacidade de operar com o tempo em situações do dia a dia. Acredita-se que o conteúdo de regra de três foi o tema com melhor aproveitamento, interação e provedor do pensar matemático de maneira contextualizada. Todos os conceitos matemáticos propostos, desenvolveram a capacidade de Formular: identificando estratégias de resolução, elaborando representações matemáticas; além do processo de Empregar: realizando procedimentos, cálculos e equações. Também possibilitou desenvolver a habilidade de Interpretar: resolvendo a situação problema, transitando em diferentes contextos; e, o processo de Avaliar: sendo capazes de elaborar situações problemas, interpretá-las, resolvê-las e avaliá-las.

Em relação aos gráficos, na análise a posteriori apresentaram a capacidade de identificar erros de leitura que podem induzir a interpretação equivocada e ao erro. A identificação dos tipos de gráfico também obteve melhores resultados, assim como os elementos fundamentais que um gráfico deve conter. Nota-se o desenvolvimento do pensamento matemático, no momento que alguns foram capazes de criar um título para gráfico, verificar seus erros e citar as características que um gráfico deve apresentar.

Na aplicação da Sequência Didática III, na etapa da experimentação envolvendo regra de três, entre dez alunos que estavam em nível de Letramento Nominal (P2) e em nível de Letramento Funcional (P1), sete desenvolveram capacidades e habilidades previstas no nível Multidimensional. Este dado nos confirma a aplicabilidade positiva da intervenção. E os outros três dividiram-se entre Funcional e Conceitual.

Dentre os nove que estavam em nível Letramento Nominal na análise a priori na temática de gráficos, oito desenvolveram novas habilidades matemáticas, que podem ser encontradas nos níveis de Letramento Conceitual e Multidimensional. Ao perceber a evolução do desenvolvimento dos processos de formular, empregar e interpretar por parte dos estudantes durante a intervenção e análise a posteriori, evidenciamos a eficácia das etapas propostas pela Teoria da Engenharia Didática, e suas potencialidades. Como declaram Castilho; Figueiredo; Rodrigues (2020) ao observar em seu estudo sobre Letramento Estatístico, a Engenharia Didática propõe uma certa autonomia ao aluno e este não está acostumado com essa situação, tornando se dependente da aprovação do professor para verificar se sua resposta está coerente ou não. Este fator foi observado também em nossa investigação, os estudantes ficavam a todo momento questionando “e se estiver errado?”, “Será que essa resposta está certa?”.

Outros estudos apontam como positivo os resultados obtidos em práticas com a utilização da metodologia de ensino da Engenharia Didática (Lima; Ferreira, 2019), mas também destacam que alcançar o êxito em cem por cento é algo complexo e difícil. No entanto, é necessário ir reestruturando a intervenção de acordo com suas etapas e desenvolvendo um processo de adequação.

Considerações

Para apresentar de forma sucinta as conclusões deste estudo, inicialmente resgatamos o nosso objetivo que consistia em verificar se uma intervenção elaborada a partir do modelo teórico da Teoria da Engenharia Didática favorece o desenvolvimentos do Letramento Matemático dos alunos dos anos finais do ensino fundamental.

Importante destacar que a metodologia adotada nesta investigação alcançou os objetivos iniciais esperados. Vale elencar alguns dos aspectos positivos do uso desta metodologia de ensino em nosso estudo, tais como permite ao professor pesquisador a possibilidade de conhecer a realidade dos sujeitos, refletir sobre sua percepção em relação ao ensino da Matemática e seus processos de ensino e aprendizagem, permite verificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre os temas escolhidos, oportunidade de contextualizar conteúdos matemáticos, proporcionar ao aluno uma autonomia e voz ativa durante o processo de ensino e estabelecer uma relação significativa entre o professor, aluno e o saber.

Validamos a Teoria da Engenharia Didática como promotora do Letramento Matemático no instante em que verificamos a mudança de nível de Letramento Matemático dos estudantes. Na Sequência Didática II em nenhum dos pontos verificadores houve alunos classificados em nível Conceitual ou Multidimensional. Entretanto, após a etapa de experimentação e validação, seis alunos desenvolveram o Letramento Matemático e avançaram em relação aos níveis que estavam na análise a priori.

