

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA
CURSO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

ANDRESSA RODRIGUES CUNHA

**APLICAÇÃO DA PERIDINÂMICA E DA TEORIA DAS DISTÂNCIAS CRÍTICAS
NO ESTUDO DA FRATURA DE MATERIAIS**

Alegrete

2021

ANDRESSA RODRIGUES CUNHA

**APLICAÇÃO DA PERIDINÂMICA E DA TEORIA DAS DISTÂNCIAS CRÍTICAS
NO ESTUDO DA FRATURA DE MATERIAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de Bacharelado em Engenharia Mecânica como requisito parcial para a obtenção do grau de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Me. Leandro Ferreira Friedrich

Alegrete

2021

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

C972a Cunha, Andressa Rodrigues
Aplicação da Peridinâmica e da Teoria das Distâncias
Críticas no estudo da fratura de materiais / Andressa
Rodrigues Cunha.
67 p.

Trabalho de Conclusão de Curso(Graduação)-- Universidade
Federal do Pampa, ENGENHARIA MECÂNICA, 2021.
"Orientação: Leandro Ferreira Friedrich".

1. Peridinâmica. 2. Fratura . 3. Teoria das Distâncias
Críticas. 4. Poliestireno Expandido. I. Título.



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Universidade Federal do Pampa

ANDRESSA RODRIGUES CUNHA

**APLICAÇÃO DA PERIDINÂMICA E DA TEORIA DAS DISTANCIAS CRÍTICAS NO ESTUDO DA
FRATURA DE MATERIAIS**

Dissertação apresentada ao curso de engenharia mecânica da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de bacharel em engenharia mecânica.

Dissertação defendida e aprovada em: 10, maio de 2021.

Banca examinadora:

Prof. Msc. Leandro Ferreira Friedrich
Orientador
UNIPAMPA

Prof. Dr. Luis Eduardo Kostaski.
UNIPAMPA

Prof. Dr. Tonilson de Souza Rosendo.
UNIPAMPA



Assinado eletronicamente por **TONILSON DE SOUZA ROSENDO, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 13/05/2021, às 17:13, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **LEANDRO FERREIRA FRIEDRICH, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 13/05/2021, às 17:39, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **LUIS EDUARDO KOSTESKI, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 14/05/2021, às 11:18, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **0524227** e o código CRC **41BC38DF**.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me proporcionar saúde e força nos momentos de dificuldade e incerteza.

Ao Prof. Leandro Friedrich pela total disponibilidade ao longo da elaboração deste trabalho, muito além do esperado. Agradeço todo o apoio.

A minha mãe Maria Aparecida, por ser a maior incentivadora desta conquista e por estar presente em todas as horas.

Ao meu irmão Rafael pela disponibilidade e incentivo.

Ao meu pai José Gustavo pelo suporte fornecido durante a minha graduação.

Aos colegas que me acompanharam durante essa jornada, em especial a Aniseh Ahmad e Renan Marchezan com quem mais convivi, sem a ajuda e amizade de vocês não teria conseguido.

Ao colega Ueslei Luan, hoje uma estrela no céu, pelas inúmeras vezes em que gentilmente se dispôs a me ajudar e pelas maravilhosas lembranças que ficaram.

Aos colegas e amigos que tornaram esse período mais leve, Rodrigo, Maurício, Fabiano, Julio César, Mara, entre tantos outros que poderiam ser citados.

Aos professores do curso de Eng. Mecânica da Unipampa pelos ensinamentos.

Aos colegas e tutor do grupo PET CTC Engenharias, parte importante do meu desenvolvimento pessoal e acadêmico.

RESUMO

Quase inevitavelmente em qualquer estrutura ou componente mecânico ocorrerá a presença dos denominados concentradores de tensões, principalmente pelas mudanças geométricas. Nessas condições citadas, as equações clássicas dadas pela resistência dos materiais não serão mais representativas. A mecânica da fratura, embora considerada um marco na engenharia, possui como alvo o crescimento de trincas, tornando a teoria não aplicável na presença de outros tipos de concentradores. A teoria das distâncias críticas (TDC), possibilita o estudo de todos os tipos de concentradores de forma menos complexa, além disso, resultados mostram sua aplicação em vários tipos de materiais. Sua ampla utilização deve-se ao advento de métodos numéricos como o método dos elementos finitos (MEF), por exemplo, para determinação do campo de tensões em concentradores. No entanto, um outro conjunto de métodos, chamados de método dos elementos discretos, com a capacidade de simular a nucleação e propagação de trincas podem ser uma opção mais completa para o problema da falha de estruturas com concentradores e para a obtenção dos parâmetros necessários para aplicar a TDC. O presente trabalho tem como objetivo avaliar a utilização da Peridinâmica em conjunto com a TDC para simular e prever a fratura de materiais na presença de concentradores. Primeiro, foi avaliada a sensibilidade ao entalhe dos materiais utilizados. Além disso, neste trabalho uma alternativa para o cálculo das tensões dentro do modelo PD foi explorada, também apresentando boa resposta quando comparado aos resultados analíticos e MEF. Simulando placas com diferentes tipos de concentradores, os parâmetros da TDC foram encontrados e a previsão da carga de ruptura de placas com furos de diferentes diâmetros foi obtida. Os resultados pela TDC não ultrapassaram 12% de diferença daqueles simulados. Foram propostas hipóteses de relação entre o comprimento característico e tamanhos de microestrutura presentes no material. Os resultados mostram que é possível utilizar a Peridinâmica para avaliar a fratura de materiais, uma vez que o modelo capturou de forma satisfatória a fratura observada experimentalmente, além disso, constatou-se a possibilidade de obter o campo de tensões elásticas e parâmetros da TDC sem a necessidade do uso do MEF.

Palavras-chave: Peridinâmica; Teoria das Distâncias Críticas; Fratura; Poliestireno Expandido.

ABSTRACT

Almost inevitably in any structure or mechanical component there will be the presence of so-called stress concentrators, mainly due to geometric changes. Under these conditions, the classic equations given by the resistance of the materials will no longer be representative. Fracture mechanics, although considered a milestone in engineering, is aimed at the growth of cracks, making the theory not applicable in the presence of other types of concentrators. The theory of critical distances (TDC), allows the study of all types of concentrators in a less complex way, in addition, results show their application in various types of materials. Its widespread use is due to the advent of numerical methods such as the finite element method (FEM), for example, to determine the stress field in concentrators. However, another set of methods, called the discrete element method, with the ability to simulate the nucleation and crack propagation can be a more complete option for the problem of failure of structures with concentrators and for obtaining the necessary parameters to apply TCD. This work aims to evaluate the use of Peridynamics in conjunction with TCD to simulate and predict the fracture of materials in the presence of concentrators. First, the notch sensitivity of the materials used was evaluated. In addition, in this work an alternative for the calculation of stresses within the PD model was explored, also showing good response when compared to the analytical results and FEM. Simulating plates with different types of concentrators, the TCD parameters were found and the prediction of the rupture load of plates with holes of different diameters was obtained. The results by TCD did not exceed 12% difference from those simulated. Hypotheses of relationship between the characteristic length and microstructure sizes present in the material have been proposed. The results show that it is possible to use Peridynamics to evaluate the fracture of materials, since the model has satisfactorily captured the fracture observed experimentally, in addition, it was found the possibility of obtaining the field of elastic stresses and TCD parameters without the need to use FEM.

Keywords: Peridynamics; Theory of critical distances; Fracture; Expanded Polystyrene

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|--|----|
| Figura 1- Fratura Navio Liberty. | 14 |
| Figura 2- Exemplo de aplicação da TDC em software CAE. | 15 |
| Figura 3 - Separação atômica, micro mecanismo de Clivagem. | 18 |
| Figura 4 - Micro mecanismo de fratura: Coalescência. | 19 |
| Figura 5 - Gráfico Tensão x Deformação para fratura frágil e dúctil. | 19 |
| Figura 6 - Gráfico da razão tensão líquida/tensão bruta x diâmetro do orifício/largura da placa. | 22 |
| Figura 7 - Modos de abertura de trincas..... | 24 |
| Figura 8 - Balanço de energia de Griffith. | 25 |
| Figura 9 - Tensor definido a partir da ponta da trinca com coordenadas polares..... | 26 |
| Figura 10 - Corpo de prova com entalhe, distribuição elástica de tensões próximas ao concentrador, curva Tensão x Distância. | 29 |
| Figura 11 - Métodos da TDC mais empregados..... | 30 |
| Figura 12 - Curva Tensão x Distância a partir da raiz do concentrador de entalhes U e V para determinar parâmetros característicos da TDC. | 31 |
| Figura 13- Relação do comprimento de trinca/L x tempo. | 32 |
| Figura 14- Relação distância crítica L x Tamanho de microestrutura d para diversos materiais. | 32 |
| Figura 15- Representação de Teoria Loca, Peridinâmica e Dinâmica Molecular. | 33 |
| Figura 16 - Desenho esquemático de interações dentro da teoria Peridinâmica e ilustração da interação entre pontos materiais após um instante de tempo. | 35 |
| Figura 17 - Lei Constitutiva uniaxial para simular o conceito de dano na Peridinâmica. | 37 |
| Figura 18- Geometria a partir da qual se desenvolve a reformulação da equação de tenacidade a fratura utilizada na Peridinâmica. | 37 |
| Figura 19 - Lei Constitutiva bi linear. Caso I - Já mencionado na Seção anterior, proposto por Silling. Caso II - Introduz o conceito de horizonte computacional. Caso III - Ajusta o caso II para que tenha mesma resposta global do caso I. | 39 |
| Figura 20-Energias envolvidas durante a fratura segundo a nova lei bi linear. | 40 |
| Figura 21 - Introdução da aleatoriedade no modelo PD. | 41 |
| Figura 22 - Geometria e dimensões do corpo de prova III de acordo com a norma ASTM D638..... | 43 |

| | |
|---|----|
| Figura 23 - Geometria das placas com orifícios e respectivas dimensões dos concentradores. | 44 |
| Figura 24 - Placa referência para análise analítica de concentrador de tensão circular. | 46 |
| Figura 25 - Geometria e dimensões dos entalhes U e V. | 46 |
| Figura 26 - Método do ponto da TDC utilizando entalhes U e V..... | 47 |
| Figura 27 - Comparação Tensão x deformação experimental e modelos em Peridinâmica (a) Classe 1F (b) Classe 5F..... | 49 |
| Figura 28 - Comparativo experimental x PD da fratura dos corpos de prova de EPS (a-b) 1F (c-d) 5F..... | 49 |
| Figura 29- (a) Força x Deslocamento de uma amostra de cada orifício para classe 1F. (b) Corpos de prova após rompimento modelo PD..... | 51 |
| Figura 30- (a) Força x Deslocamento de uma amostra de cada orifício para classe 5F. (b) Corpos de prova após rompimento modelo PD..... | 51 |
| Figura 31 - Sensibilidade ao entalhe poliestireno expandido classes 1F e 5F. | 52 |
| Figura 32 - Força x Deslocamento e Energia de deformação x Distância a partir da raiz do concentrador para (a-c) EPS 1F e (b-d) EPS 5F. | 53 |
| Figura 33- Análise do entalhe D =15mm utilizando MEF, simulando 1/4 do corpo de prova. | 55 |
| Figura 34 - Comparativo da obtenção do campo de tensões pelos diferentes métodos empregados..... | 55 |
| Figura 35-Curva Tensão Elástica x Distância a partir da raiz do concentrador para os entalhes U e V do poliestireno expandido classe 1F | 56 |
| Figura 36- Curva Tensão Elástica x Distância a partir da raiz do concentrador para os entalhes U e V do poliestireno expandido classe 5F. | 57 |
| Figura 37- Relação tensão inerente σ_o x Tensão última σ_u | 58 |
| Figura 38- Razão Força Predita pela TDC e Força obtida pelo modelo PD x Diâmetro do concentrador. | 59 |
| Figura 39- Análise estatística do tamanho do grão (a) EPS 1F (b) EPS 5F..... | 67 |
| Figura 40- Superfície de fratura em placas de poliestireno expandido (a) EPS 1F (b) EPS 5F. | 68 |

SUMÁRIO

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | INTRODUÇÃO..... | 12 |
| 1.1 | Justificativa..... | 15 |
| 1.2 | Objetivos..... | 15 |
| 1.3 | Estruturação do trabalho..... | 16 |
| 2 | REVISÃO BIBLIOGRÁFICA | 17 |
| 2.1 | Tipos e mecanismos de fratura..... | 17 |
| 2.2 | Sensibilidade ao entalhe | 19 |
| 2.3 | Mecânica da Fratura..... | 21 |
| 2.3.1 | Mecânica da fratura Linear Elástica (MFLE)..... | 23 |
| 2.4 | Teoria das Distâncias Críticas (TDC)..... | 26 |
| 2.4.1 | Significado físico dos parâmetros da TDC..... | 30 |
| 2.6 | Peridinâmica..... | 32 |
| 2.6.1 | Lei Constitutiva Bilinear..... | 37 |
| 2.6.2 | Aleatoriedade das propriedades mecânicas no modelo PD..... | 39 |
| 3 | METODOLOGIA..... | 42 |
| 3.1 | Calibração do modelo em PD | 42 |
| 3.2 | Avaliação da sensibilidade ao entalhe do EPS 1F e 5F..... | 43 |
| 3.3 | Determinação do campo de tensões no modelo PD..... | 43 |
| 3.4 | Determinação dos parâmetros da TDC utilizando a PD..... | 45 |
| 4 | RESULTADOS E DISCUSSÕES..... | 47 |
| 4.1 | Ensaio de Tração: Comparação experimental x PD..... | 47 |
| 4.2 | Análise da sensibilidade ao entalhe..... | 49 |
| 4.3 | Determinação do campo de tensões a partir da PD..... | 53 |
| 4.4 | Obtenção dos parâmetros da TDC..... | 55 |
| 4.5 | Avaliação inversa utilizando os parâmetros da TDC..... | 58 |
| 5 | CONCLUSÕES | 58 |

| | |
|---|-----------|
| 6 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS | 60 |
| REFERÊNCIAS..... | 61 |
| ANEXO A..... | 65 |

1. INTRODUÇÃO

Desde as primeiras construções realizadas pelo homem, o mesmo enfrenta problemas relacionados a falhas catastróficas dessas estruturas. Nos primórdios, o êxito do engenheiro dependia do método de tentativa e erro. Além disso, não havia uma ampla gama de materiais disponíveis, somente com o advento da Revolução Industrial, o ferro e aço passaram a ser produzidos em maior escala, ampliando as possibilidades de projeto. Embora as condições nas quais um material entraria em colapso não fossem conhecidas na época, os projetistas, na tentativa de evitar catástrofes, empregavam coeficientes de segurança na ordem de 10 ou mais, além de evitar entalhes no material que provocassem concentração de tensões. (ANDERSON, 2005).

Com o passar do tempo a demanda por estruturas mais leves e conseqüentemente com coeficientes de segurança cada vez mais reduzidos, aumentou o interesse nas formas de previsão de falhas. Como forma de reduzir custos na troca de componentes com presença de trincas, por exemplo, o novo conceito a ser adotado na engenharia é o da “tolerância de dano”, o que torna fundamental o crescimento das pesquisas no campo da mecânica da fratura (KANNINEN;POPELAR, 1985).

Devido aos perigos em potencial, hoje as inspeções em equipamentos e estruturas são recorrentes. No entanto, foi somente após a Segunda Guerra Mundial que a mecânica da fratura passou de mera curiosidade, para o posto de destaque que ocupa hoje, sendo assunto constante de pesquisas. Um dos muitos casos de destaque da aplicação do tema, foram os desastres envolvendo os navios *Liberty*. No período citado, devido as exigências da Guerra, o engenheiro Henry Kaiser otimizou a forma de se fabricar os navios, inovando principalmente ao iniciar uma linha de produção e ao utilizar a soldagem na união do casco. Dos 2.500 navios produzidos, estima-se que 400 apresentaram problemas de fratura, e 10 navios partiram ao meio, conforme ilustra a Figura 1. Em análise posterior, verificou-se que o material não possuía a tenacidade a fratura necessária, além de haver irregularidades nas soldas e outros concentradores de tensões na estrutura (ANDERSON, 2005).

Além deste, há uma infinidade de outros casos de falhas que ao longo da história ceifaram a vida de muitas pessoas, como pontes, tanques, tubulações, armas, navios, ferrovias e estruturas aeroespaciais que ocorreram como resultado de uma fratura súbita e inesperada. Isto demonstra que o estudo na área deve ser cada vez mais intenso, visto que com as novas tecnologias, novos materiais e *designs* distintos surgem a todo momento, impondo desafios para

prever como será seu comportamento frente a diversas situações. (ANDERSON, 2005; CABRAL, 2016).

Figura 1- Fratura Navio Liberty.



Fonte:<http://inspecaoequipto.blogspot.com/>

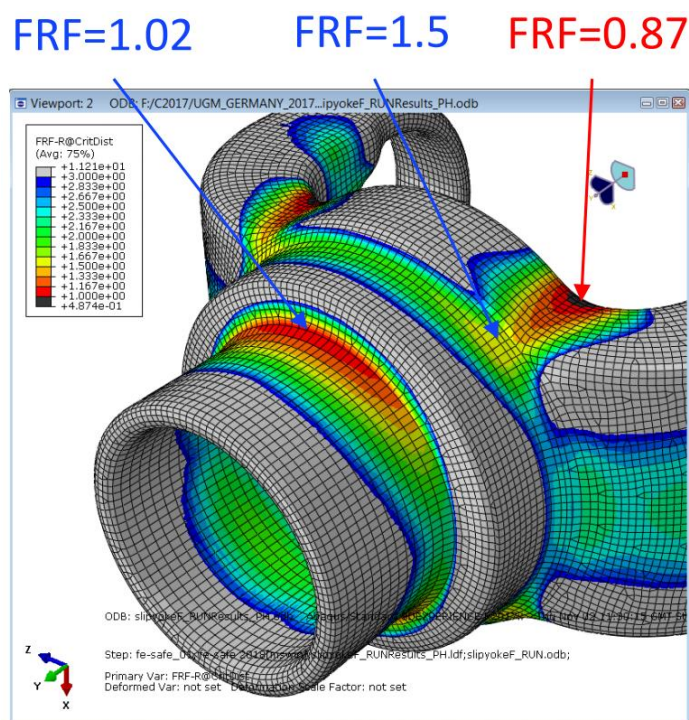
Assim, a mecânica da fratura é considerada um campo de pesquisa aberto e em constante evolução. Um desenvolvimento recente é a Teoria das Distâncias Críticas (TDC), que vem sendo amplamente utilizada para prever fraturas em diversas aplicações, com foco principal nos mecanismos de fratura frágil e por fadiga. A TDC não é apenas um método e sim um conjunto de métodos e procedimentos que possuem semelhanças como a de utilizar um comprimento característico (L), tido como propriedade do material, na análise de componentes contendo concentradores de tensões. É considerada de fácil e ampla aplicação, visto que é empregada em todas as formas de concentradores de tensões, sendo necessário para isso o conhecimento de algumas propriedades inerentes do material.

Uma das grandes vantagens da TDC é o uso de métodos numéricos para prever onde (L) e qual a tensão máxima (σ_0) um material irá suportar antes de falhar. Ou seja, a TDC é um critério de dois parâmetros dentro da Mecânica da Fratura e por isso possui uma precisão maior do que os parâmetros clássicos como a energia específica de fratura (G_C) e a tenacidade a fratura (K_{IC}). Com o aumento da capacidade de processamento, a simulação numérica tornou-se uma poderosa aliada nesta investigação, principalmente pelo fato de que pode reduzir os custos com ensaios experimentais. Um dos primeiros métodos de simulação numérica empregado na

engenharia foi o método dos elementos finitos (MEF). O MEF é capaz de resolver um problema complexo em termos de geometria, materiais e carregamentos, utilizando pequenos elementos que representam o contínuo e a partir da solução das equações da mecânica clássica para cada elemento, obtém-se o comportamento global da estrutura. Além da análise estrutural, permite estudo nos campos de transferência de calor, eletromagnetismo, entre outros (LIU, 2012). A TDC utiliza o MEF para analisar o campo de tensões ao redor do concentrador e determinar os pontos críticos a partir das propriedades do material, L e σ_0 .

A Figura 2 mostra os coeficientes de segurança para um componente mecânico analisado pela TDC em *software* CAE (*Computer-aided engineering*). O coeficiente de segurança (FRF) neste caso é dado pela relação entre a tensão aplicada em ponto próximo ao concentrador e tensão inerente, parâmetros da TDC que serão explorados posteriormente.

