

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

FABIANE MONZON GUDOLLE

**QUALIDADE DAS COORDENADAS TOPOGRÁFICAS EM DIFERENTES
MÉTODOS DE TOPOGRAFIA DE PRECISÃO**

Itaqui

2015

FABIANE MONZON GUDOLLE

**QUALIDADE DAS COORDENADAS TOPOGRÁFICAS EM DIFERENTES
MÉTODOS DE TOPOGRAFIA DE PRECISÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso Interdisciplinar em Ciência e Tecnologia da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharela em Ciência e Tecnologia.

Orientadores:

Marcelo Jorge de Oliveira
Leydimere Janny Cota Oliveira

Itaqui

2015

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

G922q Gudolle, Fabiane Monzon
QUALIDADE DAS COORDENADAS TOPOGRÁFICAS EM DIFERENTES
MÉTODOS DE TOPOGRAFIA DE PRECISÃO / Fabiane Monzon Gudolle.
33 p.

Trabalho de Conclusão de Curso(Graduação)-- Universidade
Federal do Pampa, BACHARELADO INTERDISCIPLINAR EM CIÊNCIA E
TECNOLOGIA, 2015.

"Orientação: Marcelo Jorge de Oliveira".

1. Levantamento topográfico. 2. Variabilidade das
coordenadas. 3. Teoria dos erros. I. Título.

FABIANE MONZON GUDOLLE

**QUALIDADE DAS COORDENADAS TOPOGRÁFICAS EM DIFERENTES
MÉTODOS DE TOPOGRAFIA DE PRECISÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso Interdisciplinar em
Ciência e Tecnologia da Universidade
Federal do Pampa, como requisito parcial
para obtenção do Título de Bacharela em
Ciência e Tecnologia.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 24 de junho de 2015.

Banca examinadora:

Prof. MSc. Marcelo Jorge de Oliveira
Orientador
UNIPAMPA

Prof^a. Dr^a. Leydimere Janny Cota Oliveira
UNIPAMPA

Prof. Dr. Alexandre Bernardino Lopes
UNIPAMPA

AGRADECIMENTOS

A Deus pela saúde e por me permitir alcançar esta benção.

Aos meus pais, Djalma e Cleunice, meu noivo, Leonardo, e minha irmã, Cecília, que foram o alicerce para esta minha conquista. E aos demais familiares, pelo incentivo e apoio.

Aos meus orientadores Prof. Marcelo Jorge de Oliveira e Prof^a. Leydimere Janny Cota Oliveira, pela paciência, dedicação e atenção, apoio fundamental para o desenvolvimento e conclusão deste trabalho.

Aos demais Professores, que de alguma forma contribuíram para o desenvolvimento e minha formação.

Aos colegas, pela amizade e companheirismo.

Aos técnicos e demais funcionários por toda assistência.

RESUMO

A Topografia pode ser definida como a ciência que estuda métodos e procedimentos para se obter as coordenadas planialtimétricas (x,y,z). Em tempos remotos a Topografia era utilizada apenas para a demarcação de terrenos, porém com o avanço da tecnologia sua aplicação deixou de ser restrita apenas para esta finalidade sendo aplicada em diversas áreas que requerem uma Topografia de precisão. Em todos os tipos de observações ocorrem erros, denominados grosseiros, sistemáticos e aleatórios, dentre os erros sistemáticos podem-se citar o erro de verticalidade do aparelho e o erro de colimação do limbo, os quais podem ser corrigidos utilizando o método das direções e utilizando o procedimento com as leituras nas posições direta (PD) e inversa (PI). Neste contexto, o principal objetivo do presente trabalho é avaliar a qualidade das coordenadas topográficas em diferentes métodos de Topografia de Precisão, são eles: triangulação com dois e três ângulos conhecidos, poligonação, trilateração com os três lados conhecidos e trilateração com os três lados e um ângulo conhecidos. Neste trabalho também foi avaliada a influência da centragem forçada na precisão das coordenadas topográficas. Os testes t de Student, o teste F e o teste de Scheffé foram aplicados para verificar a significância estatística da variabilidade das coordenadas. Com um nível de significância de 5% observou-se que os métodos avaliados apresentaram influência na variabilidade das coordenadas topográficas obtidas. A utilização da centragem forçada na linha base foi significativa em apenas 40% das amostras, entretanto para uma melhor averiguação da influência da centragem forçada na qualidade das coordenadas sugere-se que em estudos futuros todos os pontos possuam centragem forçada.

Palavras-Chave: Levantamento topográfico. Variabilidade das Coordenadas. Teoria dos Erros.

ABSTRACT

The Topography can be defined as the science of methods and procedures for obtaining the planialtimetric coordinates (x, y, z). In the beginning, the Topography was used only for the demarcation of land, but with the advancement of technology, implementation is no longer restricted just for this purpose being applied in several areas that require Precision Topography. In all types of observations errors occur, denominated coarse, systematic and random among the systematic errors can cite the instrument vertical error and the limb collimation error, which can be corrected using the Directions' Method and the angular reading in direct (PD) and reverse (PI) positions. In this context, the main objective of this study is to evaluate the quality of topographical coordinates by different methods of Precision Topography, they are: triangulation with two and three known angles, traverse, trilateration with three known sides and trilateration with three sides and one known angle. This work also evaluated the influence of forced centering on the accuracy of the topographic coordinates. The Student t test, F test and the Scheffé test were applied to check the statistical significance of the variability of the coordinates. With a significance level of 5% was observed that the evaluated methods had influence on the variability of topographic coordinates obtained. The use of forced centering at baseline was significant in only 40% of the samples, however to better investigate the influence of the forced centering quality of the coordinates is suggested that in future studies all points will have forced centering.

Keywords: Topographic Surveys. Variability of coordinates. Errors theory.

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Nível de significância da centragem forçada de 5% na precisão das coordenadas topográficas	25
Tabela 2 - Aplicação do teste F para a verificação da variabilidade das coordenadas topográficas em diferentes métodos de precisão	26
Tabela 3 - Teste Scheffé aplicado aos diferentes métodos, comparados dois a dois, com as coordenadas topográficas calculadas a partir do vértice MA.....	27
Tabela 4 - Teste Scheffé aplicado aos diferentes métodos, comparados dois a dois, com as coordenadas topográficas calculadas a partir do vértice MB	27
Tabela 5 - Dados para o cálculo das coordenadas do ponto P1	30
Tabela 6 - Dados para o cálculo das coordenadas do ponto P2	31
Tabela 7 - Dados para o cálculo das coordenadas do ponto P3	32
Tabela 8 - Dados para o cálculo das coordenadas do ponto P4	33

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	10
2	OBJETIVO.....	11
2.1	Objetivo geral	11
2.2	Objetivos específicos.....	11
3	MATERIAIS E MÉTODOS	12
3.1	Equipamentos utilizados.....	12
3.2	Descrição dos experimentos	12
3.2.1	Cálculo da linha base	13
3.2.2	Cálculo dos ângulos	14
3.2.3	Cálculo das coordenadas de P_i	14
3.2.3.1	Cálculo das coordenadas de P_i pelo método da triangulação	14
3.2.3.2	Cálculo das coordenadas de P_i pelo método da trilateração	16
3.2.3.3	Cálculo das coordenadas de P_i pelo método da poligonação	16
3.2.4	Influência do marco de centragem forçada na qualidade das coordenadas	17
3.2.5	Validação do experimento	17
4	RESULTADOS E DISCUSSÃO	18
4.1	Eliminação dos erros de verticalidade e da colimação do limbo horizontal	18
4.2	Precisão das coordenadas topográficas.....	19
4.3	Influência da centragem forçada na precisão das coordenadas topográficas.....	24
4.4	Validação do experimento	25
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS	28
6	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	29

1 INTRODUÇÃO

A Topografia é a ciência aplicada cujo objetivo é representar, no papel, a configuração de uma porção do terreno, bem como, estudar os métodos e procedimentos para se obter as coordenadas planimétricas (x,y) e altimétricas (z) (BORGES, 1977, p. 1).

