

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA**

**NILVANE PORCELLIS ALVES**

**MODELAGEM MATEMÁTICA COMO PROPOSTA DE METODOLOGIA ATIVA  
ATRAVÉS DO CICLO DE MODELAGEM DE HESTENES**

**BAGÉ  
2019**

**NILVANE PORCELLIS ALVES**

**MODELAGEM MATEMÁTICA COMO PROPOSTA DE METODOLOGIA ATIVA  
ATRAVÉS DO CICLO DE MODELAGEM DE HESTENES**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Everson Jonatha Gomes da Silva

**Bagé  
2019**

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos  
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do  
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

A474m Alves, Nilvane Porcellis  
Modelagem Matemática como proposta de metodologia ativa  
através do ciclo de modelagem de Hestenes / Nilvane Porcellis  
Alves.  
46 p.

Trabalho de Conclusão de Curso(Graduação)-- Universidade  
Federal do Pampa, MATEMÁTICA, 2019.  
"Orientação: Everson Jonatha Gomes da Silva".

1. Modelagem matemática. 2. Metodologia Ativa. 3. Ciclo de  
modelagem de Hestenes. I. Título.

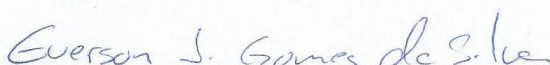
**NILVANE PORCELLIS ALVES**

**MODELAGEM MATEMÁTICA COMO PROPOSTA DE METODOLOGIA ATIVA  
ATRAVÉS DO CICLO DE MODELAGEM DE HESTENES**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado ao Curso de Licenciatura em  
Matemática da Universidade Federal do  
Pampa, como requisito parcial para  
obtenção do Título de Licenciado em  
Matemática.

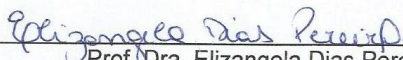
Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 05 de dezembro de  
2019

Banca examinadora:



---

Prof. Dr. Everson Jonatha Gomes da Silva  
Orientador  
UNIPAMPA



---

Prof. Dra. Elizangela Dias Pereira  
UNIPAMPA



---

Prof. Dra. Sonia Maria da Silva Junqueira  
UNIPAMPA

## **AGRADECIMENTO**

Agradeço primeiramente a Deus, pelo dom da vida e pela força que tem dado a mim durante todas as jornadas da minha vida.

A minha família, em especial meu noivo, Mauricio dos Santos Pereira, que apesar da distância se faz presente em todos os momentos da minha vida demonstrando paciência e me motivando.

Ao meu filho, Bernardo Alves Corvello, quem transmite a mim toda força que eu preciso para continuar neste caminho, pois é a ele todo esforço e sacrifício que tenho feito durante todos esses anos.

A meus colegas e amigos, que seguram minha mão nos momentos difíceis, em especial à colega e amiga, Juliana Camargo Barboza, que muitas vezes passou madrugadas de estudo junto a mim mesmo que não estivéssemos presentes na mesma cadeira, nunca deixou de me apoiar e ajudar.

Ao Professor, Everson Jonatha Gomes da Silva, por aceitar ser meu orientador e guiar-me do melhor modo possível para as escolhas referente a este trabalho.

Às professoras, Elizangela Dias Pereira e Sonia Maria da Silva Junqueira pelas quais possuo um carinho especial e que com certeza servirão de inspiração para minha vida profissional como professora.

Aos alunos da UNIPAMPA que aceitaram participar da oficina para este trabalho com todo amor.

A vocês o meu muito obrigado, pois sem vocês este trabalho não teria sido realizado.

*“Se a educação sozinha não transforma a sociedade, sem ela tampouco a sociedade muda”.*

Paulo freire

## RESUMO

A literatura apresenta a metodologia ativa e a modelagem matemática (MM) como ferramentas importantes para servir de alternativa para aulas tradicionais. A modelagem matemática possui diferentes concepções apresentadas pela literatura, as quais não concluem sua caracterização como uma metodologia ativa. Assim, este trabalho buscou analisar o Ciclo de Modelagem de Hestenes (CMH) através da aplicação de uma intervenção pedagógica com o objetivo de encontrar indícios que possam caracterizá-lo como uma metodologia ativa. Sendo assim, são apresentados conceitos sobre metodologias ativas (MA) juntamente com as definições de MM e do CMH. Nela, são aplicadas as etapas do CMH com a proposta de representar obras abstratas com características geométricas. Ao final, encontram-se aspectos suficientes para configurar o CMH como uma MA.

Palavras chave: modelagem matemática, metodologia ativa, ciclo de modelagem de Hestenes

## **ABSTRACT**

The literature presents active methodology and mathematical modeling (MM) as important tools for serving traditional classroom alternatives. Mathematical modeling has different conceptions isolated from the literature, which do not conclude its characterization as an active methodology. Thus, this work sought to analyze the Hestenes Modeling Cycle (CMH) through the application of a pedagogical intervention in order to find clues that can characterize as an active methodology. Thus, concepts about active methodologies (MA) are presented along with the definitions of MM and CMH. In it, the CMH steps are applied with the proposal to represent abstract works with geometric characteristics. In the end, there are enough aspects to configure CMH as an MA.

Keywords: mathematical modeling, active methodology, Hestenes modeling cycle



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 -Características que configuram as MA .....	18
Figura 2- Representação da obra abstrata por meio de funções .....	29
Figura 3- Representação no software Geogebra .....	29
Figura 4- Simulação no software Grafeq.....	30
Figura 5- Obra escolhida pelo grupo 1 .....	31
Figura 6- Obra escolhida pelo grupo 2 .....	31
Figura 7- Obra escolhida pelo grupo 3 .....	31
Figura 8- Momento em que os grupos realizam as escolhas das obras .....	33
Figura 9- Momento de discussão grupo 2 .....	33
Figura 10- Elaboração do modelo grupo 1 .....	34
Figura 11- Elaboração do modelo grupo 2 .....	34

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Casos de modelagem aluno/ professor .....	23
Tabela 2 – Ciclo de modelagem de Hestenes.....	25

## **LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS**

UNIPAMPA – Universidade Federal do Pampa

MA – Metodologias Ativas

CMH – Ciclo de Modelagem de Hestenes

MM – Modelagem Matemática

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>13</b>
<b>1.1 Geral .....</b>	<b>17</b>
<b>1.2 Específicos .....</b>	<b>17</b>
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA .....</b>	<b>17</b>
<b>2.1 Metodologia Ativa.....</b>	<b>17</b>
<b>2.1.1 Interação....</b>	<b>19</b>
<b>2.1.2 Interdisciplinaridade....</b>	<b>19</b>
<b>2.1.3 Personalização do ensino....</b>	<b>19</b>
<b>2.1.4 Autonomia.....</b>	<b>20</b>
<b>2.1.5 Conhecimentos prévios.....</b>	<b>20</b>
<b>2.1.6 Aluno no centro do aprendizado.....</b>	<b>21</b>
<b>2.1.7 Criatividade.....</b>	<b>22</b>
<b>2.2 Modelagem Matemática... ..</b>	<b>22</b>
<b>3 OFICINA: O estudo de funções com olhar para arte.....</b>	<b>28</b>
<b>4 ANÁLISE DOS RESULTADOS .....</b>	<b>36</b>
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS .....</b>	<b>40</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>42</b>
<b>APÊNDICES .....</b>	<b>44</b>

## 1 INTRODUÇÃO

É notório que o ensino está passando por mudanças, e isto acontece pela ineficiência de aulas que utilizam a metodologia tradicional de ensino, em que o professor apenas transmite os conhecimentos para os alunos, em outras palavras, trata-se de um ensino mecânico que sozinho não contribui para um melhor aprendizado.