A partir das análises realizadas entende-se que a utilização da Teoria da Engenharia

Didática como metodologia de ensino neste estudo, favoreceu o desenvolvimento do Letramento Matemático e pode ser adotada como estratégia de ensino, a fim de colaborar com o processo de aprendizagem de diferentes conteúdos e disciplinas. Compreende-se também a possibilidade de uma reestruturação da intervenção para melhores resultados e a necessidade de uma continuidade da pesquisa avaliando outros fatores.

Referências

ARTIGUE, M. **Engenharia Didática**. In: Brun, J. (org.). *Didáticas das Matemáticas*. Lisboa: Instituto Piaget, p. 193-217, 1996.

ARTIGUE, M. **Ingénierie Didactique**. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 9.3, 281-308, 1988

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNC_C_20dez_site.pdf.

CASTILHO, C. R; FIGUEIREDO, A. F; RODRIGUES, C. K. Engenharia didática como metodologia de pesquisa e procedimento metodológico para a sala de aula. **Educa. Matea. Pesq.**, São Paulo, v.22, n.3, p. 429-456, 2020.

CARVALHO, L. R. V.; ARAUJO, E. S. Letramento Matemático, um olhar a partir da BNCC. **Revista Cocar**. V.16, n.34, p.1-19, 2022.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2017.

LOMASSO, E. B; SOUZA, E. L; OLIVEIRA. Engenharia didática como metodologia no processo de ensino e aprendizagem do número natural: um intercâmbio entre graduandos em pedagogia e crianças do 1º ciclo do ensino fundamental no ensino remoto. **Revista Diálogos e Perspectivas em Educação**, v. 3, n. 1, p. 142-156, 2021.

INEP. Matriz de avaliação de Matemática (PISA). 2012.

ORTIGÃO, M. I. R.; SANTOS, M. J. C.; LIMA, R. de L. Letramento em Matemática no PISA: o que sabem e podem fazer os estudantes?. **Zetetike**, SP, v. 26, n. 2, p. 375–389, 2018. DOI: 10.20396/zet.v26i2.8650093. Disponível em: <https://periodicos.sbu.unicamp.br/ojs/index.php/zetetike/article/view/8650093>. Acesso em: 21 jun. 2022.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 2.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2001.

PAIS, L. C. **Didática da Matemática**: uma análise da influência francesa. 4.ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2019.

ZABALA, A. **A prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 2007.

DISCUSSÃO

Elencamos os principais pontos do trabalho a serem discutidos e argumentados, considerando o contexto, características e objetivo da pesquisa, com ênfase nos conceitos fundamentais que norteiam nosso estudo fundamentados nos resultados analisados e em outros autores.

É perceptível que a construção da Base Nacional Comum Curricular está baseada nos pressupostos do PISA (OCDE) no que se refere à organização da área da Matemática. Apesar das inúmeras críticas que existem a esse respeito, acreditamos que a convergência entre esses documentos não é de todo ruim para a educação. Interessante utilizarmos como embasamento um material que além de apresentar um quadro com uma escala de proficiência em Matemática organizado em níveis - a matriz de avaliação do PISA (2012) - também apresenta os processos e capacidades fundamentais da Matemática, explicando o Letramento Matemático na Prática.

Entretanto muitos professores não têm conhecimento sobre o conteúdo do PISA e nem sobre seus resultados como comentam Carvalho; Martins (2013), pois apesar do PISA estar oficialmente na política educacional do Brasil e ser considerado como um aporte importante na avaliação de habilidades, seu material e seus resultados não são disseminados como deveriam no ambiente escolar entre os docentes.

No ano de 2022 será aplicada a avaliação do PISA que deveria ter sido em 2021 (INEP, 2022), porém foi adiada em virtude das dificuldades enfrentadas com a pandemia de COVID-19, sendo que nessa edição, a Matemática será o domínio principal da avaliação. Vale frisar que neste estudo utilizamos a Matriz de Referência de Matemática de 2012, entretanto uma nova versão foi lançada em 14 de outubro de 2021, disponível em versão eletrônica e interativa. Em uma análise rápida, verificou-se que os temas abordados não diferem muito da matriz de 2012, mas que para pesquisas futuras iremos nos embasar nesta nova versão.