Segundo McCormac (2013, p.2) é impossível determinar quando a Topografia foi usada pela primeira vez, mas de acordo com o autor em sua forma mais simples é certamente tão antiga quanto à história da civilização. Nos tempos mais remotos a Topografia era utilizada para demarcação de propriedades rurais, atualmente com avanço dos equipamentos e da tecnologia sua aplicação deixou de ser restrita apenas para esta finalidade sendo, portanto, aplicada a diversas áreas, tais como: planejamento urbano, locação de estruturas de saneamento, estradas, monitoramento de obras hidráulicas, prédios, mineração, locação industrial, entre outros.

Em diversas das aplicações citadas anteriormente os levantamentos topográficos requerem um controle sobre a precisão das coordenadas obtidas, sendo neste caso denominada Topografia de Precisão.

Sabe-se que em todo tipo de obtenção de dados ocorrem alguns erros, são eles: grosseiros, sistemáticos e aleatórios. Dentre os erros sistemáticos na obtenção dos ângulos horizontais, podem-se citar: os erros de verticalidade do aparelho e o erro da colimação do limbo horizontal. A fim de se eliminar o erro de verticalidade do aparelho é realizada a leitura angular nas posições direta (PD) e inversa (PI), já para a eliminação do erro relativo à colimação do limbo, as leituras são feitas através de ângulos múltiplos medidos a partir de uma estação do instrumento, chamado de método da reiteração ou método das direções (CORRÊA, 2012).

O objetivo final do levantamento topográfico de precisão é o conhecimento das coordenadas topográficas, no entanto a estimativa de tais coordenadas na Topografia convencional é realizada indiretamente, pois, os equipamentos utilizados fornecem ângulos e distâncias. Deste modo, outra possível fonte de variação no resultado final pode ser causada pelo método aplicado para determinação das coordenadas, de acordo com a lei de propagação de erros.

Ghilani e Wolf (2013) alertam que os levantamentos topográficos precisam ser realizados com padrões exatos, e para tanto o profissional deve entender os diferentes

tipos de erros, suas fontes e magnitudes esperadas, bem como, sua forma de propagação.

Assim, no processo decisório de escolha do método a ser utilizado em diferentes obras de engenharia que requerem níveis específicos de precisão, para o posicionamento de seus elementos constituintes, o entendimento dos métodos para determinação de coordenadas na Topografia de Precisão se faz necessário.

Obras de engenharia como pontes, barragens, viadutos devem ser monitorados por métodos de Topografia de Precisão que determinem a variabilidade temporal de coordenadas de pontos instalados estrategicamente no corpo da estrutura.

A Topografia de Precisão também é utilizada na locação de ferrovias e estradas, pontos para furos de sondagem em mineração, entre outros. Mas apesar de toda a aplicabilidade da Topografia de Precisão, ela ainda é muito pouco explorada nos trabalhos acadêmicos.

Deste modo, a completa compreensão da precisão fornecida em cada método utilizado permitirá ao profissional selecionar o método mais adequado para cada tipo de caso, e assim, otimizar os trabalhos em campo.

2 OBJETIVO

2.1 Objetivo geral

O presente trabalho visa avaliar a variabilidade das coordenadas nos diferentes métodos de Topografia de Precisão, com a finalidade de subsidiar a aplicação dos diferentes métodos em projetos de engenharia que requerem níveis específicos de precisão em termos de posicionamento de elementos estruturais.

2.2 Objetivos específicos

- Analisar a precisão nas coordenadas determinadas pelo método da triangulação com dois e três ângulos conhecidos, poligonação e trilateração com um ângulo conhecido e apenas os lados conhecidos;
- Verificar a influência da centragem forçada na qualidade das coordenadas topográficas.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 Equipamentos utilizados

A seguir encontram-se listados os equipamentos que foram utilizados no desenvolvimento do trabalho.

- Estação total Nikon NPL – 632, com precisão angular de 2" e precisão linear de $\pm (3 + 2 \text{ ppm} \times D)$ mm, onde D é distância dada em km. De acordo com a NBR 13.133 da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT, 1994) este equipamento é classificado como de alta precisão;
- 02 marcos geodésicos de centragem forçada, construídos no padrão apresentado na instrução técnica do Serviço de Geociências do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística DGC-Nº29/88 (IBGE,1988);
- 04 pontos amostrais;
- Base nivelante.

3.2 Descrição dos experimentos

O presente trabalho foi realizado nas proximidades do Parque Comendador Fermino Fernandes, na cidade de Itaqui – RS. As medições foram realizadas em dois marcos geodésicos de centragem forçada nomeados: MA e MB e em 04 pontos amostrais: P1, P2, P3 e P4, os quais encontram-se representados na Figura 1.

Figura 1 - Localidade da coleta de dados



Fonte: Google Earth (2014)

3.2.1 Cálculo da linha base

Para a determinação do comprimento da linha base realizaram-se 64 medições entre os pontos MA e MB, sendo 32 observações com a Estação Total estacionada em cada um dos vértices da linha base. Em seguida, as observações foram incluídas em uma planilha eletrônica para cálculo da média aritmética (μ , Eq. 1) e do desvio padrão (σ , Eq.2) das observações. Posteriormente, foi estimado o desvio padrão do valor médio (σ_m , Eq.3), empregando-se a equação apresentada por Vuolo (1996).

$$\mu = \frac{\sum D_{MAMB}}{n} \quad (1)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x - \mu)^2}{n - 1}} \quad (2)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (3)$$

Em que:

μ = média aritmética (m);

σ = desvio padrão do conjunto de medições (m);

x = cada observação das medições (m);

σ_m = desvio padrão do valor médio (m);

n = número de medições.

3.2.2 Cálculo dos ângulos

Para a medição dos ângulos adotou-se o Método das Direções, em tal método as medições angulares horizontais são realizadas a partir de uma direção tomada como origem, que ocupa diferentes posições no limbo horizontal do aparelho (ABNT, 1994). No experimento, foram considerados quatro ângulos múltiplos de 90° para assumir as diferentes posições, deste modo o erro de colimação do limbo horizontal foi eliminado.

A fim de se eliminar o possível erro de verticalidade do aparelho, todos os ângulos foram medidos nas posições, direta e inversa. Finalmente, os dados obtidos foram inseridos em uma planilha eletrônica, e posteriormente foram calculados os ângulos como se segue:

$$1^\circ) AH = \text{Leitura de vante} - \text{Leitura de ré} \quad (4)$$

$$2^\circ) \frac{AH \text{ obtido em PD} + AH \text{ obtido em PI}}{2} \quad (5)$$

Onde, AH = ângulo horizontal.

3.2.3 Cálculo das coordenadas de P_i

Para o cálculo das coordenadas dos pontos P_i , arbitrou-se para o ponto MA as coordenadas $X_a = 1000$ m e $Y_a = 1000$ m. Considerou-se o azimute de MA para MB como sendo 90° , e, conseqüentemente o azimute de MB para MA foi igual a 270° .