Figura 2- Exemplo de aplicação da TDC em *software* CAE.



Fonte: (TEIXEIRA, 2017).

Segundo Liu (2012), no entanto, a análise por elementos finitos tradicional não é empregada em simulações que envolvem nucleação e crescimento de trincas, uma vez que as equações diferenciais parciais (EDP) que compõe a teoria clássica, deixam de ser definidas quando há presença de descontinuidades. Por outro lado, o método dos elementos discretos (MED) não se baseia nas mesmas equações que o MEF, o que permite modelar

heterogeneidades de geometria e respostas não lineares, pois, discretiza o corpo em pequenos pontos ou volumes interligados entre si, com interações modeladas por leis constitutivas. Diferentes critérios descrevem o limite de interação entre os pontos, fazendo com que descontinuidades apareçam naturalmente e se propaguem de forma espontânea. Um caso particular do MED, é a Peridinâmica (PD) criado por Silling, (2000). Desenvolvida principalmente para simular casos onde ocorre nucleação e propagação de trincas, a PD tem se destacado na solução de problemas com diversos materiais e aplicações, tornando-se uma excelente alternativa do estudo de problemas de fratura.

Aliar características de critérios utilizados em ambos os métodos, MEF e MED, é o ponto chave para aperfeiçoar a predição de falhas em materiais e elevar a aplicabilidade de soluções computacionais a problemas reais de engenharia.

1.1. Justificativa

As falhas catastróficas em grandes estruturas, como o caso dos navios *Liberty*, são apenas alguns exemplos da complexidade do fenômeno da fratura. O fato de serem dependentes de muitos fatores, faz com os métodos numéricos apresentem-se como uma alternativa no complemento a ensaios experimentais e conseqüentemente uma forma mais econômica e rápida de realizar essas investigações. A PD, considerada ainda uma teoria recente é um desses métodos promissores. Assim, este trabalho procurar analisar a possibilidade do uso somente da PD para a obtenção dos parâmetros característicos da TDC, importante teoria que vêm ganhando adeptos pela sua facilidade de aplicação.

1.2. Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é analisar a fratura de materiais utilizando a teoria Peridinâmica em conjunto com a teoria das distâncias críticas (TCD).

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Calibrar o modelo em Peridinâmica a partir de dados experimentais.
- Modificar a forma tradicional do uso da TDC (experimental e posteriormente o MEF) para utilizar somente a PD como ferramenta e determinar os parâmetros da TDC: comprimento característico do material (L) e tensão inerente (σ_0).
- Analisar a sensibilidade ao entalhe dos materiais utilizados.

- Verificar se há relação entre a microestrutura do material utilizado e o comprimento característico do material (L).

1.3. Estruturação do trabalho

Neste primeiro capítulo apresentou-se a introdução, com uma breve contextualização do tema do trabalho, a justificativa para sua proposição e objetivos a que se destina. O segundo capítulo traz a fundamentação teórica, onde os conceitos previamente introduzidos são abordados de forma mais específica, entre eles, conceitos básicos necessários para o entendimento do tema: a mecânica da fratura, sensibilidade ao entalhe, a teoria das distâncias críticas e a peridinâmica. O capítulo três contém a metodologia utilizada neste trabalho, forma de discretização dos modelos em PD, os resultados experimentais utilizados para validação e o processo realizado para a obtenção dos resultados do trabalho. O capítulo quatro apresenta os resultados da calibração do modelo, bem como as análises de sensibilidade ao entalhe, fraturas dos corpos de prova, obtenção do campo de tensões utilizando a PD e os resultados dos parâmetros característicos da TDC. Por fim, no capítulo 5 foram emitidas conclusões sobre os resultados e no capítulo 6 apresentadas as sugestões de trabalhos futuros.

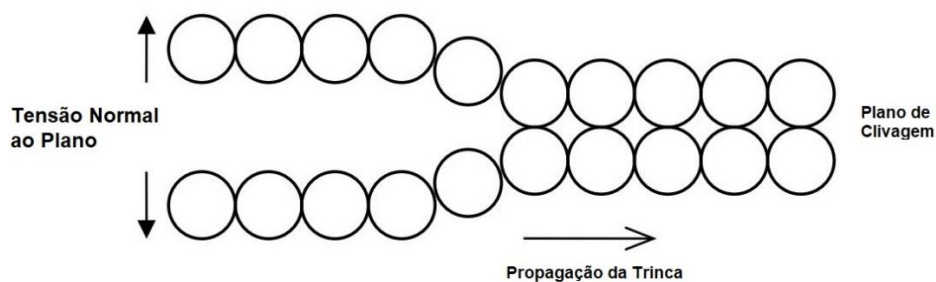
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Tipos e mecanismos de fratura

A fratura de um material geralmente estará associada a um processo de formação e propagação de trincas. O processo de fratura pode ser analisado segundo as diferentes escalas em um material, como na micro escala, onde tem-se os micro mecanismos de fratura, e nas escalas maiores, denominadas macro, onde atuam os mecanismos de fratura. O resultado final de ambos os processos em conjunto, pode ser classificado segundo um tipo de fratura, que em materiais de engenharia no geral, são divididos em frágil e dúctil (GONZALEZ-VELAZQUEZ, 2020).

Os micro mecanismos descrevem a fratura na ordem dos grãos do material, pode-se citar a clivagem e a coalescência de microcavidades associados principalmente como micro mecanismos que provocam fratura frágil e dúctil, respectivamente. O processo de clivagem que está representado na Figura 3, consiste na separação dos átomos através de um plano cristalográfico específico, denominado, plano de clivagem. Esses, podem ser distintos de um grão para outro e dependem do material. É classificado ainda como transgranular, uma vez que o plano cristalográfico faz com que a trinca não se propague, necessariamente, dentro dos grãos (GONZALEZ-VELAZQUEZ, 2020; MAGGIO, 2019).

Figura 3 - Separação atômica, micro mecanismo de Clivagem.

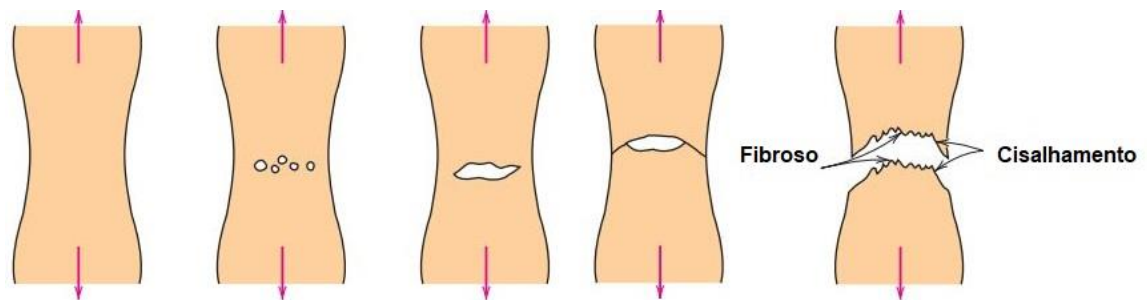


Fonte: (GONZALEZ-VELAZQUEZ, 2020).

A coalescência de microvazios é assim denominada, pois, ocorre a nucleação de micro vazios e posteriormente os mesmos coalescem, formando uma grande superfície de fratura. Esses vazios, conforme ilustra a Figura 4 para uma amostra em um ensaio de tração, formam-se após o “empescoçamento” e conforme o corpo se deforma, aumentam o seu volume. A área remanescente é reduzida até o material sofrer fratura, apresentando como aspecto final a

conhecida forma de "taça e cone". Por outro lado, considerando a macro escala, os mecanismos de fratura são responsáveis por levar o material até a falha, podendo citar como exemplo a sobrecarga, fadiga, corrosão e fluência. Pelas características individuais, evidencia-se a dependência das condições do ambiente, taxa de carregamento e deformação, temperatura, tempo, entre outros fatores (CALLISTER, 2008; MAGGIO, 2019; GONZALEZ-VELAZQUEZ, 2020).

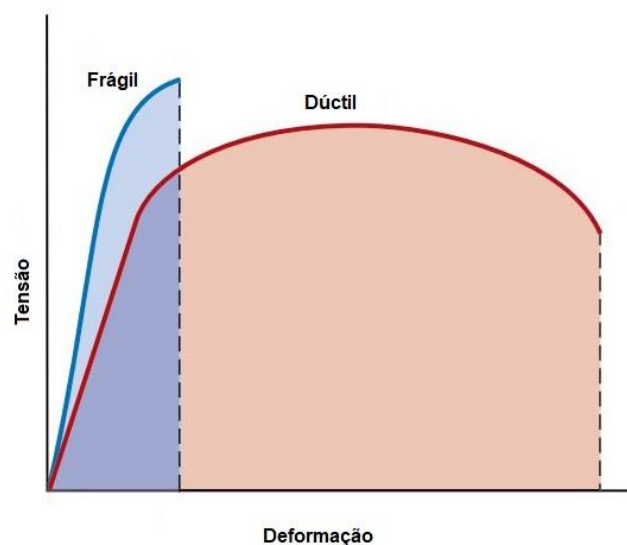
Figura 4 - Micro mecanismo de fratura: Coalescência.



Fonte: (CALLISTER, 2008).

A Figura 5 apresenta o gráfico Tensão x Deformação para ambos os tipos de fratura citados. A fratura dúctil é caracterizada por grande absorção de energia (área abaixo da curva), além disso, permitem deformação plástica na estrutura, permanente e visível. Também é considerada um processo estável, já que necessita aumento da tensão para que a trinca continue a propagar-se.

Figura 5 - Gráfico Tensão x Deformação para fratura frágil e dúctil.



Fonte: (CALLISTER, 2008)

O oposto ocorre nas fraturas frágeis que praticamente não apresentam deformações visíveis, também são consideradas abruptas, uma vez que em geral não necessitam de aumento da tensão aplicada para que ocorra o rompimento (CALLISTER, 2008).

As leis utilizadas no dimensionamento segundo a resistência dos materiais levam em consideração que os materiais são contínuos e coesos, ou seja, não apresentam defeitos e são formados por material com distribuição uniforme, abordagem essa denominada mecânica do contínuo. Além disso, são considerados isotrópicos, apresentando as mesmas propriedades mecânicas em todas as direções. (HIBBELER, 2010). No entanto, quando observado em uma escala menor (micro, nano) sabe-se que os materiais são heterogêneos e apresentam defeitos em sua estrutura, como inclusões, porosidades, defeitos na formação do reticulado cristalino das ligações atômicas, entre outros. Esses defeitos são advindos muitas vezes do próprio processamento do material, que pode possuir além dos defeitos já citados, as micro trincas que posteriormente virarão uma trinca macroscópica que poderá ou não se propagar até o colapso do componente. A utilização e montagem também podem inserir trincas, como as originadas por corrosão ou fadiga.

Logo, entender o comportamento dos materiais na presença de trincas e micro trincas é fundamental para o projeto de estruturas e componentes mecânicos em todas as escalas de comprimento.

2.2. Sensibilidade ao Entalhe

Segundo Nijs, *et al.*, (2020), no projeto de estruturas e máquinas, torna-se praticamente impossível não inserir alguma mudança geométrica, como por exemplo, entalhes, furos, ressalto e rasgos. A presença dessas descontinuidades gera os chamados, concentradores de tensões. Como o próprio nome sugere, são intensificadores de tensões em determinada região, que alteram significativamente o comportamento do material e podem alterar os mecanismos de dano ativos.

Dessa forma, há na literatura alguns parâmetros que permitem avaliar a integridade das estruturas na presença de entalhes, possivelmente o mais empregado seja o fator de concentração de tensão K_t , definido pela Equação (1), onde σ_{\max} é a tensão na região do concentrador e σ_a é tensão nominal aplicada remotamente.

$$K_t = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_a} \quad \dots(1)$$

Valores para o parâmetro podem ser encontrados em ábacos amplamente disponíveis na literatura, no entanto, para uma grande variedade de materiais esses fatores de concentração não podem ser aplicados diretamente, pois, é necessário primeiramente entender a sensibilidade do material à presença de entalhes. A capacidade de o material deformar plasticamente ou acumular dano próximo ao entalhe é um fator vital que determina a performance do mesmo na presença de descontinuidades. Por essa razão, torna-se de extrema importância conhecer o comportamento de sensibilidade do material já na fase anterior ao projeto, garantindo boa previsão contra todos os tipos de falha, incluindo aquelas por fadiga (ALDERLIESTEN, 2017).

Segundo Silva, *et al.*, (2020), o Critério da Máxima Tensão (*Maximum Stress Criterion - MSC*), permite realizar essa análise, conforme ilustra a Figura 6, onde uma série de placas com furos centrais são carregadas axialmente e calcula-se as tensões bruta e líquida. As Equações (2) e (3) apresentam, respectivamente, as equações para a tensão bruta, onde não se considera o diâmetro do furo no cálculo da área e pode ser estimada como a tensão última do material (σ_u) e a tensão líquida do corpo de prova, onde se considera o diâmetro do furo. A constante W representa a largura do corpo de prova, D o diâmetro do furo, F a força aplicada no momento da ruptura e t a espessura.

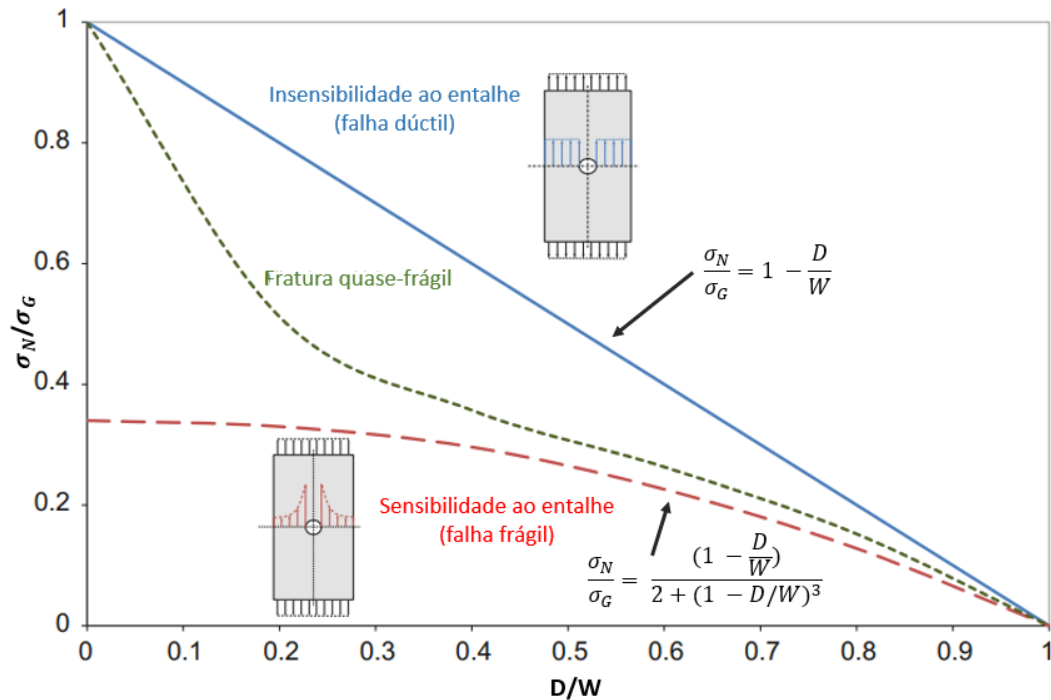
$$\sigma_G = \sigma_u = \frac{F}{Wt} \quad \dots(2)$$

$$\sigma_N = \frac{F}{(W-D)t} \quad \dots(3)$$

Na Figura 6 é possível visualizar a diferença no comportamento de três tipos de materiais. Para os materiais frágeis há uma região de alta concentração próxima a raiz do entalhe que reduz de forma gradativa, o que torna o material sensível a presença dos mesmos. De forma oposta, para os materiais idealmente dúcteis, a região de plasticidade faz com que as tensões sejam distribuídas ao longo da seção transversal, o que torna a variação de tensão unicamente dependente da área líquida. Os materiais dúcteis como aço e alumínio, portanto, possuem pouca sensibilidade ao entalhe. Os materiais quase-frágeis, que também possuem vários representantes de grande aplicabilidade na engenharia, como por exemplo, o concreto, compósitos reforçados e algumas espumas rígidas, estão contidos na região de transição de

comportamento, governada pelo acúmulo de dano e tamanho da estrutura. (ALDERLIESTEN, 2017; SILVA, *et al.*, 2020).

Figura 6 - Gráfico da razão tensão líquida/tensão bruta x diâmetro do orifício/largura da placa.



2.3. Mecânica da Fratura

O dimensionamento convencional das estruturas prevê a comparação de uma tensão equivalente σ_{eq} , obtida segundo critérios de falha como Von Misses, Rankine, Tresca, etc., com uma tensão de referência do material (σ_{rup}), podendo ser a tensão de escoamento ou tensão de tração para caso de carregamento uniaxial. A tensão de referência é obtida a partir de ensaios que seguem normas estabelecidas, portanto, é função do material, taxa de aplicação do carregamento $\dot{\sigma}$ e temperatura do ambiente T . Esses testes são realizados sob condições de carregamento simples. Além disso, o fator de segurança (N) está presente nesse tipo de análise como uma forma de inserção dos defeitos/sobrecargas entre outros fatores não considerados (KANNINEN; POPELAR, 1985; CABRAL, 2016).

$$\sigma_{eq}(\sigma, \text{Geometria}, \text{Condições de Contorno}) \leq \sigma_{referência}(\text{material}, T, \dot{\sigma})/N \quad \dots(4)$$

A partir do conhecimento dos defeitos ou discontinuidades inerentes ao material, a equação acima torna-se inviável para realizar as verificações, visto que as tensões são maximizadas nestes casos. Para garantir a utilização confiável das estruturas, a mecânica da fratura apresenta uma nova abordagem para o problema em substituição a Equação (4). (CABRAL, 2016)

A partir de uma estrutura com um tamanho de trinca a , geometria e condições de contorno especificadas define-se um parâmetro Z . Assim como na abordagem anterior, os valores de Z também são comparados com Z_{mat} , obtido no momento da ruptura do material em amostras normatizadas com geometria, condições de contorno, temperatura (T), taxa de carregamento ($\dot{\sigma}$) e coeficiente de segurança (N). A nova relação fica na forma:

$$Z(a, \text{Geometria, Condições de Contorno}) \leq Z_{material}(\text{material, T, } \dot{\sigma}) / N \quad \dots(5)$$

A Equação (5) quando verificada, é tida como a confirmação de que a trinca não irá propagar-se de forma instável. Na literatura, alguns parâmetros Z são encontrados, como por exemplo, a energia específica de fratura (G_C) e a tenacidade a fratura (K_{IC}).

Sabendo da existência de defeitos ou trincas pré-existentes, os principais questionamentos que a mecânica da fratura procura responder são a respeito da relação entre tamanho de trinca, tempo de serviço, tensão aplicada e resistência a fratura do material. Além disso outras perguntas também podem ser respondidas como (ZEHNDER, 2012; SILVA, 2018):

- Quanto tempo e em quais condições uma trinca pode propagar-se de forma instável?
- Qual a vida remanescente de um componente com propagação estável?
- Qual o tamanho de trinca permissível para a operação segura de determinado componente?
- Qual a periodicidade recomendada para realizar a inspeção?

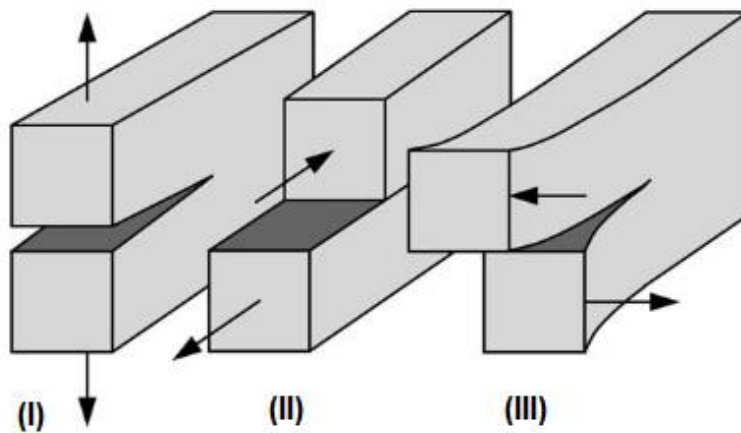
A mecânica da fratura possui duas grandes divisões, sendo elas a mecânica da fratura linear elástica (MFLE), onde a deformação plástica excessiva na vizinhança de propagação da trinca é mínima e pode ser desprezada, e a mecânica da fratura elasto-plástica (MFEP), onde a região de plasticidade é maior e não pode ser desconsiderada. Os critérios da MFLE são mais importantes para o seguimento desse trabalho e por isso serão detalhados a seguir.