Autores como Ausubel; Novak; Hanesian, (1980), Rogers (1973), Piaget (2006) e Vygotsky (1998), por exemplo, mostram em suas pesquisas o modo como o ser humano aprende, a partir de ligações que tenham significado, ou os chamados conhecimentos prévios. Nesse contexto, os autores questionam os métodos expositivos como também as formas de avaliações.

De modo geral, a aprendizagem que possui ligações com os conhecimentos prévios enriquece e potencializa o aprendizado de forma que assim se faz um conectivo com o cotidiano do aluno. Segundo os autores, a valorização dos conhecimentos prévios serve para “ancorar” novos conceitos, pois é a partir de questionamentos, comparações, aplicações e curiosidades que a informação se instala de maneira permanente.

Quando um aluno compartilha uma dificuldade que teve num ambiente profissional, por exemplo, isso significa que ele está envolvido e querendo uma solução (BECK, 2018). Nesse exemplo, segundo o autor, houve envolvimento significativo, pois o aluno estabeleceu ligações entre o que aprendeu em sala de aula com o que vivenciou no seu cotidiano.

Ao encontro dos pensamentos dos autores citados, as metodologias ativas (MA) surgem com o intuito de inovar o ensino e consistem em uma série de técnicas e procedimentos utilizados pelos professores, que, segundo Moran (2018), visam auxiliar nas práticas aplicadas em sala de aula, que por sua vez, levam o aluno a pensar e criar situações criativas para desenvolver um problema, além de promoverem a interação em sala de aula entre alunos e professores.

Metodologias ativas são estratégias de ensino centradas na participação efetiva dos estudantes na construção do processo de aprendizagem, de forma flexível interligada e híbrida. As metodologias ativas, num mundo conectado e digital, expressam-se por meio de modelos de ensino híbridos, com muitas possíveis combinações (MORAN, 2018, p. 5).

Dentre os benefícios que a literatura apresenta sobre as MA podemos destacar a melhora no desempenho dos alunos em sala de aula, o que pode ser observado no trabalho de Freeman *et al* (2014), onde o autor destaca que a taxa de erro de um aluno submetido às aulas tradicionais é de 1,5 vezes maior do que alunos com aprendizagem ativa.

A pesquisa em questão analisou também os resultados obtidos nos exames, na qual, revelou as taxas de falhas referentes a aulas tradicionais com característica de palestra, de forma que o aprendizado ativo como também colaborou para reduzir os índices de evasão.

O aprendizado ativo aproximaria os “desistentes” do desempenho atual nível de “persiste”. As principais áreas STEM indicam um aumento das taxas de aprovação, notas mais altas, e um maior envolvimento nos cursos na qual desempenham um papel positivo (FREEMAN *et al*, 2014. p. 5).

Sob o ponto de vista do autor, detectamos as relevantes características que possui as MA, que serve também como alternativa para aulas com característica de palestra.

As técnicas de ensino tradicional passam a fazer parte do escopo de teóricos não só da área da Educação, mas de toda a comunidade intelectual que busca identificar suas deficiências e buscam propor novas metodologias de ensino-aprendizagem. As metodologias ativas de ensino-aprendizagem compartilham uma preocupação, porém, não se pode afirmar que são uniformes tanto do ponto de vista dos pressupostos teóricos como metodológicos; assim, identificam-se diferentes modelos e estratégias para sua operacionalização, constituindo alternativas para o processo de ensino aprendizagem (PAIVA *et al*, 2016. p. 145).

Com a mesma preocupação de buscar estratégias para proporcionar uma aprendizagem diferente das baseadas somente em transmissão, a modelagem matemática (MM) surge como alternativa às tradicionais aulas expositivas no ensino de Matemática. Segundo Bassanezi (2002), a MM pode ser considerada tanto como um método científico de pesquisa quanto como estratégia de ensino, que consiste na arte de resolver problemas com interpretação ligada ao mundo real, podendo usar ou não outras áreas do conhecimento.

A modelagem matemática, em seus vários aspectos é um processo que alia teoria e prática, motiva seu usuário na procura do entendimento da realidade que o cerca e na busca de meios para agir sobre ela e transformá-

la. Nesse sentido, é também um método científico que ajuda a preparar o indivíduo para assumir seu papel de cidadão (BASSANEZI, 2002. p 17).

A MM trata-se de uma estratégia que segundo Bassanezi (2002), o mais importante não é chegar ao final do problema com um modelo bem-sucedido e sim os caminhos que o aluno percorre a fim de sistematizar o conteúdo proposto, que nesse contexto visa buscar possíveis soluções para um problema real, ou seja, do dia a dia do aluno.

Apesar de ser um assunto que possui diversas abordagens, a MM direcionada para a construção de modelos matemáticos não se caracteriza de forma clara como uma metodologia ativa. Sendo assim, este trabalho abordará a MM através do ciclo de modelagem de Hestenes (CMH), o qual se divide em etapas em que cada uma delas possui características ativas relacionadas ao ensino. Nesse contexto, o trabalho busca responder à seguinte questão de pesquisa: A modelagem matemática através do ciclo de modelagem de Hestenes pode ser considerada uma metodologia ativa?

Por conseguinte, o desenvolver deste trabalho conta com a aplicação de duas oficinas conduzidas por meio de uma intervenção pedagógica que consiste nos seguintes objetivos:

### **1.1 Geral**

- ✓ Analisar as características presentes no Ciclo de Modelagem de Hestenes a fim de buscar indícios que configure essa metodologia como uma metodologia ativa.

### **1.2 Específicos**

- ✓ Investigar a relevância do CMH no ensino de Matemática;
- ✓ Avaliar o uso das TDIC (Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação) nesta prática pedagógica.

A coleta e a análise de dados deram-se por meio de avaliação visual e análise dos questionários, que após da aplicação da oficina foram respondidos pelos alunos. A análise dos resultados será discutida no tópico 4, que investigou as características

das MA dentro da aplicação do CMH com o objetivo de possivelmente caracterizá-la como uma forma de MA.



## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo serão apresentadas concepções sobre MA e MM comparando suas características a fim de observar relações entre ambas as estratégias de ensino.

### 2.1 Metodologia Ativa

Ao longo de nossa vida construímos aprendizagem partindo de nossas primeiras descobertas como falar, comer, brincar, nos comunicar. Assim, as aprendizagens que construímos até chegar à escola são ativas. Portanto, a contextualização, questionamento e experimentação tornam-se elementos relevantes para melhor compreensão do que está sendo transmitido como afirma Moran (2018).

