

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA**

**JOÃO VITOR CARVALHO**

**ANÁLISE DA FADIGA EM MATERIAIS HETEROGÊNEOS  
UTILIZANDO A PERIDINÂMICA**

**Alegrete  
2022**

**JOÃO VITOR CARVALHO**

**ANÁLISE DA FADIGA EM MATERIAIS HETEROGÊNEOS  
UTILIZANDO A PERIDINÂMICA**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Me. Leandro Friedrich

**Alegrete  
2022**

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos  
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do  
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

C331a Carvalho, João Vitor

Análise da fadiga em materiais heterogêneos utilizando a  
peridinâmica / João Vitor Carvalho.

47 p.

Trabalho de Conclusão de Curso(Graduação)-- Universidade  
Federal do Pampa, ENGENHARIA MECÂNICA, 2022.

"Orientação: Leandro Ferreira Friedrich".

1. Fadiga. 2. Peridinâmica. 3. Lei de Paris. I. Título.

**JOÃO VITOR CARVALHO**

**ANÁLISE DA FADIGA EM MATERIAIS HETEROGÊNEOS UTILIZANDO A PERIDINÂMICA**

Monografia apresentada ao Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Dissertação defendida e aprovada em: 15, Agosto de 2022.

Banca examinadora:

---

Prof. Msc. Leandro Ferreira Friedrich  
Orientador  
Unipampa

---

Prof. Dr. Thiago da Silveira  
Unipampa

---

Prof. Dr. Vicente Bergamini Puglia  
Unipampa



Assinado eletronicamente por **THIAGO DA SILVEIRA, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 16/08/2022, às 14:44, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.

Assinado eletronicamente por **LEANDRO FERREIRA FRIEDRICH, PROFESSOR DO MAGISTERIO**

[https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador.php?acao=documento\\_imprimir\\_web&acao\\_origem=arvore\\_visualizar&id\\_documento=986804&infra\\_...](https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador.php?acao=documento_imprimir_web&acao_origem=arvore_visualizar&id_documento=986804&infra_...) 1/2



**SUPERIOR**, em 16/08/2022, às 14:47, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **VICENTE BERGAMINI PUGLIA, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 16/08/2022, às 17:56, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site [https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador\\_externo.php?acao=documento\\_conferir&id\\_orgao\\_acesso\\_externo=0](https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0), informando o código verificador **0898281** e o código CRC **2C1CEEA4**.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, por me dar forças nos momentos mais complicados e colocar sempre as pessoas certas no meu caminho.

Ao meu padrinho Antonino Mascarenhas, o maior incentivador de toda a minha caminhada, me apoiando em todos os momentos.

A minha madrinha Andrea Carvalho, por todo esforço e incentivo desde a minha formação básica até o ensino superior.

A minha avó Maria Barbosa, por todo cuidado e amor, propiciando o melhor ambiente familiar possível.

A minha mãe Renata Carvalho, por toda a compreensão e conforto oferecido nos momentos difíceis.

A toda minha família, pelo apoio durante a formação.

Ao Professor Leandro Friedrich pela compreensão, incentivo e disponibilidade ao longo da realização do presente trabalho. Agradeço todo o apoio.

A minha namorada Camila Gomes, por tornar essa jornada mais leve e sempre ser uma grande incentivadora no dia a dia.

Aos colegas que me acompanharam durante essa jornada, sempre dispostos a auxiliar no que era preciso e tornar o ambiente mais leve, em especial Klaus, Rômulo, Mylena, Bruna, Thaís e João Pedro. Sem a ajuda e amizade de vocês não teria conseguido.

Aos professores do curso de Eng. Mecânica da Unipampa pelos ensinamentos.

## RESUMO

Sabe-se que a grande maioria dos componentes mecânicos utilizados atualmente estão submetidos a tensões e deformações cíclicas e, portanto, podem sofrer uma degradação ou até a falha devido a um fenômeno chamado de fadiga. A fadiga tem como característica o colapso inesperado do material, e em materiais com características quase frágeis esse problema pode ser maximizado devido a heterogeneidade inerente do material, por isso seu estudo se faz necessário. O estudo experimental clássico da fadiga utiliza diversas considerações para apresentar um resultado da vida em fadiga seguro, porém as simulações numéricas tem se tornado uma ferramenta cada vez mais utilizada para ajudar na previsão da vida em fadiga de componentes. Visto isso, no presente trabalho utiliza-se a peridinâmica para simular o fenômeno da fadiga, aproveitando a característica da aleatoriedade para alcançar estimativas de vida em fadiga e a falha em materiais heterogêneos. Neste trabalho se utilizará exemplos de componentes com trincas pré existentes para estudar a propagação das mesmas, respeitando as formulações originais das ferramentas que a peridinâmica fornece para estimar a vida em fadiga de acordo com a lei de Paris. Entre os resultados que provam a eficácia da peridinâmica como ferramenta para o estudo da vida em fadiga tem-se que os diferentes níveis de tensão aplicados na placa plana forneceram valores distintos de vida em fadiga, a curva obtida pela Lei de Paris segue o padrão esperado pela teoria e o parâmetro que causou a maior variação da vida em fadiga da placa plana foi o coeficiente de variação (CV) que está ligado com a heterogeneidade do material.

Palavras-Chave: Fadiga, peridinâmica, lei de Paris.

## ABSTRACT

It is known that the vast majority of the mechanical components currently used are subjected to cyclic stresses and strains and, therefore, can suffer degradation or even failure due to a phenomenon called fatigue. Fatigue is characterized by the unexpected collapse of the material, and in materials with heterogeneous characteristics this problem can be maximized due to the inherent heterogeneity of the material, so its study is necessary. The classic experimental study of fatigue uses several considerations to present a reliable fatigue life result, but numerical simulations have become an increasingly used tool to help predict the fatigue life of components. In view of this, in the present work peridynamics is used to simulate the phenomenon of fatigue, taking advantage of the characteristic of randomness to reach estimates of fatigue life and failure in heterogeneous materials. In this work, examples of components with pre-existing cracks will be used to study their propagation, respecting the original formulations of the tools that peridynamics provides to estimate fatigue life according to the Paris law. Among the results that prove the effectiveness of peridynamics as a tool for the study of fatigue life, the different stress levels applied to the flat plate provided different values of fatigue life, the curve obtained by the Paris Law follows the expected pattern. by theory and the parameter that caused the greatest variation in the fatigue life of the flat plate was the coefficient of variation (CV) which is linked to the heterogeneity of the material.

**Keywords:** Fatigue, peridynamics, Paris law.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Casos clássicos de fadiga.....	13
Figura 2 - Exemplo de distribuição do MEF .....	15
Figura 3 - Exemplo de distribuição do MED. ....	16
Figura 4 - Rupturas dúctil e frágil. ....	18
Figura 5 - Modos de deslocamento entre duas superfícies na interface da trinca. ....	21
Figura 6 - Comprimento da trinca x número de ciclos .....	23
Figura 7 - Curva da taxa de crescimento de fissuras por fadiga.....	24
Figura 8 - Métodos para estudo da fratura.....	25
Figura 9 - Horizonte, vizinhança e força atuante no ponto material X1. ....	26
Figura 10- Lei constitutiva uniaxial. ....	28
Figura 11 – Lei bilinear e energias. ....	30
Figura 12 - Organização dos polos no campo aleatório. ....	31
Figura 13 - Discretização do modelo PD e condições de contorno.....	33
Figura 14 – Esquema da forma de aplicação da tensão. ....	34
Figura 15 – Metodologia para identificar o crescimento da trinca.....	36
Figura 16 – Influência da tensão máxima na vida em fadiga. ....	38
Figura 17 - Influência da tensão máxima na vida em fadiga considerando o número de ciclos normalizado.....	38
Figura 18 – Influência no campo aleatório na vida em fadiga. ....	39
Figura 19 - Caminho da trinca para diferentes sementes.....	40
Figura 20 – Influência do coeficiente de variação do campo aleatório na vida em fadiga. ....	40
Figura 21 - Influência do coeficiente de variação do campo aleatório na vida em fadiga considerando o número de ciclos normalizado. ....	41
Figura 22 – $s_p$ versus número de ciclos para: a) CV 60% e b) 100%.....	42
Figura 23 – Configurações de ruptura para diferentes CV.....	42
Figura 24 – Curva $\log(da/dN)$ versus $\log(\Delta K)$ utilizando os resultados simulados com a PD. ....	43
Figura 25 - Curva $\log(da/dN)$ versus $\log(\Delta K)$ utilizando diferentes CV .....	44

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Características do modelo e do material.....	34
Tabela 2 – Lei de Paris para diferentes coeficientes de variação (CV).....	44

## **LISTA DE ABREVIATURAS**

MFLE – Mecânica da fratura linear elástica

MEF – Método dos elementos finitos

MED – Método dos elementos discretos

PD – Peridinâmica

CS – Coeficiente de segurança

MF – Mecânica da fratura

MFEP – Mecânica da fratura elastoplástica

CV – Coeficiente de variação

## SUMÁRIO

<b>1.</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	12
1.1	Justificativa.....	16
1.2	Objetivos .....	16
1.3	Estruturação do trabalho.....	17
<b>2.</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	18
<b>2.1</b>	<b>Mecânica da Fratura</b> .....	18
2.1.1	Parâmetro K.....	20
2.1.2	Lei de Paris .....	21
2.2	Peridinâmica.....	24
2.2.1	Lei bi linear .....	29
2.2.2	Campos aleatórios correlacionados .....	31
<b>3.</b>	<b>METODOLOGIA</b> .....	33
3.1	Descrição do modelo PD.....	33
3.2	Lei de Paris .....	35
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	37
4.1	Velocidade de propagação da trinca $a-N$ .....	37
4.1.1	Influência da tensão máxima $\sigma_{\max}$ .....	37
4.1.2	Influência do campo aleatório .....	39
4.1.3	Influência do coeficiente de variação .....	40
4.2	Lei de Paris.....	43
<b>5</b>	<b>CONCLUSÕES</b> .....	45
<b>6</b>	<b>SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b> .....	45
<b>7</b>	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	46

## 1. INTRODUÇÃO

Atualmente no âmbito da engenharia é sabido que a maioria dos componentes mecânicos são submetidos a tensões/deformações cíclicas, ou seja, que possuem variação ao longo do tempo, como por exemplo as ações de decolagem e aterrissagem de um avião, compressão e descompressão de um vaso de pressão, bem como o aquecimento e resfriamento de máquinas. Sendo assim, estas máquinas e componentes mecânicos estão sujeitos a falhar por um processo chamado de fadiga. A fadiga é uma redução gradual da capacidade de carga do componente, pela ruptura lenta do material, consequência do avanço quase infinitesimal das fissuras que se formam no seu interior (DA ROSA, 2002), com o passar do tempo o crescimento de trincas pequenas no material se propaga até que se atinja um tamanho crítico rompendo o componente mecânico aparentemente de forma frágil, significativamente abaixo do seu limite de escoamento. O termo “fadiga” foi utilizado antes mesmo dos estudos das causas deste processo. O mesmo recebeu este nome na época, pois os componentes mecânicos operando dentro dos padrões de carregamento estático falhavam de forma frágil, chegando-se assim à conclusão que o material cansava, “fadigava”.