2.3.1. Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE)

A presença de uma trinca no material torna a determinação da tensão máxima antes da falha um processo mais complexo, pois, depende de muitos fatores. Um desses é a forma como a

solicitação é imposta, a Figura 7 apresenta as formas de carregamento que podem ser aplicados à trinca. Sendo o modo I devido a carregamento de tração e os modos II e III a carregamento cisalhante, são denominados abertura, deslizamento e rasgamento, respectivamente. Além disso, a combinação destes modos também pode existir. O modo que apresenta maior risco para a estrutura ou componentes é o Modo I, pois é o sentido de menor resistência na maioria dos materiais. (ANDERSON, 2005).

Figura 7 - Modos de abertura de trincas.



Fonte: (Anderson, 2005)

A MFLE apresenta dois critérios principais para avaliar a estabilidade da estrutura na presença de trincas: o critério de energia (G), considerando um balanço geral na estrutura, e o segundo o critério local do fator de intensidade de tensões (K), que analisa a distribuição das tensões na ponta da trinca.

2.3.1.1. Critério de Energia

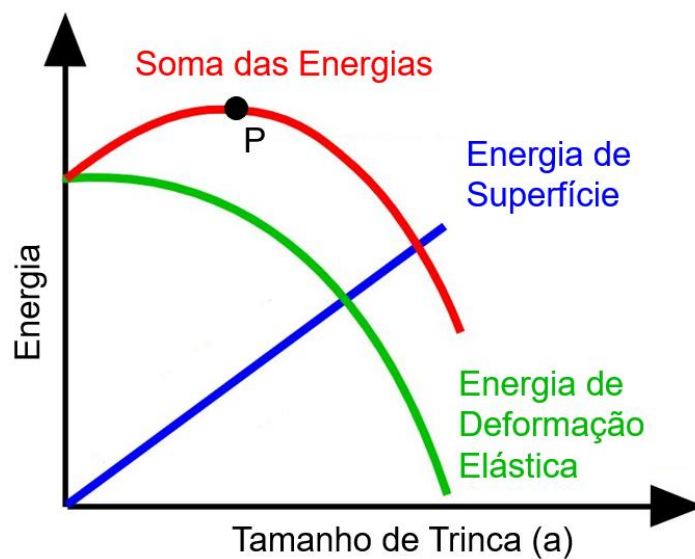
A pesquisa publicada em 1920 por Griffith é tida por muitos como o início de todo o desenvolvimento da área da mecânica da fratura. A teoria baseia-se na primeira lei da termodinâmica, pois parte de um balanço global de energia no sólido (KANNINEN; POPELAR, 1985; SILVA, 2018; MCGUINTY, 2014; ANDERSON, 2005).

A Figura 8 ilustra como ocorre o balanço de energia conforme a propagação de trinca aumenta. Nota-se que há conversão de energia, uma vez que a energia de deformação decresce enquanto há incremento da energia de superfície. O ponto P indica o tamanho crítico de trinca,

onde haverá propagação instável, uma vez que a mesma não necessita mais do aporte de energia para se propagar, isso ocorre de forma espontânea (MCGUITY, 2014; SILVA, 2018).

Em 1956, Irwin desenvolveu uma abordagem que facilitava a aplicação do modelo de Griffith aos problemas de engenharia. Introduziu o conceito de taxa de liberação de energia G . Fisicamente, é o quanto de energia há disponível para o crescimento da trinca. Embora o termo taxa signifique variação no tempo, G é dado como a variação da energia potencial do sistema por unidade de área da trinca enquanto a mesma se propaga.

Figura 8 - Balanço de energia de Griffith.



Fonte: (MCGUITY, 2014)

A energia específica de fratura G_c é uma propriedade do material que depende de condições de contorno, tipo de carregamento e propriedades do material. A Equação (6), determina a ocorrência da propagação instável, anteriormente descrita como o Ponto (P) da Figura 8.

$$G > G_c \quad \dots(6)$$

2.3.1.2. Critério do Fator de Intensidade de Tensões

O fator de intensidade de tensões (K) foi introduzido por Irwin em 1957, utilizando o trabalho anteriormente desenvolvido por Westergaard em 1939 que definiu o campo de tensões na presença de uma descontinuidade. Assim, K traduz a magnitude das tensões na ponta da

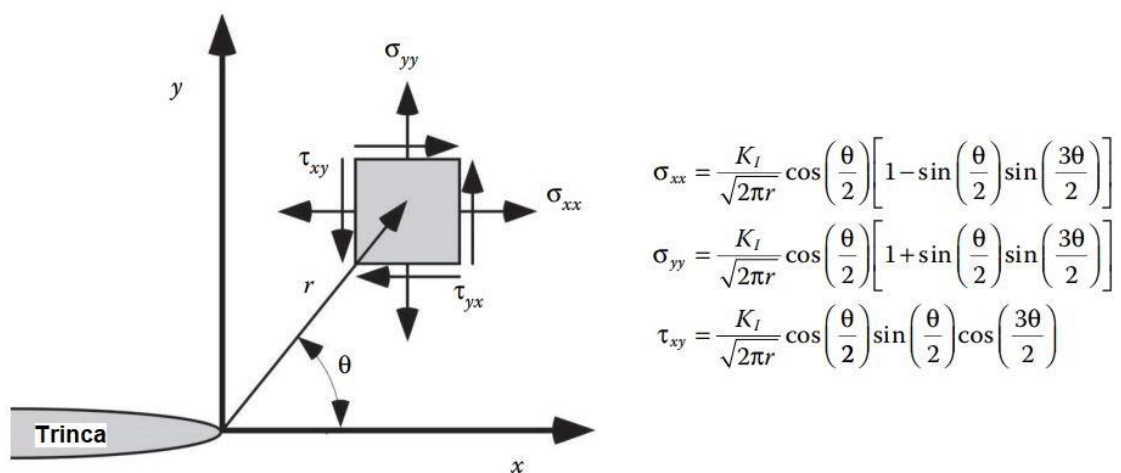
trinca, que se alteram dependendo do tamanho de trinca (a), embora o campo de tensões não varie. Isso permite que os resultados obtidos em laboratório para uma amostra com dimensões reduzidas, possa ser aplicado em estruturas reais.

O parâmetro considera a geometria, tamanho de trinca e tensão aplicada. Para um caso geral, pode ser escrito pela Equação (7). Onde σ representa a tensão aplicada, a o comprimento da trinca e Y é uma constante adimensional que leva em consideração as condições de contorno e geometria.

$$K_{(I,II,III)} = Y\sigma\sqrt{\pi a} \quad \dots(7)$$

Conhecendo o valor de K pode-se determinar a distribuição de tensões na proximidade da trinca. Para coordenadas polares e considerando o Modo I, tem-se, por exemplo, o estado de tensões mostrado na Figura 9.

Figura 9 - Tensor definido a partir da ponta da trinca com coordenadas polares.



Fonte: Adaptado de (ANDERSON, 2005).

A trinca se propagará de forma instável quando K atingir um valor crítico K_c , chamado tenacidade a fratura, obtido em ensaios normalizados, com geometria e condições de contorno pré definidas. A Equação (8) apresenta o critério para a integridade da estrutura.

$$K < K_c \quad \dots(8)$$

2.3.1.3. Relação entre K e G

Os parâmetros descritos até aqui para análise dentro da MFLE podem ser correlacionados. Considerando uma placa com dimensões infinitas com uma trinca de tamanho a no centro, em condições de estado plano de tensões, a relação entre K e G é dada pela Equação (9), com $E' = E$. Sendo esta, válida para o modo I de carregamento.

$$G_I = \frac{K_{Ic}^2}{E'} \quad \dots(9)$$

Caso se tratar de estado plano de deformações, E' deve ser substituído na equação anterior por $E' = E / (1 - \nu^2)$. (ANDERSON, 2005)

2.4. Teoria das Distâncias Críticas (TDC)

A Teoria das Distâncias Críticas (TDC), assim denominada por Taylor, não é apenas um método e sim um conjunto de métodos e procedimentos que possuem semelhanças como a de utilizar um comprimento característico (L) tido como propriedade do material na análise de componentes contendo concentradores de tensões. Novas abordagens são necessárias, pois é muito conservativo abordar concentradores distintos como trincas. (CICERO, *et al.*, 2018; TAYLOR, 2010).

Os precursores a inserir um comprimento crítico na análise de concentradores, são os cientistas Neuber (1936) e Peterson (1938). Na década de 30, foram os responsáveis por desenvolver o conceito de fator de concentração de tensões (K_t) ainda hoje, utilizado em larga escala. Esse fator de concentrações também relaciona-se ao fator de redução de tensões em fadiga (K_f) através da Equação (10), sendo r o raio do concentrador e A o comprimento característico do material com definições particulares por Neuber e Peterson (MAGGIO, 2019).

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \sqrt{\frac{A}{r}}} \quad \dots(10)$$

Porém, foi somente na década passada que a utilização de um comprimento característico do material ganhou destaque na predição da fratura de diferentes materiais como metais,

cerâmicas, polímeros e compósitos. Além disso, foi estendida à análise de fadiga e condições linear-elástica e elastoplástica (CICERO, *et al.*,2018).

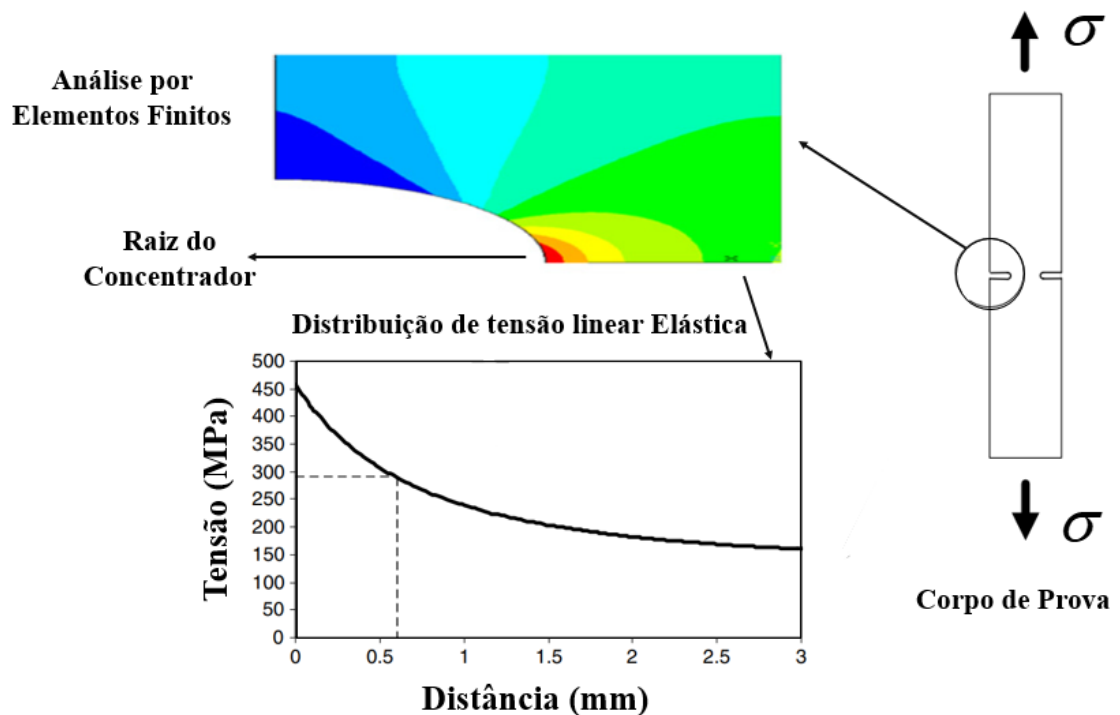
A aplicação da TDC não é tida como complexa, visto que necessita da determinação do campo de tensões elásticas próximas ao concentrador, além de parâmetros de material já conhecidos, como a tenacidade à fratura do material K_c . Ao relacionar a TDC com a MFLE, obtém-se a Equação (11), que determina o comprimento característico (L). Onde σ_o representa uma tensão inerente ao material, representando uma tensão medida na micro escala, onde na maioria dos casos possui valor muito superior a tensão última σ_u . No entanto, para materiais frágeis, σ_o pode ser definida como σ_u . A partir da Equação (11) verifica-se que são necessários dois parâmetros do material para determinar um terceiro.

$$L = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_c}{\sigma_o} \right)^2 \quad \dots(11)$$

Como forma de exemplificar o uso da TDC, tem-se na Figura 10 a ilustração de uma amostra com concentrador, submetida a uma tensão de tração remota $\sigma = 100$ MPa, com propriedades $\sigma_o = 420$ MPa e $L = 1,2$ mm. Além disso, a Figura 10 apresenta o campo de tensões elásticas obtido por uma análise 2D em elementos finitos ou outro método numérico, na região do concentrador. A partir disso, o gráfico tensão x distância a partir da raiz do concentrador é determinado.

Nota-se que se trata de um concentrador de tensões elevado de aproximadamente $K_t = (460/100) = 4,6$ e que agressivamente altera o campo de tensões ao redor do entalhe. A tensão registrada em $L/2$ é de 289,6 MPa, longe do valor limite σ_o , ou seja, pela TDC a amostra está segura quando σ é aplicada. Como trata-se de uma análise linear onde as tensões são proporcionais, basta escalar a curva tensão x distância, ou seja, $100 \times (420/289,6) = 145$ MPa. Assim quando a tensão aplicada atingir 145 MPa a falha irá ocorrer (TAYLOR, 2010).

Figura 10 - Corpo de prova com entalhe, distribuição elástica de tensões próximas ao concentrador, curva Tensão x Distância.



Fonte: Adaptado de (TAYLOR, 2010; SILVA, *et al.*, 2012).

O método de avaliação da TDC descrito até aqui, chama-se o Método do Ponto (MP), onde segundo este critério a fratura irá ocorrer quando a tensão efetiva a distância $L/2$ a partir da raiz do concentrador, for igual a tensão de referência σ_o , conforme consta na Equação (12) e Figura 11(b).

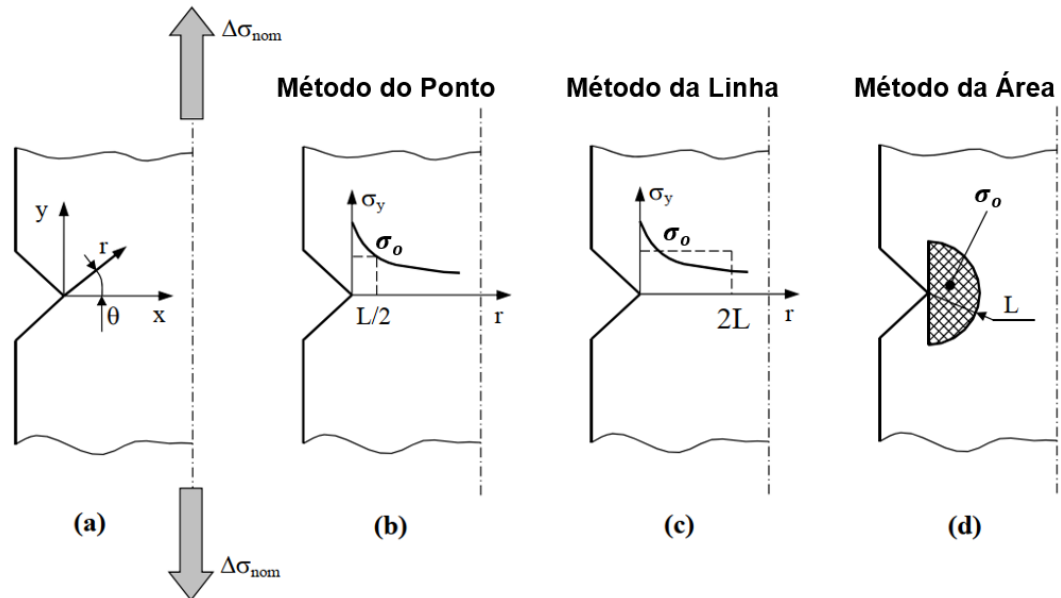
$$\sigma(L/2) = \sigma_o \quad \dots(12)$$

Por razões de simplificação, o método da TDC mais usado é o Método do Ponto (MP), porém há também o Método da Linha (ML) e Método da Área (MA), exemplificados na Figura 11 e detalhados a seguir.

- **Método da linha (ML):** Este método consiste em realizar uma média das tensões ao longo de um caminho para posteriormente compará-la a tensão de referência σ_o , este caminho tem comprimento de $2L$. A Equação (13) ilustra como é feita a verificação. A previsão com este método possui, na maioria das vezes, pouca distinção em relação ao MP (TAYLOR, 2010).

$$\frac{1}{2L} \int_0^{2L} \sigma(r) dr = \sigma_o \quad \dots(13)$$

Figura 11 - Métodos da TDC mais empregados.



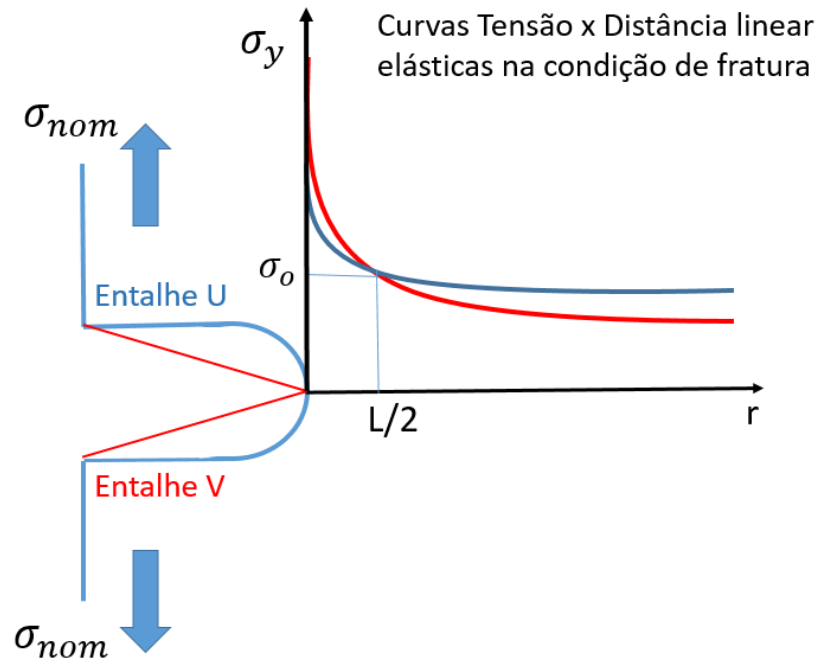
Fonte: (PELEKIS;SUSMEL, 2016).

- Método da Área (MA): Como o próprio nome sugere, as tensões são medidas em uma área, centrados no ponto de máxima tensão na raiz do concentrador. O critério para falha pode ser descrito pela Equação (14). Nos métodos MP e ML, a implementação é mais simples, além disso, utilizar o método MA parece não aumentar a acurácia do processo (TAYLOR, 2010).

$$\frac{4}{\pi L^2} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^L \sigma_1(\theta, r) r dr d\theta = \sigma_o \quad \dots(14)$$

A Figura 12 apresenta uma forma simples de determinar os parâmetros da TDC. O procedimento segue os seguintes passos: a) Ensaia-se duas amostras com concentradores distintos, neste caso U e V; b) a partir da análise numérica, aplicando a força última ou tensão última σ_u em cada caso, obtém-se a curva tensão x distância; c) utilizando o método do ponto, a interseção dessas curvas determina σ_o e L , propriedades do material (TAYLOR, 2010; CAPLESCU, *et al.* 2010; CICERO, *et al.*, 2012).

Figura 12 - Curva Tensão x Distância a partir da raiz do concentrador de entalhes U e V para determinar parâmetros característicos da TDC.



