

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA**

**ANGÉLICA BORDIN COLPO**

**ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DA FRATURA EM MATERIAIS  
QUASE FRÁGEIS**

**Alegrete  
2016**

**ANGÉLICA BORDIN COLPO**

**ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DA FRATURA EM MATERIAIS  
QUASE FRÁGEIS**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-graduação *Stricto sensu* em Engenharia da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia.

Orientador: Luis Eduardo Kostaschi

**Alegrete  
2016**

Colpo B., Angélica

Análise Numérica e Experimental da Fratura em Materiais Quase Frágeis / Angélica Bordin Colpo. 09/05/2016.

122 f.: 30 cm

Dissertação (mestrado) Universidade Federal do Pampa, 09/05/2016.  
Orientação: Luis Eduardo Kostas

1. Efeito de escala. 2. Materiais quase frágeis.
3. Método dos elementos discreto formado por barras.

**ANGÉLICA BORDIN COLPO**

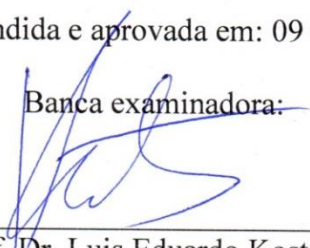
**ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DA FRATURA EM MATERIAIS  
QUASE FRÁGEIS**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-graduação Stricto sensu em Engenharia da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia.

Área de concentração: Tecnologia de Materiais

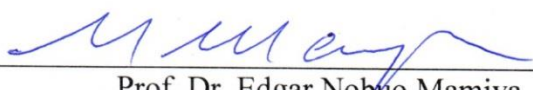
Dissertação defendida e aprovada em: 09 de maio de 2016

Banca examinadora:



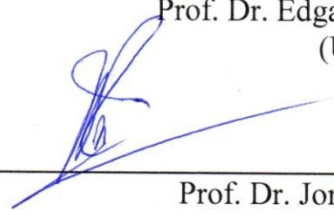
---

Prof. Dr. Luis Eduardo Kostascki  
Orientador  
(UNIPAMPA)



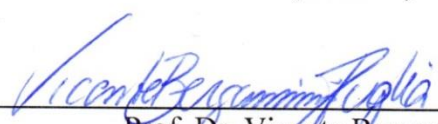
---

Prof. Dr. Edgar Nobuo Mamiya  
(UNB)



---

Prof. Dr. Jorge Daniel Riera  
(UFRGS)



---

Prof. Dr. Vicente Bergamini Puglia  
(UNIPAMPA)

“Se enxerguei mais longe, foi por me erguer sobre os ombros de gigantes.”

Isaac Newton

Dedico este trabalho aos gigantes que com muito amor e dedicação, nunca negaram seus ombros para me erguer: meu pai Sérgio e minha mãe Maria Gorete.

## AGRADECIMENTO

Primeiramente devo agradecer a Deus e a Virgem Maria por terem me concedido saúde e persistência, sempre iluminando meu caminho.

Ao professor Luis Eduardo Kostaski por ter me acolhido como orientador, transmitindo seus conhecimentos. Por sua dedicação, paciência e incentivo ao longo da elaboração deste trabalho.

Aos meus pais pelas palavras de incentivo e conforto, conselhos em horas de incerteza e de tristeza. Pela disposição em me ajudar a conquistar os meus objetivos.

À minha irmã Gracieli, pelo amor, carinho e dedicação.

Ao meu namorado Leandro pelo incentivo, companheirismo e amizade.

A Alana e Carla pelo auxílio durante a realização de alguns ensaios e simulações.

Aos meus amigos pela compreensão durante os momentos de ausência ao longo desse período e pelo incentivo para continuar nessa caminhada.

A FAPERGS pela bolsa de estudos, tornando possível minha dedicação exclusiva a esta pesquisa.

Aos professores, coordenação e aos funcionários do PPEng pelos ensinamentos e apoio durante esta etapa.

## RESUMO

Neste trabalho, são realizados estudos experimentais e simulações de ensaios de tração simples para analisar a fratura em materiais quase frágeis. São utilizados três tipos de poliestireno expandido para a confecção de seis modelos de corpos de prova com variações dimensionais. Para evitar a repetitividade, são apresentados e discutidos os resultados experimentais e numéricos obtidos para um tipo de poliestireno expandido, os demais são apresentados nos apêndices do trabalho. São analisadas as propriedades mecânicas dos materiais estudados, sendo esses dados posteriormente utilizados nas simulações realizadas através do método dos elementos discretos formado por barras (LDEM). Este método também é utilizado no ambiente do *Abaqus* para a realização de simulações nas quais uma parte do corpo de prova é modelada em elementos discretos e o restante em elementos finitos. Os ensaios experimentais de tração mostraram que os materiais sofrem um efeito de escala, sendo que os maiores corpos de prova apresentaram uma menor deformação de ruptura. O LDEM utilizado para simular esses ensaios mostrou-se uma boa ferramenta para analisar a fratura e o efeito de escala em materiais quase frágeis, além disso, sua utilização no ambiente do *Abaqus* mostrou que os corpos de prova não deformam somente na região central. As simulações no LDEM e no LDEM-*Abaqus* mostraram que é possível simular somente a região central dos corpos de prova desde que não sejam levados em conta os valores da energia elástica. Além disso, através de uma subrotina implementada no LDEM foi possível a criação de um mapa de dano da estrutura, possibilitando observar a localização do dano.

Palavras-chave: Método dos elementos discretos. Materiais quase frágeis. Efeito de escala.

## ABSTRACT

In the present work the experimental study and the simulation of simple tensile tests are carried out to analyze the fracture in quasi fragile materials. Three types of expanded polystyrene for to make six models of specimens with dimensional variations are used. However, to avoid repetitiveness, it shown and discussed the experimental and numerical results obtained for one type of expanded polystyrene and the results for the other are shown in the work appendices. It also analyzes the mechanical properties of the materials studied and the data is subsequently used in the simulations performed by the Lattice Discrete Element Method. In addition, this method is used in *Abaqus* environment for performing simulations in which part of the specimen is patterned into discrete elements and the remainder in finite elements. The tensile tests showed that the materials suffer a size effect, and the bigger specimens had a show low rupture strain. The LDEM used to simulate the tests proved to be a good tool to analyze the fracture and size effect on quasi-fragile materials, moreover, their use in *Abaqus* environment showed that the samples do not strain only in the central region. Simulations in LDEM and LDEM-Abaqus showed that it is possible to simulate only the central region of the specimens provided that are not taken into account the values of elastic energy. Furthermore, by a subroutine implemented in LDEM it was possible to create a structure damage map, allowing observation of the location of the damage.

Keywords : Lattice discrete element method. Quasi-fragile materials. Size effect.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Placa infinita com carregamento remoto .....	25
Figura 2 - Curva tensão-deformação em uma estrutura genérica.....	31
Figura 3 – Poliestireno expandido utilizado nos ensaios experimentais .....	33
Figura 4 – Grãos do poliestireno expandido 1F .....	34
Figura 5 – Ocorrência do tamanho de grãos: poliestireno expandido 1F.....	34
Figura 6 – Placas do poliestireno expandido 1F com os tamanhos P, M e G (da esquerda para a direita).....	35
Figura 7 – Gráfico tensão <i>versus</i> deformação: cálculo do módulo de elasticidade.....	36
Figura 8 - Variação do módulo de elasticidade para os diferentes tamanhos de corpos de prova do poliestireno expandido 1F .....	36
Figura 9 – Forma de determinação do número de pixel entre dois pontos.....	37
Figura 10 – Determinação pixel .....	38
Figura 11 – Medição do número de pixel através do Matlab.....	39
Figura 12 – Resultados obtidos para o módulo de elasticidade do poliestireno expandido 1F nas três formas de determinação.....	40
Figura 13 – Ensaio experimental para definição da $G_f$ : (a) Máquina de ensaios universais Shimadzu AGS - X 5 kN; (b) Dimensões do corpo de prova utilizado; (c) Propagação instável da trinca; (d) Fator de intensidade de tensão para placa tracionada contendo uma fissura lateral .....	41
Figura 14 - ASTM D 638 – 10: <i>Standard Test Method for Tensile Properties of Plastics</i> .....	43
Figura 15 – Configuração do ensaio de tração .....	43
Figura 16 – Corpos de prova utilizados nos ensaios de tração.....	44
Figura 17 - Discretização do LDEM: (a) Módulo cúbico básico, (b) Geração de um corpo prismático .....	46
Figura 18 - Lei constitutiva não linear.....	49
Figura 19 – (a) Regime de incorporação da aleatoriedade na lei constitutiva pelo LDEM; (b) Incorporação de aleatoriedade na malha do LDEM, plano (x, y).....	55
Figura 20 - Cubo modelado com o LDEM com as seções definidas no <i>Abaqus</i> .....	56
Figura 21 – Cubo modelado no LDEM com massas discretizadas. ....	58

Figura 22 - Modelo de tensão na falha versus deslocamento vinculado à energia de fratura utilizado no Abaqus/Explicit .....	59
Figura 23 – Função de densidade de probabilidade .....	60
Figura 24 – Opção 1: Modelo no LDEM .....	62
Figura 25 - Opção 2: Modelo no <i>Abaqus</i> e LDEM .....	62
Figura 26 – Curvas tensão <i>versus</i> deformação para os CP de poliestireno expandido 1F .....	64
Figura 27 – Variação da tensão e deformação de ruptura para os diferentes tamanhos de corpos de prova do poliestireno expandido 1F.....	65
Figura 28 - Curvas tensão versus deformação poliestireno expandido 1F, resultados experimentais e numéricos. ....	67
Figura 29 – Resultados em termos de energias: (a), (b) e (c) balanço energético para os corpos de prova I, III e VI do poliestireno expandido 1F. (d) e (e) todas as simulações em termos de energia elástica e de energia dissipada pelo dano.....	68
Figura 30 – Energia dissipada média .....	70
Figura 31 – Densidade de energia dissipada para cada tamanho de corpo de prova simulado do poliestireno expandido 1F. ....	72
Figura 32 – Lei constitutiva não linear .....	74
Figura 33 – Mapa de dano: CP I_1F .....	75
Figura 34 - Mapa de dano: CP III_1F .....	75
Figura 35 - Mapa de dano: CP VI_1F .....	76
Figura 36 – Fraturas dos CPs I-1F provenientes dos ensaios experimentais e das simulações numéricas.....	78
Figura 37 - Fraturas dos CPs III-1F provenientes dos ensaios experimentais e das simulações numéricas.....	79
Figura 38 - Fraturas dos CPs VI-1F provenientes dos ensaios experimentais e das simulações numéricas.....	80
Figura 39 – Modelagem da região central dos corpos de prova.....	81
Figura 40 – Curvas tensão versus deformação poliestireno expandido 1F, comparação com a simulação da região central dos corpos de prova .....	82
Figura 41 - Resultados em termos de energias para as simulações no LDEM-Abq das regiões centrais dos corpos de prova CPI, CPIII e CPVI do poliestireno expandido 1F.....	84
Figura 42 - Fraturas dos CPs I-1F provenientes das simulações numéricas da região central do corpo de prova. ....	85

Figura 43 - Fraturas dos CPs III-1F provenientes das simulações numéricas da região central do corpo de prova .....	85
Figura 44 - Fraturas dos CPs VI-1F provenientes das simulações numéricas da região central do corpo de prova .....	86
Figura 45 - Modelos dos corpos de prova no LDEM-Abq.....	87
Figura 46 - Curvas tensão <i>versus</i> deformação poliestireno expandido 1F, comparação com a simulação no LDEM-Abq deformação levando em conta o deslocamento total do corpo de prova.....	88
Figura 47 – Configuração final do CPI – 1F no LDEM-Abq.....	89
Figura 48 - Configuração final do CPIII – 1F no LDEM-Abq.....	89
Figura 49 - Configuração final do CPVI – 1F no LDEM-Abq .....	89
Figura 50 – Resultados em termos de energias para as simulações no LDEM-Abq das regiões centrais dos corpos de prova CPI, CPIII e CPVI do poliestireno expandido 1F.....	90
Figura 51 – Formas de obtenção das curvas tensão <i>versus</i> deformação através do LDEM e LDEM-Abq.....	92
Figura 52 – Comparação entre as curvas tensão <i>versus</i> deformação do poliestireno expandido 1F, análise da possibilidade de redução do tempo e dos graus de liberdade do problema estudado.....	92
Figura 53 – Resultados em termos de energias para as simulações no LDEM-Abq das regiões centrais dos corpos de prova CPI, CPIII e CPVI do poliestireno expandido 1F.....	93
Figura 54 – Placa metálica utilizada para fixação dos corpos de prova.....	94
Figura 55 – Tipos de poliestireno expandidos utilizados nos ensaios experimentais .....	95
Figura 56 - Curvas tensão <i>versus</i> deformação poliestireno expandido 5F, resultados experimentais e numéricos .....	96
Figura 57 - Curvas tensão <i>versus</i> deformação poliestireno expandido 7F, resultados experimentais e numéricos .....	97
Figura 58 - Densidade de energia dissipada para cada tamanho de corpo de prova simulado: (a) poliestireno 5F e (b) poliestireno 7F. ....	98
Figura A. 1 - Grãos dos poliestirenos expandidos 5F e 7F.....	107
Figura A. 2 - Ocorrência do tamanho de grãos: poliestireno expandido 5F.....	107
Figura A. 3 - Ocorrência do tamanho de grãos: poliestireno expandido 7F.....	108
Figura A. 4 - Granulometria dos poliestirenos expandidos 5F e 7F.....	108

Figura A. 5 - Placas de poliestireno expandido: tipo 1F, 5F e 7F com os tamanhos P, M e G (da esquerda para a direita).....	109
Figura A. 6 - Variação do módulo de elasticidade para os diferentes tamanhos de corpos de prova do poliestireno expandido 5F .....	110
Figura A. 7 - Variação do módulo de elasticidade para os diferentes tamanhos de corpos de prova do poliestireno expandido 7F .....	110
Figura A. 8 - Comparação entre os valores obtidos para o módulo de elasticidade do poliestireno expandido 5F segundo os ensaios experimentais e as simulações no <i>Abaqus</i> ...	111
Figura A. 9 - Comparação entre os valores obtidos para o módulo de elasticidade do poliestireno expandido 7F segundo os ensaios experimentais e as simulações no <i>Abaqus</i> ...	111
Figura B. 1 - Curvas tensão <i>versus</i> deformação para os CP de poliestireno expandido 5F....	113
Figura B. 2 - Curvas tensão <i>versus</i> deformação para os CP de poliestireno expandido 7F. ..	114
Figura B. 3 - Variação da tensão e deformação de ruptura para os diferentes tamanhos de corpos de prova do poliestireno expandido 5F.....	115
Figura B. 4 - Variação da tensão e deformação de ruptura para os diferentes tamanhos de corpos de prova do poliestireno expandido 7F.....	115
Figura B. 5 - Resultados em termos de energias: (a), (b) e (c) balanço energético para os corpos de prova I, III e VI do poliestireno expandido 5F. (d) e (e) todas as simulações em termos de energia elástica e de energia dissipada pelo dano.....	116
Figura B. 6 - Resultados em termos de energias: (a), (b) e (c) balanço energético para os corpos de prova I, III e VI do poliestireno expandido 7F. (d) e (e) todas as simulações em termos de energia elástica e de energia dissipada pelo dano.....	117
Figura B. 7 - Fraturas dos CPs I-5F provenientes dos ensaios experimentais e das simulações numéricas.....	118
Figura B. 8 - Fraturas dos CPs III-5F provenientes dos ensaios experimentais e das simulações numéricas.....	119
Figura B. 9 - Fraturas dos CPs VI-5F provenientes dos ensaios experimentais e das simulações numéricas .....	120
Figura B. 10 - Fraturas dos CPs I-7F provenientes dos ensaios experimentais e das simulações numéricas.....	121
Figura B. 11 - Fraturas dos CPs III-7F provenientes dos ensaios experimentais e das simulações numéricas .....	122

Figura B. 12 - Fraturas dos CPs VI-7F provenientes dos ensaios experimentais e das simulações numéricas .....	123
---	-----

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Densidades dos três tipos de poliestireno expandido .....	35
Tabela 2 – Energia de fratura do poliestireno expandido 1F.....	42
Tabela 3 – Dimensões dos corpos de prova .....	44
Tabela 4 – Discretização utilizada nas simulações numéricas .....	62
Tabela 5 – Resumo dos resultados: ensaios experimentais .....	63
Tabela 6 – Dados das simulações .....	66
Tabela 7 – Resumo dos resultados: simulações numéricas .....	66
Tabela 8 – Energia média máxima .....	69
Tabela 9 – Densidade de energia média máxima .....	70
Tabela 10 – Comparação entre os graus de liberdade das simulações .....	82
Tabela 11 – Redução dos graus de liberdade no LDEM-Abq.....	87
Tabela 12 – Propriedades dos poliestirenos expandidos 5F e 7F .....	95
Tabela A. 1 - Densidade dos poliestirenos expandidos 5F e 7F.....	109
Tabela A. 2 - Energia de fratura dos poliestirenos expandidos 5F e 7F.....	112

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

COD - Crack Opening Displacement

CP – Corpo de Prova

CTOA - Crack Tip Open Angle

LDEM – Método dos Elementos Discretos Formado por Barras

MEC – Método dos elementos de contorno

MEF - Método dos elementos finitos

MFEL - Mecânica da Fratura Elástica Linear

RCE - Relação Constitutiva Elementar

SED - Strain Energy Density

## LISTA DE SÍMBOLOS

- $\sigma_{m\acute{a}x\ eq}$  – tensão máxima equivalente
- $\sigma_{ruo\ eq}$  – tensão de ruptura equivalente
- $\sigma$  – carga aplicada
- CS - coeficiente de segurança
- $b$  – raio menor da elipse
- $a$  - raio maior da elipse
- Z – parâmetro que é função das condições de contorno aplicadas
- $w_{ij}$  – tensor de dano
- V – volume de interesse
- $\Delta u_i$  - vetor salto de deslocamento
- $n_{ij}$  - vetor normal unitário
- $A_f$  – área de fratura da barra consumida
- $D_{ijkl}$  - tensor de dano de quarta ordem
- $\rho$  – densidade do material
- E – módulo de elasticidade do material
- $m$  – massa
- LO – comprimento inicial do corpo de prova
- $G_f$  - energia específica de fratura
- $K_0$  - fator de intensidade de tensão de referência
- $K_I$  - fator de intensidade de tensão para o modo I
- CV – coeficiente de variação
- $t$  – espessura do corpo de prova
- $A_l$  - área da seção transversal do elemento longitudinal
- L - comprimento do módulo cúbico do LDEM
- $A_d$  - área dos elementos diagonais
- $\nu$  - coeficiente de Poisson do sólido
- $x_j$  - vetor deslocamento,
- $\dot{x}_j$  - vetor velocidade
- $\ddot{x}_j$  - vetor aceleração nodais



$M_{ij}$  - matriz de massa

$C_{ij}$  - matriz de amortecimento

$F_i(t)$  – vetor que contém as forças internas que atuam nas massas nodais

$P_i(t)$  – vetor que contém as forças externas que atuam nas massas nodais

$\Delta t$  - incremento de tempo

$C_p$  - velocidade de propagação da onda longitudinal

$\varepsilon$  - deformação axial de cada elemento

$F$  - força axial do elemento

$A_i$  - área de seção transversal do elemento

$c_A$  - parâmetro de escala

$U_d$  - energia de dano

$\varepsilon_p$  - deformação de falha crítica

$R_f$  - fator de falha

$d$  - tamanho do defeito intrínseco

$Y$  - parâmetro adimensional que depende tanto da amostra e da geometria da fissura

$d_{eq}$  - defeito intrínseco equivalente

$\varepsilon_r$  - limite de tensão

$K_r$  – coeficiente que é função das propriedades do material e do comprimento do elemento

$\beta$  - parâmetro de escala

$\gamma$  – parâmetro de forma

$\mu$  - valor médio

$s_t$  - desvio-padrão

$\Gamma$  - função de Gama

$w_d$  – energia total dissipada até a ruptura

$w_d^{\wedge}$  – energia dissipada imediatamente antes da falha

$w_d^*$  – energia consumida durante o evento catastrófico

$D$  – comprimento característico dos corpos de prova

$V_c$  – volume de controle

$\bar{\omega}^i$  - densidade fractal

$T_f$  – tempo final de simulação

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>20</b>
1.1	Contextualização .....	20
1.2	Objetivos .....	22
1.3	Estruturação do trabalho.....	22
<b>2</b>	<b>FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>24</b>
2.1	Mecânica da fratura .....	24
2.2	Efeito de escala.....	27
2.3	O estudo do dano em estruturas .....	29
<b>3</b>	<b>MATERIAIS E MÉTODOS.....</b>	<b>33</b>
3.1	Caracterização do material .....	33
3.1.1	Granulometria.....	34
3.1.2	Densidade ( $\rho$ ) .....	34
3.1.3	Módulo de elasticidade ( $E$ ).....	35
3.1.3.1	Determinação do número de pixels .....	37
3.1.3.2	Simulações utilizando o <i>Abaqus</i> .....	39
3.1.4	Energia específica de fratura ( $G_f$ ).....	40
3.2	Metodologia utilizada nos ensaios experimentais .....	42
3.3	Metodologia utilizada nas simulações computacionais.....	45
3.3.1	Método dos elementos discretos formado por barras .....	45
3.3.2	LDEM associado ao Método dos Elementos Finitos .....	55
3.3.2.1	Modelagem da treliça espacial .....	56
3.3.2.2	Determinação das massas .....	57
3.3.2.3	Modelo constitutivo inserido no <i>Abaqus</i> .....	58
3.3.2.4	Inclusão do caráter aleatório no <i>Abaqus</i> .....	59
3.3.3	Simulações numéricas .....	61
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES .....</b>	<b>63</b>
4.1	Resultados obtidos com os ensaios de tração – poliestireno expandido 1F .....	63
4.2	Resultados obtidos com as simulações computacionais no LDEM .....	65

4.2.1	Curvas tensão versus deformação .....	66
4.2.2	Balço energético .....	67
4.2.2.1	Dimensão fractal da energia dissipada .....	70
4.2.3	Índice de dano tensorial de segunda ordem.....	73
4.2.4	Configuração final .....	76
4.2.5	Redução na simulação .....	81
4.2.6	Simulação utilizando o LDEM no ambiente <i>Abaqus</i> . .....	86
4.3	Resumo dos resultados experimentais e numéricos obtidos para os poliestirenos expandidos 5F e 7F.....	95
<b>5</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>99</b>
5.1.	Conclusões.....	99
5.2.	Trabalhos Futuros.....	101
	<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>102</b>
	<b>APÊNDICE A – Caracterização dos poliestirenos expandidos 5F e 7F .....</b>	<b>107</b>
	<b>APÊNDICE B – Ensaio experimentais e simulações numéricas dos poliestirenos expandidos 5F e 7F .....</b>	<b>113</b>

# 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Contextualização

O efeito de escala é um fenômeno caracterizado pela mudança no comportamento estrutural quando ocorrem variações dimensionais. Tal fenômeno pode causar mudanças nas tensões, deformações e resistência à fadiga do material, assumindo que esses parâmetros diminuem com o aumento do tamanho da estrutura. O efeito de escala vem sendo observado a bastante tempo, antes mesmo do surgimento da mecânica dos materiais, da Vinci em 1500 afirmou que "entre cordões de igual espessura, o mais curto é o mais forte". Contribuições sobre o efeito de escala na literatura científica moderna podem ser encontradas em Herrmann e Roux (1990), e Krajcinovic (1996) nos quais esse efeito é apresentado no contexto de diferentes tipos de materiais.

O interesse pelo efeito de escala em materiais quase frágeis começou em meados dos anos 80 e teve um considerável aumento nos anos seguintes, tornando-se um importante tópico em conferências sobre mecânica da fratura nesse tipo de material. O problema do efeito de escala é de crucial importância para materiais quase frágeis, já que estes possuem uma microestrutura desordenada exibindo a localização de dano, são incapazes de apresentar deformações puramente plásticas e possuem um processo de zona de fratura não negligenciável em comparação com o tamanho da estrutura característica (Di Luzio *et al.*, 2009).

Segundo Krajcinovic (1996), existem dois grandes grupos nos quais podem ser classificados os métodos utilizados para prever o processo de dano em materiais quase frágeis, os baseados na mecânica dos meios contínuos, a chamada abordagem clássica, e a abordagem por modelos estatísticos.

Levando em conta o primeiro grupo, as teorias de plasticidade são estendidas para estudar o processo de dano, o que torna estes procedimentos difíceis, pois, em materiais quase frágeis o processo de dano é caracterizado pela perda de isotropia para certos níveis de carga, sendo a localização de deformações, o efeito cooperativo entre regiões danificadas e a avalanche de rupturas, características particulares na medição do dano neste tipo de material. Sendo assim, são criadas diferentes formas de dissipação que não são fáceis de representar utilizando métodos baseados na hipótese dos meios contínuos. Como exemplos da abordagem da mecânica do contínuo pode-se citar o modelo clássico de Ottosen (1975) e a

contribuição de Crawford *et al.* (2012) que propõe um procedimento implementado no pacote comercial de elementos finitos LS-Dyna (Hallquist, 2007), para modelar o dano em materiais quase frágeis.

Já a abordagem baseada em modelos estatísticos perde a versatilidade da abordagem proporcionada por elementos finitos, porém consegue contabilizar com certa facilidade problemas como localização, evolução do dano anisotrópico e efeitos associativos entre as diferentes partes da amostra. Como exemplos desse segundo grupo podem ser citados os trabalhos de Li e Liu (2002) e Liu e Liu (2007), onde foi revisado o uso de modelos discretos formados por partículas em uma distribuição sem malha. Este método foi implementado na versão 2012 do programa comercial de elementos finitos ABAQUS (2012), devido a atual recorrência a métodos estatísticos como uma alternativa atraente para a resolução de problemas em que descontinuidades aparecem no processo de dano.

Métodos numéricos que possibilitam simular a ruptura de materiais quase frágeis podem ser utilizados na análise do efeito de escala, dentre eles pode-se citar o método dos elementos discretos formado por barras (do inglês, LDEM), o qual pertence ao segundo grupo (modelos estatísticos). Este método consiste na representação do meio contínuo através de um arranjo regular de barras de treliça onde as massas são concentradas em nós e a rigidez das barras representa o comportamento da porção do contínuo que se deseja modelar. O LDEM é apto para simular a fratura de sólidos, pois existe a possibilidade de realizar a representação dessa fratura desativando as barras que tenham atingido seus limites de resistência, o que resulta em uma operação bastante simples. Vários autores tem usado essa abordagem para representar materiais quase frágeis, dentre eles é possível citar os trabalhos de Schlangen (1995), Krajcinovic e Vujosevic (1998), Sagar e Prasad (2009), Nagy *et al.* (2010) e Rinaldi (2011).

A versão do LDEM utilizada no presente trabalho foi proposta por Riera (1984) para determinar a resposta dinâmica de placas e cascas sob cargas de impacto. É importante salientar que os elementos de barras servem para visualizar a direção das forças entre duas massas nodais, mas não existem fisicamente (os elementos de barra não possuem massa). Sendo assim, a “falha” completa desse elemento significa que não há nenhuma força atuando entre os nós correspondentes, porém isso não significa que há “fratura”, a menos que todas as barras que atravessam uma superfície mensurável estejam quebradas.

Os ensaios laboratoriais são ferramentas essenciais para estudar o comportamento dos materiais, incluindo os materiais quase frágeis. Em geral, as dimensões reais das estruturas formadas pelos materiais estudados são várias vezes maiores do que as dimensões dos

modelos que podem ser ensaiados em laboratórios. Devido a este fato, os ensaios experimentais usualmente são realizados em escalas reduzidas, induzindo assim uma dependência dos resultados. Surge então a necessidade de um entendimento correto sobre o efeito de escala para poder relacionar os resultados experimentais com o comportamento das estruturas em escala real. Além disso, podem ser utilizados métodos numéricos como ferramentas de simulações que auxiliam na obtenção de resultados sobre o comportamento do material ou da estrutura em análise.

## 1.2 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é analisar a fratura e o efeito de escala em materiais quase frágeis e realizar simulações utilizando o LDEM para avaliar seu desempenho nesse campo de pesquisa.

Como objetivos específicos, pode-se citar:

- a) Determinar experimentalmente os parâmetros que definem o comportamento do material utilizado: módulo de elasticidade ( $E$ ), energia específica de fratura ( $G_f$ ) e densidade ( $\rho$ ).
- b) Estudar experimentalmente o efeito de escala no poliestireno expandido.
- c) Simular a falha de materiais quase frágeis utilizando o LDEM.
- d) Realizar a comparação entre os resultados experimentais e os resultados obtidos com as simulações computacionais.
- e) Analisar os índices de danos através de subrotinas implementadas no LDEM.
- f) Estudar a possibilidade de diminuir os graus de liberdade nas simulações simulando somente a região central dos corpos de prova ou utilizar o LDEM no ambiente do *Abaqus* para as simulações.

## 1.3 Estruturação do trabalho

O trabalho desenvolvido é composto por cinco capítulos, complementados no final pelas referências bibliográficas e os apêndices. No primeiro capítulo, a introdução, apresenta-se uma breve contextualização para proporcionar uma melhor compreensão sobre o tema abordado, expondo o problema de pesquisa, bem como os objetivos para a realização deste trabalho. A fundamentação teórica, segundo capítulo, exhibe os conceitos necessários à

aquisição de embasamento teórico para o desenvolvimento do tema de pesquisa. Neste capítulo são explanados os conceitos básicos sobre a mecânica da fratura, o efeito de escala e o dano em estruturas. O terceiro capítulo, materiais e métodos, explica como ocorre a caracterização do material e como são realizados os ensaios de tração e as simulações no LDEM. No quarto capítulo, são apresentados os resultados e discussões dos ensaios e simulações do poliestireno expandido 1F e também é mostrado um resumo dos resultados obtidos para os poliestirenos expandidos 5F e 7F. No quinto capítulo são mostradas as conclusões obtidas para esse trabalho. Por fim, são apresentadas as referências bibliográficas e os apêndices A e B, que apresentam a Caracterização dos poliestirenos expandidos 5F e 7F e os Ensaios experimentais e simulações numéricas dos poliestirenos expandidos 5F e 7F respectivamente.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo se encontra a revisão bibliográfica realizada para compreender o tema abordado. Posteriormente é realizada uma breve introdução à mecânica de fratura e ao efeito de escala. Por fim, são citadas as formas de estudo do dano em estruturas.

### 2.1 Mecânica da fratura

Geralmente, no dimensionamento mecânico de estruturas, o nível de segurança é verificado a partir da comparação entre a máxima tensão equivalente que a solicita ( $\sigma_{m\acute{a}x\ eq}$ ), e o valor da tensão de escoamento ou ruptura equivalente do material que a constitui ( $\sigma_{rup\ eq}$ ). A  $\sigma_{m\acute{a}x\ eq}$ , que é uma função das condições de contorno, da geometria e das cargas aplicadas ( $\sigma$ ), pode ser calculada através de algumas teorias tais como von Mises, Tresca, Rankine, entre outras. Já a  $\sigma_{rup\ eq}$  é o parâmetro que caracteriza a ruptura de um corpo de prova feito do mesmo material da estrutura e submetido a um valor de tensão simples e normalizado, o qual terá uma geometria também simples e normalizada. Essa tensão depende do material e das condições em que o teste experimental foi realizado.

Para que essa prática gere resultados satisfatórios, deve-se levar em conta o uso de um coeficiente de segurança (CS) que deve ser suficientemente grande, para evitar falhas provocadas por qualquer aspecto que não seja levado em conta no cálculo, e suficientemente pequeno, para evitar um peso excessivo ou consumo de material não necessário, minimizando seu custo. Estes coeficientes são escolhidos com base na experiência acumulada (Anderson, 2005; Kaninnen e Popelar, 1985). Essa definição é expressa através da equação (1).

$$\sigma_{m\acute{a}x\ eq}(Geometria, cond. de contorno, \sigma) \leq \sigma_{rup\ eq}(material, T, \dot{\sigma}) / CS \quad (1)$$

Caso a estrutura analisada possua defeitos, considerando que as cargas sejam relativamente pequenas, o valor das tensões equivalentes nas proximidades das pontas dos defeitos será muito elevado considerando a mecânica linear elástica. Esse fato foi analisado por Inglis em 1913, onde ele obteve uma expressão que determina a tensão na extremidade do maior eixo da elipse (Figura 1). Considerando que as tensões no entalhe não são influenciadas pelo contorno da placa, ou seja, a largura da placa é muito maior que  $2a$  e o comprimento da



placa é muito maior que  $2b$ , Inglis definiu assim que a tensão na ponta da trinca (ponto A da Figura 1), pode ser descrita como:

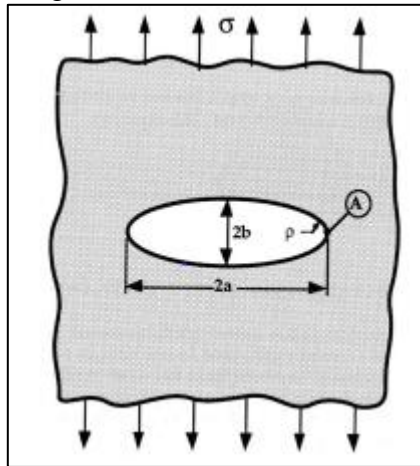
$$\sigma_A = \sigma \left( 1 + 2\sqrt{\frac{a}{\rho}} \right) \quad (2)$$

Onde  $\rho = b^2 / a$  é o raio de curvatura da ponta da elipse.

De acordo com a equação (2) o efeito da concentração de tensões é maior quanto menor for o raio de curvatura da elipse. Mas a concentração de tensão para um raio nulo tende a infinito. Isto sugere que a ruptura ocorreria numa tensão nominal aplicada próxima a zero.

Apesar disso, já é comprovado que estruturas com defeitos são resistentes, embora nesse caso não seja possível utilizar a equação (2) para dimensioná-las, pois sempre será verificado que  $\sigma_{máx\ eq} \geq \sigma_{rup\ eq}$ .

Figura 1 - Placa infinita com carregamento remoto



Uma solução possível para analisar estruturas com defeitos é comparar parâmetros da estrutura e do material que não sejam diretamente tensões equivalentes. O novo parâmetro utilizado é o  $Z$ , sendo este função das condições de contorno aplicadas, da geometria e do tamanho da trinca. O parâmetro  $Z$  será comparado com o valor de  $Z_{crit}$  que é obtido experimentalmente no momento da fratura de um corpo de prova com geometria e condições de contorno simples. Assim, a expressão equivalente à equação (1), considerando um meio com trincas será:

$$Z(a, \text{ geometria, cond. de contorno }) \leq Z_{crit}(\text{ material, } T, \dot{\sigma}) / CS \quad (3)$$

Pode-se considerar que a trinca não se propaga de forma instável quando a equação (3) se confirma.

Considerando a Mecânica da Fratura Elástica Linear (MFEL), a qual tem seus conceitos aplicáveis a materiais com trincas que obedecem a lei de Hooke e possuem comportamento global de caráter linear e elástico, existem duas propostas válidas para o parâmetro  $Z$ , o critério energético de Griffith (ou critério global) e o critério do fator de intensidade de tensões de Irwin (ou critério local). O critério energético de Griffith se baseia na determinação da energia disponível para o avanço ou extensão instável da trinca pré-existente, que se obtém ao fazer um balanço energético em toda a estrutura. Já o critério do fator de intensidade de tensões de Irwin se baseia na determinação do estado de tensões da estrutura nas proximidades da ponta da trinca (Kanninen e Popelar, 1985).

Caso a deformação não linear do material seja confinada em uma pequena região próxima a ponta da trinca a MFEL é válida. Porém, muitos materiais não podem ter seus comportamentos de fratura caracterizados pela MFEL, sendo assim, torna-se necessário recorrer a um modelo alternativo. Assim, dentro da mecânica de fratura não linear, a qual considera a interação da propagação instável de uma trinca com a plasticidade, apresentam-se dois parâmetros. O primeiro é a integral  $J$ , que foi proposta por Rice em 1968 e que se considera como parâmetro global envolvendo também o balanço energético da estrutura em análise. Já o segundo parâmetro é o *Crack Opening Displacement* (COD), parâmetro introduzido por Wells em 1961 sendo considerado como um parâmetro local. Detalhes sobre as características destes parâmetros podem ser encontrados Anderson (2005), Kaninnen e Popelar (1985) e Aliabadi e Rooke (1991).

Existem ainda diferentes alternativas que ainda não foram consolidadas para levar em conta a plasticidade na ponta da trinca, pode-se citar:

- O  $\delta_5$  (versão do COD) é um método apresentado por Heinz Schwalbe e o grupo GKSS (Schwalbe *et al.*, 2005 e Schwalbe, 2010).
- O *Crack Tip Open Angle* (CTOA), ângulo da ponta da trinca (Newman e James, 2001, e Newman *et al.*, 2003).
- O critério da densidade de energia de deformação (do inglês SED), desenvolvido por Sih (Sih, 1975).

As condições da ponta da trinca, em materiais onde já não é válido o comportamento elástico linear, podem ser descritas por esses parâmetros, sendo que cada um pode ser utilizado como um critério de falha. Os valores críticos do COD,  $\delta_5$ , ou da integral J fornecem uma medida da tenacidade à fratura, inclusive para quantidades consideráveis de plasticidade na ponta da trinca. Existem limites para a aplicação destes parâmetros, porém estes limites são muito menos restritivos que os requisitos de validade da MFEL.

## 2.2 Efeito de escala

O estudo do efeito de escala tem intrigado pesquisadores desde o início da ciência moderna. Em 1500 da Vinci além de relacionar a espessura de cordões com suas resistências, afirmou que "um fio é muito mais forte como é mais curto". Mais de um século depois, a regra "exagerada" de da Vinci, foi rejeitada por Galileu Galilei (1638), em seu livro "*Discorsi e Dimostrazioni Matematiche intorno a due Nuove Scienze*", no qual ele instituiu a mecânica dos materiais.

O primeiro grande avanço nessa área foi realizado por Griffith (1921), onde ele não apenas criou a mecânica da fratura, mas também introduziu o efeito de escala nessa teoria. Griffith concluiu que "a fraqueza de sólidos isotrópicos ocorre devido à presença de descontinuidades ou defeitos, sendo assim, a força efetiva de um material técnico poderia aumentar 10 ou 20 vezes se essas falhas fossem eliminadas". Com a exceção de Griffith, quase nenhum teórico da mecânica dos materiais deu importância à questão do dimensionamento e sua relação com o efeito de escala, atitude que persistiu até o ano em que surgiu a teoria estatística de Weibull (1939).

De acordo com Bažant e Chen (1997), a teoria estatística de Weibull para o efeito de escala aplica-se as estruturas que:

1. Não rompem logo no início da fratura macroscópica.
2. Tem por falha apenas uma pequena zona de processo de fratura, causando insignificante redistribuição de tensões, caso de estruturas metálicas fragilizadas por fadiga.

A teoria de Weibull não é aplicável a materiais frágeis não homogêneos, pois esses materiais são caracterizados pela existência de uma grande zona em processo de fratura com dano distribuído, como exemplo pode-se citar o concreto, rochas, cerâmicas e polímeros.

Hillerborg *et al.* (1976) deram um passo importante no estudo do efeito de escala, formulando o modelo fictício (ou coesivo) de fratura, inspirado nos modelos de amolecimento

da zona plástica durante o processo de fratura propostos por Barenblatt (1962) e Dugdale (1960). Além disso, através da análise de elementos finitos, eles mostraram que a falha em uma superfície plana de uma viga de concreto submetida à flexão, apresenta um efeito de escala que não é do tipo de Weibull. Ao mesmo tempo, Bažant (1976) demonstrou analiticamente que o modo de localização do dano em bandas gera um efeito de escala em deformações pós-pico e na energia de dissipação das estruturas. Em 1984 Bažant, com base em uma análise aproximada da liberação de energia, derivou uma fórmula simples para o efeito de escala e descreveu esse efeito sobre a força nominal em estruturas que falham após um grande e estável crescimento da trinca.