Essas características fazem parte das MA, que buscam levar o aluno ao centro da aprendizagem com a mediação do professor em busca de materiais que sejam devidamente significativos para ele, ou seja, que contribuam para potencializar o aprendizado

Semelhante às concepções do autor citado acima, Rogers (1969) defensor de uma aprendizagem “significante” acrescenta:

A aprendizagem significativa ocorre quando a matéria de ensino é percebida pelo aluno como relevante para seus próprios objetivos. A pessoa aprende significativamente apenas aquilo que ela percebe como envolvido na manutenção e engrandecimento do seu próprio eu (tendência à auto-realização) (ROGERS, 1969, p 142).

O autor enfatiza a importância de uma aprendizagem com significado e ressalta a utilização de experimentos que cause confrontos experimentais, pois define que grande parte da aprendizagem se adquire fazendo algo. Da mesma forma, Moran (2018) evidencia que dentro das MA se constrói um cenário de questionamentos e experimentações que podem levar o aluno ao nível maior de compreensão.

Em resumo as concepções sobre MA, é possível citar um provérbio que de forma sucinta evidencia teoria e prática no que acontece em aulas com característica de palestra.

O que eu ouço, eu esqueço;  
 O que eu ouço e vejo, eu me lembro;  
 O que eu ouço, vejo e pergunto ou discuto, eu começo a compreender;  
 O que eu ouço, vejo, discuto e faço, eu aprendo desenvolvendo conhecimento e habilidade;  
 O que eu ensino para alguém, eu domino com maestria (BARBOSA; DE MOURA, 2013. p. 54 *Apud* SILBERMAN; 1996).

Sendo assim, para alcançar a proposta de uma aprendizagem com significado as metodologias ativas exploram diferentes características as quais apresentam estratégias que podem ser exploradas de acordo com o objetivo de cada aluno/professor. A seguir apresentam-se algumas características de MA conforme Figura 1.

Figura 1 - Características que configuram MA



**Fonte:** Autora (2019)

Ao analisar a Figura 1 nos deparamos com algumas características que por sua vez poderão servir para ancorar o conhecimento, de modo que poderá ser explorado em sala de aula ou não, pois o professor em conjunto com o aluno decidirá o melhor caminho até a chegada de seus objetivos.

Essas características podem ser encontradas em estratégias como, por exemplo, aprendizagem por resolução de problemas, aprendizagem por pares, sala de aula invertida, aprendizagem por jogos e aprendizagem por projetos, que visam colocar o aluno no centro do aprendizado e exploram a utilização das características

apresentadas conforme Figura 1, com o intuito de promover uma aprendizagem com significado.

### **2.1.1 Interação**

Estratégia que visa trabalhar com todos os alunos de forma ativa, ou seja, participando diretamente no desenvolvimento das aulas, a interação garante que o aluno “falante” e o aluno “tímido” trabalhem em conjunto favorecendo a interação (DIESEL; BALDEZ; MARTINS, 2017).

### **2.1.2 Interdisciplinaridade**

De forma que poderá ser usada ou não, a interdisciplinaridade é uma estratégia importante para o ensino, não somente na matemática como em outras áreas do conhecimento. Segundo Gemignani (2013), o sucesso no aprendizado do aluno poderá estar de acordo com as estratégias que são usadas para potencializá-lo, ou seja, quanto mais técnicas forem usadas maiores serão as chances de êxito.

Quanto mais variadas e profundas as experiências propiciadas pelo ambiente acadêmico, maiores as possibilidades de sucesso na consecução dos objetivos escolares e menor o distanciamento entre o mundo acadêmico e o do exercício profissional, pois compreender e transformar o ensino requer a construção de significados e valores culturais, onde, ativamente, se produzem e se criam significados sociais (GEMIGNANI, 2013. p 12).

Em aditivo ao pensamento do autor Moran (2015) enfatiza-se que não se pode achar confortável o modelo de aulas expositivas e somente “adaptar”, é preciso mudar posições. Em um modelo inovador o aluno torna-se passivo com sistemas menos burocráticos com o professor tornando-se orientador.

### **2.1.3 Personalização do ensino**

Considerada como estratégia fundamental na sala de aula, pois respeita o tempo do aluno, que a partir disso, trata cada aluno de forma individual levando em consideração que o aprendizado acontece de maneira diferente em cada aluno (PIMENTEL, 1998). A forma individualizada de tratar cada aluno causa uma ruptura

com o paradigma dominante, o avanço em diferentes âmbitos, formas alternativas de trabalhos que quebrem com a estrutura tradicional (DA SILVA SOUZA; IGLESIAS; PAZIN-FILHO, 2014. p. 2).

Os autores referem-se à importância que o ensino individualizado possui, pois além de romper paradigmas respeitando o tempo de cada um, como destacado acima, contribui também para a interação entre alunos e professores.

#### **2.1.4 Autonomia**

A estratégia de dar autonomia ao aluno de forma ativa pode ser em grupo ou não, de forma que a pesquisa será feita pela escolha do aluno, ou seja, o que julgar necessário, levando em consideração a posição do professor como orientador em todo o processo.

O engajamento do aluno em relação a novas aprendizagens, pela compreensão, pela escolha e pelo interesse, é condição essencial para ampliar suas possibilidades de exercitar a liberdade e a autonomia na tomada de decisões em diferentes momentos do processo que vivencia, preparando-se para o exercício profissional futuro (DIESEL; BALDEZ; MARTINS, 2017 p. 7 *apud* BERBEL 2011 p 29).

Praticar a autonomia em sala de aula reforça também pontos de vista diferentes, pois cada aluno irá pesquisar de modo autônomo com a orientação do professor em todo o processo.

Assegurar um ambiente dentro do qual os alunos possam reconhecer e refletir sobre suas próprias ideias; aceitar que outras pessoas expressem pontos de vista diferentes dos seus, mas igualmente válidos e possam avaliar a utilidade dessas ideias em comparação com as teorias apresentadas pelo professor (JÓFILI, 2002, p. 196).

Nesse contexto é importante destacar que as discussões em sala de aula segundo o autor tornam-se importantes para levar os alunos a refletirem sobre suas próprias ideias o que levará a desenvolver a capacidade de análise.

#### **2.1.5 Conhecimentos prévios**

Partindo de que nenhum estudante chega à escola de forma vazia, ou seja, sem nenhum grau de conhecimento, conhecer o que cada aluno possui de informação sobre um determinado tema poderá servir como uma ferramenta importante para o planejamento do professor (DE FREITAS MADRUGA; DA SILVA GALLON; DA SILVA, 2017).

Essas ideias deveriam ser utilizadas como um ponto de partida para a construção de um novo conhecimento na sala de aula. Naturalmente, todos nós trazemos uma bagagem de experiências vividas e ninguém pode se considerado recipiente vazio. Por esse motivo, os professores deveriam estar atentos aos conhecimentos prévios dos alunos, visando a ajuda-los a tornar mais claras para eles próprios (e também para o professor) as crenças que trazem e a forma como interpretam o mundo (JÓFILI 2002, p. 199)

Segundo a concepção do autor, o professor auxilia os alunos a reestruturar suas ideias, em outras palavras, seria potencializar o que o aluno possui com as novas informações.