As falhas por fadiga envolvem todos os campos da engenharia como ilustrado na Figura 1 onde apresentam-se casos clássicos de falhas por fadiga. A Figura 1a mostra os aviões Comet que na década de 1950 sofreram acidentes em pleno voo na época aparentemente sem explicação. Após investigações foi constatado que componentes falharam após o surgimento de trincas e a propagação por fadiga. Um erro de projeto presente nos aviões Comet eram suas janelas quadradas que se tornavam pontos concentradores de tensão facilitando o surgimento de trincas. A Figura 1b mostra o caso do voo JAL- 123 que aconteceu em 1985 onde o Boeing 747SR (JA8119) colidiu com uma montanha no Japão, segundo Ricco, 2020 uma manutenção realizada de forma errônea no cone da cauda do avião fez com que o mesmo não suportasse os ciclos de pressurização que originalmente o mesmo deveria aguentar. A Figura 1c mostra um navio Liberty partido ao meio, o caso dos navios Liberty é um famoso exemplo de fadiga, segundo Anderson, 2005 devido ao fato desses navios serem utilizados na segunda guerra mundial a velocidade de construção dos mesmos deveria ser otimizada, portanto, as estruturas dos navios eram soldadas criando assim concentradores de tensões e também irregularidades na superfície, o efeito da temperatura também foi um agravante para as falhas por fadiga de alguns exemplares dos navios Liberty.

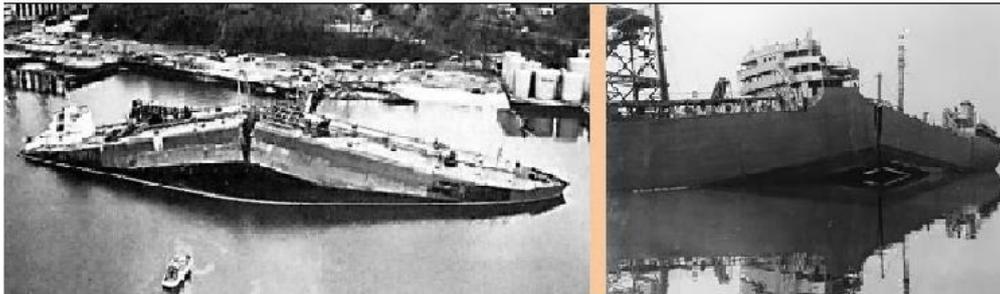
Figura 1- Casos clássicos de fadiga.



a) Aviões Comet



b) Voo JAL-123



c) Navio Liberty

Fonte: <http://inspecaoequipto.blogspot.com/>

Visto que a análise estática não é suficiente para se determinar a vida de um componente mecânico, deve-se realizar uma análise da vida em fadiga que pode ser finita ou infinita, e para a realização desta análise em geral utiliza-se duas abordagens típicas que utilizam como base a lei clássica de Basquin (BRANCO 1986), e uma terceira abordagem que se baseia na propagação subcrítica de um defeito já nucleado, avaliado através da Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE).

Segundo Dowling, 2013 e Amuchastegui, 2011 a primeira abordagem é o Método S-N ou tensão - vida, indicado para fadiga de alto ciclo onde a deformação é na sua grande maioria elástica. É um método antigo e utilizado em ampla escala. Baseia-se na curva de tensão pelo número de ciclos do componente mecânico, onde a vida em fadiga é determinada considerando a ruptura total. A segunda abordagem é o método E-N ou deformação – vida, que pode ser utilizada para fadiga de alto e baixo ciclo, onde as mesmas possuem deformações plásticas e elásticas, porém este é um método mais complexo. O mesmo utiliza a curva de deformação pelo número de ciclos do componente mecânico e considera a vida em fadiga até a nucleação da trinca. O método compreende os efeitos de plasticidade e elasticidade. A terceira abordagem utiliza a mecânica da fratura, que segue o princípio da lei de Paris, a qual permite o cálculo da vida em fadiga

a partir do início da propagação da trinca. Sendo assim os ciclos só iniciam após a nucleação da mesma.

A abordagem pela MFLE é complexa, e depende diretamente dos estados iniciais da trinca. Segundo Moresco, 2018 no desenvolvimento de trincas em estruturas que possuem concepções específicas, a lei de Paris adquire maior importância em relação a estruturas comuns. Isso acontece pois são realizadas simplificações dos processos mecânicos na ponta da trinca, onde a independência da geometria e do carregamento da estrutura devem ser consideradas. Dessa forma, as relações de Paris podem exibir vínculos com o formato do problema, que são ausentes na análise do crescimento de trincas em estruturas corriqueiras (ROE e SIEGMUND, 2003).

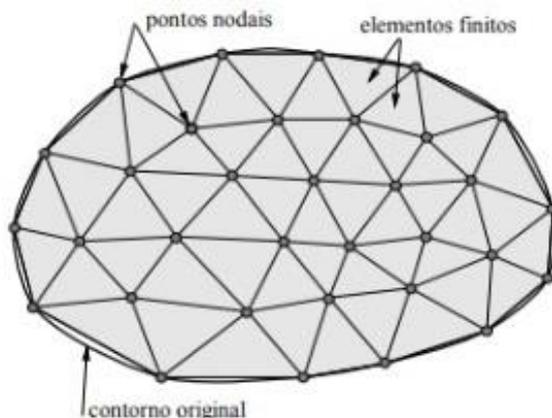
Segundo Rios, 2002 a possibilidade de utilização de métodos numéricos para resolução de problemas de engenharia, entre eles a fadiga, acontece pela característica desses métodos que basicamente se dá pelo avanço da transformação de sistemas com equações diferenciais de alto grau para sistemas algébricos, essa é uma característica de grande valia visto que o meio contínuo apresenta limitações principalmente quando se produz a fratura do material em estudo perdendo assim a característica de meio contínuo. Pode-se citar como exemplo para o estudo da fadiga o Método dos Elementos Finitos (MEF) e o Método dos Elementos Discretos (MED).

O Método Dos Elementos Finitos (MEF) que segundo De Souza, 2003 é um método bastante genérico, e com isso pode ser utilizado em diversos problemas de engenharia. O mesmo consiste em um método numérico que apresenta resultados suficientemente aproximados para vários fenômenos físicos, que acontecem em meio contínuo, para isso os meios devem ser representados por equações diferenciais parciais com algumas condições de contorno pré determinadas, quando se trabalha com problemas que variam com o tempo deve-se fornecer condições iniciais para o bom funcionamento do mesmo.

O princípio do MEF segue uma ideia muito utilizada na resolução dos problemas de engenharia, que seria basicamente subdividir um problema complexo em diversos problemas simples, portanto no MEF deve-se fragmentar o meio contínuo em diversas sub-regiões, que por característica devem possuir uma geometria simples como por exemplo o formato de um cubo ou um triângulo, assim como apresentadas na Figura 2. No entanto, tratando-se do fenômeno da fadiga é de suma importância conseguir captar o processo de surgimento e propagação da trinca, o que não acontece de maneira natural no MEF, pois vai contra a sua própria essência, o contínuo. Assim, em relação a transição

do contínuo para o descontínuo o MED se apresenta como uma alternativa bastante vantajosa.

Figura 2 - Exemplo de distribuição do MEF

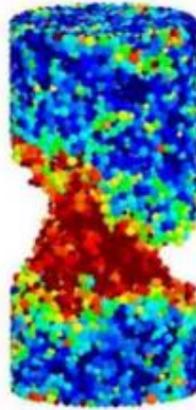


Fonte: DE SOUZA, 2003

O Método dos Elementos Discretos (MED) (do inglês *Discrete Element Method*-DEM) é um grupo de métodos que se utiliza de barras, vigas ou esferas entre outros elementos para discretizar o domínio de um corpo sólido e através de leis constitutivas, que regem a interação entre esses elementos, proporciona o surgimento e propagação de fissuras de maneira natural. Na Figura 3 é possível observar as interações de pequenos corpos rígidos (esferas) que formam o contínuo. O método realiza o cálculo das interações periodicamente afim de analisar os deslocamentos e forças dos elementos. Este método pode ser aplicado facilmente na simulação não só de materiais contínuos, como também para representar estruturas descontínuas. Isto se deve ao fato de que, antes da fratura, surgem forças de tração, de compressão e corte entre as partículas adjacentes. Mas, após a falha, desaparecem as forças de tração entre as partículas contínuas afastadas pela descontinuidade (ITURRIOZ, 1995).

Uma vertente do MED é a Peridinâmica (PD). A teoria foi desenvolvida por Silling, (2000) e tem como principal objetivo atuar na simulação de casos onde se deseja observar a nucleação e propagação de trincas, sendo assim uma ótima alternativa para análise de casos de fadiga.

Figura 3 - Exemplo de distribuição do MED.



Fonte: <https://www.osti.gov/servlets/purl/1601940>

### 1.1 Justificativa

A grande maioria dos componentes mecânicos estão sujeitos aos efeitos da fadiga, as análises clássicas deste fenômeno são muito difundidas e fornecem ótimos resultados, porém essas análises possuem diversas variáveis e com isso sua aplicação pode ser complexa. Como alternativa de estudo da fadiga tem-se os métodos numéricos que podem apresentar uma velocidade maior de resolução e também diminuir custos com ensaios experimentais. Entre os métodos numéricos encontra-se a teoria da peridinâmica que é o objeto de estudo deste trabalho, afim de investigar se essa teoria pode apresentar resultados satisfatórios na aplicação do fenômeno da fadiga.

### 1.2 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é explorar a aplicação da PD como ferramenta de simulação do fenômeno da fadiga.

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Verificar como ocorre a propagação de trincas sob cargas cíclicas no modelo PD
- Determinar a vida em fadiga de estruturas com trincas utilizando a abordagem de Paris
- Avaliar a influência do campo aleatório na simulação do processo de fadiga

### **1.3 Estruturação do trabalho**

No primeiro capítulo deste trabalho apresentou-se a introdução onde encontra-se uma contextualização do tema seguido da justificativa da escolha do mesmo e os objetivos. Já no segundo capítulo tem-se a fundamentação teórica que aprofunda os assuntos citados na introdução, esses temas são: mecânica da fratura e a peridinâmica. O terceiro capítulo é a metodologia utilizada, onde se encontra detalhes sobre a geometria utilizada e detalhes para o cálculo da lei de Paris. O capítulo 4 apresenta-se os resultados obtidos, enquanto que o capítulo 5 traz as conclusões. Por fim, o capítulo 6 apresenta-se as sugestões para trabalhos futuros.

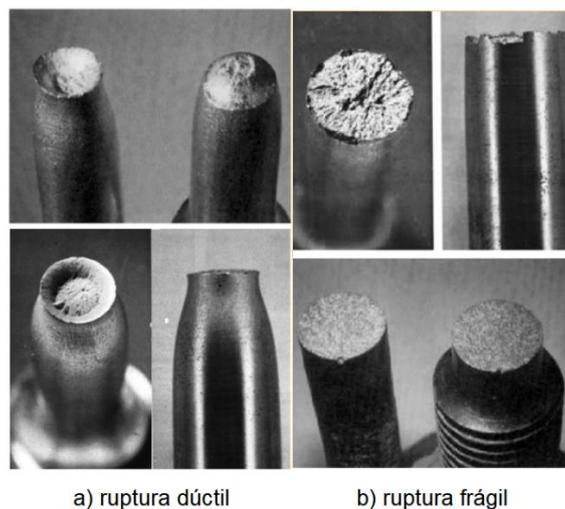
## 2. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 Mecânica da Fratura

Pequenos defeitos na estrutura dos meios materiais são uma das principais causas de acidentes na engenharia. A compreensão dos mecanismos desses defeitos é importante na concepção de projetos estruturais. O ramo da ciência que estuda as falhas presentes na integridade dos materiais denomina-se mecânica da fratura e se preocupa em analisar os esforços próximos às fraturas e suas consequências no comportamento global da estrutura (KZAM,2009).