Uma nova ideia sobre o efeito de escala inspirada pelo estudo das características fractais das fissuras em vários materiais foi abordada nos trabalhos de Carpinteri (1994); Carpinteri e Chiaia (1995); Carpinteri, Chiaia e Ferro (1995); e Carpinteri, Ferro e Intervenizzi (1995). Nessa abordagem Carpinteri propôs que a diferença entre as características fractais das fissuras e microfissuras em diferentes escalas de observação é a principal causa do efeito de escala no concreto.

As teorias clássicas da mecânica dos sólidos consideram que as propriedades dos materiais, tal como as resistências à tração ou à compressão, existem e não são dependentes da escala. Na prática de engenharia, tais propriedades são obtidas através de ensaios que utilizam uma amostra do material e, geralmente os valores obtidos são utilizados em elementos estruturais cujo tamanho é diferente ao da amostra testada em laboratório. Para Rios *et. al* (2002) o efeito de escala é um aspecto que deve ser levado em conta em qualquer teoria física, e devido a este motivo a questão tem ocupado uma posição importante em muitos problemas de engenharia.

Rios e Riera (2004) resumem em três os fenômenos básicos que têm sido apontados como responsáveis pelos efeitos de escala nas propriedades mecânicas dos materiais de engenharia: (a) a distribuição aleatória das propriedades dos materiais locais (abordagem de Weibull), (b) a energia necessária para formar novas superfícies nas vizinhanças da trinca, na mecânica da fratura elástica linear ou em outras teorias relacionadas (incluindo danos e modelos da banda de fratura), e por fim, (c) a teoria de fractais.

Na mecânica dos sólidos é necessário que se faça a distinção entre o efeito do tamanho nas quantidades mecânicas (aparentes) e o efeito de escala estrutural. No primeiro, de acordo com Kostaski (2012), o efeito do tamanho da estrutura sobre a resistência aparente é fornecido pela probabilidade de encontrar um defeito mais crítico (dependendo do seu tamanho e

orientação), o que obviamente aumenta com o acréscimo do tamanho da estrutura. Já no efeito de escala estrutural, a transição do comportamento dúctil para o frágil é evidenciada quando o tamanho da estrutura aumenta. Este tipo de efeito de escala é encontrado em todos os materiais utilizados em engenharia.

Atualmente o efeito de escala vem sendo estudado em trabalhos como o de Riera *et al.* (2007) onde este fenômeno é analisado em estruturas de concreto e rocha; Miguel *et al.* (2008), no qual são feitas análises em amostras de concreto e rocha, considerando o efeito de escala e o efeito da taxa de deformação; Iturrioz *et al.* (2009) onde é feito um estudo sobre a resposta dinâmica de placas de vários tamanhos, que sofrem fratura sob a ação de carregamentos estáticos e dinâmicos; Kostaski *et al.* (2010) no qual as respostas do LDEM são avaliadas, abordando o tema do efeito de escala e da localização de tensão; Grassl *et al.* (2012) analisa a influência do efeito de escala e das condições de contorno na zona de processo de fratura em vigas de concreto de diferentes tamanhos com e sem entalhe; Chen *et al.* (2013) realiza uma análise numérica do efeito de escala em compósitos laminares com orifícios, submetidos à tração; Grégoire D. (2013) também analisa a fratura e o efeito de escala em vigas de concreto com e sem entalhe; Vorel *et al.* (2014) estuda o efeito de escala em vigas de concreto protendidas em flexão falhando pelo amolecimento causado por compressão; e Santos *et al.* (2015) realiza uma avaliação experimental do efeito de escala utilizando como ferramenta de medida a correlação de imagem digital.

### **2.3 O estudo do dano em estruturas**

Segundo a teoria do contínuo, os materiais não apresentam imperfeições como, por exemplo, trincas ou vazios. Porém, sabe-se que essa é uma visão teórica do material, na realidade os materiais apresentam diversos defeitos em sua estrutura. Caso a estrutura seja carregada além de sua carga crítica elástica, esses defeitos crescem e coalescem, ao mesmo tempo em que novos defeitos aparecem. Tal processo é chamado de dano e causa uma mudança nas propriedades do material, resultando no decréscimo de sua resistência, até a perda total de sua integridade.

Levando em conta o tipo de material estudado, existem o dano dúctil e o dano frágil. O primeiro é caracterizado por um fenômeno de plasticidade dominante, já o segundo possui outros tipos de fenômenos que dominam o processo de deterioração do componente.

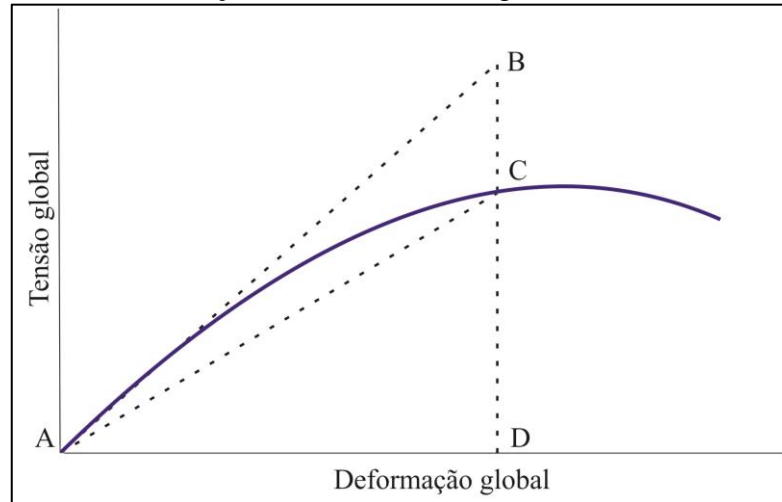
O dano em materiais quase frágeis tem como mecanismo dominante a nucleação e o crescimento de microfissuras. Quando esse tipo de material é submetido a um carregamento, ao atingir um patamar crítico, as fissuras começam a crescer e se multiplicar, conseqüentemente ocorre um decréscimo na rigidez da estrutura na direção do carregamento. Devido ao dano crescente, o comportamento de um material danificado é não linear.

Segundo Rodrigues *et al.* (2014), inicialmente o dano pode ser considerado isotrópico e ter uma distribuição espacial homogênea se as condições de contorno induzirem sobre o carregamento uma distribuição uniforme de deformações. Porém quando ocorre a interação dos microdefeitos, deixam de ser válidas a homogeneidade e a isotropia do dano, acontecendo assim a localização da deformação, a qual faz com que esses microdefeitos coalesçam formando uma fissura principal. Devido a este fato, são utilizados modelos constitutivos de danos os quais fornecem uma precisão na descrição do comportamento de materiais e também tornam possível prever o início da fratura, dentre eles pode citar modelos clássicos como de Lemaitre (1985) e Gurson (1977) e novas propostas como a de Malcher e Mamiya (2013).

É possível fazer a avaliação do dano através dos índices de dano, os quais possibilitam medir o dano de diferentes formas, esses índices são definidos como: índice escalar, o índice tensorial de segunda ordem e o índice tensorial de quarta ordem.

Existem diferentes formas de medir o dano com um índice escalar, dentre elas pode-se citar a proposta apresentada por Rinaldi (2011), onde ele aborda que o índice escalar consiste na razão entre duas áreas em uma curva tensão *versus* deformação global, sendo a tensão global definida como o somatório das forças agindo perpendicularmente a uma superfície, dividida pela área dessa superfície. Já a deformação global é definida como o deslocamento do corpo na direção do carregamento dividido pelo comprimento inicial do corpo nessa direção, como é mostrado na Figura 2. As áreas citadas são representadas pelos triângulos ABC e ABD.

Figura 2 - Curva tensão-deformação em uma estrutura genérica



A área do triângulo ABC está relacionada com a diferença da energia elástica entre o carregamento do modelo inalterado e o carregamento do modelo danificado, para um determinado nível de deformação. Já a área do triângulo ABD está relacionada com a energia elástica considerando o modelo inalterado, para o mesmo nível de deformação.

$$\text{Índice escalar} = \frac{\text{Área ABD} - \text{Área ACD}}{\text{Área ABD}} = \frac{\text{Área ABC}}{\text{Área ABD}} \quad (4)$$

O valor desse índice varia de 0 (material sem dano) até 1 (material totalmente danificado) e a evolução desse valor pode ser analisada ao longo da simulação realizada.

Independente do comportamento do material, geralmente o dano anisotrópico devido à presença de microfissuras pode ser descrito pelo tensor  $w_{ij}$ , como mostra a equação (5).

$$w_{ij} = \frac{1}{2V} \int_{A_f} (n_i \Delta u_j + n_j \Delta u_i) dA \rightarrow w_{ij} = \frac{1}{2V} \int_k [(n_i \Delta u_j + n_j \Delta u_i) A_f]^k \quad (5)$$

onde  $V$  representa o volume de interesse,  $\Delta u_i$  representa o vetor com as componentes do salto de deslocamento de uma barra desse volume,  $n_i$  é um vetor unitário que representa a direção dessa mesma barra e  $A_f$  representa o quanto da área de fratura da barra já foi "consumida" pelo dano. Os índices  $i$  e  $j$  podem assumir os valores 1, 2 ou 3, dependendo do eixo que estão representando, x, y ou z, respectivamente.

Apesar de  $w_{ij}$  ser chamado de tensor de dano (Seelig, 2006), na verdade ele representa a deformação da fase danificada, e não o próprio dano, servindo somente como um indicador indireto do dano na estrutura. Se a microfissura não fecha completamente quando acontece o descarregamento, esse tensor descreve as deformações residuais (inelásticas), sendo usado para definir o índice de dano tensorial de segunda ordem. Com esse tensor, o estado de danificação de uma estrutura pode ser avaliado de maneira indireta. Além disso, usando essa definição, o índice poderá ser usado como uma ferramenta na obtenção do tensor de dano de quarta ordem,  $D_{ijkl}$ .

Para maiores informações referente aos índices de dano recomenda-se consultar o trabalho de Rodrigues *et al.* (2014).



### 3 MATERIAIS E MÉTODOS

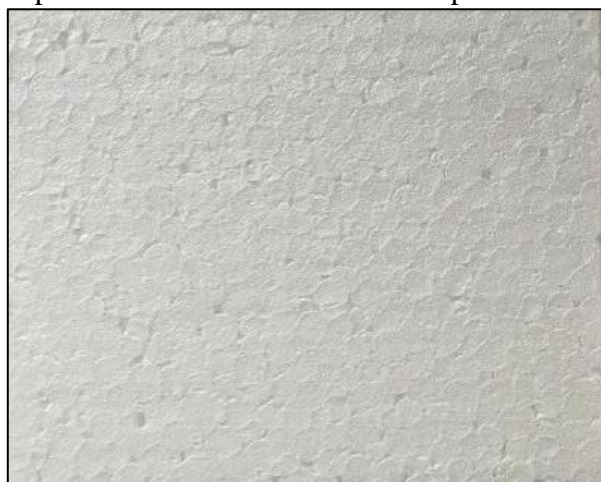
Neste capítulo, primeiramente, é explicado como é realizada a caracterização da microestrutura de um poliestireno expandido denominado por 1F, sendo que as análises para encontrar a densidade desse material, bem como o diâmetro e o número de faces dos grãos, foram realizados por Boavetura *et. al* (2014). Posteriormente são descritos os ensaios para a obtenção de parâmetros mecânicos como módulo de elasticidade e energia específica de fratura. Por fim, são apresentadas as metodologias empregadas na realização dos ensaios experimentais e das simulações numéricas.

É importante salientar que neste trabalho foram estudados três tipos de poliestirenos expandidos, denominados, 1F, 5F e 7F. Para facilitar o desenvolvimento da dissertação, foi decidido mostrar no corpo do manuscrito, somente os resultados obtidos para o poliestireno 1F deixando toda a caracterização, ensaios e resultados dos outros dois tipos nos apêndices.

#### 3.1 Caracterização do material

O poliestireno expandido é escolhido devido ao seu comportamento frágil. Esse material possui baixo custo de aquisição e baixa rigidez se for comparado com materiais convencionais, como o PMMA (polimetilmetacrilato) e o concreto. Neste trabalho é utilizado o poliestireno expandido 1F, mostrado na Figura 3. A seguir são descritos os ensaios realizados para determinar as propriedades desse material.

Figura 3 – Poliestireno expandido utilizado nos ensaios experimentais



### 3.1.1 Granulometria

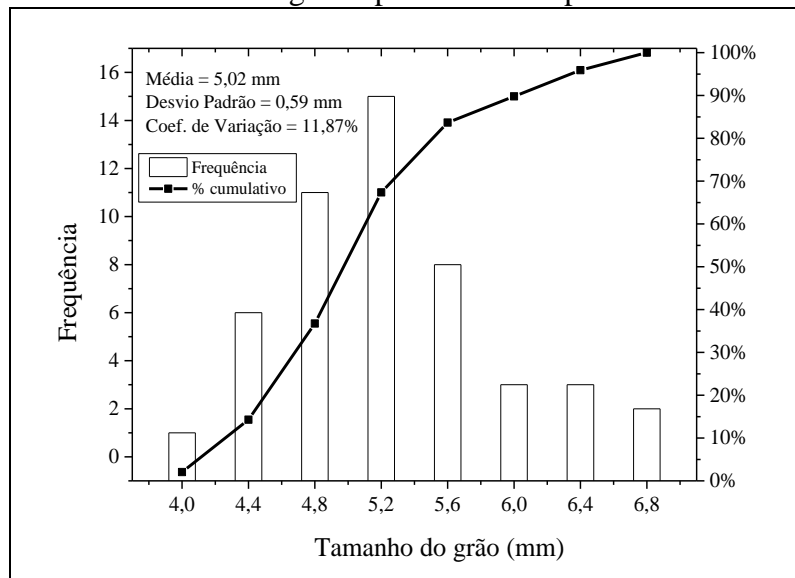
Para encontrar a granulometria do poliestireno expandido, primeiramente são retirados cinquenta grãos aleatórios do material, conforme mostra a Figura 4. Para encontrar o diâmetro médio dos grãos da amostra, é utilizado um paquímetro para fazer três medições aleatórias do diâmetro de cada grão, totalizando 150 medições.

Essa análise de granulometria não será utilizada neste trabalho, porém optou-se por registrar esses dados fazendo com que o material fique bem descrito para a realização de trabalhos futuros.

Figura 4 – Grãos do poliestireno expandido 1F



Figura 5 – Ocorrência do tamanho de grãos: poliestireno expandido 1F

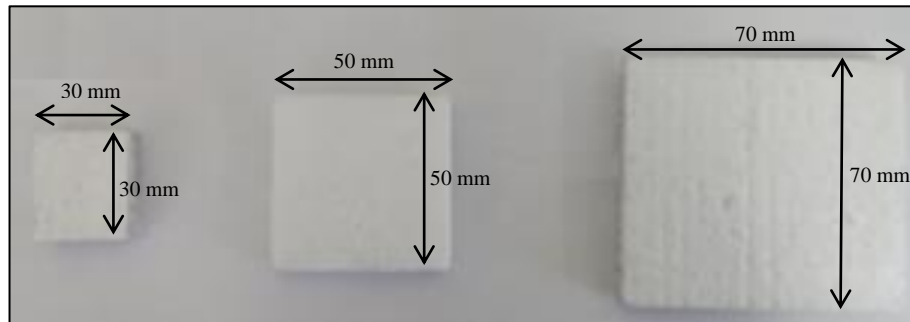


### 3.1.2 Densidade ( $\rho$ )

A densidade é encontrada de maneira simples, relacionando a massa e o volume de uma amostra do material. Para isso, são utilizadas placas com três tamanhos diferentes,

denominadas por P, M e G. Todas as placas possuem uma espessura de 10 mm. A Figura 6 mostra essas placas.

Figura 6 – Placas do poliestireno expandido 1F com os tamanhos P, M e G (da esquerda para a direita)



Primeiramente, com a utilização de um paquímetro, são realizadas as medições das dimensões das placas e, posteriormente, essas placas são pesadas em uma balança analítica Shimadzu- AY220.

A densidade do material pode ser calculada através da equação (6) desde que o volume possa ser determinado pela equação (7).

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (6)$$

$$V = \text{espessura} \cdot \text{comprimento} \cdot \text{largura} \quad (7)$$

Onde  $m$  é a massa e  $V$  o volume.

A Tabela 1 apresenta a densidades obtidas para os três tamanhos de placas P, M e G do material.

Tabela 1 – Densidades dos três tipos de poliestireno expandido

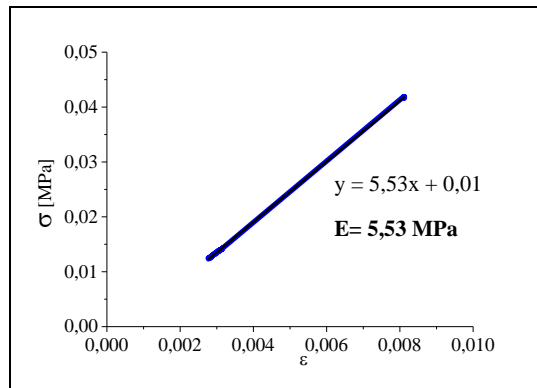
Placas	P	M	G	$\rho_{m\u00e9dia}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	sd	CV [%]
1F	12,3721	11,6895	11,6280	11,8965	0,4129	3,47

### 3.1.3 M\u00f3dulo de elasticidade ( $E$ )

O m\u00f3dulo de elasticidade \u00e9 calculado a partir da m\u00e9dia dos coeficientes angulares das curvas tens\u00e3o *versus* deforma\u00e7\u00e3o dos gr\u00e1ficos obtidos nas cinco repeti\u00e7\u00f5es dos ensaios de

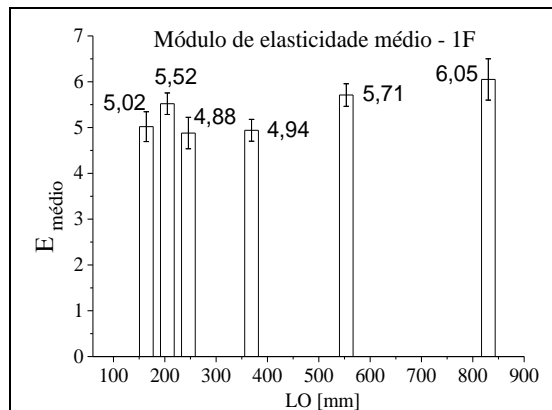
tração para cada tipo de corpo de prova, exemplo Figura 7. A metodologia e tamanhos dos corpos de prova utilizados para realizar os ensaios de tração estão explicados no Item 3.2. Todos os resultados experimentais para o poliestireno 1F se encontram no Item 4.1 desta dissertação.

Figura 7 – Gráfico tensão *versus* deformação: cálculo do módulo de elasticidade



A Figura 8 apresenta o módulo de elasticidade em função do comprimento inicial (LO) para os seis tipos de corpos de prova feitos com o poliestireno expandido 1F.

Figura 8 - Variação do módulo de elasticidade para os diferentes tamanhos de corpos de prova do poliestireno expandido 1F



É esperado que o módulo de elasticidade de um material homogêneo seja constante, ou seja, independa do tamanho das amostras. Porém, a Figura 8 mostra uma variação do módulo de elasticidade medido para diferentes tamanhos de corpos de prova, e aparentemente ocorre um acréscimo do mesmo com o aumento dos tamanhos das amostras.

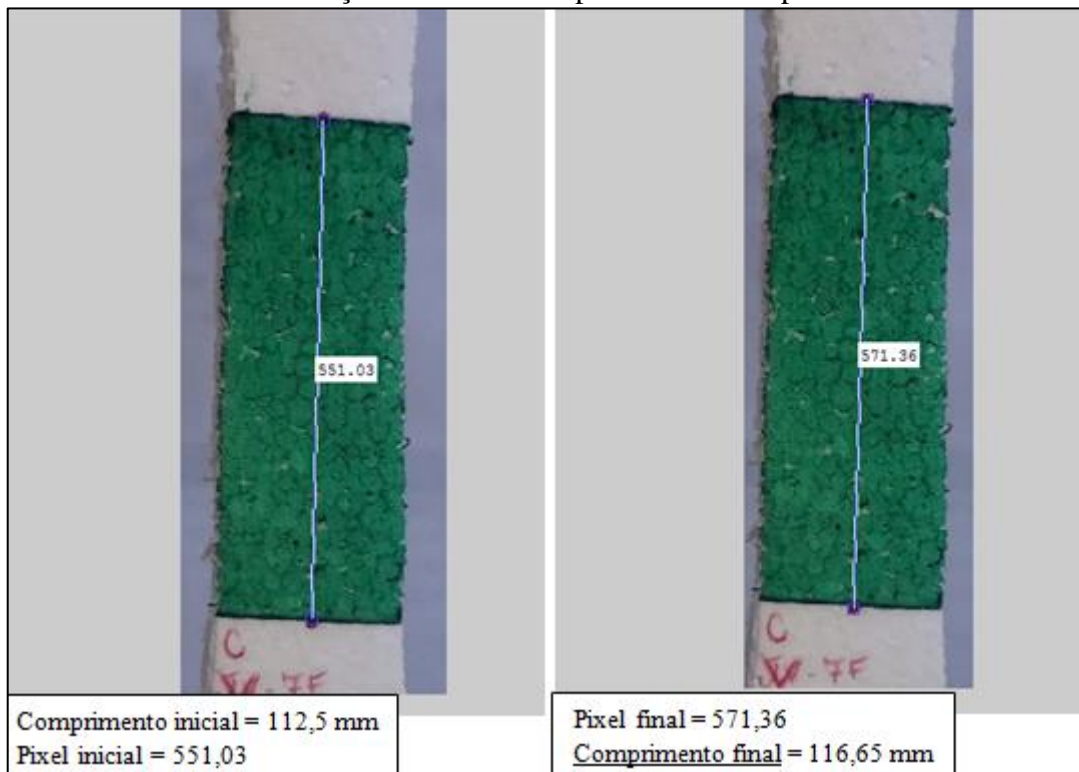
Como as curvas tensão deformação são obtidas através da relação entre o comprimento inicial do corpo de prova e a deformação total sofrida pelo mesmo, para encontrar o módulo

de elasticidade real do material são realizadas outras duas análises destes parâmetros devido as restrições experimentais que são apresentadas no item 3.2.

### 3.1.3.1 Determinação do número de pixels

A Figura 9 mostra a primeira forma de análise que é feita através das filmagens dos ensaios experimentais de tração. A partir dessas filmagens são geradas imagens ao longo dos ensaios para a verificação do número de pixels que elas possuem. Para isso é utilizado uma ferramenta do Matlab que informa o número de pixel entre dois pontos, possibilitando assim a verificação das deformações sofridas pelos corpos de prova. Para esse caso é considerado como local de análise a região dos CPs que possui a redução da seção transversal. A determinação utilizando o número de pixel permite encontrar somente as deformações sofridas pelos corpos de prova, para obter as tensões e assim poder encontrar o módulo de elasticidade do material, é observado em que tempo do vídeo foi extraída a imagem e assim é utilizada a tensão fornecida pelo ensaio experimental naquele tempo. A Figura 10 mostra os resultados obtidos com esse tipo de análise para os corpos de prova I, III e VI do poliestireno expandido 1F (ver Figura 16 e Tabela 3 do Item 3.2).

Figura 9 – Forma de determinação do número de pixel entre dois pontos



A Figura 10 mostra que a determinação do módulo de elasticidade através da contagem do número de pixels apresentou resultados diferentes aos obtidos durante os ensaios experimentais, porém esses valores mostram-se mais constantes com a variação do tamanho dos corpos de prova. É importante salientar que a ferramenta utilizada para medir o número de pixels não apresenta valores precisos, pois como pode ser visto na Figura 11, uma pequena diferença no posicionamento da linha entre os dois pontos extremos da região de análise pode alterar significativamente o número de pixel, o que influenciará no valor do deslocamento sofrido pelo corpo de prova. A Figura 11 mostra que um pequeno deslocamento na linha entre os dois pontos pode modificar o valor do módulo de elasticidade em torno de  $\pm 30\%$ .

Figura 10 – Determinação pixel

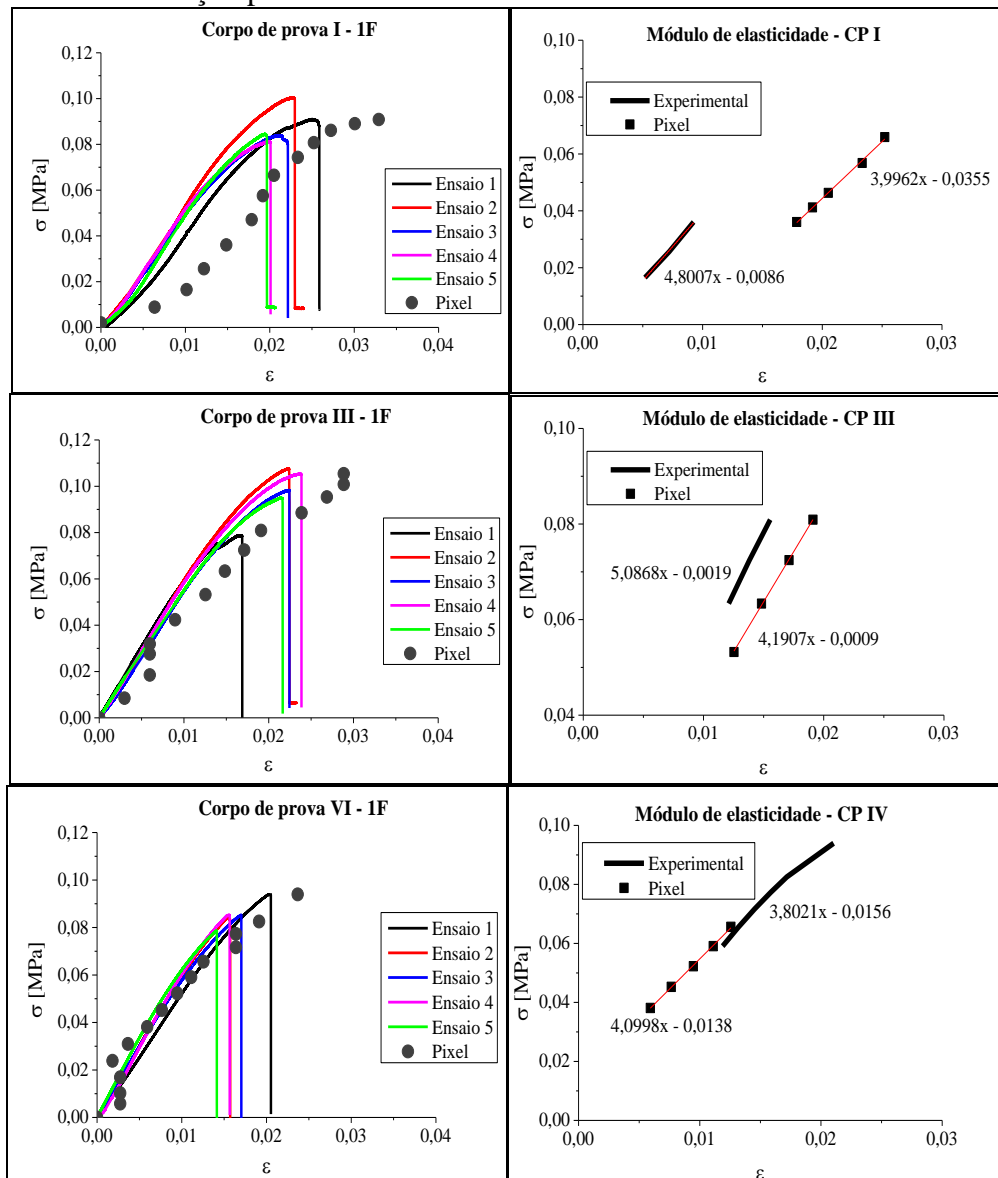
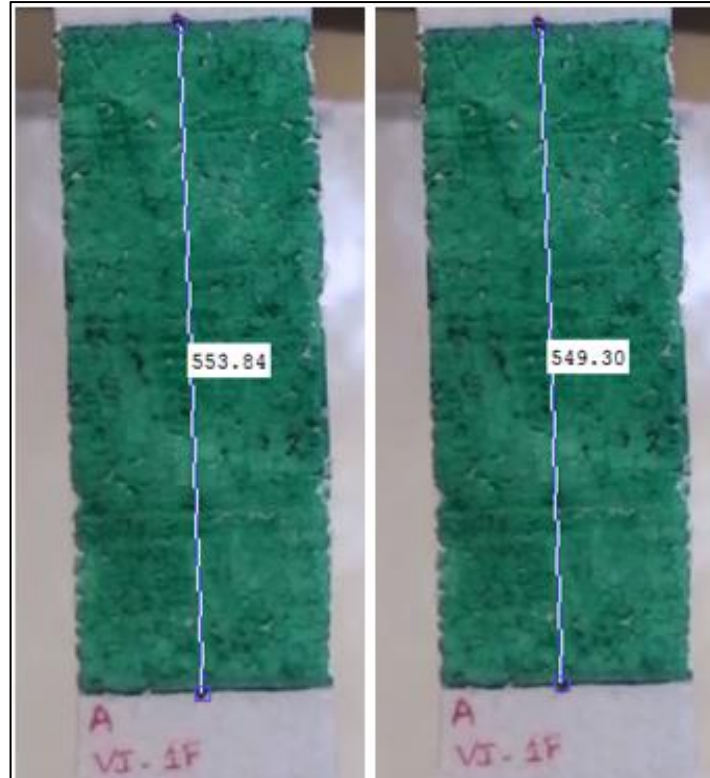


Figura 11 – Medição do número de pixel através do Matlab.



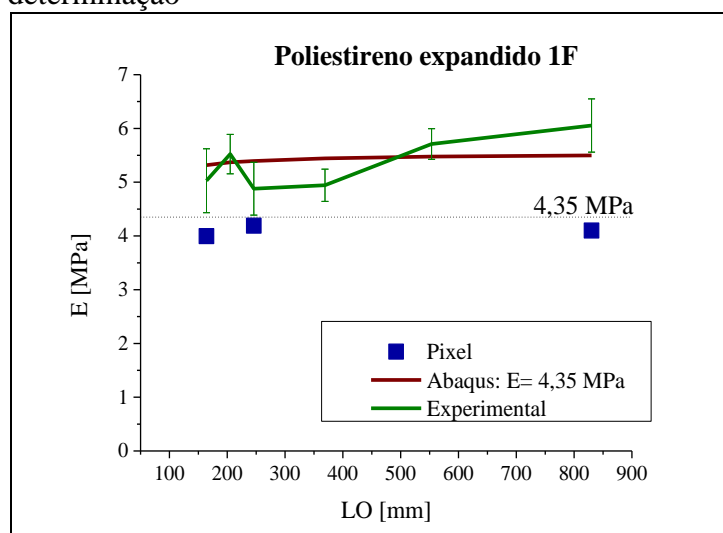
### 3.1.3..2 Simulações utilizando o *Abaqus*

A segunda forma de determinação do módulo de elasticidade é feita através da simulação dos ensaios de tração utilizando elementos finitos do programa comercial *Abaqus*. Os CPs são simulados com a mesma geometria dos CPs dos ensaios experimentais (ver 3.2). Para as simulações dos seis tamanhos de CPs é utilizado sempre o mesmo coeficiente de Poisson de 0,25, um deslocamento máximo de 6 mm (o qual determina o final da simulação) e um valor de módulo de elasticidade variável. O modelo é elástico linear.

Através dessas simulações são obtidas as curvas força-deslocamento. A tensão é calculada dividindo a força pela área da seção transversal da região central do CP e a deformação é calculada conforme foi feito nos ensaios experimentais, ou seja, o deslocamento final é dividido pelo comprimento inicial do corpo de prova (ver 3.2). O valor do módulo de elasticidade é alterado até que os resultados obtidos se aproximem dos resultados dos ensaios experimentais (utilizando sempre o mesmo valor para os diferentes tamanhos de CPs). A Figura 12 mostra, para o poliestireno expandido 1F, uma comparação entre os resultados do

módulo de elasticidade obtidos através dos ensaios experimentais de tração, da análise do número de pixels e das simulações no *Abaqus*, os resultados são apresentados em função dos comprimentos dos corpos de prova.

Figura 12 – Resultados obtidos para o módulo de elasticidade do poliestireno expandido 1F nas três formas de determinação



Na Figura 12 é possível verificar que ao utilizar um módulo de elasticidade de 4,35 MPa na simulação de elementos finitos do *Abaqus* o valor medido é um pouco maior (na ordem de 5,4 MPa) e praticamente constante com a mudança de tamanho. Este valor colocado é similar ao obtido com os pixels, porém como já foi comentado, essa forma de medir os módulos de elasticidade tem muita variabilidade. O valor do módulo de elasticidade medido nas simulações com o *Abaqus* é próximo aos obtidos experimentalmente como se comprova na Figura 13.

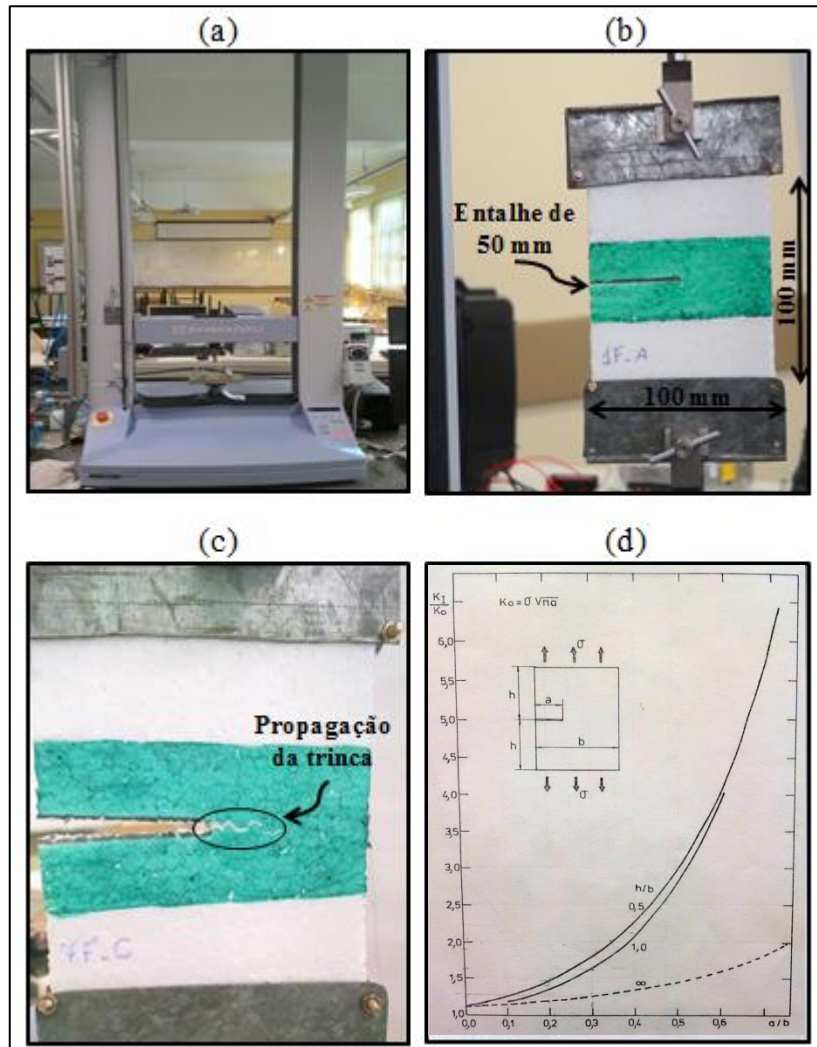
Sendo assim, o valor do módulo de elasticidade utilizado nas simulações numéricas no LDEM será de 4,35 Mpa para todos os tamanhos de corpos de prova do poliestireno expandido1F.

### 3.1.4 Energia específica de fratura ( $G_f$ )

Para a determinação da energia específica de fratura do poliestireno expandido, são realizados ensaios de tração com o auxílio da máquina de ensaios universais Shimadzu AGS - X 5 kN, Figura 13a, utilizando corpos de prova com entalhes de 50 mm na extremidade esquerda, Figura 13b. Também é mostrado como ocorre a propagação da trinca, Figura 13c.



Figura 13 – Ensaio experimental para definição da  $G_f$ : (a) Máquina de ensaios universais Shimadzu AGS - X 5 kN; (b) Dimensões do corpo de prova utilizado; (c) Propagação instável da trinca; (d) Fator de intensidade de tensão para placa tracionada contendo uma fissura lateral



O poliestireno expandido 1F é submetido ao ensaio de tração para definir a taxa de liberação de energia de deformação, sendo que são realizadas 4 repetições do ensaio. Para determinar essa propriedade é usado um método mostrado em Branco (1999), e ilustrado na Figura 13d. Segundo este método o corpo de prova deve ser carregado até que a pré-trinca se propague de maneira instável. A equação 7 é obtida através da Figura 14d.

$$K_0 = \sigma \sqrt{\pi a} \quad (7)$$

Onde  $K_0$  é o fator de intensidade de tensão de referência,  $\sigma$  é a tensão em que a fratura começa e  $a$  é o tamanho do entalhe. Aplicando na equação (7) o valor da tensão obtido a partir do ensaio de tração é possível obter o valor de  $K_0$ , e através da Figura 13d e das dimensões do corpo de prova é obtido o valor de  $K_I$ . Aplicando esse valor a equação (8) é então encontrado o valor da energia específica de fratura ( $G_f$ ).

$$G_f = \frac{K_I^2}{E} \quad (8)$$

Onde  $K_I$  é o fator de intensidade de tensão para o modo I e  $E$  é o módulo de elasticidade.

Os resultados obtidos para  $G_f$  são apresentados na Tabela 2.

Tabela 2 – Energia de fratura do poliestireno expandido 1F

Placa	$G_{f1}$	$G_{f2}$	$G_{f3}$	$G_{f4}$	$G_{f\text{média}}$ [N/m]	sd	CV[%]
<b>1F</b>	131,61	85,50	207,71	108,78	133,40	52,99	39,72

A Tabela 2 mostra que o valor médio de  $G_f$  encontrado para o material é de 133,4 N/m. O coeficiente de variação (CV) dos ensaios apresentaram valores elevados, isso pode ter ocorrido devido ao fato de que a extremidade da fissura lateral nos corpos de prova pode estar localizada no contorno do grão ou no interior de um grão, influenciando assim na propagação da trinca.

### 3.2 Metodologia utilizada nos ensaios experimentais

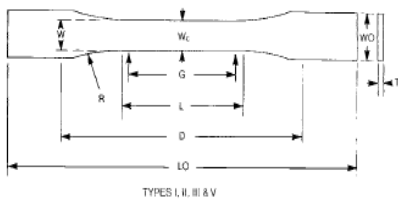
Para a realização dos ensaios de tração são utilizados corpos de prova (CPs) que seguem a norma ASTM D 638 – 10 (Figura 14), a qual estabelece a metodologia para determinar as propriedades mecânicas de plásticos submetidos à tração. A escolha desse formato de CP, o qual possui uma geometria retangular na região central, é feita com o intuito de analisar se os tamanhos dos CPs influenciam também no módulo de elasticidade do material.