#### **2.1.6 Aluno no centro do aprendizado**

Colocar o aluno de forma mais ativa em sala de aula é a principal referência das MA. Segundo Da Silva Souza; Iglesias; Pazin-Filho, (2014) o educador assume a co-responsabilidade pelo aprendizado, uma vez que o professor passa a não mais transmitir o conhecimento e sim problematizá-lo.

Em oposição aos processos de aprendizagem tradicionais e de recepção, em que os conteúdos são entregues ao aluno em sua forma final e acabada, a problematização está apoiada nos processos de aprendizagem por descoberta, e os conteúdos são oferecidos na forma de problemas (SOUZA; IGLESIAS; PAZIN-FILHO, 2014. p 285)

Segundo o autor essa estratégia favorece a independência do aluno, visando que em aulas tradicionais os alunos esperam do professor a continuidade do assunto abordado.

### **2.1.7 Criatividade**

Fortuna (2000) evidencia que a escola é um lugar de aprender brincando caso o professor consiga seus objetivos em sala de aula, que por sua vez, leva o lúdico para ser aproveitado em sala.

A tensão do desejo de saber, a vontade de participar e a alegria da conquista impregnarão todos os momentos desta aula. Deste modo, arrebatados, professor e aluno evadem-se temporariamente da realidade, mas somente pelo tempo suficiente de pensar, imaginar, inventar, pois o material necessário à atividade criativa é a própria realidade (FORTUNA, 2000. p 9)

A autora coloca em questão não somente a criatividade como característica de metodologia ativa como a sala de aula criativa, que por sua vez são ligados conceitos por meio de brincadeiras e trata a criatividade de forma lúdica possibilitando desenvolvimento intelectual e afetivo.

Diante das características apresentadas é possível analisar que ambas possuem importante reflexão no aprendizado, pois como citado na seção anterior possuem como objetivo comum proporcionar uma aprendizagem com significado.

## **2.2 Modelagem Matemática**

O termo, modelagem matemática como processo para descrever, formular, modelar e resolver uma situação problema de alguma área do conhecimento encontra-se já no início do século XX (BIEMBENGUT, 2009, p.7).

Entre alguns autores importantes que inicialmente trouxeram a discussão sobre MM para o Brasil, destacam-se Rodney Carlos Bassanezi, que em 1982 fundou o primeiro curso em modelagem que a partir deles surgiram diversos outros.

Seu grande interesse aconteceu por meio de perguntas vindas dos alunos sobre porque estudar matemática e qual sua colocação na vida real. Com isso, muitos professores tinham dificuldades em formular as devidas respostas aos alunos, então Bassanezi, junto com outros autores voltaram seus estudos para trabalhar em sala de aula com conceitos relacionados realidade dos alunos, ou seja, deixando-o mais próximo do que estavam acostumados a presenciar.

Modelagem Matemática é um processo dinâmico utilizado para a obtenção e validação de modelos matemáticos. É uma forma de abstração e generalização com a finalidade de previsão de tendências. A modelagem consiste, essencialmente, na arte de transformar situações da realidade em problemas matemáticos cujas soluções devem ser interpretadas na linguagem usual.

A modelagem é eficiente a partir do momento que nos conscientizamos que estamos sempre trabalhando com aproximações da realidade, ou seja, que estamos elaborando sobre representações de um sistema ou parte dele (BASSANEZI, 2002. p 21)

A modelagem se destaca como estratégia de ensino - aprendizagem que pode também ser caracterizada como método científico de pesquisa na qual consiste em transformar problemas reais até mesmo do dia a dia do aluno em problemas matemáticos baseados em seus conhecimentos prévios, que por sua vez destacam-se por ser uma nova forma de abordar a matemática.

Ainda que a MM possua características relevantes para o ensino, como promover uma aprendizagem com significado, colocar o aluno no centro do aprendizado e unificar o ensino, a literatura apresenta contrapontos em relação à aplicação da modelagem, os quais instigaram a pesquisa deste trabalho.

Segundo Barbosa (2001), a utilização da modelagem se apresenta em três casos de aplicação da metodologia ativa, como ilustrado na tabela 1.

Tabela 1: Casos de modelagem aluno/ professor

	<i>Caso 1</i>	<i>Caso 2</i>	<i>Caso 3</i>
<i>Elaboração da situação-problema</i>	professor	professor	professor/aluno
<i>Simplificação</i>	professor	professor/aluno	professor/aluno
<i>Dados qualitativos e quantitativos</i>	professor	professor/aluno	professor/aluno
<i>Resolução</i>	professor/aluno	professor/aluno	professor/aluno

Fonte: Barbosa (2001, p. 9).

Desta forma é possível visualizar, no caso um, o professor presente em todas as etapas do desenvolvimento do trabalho, o que por sua vez gera conflitos entre as concepções dos autores, pois, autores como Moran (2018) e Bassanezi (2002), defendem a aplicação da metodologia ativa colocando o aluno no centro do aprendizado, no qual participe de forma ativa durante todas as etapas da aplicação, no entanto, no caso citado não é possível identificar essa característica.

Desta forma, Barbosa (2001) considera a MM como “meio” de lidar com um problema específico, porém defende sua utilização de várias formas, como mostra a tabela 1.

No caso 1 da tabela 1 poderá vir a utilizar situações do dia a dia como forma de contextualização, ou seja, os alunos são colocados a participar do problema, porém não precisam sair da sala de aula para coletar mais dados, pois a eles parte somente a parte de investigação.

De outra forma, no caso 2 o problema inicial é apresentado pelo professor e os alunos precisam buscar mais informações para o melhor desenvolvimento da atividade, como por exemplo, quanto custa o acesso à internet? Qual o melhor plano? O desenvolvimento da atividade conta com a mediação do professor para as discussões sobre as melhores escolhas. Para esse caso os alunos possuem autonomia nas pesquisas e na coleta de dados (BARBOSA,2001)

Por fim, no caso 3, o autor refere-se a temas “não matemáticos” que são formulados a partir da autonomia do aluno junto com o professor, como sugere Bassanezi (2002).

Segundo Barbosa (2001) o caso apresentado como 3 na tabela 1 poderá ser utilizado de forma interdisciplinar, com sua formulação compartilhada com os alunos.

Sendo assim, a forma como é apresentado o contexto sobre a MM na concepção de Barbosa (2001), como evidenciado no caso 1 trata de problemas contextualizados, porém não levam o aluno ao centro do aprendizado como característica principal das MA. O autor faz referência à utilização da modelagem para utilizar problemas da vida real do aluno e não uma sequência de estratégias que possuem características relevantes para classificar a MM como uma MA.

Em aditivo a aplicação da MM, Hestenes (2010) sustenta a tese de que um dos maiores desafios do ensino e da aprendizagem em ciências e matemática é



coordenar modelos conceituais em modelos mentais o que o levou à elaboração de uma didática em modelagem matemática: a Instrução por Modelagem. Para objetivos de ensino, um ciclo de modelagem pode ser decomposto em quatro fases principais: construção, análise, debate e simulação computacional do modelo. Com a tabela 2 iremos observar as etapas do ciclo de modelagem matemática e suas respectivas fases.