3.2.3.1 Cálculo das coordenadas de P_i pelo método da triangulação

Usando dois ângulos conhecidos

A determinação das coordenadas dos vértices do triângulo a partir de dois ângulos conhecidos, $P_i \widehat{M} A M B$ e $P_i \widehat{M} B M A$, e de uma linha base preestabelecida obedeceu a seguinte ordem:

1. Determinação do terceiro ângulo pela diferença entre a soma dos dois ângulos conhecidos e o valor $(n_v - 2) * 180^\circ$, em que n_v é o número de vértices do polígono.
2. Determinação do comprimento dos lados restantes do triângulo por meio da lei dos senos.
3. Atribuição do valor da coordenada de um dos vértices do triângulo
4. Determinação das coordenadas dos outros vértices através das seguintes equações:

– **Partindo do vértice MA:**

$$X_{P_i} = X_{MA} + D_{\overline{MAP_1}} * \sin(Az_{\overline{MAP_1}}) \quad (6)$$

$$Y_{P_i} = Y_{MA} + D_{\overline{MAP_1}} * \cos(Az_{\overline{MAP_1}}) \quad (7)$$

– **Partindo do vértice MB:**

$$X_{P_i} = X_{MB} + D_{\overline{MBP_1}} * \sin(Az_{\overline{MBP_1}}) \quad (8)$$

$$Y_{P_i} = Y_{MB} + D_{\overline{MBP_1}} * \cos(Az_{\overline{MBP_1}}) \quad (9)$$

Onde:

X_{P_i} = Coordenada X do vértice P_i

Y_{P_i} = Coordenada Y do vértice P_i

$D_{\overline{M_iP_1}}$ = Distância entre os pontos M_i e P_i

O azimute (Az) foi calculado da seguinte forma:

$$Az = Az_{\text{anterior}} + AH_i \text{ (condição)} \quad (10)$$

Em que, AH_i é o ângulo horizontal horário.

As condições são: se $Az \leq 180^\circ$, soma-se 180° ; se $180^\circ < Az \leq 540^\circ$, diminui-se 180° ; se $540^\circ < Az \leq 720^\circ$, subtrai-se 540° .

Usando três ângulos conhecidos

O cálculo das coordenadas dos vértices do triângulo a partir de três ângulos conhecidos foi efetuado de modo semelhante ao método anterior, a diferença foi apenas no item 1. Sabendo-se que a soma dos ângulos internos de um triângulo é 180° , tem-se que, como os três ângulos serão conhecidos, inicialmente tais ângulos foram somados e o total subtraído de 180° (VEIGA; ZANETTI; FAGGION, 2007). O

erro do fechamento angular assim obtido foi dividido pelo número de vértices do triângulo, e posteriormente distribuído da seguinte forma: se o erro foi maior que zero, o mesmo foi subtraído de todos os ângulos, por outro lado se o erro foi menor que zero, o seu valor foi então somado a todos os ângulos.

3.2.3.2 Cálculo das coordenadas de P_i pelo método da trilateração

Usando um ângulo conhecido

Neste método, o cálculo das coordenadas foi efetuado considerando o comprimento dos três lados e apenas um ângulo. Deste modo, a determinação do ângulo formado pelos segmentos de reta, $\overline{P_1MA}$ e \overline{MAMB} , foi obtido a partir do ângulo formado pelos segmentos de reta $\overline{P_1MB}$ e \overline{MBMA} , por meio da lei dos senos. O cálculo das coordenadas foi efetuado conforme a seção 3.2.3.1 a partir do item 3.

Usando apenas os três lados conhecidos

O cálculo das coordenadas P_i conhecendo apenas os três lados foi realizado a partir da lei dos cossenos para se obter o ângulo $MA\hat{P}_1MB$, e os demais ângulos foram calculados a partir da lei dos senos. Assim, as coordenadas foram obtidas através dos cálculos descritos na seção 3.2.3.1 a partir do item 3.

3.2.3.3 Cálculo das coordenadas de P_i pelo método da poligonação

O método da poligonação para a determinação de coordenadas foi realizado da seguinte forma: a partir de um ponto estação, o ponto de referência foi visado e posteriormente o ponto P_i do qual se quer determinar as coordenadas, fazendo-se assim a leitura do ângulo horizontal e da distância horizontal. Finalmente, determinou-se as coordenadas do ponto P_i seguindo a ordem determinada na seção 3.2.3.1 a partir do item 3.

3.2.4 Influência do marco de centragem forçada na qualidade das coordenadas

Para avaliar a influência da centragem forçada na qualidade das coordenadas, foram comparados os valores obtidos pelo método da poligonação com e sem a utilização de centragem forçada nos marcos da linha base, conforme seção 3.2.3.3. Em ambos experimentos (com e sem centragem forçada) o aparelho foi instalado, com o auxílio da base nivelante. Vale ressaltar que no experimento de avaliação (sem centragem forçada), a estação total foi instalada sobre o tripé, após certificar-se que o prumo óptico encontra-se centralizado sobre o pino do marco de centragem forçada. Posteriormente, foi feito o nivelamento e finalmente as coordenadas obtidas pelos dois experimentos foram comparadas utilizando o teste t de Student para amostras independentes e assumindo que, $\mu_{\bar{X}} = \mu_{\bar{Y}}$, dado por:

$$t = \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - (\mu_{\bar{X}} - \mu_{\bar{Y}})}{S_{\bar{X} - \bar{Y}}} \quad (11)$$

Onde:

\bar{X} = média para os valores de X;

\bar{Y} = média para os valores de Y;

$S_{\bar{X} - \bar{Y}}$ = variância média, onde se calcula:

$$S_{\bar{X} - \bar{Y}} = \sqrt{\frac{\sum(X_i - \bar{X})^2 + \sum(Y_i - \bar{Y})^2}{n(n-1)}}, \text{ e } n \text{ é o número de repetições do experimento.}$$

3.2.5 Validação do experimento

Para avaliar a variabilidade das coordenadas obtidas pelos diferentes métodos de Topografia de Precisão, inicialmente foi realizado o teste F. Posteriormente foi aplicado o teste Scheffé para verificar os possíveis contrastes entre os valores médios das coordenadas, quando o teste F foi significativo. O teste Scheffé é determinado por:

$$Sc = \sqrt{(I - 1)F_{tab}\hat{V}(\hat{C})} \quad (12)$$

Em que,

I = é o número de níveis do valor em estudo;

$F_{tab} = F_{\alpha}(I - 1, n_2)$ é o valor tabelado de F, obtido em função do nível α de probabilidade, número de graus de liberdade do fator em estudo, ou seja I-1, e número de graus de liberdade do resíduo, ou seja n_2 (SANTOS, 2010);

$$\hat{V}(\hat{C}) = \text{QMRes} \left(\frac{1}{r_i} + \frac{1}{r_u} \right), \text{ r}_i \text{ e } r_u \text{ representam os números de repetições;}$$

QMRes = quadrado médio residual da análise de variância.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A seção de resultados e discussão será apresentada em cinco itens, no primeiro será abordada a correção dos erros de verticalidade e colimação do limbo horizontal, no segundo será discutida a precisão das coordenadas topográficas encontradas, no terceiro item a influência da centragem forçada na precisão das mesmas, logo em seguida será apresentada a influência da conformação angular e por último será abordada a validação do experimento. Os dados utilizados em cada método para o cálculo das coordenadas, estão descritos no Apêndice A.

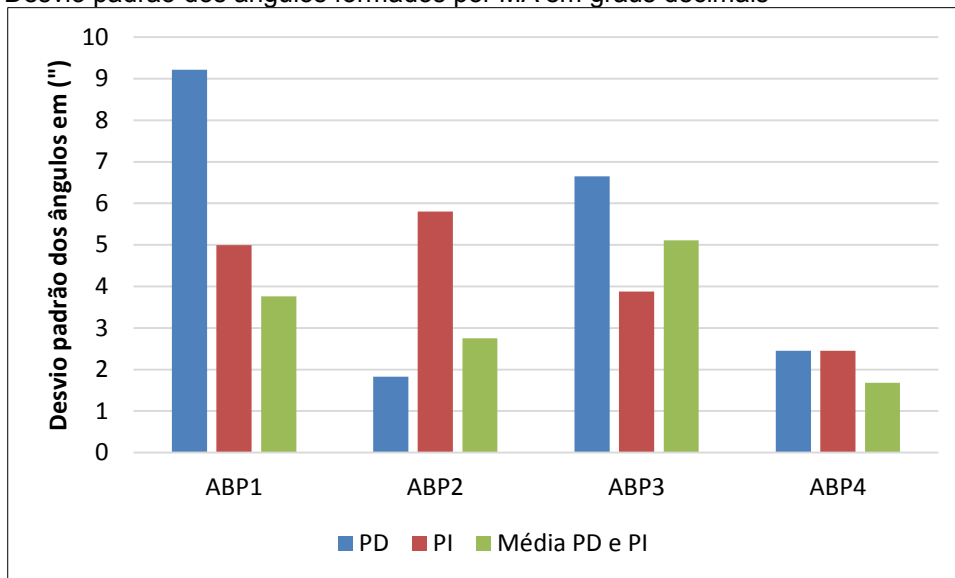
4.1 Eliminação dos erros de verticalidade e da colimação do limbo horizontal

A medida dos ângulos com a luneta nas posições PD e PI, metodologia usada para a eliminação do erro de verticalidade do aparelho, aumentou a precisão das coordenadas na maioria das observações (Figuras 2 e 3).