Os ensaios de tração são executados com o auxílio da máquina de ensaios universais Shimadzu AGS - X 5 kN, como mostra a Figura 15, também é possível verificar nessa imagem que os CPs são fixados na máquina através de garras, sendo utilizadas placas parafusadas para distribuir uniformemente a força exercida por essas garras nos CPs. A

máquina de ensaios fornece a curva força versus deslocamento, sendo que através desses dados é possível calcular a tensão dividindo a força pela área da seção transversal da região central do CP e a deformação é obtida fazendo o deslocamento final dividido pelo comprimento inicial do corpo de prova (LO).

São realizados ensaios com seis diferentes tamanhos de CPs denominados por I, II, III, IV, V e VI (Figura 16), sendo que o tamanho III é o mostrado na norma (Figura 14), já os demais tamanhos são derivações deste. Na Tabela 3 são apresentadas as dimensões dos seis CPs (configurações de I a VI), sendo que todos possuem a mesma espessura ( $t=10$  mm). Para cada configuração de CP foram realizados 5 repetições do ensaio para validação do modelo, totalizando 30 ensaios. A excitação ao longo dos CPs foi aplicada por meio de um deslocamento com taxa de deformação controlada (0,06097 mm/mm.s).

Figura 14 - ASTM D 638 – 10: *Standard Test Method for Tensile Properties of Plastics*



D638 – 10

TYPES I, II, III & V

Specimen Dimensions for Thickness,  $T$ , mm (in.)<sup>a</sup>

Dimensions (see drawings)	7 (0.28) or under		Over 7 to 14 (0.28 to 0.55), incl	4 (0.16) or under		Tolerances
	Type I	Type II	Type III <sup>b</sup>	Type IV <sup>b</sup>	Type V <sup>c,d</sup>	
$W$ —Width of narrow section <sup>e,f</sup>	13 (0.50)	6 (0.25)	19 (0.75)	6 (0.25)	3.18 (0.125)	$\pm 0.5$ ( $\pm 0.02$ ) <sup>g,h</sup>
$L$ —Length of narrow section	57 (2.25)	57 (2.25)	57 (2.25)	33 (1.30)	9.53 (0.375)	$\pm 0.5$ ( $\pm 0.02$ ) <sup>g</sup>
$W_O$ —Width overall, min <sup>a</sup>	19 (0.75)	19 (0.75)	29 (1.13)	19 (0.75)	...	+ 6.4 (+ 0.25)
$W_O$ —Width overall, min <sup>a</sup>	...	...	...	...	9.53 (0.375)	+ 3.18 (+ 0.125)
$L_O$ —Length overall, min <sup>h</sup>	165 (6.5)	183 (7.2)	246 (9.7)	115 (4.5)	63.5 (2.5)	no max (no max)
$G$ —Gage length <sup>i</sup>	50 (2.00)	50 (2.00)	50 (2.00)	...	7.62 (0.300)	$\pm 0.25$ ( $\pm 0.010$ ) <sup>g</sup>
$G$ —Gage length <sup>i</sup>	...	...	...	25 (1.00)	...	$\pm 0.13$ ( $\pm 0.005$ )
$D$ —Distance between grips	115 (4.5)	135 (5.3)	115 (4.5)	65 (2.5) <sup>j</sup>	25.4 (1.0)	$\pm 5$ ( $\pm 0.2$ )
$R$ —Radius of fillet	76 (3.00)	76 (3.00)	76 (3.00)	14 (0.56)	12.7 (0.5)	$\pm 1$ ( $\pm 0.04$ ) <sup>g</sup>
$R_O$ —Outer radius (Type IV)	...	...	...	25 (1.00)	...	$\pm 1$ ( $\pm 0.04$ )

Figura 15 – Configuração do ensaio de tração

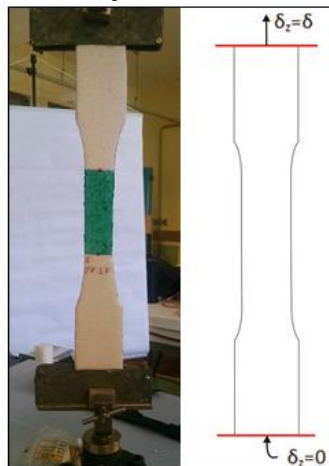


Figura 16 – Corpos de prova utilizados nos ensaios de tração

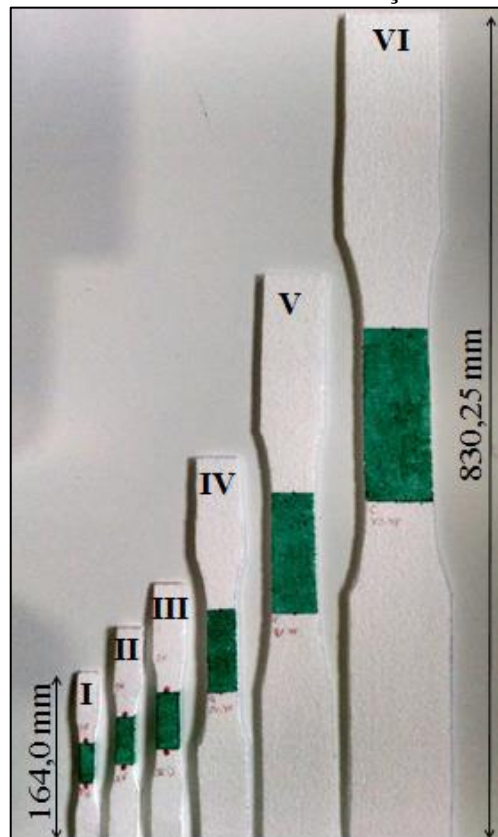
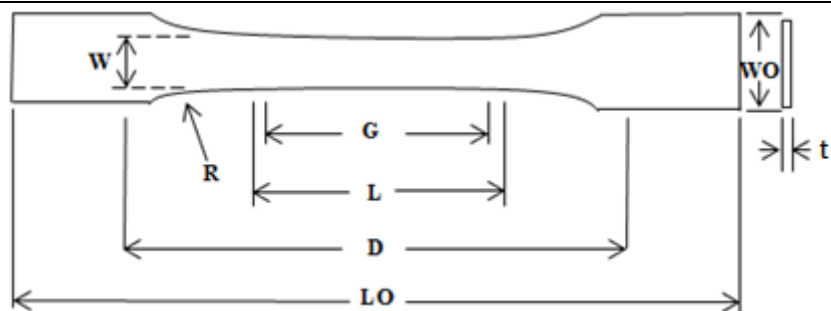


Tabela 3 – Dimensões dos corpos de prova

	R	W	L	G	D	WO	LO
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
<b>CP I</b>	50,67	12,67	38,00	33,33	76,67	19,33	164,00
<b>CP II</b>	63,33	15,83	47,50	41,67	95,83	24,17	205,00
<b>CP III</b>	76,00	19,00	57,00	50,00	115,00	29,00	246,00
<b>CP IV</b>	114,00	28,50	85,50	75,00	172,50	43,50	369,00
<b>CP V</b>	171,00	42,75	128,25	112,50	258,75	65,25	553,50
<b>CP VI</b>	256,50	64,13	192,38	168,75	388,13	97,88	830,25



### 3.3 Metodologia utilizada nas simulações computacionais

#### 3.3.1 Método dos elementos discretos formado por barras

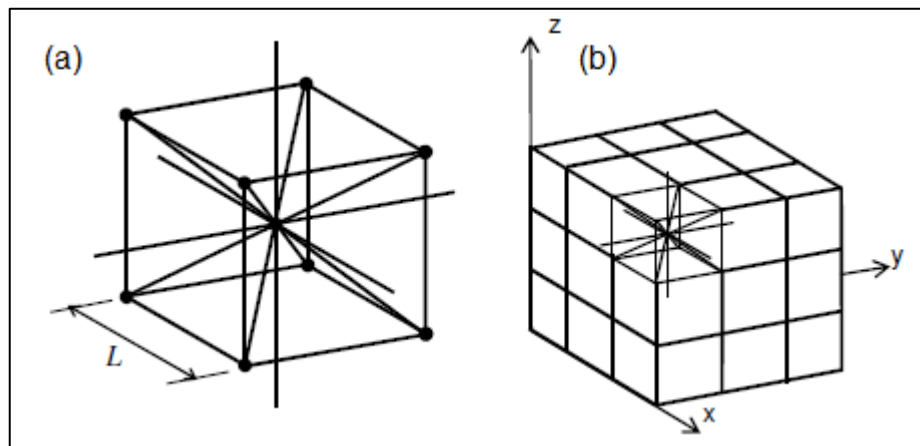
Para realizar a solução de problemas dentro da mecânica dos sólidos, geralmente são utilizados métodos que abordam a hipótese de meios contínuos, permitindo assim a utilização dos cálculos diferencial e integral, os quais são ferramentas teóricas que permitem encontrar soluções exatas ou aproximadas. Considerando a não linearidade, vários tipos de comportamento como a plasticidade e o dano, apresentam suas soluções levando em conta a hipótese do meio contínuo. Porém quando a ruptura é incipiente, ocorre a localização de esforços e a perda de integridade no processo, tornando mais difícil a aplicação de hipóteses baseadas na continuidade.

Os métodos dos elementos finitos (MEF) e dos elementos de contorno (MEC) são métodos clássicos na resolução de problemas na área de mecânica, também empregados na simulação de problemas de fratura e de dano. No entanto, esses métodos se baseiam em uma abordagem contínua e, assim, a modelagem de nucleação e propagação da trinca pode ser uma tarefa complicada. Existem alguns conceitos que trabalham com a fratura e a fragmentação no âmbito da mecânica do contínuo, onde pode-se citar a teoria da mecânica do dano contínuo apresentada por Kachanov (1966). No entanto, segundo Rios (2002), em pesquisas utilizando materiais suscetíveis à fratura, torna-se interessante usar uma teoria que não envolva a hipótese do meio contínuo. Dentro deste panorama, o método dos elementos discretos formado por barras (do inglês LDEM) torna-se uma alternativa interessante. Neste trabalho, o método (com suas equações e símbolos) será descrito usando como referência os trabalhos de Riera (1984) e Kostaski *et al.*(2011).

O desenvolvimento do LDEM começou no início da década de 80, mais recentemente, pesquisadores tem utilizado esse método no estudo de dano em sólidos heterogêneos, como concreto e pedra, além de sólidos homogêneos como é o caso da cerâmica (André *et al.*, 2012). A formulação do método foi proposta por Nayfeh e Hefzy em 1978, ela sugere a representação do meio contínuo através de um arranjo regular de barras de treliça, onde massas são concentradas em nós e a rigidez das barras representa o comportamento da porção do contínuo que se deseja modelar. São estabelecidas assim, em cada um dos vértices, as correspondentes equações de equilíbrio, e integrando numericamente em relação ao tempo, é possível obter o comportamento do corpo sólido em um determinado período.

Rios (2002) afirma que, devido a esta condição, a formulação do LDEM é muito vantajosa para situações que envolvam a fratura de materiais frágeis, pois existe a possibilidade de realizar a representação dessa fratura desativando as barras que tenham atingido seus limites de resistência. Rios ainda destaca que, o uso do LDEM não é limitado apenas para materiais frágeis, esse método já apresentou eficiência para materiais com comportamento dúctil e também em materiais heterogêneos, como é o caso do concreto reforçado com fibras. No LDEM cada nó tem três graus de liberdade, que correspondem aos deslocamentos nodais nas três direções das coordenadas ortogonais. A estratégia de discretização usa um módulo cúbico básico construído com vinte barras e nove nós, conforme mostra a Figura 17.

Figura 17 - Discretização do LDEM: (a) Módulo cúbico básico, (b) Geração de um corpo prismático



A massa concentrada nos nós é especificada de tal modo que a sua soma total é igual a massa do módulo,  $m_{\text{módulo}} = \rho.L^3$ . Assim, metade da massa do módulo é atribuída ao nó central,  $m_{\text{central}} = 0,5\rho.L^3$ , enquanto a outra metade da massa é distribuída igualmente entre os oito nós dos vértices. É importante salientar que, como módulos vizinhos compartilham seus nós de vértice, esses nós levam em conta a contribuição de múltiplos módulos depois da montagem completa do modelo.

Em um material elástico isotrópico,  $A_l$  é a área da seção transversal do elemento longitudinal no modelo discreto equivalente (aquelas que definem os eixos do módulo e aquelas que conectam os nós internos), sendo representada pela equação (9).

$$A_l = \phi L^2 \quad (9)$$

onde  $L$  é o comprimento do módulo cúbico. De forma similar, a área dos elementos diagonais,  $A_d$ , é representada pela equação (10).

$$A_d = \frac{2}{\sqrt{3}} \delta \phi L^2 \quad (10)$$

o coeficiente  $2/\sqrt{3}$  leva em conta a diferença no comprimento entre os elementos diagonais e longitudinais. Para sólidos isotrópicos,  $\phi = (9 + 8\delta)/(18 + 24\delta)$  e  $\delta = 9\nu(4 - 8\nu)$ , onde  $\nu$  é o coeficiente de Poisson do sólido. É importante salientar que para  $\nu = 0,25$  a equivalência com o contínuo isotrópico é completa. Por outro lado, surgem diferenças nos termos de cisalhamento para  $\nu \neq 0,25$ , esse fato foi explicado por Kostaski (2012). Essas discrepâncias são pequenas e podem ser negligenciadas no intervalo  $0,20 \leq \nu \leq 0,30$ . Para valores fora desse intervalo, deve-se usar uma diferente matriz de elementos para formar o módulo básico (Nayfeh e Hefzy, 1978). Os detalhes do cálculo da seção transversal equivalente por unidade de comprimento das barras longitudinais e diagonais das equações (4) e (5) podem ser encontradas nos trabalhos de Nayfeh e Hefzy (1978) e Dalguer *et al.* (2001).

Como explicado anteriormente, a massa do corpo simulado é discretizada e colocada nos nós da treliça, sendo o valor da mesma, correspondente ao volume de influência de cada nó. O sistema de equações resultante da aplicação da segunda lei de Newton em cada nó é definido pela equação (11).

$$M_{ij} \ddot{x}_j + C_{ij} \dot{x}_j + F_i(t) - P_i(t) = 0 \quad (11)$$

sendo  $\dot{x}_j$  e  $\ddot{x}_j$  os vetores velocidade e aceleração nodais, respectivamente.  $M_{ij}$  é a matrizes de massa e  $C_{ij}$  a de amortecimento. Os vetores  $F_i(t)$  e  $P_i(t)$  contêm as forças internas e externas que atuam nas massas nodais. Obviamente, se  $M_{ij}$  e  $C_{ij}$  são diagonais, e a equação (6) não é acoplada. Então um esquema explícito de diferenças finitas centrais pode ser usado para integrar a equação (11) no domínio do tempo. Como as coordenadas nodais são atualizadas a cada passo de tempo, grandes deslocamentos podem ser contabilizados de maneira natural e eficiente.

De acordo com o critério de Courant-Friedrichs-Lewy, Bathe (1996) afirma que a estabilidade do esquema de integração é assegurada limitando o incremento de tempo. Levando em conta a presente implementação, os elementos em piores condições (isto é, aqueles que requerem um  $\Delta t$  menor) são os diagonais. Assim, considerando a relação entre os comprimentos dos dois tipos de barras, a limitação do incremento de tempo é apresentada pela equação (12).

$$\Delta t \leq \frac{0,6L}{C_p} \quad (12)$$

onde  $C_p$  é a velocidade de propagação da onda longitudinal.

$$C_p = \sqrt{E / \rho} \quad (13)$$

sendo  $E$  e  $\rho$  o módulo de elasticidade e a densidade do material respectivamente. A convergência de soluções utilizando o LDEM para elasticidade linear e instabilidade elástica foi verificada por Hayashi (1982).

Quando uma barra da treliça espacial rompe, é gerada uma área de fratura equivalente, isso faz com que energia de fratura seja liberada. Esta energia é dependente da área de fratura e da equação constitutiva do material. Riera (1984) e Riera e Rocha (1991) seguiram a lei proposta por Hillerborg (1978) para materiais quase frágeis como relação constitutiva elementar (RCE), ampliando assim o LDEM para problemas de fratura frágil. No item 3.3.1 é realizada uma breve descrição do modelo bi linear proposto por Hillerborg.

### 3.3.1.1 Lei constitutiva para dano em materiais

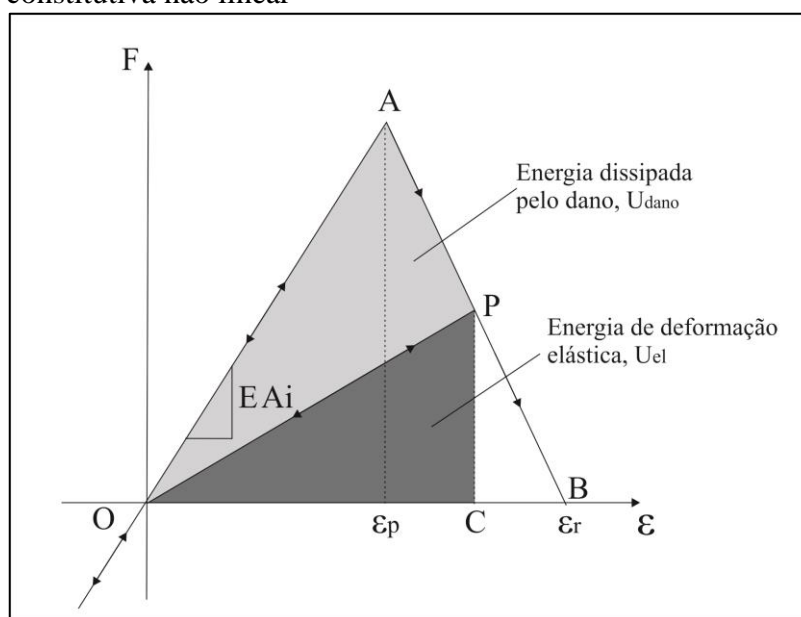
A lei de amolecimento para materiais quase frágeis proposta por Hillerborg (1978) foi adotada para tratar o comportamento desse tipo de material por meio da relação constitutiva elementar triangular para as barras do LDEM, apresentada na Figura 18, a qual permite a contabilização dos efeitos irreversíveis de nucleação e propagação de trincas.

No triângulo OAB da Figura 18, é visualizada uma área fechada pela curva força *versus* deformação, a qual representa a densidade de energia necessária para fraturar a área de influência do elemento. Sendo assim, considerando um ponto P na curva, a densidade de energia elástica armazenada no elemento é representada pela área do triângulo OPC, a qual pode ser devolvida ao sistema, já a área do triângulo OAP representa a densidade de energia



dissipada pelo dano. Uma vez que a densidade de energia de dano se iguale à energia de fratura, o elemento falha e perde a sua capacidade de suportar carga. Porém, na compressão, o comportamento do elemento permanece linear elástico. Logo, o defeito em compressão é induzido por tração indireta.

Figura 18 - Lei constitutiva não linear



Os parâmetros constitutivos relevantes no LDEM são:

$\epsilon_p$  : deformação axial de cada elemento;

$F$ : força axial do elemento, depende da deformação axial;

$A_i$  : área de seção transversal do elemento, dependendo se o elemento considerando é longitudinal ou diagonal, é adotado  $A_l$  ou  $A_d$ , como mostram as equações (9) e (10), respectivamente;

$L$ : comprimento do lado do módulo do LDEM;

$G_f$  : energia específica de fratura, a qual é coincidente com a energia de fratura do material,  $G_c$ ;

$A_i^f$  : Área de fratura equivalente, dependendo se o elemento considerando é longitudinal ou diagonal, é definido  $A_l^f$  ou  $A_d^f$ , respectivamente, de modo a satisfazer a condição de que a energia dissipada pela fratura no contínuo e na sua representação discreta são equivalentes. Sendo assim, a fratura de uma amostra cúbica de dimensões  $L \times L \times L$  é considerada. A energia dissipada pela fratura de um cubo contínuo, devido a uma fissura paralela a uma de suas faces, é dada pela equação (14):

$$U_d = G_f A = G_f L^2 \quad (14)$$

onde  $A = L^2$  é a área de fratura real. Porém, a energia dissipada quando um módulo do LDEM, de dimensões  $L \times L \times L$ , fratura em duas partes, é constituída pelas contribuições de cinco elementos longitudinais (quatro coincidentes com as arestas do módulo e um interno) e quatro elementos diagonais. Então, a energia dissipada por um módulo do LDEM pode ser escrita conforme a equação (Kosteski *et al.*, 2010):

$$U_{dLDEM} = G_f \left( 4 \left( \frac{1}{4} \right) c_A + c_A + 4c_A \left( \frac{2}{\sqrt{3}} \right)^2 \right) L^2 \quad (15)$$

O primeiro termo entre parênteses leva em conta os quatro elementos das arestas, o segundo termo leva em conta o elemento longitudinal interno, já o terceiro termo representa a contribuição dos quatro elementos diagonais. No terceiro termo, o fator  $\left( \frac{2}{\sqrt{3}} \delta \right)$  corresponde à razão entre a rigidez equivalente da barra diagonal e da barra longitudinal, é possível obter esse valor relacionando as equações (9) e (10). O coeficiente  $c_A$  é um parâmetro de escala usado para estabelecer a equivalência entre  $U_d$  e  $U_{dLDEM}$ . Sendo assim:

$$G_f L^2 = G_f \left( \frac{22}{3} c_A \right) L^2 \quad (16)$$

ou seja,  $c_A = 3/22$ . Por fim, as áreas de fratura equivalentes dos elementos longitudinais e diagonais são:

$$A_l^f = \left( \frac{3}{22} \right) L^2 \quad , \quad A_d^f = \left( \frac{4}{22} \right) L^2 \quad (17)$$

$\varepsilon_p$  : é a deformação de falha crítica definida como a maior deformação alcançada pelo elemento antes do início do dano (ponto A na Figura 3). A relação entre  $\varepsilon_p$  e a energia específica de fratura,  $G_f$ , é dada em termos da Mecânica Elástica Linear da Fratura como:

$$\varepsilon_p = R_f \sqrt{\frac{G_f}{E}} \quad (18)$$

onde  $R_f$  é o chamado fator de falha, que leva em conta a presença de um defeito intrínseco de tamanho  $d$ , que pode ser interpretado como o tamanho no qual uma fissura seria crítica para o material utilizado. O fator de falha pode ser expresso como:

$$R_f = \frac{1}{Y\sqrt{d}} \quad (19)$$

onde  $Y$  é um parâmetro adimensional que depende tanto da dimensão da amostra quanto da geometria da fissura. É importante notar aqui que o tamanho de defeito intrínseco,  $d$ , é predeterminado e pode ser considerado como uma propriedade do material. Se for considerado com defeito intrínseco equivalente,  $d_{eq}$ , de tal forma que:

$$\sqrt{d_{eq}} = Y\sqrt{d} \quad (20)$$

Se durante o processo de dano tem-se um defeito equivalente na estrutura igual ou superior a  $d_{eq}$  (uma propriedade do material), poderá ocorrer a ruptura. Obviamente que o campo de tensões aplicado no defeito será fundamental para considerar se o defeito está ativo ou não.

Outro aspecto importante a ser considerado é o comprimento característico da estrutura modelada. Se o  $d_{eq}$  é pequeno em comparação com o comprimento característico da estrutura, a ruptura poderá ser caracterizada como frágil. Mas se o  $d_{eq}$  é similar ao comprimento da estrutura, neste caso a ruptura será dúctil.

Qualquer desordem nas propriedades do material é introduzida no modelo, especificando uma distribuição aleatória na energia específica de fratura,  $G_f$ .

$\varepsilon_r$  : é o limite de deformação, valor de deformação para o qual o elemento perde a sua capacidade de carga (ponto C na Figura 18). Este valor deve ser ajustado para satisfazer a condição de que, após a falha do elemento, a densidade de energia dissipada é igual ao produto da área de influencia do elemento,  $A_i^f$ , vezes a energia específica de fratura,  $G_f$ , dividida pelo comprimento do elemento,  $L_i$ , ou seja:

$$\int_0^{\varepsilon_r} F(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{G_f A_i^f}{L_i} = \frac{K_r \varepsilon_p^2 E A_i}{2} \quad (21)$$

onde o sub índice  $i$  tem que ser especificado para  $l$  ou  $d$  dependendo se o elemento em questão é longitudinal ou diagonal, respectivamente.

O coeficiente  $K_r$  na equação (16) é função das propriedades do material e do comprimento do elemento,  $L_i$ . Com a equação (21), a expressão para  $K_r$  pode ser escrita como:

$$K_r = \left( \frac{G_f}{E \varepsilon_p^2} \right) \left( \frac{A_i^f}{A_i} \right) \left( \frac{2}{L_i} \right) \quad (22)$$

A fim de garantir a estabilidade do algoritmo, deve ser realizada a condição  $K_r \geq 1$  (Riera e Rocha, 1991). Neste sentido, é interessante definir o comprimento crítico do elemento.

$$L_{cr} = 2 \left( \frac{G_f}{E \varepsilon_p^2} \right) \left( \frac{A_i^f}{A_i} \right) \quad (23)$$

O coeficiente  $(A_i^f / A_i)$  na equação (18) é  $(A_l^f / A_l) = 3/22\phi$  e  $(A_d^f / A_d) = \sqrt{3}/11\delta\phi$  para os elementos longitudinal e diagonal respectivamente (ver equações (9), (10) e (17)). No caso especial de um continuo isotrópico com  $\nu=0,25$  o valor das funções  $\delta=1,125$  e  $\phi=0,4$ , o que resulta em  $(A_l^f / A_l) \approx (A_d^f / A_d) \approx 0,34$ . Assim, para fins práticos, um único valor do comprimento crítico do elemento pode ser usado para os elementos longitudinais e diagonais. Por conseguinte, a condição de estabilidade acima pode ser expressa como:

$$K_r = \frac{L_{cr}}{L_i} \geq 1 \Rightarrow L_i \leq L_{cr} \quad (24)$$

Existe um comprimento máximo do elemento que preserva a estabilidade da relação constitutiva do elemento. Finalmente, a expressão para a deformação limite é:

$$\varepsilon_r = K_r \varepsilon_p \quad (25)$$

É interessante notar que, em contraste com a prática habitual em elementos finitos e de contorno, a relação constitutiva no LDEM não é uma função apenas das propriedades do material. A relação constitutiva do elemento introduzida acima é definida em termos de parâmetros que são propriedades do material ( $\varepsilon_p$ ,  $E$ ,  $R_{fc}$  e  $G_f$ ), depende da discretização do modelo ( $A_i^f$  e  $L$ ) e depende de ambos, das propriedades do material e da discretização do modelo ( $E_i^A$  e  $\varepsilon_r$ ). Além disso, é importante notar que, embora o LDEM use uma lei escalar de dano para descrever o comportamento uniaxial dos elementos, o modelo global é responsável por danos anisotrópicos, pois possui elementos orientados em diferentes direções espaciais. Uma lei constitutiva mais sofisticada que permite incorporar maior flexibilidade na forma da lei constitutiva e a inclusão da plasticidade de descarga é publicada em Kostaski *et al.* (2011).

Os estudos sobre a convergência da malha que foram realizados através do LDEM com o uso de uma malha grosseira são mostrados em Kostaski *et al.* (2011) e Miguel *et al.* (2010). Quando temos interesse em modelar um problema, é necessário ajustar quatro parâmetros para um teste simples, o módulo elástico global ( $E$ ), a densidade ( $\rho$ ), a energia específica de fratura ( $G_f$ ), que está ligada diretamente com a tenacidade do material, e a chamada deformação crítica ( $\varepsilon_p$ ) a qual está conectada com a deformação que o modelo global precisa para ser considerado linear. Se o modelo leva em conta a natureza aleatória do material, por exemplo, considerando a  $G_f$  como um campo aleatório, a característica da distribuição e o seu comprimento de correlação também devem ser ajustadas.

### 3.3.1..2 Inclusão do caráter aleatório

É possível introduzir o campo aleatório no LDEM através de duas maneiras. Na primeira as propriedades do material podem ser definidas como campo aleatório no qual a distribuição da densidade de Weibull é considerada, sendo que o comprimento de correlação

do campo espacial também é levado em conta, esta é a maneira utilizada nesse trabalho. Já na segunda definição é introduzida uma desordem aleatória na malha com distribuição normal.

- *Distribuição aleatória de parâmetros do material:* Miguel *et al.* (2010) e Iturrioz *et al.* (2009) modelaram as propriedades aleatórias do material definindo  $G_f$  como um campo aleatório com distribuição de valores extremos do Tipo III (Weibull), dada pela equação (26).

$$W(G_f) = 1 - e^{-\left(\frac{G_f}{\beta}\right)^\gamma} \quad (26)$$

onde  $\beta$  e  $\gamma$  são os parâmetros de escala e de forma, respectivamente. O valor médio ( $\mu$ ) e o desvio-padrão ( $s_t$ ) de  $G_f$  são dados por:

$$\mu = \beta \left[ \Gamma\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) \right] \quad (27)$$

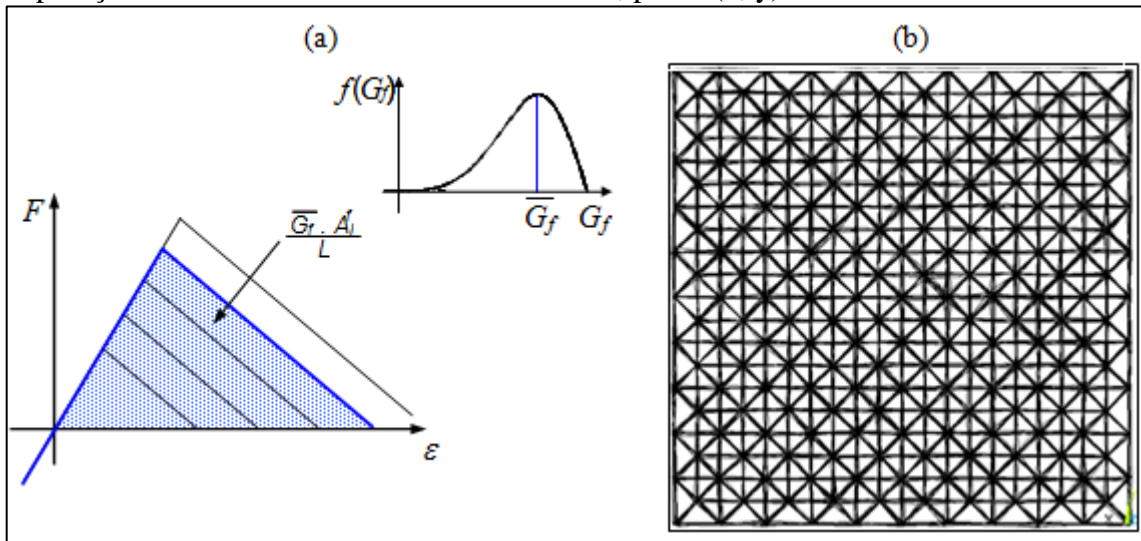
$$s_t = \beta \left[ \Gamma\left(1 + \frac{2}{\gamma}\right) - \Gamma^2\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) \right]^{1/2} \quad (28)$$

onde  $\Gamma$  representa a função de Gama. Para simular valores pseudoaleatórios de  $G_f$ , é utilizada a expressão:

$$G_f = \beta \left[ -\ln(1-u) \right]^{1/\gamma} \quad (29)$$

sendo  $u$  um número aleatório com distribuição uniforme de probabilidade no intervalo (0,1), a geração de  $u$  pode ser feita através de rotinas. Nas versões anteriores do LDEM, tendo o tamanho de um dos elementos ( $L$ ) igual ao comprimento da correlação do campo aleatório da propriedade de interesse do material, por exemplo,  $L_c$ , assumia-se que os valores simulados não eram correlacionados, simplificando assim o esquema computacional. Esta é, contudo, uma limitação importante, inicialmente abordada por Rios e Riera (2004). Mais tarde, Miguel *et al.* (2008) adotou o método proposto por Shinozuka e Deodatis (1996) para simular um campo aleatório gaussiano 3D para modelar a propriedade de interesse do material. Uma técnica mais simples foi usada por Puglia *et al.* (2010).

Figura 19 – (a) Regime de incorporação da aleatoriedade na lei constitutiva pelo LDEM; (b) Incorporação de aleatoriedade na malha do LDEM, plano (x, y).



- *Efeito de perturbações no arranjo cúbico do LDEM:* é possível introduzir pequenas perturbações no arranjo cúbico através da geração de pequenos deslocamentos iniciais dos pontos nodais. Estes deslocamentos resultam em pequenas mudanças na rigidez dos elementos. A variável aleatória de perturbação é definida pela distribuição normal com média e coeficiente de variação já determinados. Além disso, os comprimentos dos elementos são diferentes onde a relação constitutiva elementar é dependente do comprimento, portanto é introduzida a variabilidade nas propriedades do modelo resultante. Esta mudança de posição dos nós pode ser realizada em todas as três direções ou em cada uma, Figura 19b.

### 3.3.2 LDEM associado ao Método dos Elementos Finitos

O LDEM é um método muito utilizado para análises de fraturas e outras observações comportamentais de maneira macroscópica, porém de acordo com Kostas *et al.* (2010) a grande limitação do LDEM está na geração de exemplos mais complexos geometricamente, inclusão de não linearidades relacionadas a condições de borda e relações constitutivas. Assim as características do LDEM são implementadas no software comercial *Abaqus* fazendo o modelo LDEM+MEF, ganhando assim flexibilidade para simular problemas com geometrias e condições de contorno mais complexas.

O software utilizado é o *Abaqus/Explicit* que é um produto do ambiente *Abaqus* de análise de elementos finitos, é bem adaptado para análise não-linear, transiente e dinâmico de sólidos ou de estruturas, utilizando integração explícita. A capacidade de *Abaqus/Explicit* para

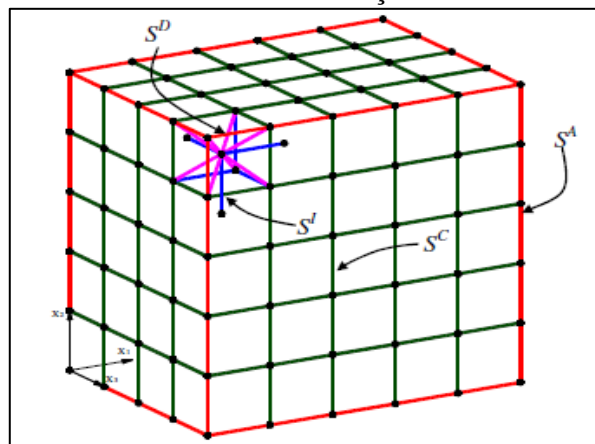
agir, eficazmente, em problemas acentuadamente não-lineares o torna eficaz para aplicações também quase estáticas, como explica Kostascki (2012).

### 3.3.2..1 Modelagem da treliça espacial

Resumidamente o LDEM é a composição de uma treliça espacial que reproduz um corpo contínuo. Essa treliça gerada pela superposição de módulos cúbicos básicos é inserida no *Abaqus/Explicit*, o qual utiliza os elementos finitos de barra tridimensional com 2 nós (T3D2).

No *Abaqus*, cada elemento encontra-se associado a uma seção e em cada seção se determina um material. A disposição cúbica estudada no LDEM possui quatro tipos de seções diferentes, correspondentes aos elementos colocados nas arestas ( $S^A$ ), nas caras ou faces ( $S^C$ ), internos ( $S^I$ ) e diagonais ( $S^D$ ), do modelo global. Na Figura 20 as barras vermelhas, verdes, azuis e rosas representam, respectivamente, as seções citadas anteriormente.

Figura 20 - Cubo modelado com o LDEM com as seções definidas no *Abaqus*



Fonte: Kostascki *et al.*, (2010)

As áreas dos elementos pertencentes a cada seção são representadas pelas equações a seguir:

$$S^A = \frac{A_l}{4} \quad (30)$$

$$S^C = \frac{A_l}{2} \quad (31)$$



$$S^I = A_l \quad (32)$$

$$S^D = A_d \quad (33)$$

Onde  $A_l$  e  $A_d$  foram definidas na equação (17).

### 3.3.2..2 Determinação das massas

No LDEM a massa do corpo simulado é disposta nos nós de cada cubo básico, sendo que o valor da mesma depende do volume de influência do nó. Considerando-se o módulo cúbico básico da Figura 17a observa-se que no volume do módulo ( $L^3$ ) está contido o nó central e também o somatório da oitava parte dos nós dos vértices.

A massa de cada cubo elementar é dada por ( $\rho L^3$ ), onde  $\rho$  é a densidade do material. Sendo que a massa do cubo é dada pela contribuição do nó central que é a metade de toda massa ( $\rho L^3/2$ ) e os outros oito nós contribuem com o restante ( $8 \times \rho L^3/16$ ).

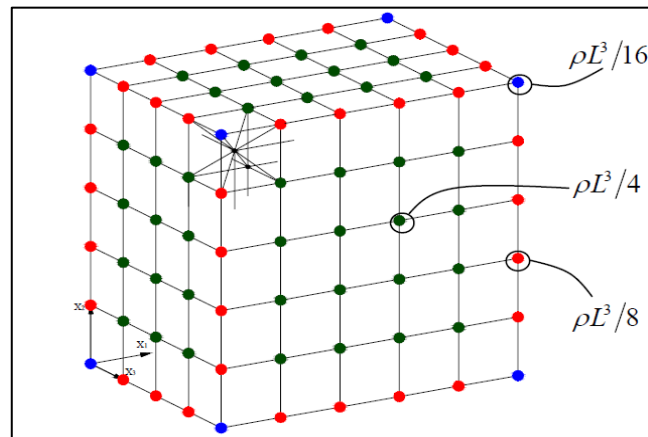
Assim, os nós dos vértices em azul, das arestas em vermelho e das faces em verde, possuem massas dadas pelas equações (34), (35) e (36) respectivamente. O modelo é representado pela Figura 21.

$$\rho L^3/16 \quad (34)$$

$$\rho L^3/8 \quad (35)$$

$$\rho L^3/4 \quad (36)$$

Figura 21 – Cubo modelado no LDEM com massas discretizadas.



Fonte: Kostaski *et al.*, (2010)

O *Abaqus/Explicit* não permite colocar massas unicamente concentradas nos nós, pois assim teriam barras sem massas o que geraria erros nos cálculos. Sendo assim, opta-se em colocar uma densidade de massa nas barras que seja equivalente as massas nodais do DEM. Considera-se duas densidades de massa equivalentes para as barras longitudinais e barras diagonais, denominadas por  $\rho_l$  e  $\rho_d$  respectivamente, porém são impostas duas restrições, que os nós do centro do modelo global tenham uma massa de  $\rho L^3/2$  e os nós dos vértices do modelo global  $\rho L^3/16$ .

A consideração das massas é dada através da multiplicação do volume de cada barra por sua densidade de massa, obtendo assim o seguinte sistema de equações:

$$\frac{\rho L^3}{2} = \frac{6\rho_l \phi L^3}{2} + \frac{16\rho_d \delta \phi L^3}{2\sqrt{3}} \quad (37)$$

$$\frac{\rho L^3}{16} = \frac{3\rho_l \phi L^3}{8} + \frac{2\rho_d \delta \phi L^3}{2\sqrt{3}} \quad (38)$$

### 3.3.2..3 Modelo constitutivo inserido no *Abaqus*

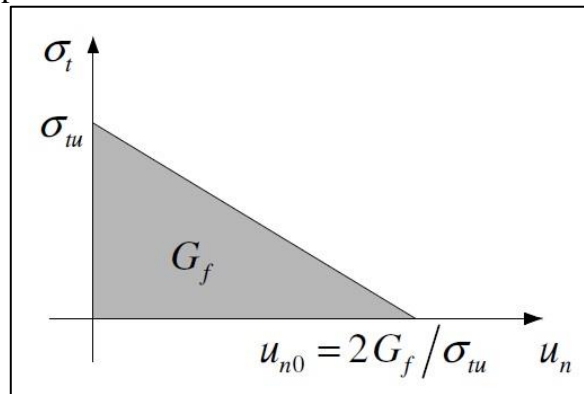
O modelo de ruptura para concreto no *Abaqus/Explicit* possui características similares a da lei constitutiva Bilinear do LDEM. Entre elas pode-se ressaltar:

- O comportamento à compressão é sempre elástico linear.
- O comportamento antes de começar o dano é elástico linear.