No processo de falha ou ruptura de um material tem-se dois tipos de mecanismos, sendo eles a ruptura frágil (Figura 4b) e a ruptura dúctil (Figura 4a). Na ruptura frágil, os materiais usualmente rompem por clivagem, ou seja, por separação direta ao longo dos planos cristalográficos, ruptura que se caracteriza pelo desenvolvimento de deformações plásticas em quantidades desprezíveis, por outro lado, a ruptura dúctil ocorre pela reunião de vazios ou de microfissuras geradas a partir dos danos elementares, dentro de um processo chamado coalescência. Nesse caso, a ruptura é precedida da geração de quantidades substanciais de deformações plásticas. O desenvolvimento de ambas as formas de ruptura é sempre favorecido pela existência de micro defeitos na estrutura do material (FERREIRA, 2007).

Figura 4 - Rupturas dúctil e frágil.



Fonte: <http://inspecaoequipto.blogspot.com>

Segundo Strohaecker, 2012 o estudo clássico para determinação da tensão de falha de um material tem como base o colapso plástico do mesmo, onde é utilizada a tensão de escoamento ( $\sigma_e$ ) dividida por um coeficiente de segurança ( $CS$ ) que varia de acordo com o material, seu processo de fabricação e os tratamentos que o mesmo recebe. Como resultado disso temos a tensão admissível ( $\sigma_{adm}$ ) apresentada na Equação 1 que seria uma tensão segura para que o material trabalhasse sem atingir a falha.

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_e}{CS} \quad (1)$$

Em teoria o coeficiente de segurança deveria englobar o colapso frágil do material, porém em alguns casos isso não acontece e o material rompe abaixo da tensão admissível, visto que analisando os materiais de forma microscópica verifica-se que mesmo os mais puros possuem heterogeneidades e também verificar a presença de pequenas trincas.

Da Rosa, 2002 afirma que para se propagar uma trinca, é necessário que a tensão que mantém os átomos unidos (tensão coesiva) seja ultrapassada, essa tensão pode ser determinada teoricamente pela Equação 2 que utiliza o módulo de elasticidade do material ( $E$ ). Na prática essa equação não é muito utilizada pois não é possível medir a tensão na ponta da trinca.

$$\sigma = \frac{E}{10} \quad (2)$$

Aprofundando a MFLE tem-se que segundo Cristino, 2011 a mesma pode ser empregada quando se considera que a fratura pode ocorrer sem que haja uma significativa deformação plástica. Isso ocorre pois existem defeitos pré-existentes no componente mecânico como por exemplos trincas que vão gerar concentradores de tensão. Este efeito pode ser ainda mais presente em materiais com alta resistência mecânica.

A partir disso se utiliza a Mecânica da Fratura que tem por objetivo determinar se um defeito tipo trinca irá ou não levar o componente a fratura catastrófica para tensões normais de serviço permitindo, ainda, determinar o grau de segurança efetivo de um componente trincado. O grande mérito da mecânica da fratura é a de possibilitar ao projetista valores quantitativos de tenacidade do material permitindo projetos que aliem segurança e viabilidade econômica. A mecânica da fratura quando aplicada à fadiga e a

corrosão sob tensão permite a operação segura de componentes com defeitos prévios e/ou trincas nucleadas em serviço (STROHAECKER, 2012).

Segundo Sousa, tem-se dois casos específicos da MF a Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) e a Mecânica da Fratura ElastoPlástica (MFEP) que são aplicados para diferentes funções, sendo elas utilizadas quando:

- MFLE – Método mais conservador, utilizada quando existe uma pequena zona plástica do material à frente da ponta da trinca. A energia de fratura ( $G_f$ ) e o fator de intensidade de tensões ( $K$ ) são os parâmetros mais utilizados;
- MFEP – Utilizada quando existe uma zona plástica considerável a frente da ponta da trinca. O fator de intensidade de tensões ( $K$ ) e a integral J são os parâmetros mais utilizados.

### 2.1.1 Parâmetro K

Existem métodos eficientes para se determinar a propagação de uma trinca em materiais, um destes é o fator de intensidade de tensões,  $K$ , que aponta o quão severo é a singularidade do campo de tensão em torno da ponta de uma trinca. Quando o parâmetro  $K$  ultrapassa o valor crítico ( $K_c$ ) do material, determinado experimentalmente a partir de testes padronizados, a ruptura acontecerá (ANDERSON,1995).

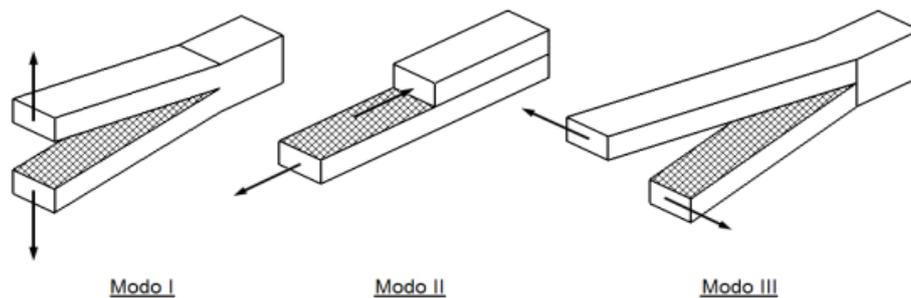
De acordo com Barcelos, 2018 para realização do cálculo do fator de intensidade de tensões  $K$  deve-se definir qual tipo de tensão ( $\sigma$ ) está sendo aplicada, a dimensão da trinca  $a$  já existente no componente em estudo e a geometria do mesmo que é descrita por um fator de forma  $f(g)$ . Com isso é possível apresentar a Equação 3, cálculo geral para o fator de intensidade de tensões, como:

$$K = f(g)\sigma\sqrt{\pi a} \quad (3)$$

Existem três variações do fator  $K$  sendo elas lincadas com o tipo de deslocamento relativo entre as superfícies da trinca exemplificadas na Figura 5 como modo *I, II e III*. O deslocamento é função do carregamento submetido no material em estudo. As três variações podem ser definidas como:

- $K_I$  – Relativo ao modo *I* de deslocamento, ocorre quando a abertura da trinca acontece por tração.
- $K_{II}$  – Relativo ao modo *II* de deslocamento, ocorre quando o deslizamento das superfícies numa direção perpendicular à frente da trinca é resultado do cisalhamento.
- $K_{III}$  – Relativo ao modo *III* de deslocamento, ocorre quando há um rasgamento das superfícies em uma direção paralela à frente da trinca resultado do cisalhamento.

Figura 5 - Modos de deslocamento entre duas superfícies na interface da trinca.



Fonte: Barcelos, 2018.

### 2.1.2 Lei de Paris

Griffith em sua teoria determinou uma tensão nominal de falha, conhecida como tensão crítica para o estado plano de tensões. Essa tensão ( $\sigma_{cr}$ ) varia de acordo com o módulo de elasticidade ( $E$ ), a densidade de energia de superfície ( $\gamma$ ) e a dimensão característica da trinca ( $a$ ). Sendo assim tem-se a equação 4:

$$\sigma_{cr}^2 = \frac{2E\gamma}{\pi a} \quad (4)$$

A densidade de energia de superfície representa o consumo de energia pelo material para romper as ligações atômicas, por unidade de área exposta, sendo

considerada uma propriedade do material. Esta é uma energia que deve ser entregue ao material, para conseguir quebrar as forças de coesão atômica (Da Rosa,2002).

A MFLE além de ser aplicada para determinação da tensão de ruptura do material em serviço, pode ser empregada para estabelecer a vida em fadiga do material em questão. Essa derivação da MFLE é conhecida como lei de Paris e sua utilização segundo Strohaecker, 2012 acontece pois o conhecimento sobre o dano e a formação de trincas não era suficiente para uma boa determinação da vida em fadiga. Para uma avaliação satisfatória da vida em fadiga é necessário considerar os processos de crescimento da trinca visto que na fadiga esse crescimento é subcrítico, ou seja, não acontece de forma catastrófica, o que possibilita prever como a mesma vai se propagar e até mesmo imobilizar a trinca em algumas ocasiões. Outro ponto a se considerar é que as trincas são formadas no início da vida em fadiga do material e com isso a nucleação da mesma pode acontecer apenas em um curto período da vida em fadiga de um material.

Ainda segundo Strohaecker, 2012 existem fatores cruciais para determinação da vida em fadiga que estão diretamente ligados com o crescimento da trinca por fadiga. As justificativas da importância desses fatores podem ser verificadas na Figura 6 onde encontra-se a propagação de trincas em três corpos de prova que possuem a mesma pré trinca, porém estão submetidos a níveis de tensões cíclicas diferentes. Os resultados demonstram que tensões mais elevadas causam velocidade de crescimento da trinca maior e com isso a vida em fadiga é menor. Os fatores para determinação da vida em fadiga são:

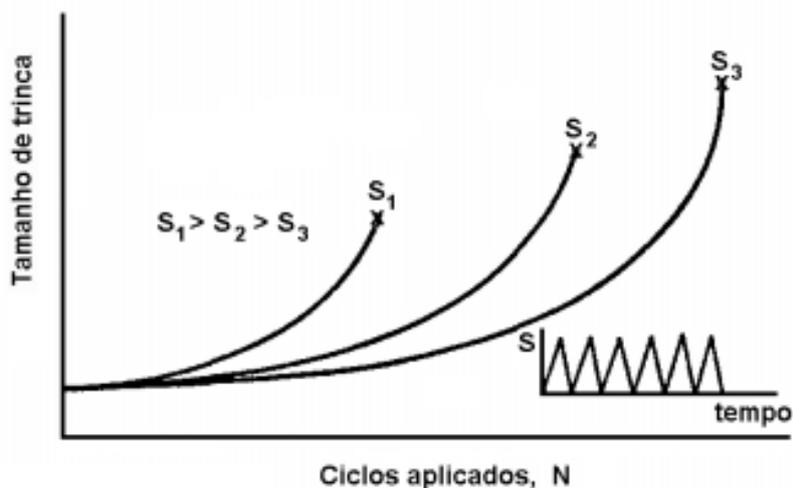
- O tamanho da trinca pré existente;
- A magnitude de carregamento;
- A resistência à fratura final do material.

A realização do trabalho de Paris e Erdogan em 1963 que utilizou os princípios da MFLE para criar uma relação para a taxa de crescimento da fissura por ciclo de carregamento é descrita pela Equação 5, também conhecida como Lei de Paris (ANDRADE, 2017).

$$\frac{da}{dN} = C \Delta K^n \quad (5)$$

onde  $C$  e  $n$  são constantes do material que são previamente determinadas de forma experimental.