Em nossas análises preliminares identificamos uma carência do Letramento Matemático na Escala de Proficiência em Matemática do 9º ano do ensino fundamental do SAEB, cuja matriz é referência nas avaliações do SAEB desde 1990 (INEP). A edição de 2019 foi marcada por uma transição entre as matrizes de referência utilizadas desde 2001 com as novas matrizes construídas com base na BNCC. No entanto, em nenhum momento o termo Letramento Matemático é citado e as competências e habilidades descritas nos níveis não favorecem o desenvolvimento do mesmo. Por outro lado, conforme o PISA (2012) espera-se

que os jovens desenvolvam capacidade de raciocínio matemático, utilizem ferramentas e conceitos matemáticos; possam descrever, explicar e prever fenômenos, e estes fatores não estão sendo identificados nesta escala de proficiência em Matemática apresentada pelo SAEB. Assim como o SAEB, os PPPs das escolas também deveriam estar alinhados a BNCC, entretanto durante nossa busca por segmentos que apontassem o Letramento Matemático nestes documentos locais, nos deparamos com sua ausência, o que nos leva a uma reflexão relacionada à prática de construção destes.

A partir das observações e análise da área da Matemática e das habilidades do 9º ano do ensino fundamental contidas na BNCC, verificamos que o documento favorece o desenvolvimento do Letramento Matemático. Corroborando com Arruda, Ferreira, Lacerda (2020) inferimos que os trechos da área da Matemática suas competências e habilidades convergem com o conceito de Letramento Matemático, sendo um instrumento válido de apropriação dos professores para prática em sala de aula.

Ao propor uma intervenção em sala de aula com aporte na metodologia de ensino da Teoria da Engenharia Didática, precisou-se construir Sequências Didáticas com enfoque na análise dos conhecimentos prévios dos alunos (análise a priori), realizar a prática em sala de aula (experimentação) e verificar a aprendizagem dos sujeitos após a experimentação (análise a posteriori). A fim de validar estas Sequências Didáticas construídas, realizou-se o processo de elaboração, aplicação e reelaboração (EAR).

Com a realização destes três processos é possível construir uma prática integradora, Sequências Didáticas organizadas e coesas, permitindo-se adequações necessárias para efetividade de um trabalho mais significativo tanto para o professor quanto para os alunos envolvidos na intervenção. Concordamos com Moraes, Bego, Giordan (2021) ao inferir que pensar, planejar e aplicar o projeto dentro do Processo EAR se constitui em um importante processo formativo e que este processo é impactante no desenvolvimento de novos conhecimentos. Entende-se esta prática de validação como ressignificação da prática docente, favorecendo a ação de reflexão.

Com a realização das análises prévias e do processo de validação das Sequências Didáticas, nos debruçamos em verificar se a intervenção planejada baseada no modelo metodológico da Teoria da Engenharia Didática favorece o desenvolvimento do Letramento Matemático dos alunos do 9º ano dos anos finais do ensino fundamental. Apoiados na confrontação dos dados obtidos na análise a priori e posteriori, e fundamentados em outros estudos (Lomasso; Souza; Oliveira, 2021; Lima; Ferreira, 2019; Castilho; Figueiredo;

Rodrigues, 2020), concluímos que a Teoria da Engenharia Didática como potencializadora do desenvolvimento do Letramento Matemático é satisfatória, válida e eficiente.

É perceptível o avanço no ensino e aprendizagem dos sujeitos envolvidos na pesquisa, o desenvolvimento positivo das competências e habilidades matemáticas são visíveis. Os aspectos positivos associados ao ensino de matemática de forma contextualizada, aprimoramento da prática docente, inserção da realidade do aluno em sala de aula foram favorecidos por meio da intervenção estruturada com base na Teoria da Engenharia Didática.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

De maneira a contextualizar o nosso trabalho, iniciamos com a explanação do objetivo do estudo que consistiu em verificar se uma intervenção elaborada com base nos pressupostos da Teoria da Engenharia Didática favorece o desenvolvimento do Letramento Matemático de alunos do 9º ano dos anos finais do ensino fundamental. Os objetivos específicos da pesquisa foram organizados conforme as etapas da metodologia de ensino. Assim realizou-se análises preliminares dos documentos normativos da educação básica em relação à área da Matemática e das variáveis locais e globais da realidade do estudo; validação das Sequências Didáticas a serem aplicadas; um diagnóstico do conhecimento prévio dos estudantes; aplicação de Sequências Didáticas em sala de aula; uma análise a posteriori; e uma validação entre os resultados.