- Podem-se remover os elementos quando eles forem totalmente danificados.

O Software utiliza o modelo de fissuras distribuídas (smeared crack model) para o comportamento frágil do concreto representando descontinuidades do material. O critério de fratura baseia-se na lei bilinear proposta por Hillerborg (1978). A Figura 22 mostra a relação constitutiva após atingir a tensão máxima.

Figura 22 - Modelo de tensão na falha versus deslocamento vinculado à energia de fratura utilizado no Abaqus/Explicit



Fonte: Kostaski et al., (2010)

A tensão máxima de fratura é definida pela equação:

$$\sigma_{tu} = E\varepsilon_p \quad (39)$$

O deslocamento onde não se transmite mais tensões  $u_{n0}$  está diretamente relacionado com a deformação limite  $\varepsilon_r$ . No software se leva o valor da deformação crítica ( $\varepsilon_r$ ) no lugar do deslocamento.

#### 3.3.2..4 Inclusão do caráter aleatório no Abaqus

O caráter aleatório foi introduzido no *Abaqus/Explicit* considerando a tenacidade do material  $G_f$  como uma variável aleatória (ROCHA, 1989). Foi adotada para a mesma uma distribuição de probabilidades tipo Weibull de dois parâmetros, definida por:

$$F(G_f) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{G_f}{\beta}\right)^\gamma\right] \quad (40)$$

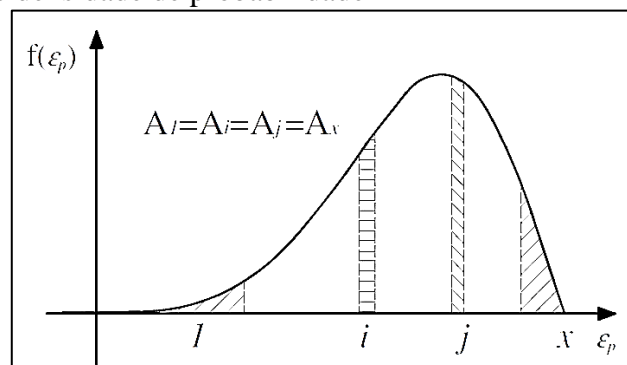
Onde  $\beta$  é o parâmetro de escala e  $\gamma$  é o parâmetros de forma. A função de  $G_f$  é dada pela derivada da expressão anterior, equação (40). Podendo ser escrita como:

$$G_f = cte \cdot \varepsilon_p^2, \quad cte = \frac{E(1-\nu^2)}{R_f} \quad (41)$$

De acordo com equação (40), pode-se definir a função de densidade de probabilidade de  $\varepsilon_p$  vinculada á de  $G_f$ . Uma relação aproximadamente constante entre os coeficientes em torno de 0,5 de acordo com Rocha (1989). Isto é feito já que é mais simples colocar aleatoriedade em  $\varepsilon_p$  do que em  $G_f$ .

Na implementação no *Abaqus/Explicit*, para definir uma aleatoriedade do material optou-se por definir uma quantidade  $x$  de materiais, gerando assim  $4x$  tipos de seções, as quais são mostradas na Figura 20. Os tamanhos dos  $x$  intervalos são definidos na função de densidade de probabilidade de  $\varepsilon_p$ , fazendo com que a probabilidade dentro destes seja a mesma, ou seja, que a área contida nestes intervalos seja constante e igual a  $1/x$ . A Figura 23 mostra a função de densidade de probabilidade onde foram definidos  $x$  intervalos com a mesma probabilidade de ocorrência.

Figura 23 – Função de densidade de probabilidade



Fonte: Kostaski et al., (2010)

A cada material gerado ( $x$ ) atribui-se o valor de  $\varepsilon_p$  médio e também por consequência o  $G_f$  médio de cada intervalo. Como cada área de distribuição é igual faz com que a probabilidade que um valor de  $\varepsilon_p$  caia nestes intervalos seja constante. Para a propriedade aleatória de um elemento basta sortear um número pertencente ao intervalo  $[1; x]$  e atribuir

esse material ao elemento. Sendo assim, obtém-se uma distribuição tipo Weibull de  $\varepsilon_p$  e de  $G_f$ , pois se consegue uma quantidade similar de elementos de cada material  $x$ .

### 3.3.3 Simulações numéricas

A fratura em matérias quase frágeis pode ser estudada através da modelagem computacional de corpos de prova (CPs) em três ou duas dimensões. No presente trabalho, primeiramente são modelados CPs em três dimensões com a mesma geometria dos CPs utilizados nos ensaios experimentais. Posteriormente, levando em conta a existência de uma redução da seção transversal dos CPs em sua zona central (região na qual é esperado que ocorra a ruptura), é simulada somente tal região (Figura 24). Em seguida são comparados os resultados dessas duas formas de simulação para verificar a possibilidade de realizar a simulação somente da região central dos CPs com o objetivo reduzir o número de graus de liberdade do modelo, com a consequente redução do esforço computacional necessário. Como terceira opção são realizadas simulações onde a região com a redução da seção transversal segue sendo simulada no LDEM (elementos discretos) e o restante do corpo de prova é simulado no *Abaqus* (elementos finitos) como mostra a Figura 25. Em todas as formas de simulação são utilizados dois módulos cúbicos na espessura do modelo, os quais são equivalentes a espessura dos corpos de prova testados experimentalmente.

Para realizar as simulações no LDEM é necessária a definição de alguns parâmetros iniciais. Os valores da  $\rho$ ,  $E$  e  $G_f$  são definidos através de ensaios experimentais como descritos nos itens 3.1.2, 3.1.3 e 3.1.4, respectivamente. O fator de falha ( $R_f$ ), já foi descrito na seção que explica a lei não linear usada no método dos elementos discretos (seção 3.3.1.1), esse parâmetro pode ser obtido a partir da deformação na qual o corpo de prova começa a romper ( $\varepsilon_p$ ).

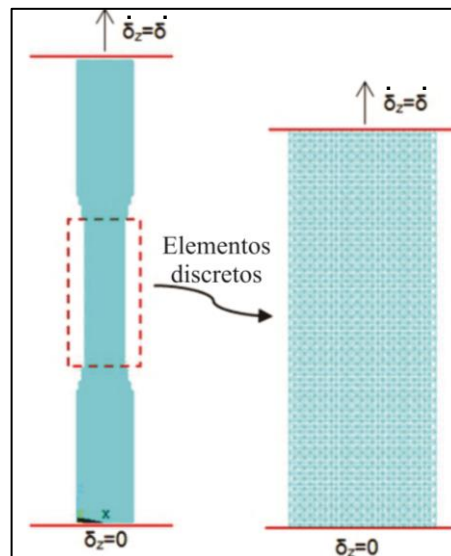
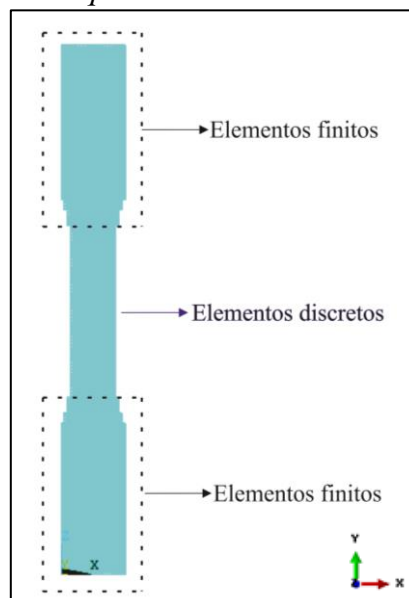
A porcentagem de aleatoriedade imposta no modelo, ou seja, o coeficiente de variação da energia de fratura ( $CVG_f$ ) é obtido através dos testes de  $G_f$  (ver tabela 2). Já o comprimento do módulo cúbico ( $L$ ) é definido através simulações iniciais para determinar o menor e o maior arranjo possível que conduz a resultados satisfatórios. A Tabela 4 apresenta o número de módulos cúbicos utilizados para simular os corpos de prova I, III e VI.

Assim é importante salientar que todas as propriedades do material utilizados na simulação são as obtidas nos ensaios sem nenhum ajuste para calibrar os resultados.

Tabela 4 – Discretização utilizada nas simulações numéricas

CP	Módulos em X	Módulos em Y	Módulos em Z
I	4	30	2
III	6	45	2
VI	18	151	2

Figura 24 – Opção 1: Modelo no LDEM

Figura 25 - Opção 2: Modelo no *Abaqus* e LDEM

## 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são exibidos os resultados. Para evitar a repetitividade, são apresentados e discutidos os resultados experimentais e numéricos obtidos para o poliestireno expandido 1F. Ao final desse capítulo é mostrado um resumo dos resultados obtidos para outros dois tipos de poliestireno expandido, 5F e 7F. Toda informação referente a essas análises encontram-se nos Apêndices A e B. A seguir são apresentados primeiramente os resultados referentes aos ensaios experimentais de tração e posteriormente os resultados das simulações numéricas.

### 4.1 Resultados obtidos com os ensaios de tração – poliestireno expandido 1F

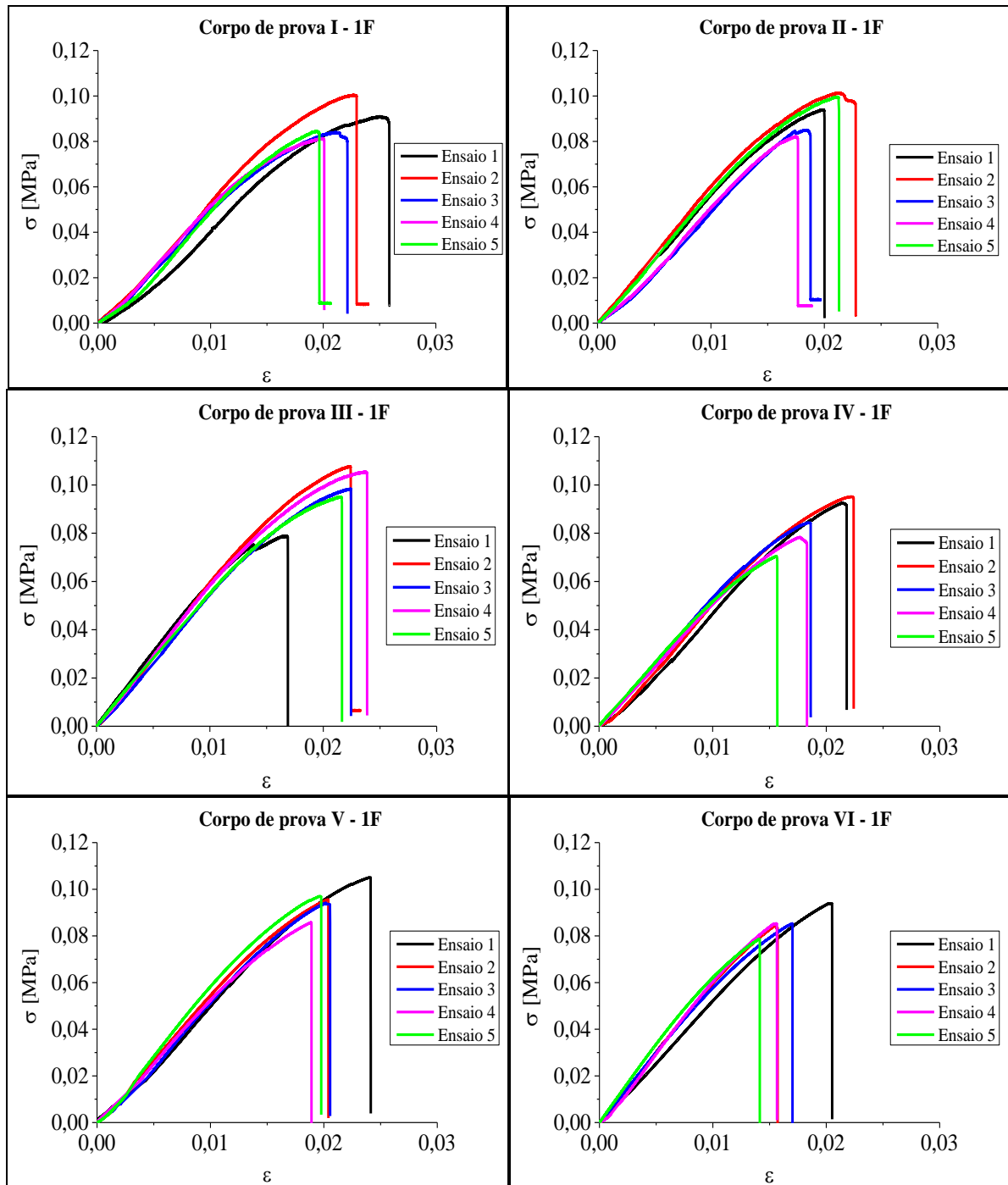
A Figura 26 mostra as curvas tensão *versus* deformação das cinco réplicas dos ensaios de tração realizados com os poliestirenos expandidos 1F. São realizados ensaios com os seis diferentes tamanhos de corpos de prova.

A Tabela 5 apresenta um resumo dos resultados das curvas tensão *versus* deformação obtidos através dos ensaios experimentais de tração. A tensão é obtida pela força dividida pela área da seção transversal da região central do CP e a deformação é calculada levando em conta o deslocamento total sofrido pelo CP.

Tabela 5 – Resumo dos resultados: ensaios experimentais

<b>Poliestireno expandido 1F</b>						
	$\sigma_{rup,média}$	$CV(\sigma)$	$\varepsilon_{rup,média}$	$CV(\varepsilon)$	$E_{médio}$	$CV(E)$
	[Mpa]	[%]		[%]	[Mpa]	[%]
<b>CP I</b>	0,0883	8,72	0,0216	10,61	5,03	11,82
<b>CP II</b>	0,0924	9,28	0,0196	8,45	5,52	6,64
<b>CP III</b>	0,0970	11,74	0,0210	12,95	4,88	10,06
<b>CP IV</b>	0,0841	12,09	0,0191	14,33	4,94	6,05
<b>CP V</b>	0,0955	7,24	0,0206	9,85	5,71	4,99
<b>CP VI</b>	0,0856	6,39	0,0164	14,05	6,05	8,18

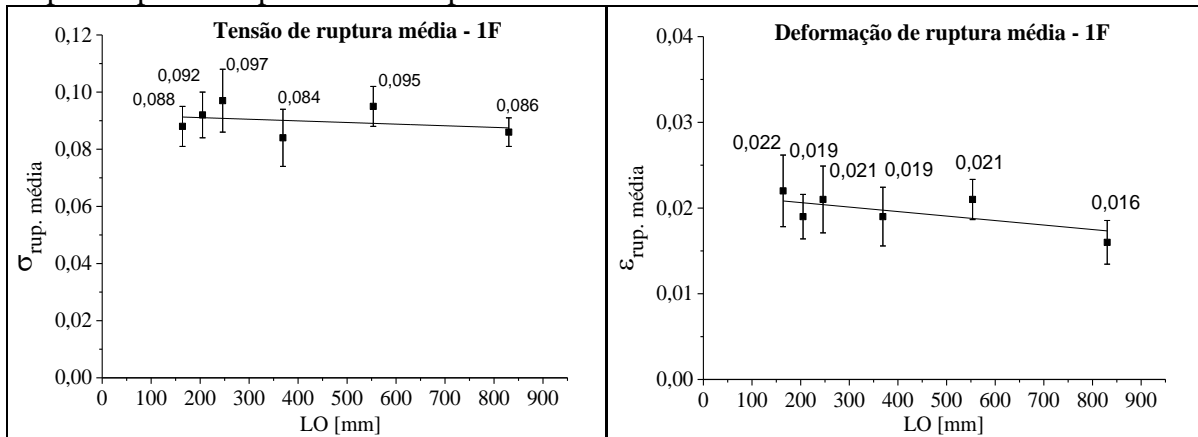
Figura 26 – Curvas tensão *versus* deformação para os CP de poliestireno expandido 1F



Para facilitar a análise da ocorrência do efeito de escala no material testado, o qual é considerado quase frágil, é apresentada a Figura 27 que mostra a variação da tensão e da deformação de ruptura em relação ao comprimento dos corpos de prova.



Figura 27 – Variação da tensão e deformação de ruptura para os diferentes tamanhos de corpos de prova do poliestireno expandido 1F



A Figura 27 sugere que a tensão de ruptura do poliestireno expandido 1F varia com o aumento do tamanho dos corpos de prova, mas em geral pode-se verificar uma leve diminuição do valor da tensão de ruptura.

As deformações de ruptura também apresentam uma variação em seus valores, mas em geral ocorre uma diminuição mais significativa com o aumento do tamanho dos corpos de prova, esse fato evidencia que o poliestireno expandido 1F sofre um efeito de escala estrutural, pois quando ocorre o aumento do tamanho das amostras o material fragiliza-se mais.

#### 4.2 Resultados obtidos com as simulações computacionais no LDEM

Para avaliar o desempenho do LDEM na análise da fratura em materiais quase frágeis, foram realizadas simulações dos ensaios de tração para os corpos de prova I, III e VI. Para cada tamanho de corpo de prova foram realizadas 4 repetições das simulações para validação do modelo. A Tabela 6 apresenta as propriedades do poliestireno expandido, assim como alguns dados relevantes das simulações. É possível introduzir aleatoriedade no modelo considerando as propriedades do material como campos espaciais aleatórios com distribuição de probabilidades de Weibull e comprimento de correlação conhecido (ver item 3.3.1..2).

A seguir são apresentados os resultados das simulações numéricas dos ensaios de tração. Os resultados em termos de configurações finais dos corpos de prova e das curvas tensão versus deformação são comparados com os obtidos através dos ensaios experimentais.

Tabela 6 – Dados das simulações

Propriedades	Poliestireno expandido 1F
$E$ [MPa]	4,35
$\rho$ [Kg/m <sup>3</sup> ]	11,90
$\nu$	0,25
$G_f$ [N/m]	133,40
$CVG_f$ [%]	40,00
$R_f$ [m <sup>1/2</sup> ]	3,87
$L$ [m]	5,50E-3
$Dt$ [s]	2,00E-6

#### 4.2.1 Curvas tensão versus deformação

A Figura 28 apresenta a comparação das curvas tensão *versus* deformação para o poliestireno expandido 1F.

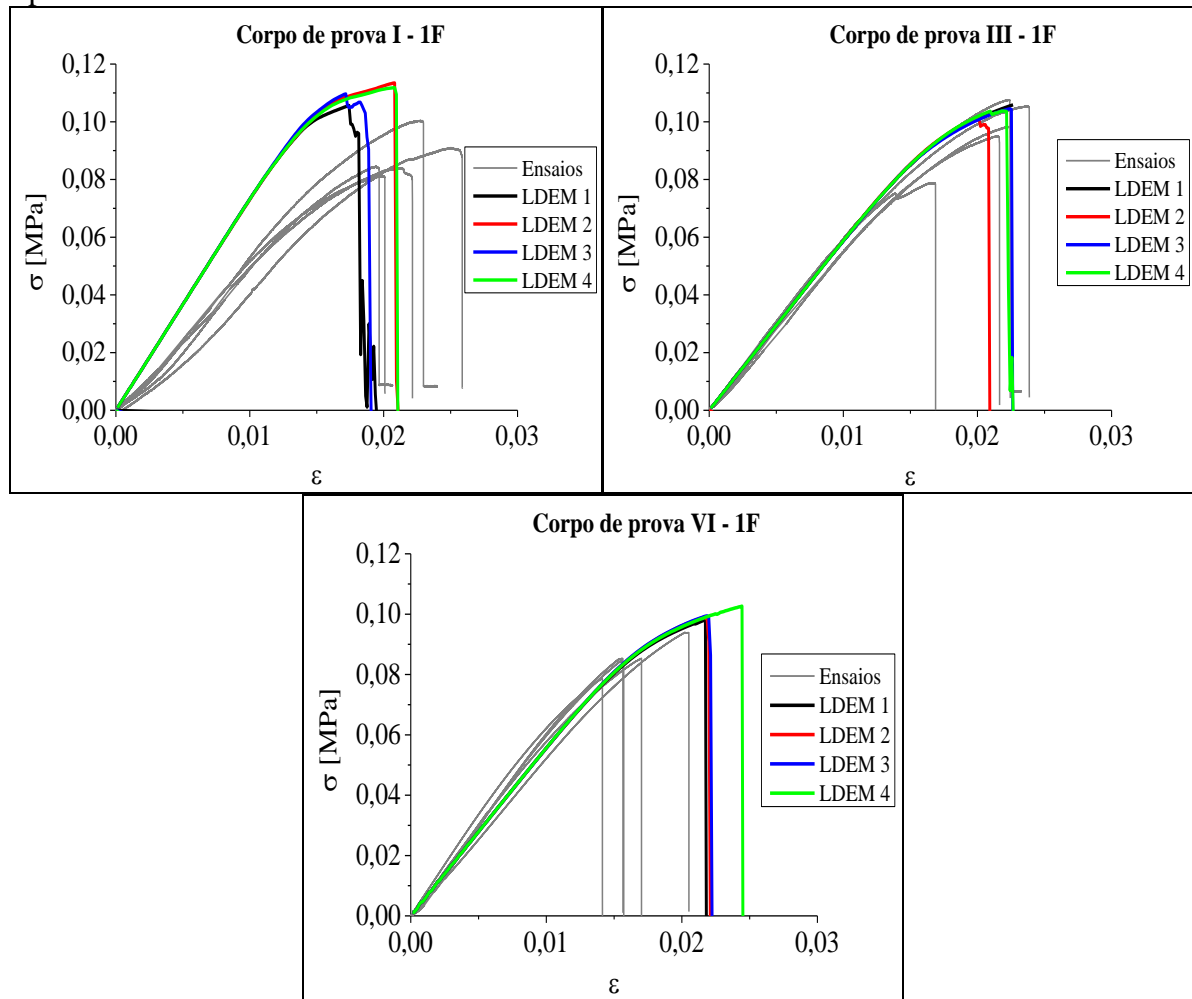
Na Figura 28 as curvas experimentais e numéricas apresentam comportamentos semelhantes, assim como os valores para a deformação de ruptura. Porém é possível observar que as simulações para o CP I apresentaram valores para tensão de ruptura mais elevados dos que os obtidos nos ensaios experimentais.

A Tabela 7 apresenta o resumo dos resultados das curvas tensão *versus* deformação obtidas através das simulações computacionais utilizando o LDEM. A tensão é obtida pela força dividida pela área da seção transversal da região central do CP e a deformação é calculada levando em conta o deslocamento total sofrido pelo CP.

Tabela 7 – Resumo dos resultados: simulações numéricas

Poliestireno expandido 1F				
	$\sigma_{rup,média}$	$CV(\sigma)$	$\varepsilon_{rup,média}$	$CV(\varepsilon)$
	[Mpa]	[%]	[Mpa]	[%]
<b>CP I</b>	0,0956	3,05	0,0190	10,73
<b>CP III</b>	0,1213	3,09	0,0226	11,76
<b>CP VI</b>	0,0998	2,12	0,0224	5,55

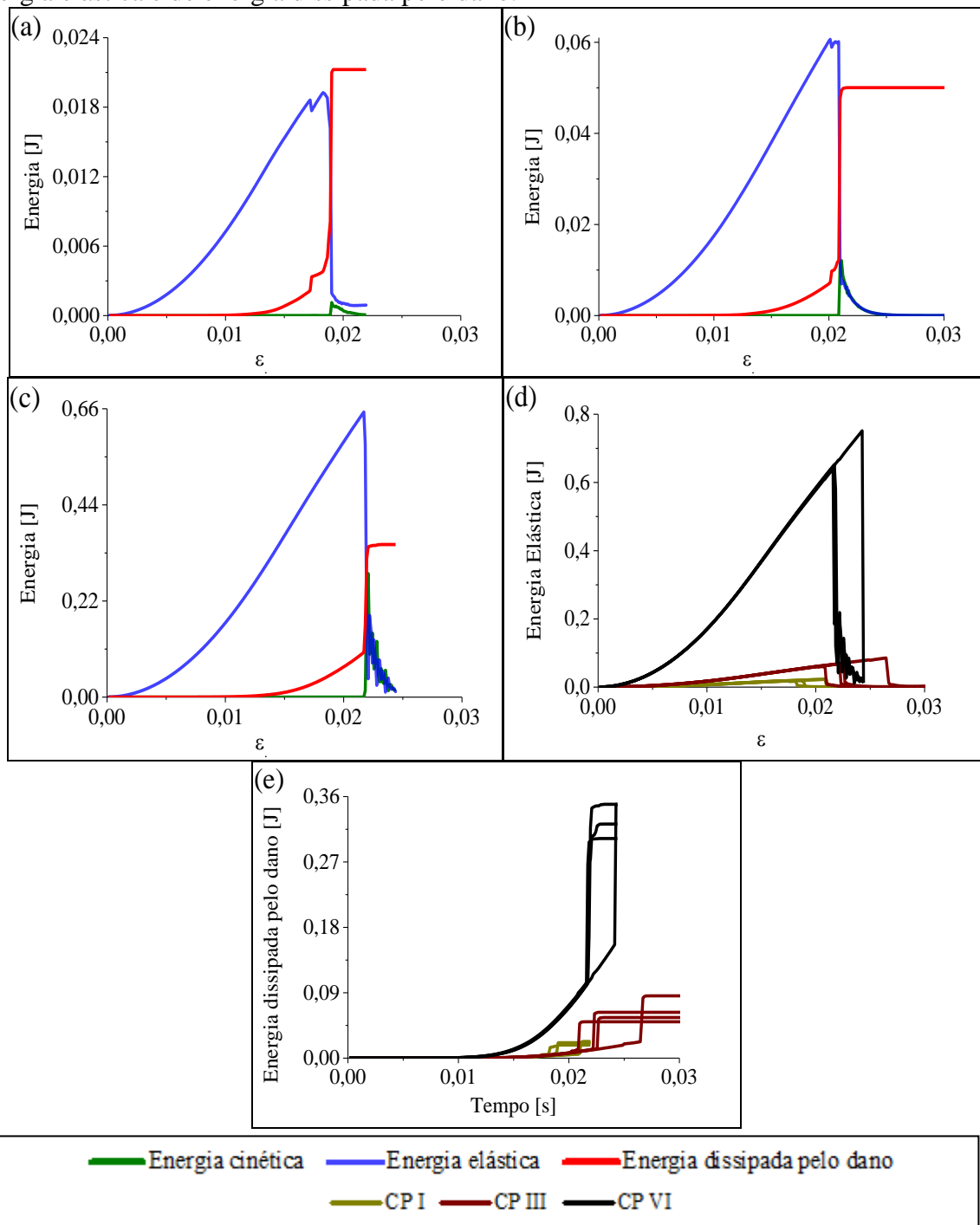
Figura 28 - Curvas tensão versus deformação poliestireno expandido 1F, resultados experimentais e numéricos.



#### 4.2.2 Balanço energético

O LDEM tem a possibilidade de registrar o balanço energético durante todo o processo de ruptura. Os resultados em termos de energias para o poliestireno expandido 1F são mostrados na Figura 29.

Figura 29 – Resultados em termos de energias: (a), (b) e (c) balanço energético para os corpos de prova I, III e VI do poliestireno expandido 1F. (d) e (e) todas as simulações em termos de energia elástica e de energia dissipada pelo dano.



A Figura 29 (a), (b) e (c) mostra os balanços energéticos de uma das simulações dos ensaios de tração para os corpos de prova I, III e VI, respectivamente. A condição de carga quase estática pode ser verificada durante o processo de carga, onde as energias cinéticas mantiveram-se em níveis muito mais baixos do que as outras energias envolvidas, a elástica e a dissipada pelo dano. Nota-se também que o balanço energético para o maior corpo de prova

(CP VI) mostra um comportamento mais frágil, este fato é evidenciado comparando a relação entre a energia dissipada pelo dano e a energia elástica, como pode ser analisada essa relação é mais elevada no CP VI do que nos CPs I e III.

Na Figura 29 (d) e (e) os resultados para todas as simulações são apresentados em termos de energia elástica e dissipada pelo dano, as quais mostram que as formas das curvas de energias mudam em função do tamanho do CP.

A Tabela 8 apresenta os valores médios e os coeficientes de variação para a máxima energia elástica armazenada nos CPs antes da falha catastrófica acontecer, isto é, quando a energia elástica começa a oscilar imediatamente depois do salto da curva. Os coeficientes de variação foram calculados através das quatro repetições de cada simulação.

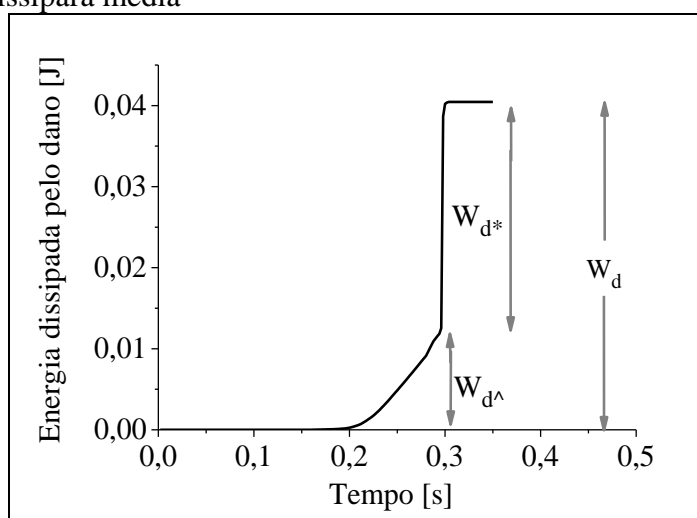
		Máxima energia elástica			Máxima energia dissipada		
		[J]			pelo dano [J]		
		Média	sd	CV[%]	Média	sd	CV[%]
	CP I	0,0209	0,0026	12,31	0,0208	0,0026	9,96
<b>1F</b>	CP III	0,0709	0,0104	14,63	0,0637	0,0156	24,51
	CP VI	0,6723	0,0529	7,88	0,3307	0,0229	6,93

A Tabela 9 apresenta os valores médios característicos da energia dissipada que é chamada de energia total dissipada até a ruptura ( $W_d$ ), já a energia dissipada imediatamente antes da falha catastrófica é representada por  $\hat{W}_d$  e a energia dissipada consumida durante o evento catastrófico é denominada por  $W_d^*$ . A Tabela 9 apresenta esses valores para o poliestireno expandido 1F, também é mostrado o comprimento característico dos corpos de prova estudados, sendo esse considerado como  $D = W$  (largura da região central da amostra, ver Tabela 3). A Figura 30 mostra como são obtidos esses três valores característicos da energia dissipada.

Tabela 9 – Densidade de energia média máxima

		Energia dissipada [J]			Comprimento característico [mm]
		$W_d$	$W_{d^*}$	$W_{d^\wedge}$	$D$
	CP I	0,02089	0,01682	0,00406	12,67
<b>1F</b>	CP III	0,06369	0,05196	0,01173	19,00
	CP VI	0,33077	0,22575	0,10502	64,13

Figura 30 – Energia dissipada média



#### 4.2.2..1 Dimensão fractal da energia dissipada

Em várias obras de Carpinteri e outros pesquisadores, por exemplo, Carpinteri *et al.* 1994, 1995 e 1999, é apresentada uma teoria que explica o efeito de escala considerando que a energia dissipada durante um processo de dano acontece ao longo de um domínio de controle que possui uma dimensão fractal. No processo de dano em um corpo submetido a um campo homogêneo de tensões de tração, é possível considerar que a energia dissipada fornece um volume de controle que é um domínio de controle de três dimensões. Quando uma trinca principal concentra o dano em uma área de falha, é possível considerar que neste caso a energia dissipada, uma vez que ocorre, fornece um domínio de controle de dimensão dois. Entre esses dois casos extremos, é possível considerar que em casos intermediários, onde o domínio não é um volume e nem uma área, ocorre um domínio fractal que tem uma dimensão entre 3 e 2.

O conceito de fractalidade foi introduzido por Manderblot em 1982 e foi usado para explicar vários fenômenos físicos. No caso simulado no presente trabalho, é possível ver que a parte da energia dissipada que é chamada de  $\hat{W}_d$  (ver Tabela 9) ocorre devido a microfissuração em um domínio de controle que muda sua dimensão de 3 até 2 quando o processo de dano e o aglomerado de fissuras produzem o efeito de localização, onde a microfissuração é concentrada em uma região localizada próxima a superfície de fratura.

Se for considerado nos corpos de prova estudados o comprimento característico como sendo  $D = W$  (ver Tabela 3), pode-se definir que o volume de controle nas amostras simuladas é igual a:

$$V_c = D^2 t \quad (42)$$

Onde  $V_c$  é o volume de controle em cada corpo de prova. Nota-se que a espessura das amostras em todos os casos é igual a  $t=0,01$  m. Desta forma é possível escrever para dois quaisquer corpos de prova simulados (por exemplo, os copos de prova I e III) que:

$$\omega^{II} = \frac{W_d^{II}}{tD_I} \quad (43)$$

$$\omega^{III} = \frac{W_d^{III}}{tD_{III}} \quad (44)$$

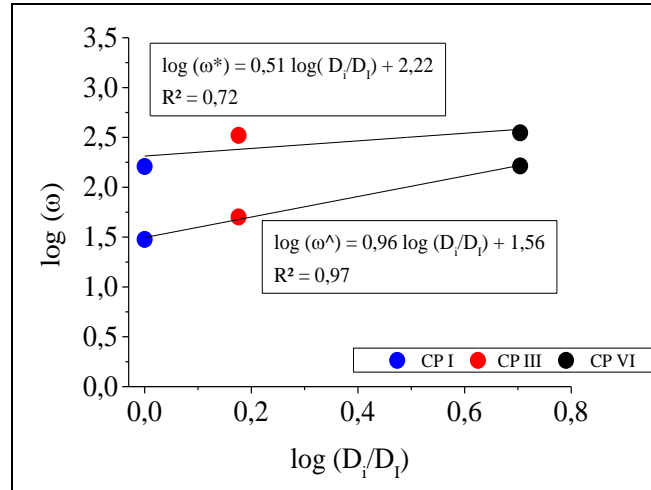
Nestas expressões  $\omega^{II}$  e  $\omega^{III}$  representam as densidades características da energia dissipada associadas aos corpos de prova I e III, o produto entre o comprimento característico  $D$  e a espessura  $t$  é a área transversal. Finalmente, pode-se chamar de  $W_d^i$  qualquer energia dissipada característica apresentada na Tabela 9.

Na Figura 31 é mostrada uma relação bilogarítmica entre as densidades  $\omega^*$  e  $\omega^\wedge$  dos corpos de prova, em todos os casos fica evidente a ocorrência do efeito de escala.

Usando a lei multifractal proposta por Carpinteri *et al.* 1995b a qual afirma que  $\omega^i$  não é um parâmetro do material, ou seja, independe do tamanho do corpo de prova, a propriedade do material será chamada densidade fractal  $\bar{\omega}^i$ , a qual pode ser expressa da seguinte forma:

$$\bar{\omega}^{-i} = \frac{W_d^{il}}{t(D_I)^{1+dG_i}} = \frac{W_d^{iIII}}{t(D_{III})^{1+dG_i}} \quad (45)$$

Figura 31 – Densidade de energia dissipada para cada tamanho de corpo de prova simulado do poliestireno expandido 1F.



Se a equação (45) for trabalhada algebricamente, é possível escrever  $\omega^{il}$  em termos de  $\omega^{iIII}$  como mostra a equação (46).

$$\omega^{il} = \frac{W_d^{il}}{t(D_I)^1} = \frac{W_d^{iIII} D_I^{dG_i}}{t(D_{III})^1 D_{III}^{dG_i}} = \omega^{iIII} \left( \frac{D_I}{D_{III}} \right)^{dG_i} \quad (46)$$

Aplicando logarítmico em ambos os lados da equação (46) é possível escrever:

$$\log(\omega^{il}) = \log(\omega^{iIII}) + dG_i \log\left(\frac{D_I}{D_{III}}\right) \quad (47)$$

Se for aplicada a equação (47) aos valores característicos de energia dissipada indicados na Tabela 9, que são  $W_d^*$  e  $W_d^\wedge$ , é possível obter por meio de regressão linear para o poliestireno expandido 1F,  $dG^* = 0,51$  e  $dG^\wedge = 0,96$ .

Alguns aspectos sobre o significado destes resultados são comentados a seguir:

-  $W_d^\wedge$  representa a energia dissipada desde o início do processo de dano até a condição que antecede o acontecimento do evento catastrófico, neste caso, é esperado que, em níveis iniciais de danificação o domínio de controle tenha uma dimensão mais perto de 3, tendo como limite superior o volume controle ( $tD^2$ ). Quando o dano aumenta, o processo de



localização produz uma energia dissipada que fornece um domínio com uma dimensão menor, entre 3 e 2 tendo como limite inferior a área da seção transversal ( $tD$ ).  $W_d^{\wedge}$  é o resultado da contribuição da primeira energia dissipada fornecida em todo volume de controle, em seguida, a energia dissipada forma-se a partir da região mais concentrada. Se realizarmos uma aproximação e considerarmos que a energia dissipada  $W_d^{\wedge}$  emanou desde um volume de controle fractal médio, obtém-se que este volume fractal será para o poliestireno expandido 1F,  $t(D)^{1+0,96}$ . Note-se que, neste caso, a regressão linear para o poliestireno expandido 1F é excelente (1F:  $R^2=0,97$ ).

- Por outro lado, a energia dissipada consumida durante o evento catastrófico  $W_d^*$  é dissipada em uma região mais concentrada e em um curto lapso de tempo. Por estas razões, o domínio de dimensão fractal da energia dissipada fornecida é mais próxima à área transversal do que no caso de  $W_d^{\wedge}$ . Ou seja, no caso de  $W_d^*$  a área fractal que fornece a energia dissipada proposta por Carpinteri será, para o poliestireno expandido 1F,  $t(D)^{1+0,51}$ . Neste caso, a regressão linear 1F é  $R^2=0,72$ .

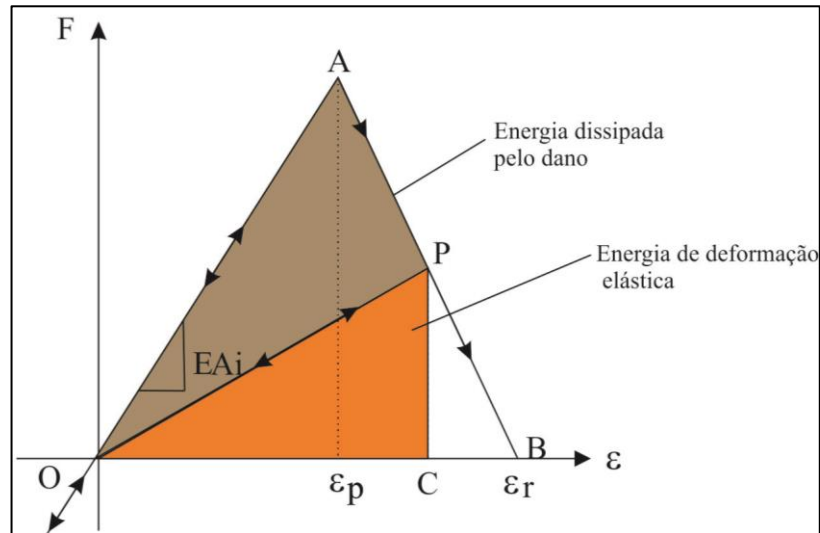
#### 4.2.3 Índice de dano tensorial de segunda ordem

Como foi descrito no item 2.3, o índice de dano tensorial de segunda ordem permite a criação, de forma indireta, de um mapa de dano da estrutura, o que torna possível a observação da nucleação de microfissuras e localização do dano.