Figura 6 - Comprimento da trinca x número de ciclos



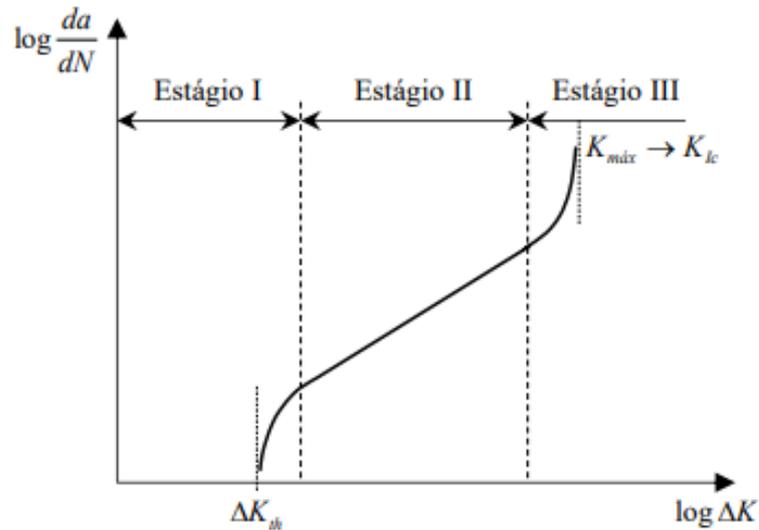
Fonte: Strohaecker, 2012.

A integração da Equação 5 possibilita a determinação do número de ciclos que uma trinca com comprimento inicial  $a_i$  necessita para atingir um comprimento  $a_{i+1}$ . Esse incremento é descrito pela Equação 6:

$$\Delta N^{(i+1)} = \int_{a_i}^{a_{i+1}} \frac{da}{C(\Delta K(a))^n} \quad (6)$$

De acordo com Andrade, 2017 a Lei de Paris pode apenas representar o trecho da curva linear representada na Figura 7 que é o trecho da propagação da fissura que está presente no estágio II.

Figura 7 - Curva da taxa de crescimento de fissuras por fadiga



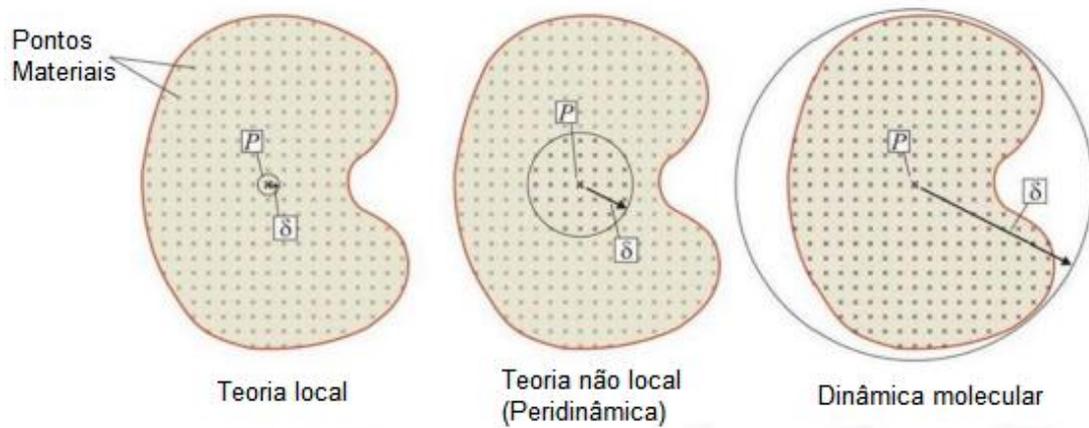
Fonte: Andrade, 2017

## 2.2 Peridinâmica

A fratura de materiais é um problema comum na engenharia, visto que existem certas características deste fenômeno como por exemplo a nucleação das trincas que dificultam a caracterização do fenômeno da fratura. Para isso é necessário utilizar métodos para definir o comportamento do material evitando assim o seu colapso ou ao menos descobrindo quando o mesmo irá falhar.

Segundo Tovo, 2013 a teoria clássica é um método local (Figura 8a) portanto o mesmo tem como base o contato direto entre os pontos materiais, sendo assim suficiente para resolver casos simples de fratura, porém para problemas mais complexos tem-se a necessidade de avaliar a influência de um ponto material sob outro que não esteja em contato direto o que não é possível nesse método. A Dinâmica molecular (Figura 8c) analisa as interações em nível atômico o que possibilita uma representação realista do componente mecânico em estudo, contudo isso torna sua execução muito trabalhosa sendo necessário recursos computacionais avançados e altos investimentos, em 2006 foi executado um dos maiores modelos desse método, possuindo 320 bilhões de átomos.

Figura 8 - Métodos para estudo da fratura.



Fonte: TOVO, 2013

Entre os métodos que mais crescem para o estudo do colapso dos materiais está a peridinâmica, um método que é definido como uma teoria não local (Figura 8b), ou seja, pode-se analisar a influência de um ponto material com os demais que estão em contato ou a uma certa distância finita. Ainda segundo Tovo, 2013 ainda existem algumas limitações da teoria não local, sendo elas:

- Alto custo de recurso computacional;
- Dificuldade de determinar as condições de contorno;
- As interações entre os pontos materiais são regidas por diferentes equações quando as redes de organização geométricas são distintas;

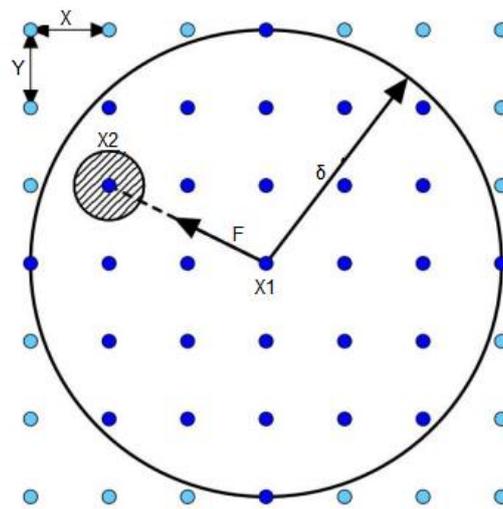
O método numérico utilizado neste trabalho é a peridinâmica, método proposto por Silling (2000) onde um meio é representado por pontos discretos de massa que tem interação definida através de um campo de influência, determinado por uma região esférica de raio  $\delta$ , denominado horizonte. Os pontos dentro desta esfera, centrada em um nó de referência, são denominados de vizinhança. Basicamente a teoria Peridinâmica é uma reformulação das equações de movimento da mecânica dos sólidos. A teoria utiliza equações integrais espaciais, que podem ser aplicadas a corpos com descontinuidades (SOARES,2018).

Segundo Campagnari,2017, o fato que torna a peridinâmica adequada para o estudo de propagações de trincas é que a mesma é baseada em uma abordagem não local e formulada com equações integrais, ao contrário dos métodos clássicos que utilizam equações diferenciais parciais que para descreverem descontinuidades necessitam da direção da propagação da trinca o que não é necessário na peridinâmica pois a mesma

pode expandir-se para qualquer direção desde que respeite os limites geométricos e físicos.

A peridinâmica possui duas variações, porém neste trabalho será utilizada a variação “bond-based”. Bond são as interações entre quaisquer dois pontos materiais que compartilhem a vizinhança, essas interações são denominadas como vínculos e no caso a variação da peridinâmica utilizada leva em consideração o comportamento dos vínculos individuais independente dos demais. Sendo assim uma versão mais simples, mas que supre os objetivos do trabalho. Na Figura 9 é possível observar a interação entre os pontos “X1” e “X2” pela força  $F$ , além disso tem-se o horizonte de “X1” representado pelo arco de raio “ $\delta$ ” chamado de horizonte, e a vizinhança representada pelos pontos em azul escuro.

Figura 9 - Horizonte, vizinhança e força atuante no ponto material X1.



Fonte: Campagnari, 2017 (adaptado).

A Equação 7 rege o comportamento dos pontos materiais da peridinâmica. Essa é uma equação de movimento derivada da segunda lei de Newton que pode ser descrita da seguinte forma:

$$\rho(x)\ddot{u}(x, t) = \int_R f(u(x', t) - u(x, t), x' - x, x)dV_{x'} + b(x, t) \quad (7)$$

Na Equação 7 tem-se como variáveis a força  $f$  que é a força exercida por  $x'$  sob  $x$ , a variável  $b$  que são as forças de corpo, a variável  $\rho$  é a densidade do corpo, e a

aceleração do ponto material é representada por  $\ddot{u}$ . A Equação 7 pode ser simplificada com a utilização das Equações 8 e 9, onde a soma vetorial das mesmas fornecem a posição após a deformação relativa dos pontos materiais.

$$\xi = x' - x \quad (8)$$

$$\eta = u(x', t) - u(x, t) \quad (9)$$

Na Equação 8 temos  $\xi$  como a distância entre os pontos antes da deformação e na Equação 9,  $\eta$  mostra o quanto os pontos materiais se distanciaram, porém para que a Equação 7 funcione corretamente tem-se segundo Silling, 2005 que a distância  $\xi$  entre quaisquer 2 pontos materiais só será considerada se a mesma for menor que o horizonte. Caso contrário as forças deverão ser anuladas como pode-se observar abaixo na Equação 10.

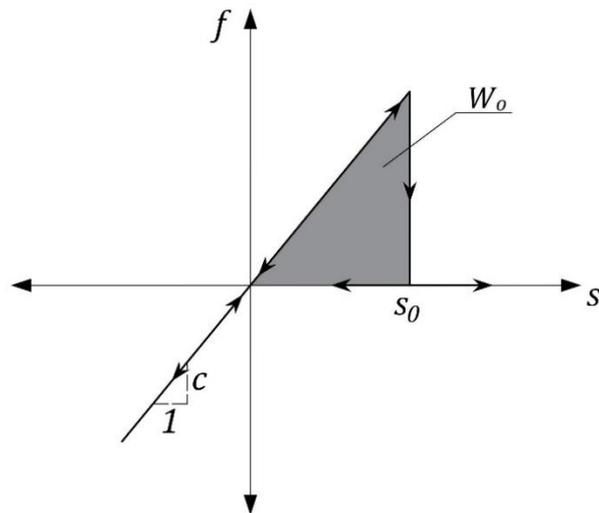
$$\xi > \delta \rightarrow f(\eta, \xi) = 0 \quad (10)$$

Após aplicar as simplificações na Equação 7 pode-se definir a Equação 11 como:

$$\rho(x)\ddot{u}(x, t) = \int_R f(\eta, \xi) dV_{x'} + b(x, t) \quad (11)$$

Na peridinâmica a determinação do rompimento dos pontos materiais é de grande valia para se analisar a quantidade de dano presente no componente mecânico como um todo. Visto isso tem-se que a ligação entre os pontos materiais é quebrada assim que o valor de  $s$  ultrapassa um determinado valor denominado de  $s_0$ , que carrega consigo características do material constituinte do corpo, funcionando dessa forma como um critério de parada. Essa relação é dada por uma lei uniaxial, apresentada na Figura 10.

Figura 10- Lei constitutiva uniaxial.



Fonte: Cabral et al, 2019 (adaptado).

O estiramento de cada ligação,  $s$ , é definido como:

$$s_{(t,\xi,\eta)} = \frac{|\xi + \eta| - |\xi|}{|\xi|} \quad (12)$$

Já o estiramento crítico (para um problema 2D) pode ser definido como:

$$s_0 = \sqrt{\frac{4\pi G_f}{9E\delta}} \quad (13)$$

onde  $G_f$  é a energia de fratura,  $E$  é o Módulo de elasticidade do material e  $\delta$  o horizonte.