A respeito da análise dos documentos, concluímos que a BNCC por se embasar no conceito de Letramento Matemático definido pelo PISA e por apresentar uma área específica para Matemática, torna-se o documento que mais prevê o desenvolvimento do Letramento Matemático entre os materiais analisados. Além de abordar o Letramento Matemático, proporciona reflexões e estratégias a serem adotadas pelos gestores e professores de Matemática, com o objetivo de que essas ideias alcancem os estudantes em sala de aula e que eles possam ser capazes de realizar tais habilidades e competências que cada ano designa. Ressaltamos a importância de haver concordância entre as competências e habilidades contidas nos documentos que dão aporte às avaliações, práticas e estratégias de ensino.

Compreendemos que a realização do processo de validação de Sequências Didáticas é essencial para que seja possível rever lacunas pendentes, estruturação, conceitos adotados, estratégias e recursos utilizados. Todos estes fatores são postos a prova ao utilizar o processo EAR de validação, impedindo estratégias equivocadas e conseqüentemente resultados que não descrevem a realidade. Deste modo, confirmou-se a confiabilidade das intervenções com base no processo EAR na elaboração, aplicação e reelaboração de Sequências Didáticas.

Complementamos nossa ideia, apoiados Guimarães, Giordan (2013) ao se referir ao processo de validação EAR como instrumento que provoca modificações significativas no desenvolvimento da Sequência Didática, implicando reflexões e transformações no professor pesquisador, na sua prática docente em sala de aula e nos estudantes.

Retornando ao nosso objetivo geral, descrevemos como satisfatória o uso da Teoria da Engenharia Didática como provedora do desenvolvimento do Letramento Matemático. Esta

permitiu ao professor pesquisador inserir-se na realidade do aluno e tomar conhecimento sobre a mesma, identificando seus aspectos econômicos, culturais e sociais; influenciando a reflexão crítica sobre sua prática em sala de aula e sobre sua percepção em relação ao ensino e aprendizagem da Matemática. Mas, o aspecto essencial da utilização da Teoria da Engenharia Didática foi a oportunidade de contextualizar os conteúdos matemáticos com situações do cotidiano dos discentes, contribuindo para a autonomia dos mesmos, estabelecendo uma relação significativa entre os saberes fundamentais da Matemática com o cotidiano.

No que se refere à validação da matriz de análise apresentada no manuscrito 1, percebeu-se algumas limitações, principalmente em identificar, compreender e associá-la ao contexto de escrita dos documentos. Do mesmo modo, as habilidades e segmentos muitas vezes poderiam contemplar todos os níveis de Letramento Matemático. No entanto, a escrita levava a classificar a habilidade em apenas um nível. Deste modo, compreendemos que a matriz de análise possa ser readequada para evitar fragilidades de análise.

As Sequências Didáticas foram reorganizadas e modificadas, conforme as percepções e contribuições dos professores avaliadores e dos alunos participantes no processo EAR, descrito no manuscrito 2. Mesmo revendo a estrutura, conceituando melhor os conteúdos apresentados e revendo algumas estratégias de ensino, acredita-se que ainda podem ser melhoradas com a utilização de outros recursos didáticos.

Compreende-se também a possibilidade de algumas modificações e de uma possível reestruturação da intervenção baseada na Teoria da Engenharia Didática para alcançar melhores resultados e de uma continuidade da pesquisa avaliando outros fatores. Os resultados desta pesquisa conseguiram influenciar na prática docente da pesquisadora de forma positiva, proporcionando momentos de reflexões, uma vez que eles trazem a importância de associar a Matemática com o cotidiano.

Afirmamos que a Teoria da Engenharia Didática promove o desenvolvimento do Letramento Matemático no instante em que verificamos a mudança de nível de Letramento Matemático do grupo pesquisado. Na Sequência Didática II em nenhum dos pontos verificadores alunos foram classificados em nível Conceitual ou Multidimensional. Entretanto, após a etapa experimentação e com a confrontação dos dados, seis alunos desenvolveram o Letramento Matemático e avançaram em relação aos níveis que estavam na análise a priori.

É importante destacar a intenção de continuidade deste estudo, com objetivo de aprimorar a descrição dos indicadores de cada nível de Letramento Matemático, expandindo a pesquisa a outros documentos normativos norteadores da educação básica e até da educação

superior na formação de professores, com o intuito de conhecer cada vez mais sobre o conceito de Letramento Matemático e da Teoria da Engenharia Didática e suas aplicações em diferentes níveis de ensino.

Enquanto professora-pesquisadora ficou ainda mais nítida a necessidade de associar a realidade em que os alunos estão inseridos com o ensino de Matemática em sala de aula. Entendesse que o desenvolvimento do Letramento Matemático só ocorreu de maneira satisfatória, devido a contextualização dos conteúdos apresentados.