Tabela 2 – Ciclo de Modelagem de Hestenes

Estágios		Ações principais
I	<p><b>Primeiro estágio</b></p> <p>Desenvolvimento do modelo</p>	<p><b>1º Fase:</b> Discussão pré laboratorial, o professor apresenta o problema;</p> <p><b>2º Fase: Investigação:</b> Em pequenos grupos os alunos trabalham nos planejamentos e condução dos experimentos.</p> <p><b>3º Fase:</b> Discussão pós-laboratorial; Em conjunto, os alunos apresentam e justificam as suas conclusões na forma oral e escrita por meio de quadros brancos.</p>
II	<p><b>Segundo estágio</b></p> <p>Implementação do modelo</p>	<p>Alunos implementam o modelo recém confeccionado em outras situações;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Problemas;</b></li> <li>• <b>Novos experimentos;</b></li> <li>• <b>Implementação computacional.</b></li> </ul>

Fonte: Heidemann; Araujo; Veit (2012, p 13.)

A MM, enquanto uma alternativa educacional em ciências e matemática, pressupõe a investigação de situações com referência à realidade dos alunos. Logo, durante um ciclo de modelagem podem ocorrer diferentes situações entre os grupos, pois a visualização das possibilidades pode ter diferentes interpretações, variando de acordo com os objetivos finais.

A fase de desenvolvimento do modelo incorpora algumas ou todas as cinco estruturas universais que caracterizam um modelo matemático: estrutura sistêmica;

estrutura geométrica; estrutura do objeto; estrutura de interação e estrutura temporal (HESTENES, 2010).

O ponto principal de um ciclo de modelagem é o relato e discussão dos resultados em sessões de *whiteboarding*. Hestenes (2010) reflete que é nesse momento que a aprendizagem dos estudantes ocorre mais profundamente, porque tais sessões estimulam a avaliação e consolidação da experiência adquirida na atividade de modelagem. Os *whiteboards* são pequenos quadros brancos dinâmicos e fáceis de implementar; são efetivos ao permitirem suporte nas interações de sala de aula.

A comparação de *whiteboards* de diferentes equipes normalmente produz provocações produtivas. O ponto principal é que a discussão em classe é centrada sobre as inscrições simbólicas visíveis que servem como âncoras para compreensão compartilhada. A partir do que propõe Hestenes (2010) e Heidemann, Araújo e Veit (2012) sobre o desenvolvimento do CMH. Após as discussões e comparações dos *whiteboards*, a última fase do desenvolvimento do ciclo de modelagem se apresenta: Simulação computacional. Nessa fase todas as discussões ganham sentido, o que de certa forma instiga o conhecimento.

No estágio de implementação do modelo os estudantes são apresentados ao uso de ferramentas computacionais para representar a estrutura de sistemas reais. Isso leva a uma melhora significativa no processo conceitual de construção de modelos, pois o aluno consegue visualizar o problema de forma significativa. Essa é uma das etapas essenciais para o desenvolvimento da modelagem, pois é nela que o aluno se motiva e se encanta com o que está visualizado, em razão que foi criado no papel começa por sua vez ganhar formas através da simulação.

Desse modo é possível observar que a modelagem poderá ser aplicada a diferentes tipos de conceitos, e que através de um processo utilizado para obtenção de modelos matemáticos é possível construir uma aprendizagem significativa ao aluno, por meio do sentido que encontra no que está sendo trabalhado e assim torna as aulas mais dinâmicas e envolventes, pois a partir deste momento, livros e fórmulas não se tornam algo maçante.

No entanto, como existem diferentes formas de abordar a modelagem no ensino da matemática não há uma unanimidade sobre a Modelagem Matemática ser uma metodologia ativa, porém problematização e resolução de problemas

fazem parte da essência do problema, na qual cada professor decide qual a melhor forma de trabalhar a MM (PAIVA, 2016).

### 3 OFICINA: O estudo de funções com o olhar para arte

A aplicação da intervenção pedagógica teve como objetivo buscar indícios que configure essa metodologia como uma metodologia ativa. Para isso, contou com a aplicação de duas oficinas, as quais abordaram conteúdos de funções através do CMH. Nas oficinas, o problema sugerido foi criar um modelo matemático para descrever obras abstratas com características geométricas e na sequência das etapas do CMH, simular através dos softwares GeoGebra<sup>1</sup> e Grafeq<sup>2</sup>.

O presente trabalho teve como proposta inicial descrever obras abstratas com características geométricas, seguindo o CMH tendo como objetivo de buscar indícios que a MM através dos CMH poderá vir a ser caracterizada como uma metodologia ativa. Para isso, os alunos assinaram um termo de consentimento livre e esclarecido (Apêndice A), e responderam 2 questionários sobre avaliação da metodologia (Apêndice B) e avaliação da oficina (Apêndice C).

Sendo assim, a oficina foi exibida através de uma apresentação inicial composta por uma breve explicação de obras abstratas com características geométricas juntamente com objetivo do trabalho. A seguir foi apresentado o resultado da aplicação da modelagem feita pela pesquisadora juntamente com uma imagem inspirada na obra de arte de Kandinsky com intuito de motivar os alunos na realização do trabalho.

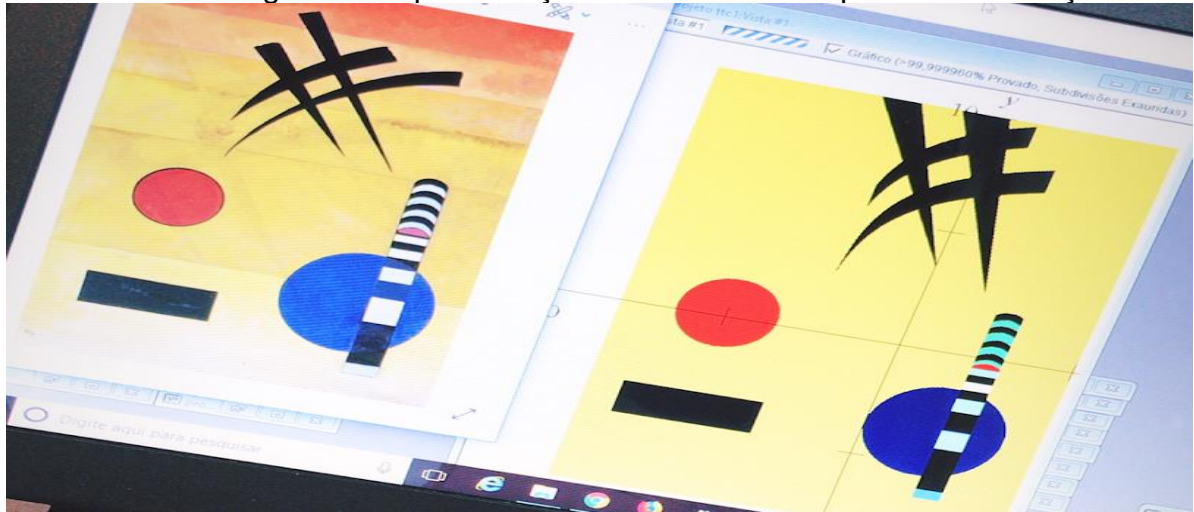
Abaixo a ilustração do trabalho que foi desenvolvido pela pesquisadora através dos respectivos programas: Geogebra e Grafeq, em comparação a obra abstrata estudada.