Segundo Rodrigues *et al.* (2014), para implementar o índice de dano tensorial de segunda ordem, considera-se que o salto de deslocamento é determinado através da diferença entre a deformação de falha crítica (deformação do ponto A na Figura 32) e a deformação instantânea da barra (deformação do ponto P na Figura 32), multiplicada pelo seu comprimento inicial. Quando a deformação instantânea for menor que a deformação de falha crítica, esse salto assume o valor igual a zero. O valor do salto de deslocamento é então decomposto nos eixos x, y e z, formando as componentes do vetor  $\Delta u_i$  (ver equação 5). Para determinar a área de fratura da barra que já foi consumida pelo dano ( $A_f$ ), a área de fratura total da barra é multiplicada por um fator que determina quanto essa barra já foi danificada. Esse fator é definido pela razão entre a área do triângulo OAP e a área do triângulo OAB da Figura 32, sendo assim, o fator assume valor 1 quando a barra analisada falha, fazendo com

que  $A_f$  se iguale a área de fratura total. A Figura 32 é uma repetição da Figura 18 inserida nesse tópico para facilitar a compreensão do assunto.

Figura 32 – Lei constitutiva não linear



Para determinar esse índice de dano, cada módulo cúbico foi selecionado como um volume de interesse. Dessa forma, a equação 5 foi aplicada em cada módulo da estrutura, e, em cada aplicação, seu somatório foi realizado sobre todas as barras de um módulo. Como resultado disso, se obteve um tensor para cada módulo do componente. Com essa metodologia esse índice pode ser considerado uma medida local de dano.

Tendo esse tensor em cada módulo cúbico, é possível compará-lo com o tensor de deformação local, que também é obtido para cada módulo. Além disso, pode-se fazer, com essa ferramenta, um mapeamento da evolução da deformação da fase danificada, o que serve, indiretamente, como um mapeamento do dano. As Figuras 34, 35 e 36 mostram, para o poliestireno expandido 1F, a evolução do dano em função do tempo para cada simulação. As imagens são apresentadas em relação a deformação de ruptura do corpo de prova ( $\epsilon_f$ ).

Considerando que o dano varia de 0 (material sem dano) até 1 (material totalmente danificado) a Figura 33 mostra que a evolução do dano no CP I ocorre lentamente. Através da escala de cores verifica-se uma evolução do dano desde 0,2 onde ocorre o início do dano (começam as pequenas deformações) até 1 quando ocorre a ruptura do CP I.

A Figura 34 apresenta a evolução do dano para o CP III, as imagens mostram o progresso do dano desde 0,6 onde o corpo de prova já sofreu deformações significativas até 1 quando ocorre a ruptura do CP III.

Figura 33 – Mapa de dano: CP I\_1F

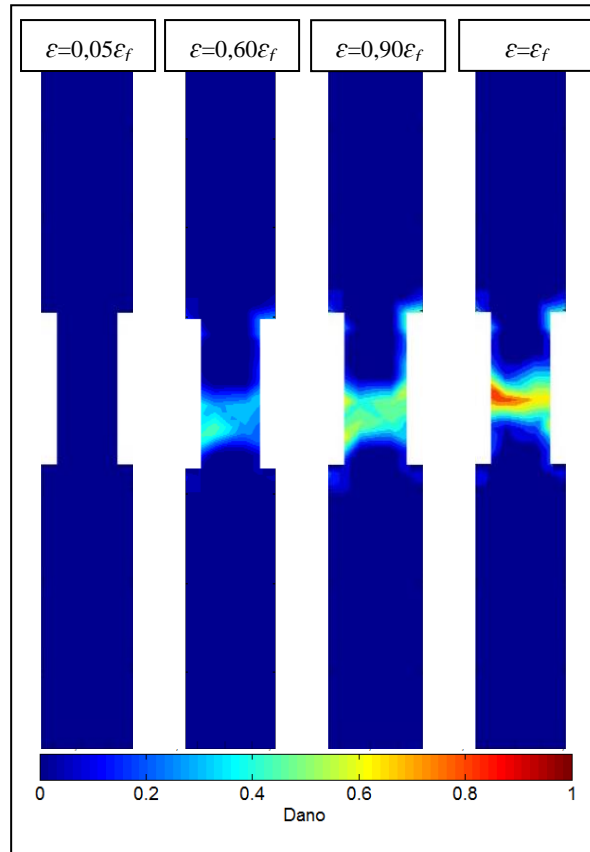
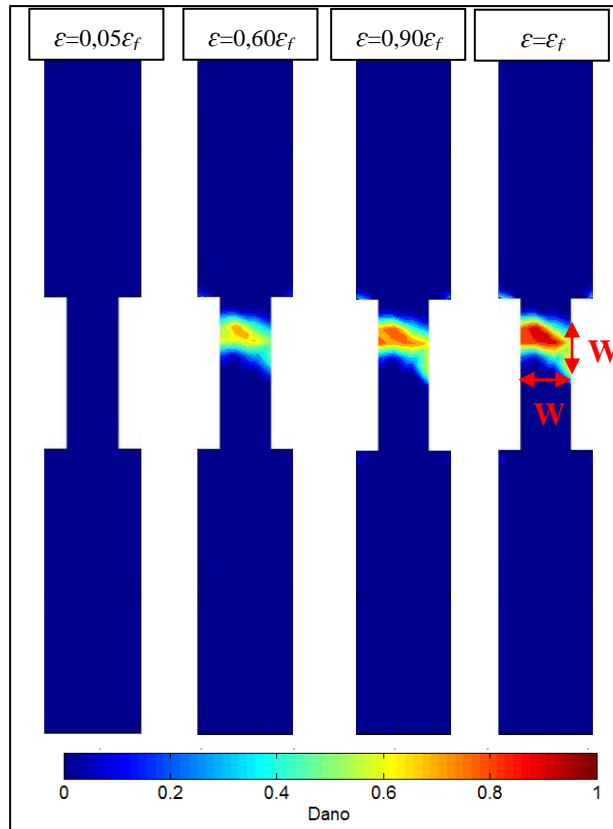
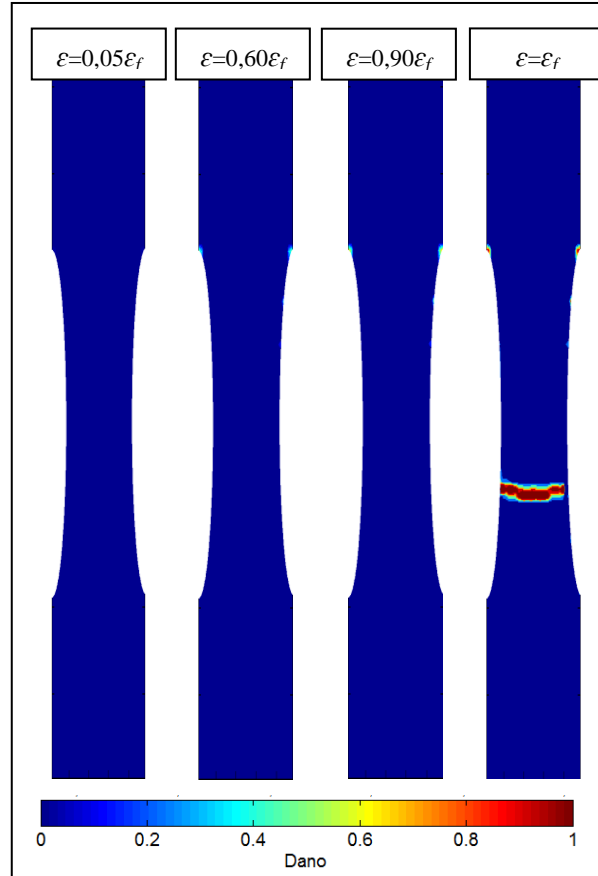


Figura 34 - Mapa de dano: CP III\_1F



Através do mapeamento do dano a Figura 35 mostra que o CP VI não apresentou uma evolução do dano, ou seja, a falha do CP ocorreu sem um aviso prévio.

Figura 35 - Mapa de dano: CP VI\_1F



Comparando as Figuras 33, 34 e 35 verifica-se que com o aumento do tamanho do corpo de prova a fratura do material acontece de maneira repentina e catastrófica, sem qualquer aviso prévio, o que também caracteriza a ocorrência do efeito de escala no material.

Também é importante mostrar que a região onde ocorre a maior parte do dano, além das regiões de concentração de tensões devidas aos problemas de discretização, encontra-se nas proximidades de onde ocorrerá a fratura, ou seja, na região central do CP. Isto apoia a suposição feita anteriormente para encontrar a dimensão fractal onde foi considerado que o volume de controle era  $tD^2$ , sendo  $D=W$  (largura da região central do corpo de prova).

#### 4.2.4 Configuração final

Para realizar a comparação entre as configurações finais obtidas através dos ensaios experimentais e das simulações numéricas do LDEM, são apresentadas, as Figuras 36, 37 e

38, referentes aos corpos de prova I, III e IV, respectivamente. As imagens (a) mostram a configuração final dos corpos de prova submetidos ao ensaio experimental de tração e as imagens (b) representam as configurações finais das simulações numéricas no LDEM. Nas imagens (b) as barras dos módulos cúbicos são diferenciadas por cores, ou seja, as barras não danificadas são representadas em azul, as danificadas em amarelo, e as barras rompidas em vermelho.

As imagens (c) apresentam as configurações finais das simulações em relação ao mapa de dano gerado pelo índice de dano tensorial de segunda ordem. Nessas imagens, quando o índice é zero significa que a deformação instantânea é menor do que a deformação crítica de falha, ou seja, o material não está danificado, porém, quando o índice de dano é igual a 1 significa que a barra analisada falha, fazendo com que  $A_f$  se iguale a área de fratura total, ou seja, o material está danificado.

Como pode ser visto nas Figuras 36, 37 e 38, as simulações no LDEM mostraram uma propagação de trincas semelhantes aos ensaios experimentais.

Nas Figuras 36 e 37 fica em evidencia a incapacidade do LDEM em modelar exatamente a forma dos corpos de prova quando se tem poucos módulos cúbicos elementares. Quando se aumenta o número de módulos essa limitação diminui dando como resultado geometrias mais próximas as reais. Esse fato também influencia nos resultados obtidos como já foi observado através da Figura 28 onde CP I, que possui o menor número de módulos cúbicos elementares, apresenta uma maior discrepância entre as curvas tensão vs deformação experimentais e numéricas.

Para os três tamanhos de CP são gerados concentradores de tensão que as vezes podem localizar a falha. Isto também pode ser observado na Figura 38 b, onde três das quatro simulações tem fissuras muito próximas aos concentradores criados pelo modelo.

Figura 36 – Fraturas dos CPs I-1F provenientes dos ensaios experimentais e das simulações numéricas.

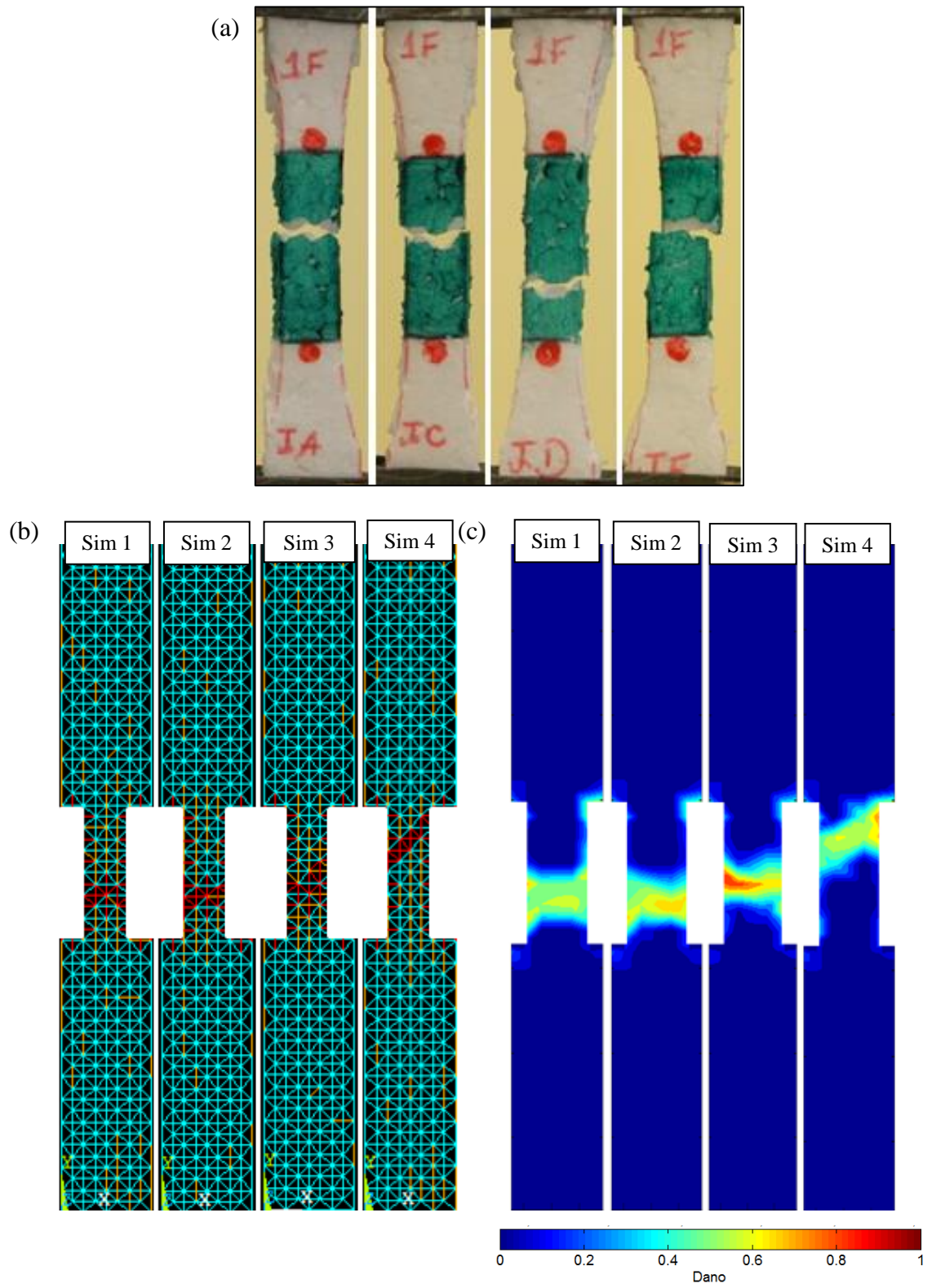


Figura 37 - Fraturas dos CPs III-1F provenientes dos ensaios experimentais e das simulações numéricas.

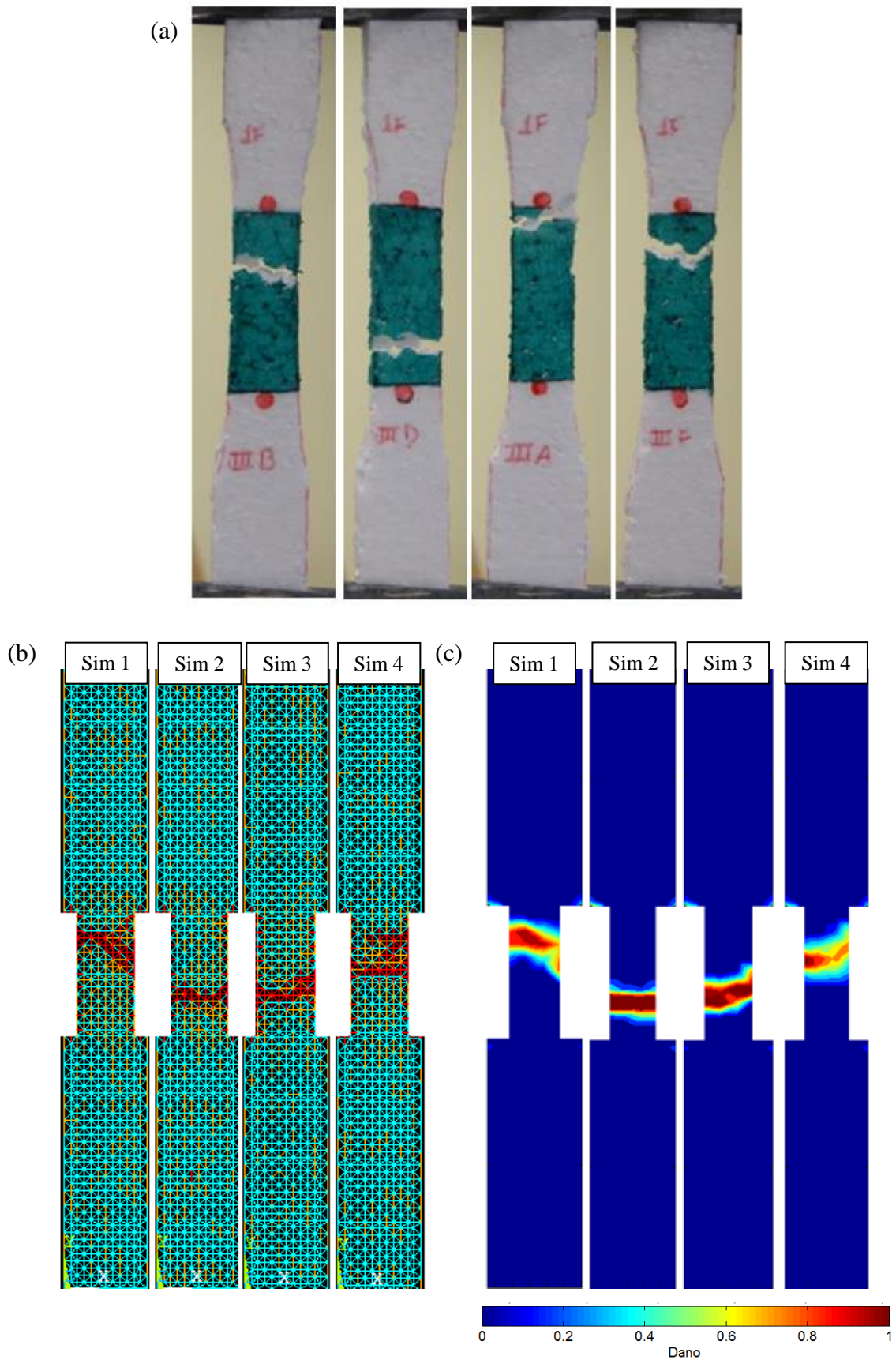
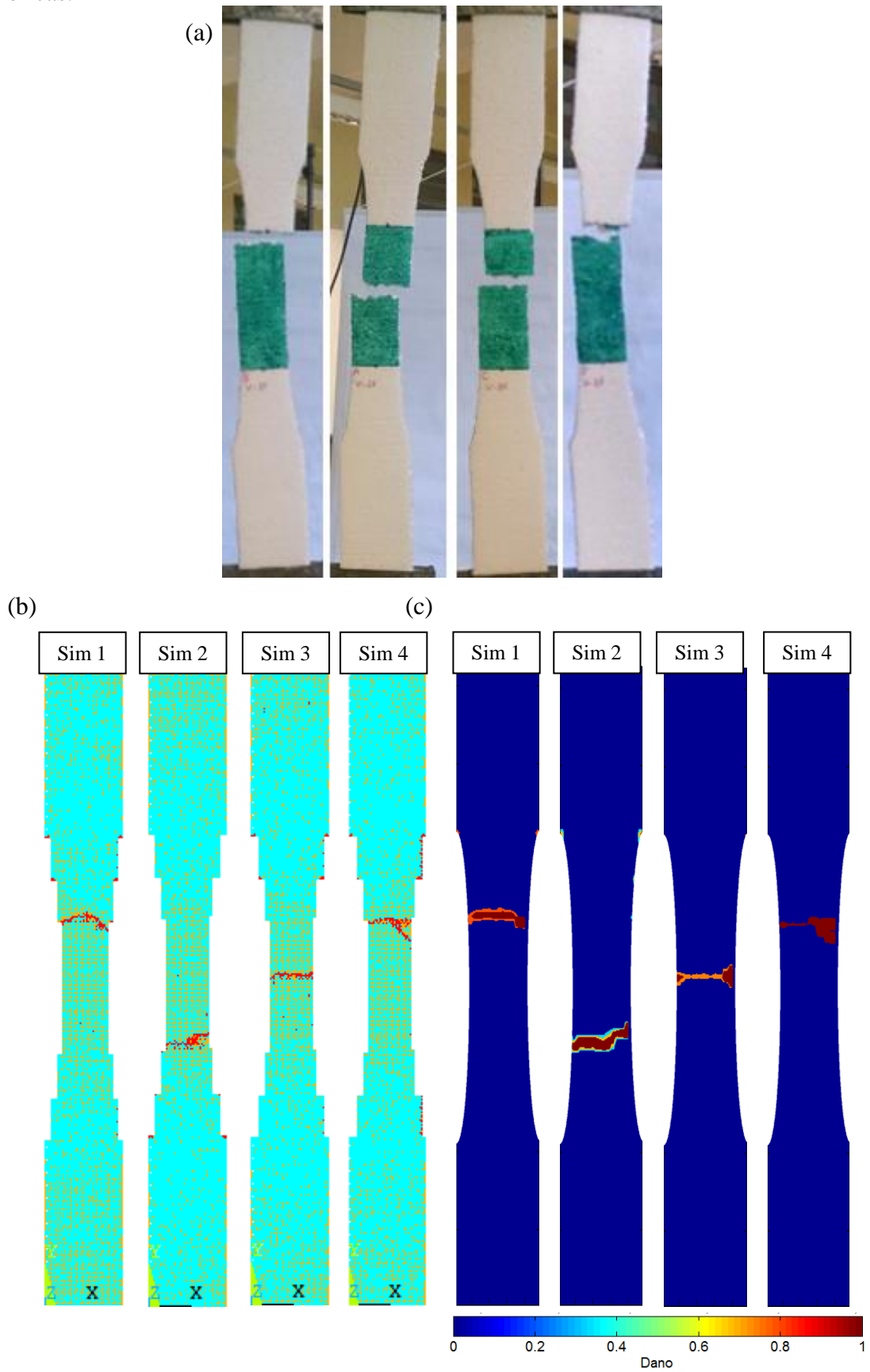


Figura 38 - Fraturas dos CPs VI-1F provenientes dos ensaios experimentais e das simulações numéricas.

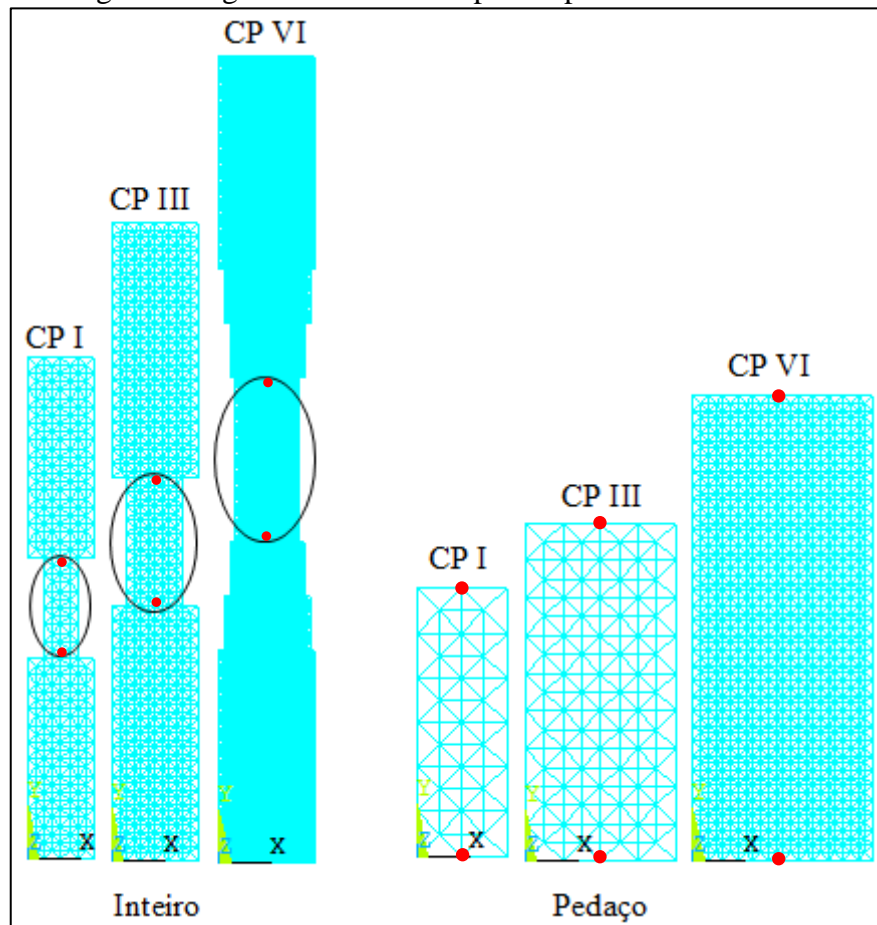




#### 4.2.5 Redução na simulação

Para reduzir o esforço computacional, realizou-se a diminuição dos graus de liberdade do problema, simulando somente a região central dos corpos de prova I, III e VI utilizando o LDEM como ilustra a Figura 39. A Figura 40 apresenta as curvas tensão *versus* deformação das simulações dos CPs inteiros (LDEM Inteiro) e das simulações somente da região central dos CPs, ou seja, região que possui uma redução da seção transversal (LDEM Peçaço). A tensão é obtida pela força dividida pela área da seção transversal da região central do CP e a deformação é calculada levando em conta o deslocamento sofrido somente pela região central do CP. É importante salientar que as deformações, para poderem ser comparadas, são deformações medidas nos pontos vermelhos da Figura 39, isto é, na região central do corpo de prova onde ocorre a ruptura.

Figura 39 – Modelagem da região central dos corpos de prova



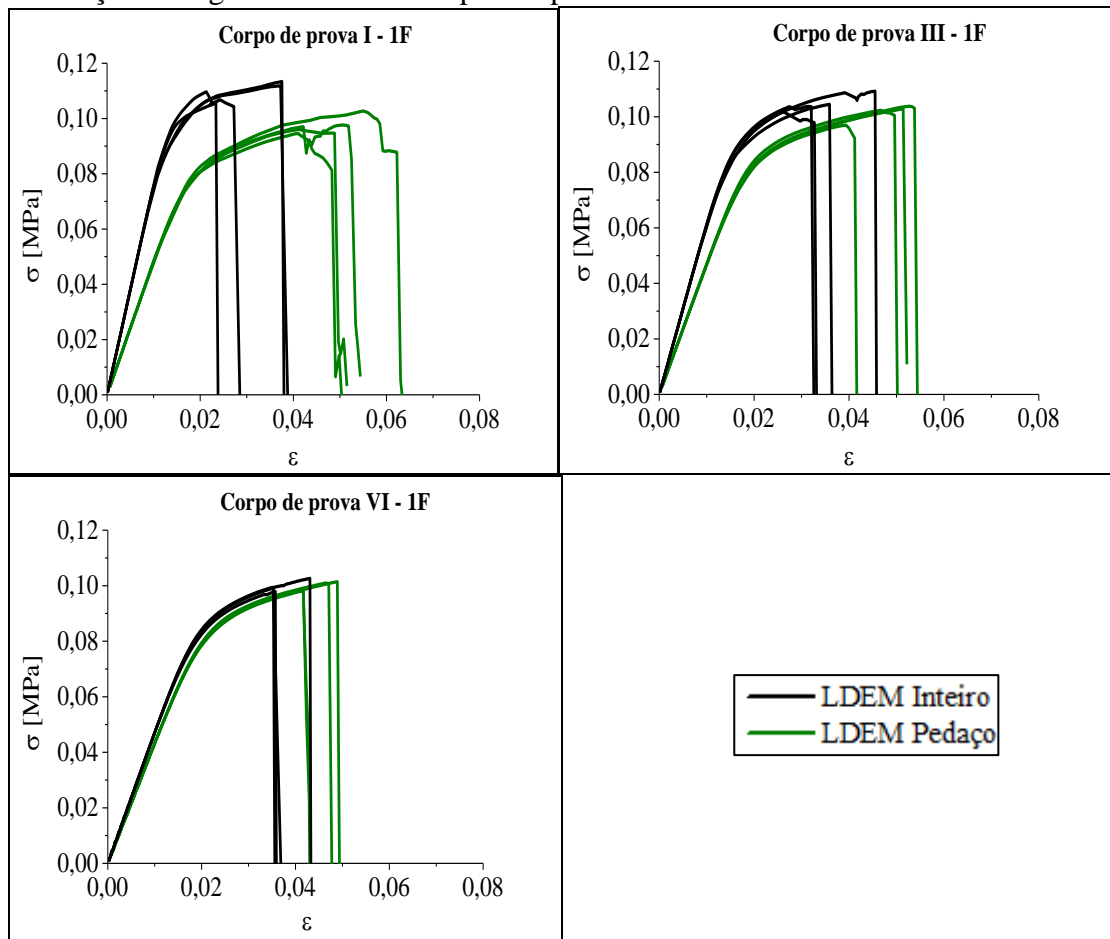
A Tabela 10 mostra a redução dos graus de liberdade entre a simulação do corpo de prova inteiro e a simulação somente da região central. Essa análise está relacionada com o

poder computacional e o tempo de processamento que são necessários para a realização das simulações.

Tabela 10 – Comparação entre os graus de liberdade das simulações

	<b>Inteiro</b>	<b>Pedaço</b>	<b>Redução</b>
<b>CPI</b>	2115	261	88%
<b>CP III</b>	4518	666	85%
<b>CP VI</b>	42300	6165	85%

Figura 40 – Curvas tensão versus deformação poliestireno expandido 1F, comparação com a simulação da região central dos corpos de prova



Analisando a Figura 40 é possível verificar que as tensões de ruptura obtidas através da simulação da região central do CP são similares às obtidas através da simulação do CP inteiro. A maior diferença ocorre no CPI, sendo que este fato pode estar relacionado à discretização do modelo. Caso forem analisadas as deformações de ruptura, os maiores valores obtidos são das simulações somente da região central do CP.

A Figura 41 mostra a comparação das energias elástica e dissipada por dano entre o corpo de prova inteiro e a simulação somente da região central. Na figura pode-se observar que para todos os tamanhos dos corpos de prova a energia elástica do corpo inteiro é maior que a energia elástica somente da região central, como era o esperado. Isto ocorre devido ao fato de que não é somente a região central do CP que acumula energia elástica, e sim todo o CP. Também pode-se verificar que a energia dissipada por dano é próxima nas duas formas de modelagem. Este fato acontece devido a existência de uma concentração do dano na região central do corpo de prova.

As Figuras 42, 43 e 44 apresentam as configurações finais das simulações da região central dos CPs e também o mapa de dano gerado pelo índice de dano tensorial de segunda ordem. Comparando estas configurações de ruptura com as obtidas para o corpo de prova inteiro (Figuras 36, 37 e 38) se observa uma boa concordância entre elas.

Através dos resultados obtidos, observa-se que as energias dissipadas por dano, as configurações finais e os índices de dano poderiam ser estudados simulando somente a região central do CP. Porém a energia elástica armazenada e as curvas tensão *versus* deformação não apresentam resultados compatíveis quando são comparadas a simulação do corpo inteiro e a simplificação que leva em conta somente a região central desse CP.

Figura 41 - Resultados em termos de energias para as simulações no LDEM-Abq das regiões centrais dos corpos de prova CPI, CPIII e CPVI do poliestireno expandido 1F

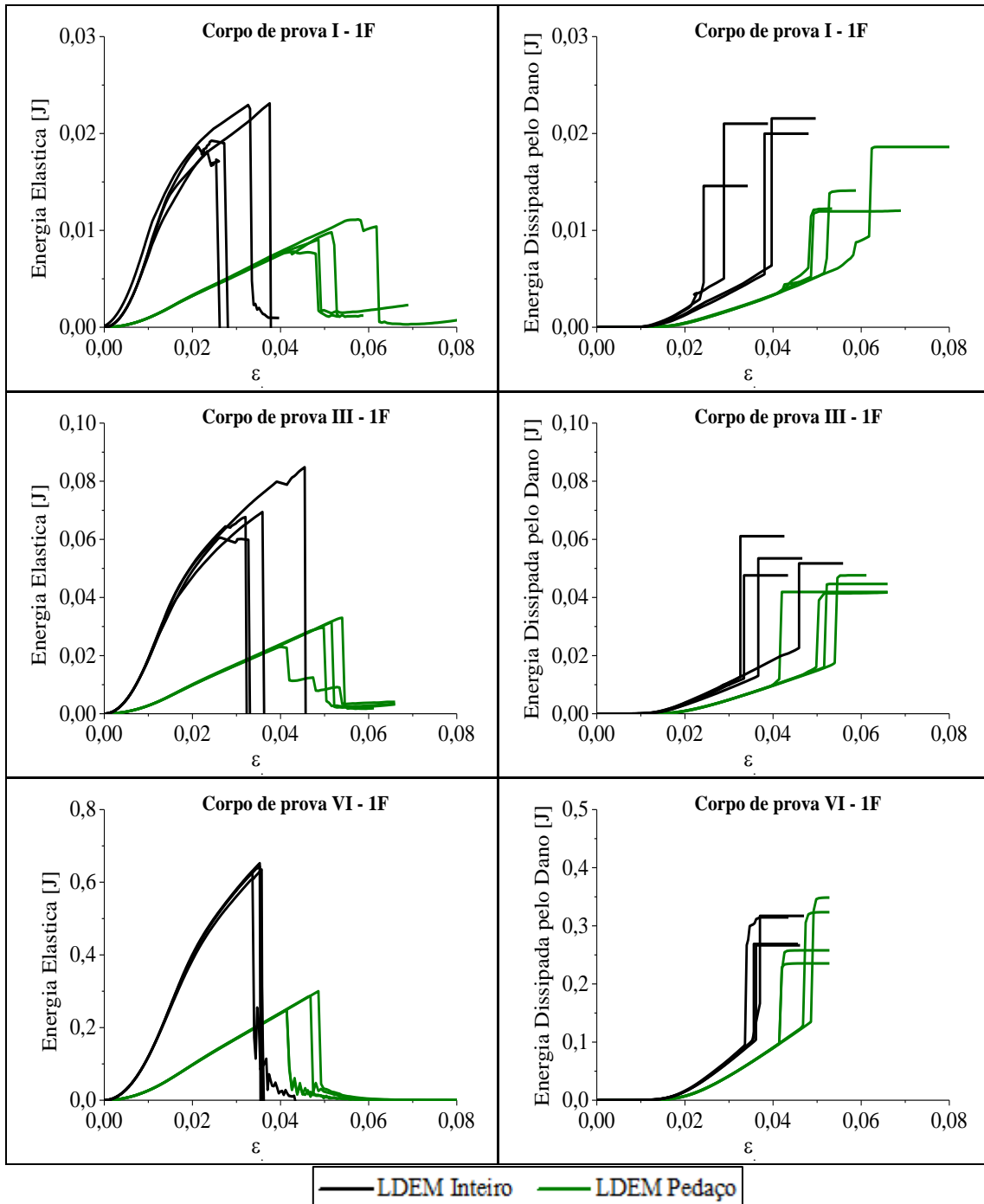


Figura 42 - Fraturas dos CPs I-1F provenientes das simulações numéricas da região central do corpo de prova.

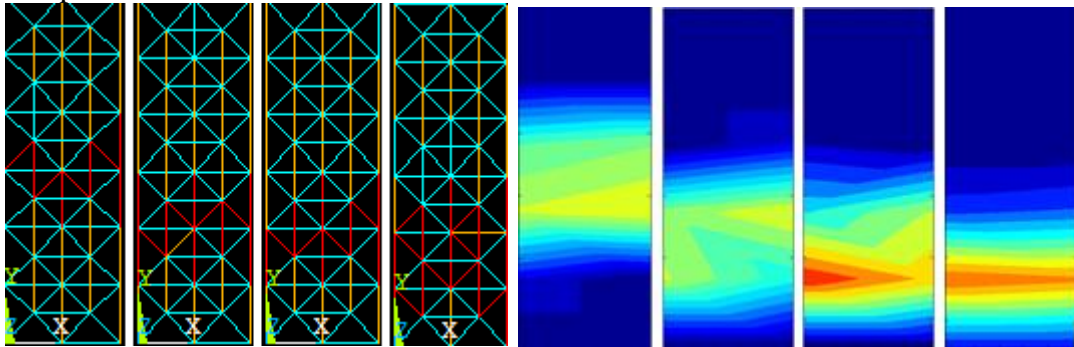


Figura 43 - Fraturas dos CPs III-1F provenientes das simulações numéricas da região central do corpo de prova.