A variável  $c$  presente na Figura 10 é a constante de ligação que é regida pelo módulo de elasticidade  $E$  e pelo coeficiente de Poisson  $\nu$ . A variável  $c$  é descrita pela Equação 14:

$$c = \frac{6E}{(\pi\delta^3)(1-\nu)} \quad (14)$$

Cada ligação possui um status quanto a sua integridade: 0 para ligações intactas e 1 para ligações rompidas. A função  $R$  é responsável por caracterizar cada ligação e pode ser escrita como:

$$R = \begin{cases} 1 & \text{se } s < s_0 \\ 0 & \text{se } s > s_0 \end{cases} \quad (15)$$

Com as funções que representam  $R$ ,  $s$  e  $s_0$ , pode-se escrever a função  $f$  que representa a força interna de ligação entre os pontos materiais (SANTOS JUNIOR, 2022). A função  $f$  está descrita na Equação 16:

$$f(t, \eta, \xi) = R c s(\eta, \xi) \quad (16)$$

Sendo assim utilizando as equações anteriores podemos simplificar a equação fundamental do método peridinâmico. A mesma pode ser apresentada pela Equação 17 a seguir:

$$\rho(x)\ddot{u}(x, t) = \int_R f(t, \eta, \xi) dH + b(x, t) \quad (17)$$

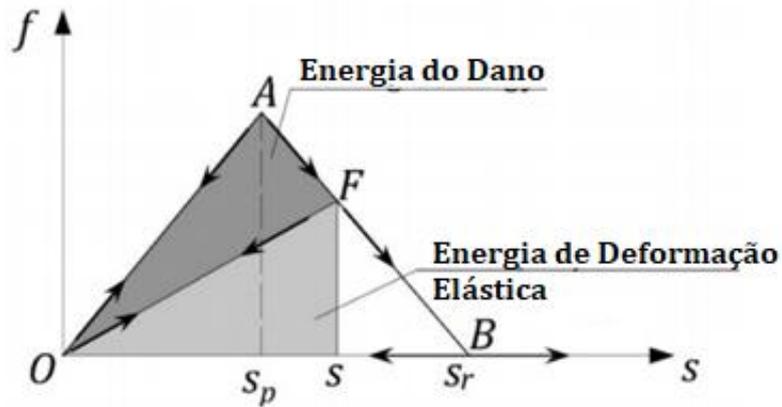
### 2.2.1 Lei bi linear

A lei constitutiva uniaxial proposta por Silling e Askari (2005) afirma que ao se atingir um alongamento crítico a ligação é rompida, o que pode ser visto na Figura 10. A lei constitutiva bi linear surge como alternativa e pode ser utilizada na modelagem de materiais com comportamento quase frágeis visto que esses materiais não possuem comportamento linear até a fratura, acumulando assim dano até a sua ruptura.

A lei bilinear possui algumas mudanças na formulação da PD clássica, explicadas em detalhes em Cabral *et al.* (2019). A principal mudança é o conceito do horizonte ( $\delta_0$ ), definido como uma propriedade do material e não do modelo. Porém, como  $\delta_0$  pode ser um valor grande, é necessário adotar um horizonte computacional ( $\delta'$ ), para que seja possível realizar a simulação em um tempo aceitável.  $\delta'$  pode ser adotado como

conveniência enquanto metodologias para encontrar  $\delta_0$  são fornecidas em *Cabral et al.* (2019). A Figura 11 mostra o gráfico das energias envolvidas durante o processo de dano de acordo com a lei bilinear.

Figura 11 – Lei bilinear e energias.



Fonte: Cabral *et al.*, 2019.

A análise do dano utilizando a lei bilinear envolve variáveis como o estiramento de ruptura  $s_r$  que tem como função ser referência para  $s$ . Quando  $s$  ultrapassa o valor de  $s_r$  tem-se uma situação crítica, onde  $s_r$  é definido como:

$$s_r = K_r s_p \quad (18)$$

onde  $K_r$  é definido por:

$$K_r = \frac{s_0 \delta_0}{s_p \delta'} \quad (19)$$

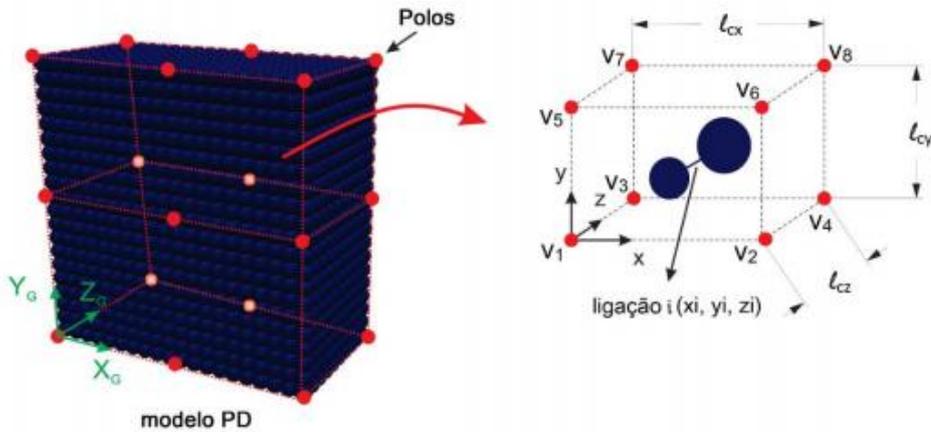
Segundo Cabral et al, 2019 cerca de 70% a 80% da deformação atingida no momento que acontece a ruptura ou até mesmo a deformação onde o material perde sua linearidade, corresponde a variável  $s_p$ .

## 2.2.2 Campos aleatórios correlacionados

A aleatoriedade no uso do método da peridinâmica é de suma importância pois os materiais, na sua grande maioria, possuem heterogeneidades. Como solução para contornar esse problema, nesse trabalho se utilizará o mesmo método apresentado por Friedrich et al. (2019) onde a distribuição  $G_f$  é representada por um campo aleatório correlacionado.

Na Figura 12 pode-se observar o método utilizado. O mesmo é caracterizado pela inserção de prismas virtuais ao longo de toda a geometria da estrutura. Os prismas possuem 8 vértices que são denominados como polos e os valores aleatórios de  $G_f$  são conectados por comprimentos de correlação ( $l_{cx}, l_{cy}, l_{cz}$ ).

Figura 12 - Organização dos polos no campo aleatório.



Fonte: Friedrich et al, 2019 (adaptado).

A Equação 20 é resultado de uma interpolação 3D que tem por objetivo determinar o valor de  $\varphi_v$  para cada ligação do modelo peridinâmico. Para isso tem-se os eixos  $X_G, Y_G$  e  $Z_G$  representando o sistema de coordenadas globais e cada ligação  $i$  representada por um sistema de coordenadas internas denominadas como  $x_i, y_i$  e  $z_i$ .

$$\begin{aligned} \varphi_v(x_i, y_i, z_i) = & V_1 + \frac{V_2 + V_1}{l_{cx}} x_i + \frac{V_3 - V_1}{l_{cy}} y_i + \frac{V_5 - V_1}{l_{cz}} z_i + \frac{V_4 - V_3 - V_2 + V_1}{l_{cx} l_{cy}} x_i y_i + \\ & \frac{V_6 - V_5 - V_3 + V_1}{l_{cx} l_{cz}} x_i z_i + \frac{V_7 - V_5 - V_3 + V_1}{l_{cy} l_{cz}} y_i z_i + \frac{V_8 - V_7 - V_6 + V_5 - V_4 + V_3 + V_2 - V_1}{l_{cx} l_{cy} l_{cz}} x_i y_i z_i \end{aligned} \quad (20)$$

Com isso pode-se determinar  $G_f$  (Equação 21) utilizando os parâmetros de escala  $\beta$  e forma  $\gamma$ .

$$F(G) = 1 - e^{-(G/\beta)^\gamma} \quad (21)$$

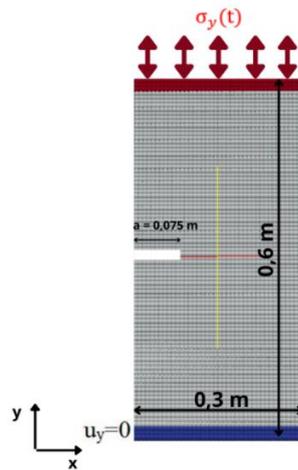
### 3. METODOLOGIA

Neste presente trabalho, estuda-se a fadiga em estruturas de materiais heterogêneos que possuem trincas pré-existentes. Este trabalho caracteriza-se por um estudo inicial da resposta da PD e das alterações a ela implementadas (lei bilinear e campo aleatório) sob o ponto de vista da velocidade de crescimento da fissura e da lei de Paris.

#### 3.1 Descrição do modelo PD

O modelo utilizado neste trabalho é uma placa plana (2D) com 40 pontos materiais de comprimento (direção  $x$ ), 80 pontos materiais de altura (direção  $y$ ) e 1 ponto material na direção da espessura (direção  $z$ ). Um espaçamento entre pontos materiais ( $dx$ ) igual a 0,0075 m é utilizado. Na Figura 13 pode-se observar a geometria, a discretização do modelo, e as condições de contorno.

Figura 13 – Geometria, discretização do modelo PD e condições de contorno.

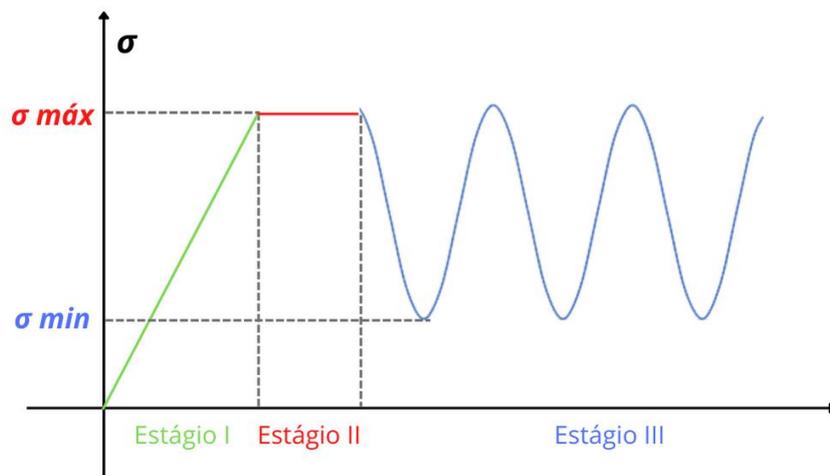


Fonte: Própria autoria

A simulação da fadiga ocorre sob controle de tensão, e tal está sendo aplicada ao longo do eixo  $y$  do plano cartesiano a região formada pelos pontos materiais em vermelho, enquanto os pontos em azul, indicam a região onde há restrição de deslocamento, também na direção  $y$ . Essas regiões são compostas por três fileiras de pontos materiais ( $3dx$ ). Os deslocamentos na direção da espessura da placa estão restritos.