---

<sup>1</sup> Software dinâmico e gratuito que combina álgebra e geometria

<sup>2</sup> Software gratuito que trabalha com equações e inequações em coordenadas polares e cartesianas

Figura 2- Representação da obra abstrata por meio de funções

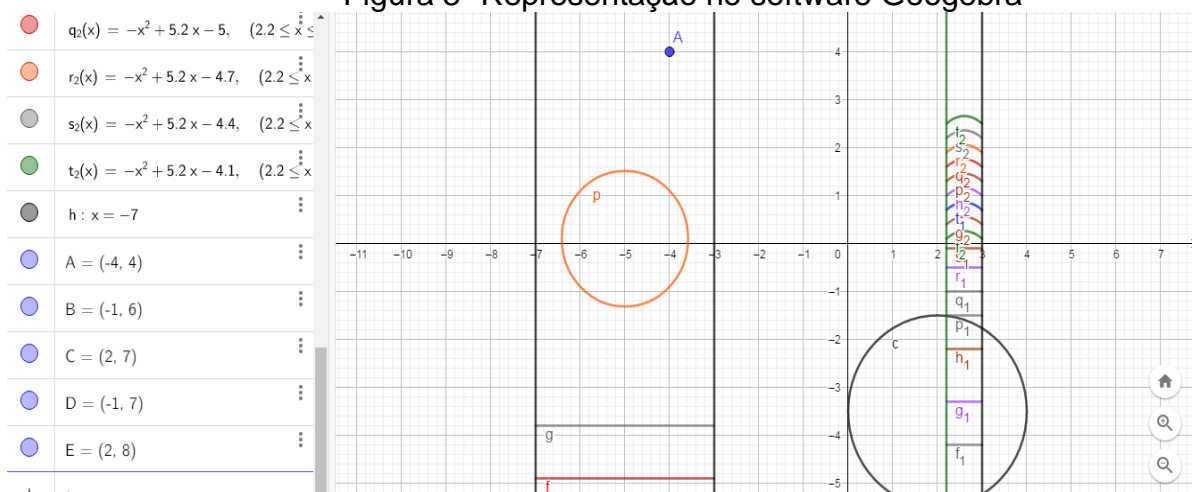


Fonte: Autora (2019)

Ao lado direito da figura 1 trata-se do modelo da obra de Kandinsky representado por funções e desenvolvido através dos softwares Geogebra e grafeq.

A escolha pela utilização do Geogebra (Figura 3) deu-se pela melhor visualização do desenvolvimento das funções por se tratar de um programa dinâmico. Portanto auxilia na construção antes de colocado no Grafeq para a simulação.

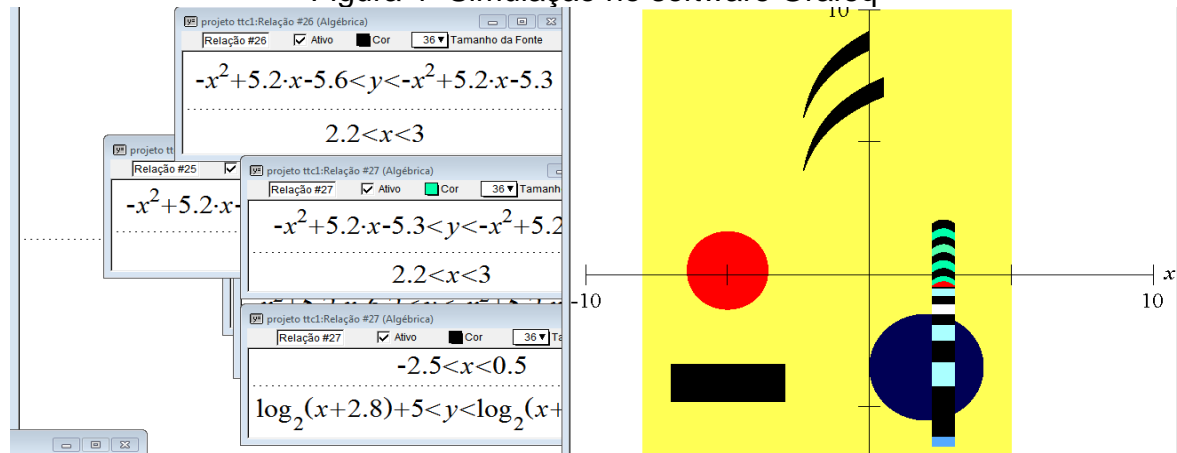
Figura 3- Representação no software Geogebra



Fonte: Autora (2019)

A figura 3 trata-se da tela do Geogebra no desenvolvimento do modelo, após este momento as funções foram introduzidas no Grafeq, conforme figura 4.

Figura 4- Simulação no software Grafeq



Fonte: Autora (2019)

Em seguida foi apresentado o CMH junto com seus estágios propostos para este problema.

A primeira turma (Turma A) em que foi aplicada a oficina: O estudo de funções com o olhar para arte era formada por alunos de graduação do segundo semestre (componente curricular Projetos II) do curso de Matemática- Licenciatura da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA) na qual estavam presentes, além dos acadêmicos, as duas professoras regentes da turma juntamente com o professor orientador.

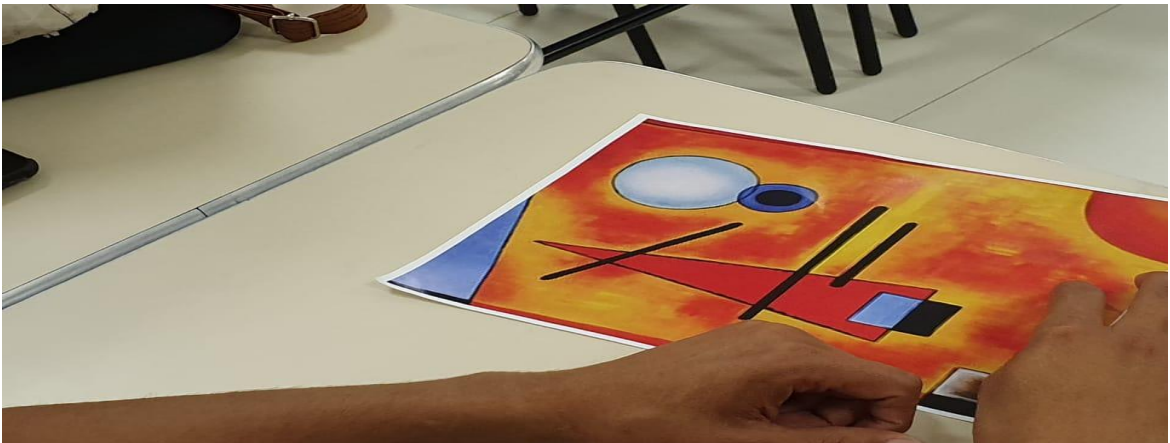
A aplicação aconteceu dia quatro de novembro com início às 18h e 50min e término 22h e 30min. No primeiro estágio da aplicação, seguindo os estágios do CMH os alunos dividiram-se em 3 grupos, dois deles constituídos por três alunos e o terceiro grupo de quatro integrantes. Os respectivos grupos separaram cada imagem que seria trabalhada para o começo da discussão de forma viável. Abaixo as figuras 5, 6 e 7 referem-se as figuras que foram escolhidas pelos grupos.