Para as leituras feitas unicamente em PD, o maior desvio padrão encontrado foi no ângulo formado por $\widehat{MB\hat{M}AP}_1$ com aproximadamente 9,22" e o menor foi no ângulo formado por $\widehat{MB\hat{M}AP}_2$ com aproximadamente 1,83". Já para as leituras feitas apenas em PI o maior desvio padrão foi de aproximadamente 8,04" no ângulo formado por $\widehat{MA\hat{M}BP}_4$, e o menor foi de aproximadamente 2,45" no ângulo formado por $\widehat{MB\hat{M}AP}_4$. Por outro lado, quando se realizaram as leituras em PD e PI o desvio padrão apresentou valores entre 1,44" e 5,39" (Figuras 2 e 3).

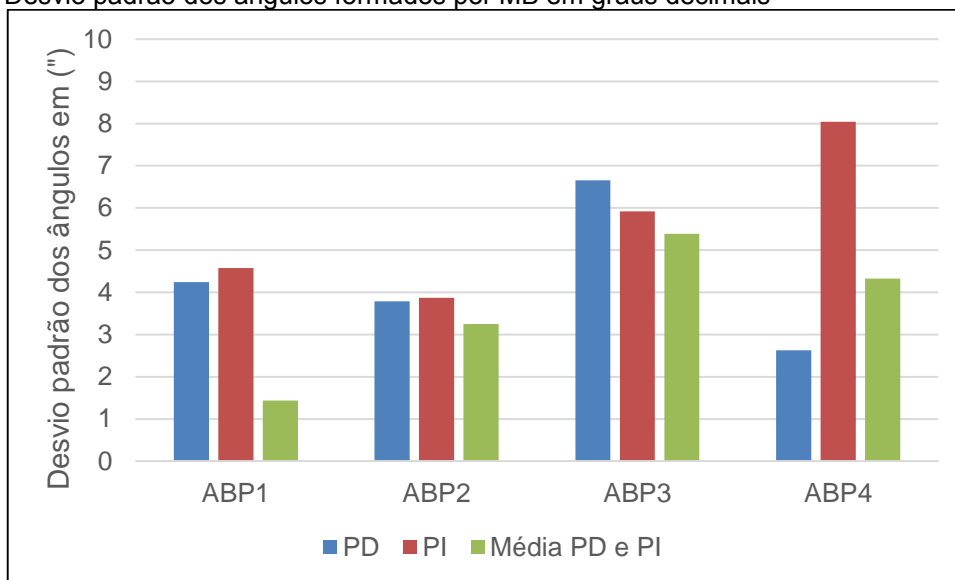
É possível notar ainda que, tanto partindo do vértice MA (Figura 2) quanto de MB (Figura 3) os menores desvios foram estimados para os pontos mais distantes do seu ponto estação.

Figura 2 - Desvio padrão dos ângulos formados por MA em graus decimais



Fonte: Elaborado por GUDOLLE (2015)

Figura 3 - Desvio padrão dos ângulos formados por MB em graus decimais



Fonte: Elaborado por GUDOLLE (2015)

4.2 Precisão das coordenadas topográficas

Nas figuras de 4 a 11 estão representados os desvios das coordenadas calculados pelos diferentes métodos de Topografia de Precisão.

O desvio padrão variou de 0,3 mm, no ponto Y4 nos métodos de poligonação (partindo de MB) e trilateração com os lados e um ângulo conhecido (partindo de MA) a 14,3 mm, no ponto X2 pelo método da triangulação com dois ângulos conhecidos (partindo do vértice MB).

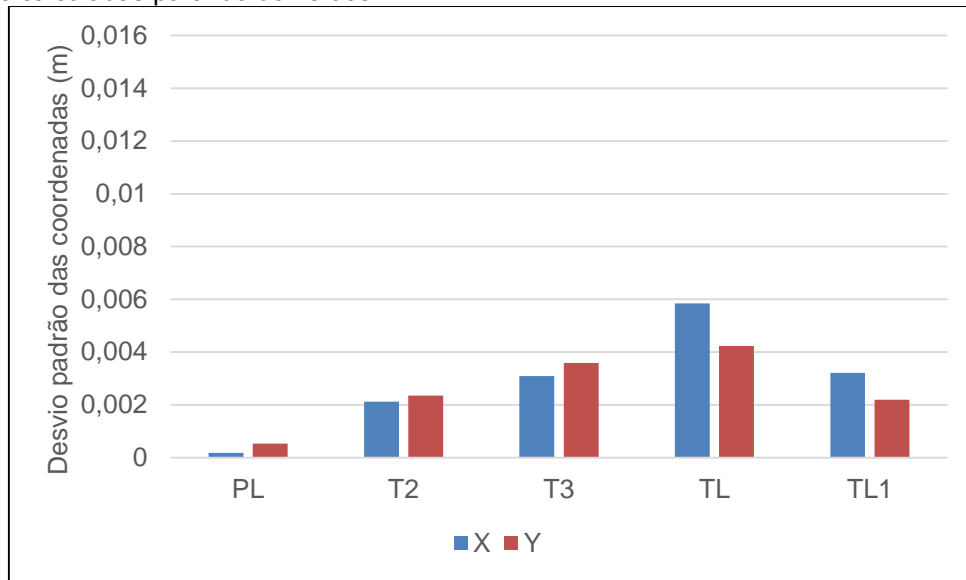
Os maiores desvios padrões para cada coordenada ocorreram:

- X1- na estação MA para o método trilateração;
- Y1- na estação MB para o método trilateração;
- X2- na estação MB para o método triangulação com dois ângulos conhecidos;
- Y2- na estação MA para o método trilateração com um ângulo conhecido;
- X3- na estação MB para o método triangulação com dois ângulos conhecidos;
- Y3- na estação MB para o método poligonação;
- X4- na estação MA para o método triangulação com três ângulos conhecidos;
- Y4- na estação MA para o método triangulação com três ângulos conhecidos.

E os menores desvios padrões para cada coordenada ocorreram:

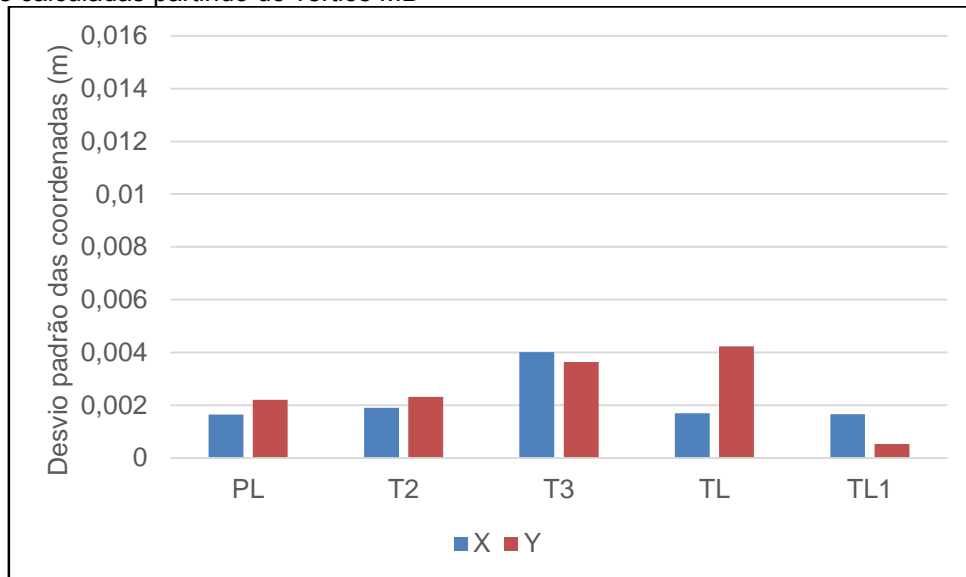
- X1- na estação MA para o método poligonação;
- Y1- na estação MB para o método trilateração com um ângulo conhecido;
- X2- na estação MB para o método trilateração com um ângulo conhecido;
- Y2- na estação MB para o método triangulação com três ângulos conhecidos;
- X3- na estação MB para o método poligonação;
- Y3- na estação MB para o método triangulação com três ângulos conhecidos;
- X4- na estação MB para o método trilateração;
- Y4- na estação MA para o método trilateração com um ângulo conhecido.