A aplicação da tensão na placa plana é descrita pela Figura 14 onde é possível observar que no estágio I a tensão cresce de modo linear até atingir o pico ( $\sigma_{\text{máx}}$ ), no estágio II a tensão é constante durante um intervalo de tempo e após isso começa no estágio III, uma função senoidal que representa a simulação do fenômeno da fadiga. Neste estágio a frequência de trabalho é de 500 Hz e a tensão atingi um ponto mínimo ( $\sigma_{\text{min}}$ ) que apresenta uma razão de carregamento  $R=0,2$  do valor aplicado na tensão máxima.  $\sigma_{\text{máx}}$  é definida a partir da tensão máxima estática da amostra simulada, ou seja, antes de iniciar o processo de fadiga no material fez-se necessário realizar um teste de carregamento estático onde a tensão foi elevada até que o material falhasse, obtendo assim a tensão de ruptura do material e a tensão necessária para análise em fadiga.

Figura 14 – Esquema da forma de aplicação da tensão.



Fonte: Própria autoria.

As características do material, modelo e os parâmetros da lei bilinear estão apresentados na Tabela 1. O material é de característica quase-frágil semelhante a um concreto (KIRANE ET AL., 2016).

Tabela 1 - Características do modelo e do material.

$E$	$\nu$	$\rho$	$G_f$	$dx$	$s_p$	$K_r$	$\delta'$	$\delta_0$
[GPa]		[kg / m <sup>3</sup> ]	[N / m]	[m]			[m]	[m]
41,24	0,25	2400	96,94	0,0075	$0,48(10)^{-4}$	55	$3,015dx$	0,076

Fonte: Própria autoria

Na aplicação do campo aleatório utilizou-se um coeficiente de variação  $CV$ , igual a 60% e os comprimentos de correlação iguais a  $l_{cx} = l_{cy} = 0,01$  m.

### 3.2 Lei de Paris

Para determinar a equação de Paris para o material estudado, primeiramente se define o cálculo do fator de intensidade de tensões para a geometria em análise, descrito como:

$$K = \sigma Y \sqrt{\pi a} \quad (22)$$

onde  $Y$  é um parâmetro adimensional que leva em conta a geometria, condições de contorno e tipo de carregamento. O valor da constante  $Y$  pode ser calculado pela equação 23, onde  $W$  é o comprimento total da placa plana.

$$Y = 1,122 - 0,231 \left(\frac{a}{W}\right) + 10,550 \left(\frac{a}{W}\right)^2 - 21,710 \left(\frac{a}{W}\right)^3 + 30,382 \left(\frac{a}{W}\right)^4 \quad (23)$$

Logo, a variação do fator de intensidade de tensões ( $\Delta K$ ) é dada por:

$$\Delta K = K_{max} - K_{min} \quad (24)$$

Os valores do fator de intensidade de tensões máximo e mínimo podem ser obtidos pelas equações 25 e 26 abaixo:

$$K_{max} = \sigma_{max} Y \sqrt{\pi a} \quad (25)$$

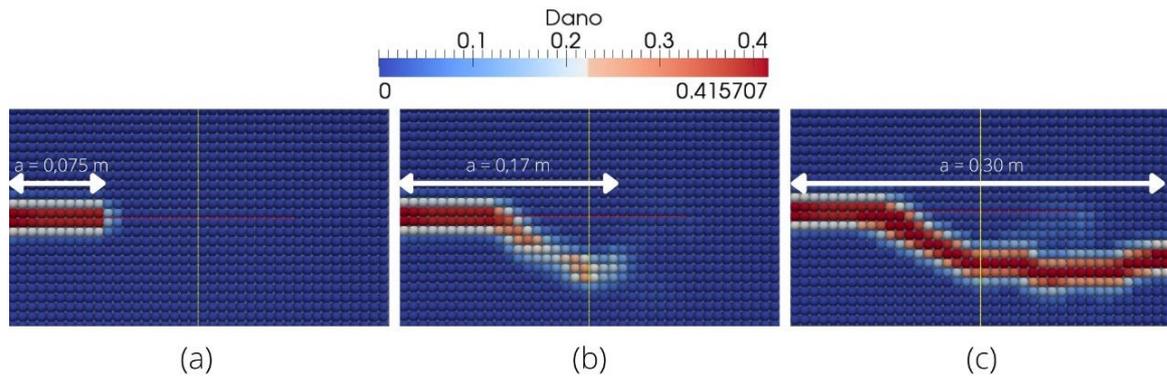
$$K_{min} = \sigma_{min} Y \sqrt{\pi a} \quad (26)$$

onde  $\sigma_{max}$  e  $\sigma_{min}$  são as tensões máximas e mínimas aplicadas durante o carregamento.

No modelo PD, o crescimento da trinca é medido a partir da comparação de um índice de dano local obtido durante a simulação e um índice de dano crítico, definido no início da simulação. Quando um ponto material atinge tal nível crítico, o programa registra a posição ao longo do eixo  $x$  desse ponto material e analisa se a trinca cresceu ou não. A Figura 15, procura exemplificar essa medição para um índice crítico de 0,35, onde

na Figura 15a apresenta-se a configuração inicial do problema e a trinca tem o tamanho igual a 0,075 m. Após uma quantidade de ciclos e o desenvolvimento da trinca, o índice de dano dos pontos materiais ao longo da direção  $x$  também atingem tal nível crítico e a trinca cresce pra 0,17m, Figura 15b. Ao final da simulação (Figura 15c) a trinca atinge o tamanho máximo, ou seja, o comprimento da placa, 0,3 m.

Figura 15 – Metodologia para identificar o crescimento da trinca.



Fonte: Própria autoria

A partir dos dados do crescimento da trinca e o número de ciclos a relação  $da/dN$  é obtida e a lei de Paris pode ser encontrada. A partir da procedimento acima, vários parâmetros podem ser analisados

Ainda neste trabalho investiga-se a influência de um dos parâmetros da aleatoriedade no modelo, o coeficiente de variação ( $CV$ ). Este Parâmetro permite simular um material mais heterogêneo ou mais homogêneo. Os níveis de variação desse parâmetro serão de -20% e +20% em relação ao definido na subseção anterior.

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados a seguir são divididos em duas subseções. Na primeira é apresentada uma análise sobre a velocidade de propagação da trinca, relação  $a-N$ , para diferentes parâmetros do modelo e do carregamento em fadiga. Na sequência a lei de Paris é apresentada para o material analisado.

### 4.1 Velocidade de propagação da trinca $a-N$

#### 4.1.1 Influência da tensão máxima $\sigma_{\max}$

Para verificar a influência da tensão máxima na vida em fadiga da placa plana, foram utilizadas 3 níveis de carregamento máximo, sendo eles de: 0,8075; 0,808; 0,81 em relação a tensão máxima obtida pelo carregamento estático. É importante ressaltar que não é possível aplicar uma variação maior entre os níveis de tensão pois: i) um nível de tensão alto levará a falha da amostra em poucos ciclos (3 ou 4) e ii) um nível de tensão baixo não levará a amostra a falha nunca, ou seja, terá uma vida infinita. Esse último limitante é uma restrição da lei bilinear utilizada. Uma vez que o nível de tensão é baixo, as ligações ficam “andando” sobre a linha de carregamento linear e assim o dano não evolui ao longo dos ciclos e falha não ocorre.

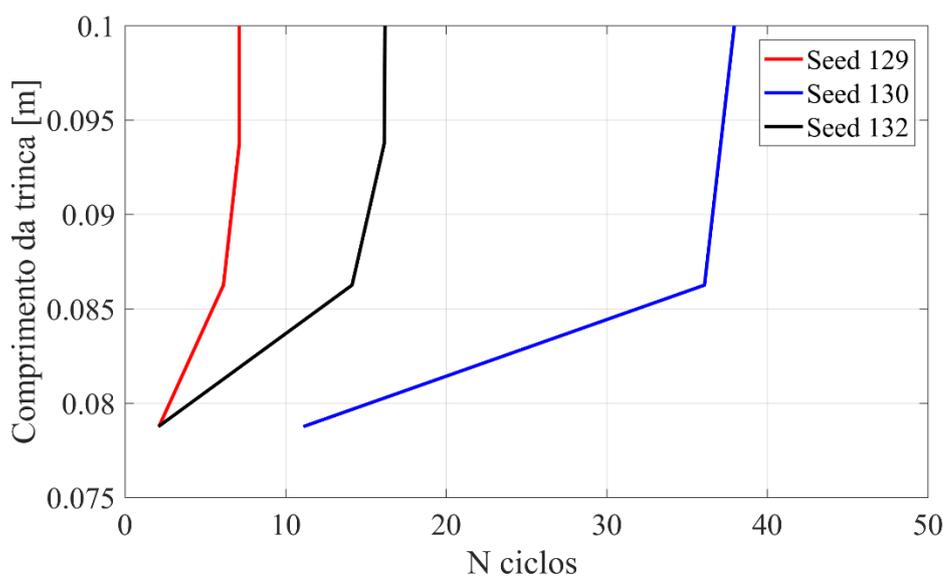
A partir da Figura 16 nota-se que quanto menor a tensão máxima maior é a vida em fadiga, o que vai de acordo com a literatura como mostra a Figura 6, por exemplo. Porém é notável que assim que a trinca começa a se propagar tem-se a ruptura da placa, o que demonstra um comportamento frágil do material em fadiga. Embora, com os limitantes mencionados acima, a PD conseguiu reproduzir aproximadamente 600 ciclos, o que é uma quantidade aceitável para materiais heterogêneos como o concreto, por exemplo (KIRANE ET AL., 2016).



#### 4.1.2 Influência do campo aleatório

Com o intuito de verificar a influência do campo aleatório na vida em fadiga da placa plana, foram utilizados 3 diferentes campos aleatórios, ou seja, como se fossem três amostras diferentes do mesmo material. O nível de tensão aplicado foi de 0,81 da tensão máxima em cada caso. A Figura 18 mostra os resultados para os diferentes campos, identificados pela semente de geração (*seed*) de cada caso. Pode-se notar que com a utilização de diferentes campos aleatórios se tem uma variação considerável da vida em fadiga da placa plana o que demonstra a grande influência desse parâmetro na simulação do processo de fadiga. Para materiais heterogêneos, como o analisado, tal comportamento é comum pois características do material como o tamanho do agregado e vazios são comuns e grandes alterações são registradas.

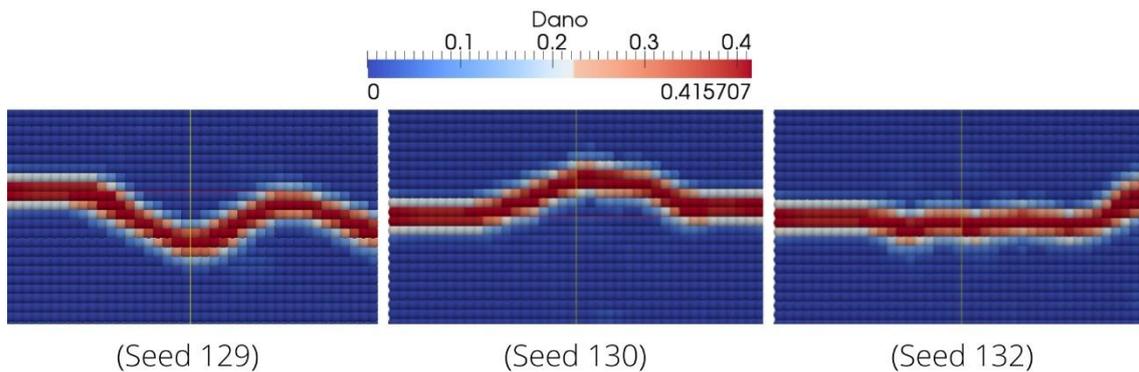
Figura 18 – Influência no campo aleatório na vida em fadiga.