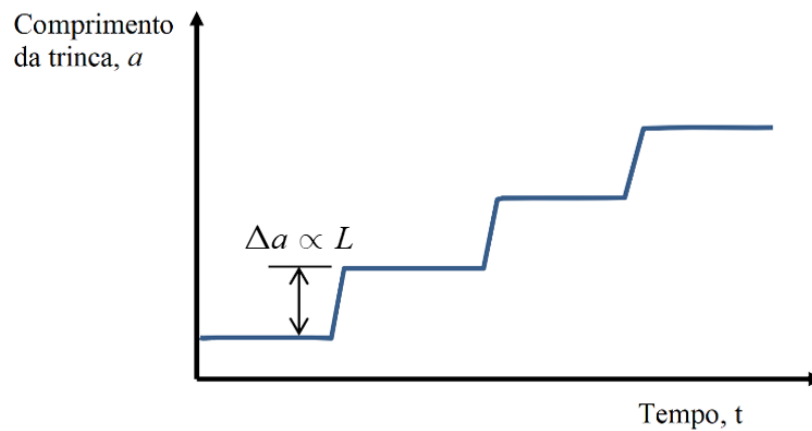
Fonte: Adaptado de Pelekis; Susmel, (2016)

2.4.1. Significado físico dos parâmetros da TDC

A aplicação da TDC tornou-se muito acessível após o advento da utilização de simulações numéricas como MEF. Porém, ainda não é conhecido pela comunidade científica no geral qual é o real significado físico dos parâmetros que caracterizam a teoria, principalmente o comprimento característico L . Segundo Castro *et al.*, (2016), acredita-se que L esteja ligado a algum padrão micro estrutural, como por exemplo, tamanho de grão ou à zona de processo de fratura, caracterizada também por ser a zona de plasticidade local, responsável pela redistribuição de tensões ao redor dos concentradores.

A relação entre L e o tamanho microestrutural surgiu a partir de observações dadas por meio do método FFM do inglês – *Finite Fracture Mechanics*, que considera em sua formulação o crescimento descontínuo de uma trinca conforme consta na Figura 13. Esse comportamento foi observado em casos reais e a partir disso, segundo Taylor (2010), pode-se afirmar que todos os materiais possuem barreiras para o crescimento de trincas a nível micro estrutural.

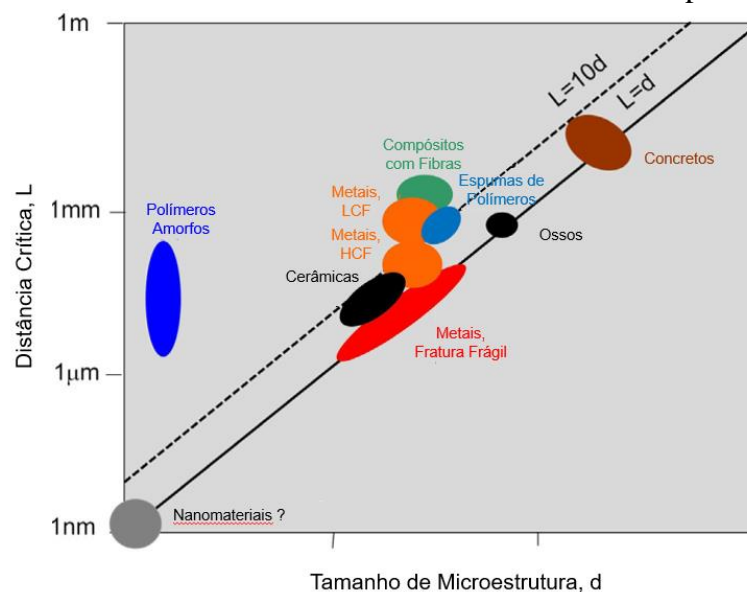
Figura 13- Relação do comprimento de trinca/ L x tempo.



Fonte: Adaptado de (Castro, *et al*, 2016).

Em Taylor, (2017) foi investigada a relação entre L e a microestrutura, considerando diferentes tipos barreiras para o crescimento de trincas e concentradores de tensão distintos. Como resultado, obteve uma relação entre L e uma dimensão micro estrutural d . Essa relação varia de acordo com o mecanismo de propagação. Na Figura 14 é possível verificar o tamanho de L esperado e sua relação com d para diversos tipos de materiais, onde d pode ser por exemplo, o tamanho do grão nos metais e cerâmicas, o espaçamento entre agregados no concreto, distâncias interatômicas, entre outros (TAYLOR, 2017).

Figura 14- Relação distância crítica L x Tamanho de microestrutura d para diversos materiais.



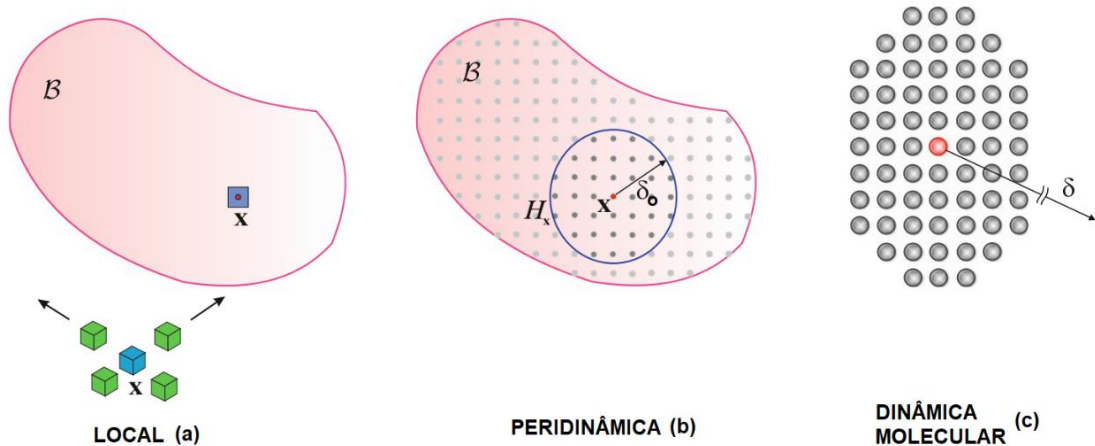
Fonte: Adaptado de Taylor, (2017).

2.5. Peridinâmica

Os métodos numéricos estão cada vez mais presentes na solução de problemas de engenharia. No entendimento do processo de fratura do material, no entanto, não são todos aptos a representar o fenômeno de maneira mais assertiva. Entre os métodos mais aplicados estão as teorias locais, dinâmica molecular e as chamadas teorias não locais. Exemplo desse primeiro é a teoria clássica do contínuo, que conforme ilustra a Figura 15(a), prevê a interação de um ponto material somente com seus vizinhos imediatos, por esta razão é denominada teoria local. O estado de tensão em uma região irá depender somente das condições daquela área, o que torna a teoria questionável quando se considera o fator de escala de geometria. Devido a teoria clássica ser formulada através de equações diferenciais parciais, a mesma perde sentido quando em presença de uma descontinuidade, como uma trinca, visto que as equações, tornam-se indefinidas (LIU, 2012; JAVILI, *et al.* 2019; MADENCI, 2014).

Embora existam formas de contornar as limitações da simulação de problemas de fratura, as soluções encontradas são aplicáveis a alguns casos, não atendendo às diversas condições complexas de propagação de trincas. Já as simulações da dinâmica molecular parecem ser uma solução para as barreiras encontradas, devido a ser extremamente realista, uma vez que analisa as interações a nível atômico. Nestes casos um limite muito grande de interações é permitido, Figura 15(c). No entanto, é utilizada para entendimento da física que rege o processo da fratura, pois, simular uma estrutura de engenharia de tamanho real requer tempo e recursos computacionais ainda não disponíveis (LIU, 2012; JAVILI, *et al.* 2019; TAYLOR, 2010).

Figura 15- Representação de Teoria Loca, Peridinâmica e Dinâmica Molecular.



Fonte: (MADENCI, 2014)

As teorias denominadas não locais, situam-se entre a teoria clássica e a dinâmica molecular. O estado de um ponto material depende do comportamento de pontos materiais situados a uma distância de raio finito do mesmo. Quando o raio se torna de mesma magnitude que a geometria analisada, passa a se tratar de uma análise da dinâmica molecular (CABRAL, 2016).

Dentre as teorias não locais, a Peridinâmica foi introduzida por Silling (2000) com o objetivo de permitir a modelagem de trincas. A equação de movimento da mecânica dos sólidos foi reformulada para que as derivadas fossem substituídas por integrais, que são definidas perante as descontinuidades. Além disso, introduziu o conceito de dano do material, onde é possível modelar o início e propagação de trincas de forma arbitrária e mais realista. A PD possui duas versões, mas neste trabalho será utilizada a Teoria PD baseada em ligações (*bond-based PD*), devido a ser a versão mais simplificada para implementação e por ser suficiente para os objetivos deste trabalho.

Considerando o corpo não deformado formado pela região B na Figura 16(a), para cada ponto material dentro da região destacada associa-se uma coordenada $x_{(k)}$, onde $k = 1, 2, 3, \dots, \infty$, a mesma contendo um referencial conforme mostrado. O ponto material interage com sua vizinhança delimitada por δ_o , denominado horizonte peridinâmico, essa vizinhança também pode ser chamada de família de x , ou H_x . A interação entre os pontos materiais x e x' é dada por uma força de ligação f (ZHOU, 2017).

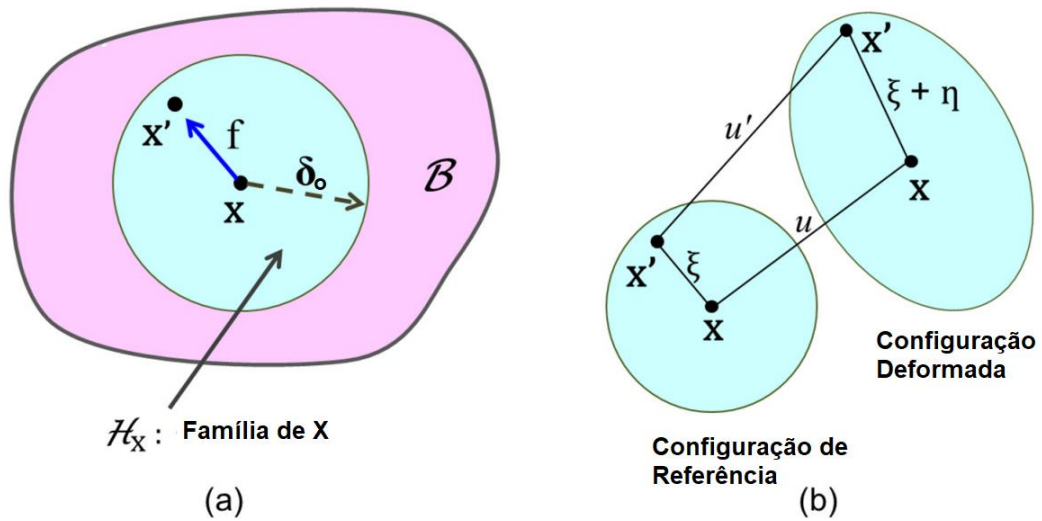
Em relação à coordenada cartesiana de referência, cada ponto material sofre deslocamentos, representados pelo vetor $u(x, t)$ e $u(x', t)$ para ambos os pontos materiais. A posição dos pontos antes e após a deformação é representada na Figura 16(b). Além disso, é possível visualizar o vetor de posição relativa entre os pontos quando não deformados ξ e o vetor de deslocamento relativo, simbolizado por η .

As definições são dadas para cada instante de tempo através das Equações (15) e (16), respectivamente. O vetor $\xi + \eta$ representa a posição relativa atual dos pontos x e x' , ou seja, após a deformação.

$$\xi = x' - x \quad \dots(15)$$

$$\eta = u(x', t) - u(x, t) \quad \dots(16)$$

Figura 16 - Desenho esquemático de interações dentro da teoria Peridinâmica e ilustração da interação entre pontos materiais após um instante de tempo.



Fonte: (ZHOU, 2017)

A Equação (17) representa a equação de movimento da teoria Peridinâmica, advinda da segunda lei de Newton. É possível determinar a aceleração do ponto material em cada instante de tempo, onde ρ representa a densidade, \ddot{u} representa o vetor aceleração, b representa as forças de corpo e f como já mencionado, representa a força que a partícula x' exerce em x .

$$\rho \ddot{u}(x_{(k)}, t) = \int_{H_x} f(\eta, \xi) dX_{x'} + b(x, t) \quad \dots(17)$$

Nota-se que a integral é realizada para que todas as interações na família H_x sejam inclusas. (SILLING, 2005; JAVILI, *et al.*, 2019; CABRAL, 2016).

A distância entre os pontos é representada por ξ e a interação só ocorrerá se esse valor for menor que o horizonte. A Equação (18) demonstra a anulação do par de forças f caso não se atenda esta condição (SILLING, 2005).

$$|\xi| > \delta_0 \rightarrow f(\eta, \xi) = 0 \quad \dots(18)$$

Além disso, a força f apresenta propriedades definidas pelas Equações (19) e (20). Ambas conservam propriedades de balanço de momento linear e angular, respectivamente. Em decorrência disso, a força f tem sentido paralelo ao vetor $\xi + \eta$ e o par de forças que uma

partícula exerce sobre a outra terá mesma magnitude e sentido contrário, conforme pode ser visualizado na Figura 14.

$$f(-\eta, -\xi) = -f(\eta, \xi) \forall \eta, \xi \quad \dots(19)$$

$$(\eta + \xi) \times f(\eta, \xi) = 0 \quad \dots(20)$$

O alongamento da ligação é dado segundo a Equação (21). Nota-se que a definição não inclui anisotropia, visto que não há relação com a direção de ξ , também é utilizado o valor escalar que representa o comprimento das ligações. Esse parâmetro está na definição do conceito de dano na Peridinâmica, uma vez que a ligação entre pontos materiais deixa de existir quando s alcança um valor crítico s_o . Esse rompimento torna-se permanente, portanto o modelo é dependente do histórico anterior (CABRAL, 2016; MACEK, 2007).

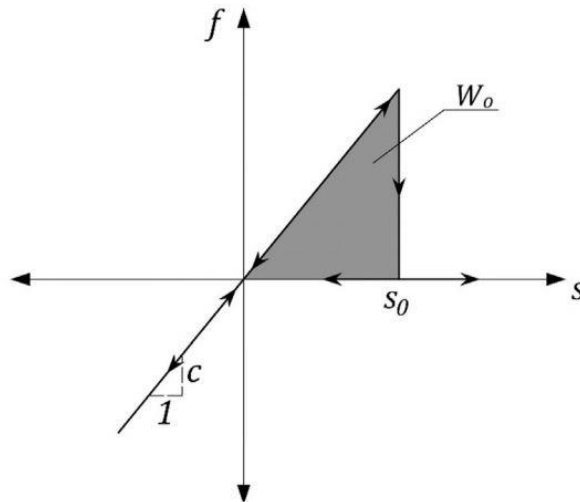
$$s(t, \xi, \eta) = \frac{\|\eta + \xi\| - \|\xi\|}{\|\xi\|} \quad \dots(21)$$

A partir disso, a equação do par de forças f pode ser reescrita como $f = c(\xi)s$. Onde $c(\xi)$ representa o módulo de elasticidade da ligação. A Equação (22) define c independente de ξ para o caso 2D, onde e representa a espessura do corpo, também tem-se que $E' = E$ e $\nu' = \nu$ para o estado plano de tensões, assim como $E' = E(1 - \nu^2)$ e $\nu' = \nu / (1 - \nu)$ para o estado plano de deformações.

$$c = \frac{6E'}{\pi\delta_o^4(1 - 2\nu')e} \quad \dots(22)$$

A Figura 17 ilustra o formato da lei constitutiva, onde W_o representa o trabalho que deve ser realizado para quebrar uma única ligação (CABRAL, *et al.* 2019; SILLING, 2005).

Figura 17 - Lei Constitutiva uniaxial para simular o conceito de dano na Peridinâmica.

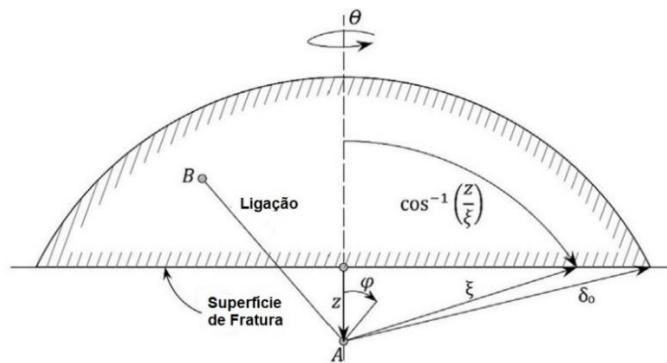


Fonte: (CABRAL, *et al.*, 2019).

A Equação (23) associa o alongamento crítico a um parâmetro conhecido do material, neste caso, a energia específica de fratura G_f , visto que após o rompimento de ligações em determinada área, a energia dissipada será igual a G_f . A Figura 18 mostra a geometria a partir da qual se desenvolve a Equação (23).

$$G_f = \int_0^{\delta_o} \int_0^{2\pi} \int_z^{\delta_o} \int_0^{\cos^{-1}z/\xi} \left(\frac{cs_o^2\xi}{2} \right) \xi^2 \sin\varphi d\varphi d\xi dz = \frac{\pi cs_o^2 \delta_o^5}{10} \quad \dots(23)$$

Figura 18- Geometria a partir da qual se desenvolve a reformulação da equação de tenacidade a fratura utilizada na Peridinâmica.



Fonte: (CABRAL, *et al.*, 2019)

Ao substituir a Equação (22) na Equação (23), obtemos a Equação (24) que expressa os valores críticos de alongamento em função de parâmetros do material para o caso 2D.

$$s_o = \sqrt{\frac{5\pi G_f}{9E\delta_o}} \quad \dots(24)$$

Para representar o dano no material, um índice local é utilizado, levando em conta o status de cada ligação do ponto material em análise. As Equações (25) e (26) representam o dano local e a função escalar de dano do qual é dependente. Se $\varphi = 0$ o ponto não possui nenhuma ligação rompida, caso todas as ligações tenham sido rompidas, temos que $\varphi = 1$ e o ponto encontra-se desconectado do corpo.

$$\varphi = 1 - \frac{\int_{H_x} \mathcal{G} dV_\xi}{\int_{H_x} dV_\xi} \quad \dots(25)$$

$$\mathcal{G} = \begin{cases} 1 & \text{se } s < s_o \\ 0 & \text{se } s \geq s_o \end{cases} \quad \dots(26)$$

A lei constitutiva apresentada na Figura 17 depende tanto do alongamento crítico s_o quanto do módulo de elasticidade da ligação c . Ao analisar as definições de ambos dadas pelas Equações (24) e (22), respectivamente, vemos que E , ν e G_f são propriedades conhecidas do material. Portanto, para que a fratura de determinado material não dependa da discretização dada pelo horizonte peridinâmico δ_o , como na teoria original da PD, esse, também deve ser uma propriedade do material. Baseado nessa ideia Cabral, *et al.* (2019) propôs uma lei de dano bi linear que adiciona o conceito de horizonte como propriedade do material, permitindo também a simulação de materiais com acúmulo de dano, como os quase-frágeis.

2.5.1. Lei constitutiva bi linear

Materiais quase frágeis podendo citar como exemplo o concreto e alguns compósitos, possuem características que dificultam a simulação do seu comportamento não linear como por exemplo, a interação de múltiplas trincas, o efeito de escala, entre outros. A importância

tecnológica atual desses materiais fez com que diversas formas de vencer as limitações supracitadas fossem desenvolvidas, tanto utilizando elementos finitos (MEF) quanto o método dos elementos discretos (MED) (CABRAL, *et al.*, 2019).

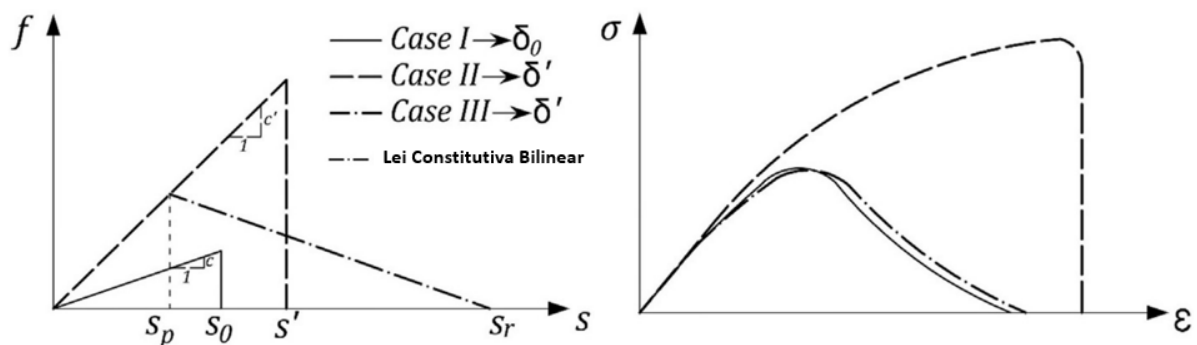
A lei constitutiva bi linear, utilizada neste trabalho, é uma reformulação da lei constitutiva uniaxial $f - s$ apresentada anteriormente, criada principalmente para modelar materiais com comportamento quase frágil. Como o horizonte δ_0 é uma propriedade do material, o tamanho da família H_x pode ter um tamanho muito grande, inclusive maior que a estrutura, tornando inviável a simulação devido à grande quantidade de ligações.