Figura 5- Obra escolhida pelo grupo 1



Fonte: Autora (2019)

Figura 6- Obra escolhida pelo grupo 2



Fonte: Autora (2019)

Figura 7- Obra escolhida pelo grupo 3



Fonte: Autora (2019)

As imagens que seriam descritas por meio de função foram levadas em material impresso para o melhor manuseio e visualização por parte dos alunos.

Já na segunda fase, que consiste na discussão sobre as funções que melhor descrevem o problema, os alunos receberam, como material para pesquisa, livros didáticos e tiveram acesso ao aplicativo do Geogebra para celular de forma online.

Para ilustração, receberam para rascunho folha branca e quadriculada para melhor desenvolvimento da atividade. O tempo estipulado foi de aproximadamente 30 min para essa fase que foi finalizada com um intervalo de 20 min.

Após os alunos retornarem do intervalo, a oficina retomou o andamento com a terceira fase, na qual foi implementada no laboratório da universidade e de acordo com o ciclo de modelagem, cada grupo apresentou em forma de “*whiteboarding*” as melhores funções que descrevem o problema.

Seguindo o ciclo de modelagem de Hestenes (2010), foi concluído primeiro estágio do ciclo e partimos para o segundo estágio, que consiste na simulação computacional em que os alunos utilizaram o modelo apresentado para aplicar no software Grafeq.

Sendo assim, após o segundo estágio do CMH concluímos a aplicação da oficina e enviamos questionários sobre a metodologia aos alunos, que será discutida na próxima seção.

Para a segunda aplicação da oficina (Turma B), participaram alunos do quarto semestre (componente curricular Instrumentação para o Ensino Fundamental) também do curso de Matemática–Licenciatura da Universidade Federal do Pampa (UNIPAMPA) na qual estavam presentes a professora regente da turma e o professor orientador.

A aplicação aconteceu dia seis de novembro (quarta-feira) com início às 18h e 50min e término 22h e 30min. No primeiro estágio da aplicação, assim como citado na aplicação da turma A foi aplicado o CMH seguindo suas etapas e respectivos estágios. Nesta turma os alunos se dividiram em dois grupos de quatro integrantes e também receberam como material de pesquisa livros didáticos assim como folha branca e quadriculada para melhor desenvolvimento das atividades.

A seguir é lustrado o momento do primeiro estágio com suas fases e o desenvolvimento da oficina seguindo CMH.



Figura 8- Momento em que os grupos realizam as escolhas das obras



Fonte: Autora (2019)

Após ter separado o material a ser descrito através de funções, conforme a figura 8, os integrantes dos grupos começaram a discussão sobre as funções que melhor descreviam a obra selecionada, segunda fase do CMH.

Figura 9- Momento de discussão grupo 2



Fonte: Autora (2019)

A figura 9 mostra o momento em que o grupo começou o desenvolvimento do modelo da obra selecionada, sucessivamente simulado.

Figura 10- Elaboração do modelo grupo 1



Fonte: Aurora (2019)

Conforme figura 10, momento da construção do modelo do grupo 1.

Figura 11- Elaboração do modelo grupo 2



Fonte: Autora (2019)

É possível visualizar conforme figura 11, o momento em que o grupo constrói o modelo e anota as funções correspondentes.

Após a finalização desta etapa em que foram aplicadas a primeira e a segunda fase do CMH, os alunos realizaram um intervalo de aproximadamente 20 min. Ao retornarem foi realizada a última fase do primeiro estágio, que conta com a apresentação dos *whiteboarding*, que foi realizada em aproximadamente 10 min.

Assim, foi finalizado o primeiro estágio do CM, que após esta etapa os alunos se deslocaram até o laboratório da universidade para o estágio de simulação computacional utilizando o Grafeq para simular o modelo criado tendo o Geogebra como programa de auxílio.

Transcorrido o segundo estágio do CMH, concluímos a oficina na turma B e realizamos a aplicação do questionário que assim como na turma A, será discutido no próximo tópico.

## 4 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Este trabalho buscou, durante a aplicação das oficinas, analisar indícios que caracterizassem a MM através do CMH como uma metodologia ativa. Para buscar tais indícios, foram utilizadas como embasamento teórico as características presentes nas metodologias ativas como mostrado no capítulo 2, assim como a aplicação de dois questionários ao final da oficina.

Desse modo, foi utilizado como meio de comparação algumas estratégias de metodologias ativas como, aprendizagem por pares, aprendizagem por resolução de problemas, sala de aula invertida, aprendizagem por projetos e aprendizagem por jogos.

Em análise as etapas do ciclo de modelagem aplicadas nas oficinas, foi possível observar que as características citadas estiveram presentes no seu desenvolvimento, porém de formas diferentes devido ao nível de conhecimento de cada turma, pois a primeira tratava-se de alunos do segundo semestre e a segunda do quarto semestre.

Inicialmente, o problema foi proposto aos alunos de forma contextualizada através da interdisciplinaridade, pois foi possível explorar conceitos matemáticos introduzidos na arte abstrata com característica geométrica (primeiro estágio do CMH).

Em sequência, o desenvolvimento do trabalho, assim como as pesquisas, foram tarefas dos alunos. Desse modo, esses foram colocados no centro da aprendizagem, pois a pesquisadora não os orientou sobre os melhores caminhos para o desenvolvimento do trabalho e sim auxiliou sobre algumas dúvidas que surgiram na elaboração do modelo.

Importante ressaltar que a literatura apresenta a interdisciplinaridade como um elemento importante para a motivação e entusiasmo, assim como uma característica das MA, pois abrange diferentes áreas do conhecimento, porém não se torna essencial.

Partindo para o segundo estágio, ainda na primeira fase, os alunos foram separados em grupos para escolherem a melhor obra para realizar o modelo e sucessivamente discutir o planejamento da atividade.

Durante essa etapa, em ambas as turmas esta fase concentrou diferentes características de MA, pois ao separar os alunos em grupos a interação se apresentou em dois momentos. O primeiro foi ao escolherem em grupo a obra que foi trabalhada e o segundo momento foi no planejamento das funções, pois após a escolha da obra foi preciso entrar em “comum acordo” para o modelo. Assim como a criatividade que se concentrou aqui junto com a autonomia, pois os alunos precisaram ser criativos para encontrar a melhor função que descreveria a curva em questão.

A autonomia se fez presente também a partir do momento em que foram disponibilizados aos alunos livros didáticos, juntamente com a utilização do aplicativo do Geogebra online que foi trabalhado pelo celular. Os alunos ficaram livres para pesquisar conforme a necessidade do grupo.