Fonte: Própria autoria

A Figura 19, mostra os diferentes padrões de ruptura encontrados para cada campo aleatório. Nota-se que embora alguns padrões de ruptura sejam mais tortuosos que outros isso não está diretamente ligado ao fato de se obter uma maior vida em fadiga ou não.

Figura 19 - Caminho da trinca para diferentes sementes

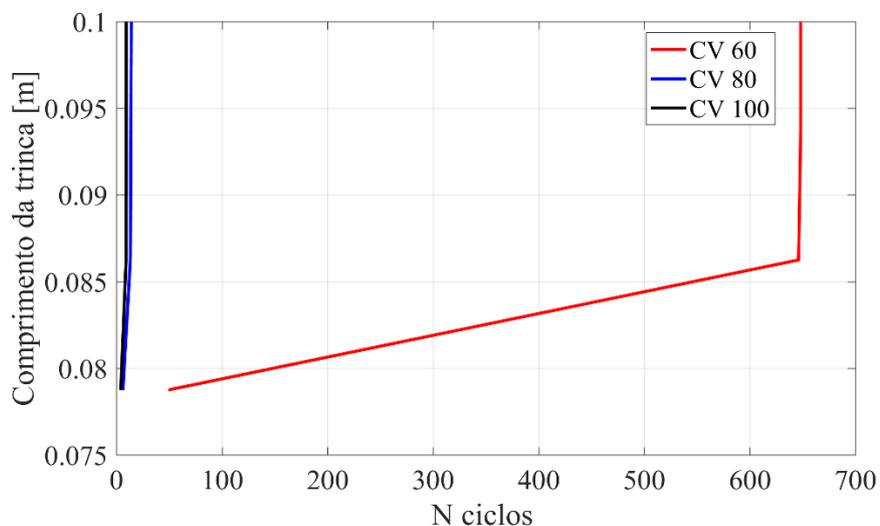


Fonte: Própria autoria.

#### 4.1.3 Influência do coeficiente de variação

Para verificar a influência do coeficiente de variação (CV) na vida em fadiga da placa plana, foram utilizadas 3 variações do coeficiente, sendo elas: 60%, 80% e 100%. As demais variáveis como por exemplo a razão de carregamento foram mantidas constantes em todos os testes, apenas foi necessário ajustar a  $\sigma_{\max}$  para cada caso. Quanto maior o coeficiente de variação maior é a aleatoriedade do material e conseqüentemente o mesmo se torna mais heterogêneo. Os resultados da vida em fadiga para cada coeficiente de variação é mostrado na Figura 20.

Figura 20 – Influência do coeficiente de variação do campo aleatório na vida em fadiga.

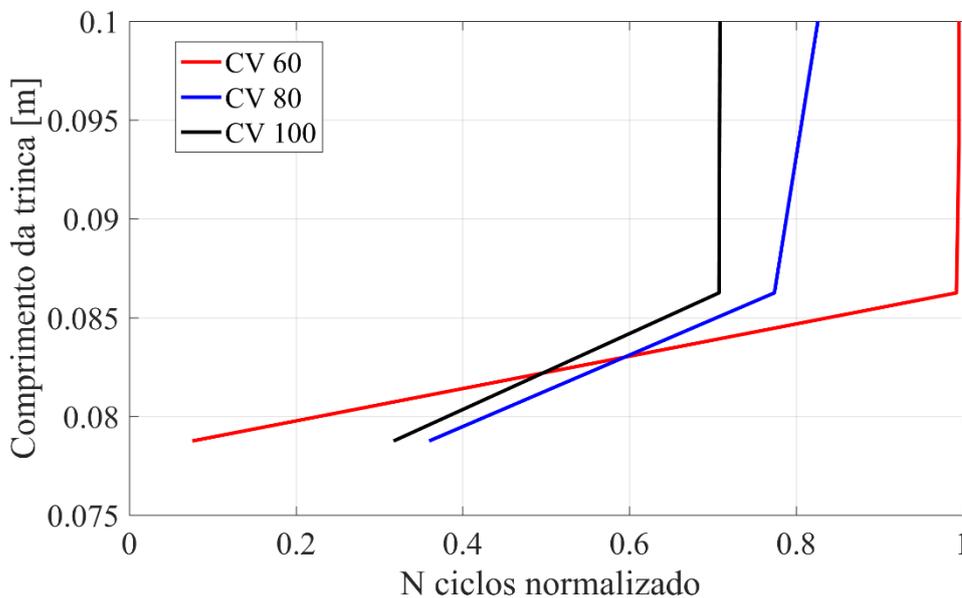


Fonte: Própria autoria

Analisando a Figura 20 nota-se que o coeficiente de variação tem grande influência na vida em fadiga do material, podendo diminuir em mais de 92% a quantidade de ciclos da amostra.

A Figura 21, mostra os dados da Figura 20 mas plotados em relação ao número de ciclos normalizado. Nota-se que além de alterar a vida em fadiga, o aumento do CV também muda o comportamento de propagação da trinca, tendo um crescimento mais rápido quando um material menos homogêneo é simulado.

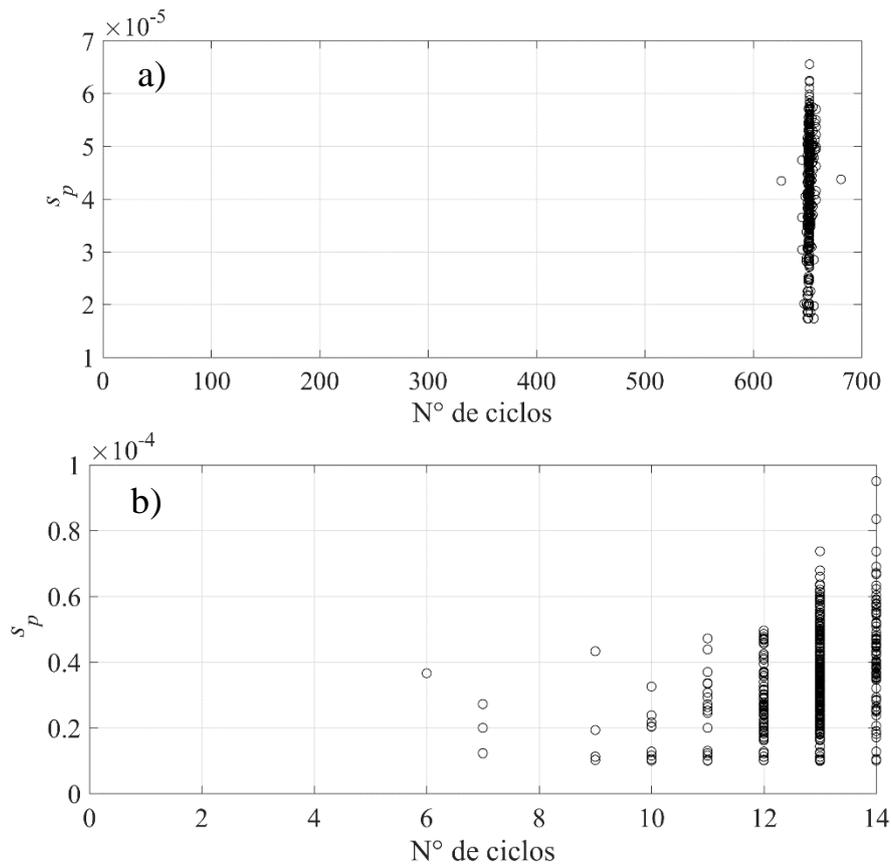
Figura 21 - Influência do coeficiente de variação do campo aleatório na vida em fadiga considerando o número de ciclos normalizado.



Fonte: Própria autoria.

Na Figura 22 os valores de  $s_p$  das ligações versus o número de ciclos para o caso de CV 60% e 100% são comparados. Nota-se claramente que no caso do material mais homogêneo nenhuma outra ligação, além daquelas já ativadas antes do processo de ciclagem iniciar, participam do processo de fadiga, ou seja, apenas algumas ligações são responsáveis por frear a propagação instável da fissura. Já para o caso de CV 100%, várias outras ligações participam do processo de degradação, por isso, tem-se uma propagação mais lenta da fissura neste caso.

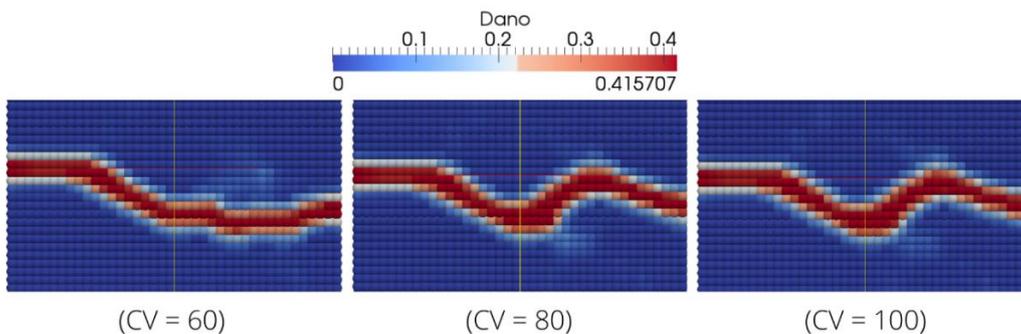
Figura 22 –  $s_p$  versus número de ciclos para: a) CV 60% e b) 100%.



Fonte: Própria autoria.

A Figura 23 mostra as configurações de ruptura para os diferentes coeficientes de variação. Nota-se a mudança no caminho da propagação da trinca, principalmente do CV 60% para o 80%, isso ocorre pois com a maior heterogeneidade do material, podem surgir pontos materiais com maior debilidade, fazendo com que a trinca se propague pelos mesmos.

Figura 23 – Configurações de ruptura para diferentes CV.



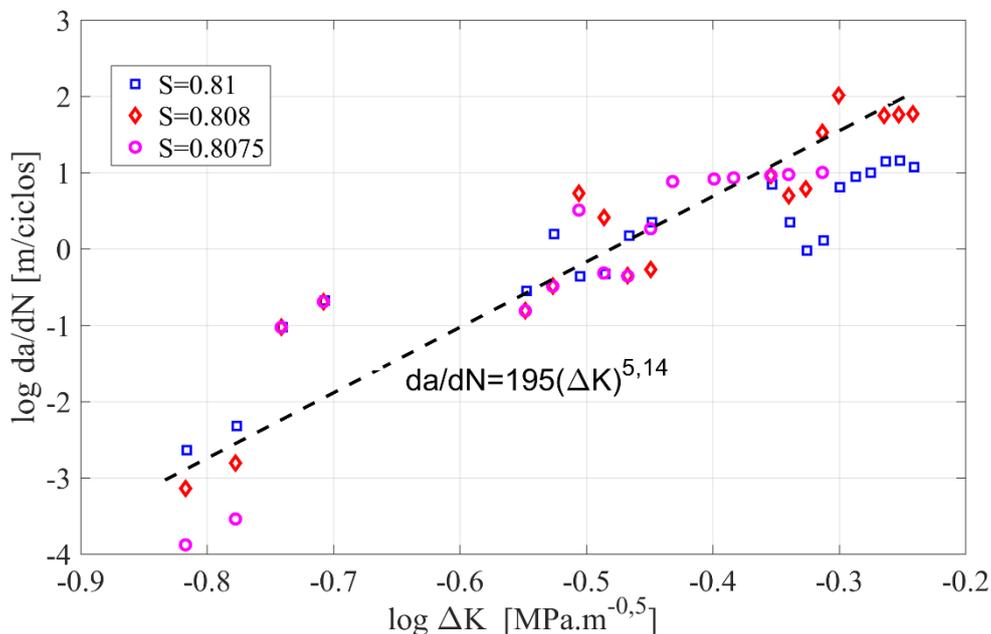
Fonte: Própria autoria.