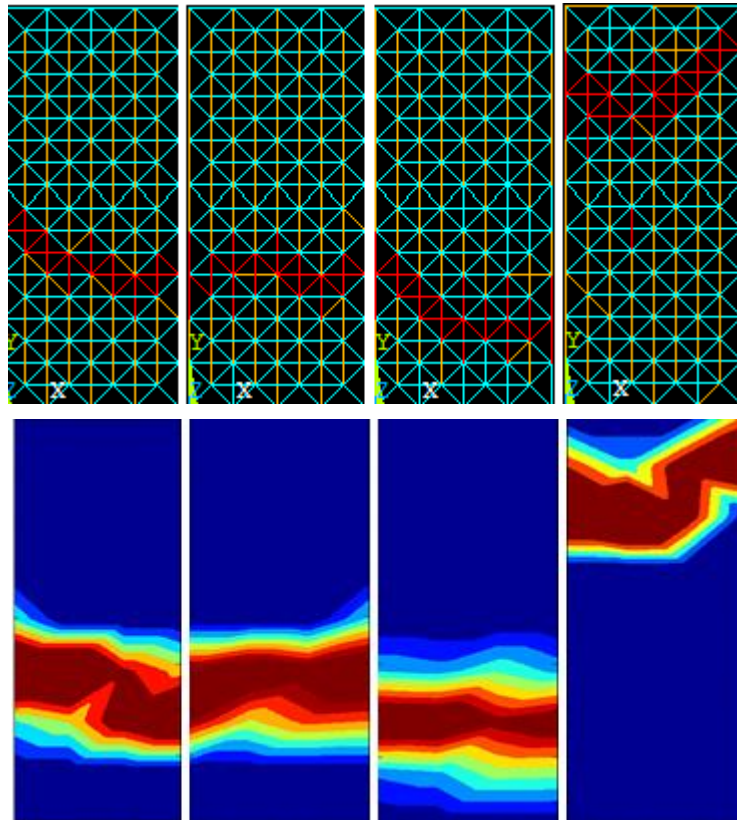
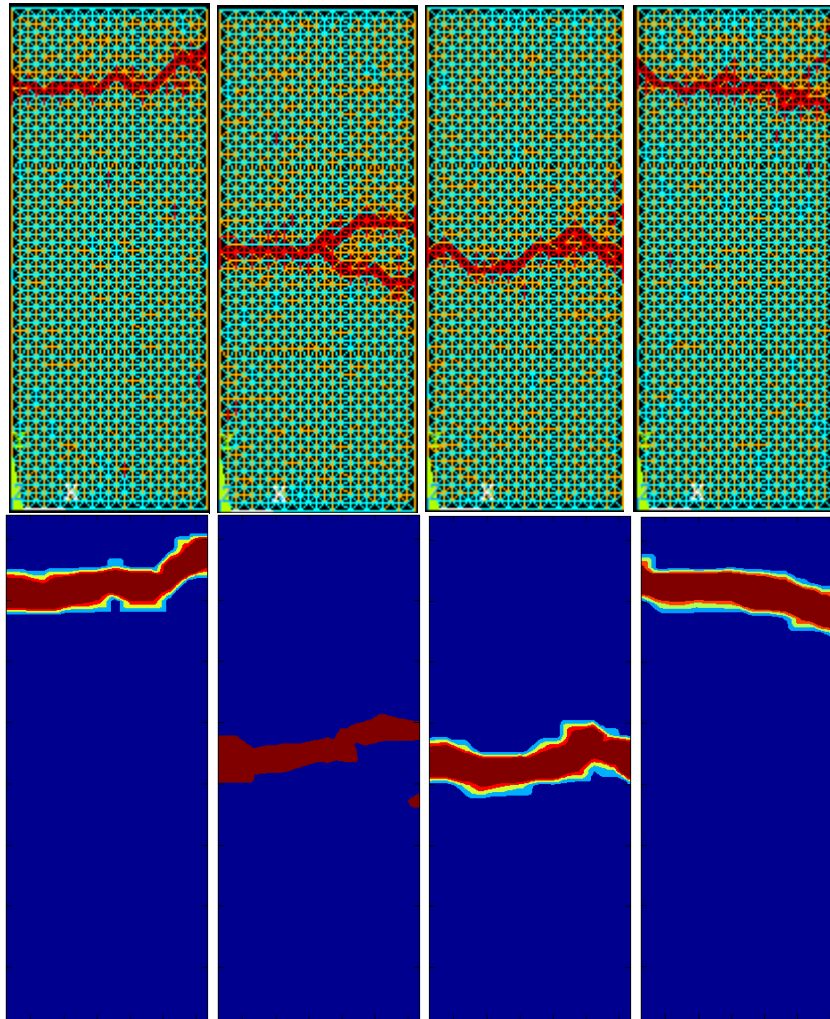


Figura 44 - Fraturas dos CPs VI-1F provenientes das simulações numéricas da região central do corpo de prova

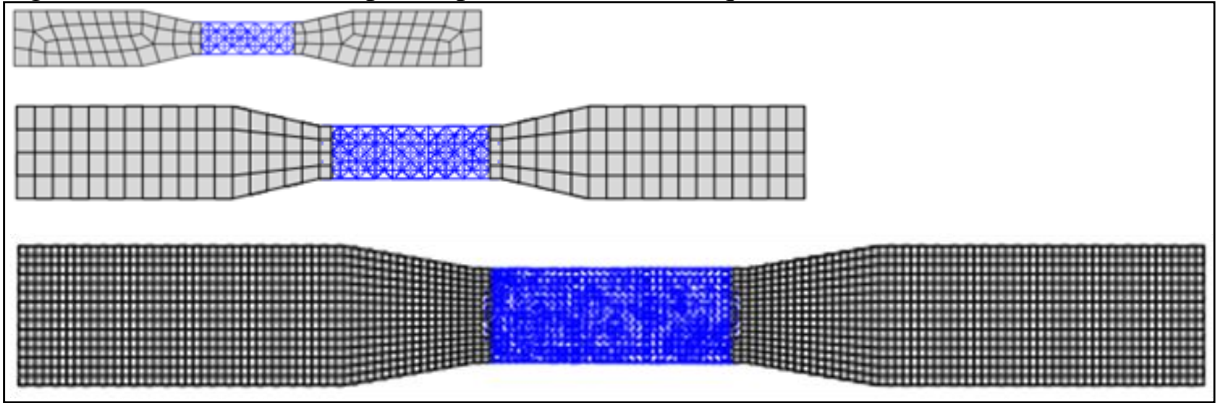


#### 4.2.6 Simulação utilizando o LDEM no ambiente *Abaqus*.

Nesta seção são apresentadas as simulações dos corpos de prova do poliestireno expandido 1F onde a região central, local no qual é esperado que ocorra a fratura, é simulada utilizando o LDEM no ambiente *Abaqus* (ver Kosteki 2012) e o restante do corpo de prova é simulado com elementos finitos.

A Figura 45 mostra os modelos realizados com LDEM-Abq dos corpos e prova CPI, CPIII e CPVI. Cabe salientar que essa imagem esta fora de escala.

Figura 45 - Modelos dos corpos de prova no LDEM-Abq



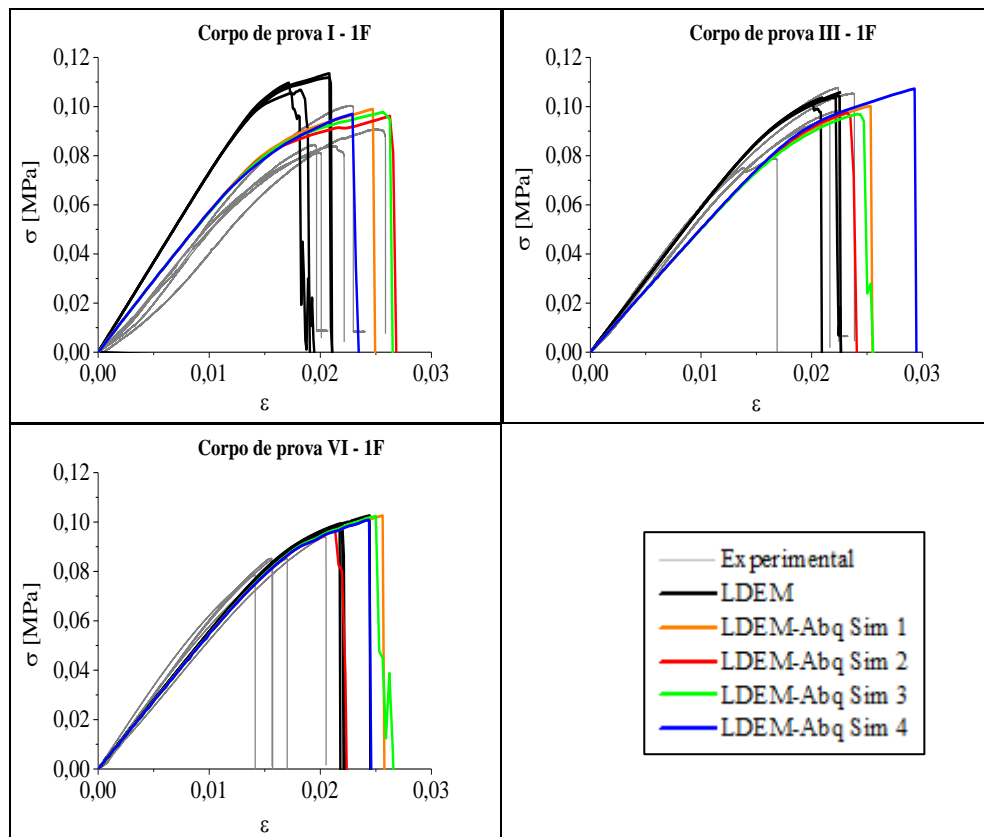
A Tabela 11 mostra a redução dos graus de liberdade entre a simulação do corpo de prova inteiro com o LDEM e a simulação do modelo misto. Essa análise está relacionada com o poder computacional e o tempo de processamento que são necessários para a realização das simulações.

Tabela 11 – Redução dos graus de liberdade no LDEM-Abq

	<b>LDEM</b>	<b>LDEM-Abq</b>	<b>Redução</b>
<b>CP I</b>	2115	828	61%
<b>CP III</b>	4518	1599	65%
<b>CP VI</b>	42300	16965	60%

A Figura 46 apresenta uma comparação entre as curvas tensão *versus* deformação das simulações dos CPs realizadas LDEM, onde todo o CP é simulado utilizando elementos discretos, e as simulações realizadas utilizando o *Abaqus*, onde a região central do CP é simulada em elementos discretos e as extremidades em elementos finitos. A deformação é obtida levando em conta o deslocamento total do corpo de prova, da mesma forma como é medida experimentalmente.

Figura 46 - Curvas tensão *versus* deformação poliestireno expandido 1F, comparação com a simulação no LDEM-Abq deformação levando em conta o deslocamento total do corpo de prova



Como é possível verificar na Figura 46, a medida que ocorre o aumento do tamanho do CP, menor é a discrepância entre as curvas tensão *versus* deformação das simulações no LDEM e no LDEM-Abaqus. Esse fato pode ter ocorrido devido ao CPVI ser o maior e, conseqüentemente, ter um maior número de módulos utilizados em sua discretização. Devido a isto, a região central do CP VI simulado no LDEM apresentou um formato mais próximo da região central do CP simulado no LDEM-Abaqus. A Figura 46 também mostra que as simulações no LDEM-Abaqus apresentam curvas tensão *versus* deformação mais próximas as curvas dos ensaios experimentais, ou seja, as simulações do LDEM-Abaqus fornecem resultados mais compatíveis com os experimentais se forem comparadas com as simulações do LDEM.

As Figuras 47, 48 e 49 apresentam as configurações finais dos CPs obtidas através das simulações no LDEM-Abaqus.



Figura 47 – Configuração final do CPI – 1F no LDEM-Abq

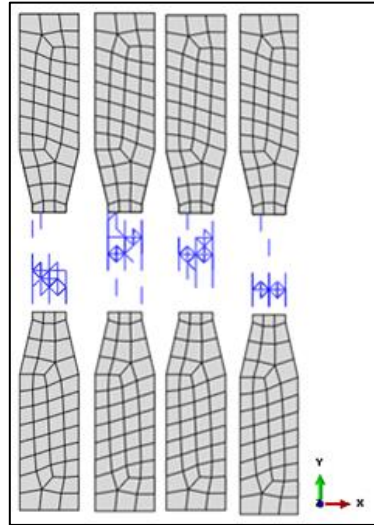


Figura 48 - Configuração final do CPIII – 1F no LDEM-Abq

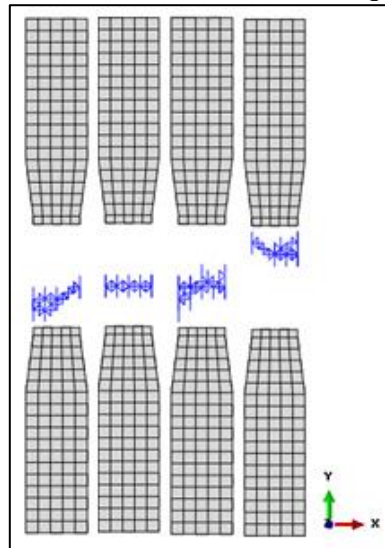


Figura 49 - Configuração final do CPVI – 1F no LDEM-Abq

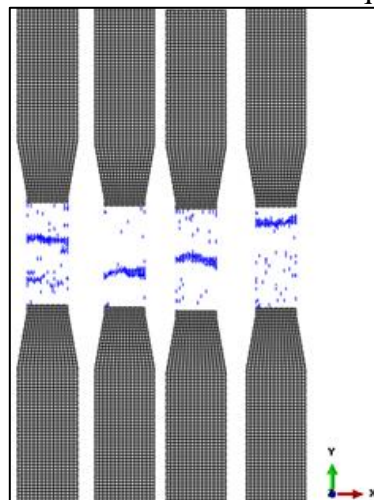
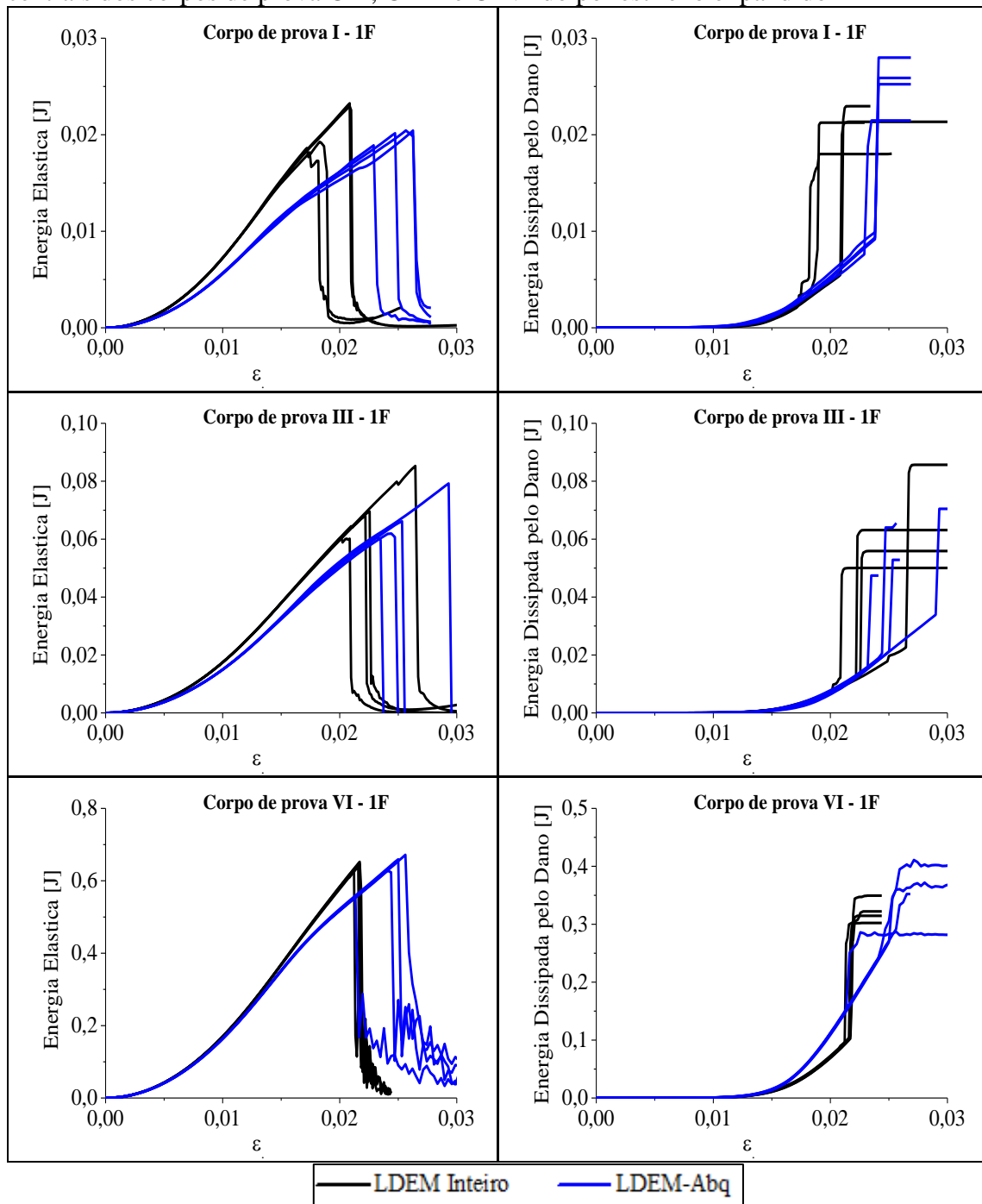


Figura 50 – Resultados em termos de energias para as simulações no LDEM-Abq das regiões centrais dos corpos de prova CPI, CPIII e CPVI do poliestireno expandido 1F



Através da Figura 50 é possível verificar que as energias dos CPs I, III e VI são bastante parecidas, a maior discrepância nos resultados ocorre para o CP I devido a menor discretização. A diminuição da energia elástica no LDEM-Abq ocorre devido a este modelo ter menos material do que o modelado com o LDEM. Nessas duas formas de análise existe uma diferença na geometria do modelo, sendo que no LDEM ela é aproximada e no LDEM-Abq é “exata”.

Na comparação das energias dissipadas por dano na Figura 50 se pode observar que essas energias são similares entre os dois modelos. Porém no LDEM há algumas barras danificadas fora da região central (barras laranjas nas Figuras 36, 37 e 38) e no LDEM-Abq toda a danificação ocorre somente na região central (Figuras 47, 48 e 49). Nesse último modelo ocorre uma maior quantidade de dano distribuído na região central do corpo de prova, sendo que essa é relacionada com uma melhor distribuição de tensões devido a melhora nas condições de contorno que este modelo oferece. A diferença entre as energias dissipadas por dano que aparecem nos corpos de prova CPVI se deve ao fato de que nos modelos do LDEM as fissuras estão muito próximas aos concentradores de tensão, o que leva a um agrupamento da danificação nestas regiões e a ocorrência da precipitação da ruptura, levando a diminuição da energia dissipada por dano.

➤ Dano localizado na região central

É possível verificar que os resultados obtidos com o LDEM-Abq são similares aos adquiridos com o LDEM e mais próximos aos resultados experimentais. Desta forma pode-se concluir que a maneira correta de simular o corpo de prova influencia bastante nos resultados das simulações. Porém existem vários aspectos que podem ser estudados no LDEM que não foram implementados no Abaqus, por exemplo, o mapeamento do dano. Além disso, o LDEM possui um maior controle sobre as mudanças que podem ser realizadas nos modelos mistos.

A fim de verificar a possibilidade de reduzir o tempo e os graus de liberdade do problema estudado, são feitas comparações entre as curvas tensão *versus* deformação para os três tamanhos de CP. Nessa análise, as deformações são obtidas através do deslocamento entre os pontos vermelhos indicados na Figura 51.

Figura 51 – Formas de obtenção das curvas tensão *versus* deformação através do LDEM e LDEM-Abq

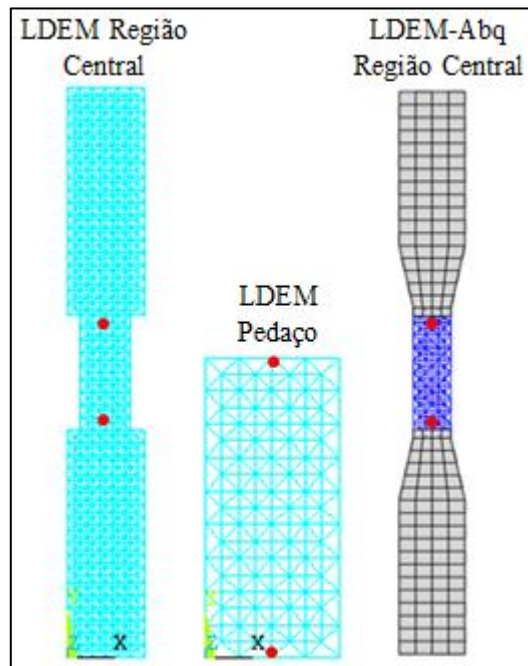


Figura 52 – Comparação entre as curvas tensão versus deformação do poliestireno expandido 1F, análise da possibilidade de redução do tempo e dos graus de liberdade do problema estudado

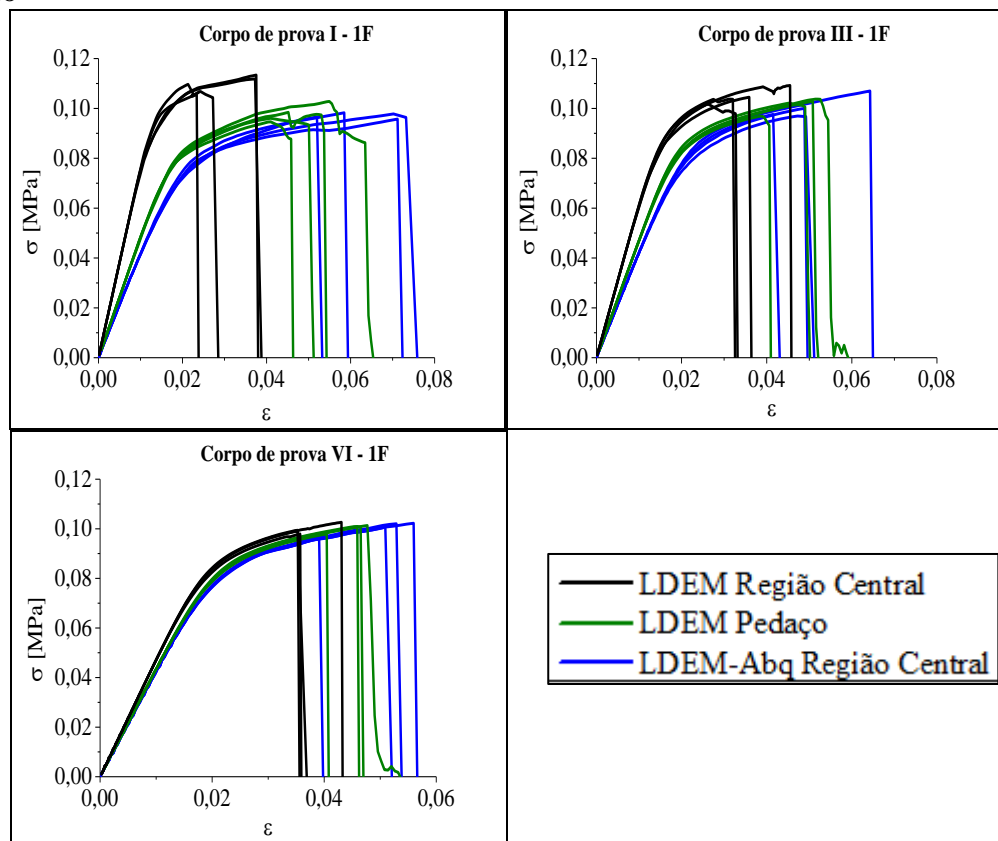
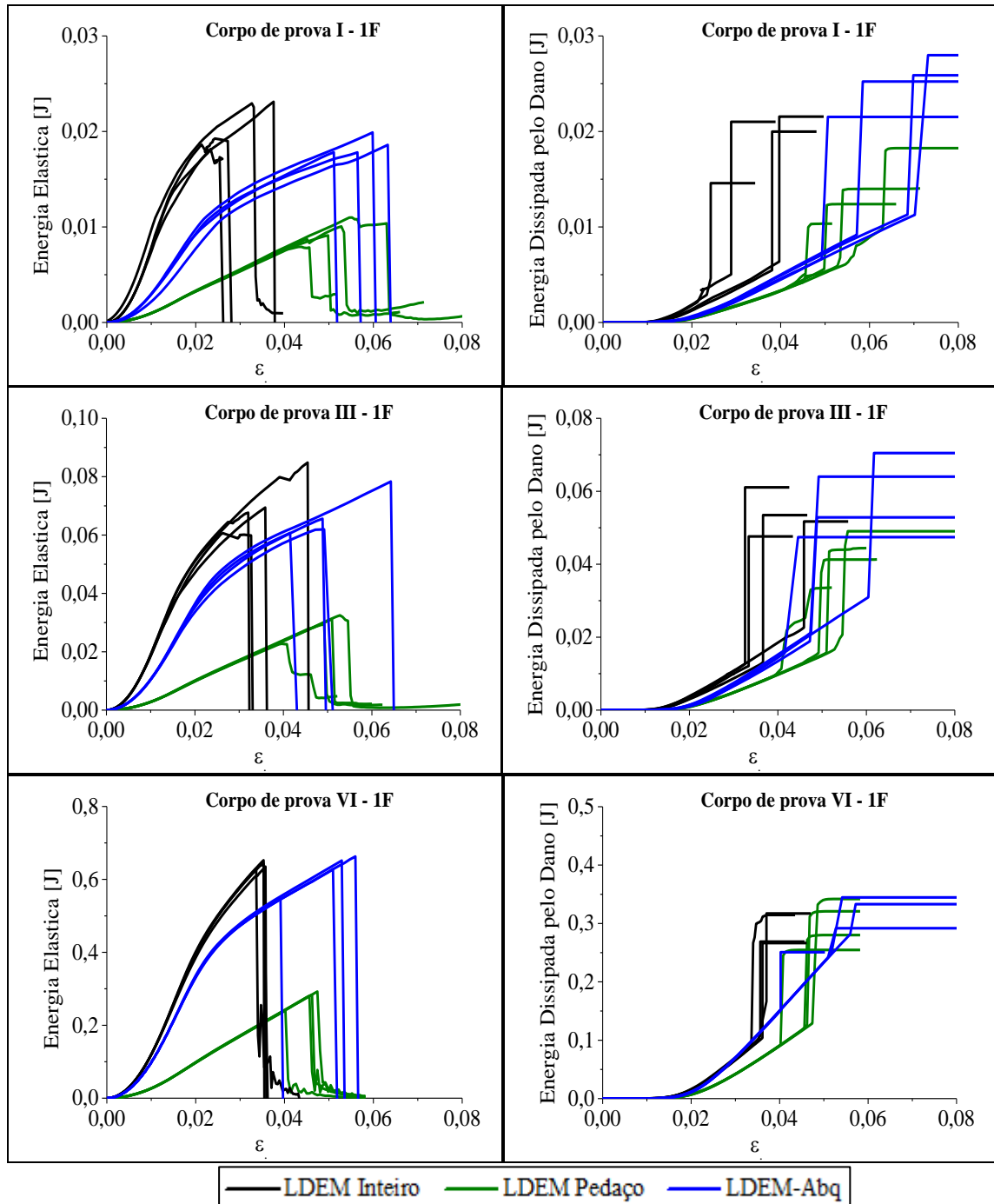


Figura 53 – Resultados em termos de energias para as simulações no LDEM-Abq das regiões centrais dos corpos de prova CPI, CPIII e CPVI do poliestireno expandido 1F



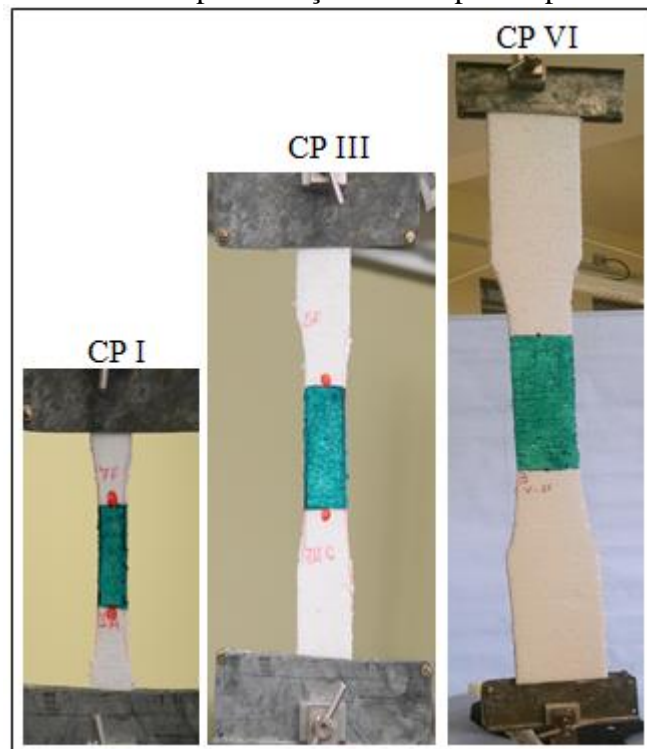
A Figura 52 mostra que os resultados obtidos com as simulações LDEM Peçaço e LDEM-Abq são bastante parecidos, e na medida em que aumenta o tamanho do CP a simulação do LDEM Inteiro também se aproxima desses resultados. Esse fato pode ter ocorrido devido a melhor discretização do CP VI, fazendo com que ocorra uma maior quantidade de dano distribuído na região central do corpo de prova, sendo esta relacionada com uma melhor distribuição de tensões devido à melhora nas condições de contorno e conseqüentemente

aproximando-se dos resultados obtidos com as simulações somente da região central do CP. Esse fato pode ser observado na Figura 53 onde o CPVI apresenta a menor discrepância nos valores da energia dissipada por dano nos três casos analisados.

A Figura 53 também mostra que a energia elástica na simulação do LDEM inteiro e do LDEM-Abq é maior do que no LDEM pedaço devido a este não simular as extremidades dos CPs.

Um fator que pode ter influenciado na análise do efeito de escala é o fato de que para todos os tamanhos de amostras, sempre foram utilizadas as mesmas placas metálicas para ajudar na fixação dessas amostras na máquina de ensaios, ou seja, o tamanho das placas não variava de acordo com o tamanho da amostra, fazendo com que a região sujeita a deformação não tivessem uma variação padrão, como mostra a Figura 54. Porém, através das simulações pode-se perceber que a região dentro das placas de adaptação das garras também deformou e para obter resultados comparáveis com os experimentais devemos utilizar como deformação, o valor de deslocamento fornecido pela máquina de ensaios dividido pelo comprimento total da placa. A ideia inicial era considerar que a garra (com adaptação das placas) apertava de forma uniforme o corpo de prova e que nesta região não havia deformação. Assim a deformação seria o deslocamento da máquina dividido pelo comprimento livre entre placas. Mas graças às simulações pode-se verificar que esta hipótese não estava correta.

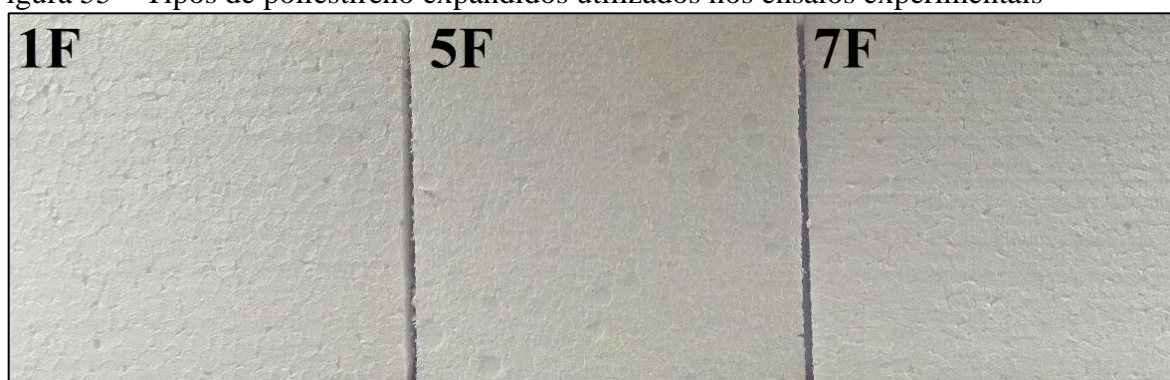
Figura 54 – Placa metálica utilizada para fixação dos corpos de prova



### 4.3 Resumo dos resultados experimentais e numéricos obtidos para os poliestirenos expandidos 5F e 7F

Neste trabalho também são realizados ensaios experimentais utilizando outros dois tipos de poliestireno expandidos com diferentes densidades, os quais são denominados por 5F e 7F, como é mostrado na Figura 55, comparadas com o poliestireno 1F.

Figura 55 – Tipos de poliestireno expandidos utilizados nos ensaios experimentais



A Tabela 12 apresenta as propriedades dos poliestirenos expandidos 5F e 7F, assim como alguns dados utilizados nas simulações numéricas. Todas as propriedades desses materiais foram obtidas pelos mesmos ensaios realizados com o poliestireno expandido 1F, para maiores informações ver Apêndice A.

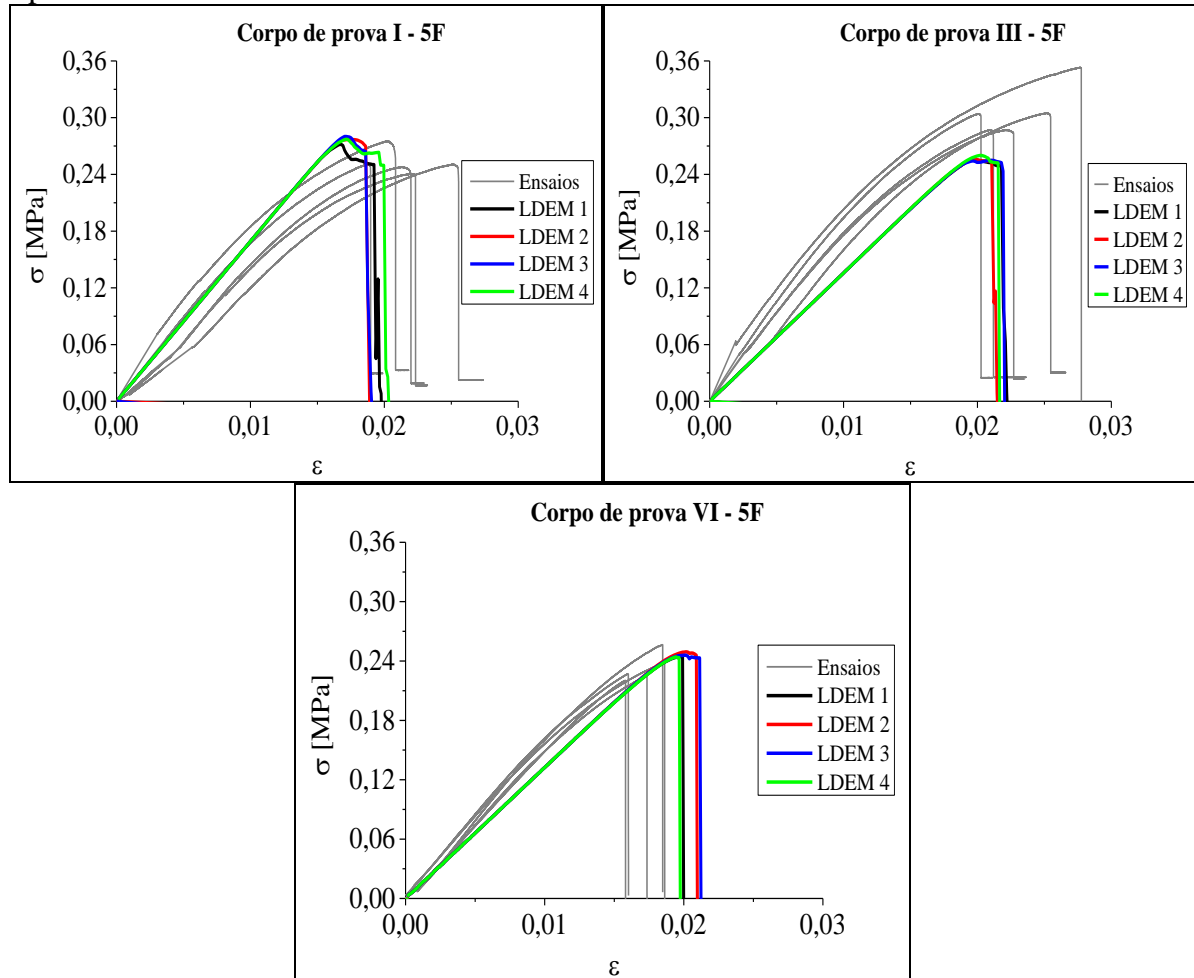
Tabela 12 – Propriedades dos poliestirenos expandidos 5F e 7F

Propriedades	5F	7F
$E$ [MPa]	10,00	11,30
$\rho$ [Kg/m <sup>3</sup> ]	20,80	21,90
$\nu$	0,25	0,25
$G_f$ [N/m]	233,96	215,20
CVG <sub>f</sub> [%]	22,00	21,00
$R_f$ [m <sup>1/2</sup> ]	5,20	4,32
$L$ [m]	5,50E-3	5,50E-3
$Dt$ [s]	2,00E-6	2,00E-6

As Figuras 56 e 57 apresentam, respectivamente, a comparação das curvas tensão *versus* deformação para os poliestirenos expandidos 5F e 7F.

É importante salientar que para estes dois casos somente foram simulados corpos de prova inteiros utilizando o LDEM.

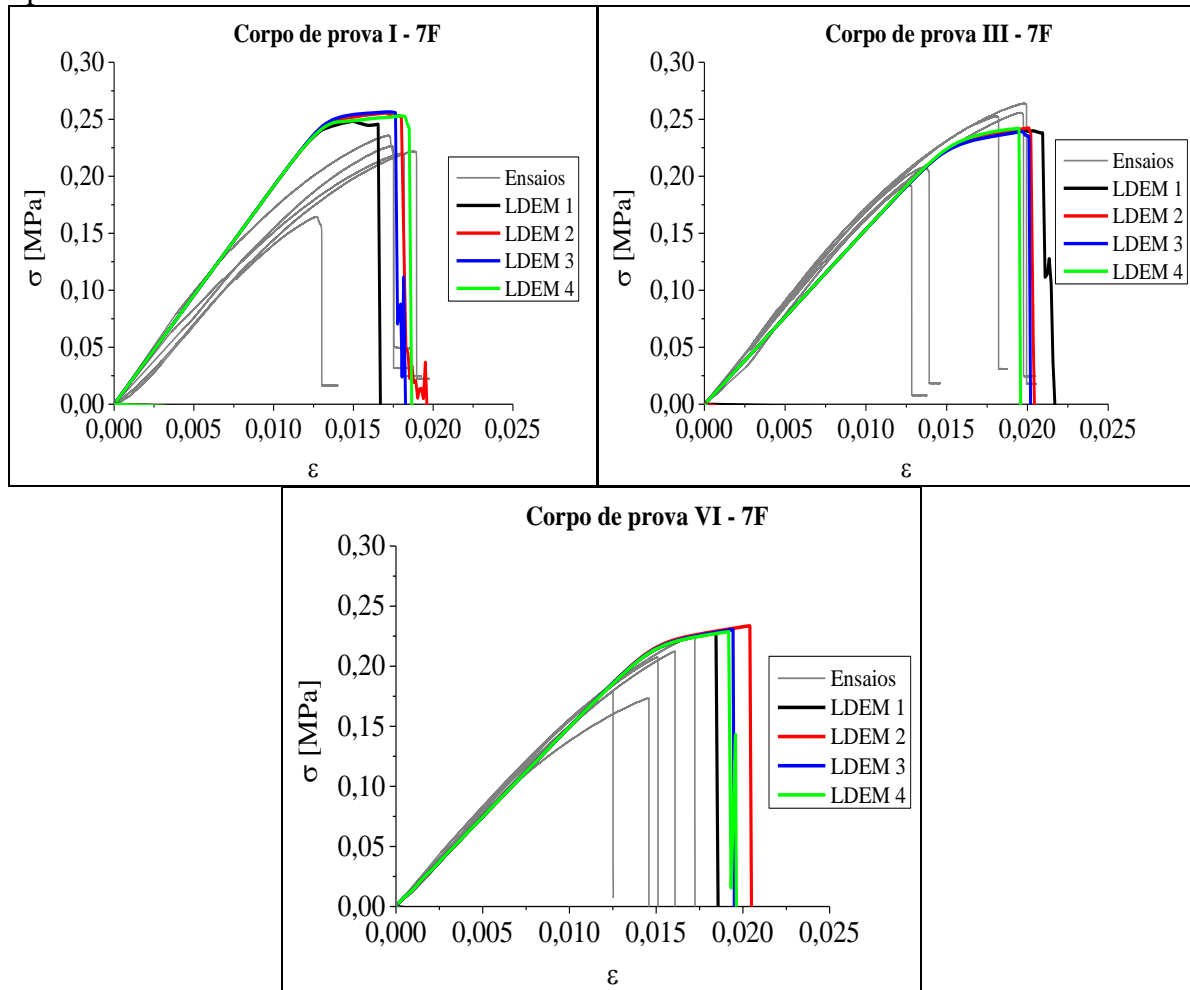
Figura 56 - Curvas tensão versus deformação poliestireno expandido 5F, resultados experimentais e numéricos



A Figura 56 apresenta as curvas tensão *versus* deformação experimentais e numéricas para o poliestireno expandido 5F. É possível verificar que em todos os casos as curvas apresentam comportamentos bem próximos, assim como os valores de tensão e deformação de ruptura para os três tamanhos de corpos de prova são semelhantes.