Para contornar esse problema Cabral, *et al* (2019), também inclui o conceito de horizonte computacional δ' , que pode ser definido por conveniência e em geral é dado por $\delta' = 3,015dx$ onde dx é a distância entre pontos materiais. A Figura 19 mostra o comparativo entre as leis e cada um dos horizontes definidos.

A Equação (27) apresenta uma equivalência entre os casos II e III, onde se tem uma rama de descendência, tornando a lei bi linear.

$$s'^2 = s_p s_r \quad \dots(27)$$

Figura 19 - Lei Constitutiva bi linear. Caso I - Já mencionado na Seção anterior, proposto por Silling. Caso II - Introduce o conceito de horizonte computacional. Caso III - Ajusta o caso II para que tenha mesma resposta global do caso I.



Fonte: (CABRAL, *et al.*, 2019)

Por fim, igualando os casos I e III e garantindo a equivalência entre todos os casos, tem-se a Equação (28).

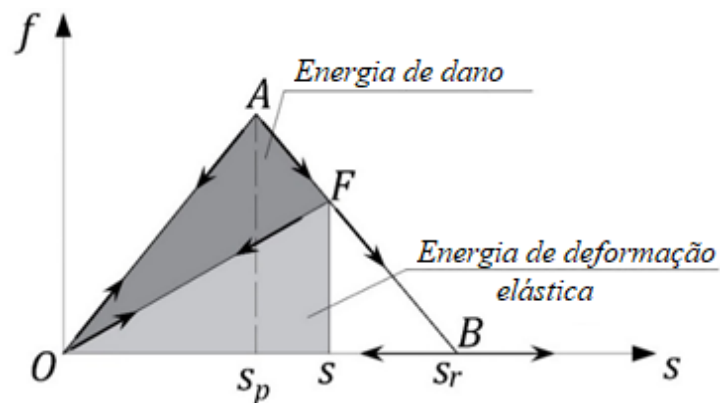
$$s_0^2 \delta_o = K_r s_p^2 \delta' \text{ sendo } K_r = \frac{s_r}{s_p} \quad \dots(28)$$

A lei bi linear é completamente definida com a definição de s_p e K_r . A variável s_p pode ser definida como a deformação na qual a estrutura globalmente perde sua linearidade, ou ainda ser 70% a 80% da deformação atingida no instante da ruptura do material. Essas abordagens ainda estão em avaliação, mas podem ser boas aproximações. A partir de s_p se resolve K_r e a lei bi linear é definida. Formas de calibração do horizonte como propriedade do material são descritos em Cabral, *et al.*, (2019).

Para aderir a lei bi linear é necessário reformular a função escalar de dano dada pela Equação (26) para a Equação (29), considerando a nova forma de medir as energias do sistema, como mostra a Figura 20.

$$g = \begin{cases} 1 & \text{se } s < s_o \\ \frac{\text{areaOFB}}{\text{areaOAB}} & \text{se } s_p < s < s_r \\ 0 & \text{se } s \geq s_o \end{cases} \quad \dots(29)$$

Figura 20-Energias envolvidas durante a fratura segundo a nova lei bi linear.



Fonte: (CABRAL, *et al.*, 2019)

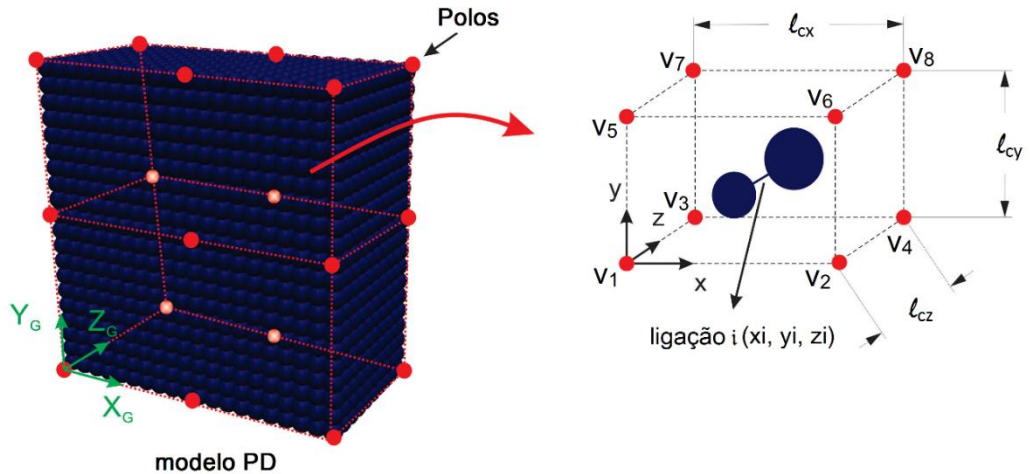
2.5.2. Aleatoriedade das propriedades mecânicas no modelo PD

Segundo Callister (2008), materiais possuem defeitos intrínsecos, fazendo com que os mesmos também não possuam propriedades mecânicas constantes ao longo de toda sua geometria. Além disso, existe variabilidade também entre amostras do mesmo material, sendo inclusive recomendado, inserir o conceito de desvio padrão ao mensurar essas propriedades.

Em materiais quase frágeis, a presença da heterogeneidade, como agregados e vazios, é ainda mais importante de ser considerada, pois altera significativamente o comportamento do material.

Em vista de que a energia específica de fratura G_f é diretamente relacionada com o alongamento crítico da ligação, neste trabalho o parâmetro será introduzido segundo uma distribuição de probabilidade tipo Weibull. Em Friedrich, *et al.* (2019), o modelo foi aprimorado para que fosse inserido no contexto da Peridinâmica, a proposta consiste em inserir prismas no interior do volume analisado, onde estes possuem lados formados pelos denominados comprimentos de correlação (l_{cx}, l_{cy}, l_{cz}) . A Figura 21 ilustra os prismas citados, bem como os 8 vértices que cada um contém. Também insere a coordenada global do modelo (X_G, Y_G, Z_G) , a coordenada local do centro da ligação entre pontos materiais (x_i, y_i, z_i) e a coordenada do prisma com relação a coordenada global (Y_{Gi}, X_{Gi}, Z_{Gi}) (FRIEDRICH, *et al.* 2019). Para determinar o valor de G_f para cada ligação, é realizada uma interpolação 3D, dada pela Equação (30), uma vez que cada um dos vértices $(V_1, V_2 \dots V_8)$ recebe um valor aleatório de G_f segundo a distribuição de probabilidades citada.

Figura 21 - Introdução da aleatoriedade no modelo PD.



Fonte: (FRIDERICH, *et al.*, 2019).

$$\varphi_v(x_i, y_i, z_i) = V_1 + \frac{V_2 + V_1}{l_{cx}} x_i + \frac{V_3 - V_1}{l_{cy}} y_i + \frac{V_5 - V_1}{l_{cz}} z_i + \frac{V_4 - V_3 - V_2 + V_1}{l_{cx} l_{cy}} x_i y_i + \frac{V_6 - V_5 - V_3 + V_1}{l_{cx} l_{cz}} x_i z_i + \frac{V_7 - V_5 - V_3 + V_1}{l_{cy} l_{cz}} y_i z_i + \frac{V_8 - V_7 - V_6 + V_5 - V_4 + V_3 + V_2 - V_1}{l_{cx} l_{cy} l_{cz}} x_i y_i z_i \quad (30)$$

A distribuição de Weibull utilizada para a aleatoriedade de G_f nos vértices V_n é dada pela Equação (31). Onde β e γ são parâmetros de escala e forma, respectivamente.

$$F(G_f) = 1 - \exp[-(G_f / \beta)^\gamma] \quad \dots(31)$$

3. METODOLOGIA

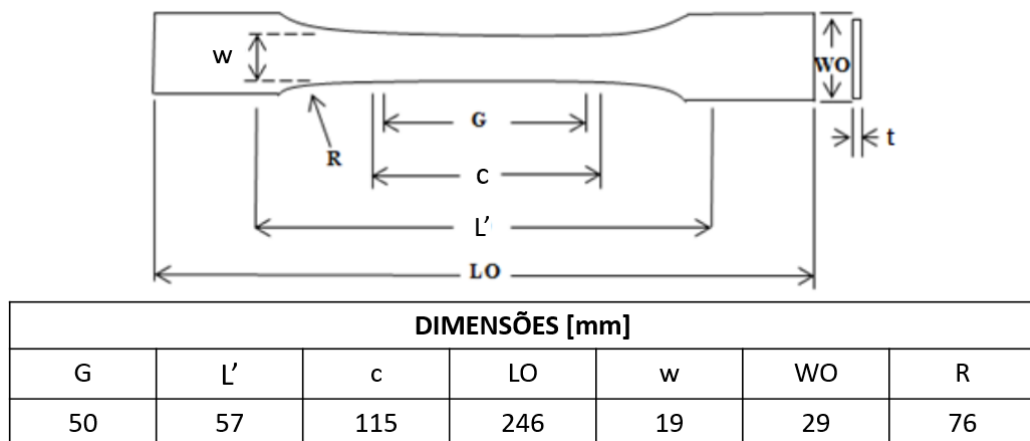
3.1. Calibração do modelo PD

Para que o comportamento do material Peridinâmico seja validado, primeiramente o modelo foi calibrado com dados experimentais obtidos de Colpo, (2016), onde a autora avaliou a fratura de corpos de prova de diferentes tamanhos de poliestireno expandido (EPS) classes 1F e 5F, que possuem diferentes densidades. O EPS é um material quase frágil celular com diversas aplicações, que variam também de acordo com a densidade com a qual é fabricado, essa, pode estar entre 10 kg/m^3 e 90 kg/m^3 . Os EPS de alta densidade são utilizados em construções de rodovias, pontes, barragens, estádios, entre outros, além de itens de segurança como capacetes. Já os EPS de baixa densidade possuem aplicação principalmente em isolamento térmico e no setor de embalagens (MUNDO ISOPOR, 2016).

O processo de fabricação desses materiais pode induzir a presença de defeitos em seu interior como vazios e micro trincas, o que pode afetar o comportamento global do material principalmente na presença de concentradores de tensão que maximizam o problema.

Os ensaios experimentais de referência seguiram a norma ASTM D638 - 10, que estabelece os procedimentos para ensaios de tração de corpos de prova de polímeros. Para este trabalho, foi utilizado o corpo de prova de tamanho III, devido ao seu tamanho e capacidade computacional disponível para as simulações. A Figura 22 ilustra as dimensões do corpo de prova ensaiado.

Figura 22 - Geometria e dimensões do corpo de prova III de acordo com a norma ASTM D638.



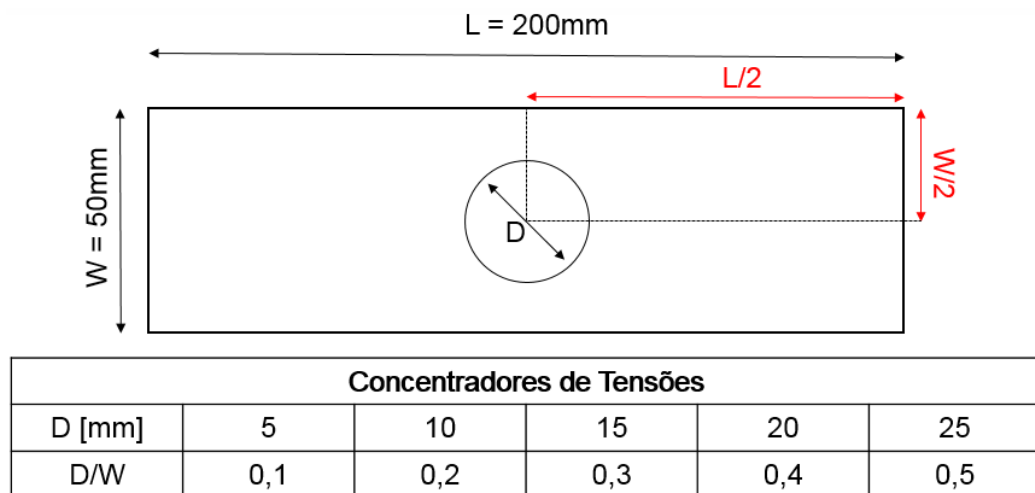
Fonte: Adaptado de (ASTM, 2014).

Foram realizadas, para cada material (1F e 5F), 5 simulações do modelo alterando a semente de geração do campo aleatório, a fim de obter uma representação estatística dos resultados e também ser o mesmo número de ensaios experimentais realizados. A resposta do modelo PD foi comparado em termos das curvas tensão – deformação e também em relação aos padrões de ruptura encontrados. Todos os modelos em PD usados neste trabalho são 2D a fim de diminuir o custo computacional.

3.2. Avaliação da Sensibilidade ao entalhe do EPS 1F e 5F

Conforme mencionado na Seção 2.2, neste trabalho o critério da máxima tensão (MSC) foi utilizado na avaliação da sensibilidade ao entalhe dos dois materiais utilizados. Para isso, após calibrado o modelo em PD, foram simuladas placas com orifícios centrais para ambos os materiais, conforme consta na Figura 23 a geometria das placas e respectivas dimensões dos concentradores. Ao todo foram realizadas 4 simulações para cada uma das placas, variando a semente para geração do campo aleatório. Nesse processo, também foi possível analisar os padrões de fratura dos corpos de prova.

Figura 23 - Geometria das placas com orifícios e respectivas dimensões dos concentradores.



Fonte: Autora.

3.3. Determinação do campo de tensões no modelo PD

Diferente da análise em elementos finitos, na PD como trata-se de um modelo discreto, não se tem campo de tensões, pois a hipótese do contínuo é violada. Assim é necessário encontrar

uma outra forma para obter o campo de tensões elástica de diferentes entalhes e posteriormente encontrar os parâmetros da TDC, L e σ_0 , metodologia mencionada na Seção 2.4. Dessa forma, foi avaliado neste trabalho a conversão, para tensão, da energia de deformação elástica, obtida para cada ponto material da PD. Como trata-se de um ensaio uniaxial, considera-se que toda energia de deformação é gerada pela componente de tensão agindo na mesma direção do carregamento. De acordo com Negru, *et al.*, (2005), a relação direta entre a energia de deformação por unidade de volume, e a tensão, é dada por:

$$W_c = \frac{\sigma^2}{2E} \quad \dots(32)$$

Para aplicar a Equação (32) deve-se atender ao critério de material linear, elástico e isotrópico, logo a lei bi linear, a aleatoriedade e a possibilidade de fratura foram retiradas do modelo PD. Assim, foi possível obter o campo de tensões a partir da raiz do concentrador.

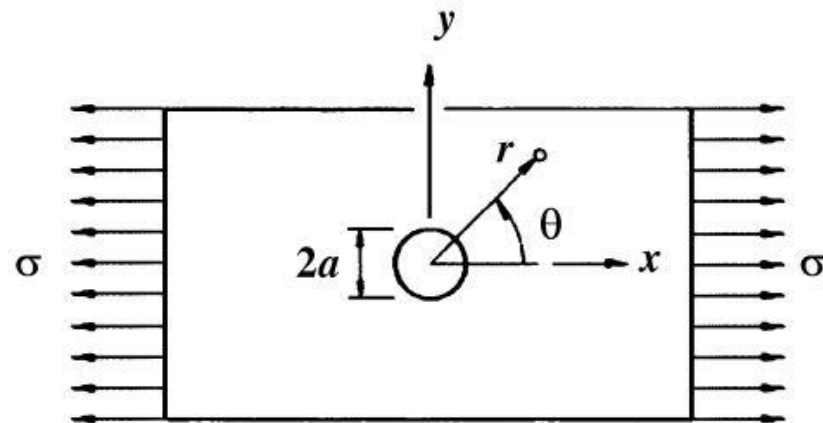
Como forma de validar os resultados obtidos da abordagem sugerida acima, foram cruzados os dados com os campos de tensão obtidos por método analítico e por meio de simulação em elementos finitos.

A Equação (33), apresenta o modelo analítico para obtenção do campo de tensões ao redor de um orifício, as respectivas dimensões e geometria constam na Figura 24. Considera-se nesse caso um material linear elástico e isotrópico.

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma}{2} \left[1 + \frac{a^2}{r^2} - \left(1 + 3\frac{a^4}{r^4} \right) \cos(2\theta) \right] \quad \dots(33)$$

Além da análise entre o campo de tensões obtida através da PD e o caso analítico, verificou-se a similaridade do campo de tensões obtido a partir da simulação de um modelo 2D em MEF utilizando o *software* ANSYS 11.0.

Figura 24 - Placa referência para análise analítica de concentrador de tensão circular.

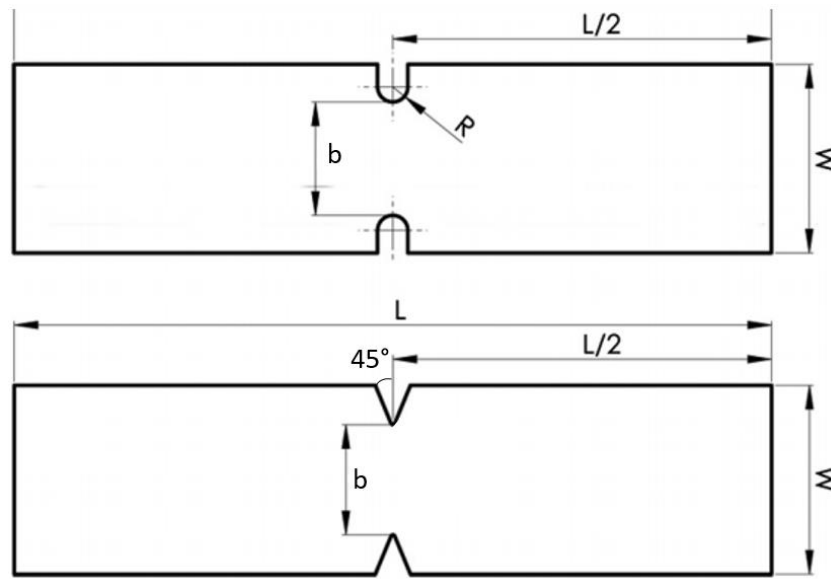


Fonte: (YOUNG, 2012)

3.4. Determinação dos parâmetros da TDC utilizando a PD

Os parâmetros da TDC serão obtidos, através do método do ponto, descrito na Seção 2.4. Os entalhes devem ser tão distintos quanto possível e neste trabalho, entalhes em U e V foram utilizados. A Figura 25 apresenta a geometria e respectivas dimensões dos entalhes.

Figura 25 - Geometria e dimensões dos entalhes U e V.