## 4.2 Lei de Paris

Para obtenção das equações de Paris, a relação  $da/dN$  foi determinada a partir dos dados da subseção anterior e a variação do fator de concentração de tensões da Equação 24. Importante mencionar que a Equação de Paris é formada apenas pelos pontos que formam o estágio linear da relação  $da/dN-\Delta K$ , ou seja, antes da amostra atingir o  $K_{IC}$  e a propagação tornar-se instável.

A Figura 24 mostra a lei de Paris obtida para o material em análise. Os dados utilizados são aqueles apresentados na Figura 16 para diferentes níveis de tensão máxima. A linha preta tracejada é uma linha de tendência ( $r^2$  médio = 0,86) considerando todos os dados. Cabe salientar aqui que não se teve neste estudo interesse em modelar um material em particular e sim realizar um estudo preliminar sobre as possibilidades de o método escolhido simular o crescimento subcrítico de uma fissura devido à ação de cargas oscilantes.

Figura 24 – Curva  $\log(da/dN)$  versus  $\log(\Delta K)$  utilizando os resultados simulados com a PD.

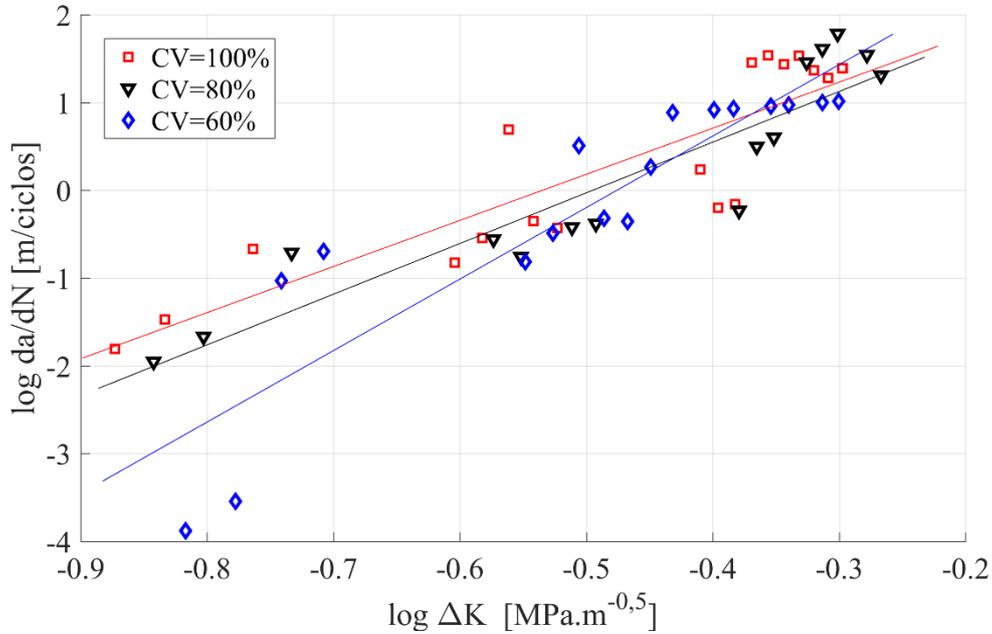


Fonte: Própria autoria.

A Figura 25 mostra a influência do coeficiente de variação na lei de Paris para o material em análise. Para os casos de CV 80% e 100 % as linhas de tendência mostram

que o crescimento da fissura em fadiga é similar. Para o caso de CV igual a 60% a velocidade de propagação é maior. A Tabela 2 mostra a lei de Paris para os diferentes CVs.

Figura 25 - Curva  $\log(da/dN)$  versus  $\log(\Delta K)$  utilizando diferentes CV



Fonte: Própria autoria

Tabela 2 – Lei de Paris para diferentes coeficientes de variação (CV).

CV	Lei de Paris
60%	$\frac{da}{dN} = 8317(\Delta K)^{8,23}$
80%	$\frac{da}{dN} = 692(\Delta K)^{5,31}$
100%	$\frac{da}{dN} = 776(\Delta K)^{5,82}$

## **5 CONCLUSÕES**

No presente trabalho aplicou-se a PD para simular a propagação de uma fissura dentro de um corpo de geometria simples constituído de material heterogêneo. No decorrer deste trabalho foi possível obter as seguintes conclusões:

- O método numérico apresentado se mostrou uma ferramenta adequada para simular a propagação de fissuras em regime subcrítico.
- Os testes realizados mostraram que a propagação subcrítica segue o comportamento previsto pela Lei de Paris.
- Os parâmetros do campo aleatório tem influência significativa na propagação de trincas, tanto na quantidade de ciclos como na lei de Paris.

## **6 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Para trabalhos futuros têm-se como sugestões:

- Calibrar os parâmetros do modelo PD para um material real e então validar a metodologia aqui apresentada para um material específico;
- Estudar novas formas de medir a evolução da trinca dentro do modelo PD, uma vez que a metodologia apresentada possui restrições;
- Avaliar outros parâmetros que influenciam o comportamento a fadiga de materiais como a frequência de ciclagem e razão de carregamento;
- Por fim, sugere-se melhorar a lei bilinear para evitar que apenas níveis de tensões altos possam ser analisados.

## 7 REFERÊNCIAS

AMUCHASTEGUI, J. G. **Fadiga – a principal causa raiz das falhas mecânicas – o que é? como identificar e prevenir?** ENSUS Advanced engineering, 2011.

ANDERSON, T. **Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications**, 3 ed., CRC Press, 2005. 630 p.

ANDERSON, T.L., 1995. **Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications**. 2th ed. CRC Press.

ANDRADE, Heider de Castro. **Análise da propagação de fissuras em estruturas bidimensionais não-homogêneas via Método dos Elementos de Contorno**. 2017. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

BARCELOS, Bruno Lopes. **Predição de vida em fadiga de uma roda de caçambas utilizando mecânica da fratura linear elástica**. 2018.

BRANCO, Carlos Moura; FERNANDES, António Augusto; CASTRO, Paulo Manuel Salgado Tavares. **Fadiga de estruturas soldadas**. Fundação Calouste Gulbenkian, 1986.

CABRAL, N. R.; INVALIDI, M. A.; D'AMBRA, R. B.; ITURRIOZ, I. **Na alternative bilinear peridynamic model to simulate the damage process in quase-brittle materials**. *Engineering Fracture Mechanics*, [s. l.], v. 216, n. 106494, Julho, 2019.

CAMPAGNARI, Piermario. **Studio dell'interazione fluido-struttura con un metodo" immersed boundary" accoppiato alla peridinamica**. 2017.

CRISTINO, Luiz Fernando. **Estudo da propagação de trinca por fadiga sob carregamento de amplitude variável**. 2011.

DA ROSA, EDISON. **Análise de resistência Mecânica**, 2002.

DE SOUZA, Remo Magalhães. **O método dos elementos finitos aplicado ao problema de condução de calor**. Apostila, Universidade Federal do Pará, Belém, 2003.

DOWLING, N. E. **Mechanical behavior of materials: Engineering methods for deformation, fracture, and fatigue.** In: . Harlow: Pearson, 2013.

FERREIRA, Luiz Eduardo Teixeira; HANAI, J. B. Mecânica da Fratura. **Materiais de Construção Civil e Princípios de Ciência e Engenharia dos Materiais.** São Paulo: Instituto Brasileiro do Concreto, IBRACON, 2007.

FRIEDRICH, Leandro Ferreira. **Análise da fratura e do efeito de escala em materiais quase frágeis.** Dissertação de Doutorado em engenharia Mecânica na área de concentração: Mecânica dos sólidos – Escola de Engenharia – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, p.23-24, 2021.

ITURRIOZ, Ignacio. **Aplicação do método dos elementos discretos ao estudo de estruturas laminares de concreto armado.** 1995.

KIRANE KEDAR, BAZANT ZDENEK P. **Size effect in Paris law and fatigue lifetimes for quasibrittle materials: Modified theory, experiments and micro-modeling,** *International Journal of Fatigue*, Volume 83, Part 2, 2016, Pages 209-220.

KZAM, Aref Kalilo Lima. **Formulação dual em Mecânica da Fratura utilizando Elementos de Contorno curvos de ordem qualquer.** 2009. Tese de Doutorado. Universidade de São Paulo.

LOIOLA, Estéfano Magalhães. **Modelagem do fenômeno da Fadiga clássica em materiais quase-frágeis utilizando a Peridinâmica.** 2022

MORESCO, Rafael Luis. **Um modelo computacional para o estudo da fadiga.** 2018.

OTANI, Lucas & Alves, Henrique & Segundinho, Pedro & Morales, Elen. (2015). **Caracterização dos módulos elásticos de madeiras e derivados utilizando a Técnica de Excitação por Impulso.** 10.13140/RG.2.1.4647.8242.

RICCO, Maria Filomena Fontes. **Aviação A aviação e a segurança de voo em um contexto evolutivo da ciência.** *Revista da UNIFA*, v. 33, n. 1, 2020.

RIOS, Roberto Domingo. **Aplicações do método dos elementos discretos em estruturas de concreto.** 2002.

ROE, K.; SIEGMUND, T. **An irreversible cohesive zone model for interface fatigue crack growth simulation.** *Engineering Fracture Mechanics*, v. 70, n. 2, p. 209-232, 2003.

SANTOS JUNIOR, Valdir dos. **Peridinâmica: estudo da limitação de modelos peridinâmicos baseados em ligações em relação ao coeficiente de Poisson.** 2022.

SILLING, S. A. **Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces.** *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, [s. l], v. 48, n. 1, p. 175–209, Jan. 2000.

SILLING, S. A.; ASKARI, E. **A mesh free method based on the peridynamic model of solid mechanics.** *Computers & structures*, [s. l], v. 83, n. 17-18, p. 1526–1535, Jun. 2005.

SOARES, Lucas et al. **Representação do Dano em Materiais Qasifrageis num Modelo de Peridinamica: Implementação da Pseudoaleatoriedade no Modelo.** *Mecânica Computacional*, v. 36, n. 33, p. 1585-1594, 2018.

SOUSA, R. A. et al. **Parâmetros que Influenciam nas Medidas de Zonas Plásticas usando a Mecânica de Fratura Linear Elástica.** In: **Anais do XXX CILAMCE/Congresso Íbero-Latino Americano sobre Métodos Computacionais para Engenharia.**

SPERONELLO, M. **Study of computational peridynamics, explicit and implicit time integration, viscoelastic material.** *Dissertação (Mestrado em engenharia aeroespacial) – Dipartimento di Ingegneria Industriale, Università degli Studi di Padova.* 2015.

STROHAECKER, Telmo Roberto. **Mecânica da fratura.** *Laboratório de Metalurgia Física, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil.* 99p, 2012.

TOVO, Giovanni. **Studio della teoria peridinamica per i sistemi assialsimmetrici: sviluppo ed implementazione.** 2013.