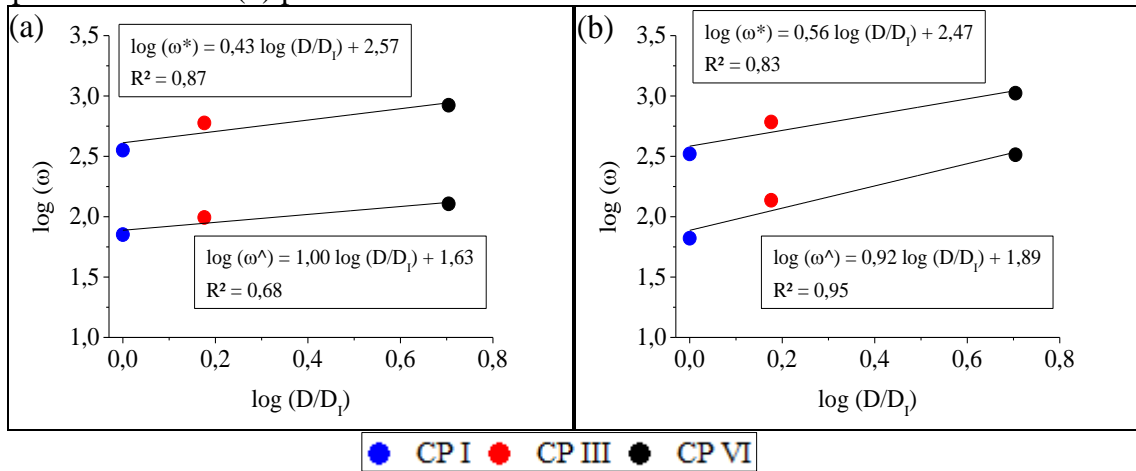
Figura 57 - Curvas tensão versus deformação poliestireno expandido 7F, resultados experimentais e numéricos



Na Figura 57 as curvas experimentais e numéricas para o CP I apresentam comportamentos similares. Já as curvas das simulações dos CPs III e VI possuem um comportamento inicial próximo as curvas experimentais, porém ao aproximarem-se da ruptura as curvas numéricas apresentam uma discrepância nos resultados.

Os poliestirenos expandidos 5F e 7F apresentaram um balanço energético semelhante ao do poliestireno 1F, como pode ser visto no Apêndice B. A Figura 58 apresentam a densidade de energia dissipada para cada tamanho de corpo de prova simulado dos poliestirenos 5F e 7F.

Figura 58 - Densidade de energia dissipada para cada tamanho de corpo de prova simulado: (a) poliestireno 5F e (b) poliestireno 7F.



Se for aplicada a equação (35) aos valores característicos de energia dissipada,  $W_d^*$  e  $W_d^\wedge$ , é possível obter por meio de regressão linear para o poliestireno expandido 5F:  $dG^* = 0,43$  e  $dG^\wedge = 1,00$ , 7F:  $dG^* = 0,56$  e  $dG^\wedge = 0,92$ .

Considerando a energia dissipada  $W_d^\wedge$ , é possível obter o volume fractal para os poliestirenos expandidos 5F:  $t(D)^{1+1,00}$  e 7F:  $t(D)^{1+0,92}$ . Note-se que, nestes casos, a regressão linear para o poliestireno expandido 7F é  $R=0,95$  e para o poliestireno 5F  $R=0,68$ .

- Considerando a energia dissipada consumida durante o evento catastrófico  $W_d^*$ , a área fractal que fornece a energia dissipada proposta por Carpinteri é, para o poliestireno expandido 5F:  $(t(D)^{1+0,43})$  e 7F:  $(t(D)^{1+0,56})$ . Nestes casos, as regressões lineares 5F:  $R=0,87$ , 7F:  $R=0,83$ .

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, são analisados ensaios experimentais realizados em amostras de poliestirenos expandidos carregados até a falha. São utilizados três tipos de poliestirenos expandidos com diferentes densidades. Seis amostras de tamanhos distintos foram submetidas a ensaios de tração com o intuito de avaliar a fratura juntamente com o efeito de escala. Para as diferentes amostras, os resultados experimentais e numéricos são apresentados. As simulações numéricas foram realizadas utilizando uma versão do LDEM e o LDEM introduzido no ambiente *Abaqus*.

### 5.1. Conclusões

O objetivo geral deste trabalho que propõe analisar a fratura e o efeito de escala em materiais quase frágeis e realizar simulações utilizando o LDEM para avaliar seu desempenho nesse campo de pesquisa, foi completamente alcançado. Esse método mostrou-se capaz de captar o efeito de escala utilizando as propriedades do material obtidas nos ensaios experimentais sem a necessidade de nenhum ajuste ou calibração, a não ser a seleção do tamanho do módulo cubico básico (relacionado com a geometria do problema).

Em relação a comparação dos resultados numéricos e experimentais obtidos, as diferenças intrínsecas foram identificadas. A partir destas análises, são apresentadas as seguintes conclusões:

- Através de alguns ensaios são determinados parâmetros que definem o comportamento dos materiais analisados, tais como, módulo de elasticidade ( $E$ ), energia específica de fratura ( $G_f$ ) e densidade ( $\rho$ ), tornando possível a utilização dessas propriedades nas simulações numéricas sem a necessidade de nenhum ajuste para calibrar os dados.

- Por meio dos ensaios de tração observa-se que os materiais estudados sofrem um efeito de escala estrutural, pois, com o aumento do tamanho das amostras ocorreu uma redução de deformação de ruptura. Esta redução no valor da deformação foi pequena, mas espera-se que quanto maior for a diferença entre os tamanhos das amostras, maior será a variação deste valor.

- A hipótese de considerar que a garra (com adaptação das placas) apertava de forma uniforme o corpo de prova e que nesta região não havia deformação demonstrou estar errada. Esse fato pode ter influenciado nos resultados experimentais para o efeito de escala, pois a

fixação das extremidades dos diferentes tamanhos de corpos de prova durante os ensaios foi feita sempre pela mesma placa metálica.

- Em geral, as simulações dos ensaios de tração no LDEM mostraram resultados satisfatórios para a forma de propagação das trincas, das curvas tensão *versus* deformação, das energias e dos índices de dano.

- O índice de dano tensorial de segunda ordem permitiu a criação, de forma indireta, de um mapa de dano, o que permite a observação da propagação do dano nas amostras. Este mapa de dano justifica a suposição considerada na análise do expoente fractal das energias dissipadas.

- Para os materiais testados, o balanço de energia obtido nas simulações é coerente com o efeito de escala, os dois valores característicos do efeito de escala, a energia dissipada imediatamente antes da falha catastrófica ( $W_d^{\wedge}$ ) e a energia dissipada que acontece de forma abrupta ( $W_d^*$ ), podem ser explicados usando a teoria multifractal proposta por Carpinteri.

- O LDEM assim como o LDEM-Abaqus mostraram que é possível simular somente a região central dos corpos de prova se esses possuírem uma boa discretização, pelo menos para a maioria dos parâmetros analisados. Esse tipo de simulação não apresentaria resultados satisfatórios somente em termos de energia elástica, sendo que as simulações do LDEM Pedço apresentaram menores valores para esse tipo de energia devido a elas não simularem as extremidades dos corpos de prova, fato que mostra que essas regiões também sofrem deformações. Também é importante mencionar que quando a discretização não é tão boa (CPI e CPIII) a alternativa de utilizar LDEM-Abaqus acrescenta poucos graus de liberdade mas melhora consideravelmente os resultados. Salienta-se que a implementação do LDEM dentro do Abaqus permite a resolução de problemas de difícil solução onde as condições de contorno são complexas ou os graus de liberdade do problema são excessivos. Para problemas mais simples, quando não é conhecido o local onde ocorrerá a falha ou para casos nos quais é necessário ter um maior controle nas implementações ou alterações de leis constitutivas, o LDEM escrito na linguagem FORTRAN segue sendo a melhor alternativa.

- Os ensaios experimentais com os três tipos de poliestirenos expandidos mostraram que quanto maior é a densidade do material menor é a discrepância dos valores da deformação de ruptura entre os diferentes tamanhos dos corpos de prova, ou seja, torna-se mais difícil observar o efeito de escala no material. Cabe salientar que essa diferença entre as deformações de ruptura foi pequena, e isso pode ter ocorrido devido a pouca discrepância entre os valores das densidades dos três tipos de materiais.

- Em relação a comparação dos ensaios e simulações para os três tipos de materiais, verificou-se que quanto maior a granulometria do material, menor é a discrepância das curvas tensão *versus* deformação entre os ensaios experimentais e as simulações numéricas. Esse fato está relacionado com a discretização utilizada nas simulações, sendo que o tamanho do módulo cúbico utilizado no LDEM foi de 5,5 mm, sendo esse valor bem próximo ao diâmetro médio do grão encontrado para o poliestireno expandido 1F (5,02 mm).

## 5.2. Trabalhos Futuros

A seguir são apresentadas as sugestões para trabalhos futuros:

- Durante os ensaios experimentais, utilizar placas metálicas de diferentes tamanhos para que a região de deformação dos corpos de prova siga um padrão de variação dimensional. Seria importante também realizar um estudo da sensibilidade da forma e aperto das garras para verificar se essas condições influenciam muito nos resultados.

- Melhorar a forma de cortar o poliestireno expandido para obter a geometrias dos corpos de prova, evitando assim que eles rompam fora da região com a redução transversal.

- Melhorar a discretização dos corpos de prova no LDEM, principalmente dos CP I e CP III, para que eles adquiram uma geometria mais próxima aos corpos de prova que foram ensaiados, caso queira-se utilizado somente o LDEM.

- Aprofundar o estudo e implementação dos índices de dano tanto de quarta ordem como tensoriais.

- Realizar um estudo utilizando materiais com densidades mais distintas para verificar de maneira aprofundada se essa propriedade influencia na análise do efeito de escala.

- Utilizar nas simulações do LDEM um valor para o comprimento do módulo cúbico que esteja mais próximo ao encontrado para a granulometria do material, verificando assim a influencia desse parâmetro no desempenho do LDEM.

## REFERÊNCIAS

- ABAQUS/Explicit, **Version 6.x**, Dassault Systèmes Americas Corp., 2012.
- ALIABADI, M.H., ROOKE, D.P., **Computational Mechanics Publications**. Kluwer Academic Publishers, The Netherlands. ISBN 1-85312-057-X, 1991.
- ANDERSON T.L., **Fracture Mechanics. Fundamentals and Applications**. CRC Press. ISBN: 978-0-8493-1656-2, 2005.
- ANDRÉ, D., IORDANOFF, I., JEAN-LUC, C., NÉAUPORT, J., Discrete element method to simulate continuous material by using the cohesive beam model. **Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.** p. 113–125, 2012.
- BARENBLATT, I., Mathematical theory of equilibrium cracks in brittle fracture. **Adv Appl Mech** **7**, p. 55-129, 1962.
- BATHE, J., **Finite element procedures**, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1996.
- BAŽANT, P., Instability, ductility, and size effect in strain-softening concrete. **J Eng Mech Div** **102**, p. 501-502, 1976.
- \_\_\_\_\_. Size effect in blunt fracture: Concrete, rock, metal. **J Eng Mech**, p. 518-535, 1984.
- BAŽANT, P.; CHEN, P., Scaling of structural failure. **Appl. Mech**, rev. 50, p. 593-627, 1997.
- BOAVENTURA, A. ; COLPO, A. B. ; TIER, M. A. D. ; KOSTESKI, LUIS E. . análise granulométrica do material quase frágil poliestireno expandido. **Congresso regional de iniciação científica & tecnológica em engenharia**, 2014, Alegrete. CRICTE2014, 2014.
- BRANCO, C.M., **Fadiga de Estruturas Soldadas**. 2ª ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1999.
- CARPINTERI, A., Fractal nature of material microstructure and size effects on apparent mechanical properties, **Mech Mat** **18**, p. 89-101, 1994.
- CARPINTERI, A., CHIAIA, B., FERRO, G., Size effects on nominal tensile strength of concrete structures: multifractality of material ligaments and dimensional transition from order to disorder. **Mater Struct**, v. 28, p. 311-317, 1995.
- CARPINTERI, A., CHIAIA, B., Multifractal nature of concrete fracture surfaces and size effects on nominal fracture energy, **Materials & Structures (RILEM)**, v. 28, p. 435-443, 1995.
- CARPINTERI, A., FERRO, G., Anomalous and irregular mechanical behaviour in heterogeneous materials: Snap-back instabilities and fractal cracking. **Journal of the Mechanical Behavior of Materials**, v. 11, p. 23-29, 1999.

CARPINTERI, A., FERRO, G., INTERVENIZZI, S., **Fracture mechanics of concrete structures**, Proc of FraMCoS-2, at ETH, Zürich, Wittman F. H. (ed), Aedificatio Publ, Freiburg, Germany, p. 557-570, 1995.

CHEN, B.Y, TAY, T.E, BAIZ, P.M., PINHO, S.T., Numerical analysis of size effects on open-hole tensile composite laminates. **Composites: Part A** 47, p. 52–62, 2013.

CRAWFORD, J.E., WU, Y., MAGALLANES, J.M., LAN, S., Modeling of concrete materials under extreme loads. Em: Hao, H., Li, Z. (Eds), **Advances in protective Structures Research**. CRC Press, London, 2012.

DALGUER, A., IRIKURA, K., RIERA, D., CHIU, C., The importance of the dynamic source effects on strong ground motion during the 1999 Chi-Chi, Taiwan, earthquake: Brief interpretation of the damage distribution on buildings. **Bull. Seismol. Soc. Am.**, v. 91, p. 1112-1127, 2001.

Di LUZIO, G., MUCIACCIA, G., BIOLZI, L., Size effect in thermally damaged concrete. *Mechanic* 19:631, 2009

DUGDALE, S., Yielding of steel sheets containing slits. **J Mech Phys Solids**, p. 100-108, 1960.

GALILEI, G., **Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno à due nuove scienze**. In: Favaro, A. (Ed.). Edizione nazionale delle opere di Galileo Galilei. Firenze: Barbèra Editore, 1933, v. 8, 1638.

GRASSL, P., GRÉGOIRE, D., SOLANO, L., PIJAUDIER-CABOT, G., Meso-scale modelling of the size effect on the fracture process zone of concrete. **International Journal of Solids and Structures** 49, p. 1818–1827, 2012.

GRÉGOIRE, D., SOLANO, L., PIJAUDIER-CABOT, G., Failure and size effect for notched and unnotched concrete beams. **Int. J. Numer. Anal. Meth. Geomech.** v. 37, p. 1434–1452, 2013.

GRIFFITH, A. Phenomena of rupture and now in solids, **Phil. Trans. R. Soc. Lond**, p. 179-180, 1921.

GURSON, A. L. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth – Part I. Yield criteria and flow rules for porous ductile media. **J. Eng. Mat. Tech**, v. 99, p. 2-15, 1997.

HALLQUIST, J.O., LS-DYNA – Keyword User’s Manual, Version 971, **Livermore Software Technology Corporation (LSTC)**, 2007.

HAYASHI, Y., **Sobre uma representação discreta de meios contínuos em dinâmica não-linear**. Tese (Mestrado), CPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 1982.

HERRMANN, H., ROUX, S., **Statistical models for the fracture of disordered media**. Elsevier Science Publishers B. V., Amsterdam, 1990.

HILLERBORG, A. A model for fracture analysis. **Cod LUTVDG/TV BM-3005**, p.1-8, 1978.

HILLERBORG, A., MODEER, M., PETERSSON, E., Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. **Cement Concrete Res** **6**, p. 773-782, 1976.

ITURRIOZ, I., MIGUEL, L.F., RIERA, J.D., Dynamic fracture analysis of concrete or rock plates by means of the discrete element method. **Latin American Journal of Solids and Structures**, v. 6, p. 229-245, 2009.

KACHANOV, M., Introduction to continuum damage mechanics. **Martin Nyhoff Publishes**, p. 135, 1966.

KANNINEN, M. F., POPELAR, C. H., **Advanced Fracture Mechanics**. New York: Oxford University Press, 1985.

KOSTESKI, L., **Aplicação do método dos elementos discretos formado por barras no estudo do colapso de estruturas**. 2012. 6-59 f. Tese (Doutorado em engenharia) - Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

KOSTESKI, L.E., RIERA, J.D., ITURRIOZ, I., **Consideration of Scale Effects and Stress Localization in Response Determination Using the DEM**. Mecánica Computacional, Cilamce-Mecom 2010, XXIX:2785-2801, 2010.

KOSTESKI, L.E., ITURRIOZ, I., BATISTA, R.G., CISILINO, A.P., The truss-like discrete element method in fracture and damage mechanics. **Engineering Computations**, v. 6, p. 765–787, 2011.

KRAJCINOVIC, D., Damage mechanics. **Elsevier**, Amsterdam, 1996.

KRAJCINOVIC, D., VUJOSEVIC, M., Strain localization - Short to long correlation length transition. **International Journal of Solids and Structures**, v. 35(31), p. 4147–4166, 1998.

LEMAITRE, J., A continuous damage mechanics model for ductile fracture. **J. Eng. Mat. Technol.** – Trans. ASME 107, p. 83 – 89, 1985.

LI, S., LIU, W.K., Meshfree and particle methods and their applications. **Applied Mechanics Reviews**, v. 55(1), p. 1-34, 2002.

LIU, G.B., LIU, M.B., **Smoothed particle hydrodynamics: A meshfree particle method**. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., 2007.

MALCHER, L., MAMIYA E. N., An improved damage evolution law based on continuum damage mechanics and its dependence on both stress triaxiality and the third invariant. **International Journal of Plasticity**, v. 56, p. 232-261, 2014.

MIGUEL, L.F.F., RIERA, J.D., ITURRIOZ, I., Influence of size on the constitutive equations of concrete or rock dowels. **International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics**, 32(15):1857-1881, 2008.



MIGUEL, L.F.F., ITURRIOZ, I., RIERA, J.D., Size effects and mesh independence in dynamic fracture analysis of brittle materials. **Computer Modeling in Engineering & Sciences**, 56:1-16, 2010.

NAGY, E., LANDIS, E.N., DAVIDS, W.G., Acoustic emission measurements and lattice simulations of microfracture events in spruce. **Holzforschung**, 64:455–461, 2010.

NAYFEH, A.H., HEFZY, M.S., Continuum modeling of three-dimensional truss-like space structures. **AIAA Journal**, v. 16(8), p. 779-787, 1978.

NEWMAN, J.C., JAMES, M.A., **A Review of the CTOA/CTOD Fracture Criterion – Why it Works**. AIAA, Hampton, 2001

NEWMAN, J.C., JAMES, M.A., ZERBST, U., A review of the CTOA/CTOD fracture criterion. **Eng. Fract. Mech.** v. 70, p. 371–385, 2003.

OTTOSEN, N.S., Failure and elasticity of concrete. **Danish Atomic Energy Commission, Research Establishment Riso**, Riso-M-1801, 1975.

PUGLIA, B.V., ITURRIOZ, I., RIERA, J.D., KOSTESKI, L., Random field generation of the material properties in the truss-like discrete element method. **Mecánica Computacional, Cilance-Mecom 2010**, XXIX:6793-6807, 2010.

RICE, J.R., **A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentrations**, by Notches and Cracks, *Journal of Applied Mechanics*, vol. 35, pp. 379-386, 1968.

RIERA, D. **Local Effects In Impact Problems In Concrete Structures**. In: proceedings, Conf. on Structural Analysis & Design of Nuclear Power Plants, UFRGS, 1984. Porto Alegre, 1984. Não paginado.

RIERA, D.; ROCHA, M. **A note on velocity of crack propagation in tensile fracture**. *Revista Brasileira de Ciências Mecânicas*. v. XII/3, p. 217-240, 1991.

RIERA, J.D., ITURRIOZ, I., Size effects in the analysis of concrete or rock structures. **International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT 19)**, Toronto, Canada, 2007.

RINALDI, A., Advances in statistical damage mechanics: New modeling strategies. Em: Voyiadjis, G.Z. (Ed.), **Damage Mechanics and Micromechanics of Localized Fracture Phenomena in Inelastic Solids**. CISM Course Series, Springer, 2011.

RIOS, R. D. **Aplicações do Método dos Elementos Discretos em Estruturas de Concreto**. 2002. 151 f. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia da Universidade Federal do Rio Grande do Sul Porto Alegre, 2002.

RIOS, R.D., ITURRIOZ, I., RIERA, J.D., **Uma contribuição ao entendimento do efeito de escala em estruturas de concreto**. *Mecânica Computacional, MECOM 2002*, Vol. XXI, p. 979-991, 2002.

RIOS, R.D, RIERA, J.D., Size effects in the analysis of reinforced concrete structures. **Engineering Structures**, v. 26, p. 1115-1125, 2004.

ROCHA, M. **Ruptura e Efeitos de Escala em Materiais não Homogêneos**. Tese (Mestrado), CPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 1989.

RODRIGUES, R.S., BIRCK, G., ITURRIOZ, I., Propostas de índices de dano aplicáveis a materiais quasi-frágeis avaliados utilizando o método dos elementos discretos formado por barras. **Mecânica Computacional**, Vol XXXIII, p. 1363-1379, 2014.

SAGAR, R.V., RAGHU PRASAD, B.K., Modeling heterogeneity of concrete using 2D lattice network for concrete fracture and comparison with AE study. **Sadhana**, v. 34(6), p.865-886, 2009.

SANTOS, A.A., PITANGUEIRA, L.S., RIBEIRO, G.O., CALDAS, R.B., Estudo do efeito de escala utilizando correlação de imagem digital. IBRACON. **Structures and Materials Journal**, v. 8, p. 323-340. ISSN 1983-4195, 2015.

SCHLANGEN, E., van MIER, J.M., Crack propagation in sandstone: Combined experimental and numerical approach. **Rock Mechanics and Rock Engineering**. v. 28(2), p. 93-110, 1995.

SCHWALBE, K.H., Notas do: **Summer Course on Assessment of Light-Weight Structures**. Porto Alegre, Brasil, p. 8-12, 2010.

SCHWALBE, K.H., NEWMAN, J.C., SHANNON, J.L, Fracture mechanics testing on specimens with low constraint – standardization activities within ISO and ASTM. **Eng. Fract. Mech.** v. 72, p. 557–576. 2005

SEELIG, T., Fracture Mechanics: With an Introduction to Micromechanics. **Mechanical Engineering Series**, Springer, 2006.

SHINOZUKA, M., DEODATIS, G., Simulation of multidimensional Gaussian stochastic fields by spectral representation, **Applied Mechanics Reviews**, v. 49(1), p. 29-53, 1996.

SIH, G.C. A three-dimensional strain energy density factor theory of crack propagation. **Mechanics of Fracture**, v. 2 (ed. M.K. Kassir and G.C. Sih), Noordhoff Int. Publ., The Netherlands, 1975.

VOREL, J., GATTU, M., BAŽANT, Z., Size Effect in Flexure of Prestressed Concrete Beams Failing by Compression Softening. **J. Struct. Eng.**, 2014.140/(ASCE) 04014068, p. 1–8, 2014.

WEIBULL, W., **A statistical theory for the strength of materials** (Stockholm: Swedish R. Inst. Eng. Res.), 1939.

WELLS, A. A., **Unstable crack propagation in metals: Cleavage and Fast Fracture**, Proceedings of , vol. 1, paper 84, Cranfield, UK, 1961.

## APÊNDICE A – Caracterização dos poliestirenos expandidos 5F e 7F

Para realizar a caracterização dos materiais são apresentados a seguir os resultados obtidos através das análises de granulometria, densidade, módulo de elasticidade e energia específica de fratura.

- *Granulometria*: Através da amostra de cinquenta grãos de cada material são obtidos o diâmetro médio e o número de faces do grão.

Figura A. 1 - Grãos dos poliestirenos expandidos 5F e 7F



Figura A. 2 - Ocorrência do tamanho de grãos: poliestireno expandido 5F

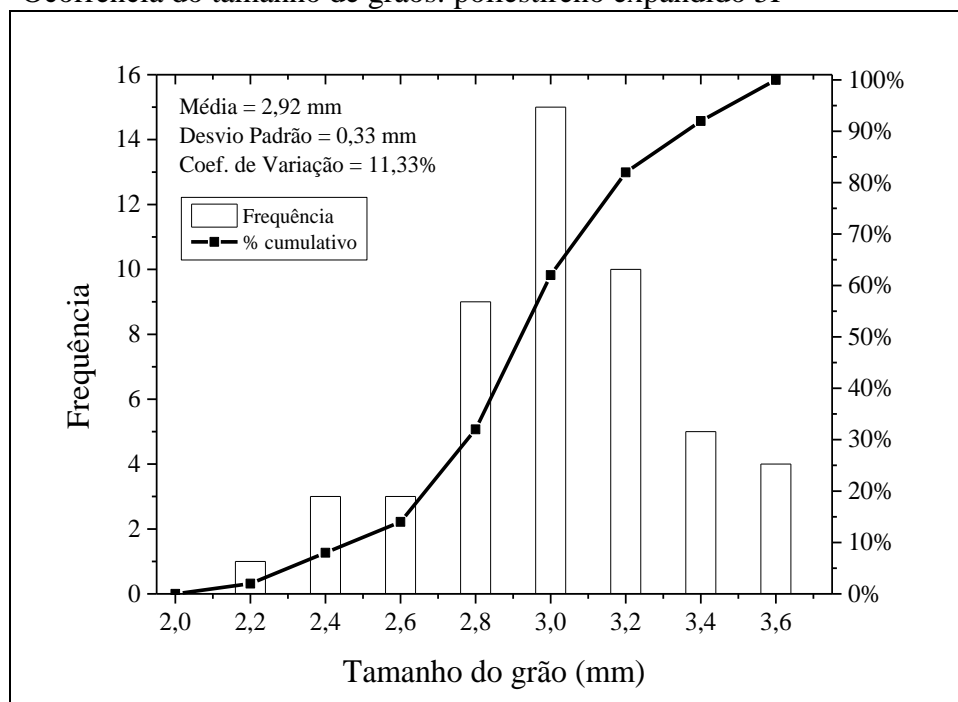
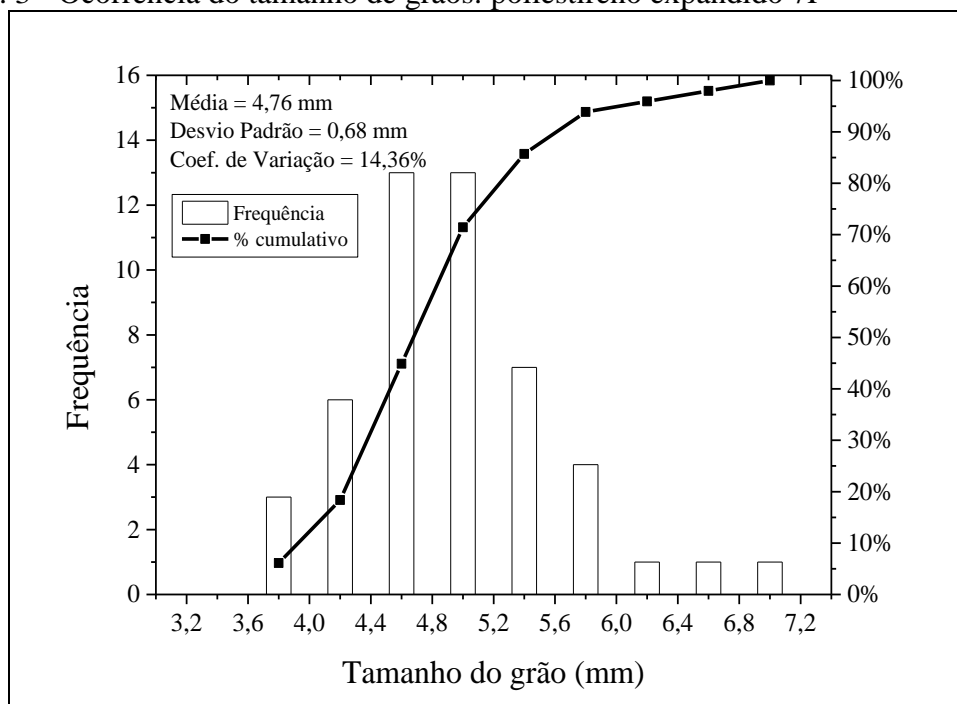
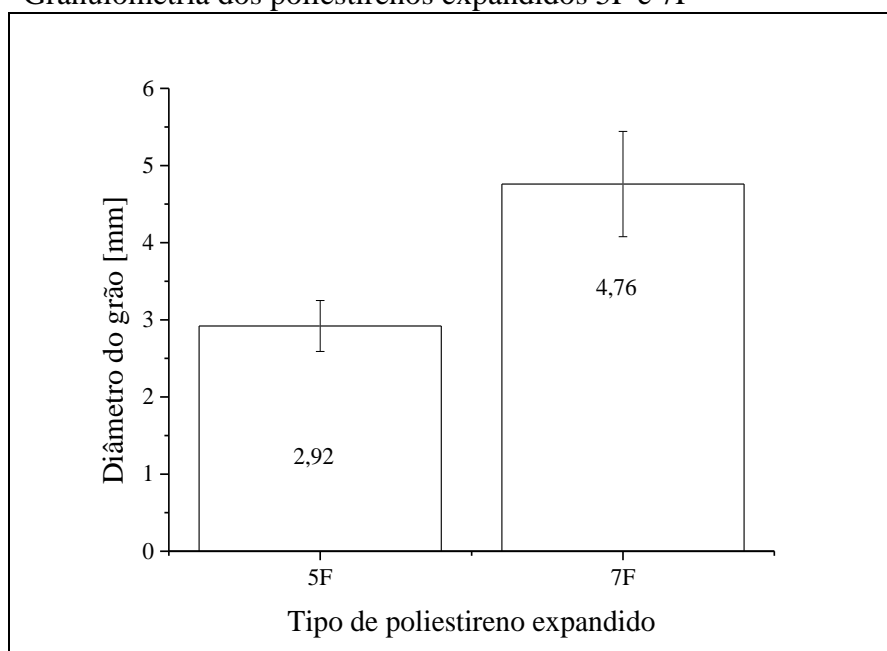


Figura A. 3 - Ocorrência do tamanho de grãos: poliestireno expandido 7F



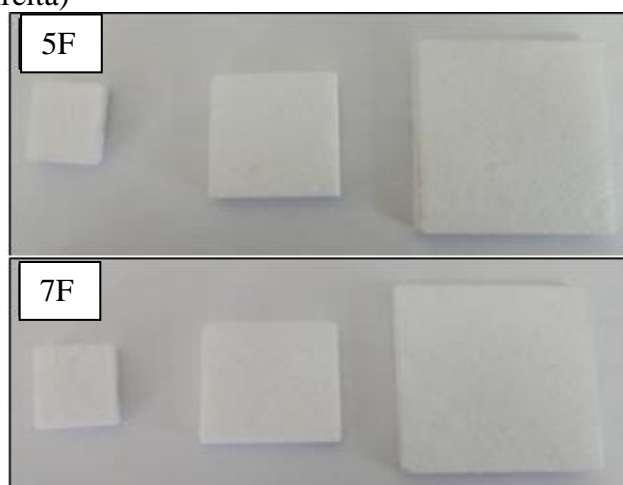
Analisando as Figuras A.2 e A.3 é possível verificar que o diâmetro dos grãos que constituem o poliestireno expandido 7F são maiores do que os grãos do poliestireno 5F.

Figura A. 4 - Granulometria dos poliestirenos expandidos 5F e 7F



- *Densidade*: Através de três placas de tamanhos diferentes é realizado o ensaio para a obtenção da densidade dos materiais.

Figura A. 5 - Placas de poliestireno expandido: tipo 1F, 5F e 7F com os tamanhos P, M e G (da esquerda para a direita)



A Tabela A. 1 apresenta as densidades obtidas para os três tamanhos de placas P, M e G de cada material.

Tabela A. 1 - Densidade dos poliestirenos expandidos 5F e 7F

Placas	P	M	G	$\rho_{média}$ [kg/m <sup>3</sup> ]	sd	CV [%]
<b>5F</b>	21,31	20,54	20,60	20,82	0,42	2,04
<b>7F</b>	21,79	22,07	21,87	21,91	0,15	0,66

Analisando a Tabela A. 1 é possível verificar que os poliestirenos expandidos 5F e 7F apresentam densidades semelhantes. Ao correlacionar o tamanho do grão (Figura A. 4) com a densidade das placas, não é notada diretamente nenhuma relação, sendo que esses resultados não variam proporcionalmente entre si.

- *Módulo de elasticidade*: Essa propriedade é obtida através da média dos coeficientes angulares das curvas tensão *versus* deformação geradas pelos ensaios de tração.

As Figuras A.6 e A.7 apresentam os módulos de elasticidade para os diferentes tamanhos de corpos de prova feitos com os poliestirenos expandidos 5F e 7F.

Figura A. 6 - Variação do módulo de elasticidade para os diferentes tamanhos de corpos de prova do poliestireno expandido 5F

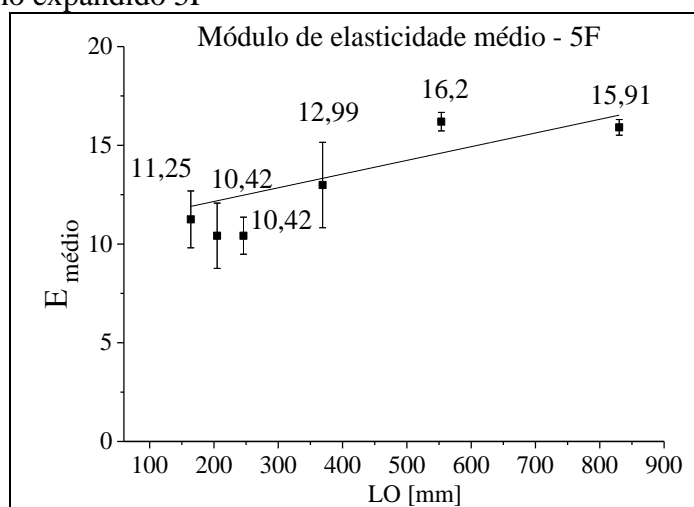
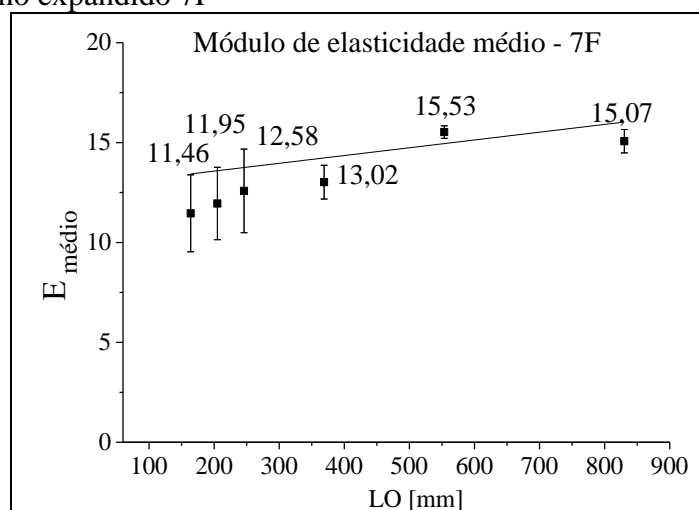


Figura A. 7 - Variação do módulo de elasticidade para os diferentes tamanhos de corpos de prova do poliestireno expandido 7F



Como pode ser observado nas Figuras A.6 e A.7 ocorreu uma variação dos módulos de elasticidade com o aumento do tamanho das amostras. Devido a essa variação são realizadas simulações no *Abaqus* para avaliar qual é o melhor valor de módulo de elasticidade para realizar as simulações numéricas no LDEM.

As Figuras A.8 e A.9 mostram, respectivamente, essas análises para os poliestirenos 5F e 7F.

Figura A. 8 - Comparação entre os valores obtidos para o módulo de elasticidade do poliestireno expandido 5F segundo os ensaios experimentais e as simulações no *Abaqus*

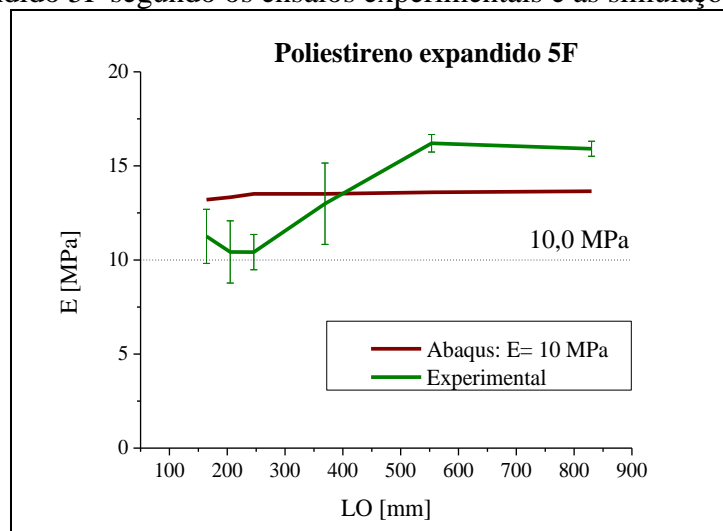
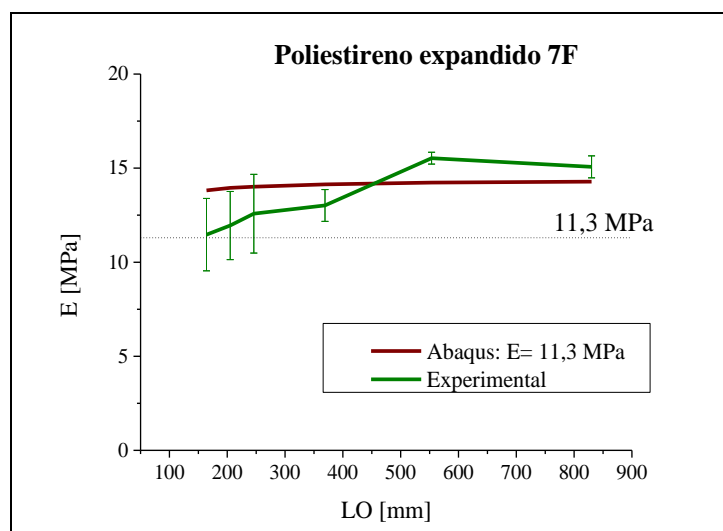


Figura A. 9 - Comparação entre os valores obtidos para o módulo de elasticidade do poliestireno expandido 7F segundo os ensaios experimentais e as simulações no *Abaqus*



Baseado nos resultados apresentados nas Figuras A.8 e A.9, serão utilizados nas simulações do LDEM para cada tipo de poliestireno expandido o valor do módulo de elasticidade médio encontrado nas simulações no *Abaqus*, ou seja, para cada tipo de poliestireno expandido será utilizado o mesmo valor de módulo de elasticidade para os diferentes tamanhos de corpo de prova (poliestireno 5F: E=10 MPa e 7F: E=11,3 MPa).

- *Energia específica de fratura*: Essa propriedade é obtida usando o método mostrado em Branco (1999).

Os resultados obtidos para  $G_f$  são apresentados na Tabela A. 2.

Tabela A. 2 - Energia de fratura dos poliestirenos expandidos 5F e 7F

<b>Placas</b>	<b><math>G_{f1}</math></b>	<b><math>G_{f2}</math></b>	<b><math>G_{f3}</math></b>	<b><math>G_{f4}</math></b>	<b><math>G_{f\text{média}}</math> [N/m]</b>	<b>sd</b>	<b>CV[%]</b>
<b>5F</b>	282,77	241,78	165,22	246,06	233,96	49,38	21,11
<b>7F</b>	175,95	248,49	177,45	258,91	215,20	44,66	20,75

A Tabela A. 2 mostra que os poliestirenos expandidos 5F e 7F apresentaram valores parecidos para a  $G_f$ .



## APÊNDICE B – Ensaios experimentais e simulações numéricas dos poliestirenos expandidos 5F e 7F

### B.1 Ensaios experimentais

As Figuras B.1 e B.2 mostram, respectivamente, as curvas tensão *versus* deformação das cinco réplicas dos ensaios de tração realizados com os poliestirenos expandidos 5F e 7F. Para cada tipo de material são realizados ensaios com os seis diferentes tamanhos de corpos de prova.

Figura B. 1 - Curvas tensão *versus* deformação para os CP de poliestireno expandido 5F.