Figura 4 - Desvio padrão das coordenadas topográficas para o ponto P1 obtidas por diferentes métodos e calculadas partindo do vértice MA



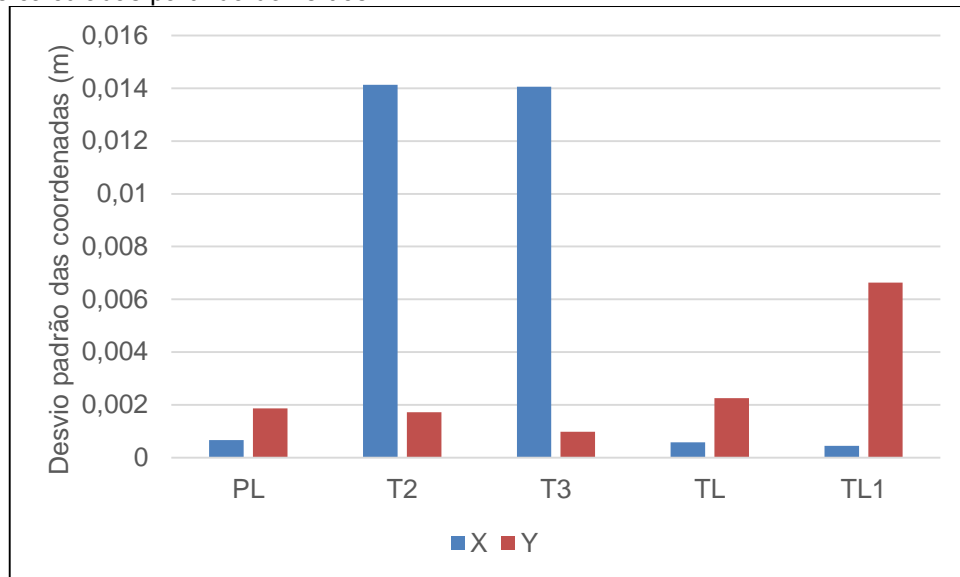
Fonte: Elaborado por GUDOLLE (2015)

Figura 5 - Desvio padrão das coordenadas topográficas para o ponto P1 obtidas por diferentes métodos e calculadas partindo do vértice MB



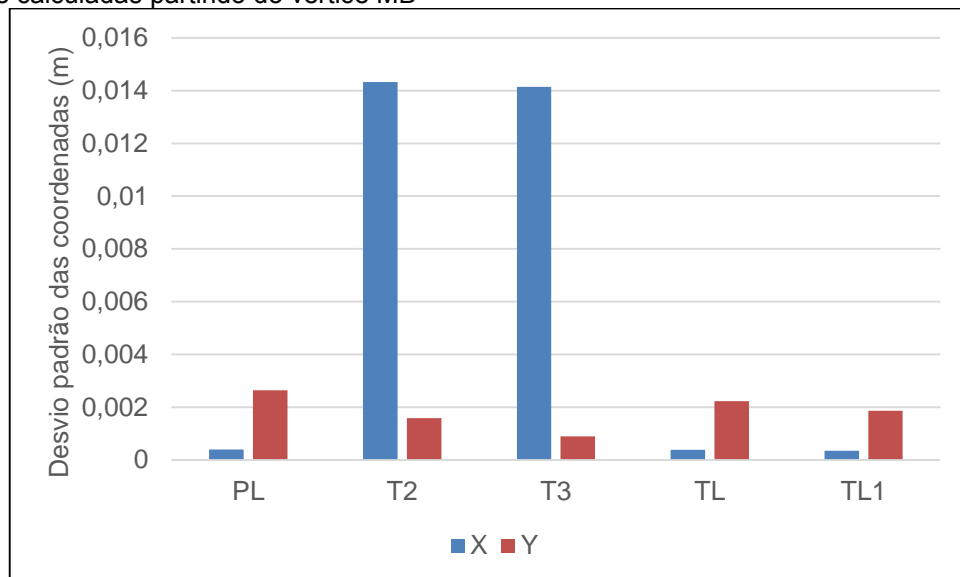
Fonte: Elaborado por GUDOLLE (2015)

Figura 6 - Desvio padrão das coordenadas topográficas para o ponto P2 obtidas por diferentes métodos e calculadas partindo do vértice MA



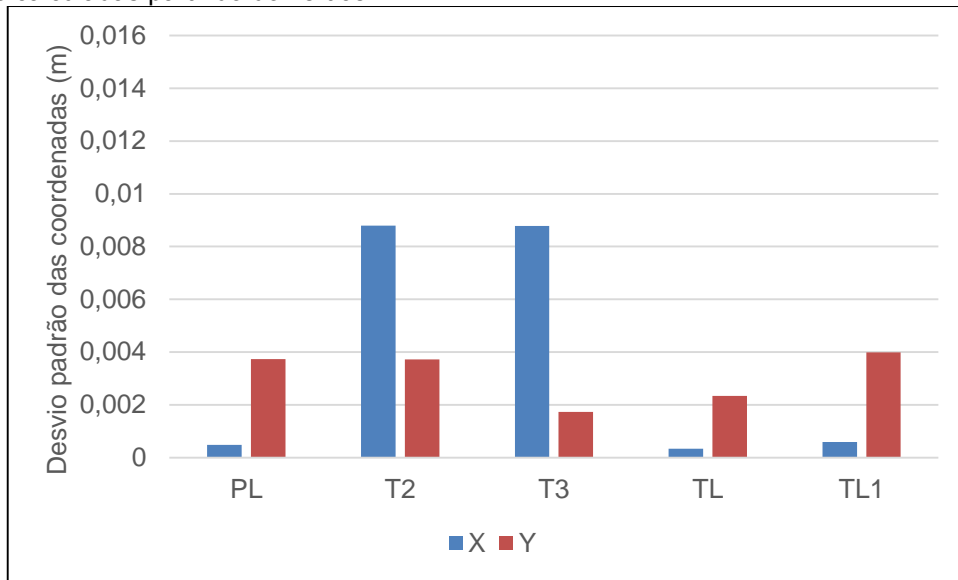
Fonte: Elaborado por GUDOLLE (2015)

Figura 7 - Desvio padrão das coordenadas topográficas para o ponto P2 obtidas por diferentes métodos e calculadas partindo do vértice MB