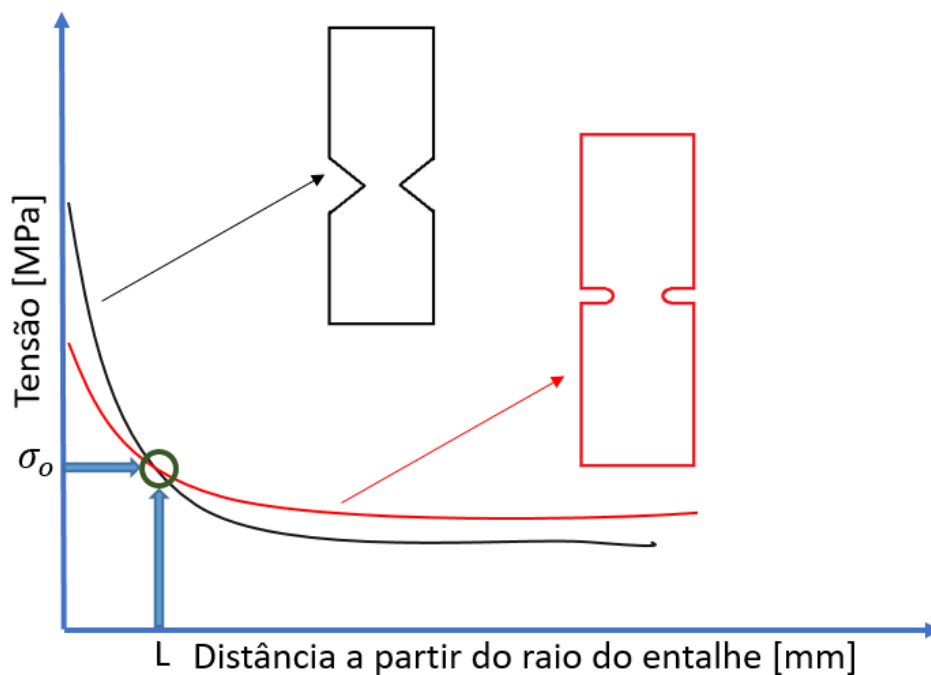
| Dimensões [mm] | | | |
|----------------|----|-----|---|
| b | W | L | R |
| 30 | 50 | 200 | 4 |

Fonte: Autora.

Após simular os 4 modelos para cada entalhe, foram calculadas a média das forças que levaram os corpos de prova à ruptura, bem como o desvio padrão relativo para cada caso. A partir dos valores de força média de ruptura para cada concentrador, foram retiradas as considerações de aleatoriedade e lei bi linear, e o campo de tensões, obtido da energia de deformação elástica Equação (32), foi traçado para o momento da ruptura. Para fazer isso, uma sub-rotina foi implementada que permitiu verificar a energia de deformação nos pontos materiais a partir da raiz do concentrador de tensão. A intersecção dos campos de tensões define os parâmetros L e σ_o da TDC, conforme ilustrado na Figura 26.

Com a utilização unicamente da PD, a fratura do material, a sensibilidade ao entalhe, o campo de tensões e agora os parâmetros da TDC são definidos.

Figura 26 - Método do ponto da TDC utilizando entalhes U e V.



Fonte: Autora.

4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1. Ensaios de Tração: Comparação Experimental x PD

A Tabela 1 apresenta as propriedades do material, os parâmetros da lei constitutiva bi linear e as considerações sobre o campo aleatório para cada material simulado. As propriedades mecânicas E , ν , ρ e G_f foram obtidas dos ensaios experimentais de Colpo (2016). O EPS 1F foi considerado um material com um coeficiente de variação de G_f maior ($CV_{G_f} = 100\%$), ou seja, foi considerado um material com maiores imperfeições, enquanto o 5F, de maior densidade, teve um valor bem inferior ($CV_{G_f} = 40\%$) durante a calibração, mostrando que trata-se de um material mais homogêneo. O comprimento de correlação l_{corr} , foi considerado metade do espaçamento entre pontos materiais, representando um material sem correlação entre suas propriedades mecânicas. Por fim, os parâmetros da lei foram obtidos a partir das abordagens propostas por Cabral, *et al.*, (2019). Ao todo foram simuladas 5 amostras para cada material, mesmo número de repetições do experimental de referência. A mudança no campo aleatório se deu pela variação da semente de geração, conforme consta em Friedrich *et al.*, (2019).

Tabela 1 - Propriedades mecânicas e do modelo PD EPS 1F e 5F.

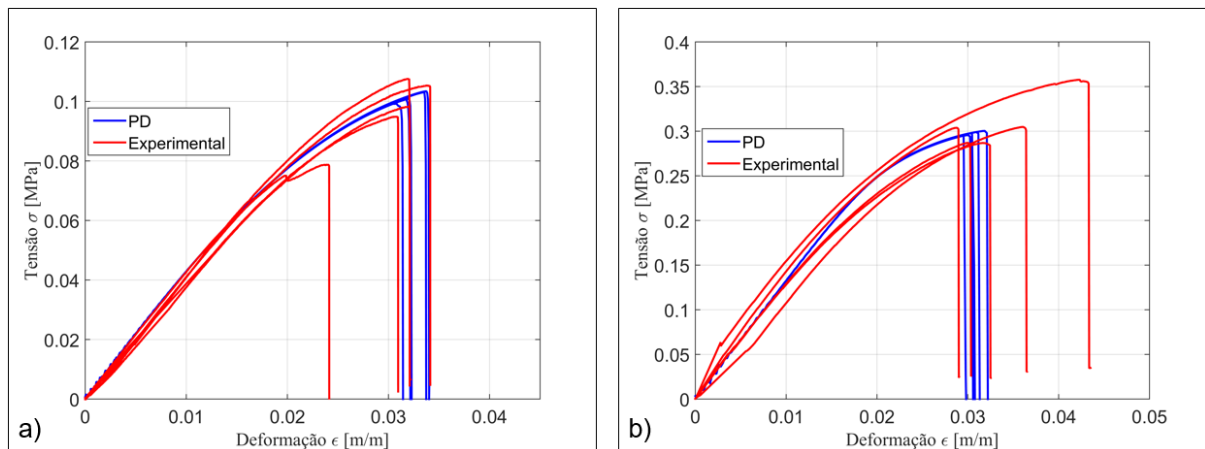
| | E [MPa] | ν | ρ [kg / m ³] | G_f [N / m] | CV_{G_f} [%] | l_{corr} [m] | dx [mm] | s_p | K_r | δ' [m] | δ_o [m] |
|----|--------------|-------|----------------------------------|------------------|-------------------|-------------------|--------------|-------|-------|------------------|-------------------|
| 1F | 4,88 | 0,25 | 11,9 | 133,4 | 100 | $dx/2$ | 0,5 | 0,022 | 50 | $3,015dx$ | 0,088 |
| 5F | 14,6 | 0,25 | 20,9 | 233,96 | 40 | $dx/2$ | 0,5 | 0,017 | 50 | $3,015dx$ | 0,065 |

Fonte: Autora.

A Figura 27 apresenta o comparativo entre as curvas experimentais (em vermelho) e os resultados obtidos por meio do modelo PD (em azul) para o EPS 1F e 5F. Nota-se uma aderência aceitável dos resultados da PD com as curvas dentro do intervalo experimental. É possível também observar o acúmulo de dano e perda da rigidez inicial das amostras e por fim uma ruptura abrupta, caracterizando o comportamento quase-frágil dos materiais.

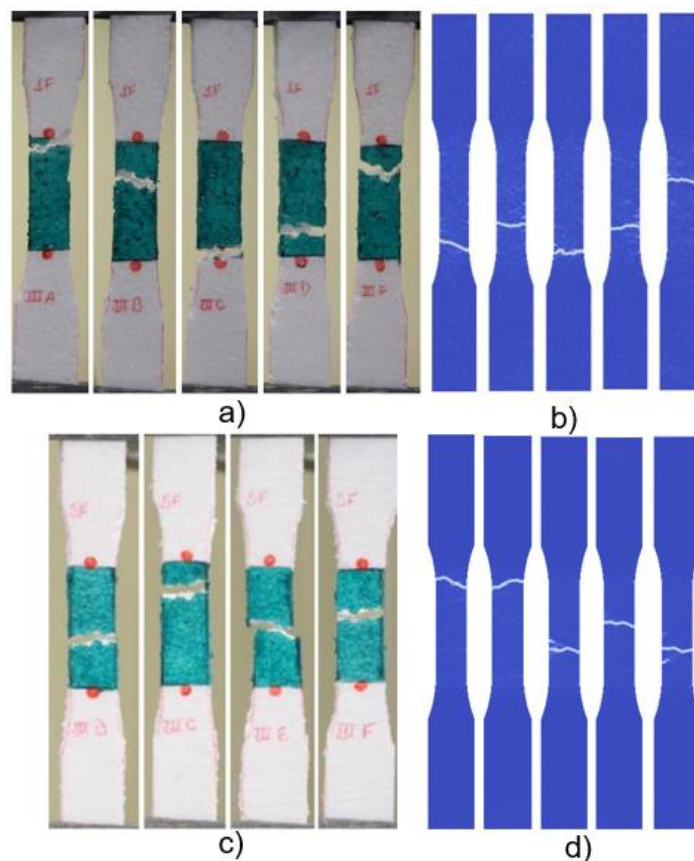
A Figura 28 apresenta o comparativo entre as fraturas dos ensaios experimentais do poliestireno expandido classe 1F e 5F e as obtidas pelos modelos em PD. É possível observar que a fratura em todos os corpos de prova, tanto experimentais quanto em simulação, iniciaram na região de menor área transversal resistiva.

Figura 27 - Comparação Tensão x deformação experimental e modelos em Peridinâmica (a) Classe 1F (b) Classe 5F.



Fonte: Autora.

Figura 28 - Comparativo experimental x PD da fratura dos corpos de prova de EPS (a-b) 1F (c-d) 5F.



Fonte: (a-c) (COLPO, 2016), (b-d) Autora.

Os padrões de fratura capturados pela PD são satisfatórios no sentido de que representam de forma fidedigna os ensaios experimentais. Também se verifica que o modelo capturou a presença de múltiplas trincas, comportamento característico dos materiais quase-frágeis. Esses

resultados confirmam a viabilidade da Peridinâmica ser utilizada na simulação da fratura de materiais quase-frágeis.

4.2. Análise da sensibilidade ao entalhe

A partir da calibração do material, as placas com os diferentes concentradores foram simuladas para os EPS classe 1F e 5F. A Tabela 2 apresenta a força média de ruptura obtida para cada concentrador, bem como o coeficiente de variação desses dados.

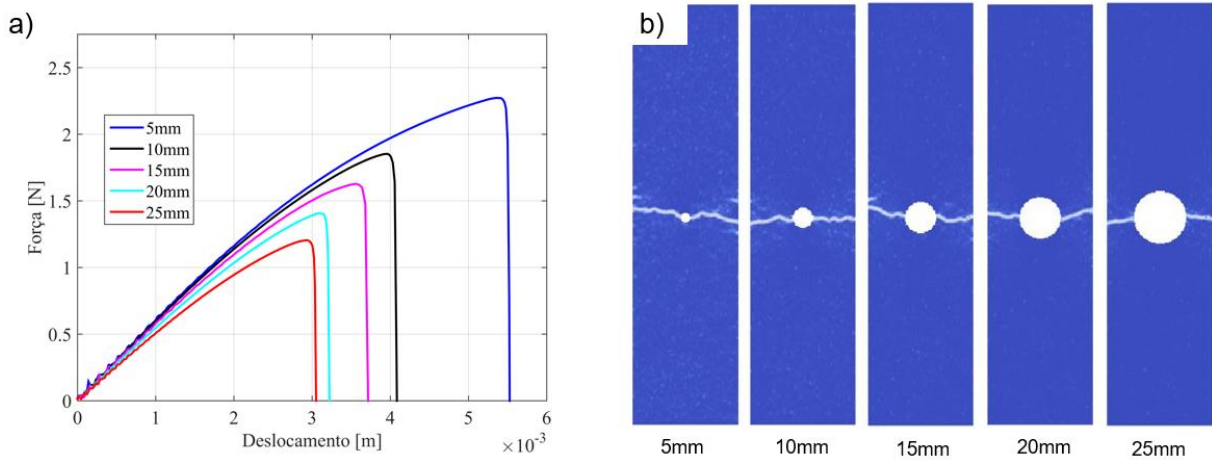
Tabela 2- Força Média de Ruptura e Coeficiente de Variação da força considerando os entalhes para o poliestireno expandido classes 1F e 5F.

| Diâmetro do furo [mm] | Classe | | | |
|-----------------------------|--------------------|-----------|--------------------|-----------|
| | 1F | | 5F | |
| | Força Média [N] | CV [%] | Força Média [N] | CV [%] |
| 05 | 2,25 | 1,60 | 6,28 | 0,79 |
| 10 | 1,89 | 3,65 | 5,39 | 1,72 |
| 15 | 1,63 | 1,84 | 4,67 | 1,04 |
| 20 | 1,39 | 2,41 | 3,88 | 1,08 |
| 25 | 1,17 | 1,45 | 3,25 | 0,77 |

Fonte: Autora.

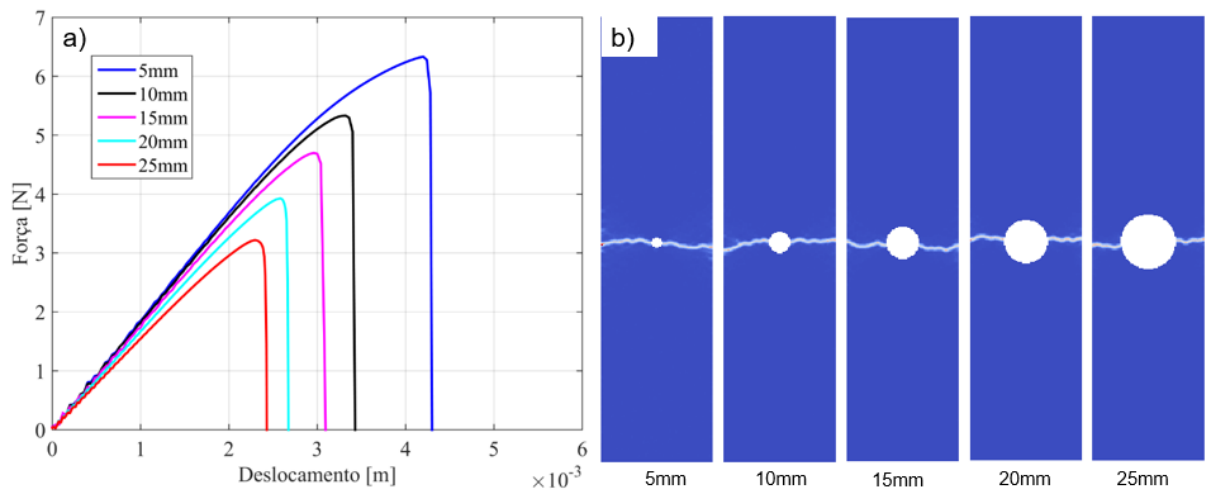
A Figura 29(a) apresenta o gráfico Força x Deslocamento do EPS classe 1F para os 5 tipos de concentradores. Um corpo de prova de cada diâmetro foi representado na Figura. A Figura 29(b) ilustra o momento da ruptura dos corpos de prova, na imagem também foi inserida uma amostra de cada diâmetro. A Figura 30(a) e (b) apresentam os mesmos resultados da Figura 29, porém, para o EPS 5F. Em ambos os resultados, constata-se que a ruptura ocorreu na região de concentração de tensão com menor área resistiva, conforme esperado. Além disso, a PD foi capaz de capturar a tortuosidade das trincas e a presença de múltiplas trincas.

Figura 29- (a) Força x Deslocamento de uma amostra de cada orifício para classe 1F. (b) Corpos de prova após rompimento modelo PD.



Fonte: Autora.

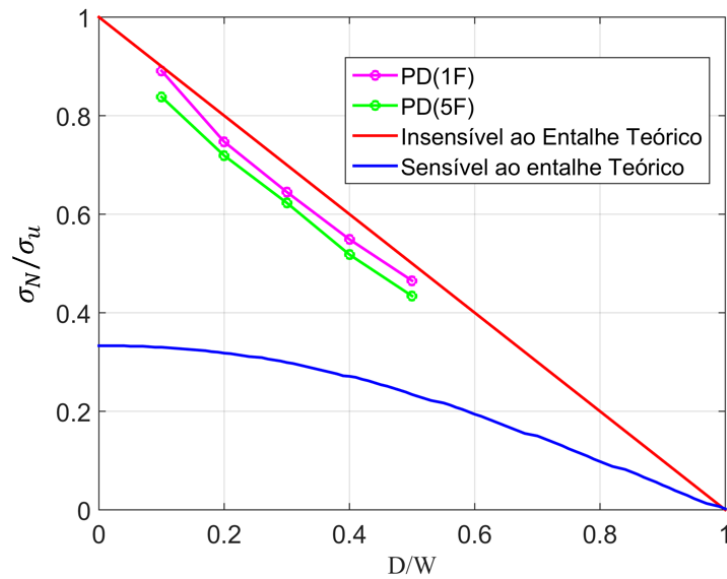
Figura 30- (a) Força x Deslocamento de uma amostra de cada orifício para classe 5F. (b) Corpos de prova após rompimento modelo PD.



Fonte: Autora.

Por meio da força de ruptura apresentada na Tabela 2 e a área líquida da seção transversal de cada concentrador, a sensibilidade ao entalhe de cada material foi analisada por meio do critério da máxima tensão. A Figura 31 mostra a razão entre a tensão líquida e a tensão de ruptura, obtidas a partir das simulações, *versus* a razão entre o diâmetro do concentrador e a largura do corpo de prova.

Figura 31 - Sensibilidade ao entalhe poliestireno expandido classes 1F e 5F.



Fonte: Autora.

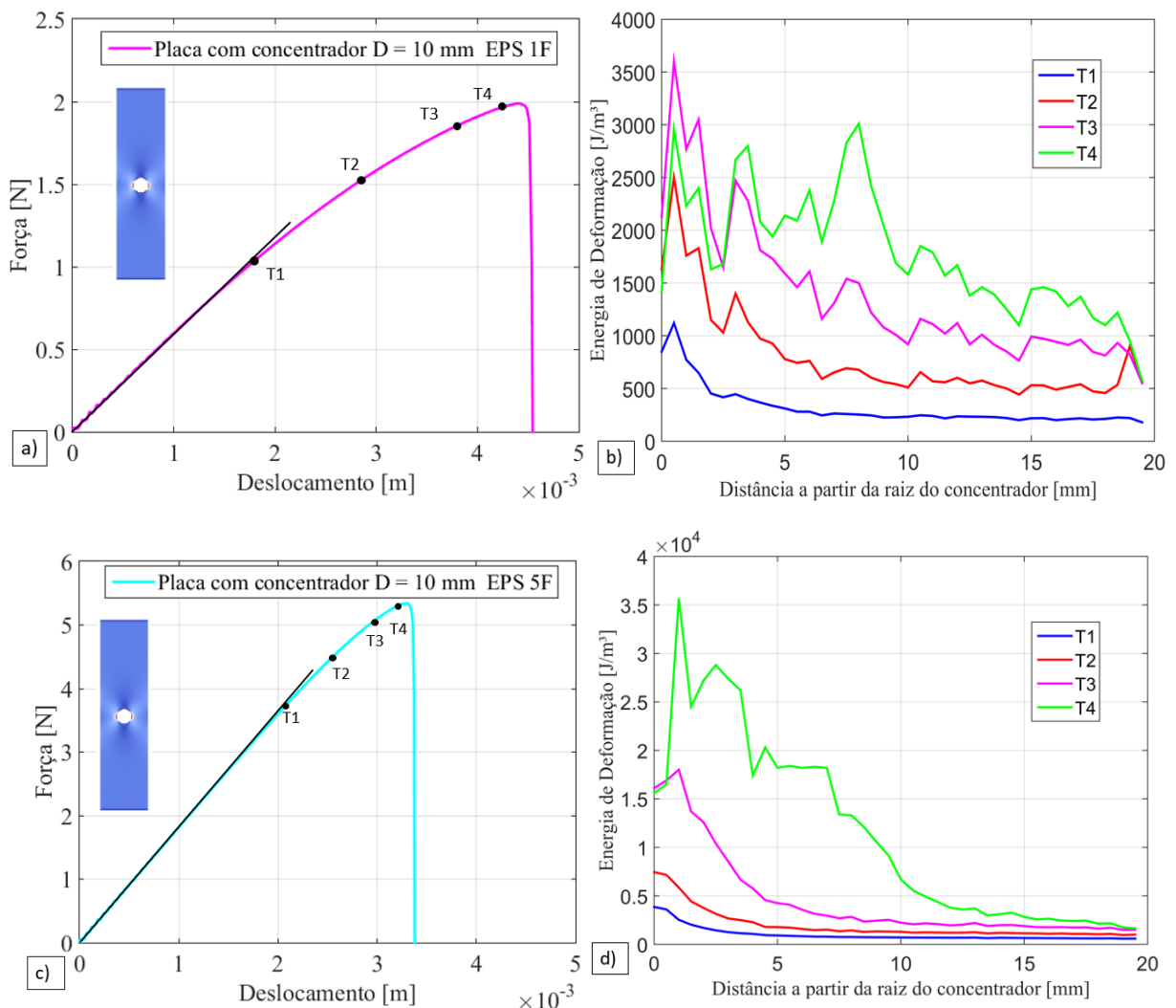
Observa-se a similaridade de comportamento das duas classes de poliestireno, ambas as curvas estão próximas e dentro da região dos materiais quase-frágeis, conforme esperado. Porém, observa-se que a curva do poliestireno expandido classe 5F está mais próxima da região de sensibilidade, ou seja, o material apresentou comportamento frágil superior, isso também é observado comparando as curvas Força x Deslocamento das Figuras 29 e 30, pois, o material classe 5F teve deslocamento inferior se comparado ao 1F, além de força de ruptura superior.