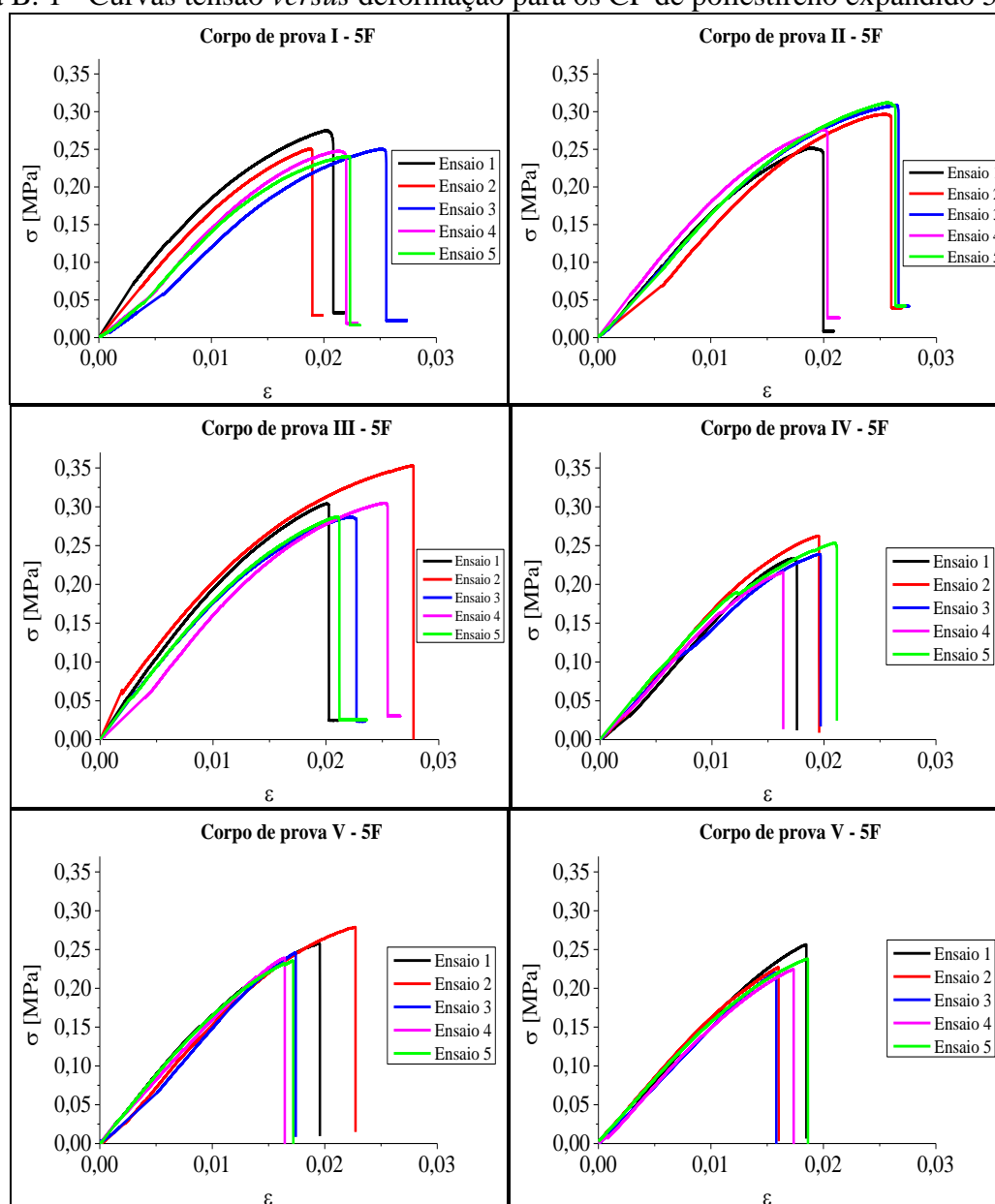
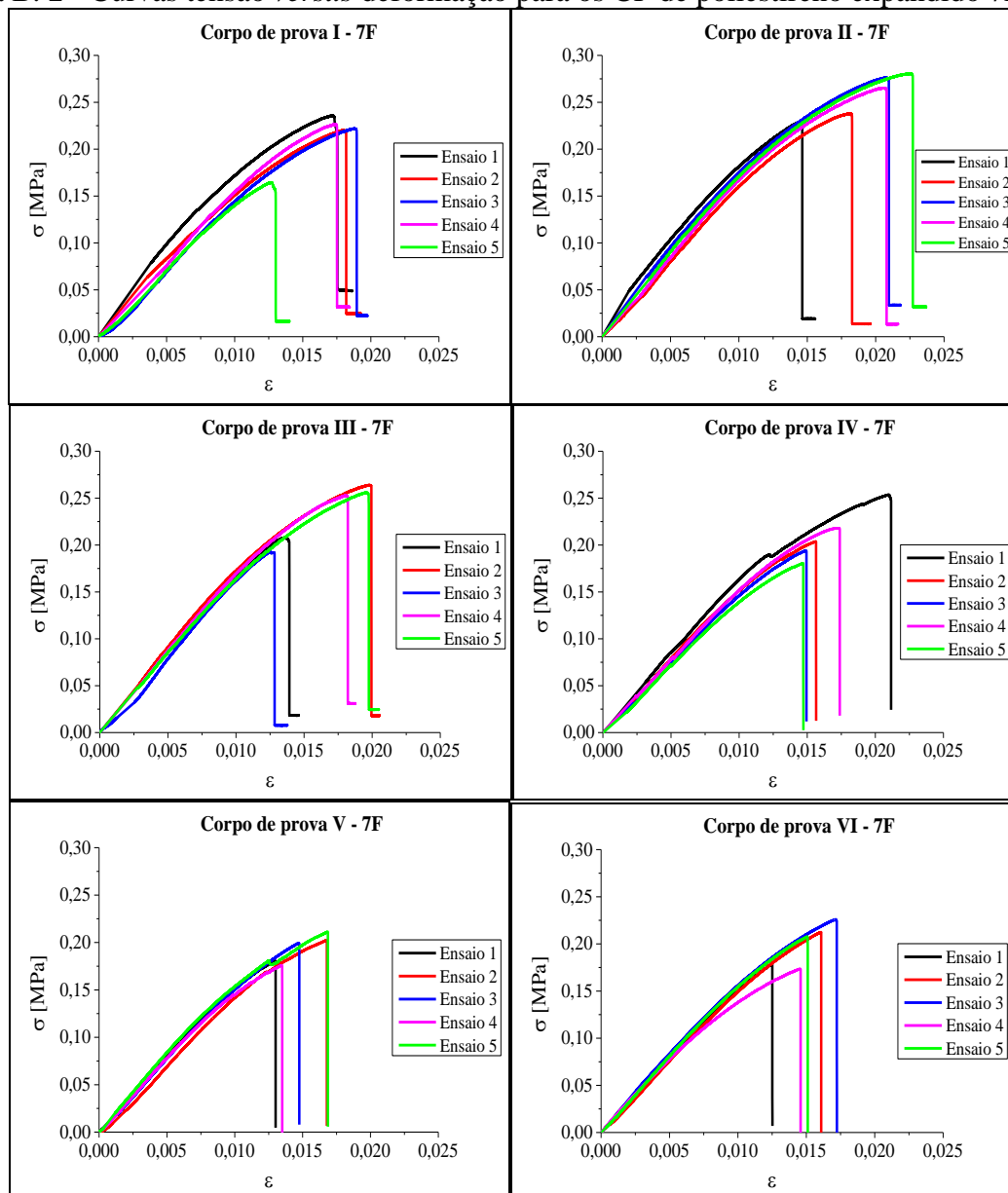


Figura B. 2 - Curvas tensão *versus* deformação para os CP de poliestireno expandido 7F.

As Figuras B.3 e B.4 mostram a variação da tensão e deformação de ruptura dos materiais em relação ao comprimento dos corpos de prova.

Figura B. 3 - Variação da tensão e deformação de ruptura para os diferentes tamanhos de corpos de prova do poliestireno expandido 5F

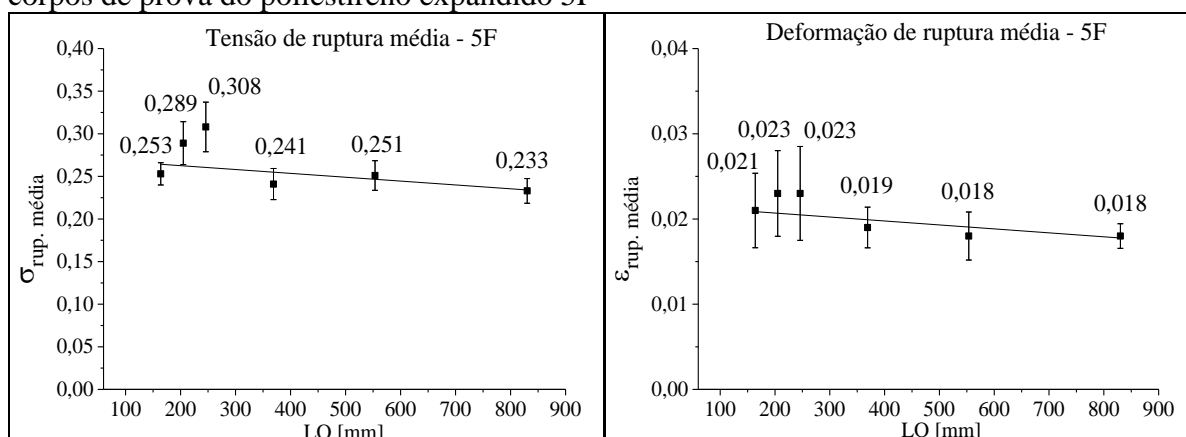
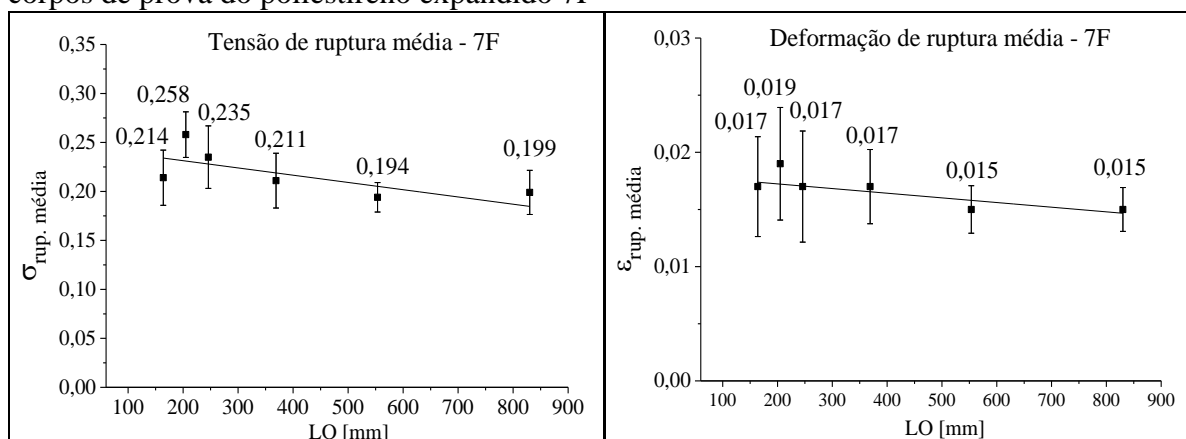


Figura B. 4 - Variação da tensão e deformação de ruptura para os diferentes tamanhos de corpos de prova do poliestireno expandido 7F



Analisando as Figuras B.3 e B.4 é possível verificar que as tensões de ruptura dos poliestirenos expandidos não apresentam um padrão de variação para os diferentes tamanhos de corpos de prova. Já as deformações de ruptura dos poliestirenos expandidos 5F e 7F diminuem à medida que os tamanhos dos corpos de prova aumentam, caracterizando assim o efeito de escala sofrido por esses materiais.

## B.2 Simulações numéricas

As curvas tensão *versus* deformação obtidas através das simulações no LDEM para os poliestirenos 5F e 7F foram apresentadas no item 4.3 deste trabalho. A seguir são mostrados os resultados em termos de energias obtidos para esses materiais através das simulações numéricas. Esses materiais apresentaram o mesmo tipo de comportamento que o poliestireno expandido 1F.

Figura B. 5 - Resultados em termos de energias: (a), (b) e (c) balanço energético para os corpos de prova I, III e VI do poliestireno expandido 5F. (d) e (e) todas as simulações em termos de energia elástica e de energia dissipada pelo dano

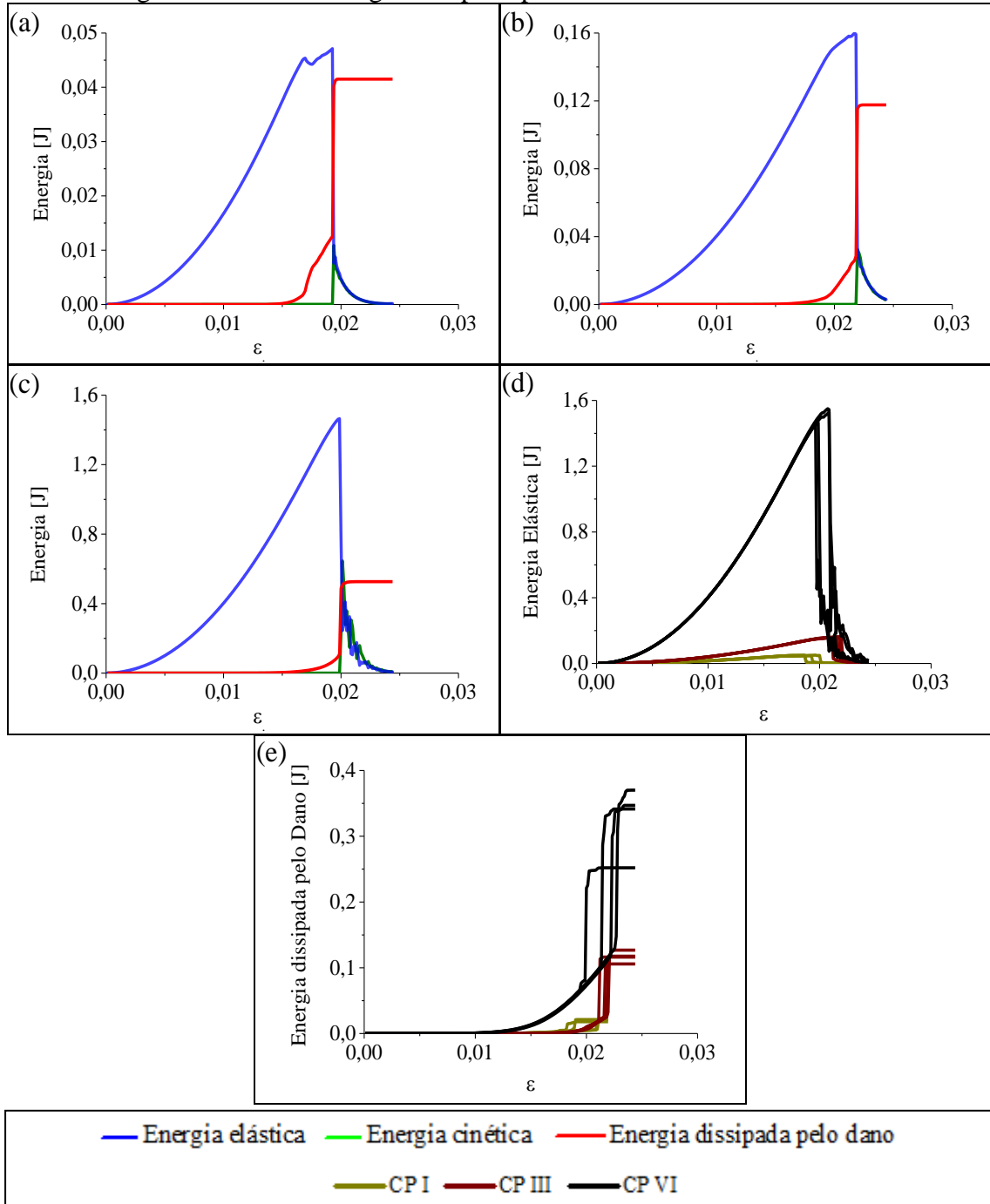
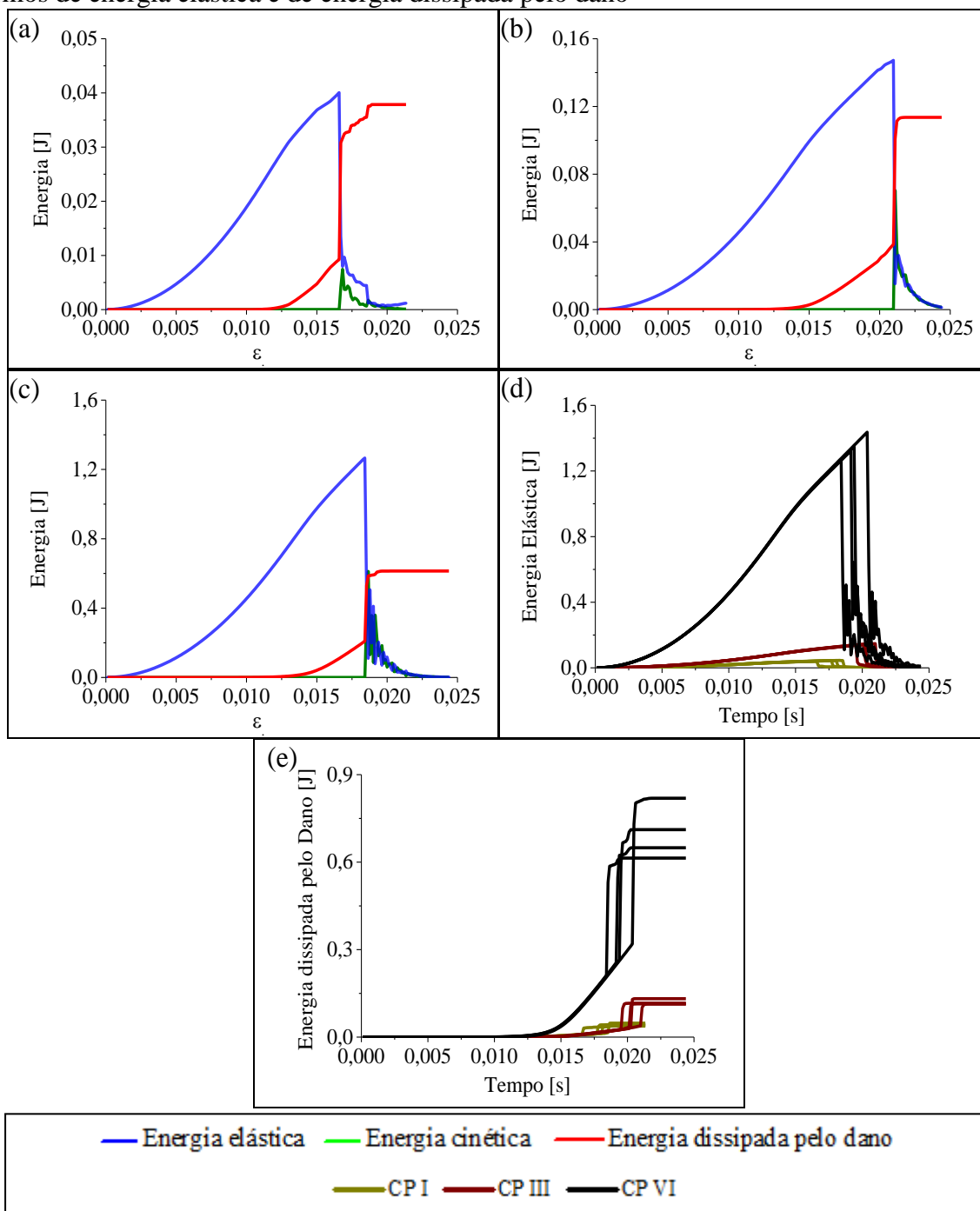


Figura B. 6 - Resultados em termos de energias: (a), (b) e (c) balanço energético para os corpos de prova I, III e VI do poliestireno expandido 7F. (d) e (e) todas as simulações em termos de energia elástica e de energia dissipada pelo dano



Em relação a comparação entre as configurações finais obtidas através dos ensaios experimentais e das simulações numéricas, o LDEM apresenta resultados satisfatórios para os poliestirenos expandidos 5F e 7F, mostrando assim uma propagação de trincas semelhantes aos ensaios experimentais, como pode ser visto, por exemplo, nas Figuras B.7 a B.12.

Figura B. 7 - Fraturas dos CPs I-5F provenientes dos ensaios experimentais e das simulações numéricas

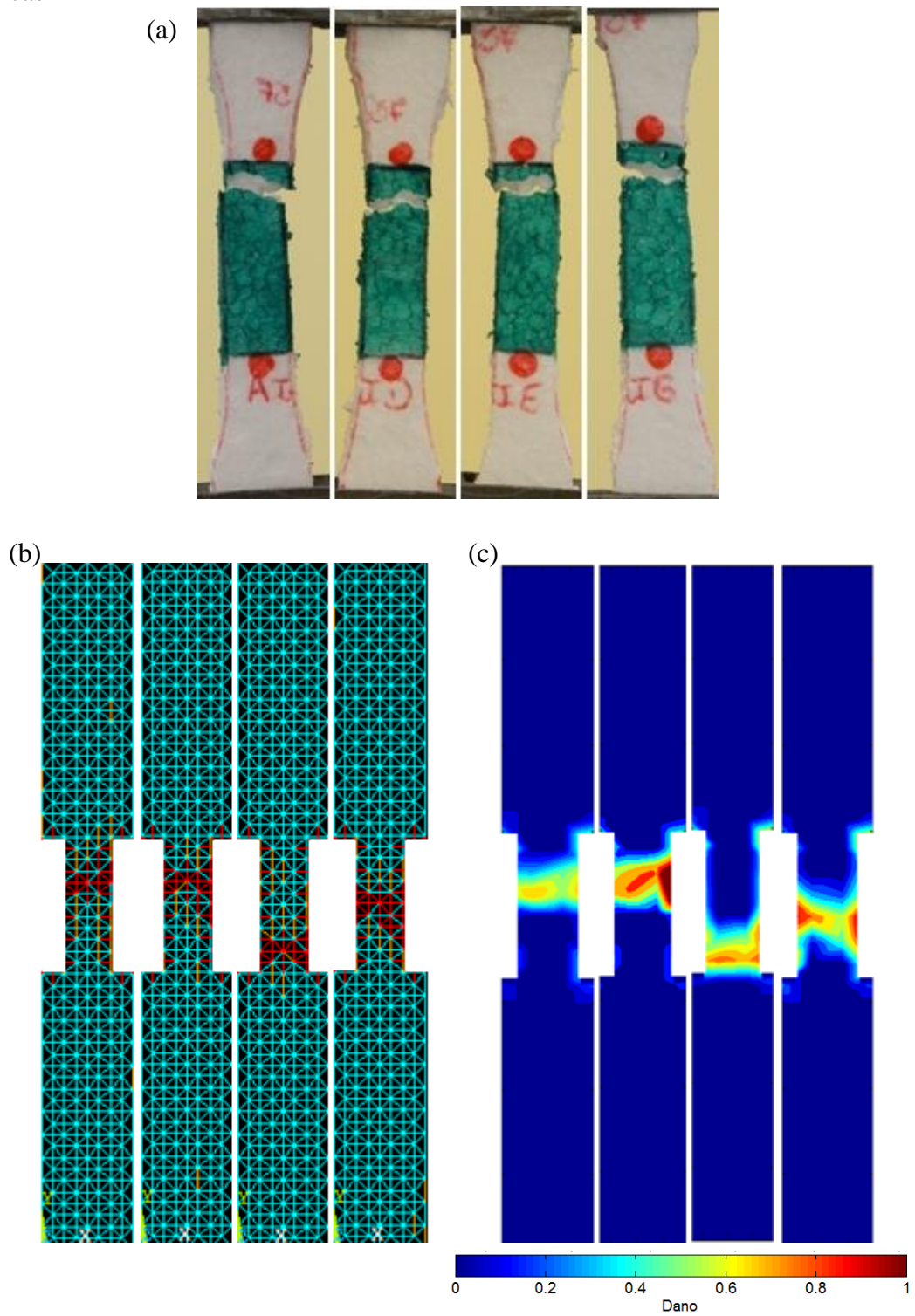


Figura B. 8 - Fraturas dos CPs III-5F provenientes dos ensaios experimentais e das simulações numéricas

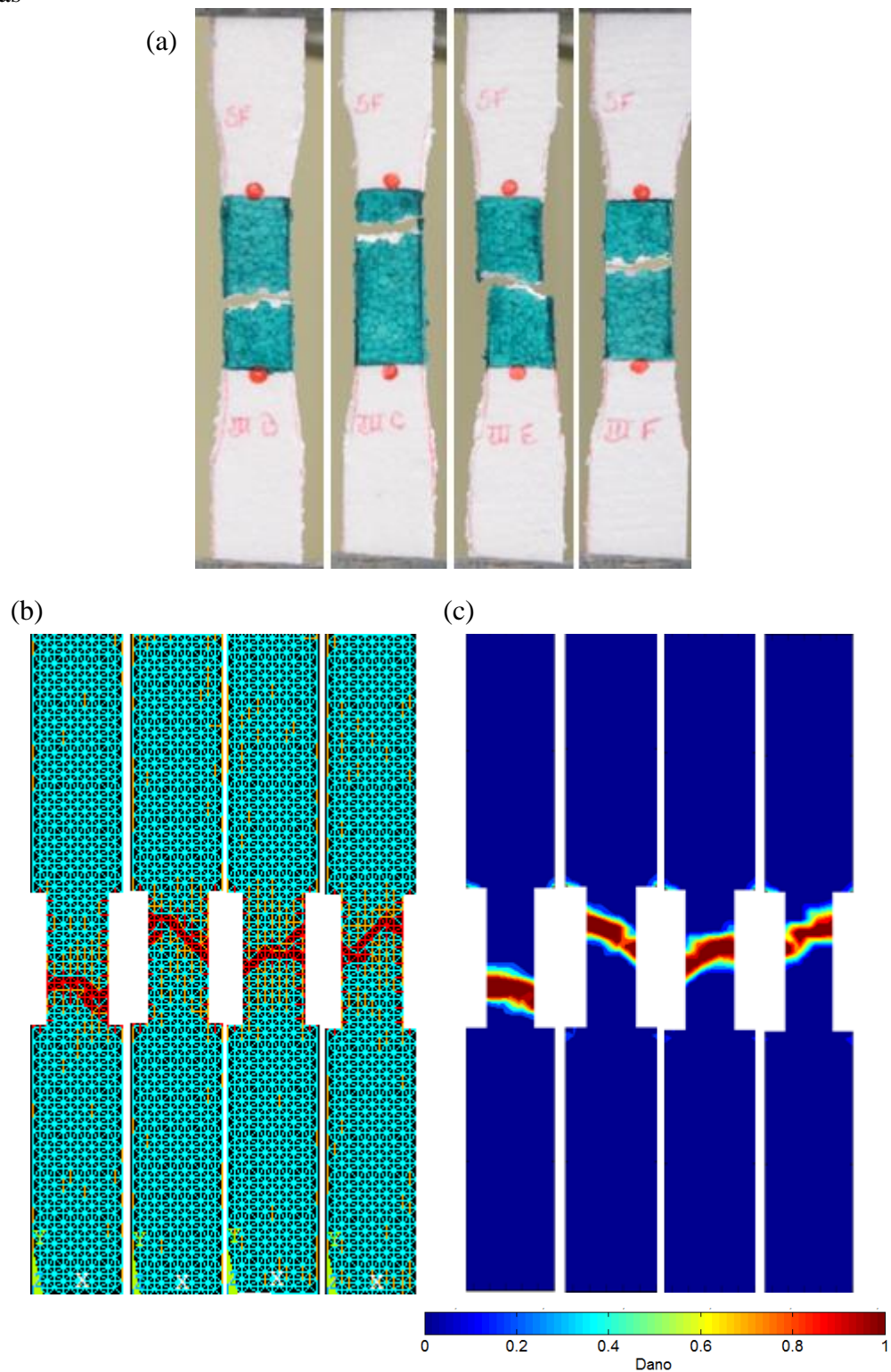


Figura B. 9 - Fraturas dos CPs VI-5F provenientes dos ensaios experimentais e das simulações numéricas

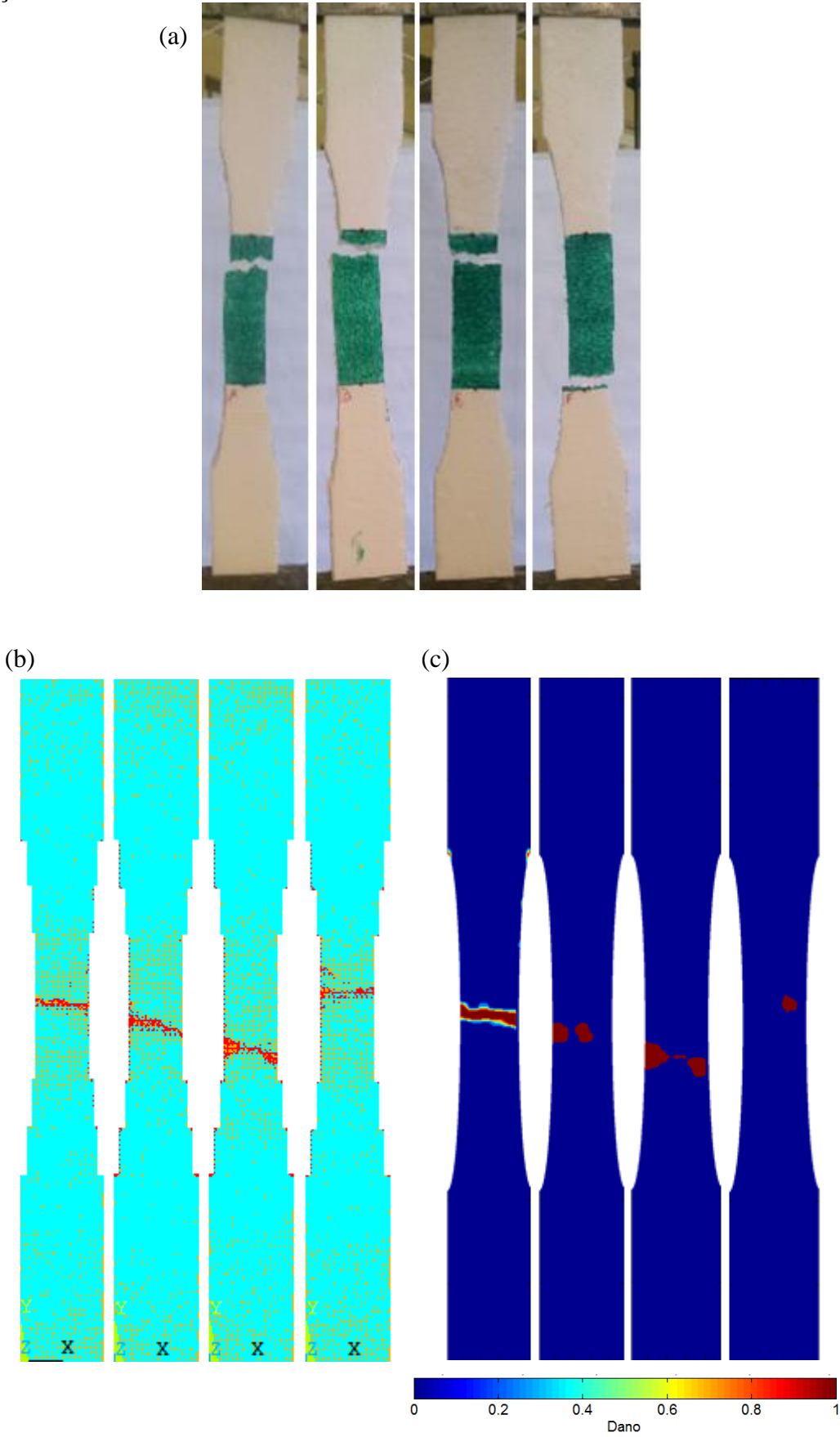




Figura B. 10 - Fraturas dos CPs I-7F provenientes dos ensaios experimentais e das simulações numéricas

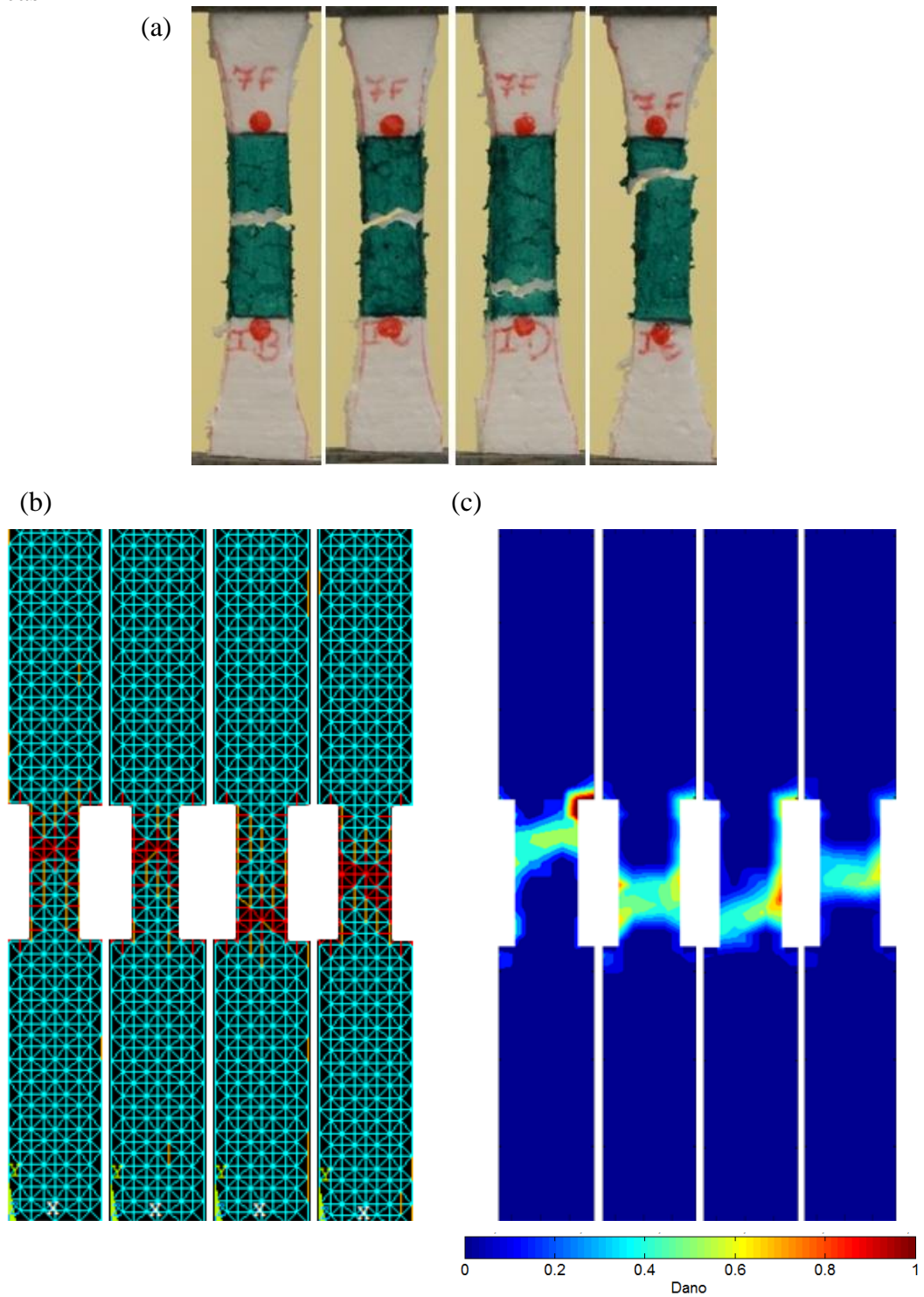


Figura B. 11 - Fraturas dos CPs III-7F provenientes dos ensaios experimentais e das simulações numéricas

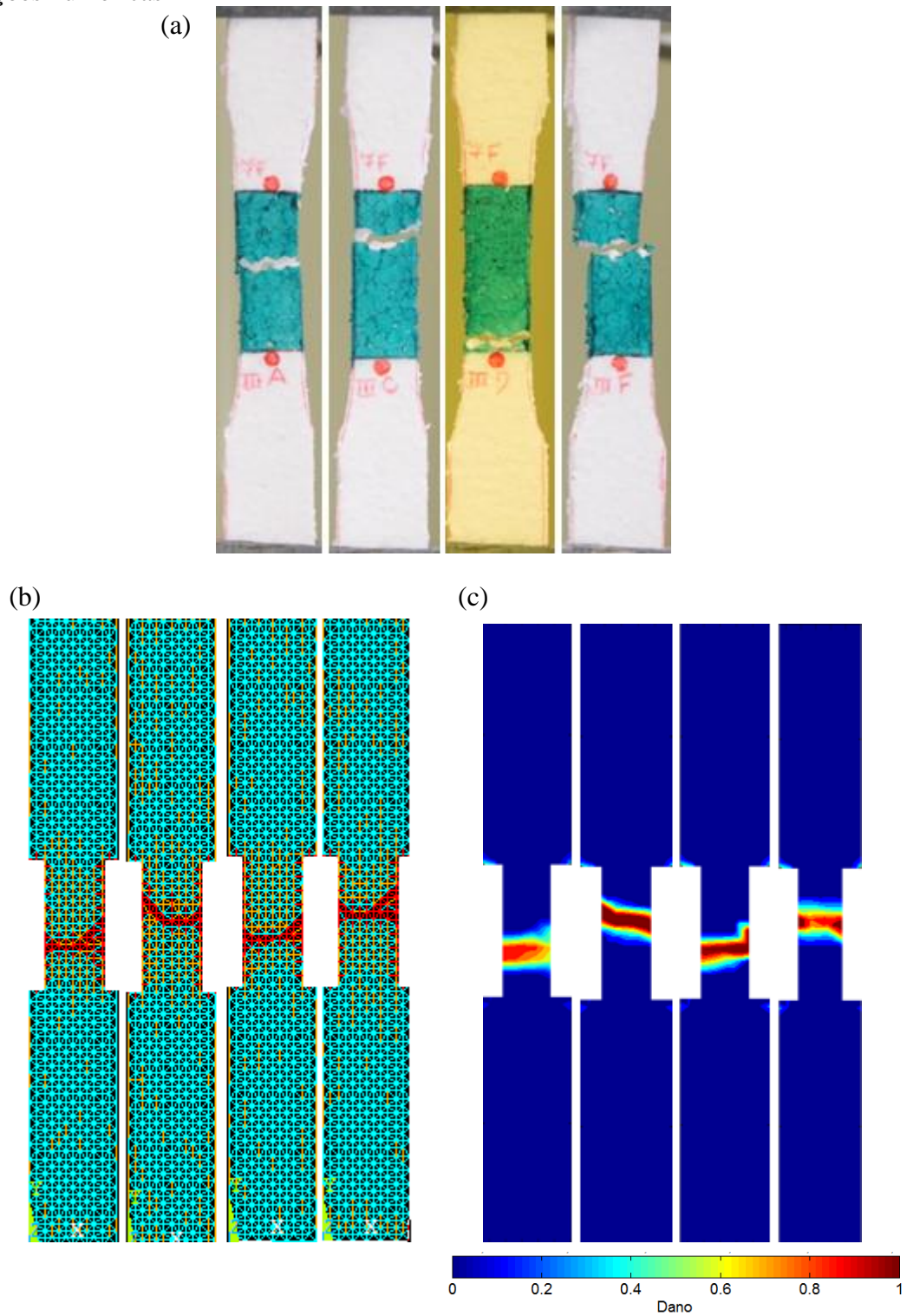


Figura B. 12 - Fraturas dos CPs VI-7F provenientes dos ensaios experimentais e das simulações numéricas