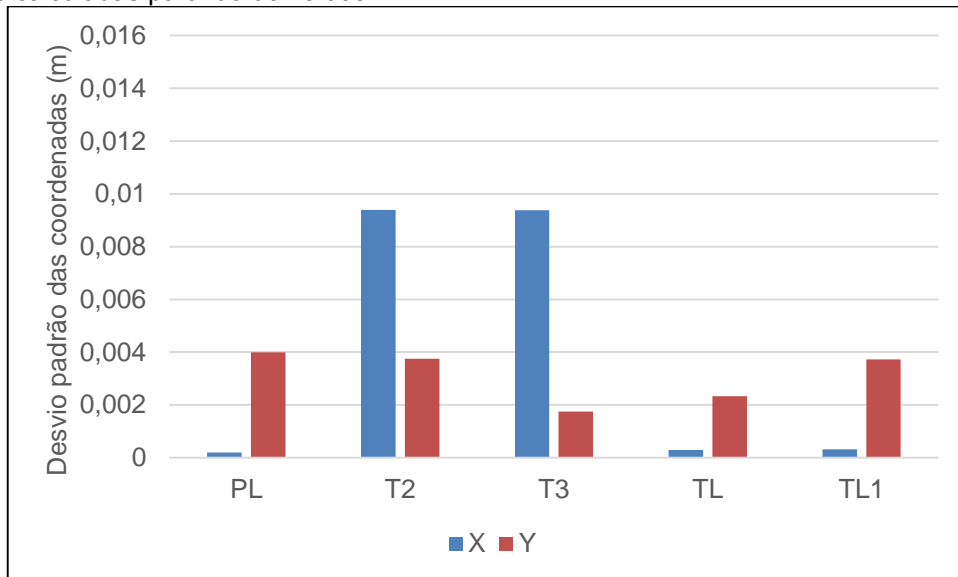
Fonte: Elaborado por GUDOLLE (2015)

Figura 8 - Desvio padrão das coordenadas topográficas para o ponto P3 obtidas por diferentes métodos e calculadas partindo do vértice MA



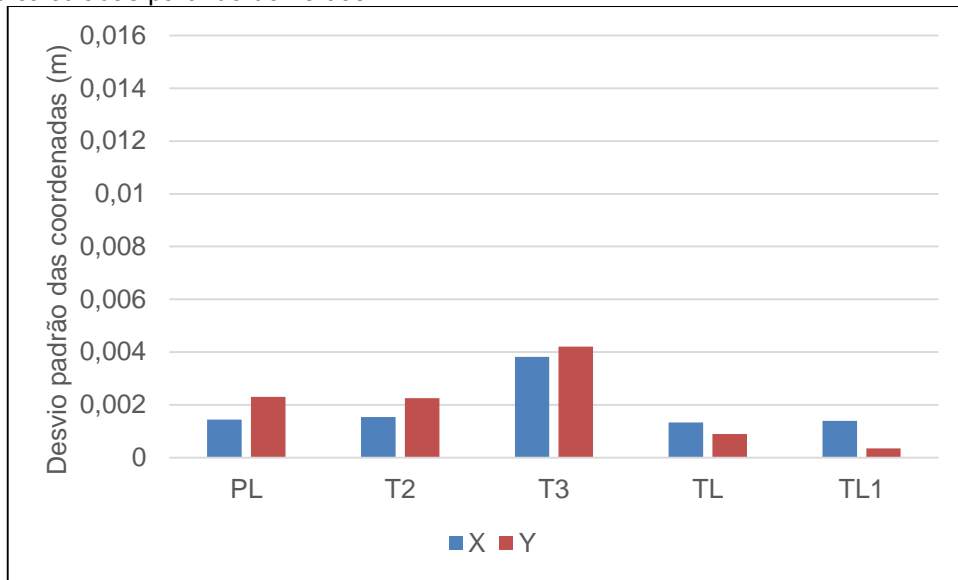
Fonte: Elaborado por GUDOLLE (2015)

Figura 9 - Desvio padrão das coordenadas topográficas para o ponto P3 obtidas por diferentes métodos e calculadas partindo do vértice MB



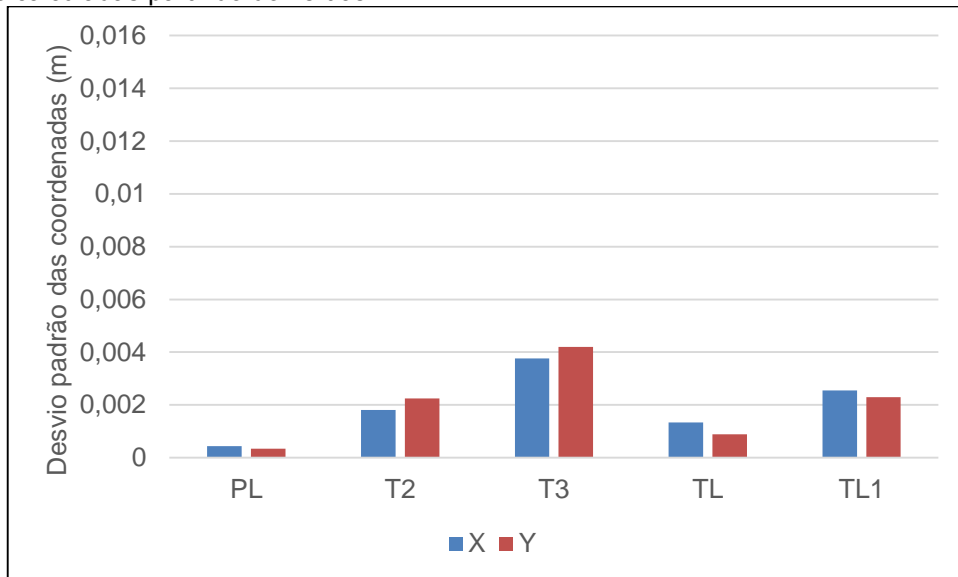
Fonte: Elaborado por GUDOLLE (2015)

Figura 10 - Desvio padrão das coordenadas topográficas para o ponto P4 obtidas por diferentes métodos e calculadas partindo do vértice MA



Fonte: Elaborado por GUDOLLE (2015)

Figura 11 - Desvio padrão das coordenadas topográficas para o ponto P4 obtidas por diferentes métodos e calculadas partindo do vértice MB



Fonte: Elaborado por GUDOLLE (2015)

4.3 Influência da centragem forçada na precisão das coordenadas topográficas

Em um nível de significância de 5%, apenas 37,5% dos resultados foram significativos (Tabela 1). Observou-se que especialmente para distâncias curtas consegue-se houve a influência da centragem forçada.

A determinação da coordenada Y é calculada a partir do cosseno do azimute, conforme a Eq. 7, como se sabe a relação entre ângulo e cosseno é inversa e desta

forma quanto menor o ângulo maior o valor do seu cosseno. Além disso, a distância entre o ponto estação e os pontos de experimento são crescentes no sentido do ponto P1 ao P4, e tais valores também são usados no cálculo das coordenadas (Eq. 7). Acredita-se que esses fatores somados justificam os valores maiores do t calculado para as coordenadas Y nos ponto de P2 a P4 quando comparadas às coordenadas X.

Tabela 1 - Nível de significância da centragem forçada de 5% na precisão das coordenadas topográficas

Coordenadas	t calculado	Conclusão
X1	32,5775	Significativo
Y1	18,3213	Significativo
X2	-1,1829	Não foi significativo
Y2	-2,0919	Não foi significativo
X3	0,4158	Não foi significativo
Y3	-1,4958	Não foi significativo
X4	-2,1365	Não foi significativo
Y4	3,2427	Significativo

Fonte: Elaborado por GUDOLLE (2015)

4.4 Validação do experimento

A variabilidade das coordenadas topográficas em diferentes métodos de Topografia de Precisão estão descritas na Tabela 2. Com 95% de probabilidade, pode-se afirmar, pelo teste F, que a variabilidade observada nas coordenadas obtidas pelos diferentes métodos de Topografia de precisão é significativa.

Tabela 2 - Aplicação do teste F para a verificação da variabilidade das coordenadas topográficas em diferentes métodos de precisão

Coordenadas	F calculado	Conclusão
BAX1	114,6644	Significativo
BAX2	5,8857	Significativo
BAX3	87,6669	Significativo
BAX4	5,1318	Significativo
BAY1	110,9210	Significativo
BAY2	1323,3606	Significativo
BAY3	1753,3683	Significativo
BAY4	216,5496	Significativo
ABX1	24,0419	Significativo
ABX2	20,9498	Significativo
ABX3	164,2591	Significativo
ABX4	267,7683	Significativo
ABY1	110,0225	Significativo
ABY2	4019,2635	Significativo
ABY3	1743,7856	Significativo
ABY4	217,3017	Significativo

Fonte: Elaborado por GUDOLLE (2015)

Para verificar o contraste na variabilidade de pares de coordenadas obtidas pelos diferentes métodos avaliados foi aplicado o teste Scheffé. Os resultados do referido teste estão apresentados nas Tabelas 3 e 4.