Destaca-se que dentro da região quase-frágil, o comportamento das curvas teve mais proximidade à região de insensibilidade ao entalhe, típico dos materiais dúcteis. Esse comportamento pode ser explicado devido a presença de uma região de processo de fratura desenvolvida nos materiais quase-frágeis. Esta região é caracterizada por conter micro trincas e outros mecanismos que afastam a concentração de tensões para longe do concentrador, conforme pontua Mostafavi, *et al.* (2013).

Para verificar essa hipótese, a energia de deformação (diretamente relacionada à tensão) da placa com concentrador de 10 mm de diâmetro foi monitorada durante o processo de falha para ambas as classes de EPS. No gráfico da Figura 32(a) e (c) constam as curvas Força x Deslocamento para ambas as classes de EPS, juntamente com os tempos de análise a partir do ponto onde o material perdeu o comportamento linear. Na Figura 32(b) e (d) são ilustradas as curvas de energia de deformação x distância ao longo da raiz do concentrador tomando vários espaços de tempo, designados por T_i no gráfico Força x Deslocamento. No comportamento do EPS 1F é possível visualizar que na borda do concentrador houve uma diminuição da energia

de deformação no momento anterior à ruptura, ou seja, houve uma redistribuição das tensões, algo como a plastificação em materiais dúcteis, o que explica o comportamento desse material mais próximo à linha de insensibilidade. Já no EPS 5F, na borda do concentrador, pode ser visualizado que no momento anterior à ruptura não houve diminuição significativa da energia se comparado ao 1F. Isso se deve ao comportamento mais frágil desse material, como demonstrado nos resultados anteriores. Mesmo assim, o EPS 5F, apresenta uma redistribuição da energia, que embora pequena, não aproxima o material à região de sensibilidade.

Figura 32 - Força x Deslocamento e Energia de deformação x Distância a partir da raiz do concentrador para (a-c) EPS 1F e (b-d) EPS 5F.



Fonte: Autora.

4.3. Determinação do campo de tensões a partir da PD

Para determinar os parâmetros da TDC, é necessário conhecer o campo de tensões na raiz do concentrador. A PD por ser um modelo discreto, não trabalha com tensões diretamente e alternativas são buscadas para um cálculo aproximado destas. Nesse trabalho explorou-se a possibilidade de usar a relação entre tensão e energia de deformação como explicado na seção 3.3, já que essa energia já é calculada internamente pelo programa.

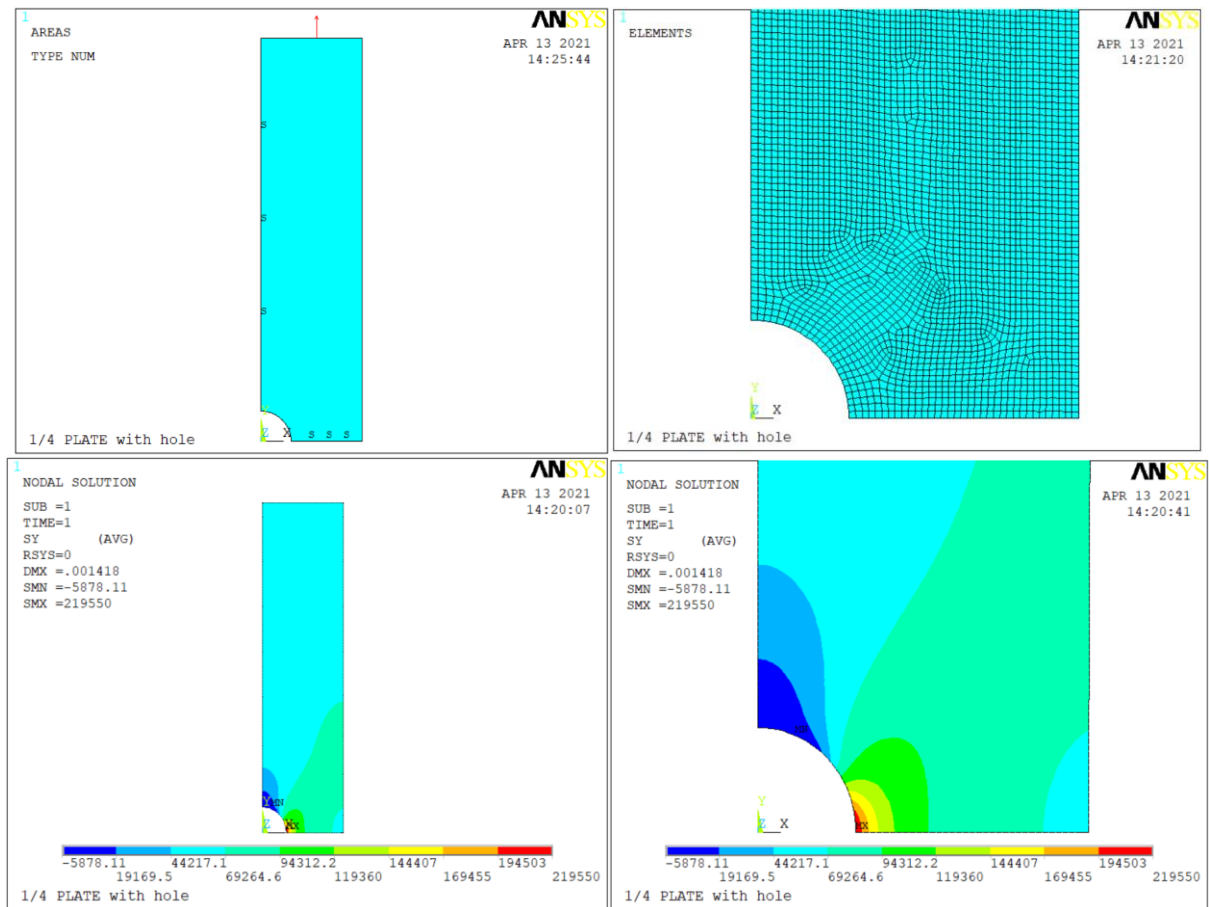
O campo de tensões utilizando a energia de deformação do modelo PD foi desenvolvido a partir da Equação (32). Para isso, um corpo de prova com diâmetro $D=15$ mm foi simulado considerando um material isotrópico, elástico e linear. Além disso, com o intuito de analisar a influência do horizonte peridinâmico no campo de tensões, três valores foram investigados, $2,015dx$, $3,015dx$ e $4,015dx$. O método analítico de referência foi desenvolvido a partir da Equação (33), tendo como parâmetros a tensão média de ruptura $\sigma=0,065$ MPa, diâmetro $D=15$ mm, portanto, $a=7,5$ mm, $\theta=90^\circ$ e r variando de 7,5 mm a 25 mm, abrangendo toda distância a partir do entalhe. A fim de obter uma segunda validação, uma análise simples em elementos finitos foi realizada, Figura 33.

A placa foi simulada em estado plano de deformações com apenas $\frac{1}{4}$ de sua geometria e com uma malha de mesma discretização usada no modelo PD, ou seja, com elementos quadrilaterais de 0,5 mm. O elemento escolhido foi o PLANE183, um elemento 2D com 8 nós. A placa possui 10881 elementos e 33134 nós. A geometria, malha, condições de contorno e os resultados das tensões na direção do carregamento (σ_y), são mostradas na Figura 31.

A Figura 34 mostra os resultados obtidos a partir do método analítico, MEF e utilizando a energia de deformação para obtenção do campo de tensões para os três horizontes computacionais analisados. O campo obtido pelo MEF mostrou-se coerente com o esperado, uma vez que o fator de concentração de tensões K_t na borda do entalhe, região em vermelho, é na ordem de 3 sendo esse o máximo valor permitido segundo equações analíticas para uma placa com furo central.

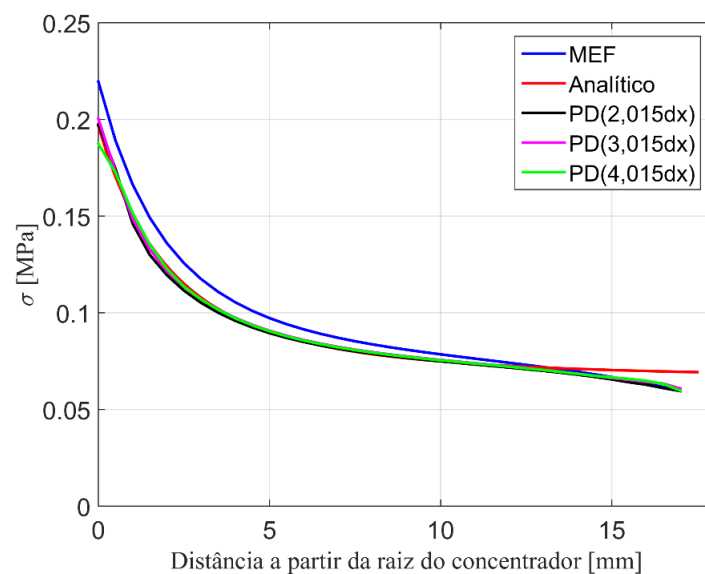
Por meio da Figura 34, verifica-se a possibilidade da obtenção do campo de tensões elásticas a partir da borda do concentrador utilizando a PD, uma vez que os resultados coincidem tanto com a verificação analítica quanto com o modelo em MEF. Também é possível afirmar que o horizonte peridinâmico para os valores analisados não influenciou significativamente os resultados, podendo utilizar o já indicado valor de $3,015dx$, conforme a literatura.

Figura 33- Análise do entalhe $D = 15\text{mm}$ utilizando MEF, simulando 1/4 do corpo de prova.



Fonte: Autora.

Figura 34 - Comparativo da obtenção do campo de tensões pelos diferentes métodos empregados.



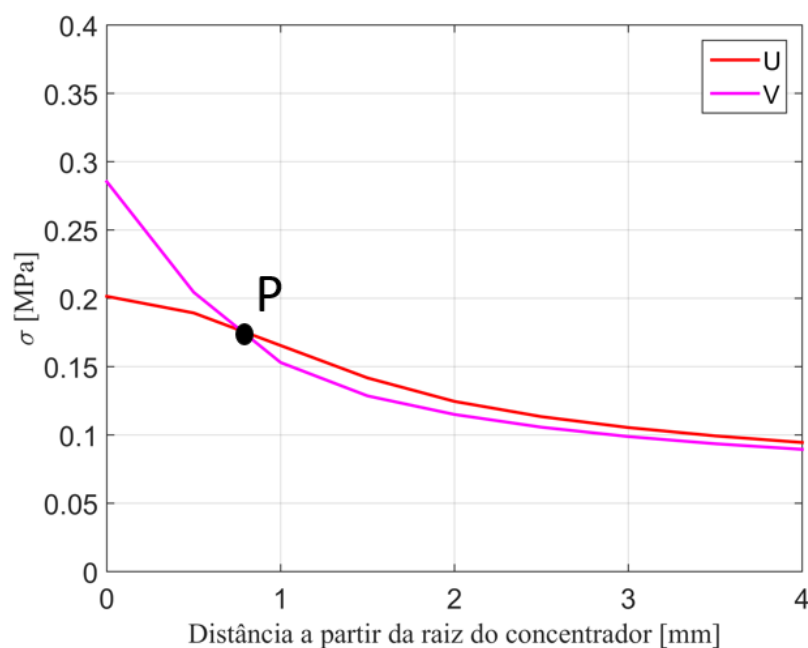
Fonte: Autora.

4.4. Obtenção dos parâmetros da TDC

Os parâmetros da TDC foram obtidos através do método do ponto, descrito na Seção 3.4. Para o poliestireno classe 1F, após realizadas as 4 simulações do entalhe V, obteve-se como resultado uma força média de ruptura $F = 1,52\text{N}$ com $CV = 2,51\%$. Para o entalhe em U obteve-se resultado da força média de ruptura $F = 1,50\text{N}$ e $CV = 3,7\%$. A partir da força média, de ruptura foi possível determinar o campo de tensões para os entalhes a partir da análise linear elástica dos mesmos. A Figura 35 ilustra as curvas de tensão elástica obtidas, a interseção denotada por P representa o ponto onde se obtém os parâmetros de $L/2$ e tensão inerente σ_o da TDC, onde determinou-se $L = 1,436\text{ mm}$ e $\sigma_o = 0,18\text{ MPa}$.

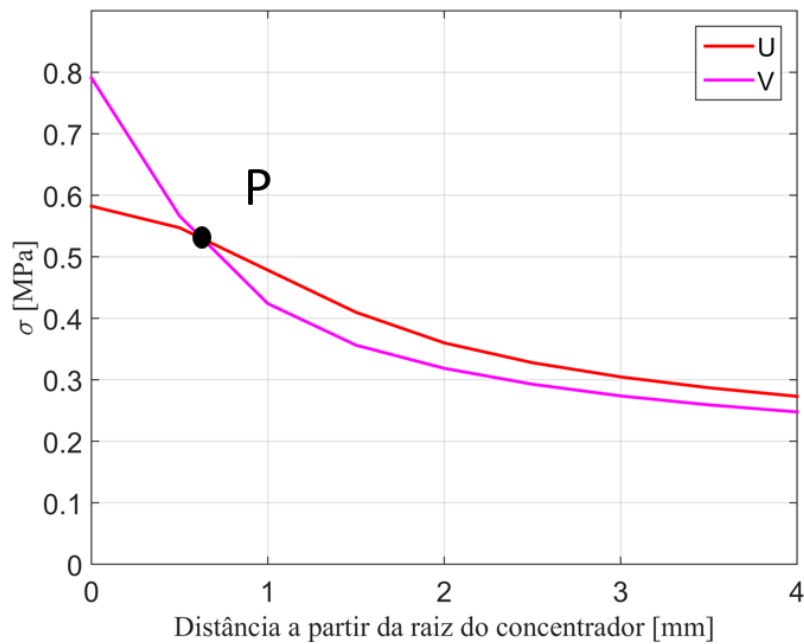
Para o poliestireno classe 5F, após realizadas as 4 simulações do entalhe V, obteve-se como resultado uma força média de ruptura $F = 4,23\text{ N}$ com $CV = 1,067\%$. Para o entalhe em U obteve-se resultado de força média de ruptura $F = 4,33\text{ N}$ e $CV = 3,26\%$. As curvas Tensão x distância a partir da raiz do entalhe foram obtidas conforme descrito para o poliestireno classe 1F e estão representadas na Figura 36. O ponto P representado, define os parâmetros da TDC com $L = 1,26\text{mm}$ e $\sigma_o = 0,527\text{MPa}$.

Figura 35-Curva Tensão Elástica x Distância a partir da raiz do concentrador para os entalhes U e V do poliestireno expandido classe 1F



Fonte: Autora.

Figura 36- Curva Tensão Elástica x Distância a partir da raiz do concentrador para os entalhes U e V do poliestireno expandido classe 5F.

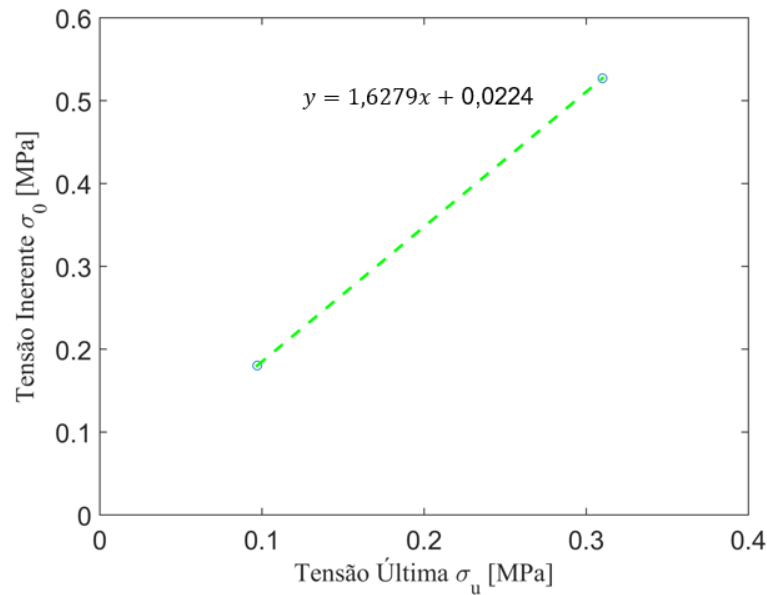


Fonte: Autora.

Os valores encontrados para os parâmetros da TDC não podem ser comparados diretamente com outros disponíveis em literatura, pois, até a presente data não há trabalhos disponíveis para tal. Uma verificação da coerência dos resultados pôde ser realizada a partir de Taylor, (2017) o autor realizou investigações acerca da relação entre L e tamanhos microestruturais d considerando diferentes tipos de materiais, conforme mostra a Figura 13. Sabendo que o poliestireno expandido se trata de uma espuma polimérica, segundo o gráfico espera-se que o valor de L esteja na ordem de 1 mm, consistente com o resultado obtido neste trabalho.

A partir do conhecimento da tensão inerente σ_o e a tensão última tomada a partir da média das tensões de calibração dos corpos de prova no modelo PD, foi possível traçar o gráfico que relaciona ambas as tensões, conforme apresentado na Figura 37. Uma relação direta foi obtida e para o EPS 1F onde obteve-se uma razão $\sigma_o / \sigma_u = 1,8$ e para o EPS 5F $\sigma_o / \sigma_u = 1,76$.

Figura 37- Relação tensão inerente σ_o x Tensão última σ_u .



Fonte: Autora.

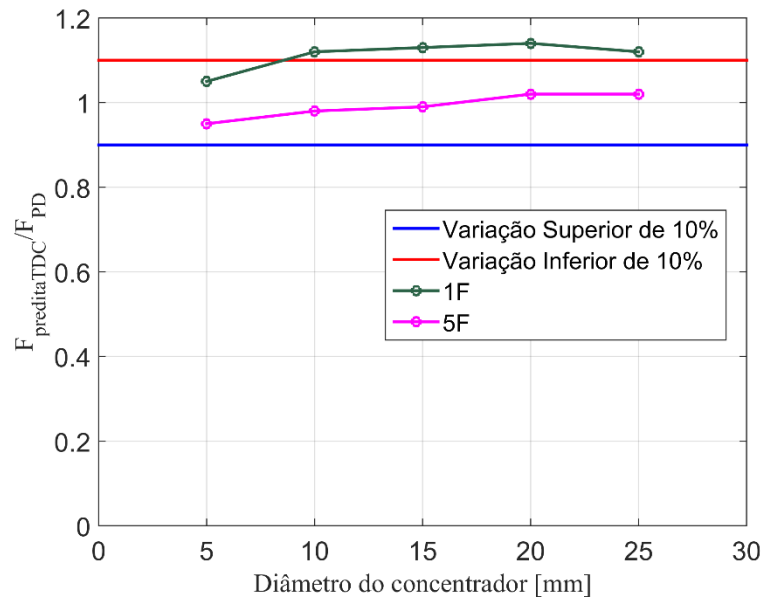
Segundo Taylor (2010), uma relação esperada para o aumento da tensão inerente com relação a tensão última está na ordem de 2 a 3 vezes. Em Negru, *et al.*, (2015), o autor estudou espumas de poliuretano de diferentes densidades, material com estrutura similar ao EPS, utilizando também a TDC, obtendo uma relação semelhante de aproximadamente 1,6. Assim conclui-se que os resultados encontrados são coerentes para o material analisado.

4.5. Avaliação inversa utilizando os parâmetros da TDC

A fim de obter uma confirmação dos parâmetros característicos obtidos por meio da TDC, foi realizada uma verificação percorrendo o caminho inverso. A partir dos parâmetros já conhecidos, L e σ_o , foi determinada a força de ruptura das placas com furo central para ambos os materiais. Através da Equação (12), utilizando o método do ponto descrito na Seção 2.4 e conhecendo a relação entre a tensão inerente e tensão de ruptura, determinou-se a força de ruptura para cada diâmetro de concentrador.