Percebemos também a falta de autonomia e insegurança dos alunos, estas foram identificadas durante a aplicação das Sequências Didáticas, no decorrer do projeto piloto que se desenvolveu de maneira remota. Os alunos preferiram não responder às questões via meet, acredita-se que por haver uma certa dificuldade em encontrar as soluções. Além disso, não se sabia se os estudantes estavam recebendo apoio externo. Já com os discentes da pesquisa em si, foi diferente, uma vez que a aplicação ocorreu de forma presencial e foi possível acompanhar todo o processo de pensar em soluções, de como aplicá-las e se estaria condizente com a questão.

Salienta-se também a importância que os documentos norteadores da Educação Básica exercem sobre a atuação docente. Ao nos apropriar do material apresentado nestes documentos, refletimos sobre nossa prática docente, garantido que nosso olhar em relação ao ensino da Matemática e aprendizagem será modificado positivamente.

Como pesquisadora compreendo que a continuidade deste estudo só tende a enriquecer mais sobre o ensino de Matemática e desenvolvimento do Letramento Matemático nos âmbitos acadêmicos e profissionais. Espera-se que professores pesquisadores de diferentes áreas possam se apropriar do material aqui apresentado e desenvolver estudos a partir deste, a fim de qualificar o tema.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arruda, Fernando Souza de, Robson dos Santos Ferreira, e Alan Gonçalves Lacerda. 2020. **“LETRAMENTO MATEMÁTICO: Um Olhar a Partir Das Competências Matemáticas Propostas Na Base Nacional Comum Curricular Do Ensino Fundamental”**. *Ensino Da Matemática Em Debate* 7 (2):181-207. <https://doi.org/10.23925/2358-4122.2020v7i2p156-179>.
- BRASIL. Base Nacional Comum Curricular. Brasília: MEC, 2017. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNC_C_20dez_site.pdf.
- BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP). Escalas de proficiência do SAEB. Brasília, DF: INEP, 2020.
- CARVALHO, D.L. Letramento matemático en las etapas infantil y adulta de alumnas de programas de educación para jóvenes y adultos. **Praxis & Saber**, v.2, n.3, pp.13-26, 2011.
- D’AMBROSIO, U. **Etnomatemática**. São Paulo: Ática, 1990.
- DEL TREJO, A.B ; PAULA, E.F. Tratamento da informação no ensino fundamental: Contribuições dos livros didáticos para a alfabetização e letramento matemático. **Colloquium humanarum**, v.15, n.3, pp.195-203, 2018.
- ELLENBERG, J. **Como Não Errar**: o poder do pensamento matemático no dia a dia. CIDADE: EDITORA, 2016
- ELLENBERG, Jordan. O Pensamento Matemático: a ciência de como não estar errado. Rio de Janeiro: Zahar, 2015.
- GIL, Antonio Carlos. Como elaborar projetos de pesquisa. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.
- GIL, A. C. Como elaborar projetos de pesquisa. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2017.
- INEP. Matriz de avaliação de Matemática (PISA). 2012.
- JOLANDEK, E. G; PEREIRA, A. L; MENDES, L. O. R. LETRAMENTO MATEMÁTICO E SUAS VERTENTES. *Revista Valore, Volta Redonda*, 6 (Edição Especial): 563-573. 2021.
- KLEIMAN, A. B. Preciso “ensinar” o letramento? Não basta ensinar a ler e escrever? Cefiel/Unicamp & MEC, 2005.
- MONTENEGRO, C.; SOARES, D. Projetos de Modelagem com alunos do Ensino Fundamental: contradição em um sistema de atividade. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, v. 12, n. 2, p. 1-22, 1 mar. 2021.
- SANTOS, A. C. DOS; SOUZA, S.; ALVES, V.; CUSATI, I. C.; GUERRA, M. DAS. Letramento e Alfabetização em matemática: entre concepções e prescrição curricular. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, v. 11, n. 6, p. 462-480, 18 out. 2020.

SOARES, Magda Becker, (1998). Letramento: um tema em três gêneros. Belo Horizonte: Autêntica.

STRUIK, D. J. **Sociologia da Matemática**: sobre a sociologia da Matemática. Série Cadernos de Educação e Matemática. Lisboa, n. 3, p. 21-31, 1998.