Um fato interessante que pode ser notado é que as médias das coordenadas obtidas pelos métodos de triangulação com dois e três ângulos conhecidos foram iguais em todos os pontos com um nível de significância de 5%, independente do

ponto de partida. Partindo-se do marco inicial MA 52,5% das médias das coordenadas foram consideradas diferentes entre si (Tabela 3) e 62,5% (Tabela 4) quando se partiu do marco MB.

Tabela 3 - Teste Scheffé aplicado aos diferentes métodos, comparados dois a dois, com as coordenadas topográficas calculadas a partir do vértice MA

Métodos	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	% em A Ho
PI-T2	R Ho	A Ho	R Ho	A Ho	R Ho	A Ho	A Ho	A Ho	62,50%
PI-T3	R Ho	A Ho	R Ho	A Ho	R Ho	A Ho	A Ho	A Ho	62,50%
PL-TL1	R Ho	A Ho	A Ho	A Ho	R Ho	A Ho	R Ho	R Ho	50,00%
T2-T3	A Ho	A Ho	A Ho	A Ho	A Ho	A Ho	A Ho	A Ho	100,00%
T2-TL1	R Ho	A Ho	R Ho	A Ho	A Ho	A Ho	R Ho	R Ho	50,00%
T3-TL1	R Ho	A Ho	R Ho	A Ho	A Ho	A Ho	R Ho	R Ho	50,00%
TL-PI	R Ho	A Ho	R Ho	A Ho	R Ho	R Ho	R Ho	R Ho	25,00%
TL-T2	A Ho	R Ho	R Ho	A Ho	R Ho	R Ho	R Ho	R Ho	25,00%
TL-P3	A Ho	R Ho	R Ho	A Ho	R Ho	R Ho	R Ho	R Ho	25,00%
TI-TL1	R Ho	A Ho	R Ho	A Ho	R Ho	R Ho	R Ho	R Ho	25,00%

PL = poligonização; T2 = triangulação com dois ângulos conhecidos; T3 = triangulação com três ângulos conhecidos; TL = trilateração com os três lados conhecidos; TL1 = triangulação com os três lados e um ângulo conhecidos; A Ho= aceita Ho; R Ho= rejeita Ho

Fonte: Elaborado por GUDOLLE (2015)

Tabela 4 - Teste Scheffé aplicado aos diferentes métodos, comparados dois a dois, com as coordenadas topográficas calculadas a partir do vértice MB

Métodos	X1	X2	X3	X4	Y1	Y2	Y3	Y4	% em A Ho
PI-T2	A Ho	R Ho	R Ho	R Ho	A Ho	R Ho	R Ho	R Ho	25,00%
PI-T3	A Ho	R Ho	R Ho	R Ho	A Ho	A Ho	R Ho	R Ho	37,50%
PL-TL1	A Ho	A Ho	A Ho	R Ho	R Ho	R Ho	R Ho	R Ho	37,50%
T2-T3	A Ho	A Ho	A Ho	A Ho	A Ho	A Ho	A Ho	A Ho	100,00%
T2-TL1	A Ho	R Ho	R Ho	R Ho	R Ho	A Ho	A Ho	A Ho	50,00%
T3-TL1	A Ho	R Ho	R Ho	R Ho	R Ho	A Ho	A Ho	A Ho	50,00%
TL-PI	A Ho	A Ho	R Ho	R Ho	R Ho	R Ho	R Ho	R Ho	25,00%
TL-T2	R Ho	R Ho	R Ho	A Ho	R Ho	R Ho	R Ho	R Ho	12,50%
TL-P3	R Ho	R Ho	R Ho	A Ho	R Ho	R Ho	R Ho	R Ho	12,50%
TI-TL1	A Ho	A Ho	R Ho	R Ho	R Ho	R Ho	R Ho	R Ho	25,00%

PL = poligonização; T2 = triangulação com dois ângulos conhecidos; T3 = triangulação com três ângulos conhecidos; TL = trilateração com os três lados conhecidos; TL1 = triangulação com os três lados e um ângulo conhecidos; A Ho= aceita Ho; R Ho= rejeita Ho

Fonte: Elaborado por GUDOLLE (2015)

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados indicam que o método utilizado para se determinar as coordenadas topográficas apresenta influência na variabilidade das mesmas.

Dentre os métodos avaliados os métodos da triangulação com dois e três ângulos conhecidos apresentaram médias iguais em um nível de significância de 5%. No entanto, estes métodos apresentaram maiores desvios em suas repetições comparados aos outros métodos.

Também se pode observar que a utilização de marcos de centragem forçada tem influência na precisão dos resultados. Para uma melhor averiguação da influência da centragem forçada na qualidade das coordenadas sugere-se a utilização de marcos de centragem forçada nos pontos amostrais na repetição do experimento.

Este trabalho permitiu o melhor entendimento das precisões obtidas pelos diferentes métodos de Topografia de Precisão, no entanto propõe-se estudos mais aprofundados para a quantificação da propagação de erros pelos diferentes métodos e assim estabelecer qual o método indicado para determinada locação e monitoramento das distintas obras de engenharia.

6 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 13133**: execução de levantamento topográfico. Rio de Janeiro, 1994.

BORGES, A. C. **Topografia aplicada à Engenharia Civil**. Vol 1. 2 ed. São Paulo: Edgard Blücher, 1977.

CORRÊA, I. C. S. **Topografia aplicada à Engenharia Civil**. 13 ed. Porto Alegre, RS: IG/UFRGS, 2012 (Apostila).

GOOGLE. **Google Earth**. Version Pro 7.1.5.1557. 2014. Itaquí - RS. Disponível em: <<http://www.google.com.br/earth/download/ge/agree.html> >. Acesso em: 13 de junho de 2015.

GILANI, C. D.; WOLF, P. R. **Geomática**. 13 ed. São paulo: Pearson Education do Brasil, 2013.

IBGE. **Padronização de marcos geodésicos**: Instrução técnica. 1988. Disponível em: <http://www.ibge.gov.br/home/geociencias/geodesia/pdf/padronizacao_marcos.pdf> Acesso em: 14 de março de 2015.

MCCORMAC, J. C. **Topografia**. 5 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013.

SANTOS, N. T. **EST 220–Estatística experimental**. Viçosa, MG: UFV, 2010 (Apostila).

SILVEIRA, L. C. **Módulo 2**: Fundamentos de Topografia. Criciúma, SP: Lucas Eventos Ltda, 2015 (Apostila).

VEIGA, L. A. K.; ZANETTI, M. A. Z.; FAGGION, P. L. **Fundamentos de Topografia**. Paraná: UFPR, 2007 (Apostila).

VUOLO, J. H. **Fundamentos da teoria de erros**. 2. ed. São Paulo: Edgard Blucher Ltda, 1996.