Na Figura 38 é mostrada a relação entre a força de ruptura predita pela TDC e a Força de ruptura média obtida com as simulações, idealmente espera-se que ambas sejam equivalentes com relação igual a 1. No entanto, não foi obtida diferença superior a 12% do valor esperado, o que confirma os valores da TDC obtidos com a metodologia empregada neste trabalho.

Figura 38- Razão Força Predita pela TDC e Força obtida pelo modelo PD x Diâmetro do concentrador.



Fonte: Autora.

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho, avaliou-se a aplicação da teoria Peridinâmica juntamente com a Teoria das Distâncias Críticas no estudo da predição de falhas em materiais. O material utilizado foi o poliestireno expandido classes 1F e 5F, caracterizado como um material quase-frágil. Através da lei bi linear foi possível representar o comportamento mecânico do material utilizado na calibração do modelo PD, verificado por meio das curvas Tensão x Deformação experimentais. A sensibilidade ao entalhe e a fratura dos materiais também foi avaliada. As seguintes conclusões podem ser mencionadas:

- Obteve-se correspondência satisfatória das curvas Tensão x Deformação obtidas no modelo PD com os dados experimentais. Os parâmetros da lei bi linear e aleatoriedade garantem uma flexibilização maior na modelagem desse tipo de material aproximando os resultados numéricos e experimentais.
- A análise de sensibilidade ao entalhe pelo método *MSC*, obtida com os modelos em PD mostrou-se correta pela posição de ambas as curvas dentro da região esperada para materiais quase-frágeis. A proximidade com a região dúctil foi explicada por meio da hipótese da presença de uma zona de dano na região de processo de fratura típica do material quase-frágil, essas zonas são responsáveis por concentrar a tensão em uma região afastada do entalhe.
- O campo de tensões elásticas por meio da energia de deformação foi verificado utilizando modelo simulado por MEF, além da verificação analítica. Obteve-se convergência dos resultados, validando o método proposto por este trabalho. Assim, para determinação dos parâmetros da TDC, apenas uma ferramenta é necessária, a Peridinâmica.
- A obtenção dos parâmetros característicos da TDC utilizando a PD foi avaliada, simulando corpos de prova com diferentes entalhes. Obteve-se para o poliestireno classe 1F parâmetros $L = 1,43 \text{ mm}$ e $\sigma_o = 0,18 \text{ MPa}$ e para o poliestireno classe 5F parâmetros $L = 1,26 \text{ mm}$ e $\sigma_o = 0,527 \text{ MPa}$.
- Por meio dos parâmetros da TDC obtidos neste trabalho, foi realizada uma verificação percorrendo o caminho inverso do método do ponto. Com as propriedades, obtiveram-se as forças de ruptura esperadas para cada diâmetro do concentrador. Não houve divergência superior a 10%, resultado considerado adequado pelos autores.
- Foram levantadas hipóteses da relação do comprimento característico L com o tamanho micro estrutural d . No EPS 1F essa relação pode estar presente no tamanho da face do grão, pois, conforme mostrado, a fratura nesse material ocorre de forma intergranular. No

EPS 5F, verificou-se que ocorre fratura intragranular, onde a relação L e d pode estar presente na distância entre poros do material ou em uma fração do grão percorrida durante a fratura. Devido a se tratar de uma análise realizada a partir de imagens, será necessária investigação posterior acerca dessas relações. Maiores discussões encontram-se no Apêndice A.

Os resultados deste trabalho mostram que a Peridinâmica é um método de simulação que captura o comportamento dos materiais quase-frágeis e que é possível utilizá-la como um meio de obter os parâmetros da TDC para análise de fratura. Por se tratar de um método relativamente novo, há inúmeras possibilidades a serem desenvolvidas.

6. SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Para trabalhos futuros têm-se como sugestões:

- Realizar ensaios experimentais com os concentradores de tensão utilizados neste trabalho para comparação com os resultados obtidos no modelo numérico.
- Analisar a obtenção dos parâmetros característicos da TDC utilizando material já disponível em literatura a fim de comparar os resultados obtidos.
- Realizar a análise de fratura de uma estrutura utilizando os parâmetros da TDC obtidos por meio da PD e verificar os resultados.
- Verificar por meio de análises experimentais, se as hipóteses levantadas para o significado da distância crítica L e o parâmetro micro estrutural d estão corretas.

REFERÊNCIAS

- ALDERLIESTEN, Renè. Blunt notch strength. In: ALDERLIESTEN, R. **Fatigue and Fracture of Fibre Metal Laminates**. [S.l.]: Springer, 2017. Cap. 5, p. 77–100.
- ANDERSON, T. **Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications**, 3 ed., CRC Press, 2005. 630 p.
- ASTM D638-14, **Standard Test Method for Tensile Properties of Plastics**, ASTM International, 2014.
- BOAVENTURA, A.; COLPO, A.; TIER, M. A. D.; KOSTESKI, L. **Análise granulométrica do material quase frágil poliestireno expandido**. 2014. Trabalho apresentado ao XXVI Congresso Regional de Iniciação Científica e Tecnológica em Engenharia (CRICTE), Alegrete, 2014.
- CABRAL, Nestor R. **Aplicación de la teoría Peridinámica a la Mecánica de Fractura**. 2016. Trabalho de conclusão de curso (Bacharelado em Engenharia Civil) - Universidad Nacional del Nordeste, Resistencia, 2016.
- CABRAL, N. R.; INVALIDI, M. A.; D'AMBRA, R. B.; ITURRIOZ, I. Na alternative bilinear peridynamic model to simulate the damage process in quase-brittle materials. **Engineering Fracture Mechanics**, [s. l.], v. 216, n. 106494, Julho, 2019. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S001379441930147X?via%3Dihub>. Acesso em: 10 ag., 2020.
- CALLISTER, William D. **Ciência e Engenharia de materiais: Uma introdução**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008. 705 p.
- CAPLESCU, C. et al. The fracture of polyurethane materials in the presence of stress concentrators. **Materiale Plastice**, Bucareste, v. 47, n. 3, p. 379–382, 2010. Disponível em: <https://revmaterialeplastice.ro/pdf/CAPLESCU%20pdf%203%2010.pdf>. Acesso em: 11 ag. 2020.
- CASTRO, J.; CICERO, S.; SAGASETA, C.; A criterion for brittle failure of rocks Using Theory of critical distances, **Rock Mechanics and Rock Engineering**. v. 49 p. 63-77. Mar. 2016. Disponível em: <https://link.springer.com/article/10.1007/s00603-015-0728-8>. Acesso em: 10 mar. 2021.
- CICERO, S.; MADRAZO, V.; CARRASCAL, I. Analysis of notch effect in PMMA using the theory of critical distances. **Engineering Fracture Mechanics**, [s. l.], v. 86, p. 56–72, Maio. 2012. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S001379441200077X?via%3Dihub>. Acesso em: 10 de Ag. 2020.
- CICERO, S.; TORABI, A.; MADRAZO, V.; AZIZI, P.; Prediction of fracture loads in PMMA u-notched specimens using the equivalent material concept and the theory of critical distances combined criterion. **Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures**, [s. l.], v. 41, n. 3, p.688–699, Mar. 2018. Disponível em: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/ffe.12728>. Acesso em: 12 Ag. 2020

COLPO, A. **Análise numérica e experimental da fratura em materiais quase-frágeis**. 2016. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Faculdade de Engenharia, Universidade Federal do Pampa, Alegrete, 2016.

FRIEDRICH, L.; BARCELLOS, M.; ITURRIOZ, I.; **Random field generation of the material properties in a peridynamic model**. 2019. Trabalho apresentado ao 25º Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, Uberlândia, 2019.

GONZALEZ-VELAZQUEZ, J. L. **Mechanical Behavior and Fracture of Engineering Materials**. Structural Integrity: Volume 12. Switzerland: Springer, 2020. 244 p.

HIBBELER, R.; **Resistência dos Materiais**. 7ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.

JAVILI, A.; MORASATA, R.; OTERKUS, E.; OTERKUS, S.; Peridynamics review. **Mathematics and Mechanics of Solids**, London, v. 24, n. 11, p. 3714–3739, Out. 2018.

KANNINEN, M. F.; POPELAR, C. H. **Advanced fracture mechanics**. [S.l.]: OxfordUniversity Press, 1985.

LIU, W. **Discretized bond-based peridynamics for solid mechanics**. [S.l.]: 193 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) - Michigan State University, 2012.

MACEK, R. W.; SILLING, S. A. Peridynamics via finite element analysis. **Finite Elements in Analysis and Design**, [s. l], v. 43, n. 15, p. 1169–1178, 2007.

MADENCI, E.; OTERKUS, E. **Peridynamic theory and its applications**. New York: Springer, 2014.

MAGGIO, L. G. D. **Analytical and numerical methods for assessing the fatigue life of threaded bores**. Torino, 2019. 134p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) - Faculdade de Engenharia, Politecnico di Torino.

MCGUINTY, B. **Fracture Mechanics**. [S.l.], 2014. Disponível em: <http://www.fracturemechanics.org/>. Acesso em: 2 jun. 2020.

MOSTAFAVI, M. *et al.* Three-dimensional crack observation, quantification and simulation in a quasi-brittle material. **Acta Materialia**, [s. l], v. 61, n. 16, p. 6276–6289. Set. 2013. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1359645413005132?via%3Dihub>. Acesso em: 15 ag. 2020.

MUNDO ISOPOR. **Entenda a importância da densidade do EPS**. 2016. Disponível em: <https://www.mundoisopor.com.br/curiosidades/mesmo-tamanho-e-pesos-diferentes-entenda-a-importancia-da-densidade-do-isopor>. Acesso em: 15 nov. 2020.

NEGRU, R. *et al.* Assessment of brittle fracture for PUR materials using local strain energy density and theory of critical distances. **Theoretical and Applied Fracture Mechanics**, [s.l], v. 79, p. 62–69, Out. 2015. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0167844215300744?via%3Dihub>. Acesso em: 20 Agt. 2020.

NIJS, A.; SELEZNEVA, M.; SWOLFS, Y.; HIRANO, N.; TAKETA, I.; KARAKI, T.; VERPOEST, I.; GORBATIKH, L.; Notch Sensitivity of hybrid carbon-fibre/self-reinforced polypropylene composites. **Composites Science and technology**, [s.l] V.200 n. 108422. Nov.

2020. Disponível em:
<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0266353820322120>. Acesso em: 10 dez. 2020.

PELEKIS, I.; SUSMEL, L. **The theory of critical distances to estimate static and dynamic strength of notched plain concrete**. Trabalho apresentado ao 21º European Conference on Fracture, ECF21. v. 2, p.2006–2013, Jun. 2016. Disponível em:
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S2452321616302633>. Acesso em: 20 ago. 2020.

SILLING, S. A. Reformulation of elasticity theory for discontinuities and long-range forces. **Journal of the Mechanics and Physics of Solids**, [s. l], v. 48, n. 1, p. 175–209, Jan. 2000. Disponível em:
<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0022509699000290?via%3Dihub>. Acesso em: 30 ago. 2020.

SILLING, S. A.; ASKARI, E. A mesh free method based on the peridynamic model of solid mechanics. **Computers & structures**, [s. l], v. 83, n. 17-18, p. 1526–1535, Jun. 2005. Disponível em:
<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0045794905000805?via%3Dihub>. Acesso em: 20 ago. 2020.

SILVA, B. L. da; FERREIRA, J.; ARAÚJO, J. A. Influence of notch geometry on the estimation of the stress intensity factor threshold by considering the theory of critical distances. **International Journal of Fatigue**, [s.l], v. 42, p. 258–270, Set. 2012. Disponível em:
<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0142112311003343>. Acesso em: 19 ago. 2020.

SILVA, F. G.; JÚNIOR, R.; NOBREGA, S.; DIAS, A.; Application of failure criteria in Aeronautical Sandwich Structure Composites with a central hole subjected to bending testing. **Materials Research** (Online Version), São Carlos, v. 23, n.2, Jun. 2020. Disponível em:
https://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1516-14392020000200216&tlng=en. Acesso em: dez. 2020.

SILVA, L. **Muito além do estudo de trincas**. [S.l.], 2018. Disponível em:
<https://www.linkedin.com/pulse/muito-alem-do-estudo-de-trincas-leonardo-silva/>. Acessado em: Jun. 2020.

TAYLOR, D. **The Theory of Critical Distances: A New Perspective in Fracture Mechanics**. Oxford: Elsevier Science, 2010.

TAYLOR, D. The theory of critical Distances: A link to micro mechanisms. **Theoretical and Applied Fracture Mechanics** [s.l], v.90, p. 228-233, Ago. 2017. Disponível em:
<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0167844217301829?via%3Dihub>. Acesso em: 20 mar. 2021.

TEIXEIRA, Giovanni de M. **Theory of Critical Distances**. 21 slides. Disponível em:
https://www.researchgate.net/publication/323309203_Theory_of_Critical_Distances. Acesso em 10 abr. 2021.

YOUNG, W. C.; BUDYNAS, R. G.; SADEGH, A. M. **Roark's formulas for stress and strain**. 8.ed. [S.l.]: McGraw-Hill Education, 2012.

ZEHNDER, A. T. **Fracture Mechanics**. New York: Springer, 2012.

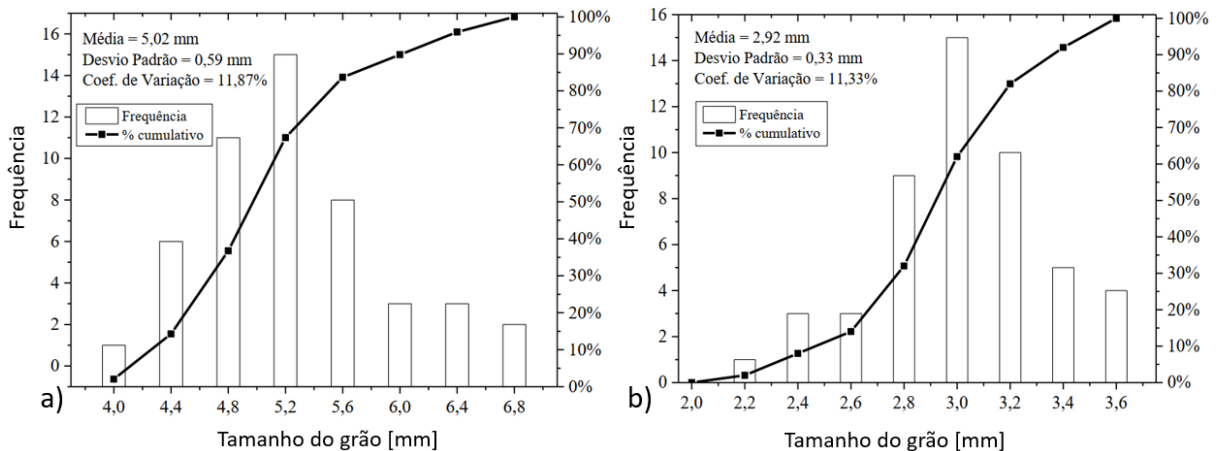
ZHOU, W.; LIU, D.; LIU, N. Analyzing dynamic fracture process in fiber-reinforced composite materials with a peridynamic model. **Engineering Fracture Mechanics**, [s.l], v. 178, p.60–76, Jun. 2017. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0013794417301182>. Acesso em: 27 ago. 2020.

APÊNDICE A – Hipóteses de relação entre L e parâmetro microestrutural d

Na busca por um significado físico do valor de L encontrado, uma análise inicial de possíveis mecanismos de falha do material foi realizada a partir da observação das superfícies de falha de amostras experimentais disponíveis.

Um estudo inicial de Colpo, (2016) apresentou o tamanho médio dos grãos de cada EPS, mostrado na Figura 39(a) EPS 1F e Figura 39(b) EPS 5F. Sendo o EPS 1F de menor densidade com um grão médio maior, e o EPS 5F, de maior densidade, com um tamanho do grão relativamente menor. Comparando diretamente com os valores de L encontrados, não se pode inferir diretamente alguma relação utilizando essa abordagem. Uma justificativa para isso é a forma do grão, que não é perfeitamente esférico e sim facetado. O trabalho de Boaventura, *et al.*, (2015) mostra que os EPS's 1F e 5F têm respectivamente, 14 e 10 faces em média. Logo, L não estaria associado a uma fratura intragranular completa (corte através do grão), e sim a um mecanismo que percorreria uma distância menor.

Figura 39- Análise estatística do tamanho do grão (a) EPS 1F (b) EPS 5F.



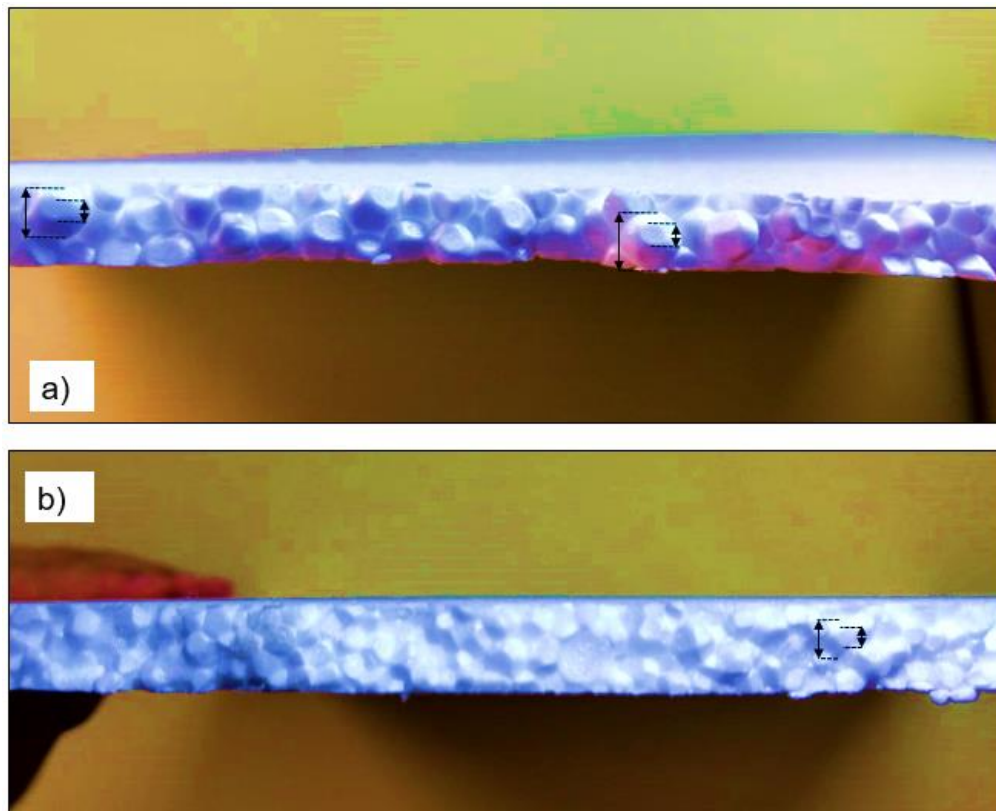
Fonte: Colpo, (2016).

A Figura 40(a) e a Figura 28(a), ou seja, para o EPS 1F, mostra-se que a fratura não atravessa o tamanho do grão (fratura intragranular) e sim percorre o contorno do mesmo, ou seja, a interface entre os poros multifacetados seriam a barreira à propagação da trinca. Na Figura 40(a) constam medições onde é possível visualizar a diferença relativa entre o tamanho do grão e o tamanho das faces. A partir de uma análise preliminar o tamanho da face pode variar entre 1,3 mm e 1,5 mm, valores próximos aos encontrados de L para os EPS analisados.

A Figura 40(b) e a Figura 28(c) apresentam a superfície de fratura do EPS 5F, de comportamento mais frágil que o 1F, conforme mencionado na Seção 4.2. A fratura dos corpos de prova experimentais mostra que o material apresentou um padrão de fratura contínuo, indicando falha mais abrupta. De acordo com as imagens disponíveis, a fratura pode ser considerada intragranular. Uma segunda hipótese pode ser a relação de L e a distância entre os poros do material ou a uma fração de tamanho do diâmetro do grão percorrida durante a fratura intragranular, para o caso dos grãos não inteiros presentes na borda das placas, ver Figura 40(b).

No entanto, é válido lembrar que as hipóteses levantadas aqui, foram baseadas apenas em imagens sem uma maior precisão nas medidas indicadas e uma maior investigação é necessária para confirmar as sugestões apresentadas.

Figura 40- Superfície de fratura em placas de poliestireno expandido (a) EPS 1F (b) EPS 5F.



Fonte: Autores.