APÊNDICE A – Dados utilizados para os cálculos das coordenadas

Tabela 5 - Dados para o cálculo das coordenadas do ponto P1

	Método	Coordenadas calculados a partir do vértice MA		Coordenadas calculados a partir do vértice MB	
		Â	D(A-P1)	B	D(B-P1)
Primeira repetição	PL	231°56'05"	23,7912	3°23'19,5"	316,4740
	T2	231°56'05"	23,7604	3°23'19,5"	316,4714
	T3	231°56'5,5"	23,7594	3°23'19"	316,4706
	TL	231° 57' 27"	23,7912	3° 23' 39"	316,4740
	TL1	231°50'26,4"	23,7912	3°23'35,25"	316,4740
Segunda repetição	PL	231°56'4,5"	23,7908	3°23'22,5"	316,4735
	T2	231°56'4,5"	23,7667	3°23'22,5"	316,4786
	T3	231°56'5,67"	23,7642	3°23'21,33"	316,4769
	TL	231° 59' 42"	23,7908	3° 23' 45"	316,4735
	TL1	231°51'35,1"	23,7908	3°23'35,02"	316,4735
Terceira repetição	PL	231°55'58"	23,7905	3°23'22,5"	316,4738
	T2	231°55'58"	23,7674	3°23'22,5"	316,4777
	T3	231°55'57,6"	23,7681	3°23'22,83"	316,4782
	TL	231° 59' 36"	23,7905	3° 23' 45"	316,4738
	TL1	231°51'38,6"	23,7905	3°23'34,55"	316,4738
Quarta repetição	PL	231°56'6,5"	23,7912	3°23'22"	316,4771
	T2	231°56'6,5"	23,7654	3°23'22"	316,4772
	T3	231°56'4,33"	23,7700	3°23'24,17"	316,4805
	TL	231° 59' 4"	23,7912	3° 23' 43"	316,4771
	TL1	231°51'22,9"	23,7912	3°23'35,18"	316,4771

PL = poligonação; T2 = triangulação com dois ângulos conhecidos; T3 = triangulação com três ângulos conhecidos; TL = trilateração com os três lados conhecidos; TL1 = triangulação com os três lados e um ângulo conhecidos

Fonte: Elaborado por GUDOLLE (2015)

Tabela 6 - Dados para o cálculo das coordenadas do ponto P2

	Método	Coordenadas calculados a partir do vértice MA		Coordenadas calculados a partir do vértice MB	
		Â	D(A-P2)	B	D(B-P2)
Primeira repetição	PL	352° 52' 38"	134,2129	5° 39' 17"	168,9454
	T2	352° 52' 38"	134,2223	5° 39' 17"	168,9017
	T3	352° 52' 39"	134,2221	5° 39' 17"	168,9019
	TL	352° 49' 2"	134,2129	5° 42' 2"	168,9454
	TL1	352° 52' 16"	134,2129	5° 39' 11"	168,9454
Segunda repetição	PL	352° 52' 44"	134,2116	5° 39' 13"	168,9458
	T2	352° 52' 44"	134,2232	5° 39' 13"	168,9033
	T3	352° 52' 41"	134,2249	5° 39' 16"	168,9019
	TL	352° 49' 6"	134,2116	5° 41' 59"	168,9458
	TL1	352° 52' 35"	134,2116	5° 39' 6"	168,9458
Terceira repetição	PL	352° 52' 45"	134,2110	5° 39' 16"	168,9458
	T2	352° 52' 45"	134,2339	5° 39' 16"	168,8923
	T3	352° 52' 41"	134,2369	5° 39' 19"	168,8899
	TL	352° 49' 10"	134,2110	5° 41' 56"	168,9458
	TL1	352° 52' 32"	134,2110	5° 39' 5"	168,9458
Quarta repetição	PL	352° 52' 41"	134,2114	5° 39' 10"	168,9458
	T2	352° 52' 41"	134,2003	5° 39' 10"	168,9257
	T3	352° 52' 37"	134,2030	5° 39' 13"	168,9235
	TL	352° 49' 7"	134,2114	5° 41' 58"	168,9458
	TL1	352° 52' 40"	134,2114	5° 39' 9"	168,9458

PL = poligonação; T2 = triangulação com dois ângulos conhecidos; T3 = triangulação com três ângulos conhecidos; TL = trilateração com os três lados conhecidos; TL1 = triangulação com os três lados e um ângulo conhecidos

Fonte: Elaborado por GUDOLLE (2015)

Tabela 7 - Dados para o cálculo das coordenadas do ponto P3

	Método	Coordenadas calculadas a partir do vértice MA		Coordenadas calculadas a partir do vértice MB	
		Â	D(A-P3)	B	D(B-P3)
Primeira repetição	PL	353° 40' 54"	151,6637	6° 19' 50"	151,4831
	T2	353° 40' 54"	151,7006	6° 19' 50"	151,4130
	T3	353° 40' 59"	151,7002	6° 19' 45"	151,4126
	TL	353° 37' 24"	151,6637	6° 23' 3"	151,4831
	TL1	353° 40' 38"	151,6637	6° 19' 33"	151,4831
Segunda repetição	PL	353° 41' 4"	151,6634	6° 19' 45"	151,4827
	T2	353° 41' 4"	151,7166	6° 19' 45"	151,3951
	T3	353° 41' 2"	151,7167	6° 19' 47"	151,3952
	TL	353° 37' 28"	151,6634	6° 22' 59"	151,4827
	TL1	353° 40' 42"	151,6634	6° 19' 24"	151,4827
Terceira repetição	PL	353° 41' 4"	151,6637	6° 19' 38"	151,4819
	T2	353° 41' 4"	151,6970	6° 19' 38"	151,4156
	T3	353° 41' 3"	151,6971	6° 19' 39"	151,4157
	TL	353° 37' 32"	151,6637	6° 22' 56"	151,4819
	TL1	353° 40' 49"	151,6637	6° 19' 23"	151,4819
Quarta repetição	PL	353° 41' 4"	151,6640	6° 19' 39"	151,4824
	T2	353° 41' 4"	151,7003	6° 19' 39"	151,4117
	T3	353° 41' 1"	151,7006	6° 19' 42"	151,4119
	TL	353° 37' 27"	151,6640	6° 23' 1"	151,4824
	TL1	353° 40' 48"	151,6640	6° 19' 23"	151,4824

PL = poligonação; T2 = triangulação com dois ângulos conhecidos; T3 = triangulação com três ângulos conhecidos; TL = trilateração com os três lados conhecidos; TL1 = triangulação com os três lados e um ângulo conhecidos

Fonte: Elaborado por GUDOLLE (2015)

Tabela 8 - Dados para o cálculo das coordenadas do ponto P4

	Método	Coordenadas calculadas a partir do vértice MA		Coordenadas calculadas a partir do vértice MB	
		Â	D(A-P4)	B	D(B-P4)
Primeira repetição	PL	356° 34' 24"	286,1994	47° 40' 1"	23,1689
	T2	356° 34' 24"	286,1978	47° 40' 1"	23,1395
	T3	356° 34' 28"	286,2017	47° 39' 56"	23,1327
	TL	356° 33' 56"	286,1994	47° 43' 51"	23,1689
	TL1	356° 34' 9"	286,1994	47° 35' 15"	23,1689
Segunda repetição	PL	356° 34' 23"	286,2001	47° 39' 54"	23,1687
	T2	356° 34' 23"	286,1956	47° 39' 54"	23,1418
	T3	356° 34' 21"	286,1930	47° 39' 57"	23,1463
	TL	356° 33' 56"	286,2001	47° 43' 57"	23,1687
	TL1	356° 34' 9"	286,2001	47° 35' 35"	23,1687
Terceira repetição	PL	356° 34' 22"	286,2010	47° 40' 4"	23,1684
	T2	356° 34' 22"	286,1958	47° 40' 4"	23,1436
	T3	356° 34' 24"	286,1973	47° 40' 3"	23,1410
	TL	356° 33' 56"	286,2010	47° 44' 5"	23,1684
	TL1	356° 34' 9"	286,2010	47° 36' 6"	23,1684
Quarta repetição	PL	356° 34' 26"	286,2026	47° 39' 57"	23,1683
	T2	356° 34' 26"	286,1985	47° 39' 57"	23,1371
	T3	356° 34' 24"	286,1963	47° 39' 59"	23,1407
	TL	356° 33' 55"	286,2026	47° 44' 23"	23,1683
	TL1	356° 34' 9"	286,2026	47° 34' 55"	23,1683

PL = poligonação; T2 = triangulação com dois ângulos conhecidos; T3 = triangulação com três ângulos conhecidos; TL = trilateração com os três lados conhecidos; TL1 = triangulação com os três lados e um ângulo conhecidos

Fonte: Elaborado por GUDOLLE (2015)