Da mesma forma, contou também com os conhecimentos prévios, que foram explorados de cada aluno levando em consideração que como estratégia do CMH, os alunos precisavam usar o conhecimento que possuíam sobre funções, e mais uma vez utilizar da interação, pois os conhecimentos prévios eram diferentes para cada aluno, e assim precisavam entrar em acordo. Essa fase foi a que demonstrou diferentes resultados no desenvolvimento da oficina entre a primeira turma e a segunda. Pois possuíam um conhecimento menor sobre funções do que segunda, o que demonstra o desenvolvimento do aluno durante o curso de Matemática-Licenciatura, o aluno amadurece e aprimora seus conhecimentos, e em uma atividade em que os conhecimentos dos alunos fazem parte do desenvolvimento do trabalho, se torna uma característica importante.

Concluimos a última etapa do primeiro estágio com a apresentação dos *whiteboards*, momento em que os alunos apresentaram o seu modelo para os outros grupos e assim foi promovida a discussão.

Nesse momento foi observada a interação dos alunos, porém se fez mais presente entre os grupos, pois segundo Hestenes (2010), o instante de apresentação dos *whiteboards* gera discussão entre o grupo que apresenta o modelo e os demais grupos. Entretanto nas duas aplicações os grupos apresentaram e explicaram o que haviam desenvolvido e como haviam desenvolvido, já os demais grupos não realizaram muitos questionamentos.

Sendo assim, fechamos o primeiro estágio do CMH e partimos para o segundo, que consiste na implementação computacional.

Tal momento, em comparação, nas duas oficinas os alunos foram apresentados aos dois softwares que foram utilizados: Geogebra e Grafeq. A maioria dos alunos já havia trabalhado em algum momento com o Geogebra, porém em ambas as turmas, não possuíam conhecimento sobre o Grafeq, o que contribuiu para gerar motivação, pois o que os alunos realizaram em forma de modelo fez sentido através da simulação, tal fato ressaltado com as respostas dos questionários assim como a apresentação dos softwares. Fato que também contribuiu para analisarmos as Tecnologias Digitais de Informação e Comunicação (TDIC), que se apresenta na literatura como uma ferramenta de aprendizagem, na qual contribui para que a realidade fique cada vez mais próximo do aluno. Fala do aluno A referente a motivação através das obras abstratas durante a realização da oficina. “*Sim, nos sentimos motivados para concluir a atividade*”. Aluno B: “*Sim, pois a proposta de trazer pinturas artísticas ajudou para realizar as atividades*”. Em suma, as comparações realizadas através do desenvolvimento da oficina contribuíram de forma significativa para o melhor entendimento dos problemas que foram propostos, pois além da MM resolver situações problemas como cita Biembengut (2009), aproxima os alunos de contextos reais, ou seja, que são vivenciados por eles todos os dias.

Ao trazer obras de arte para a sala de aula foi possível perceber que a interdisciplinaridade, embora não seja elemento essencial para o desenvolvimento de um modelo matemático, por exemplo, consegue levar os alunos a diferentes formas de reflexão, como foi de fato confirmado com respostas do questionário de avaliação da metodologia, como cita o aluno C: “*Sim, pois pensei mais onde é que estavam as funções e o formato de cada uma delas*”. Aluno D: “*Acredito que o uso da arte abstrata possibilita um novo ponto de vista para o estudo de funções*”.

Como ponto negativo da aplicação de ambas as oficinas foi ressaltado o tempo, pois devido a ser realizada somente em uma aplicação não seria possível o desenvolvimento completo da obra e sim uma parte específica, como também a explicação detalhada sobre os passos do CMH, fato que foi utilizado no questionário de avaliação da oficina (Apêndice C), e como resultado nas duas aplicações alguns alunos não realizaram associações entre as etapas do CMH.

Portanto, a aplicação da oficina foi elemento fundamental para a comprovação da pesquisa realizada, assim como a identificação de dificuldades que os alunos obtiveram para o desenvolvimento, que de certa forma precisaria de um

tempo maior de aplicação para conseguir obter mais resultados positivos, entretanto o objetivo principal foi alcançado.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

De acordo com as pesquisas realizadas na literatura juntamente com a aplicação das oficinas, comprova-se a eficiência do ciclo de modelagem de Hestenes (CMH) na aplicação da modelagem matemática (MM).

Além de ser uma estratégia que se difere de aulas expositivas, o CMH, serve também como alternativa relevante para potencializar o aprendizado. A MM pode ser usada para aplicação de problemas mais complexos ligados a conceitos reais como foi proposto neste trabalho com a utilização das obras de arte.

Os alunos de ambas as oficinas demonstraram interesse e curiosidade com o material levado até eles, e isso de fato se comprovou com as respostas dos questionários aplicados (Apêndice A e B), pois apesar da turma A possuir uma dificuldade maior no desenvolvimento da oficina, em relação à turma B, a motivação que ambas demonstraram para realizar as atividades foi praticamente a mesma.

Ainda que todas as características que possam classificar um método de ensino como uma metodologia ativa não tenham sido explicitamente encontradas na oficina devido à falta de tempo da aplicação, características importantes para a construção do aprendizado foram pautadas através do CMH.

Neste contexto, observa-se a importância que se tem quando o professor coloca o aluno de forma ativa em sala de aula, o professor não leva o material de pronto para o aluno e assim ele precisa buscar materiais que sejam relevantes com o que estão sendo proposto.

A oficina não levou até o aluno funções prontas, mas proporcionou que eles buscassem aquelas que deveriam usar. O desenvolvimento do trabalho contou com a autonomia do aluno, tanto para pesquisa, quanto para a interação, características importantes para o trabalho com MA, pois cada um possuía um olhar diferente do que estava descrito, porém precisavam entrar em um comum acordo para que a melhor forma prevalecesse.

Assim, destaca-se também a simulação computacional, pois se apresentou como importante ferramenta que serviu também como forma de incentivo e mobilização, pois apresentou aos alunos softwares importantes, tanto para visualização do que estava sendo trabalhado como aprimoramento dos modelos que foram construídos.



Portanto, analisando todos os relatos dos alunos e comparando-os com o que a literatura apresenta, pode-se dizer que a proposta didática aqui apresentada contribuiu para apresentar indícios relevantes para caracterizar a MM através do CMH como uma metodologia ativa.

Acrescenta-se neste trabalho como sugestão para trabalhos futuros:

- Explorar diferentes aplicações de MM com intuito de traçar fatores positivos e negativos desta metodologia;
- Revisão das metodologias ativas para traçar estratégias voltadas para o ensino da matemática.

## REFERÊNCIAS

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia Educacional**. 2ª ed. 1980.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**: uma nova estratégia. Editora Contexto, 2002.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. *In*: REUNIÃO ANUAL DA ANPED, 24., 2001, Caxambu. **Anais[...]** Rio de Janeiro: ANPED, 2001. p. 2-30.

BARBOSA, Eduardo Fernandes; DE MOURA, Dácio Guimarães. Metodologias ativas de aprendizagem na educação profissional e tecnológica. **Boletim Técnico do Senac**, Rio de Janeiro, v. 39, n. 2, p. 48-67, maio./ago. 2013.

BECK, Caio. **Metodologias Ativas**: pi. Andragogia Brasil: especialistas em educação de adultos [S.]. 2018. Disponível em: <https://andragogiabrasil.com.br/metodologias-ativas/> Acesso em: 14 de novem. 2019, 23:30:05

BIEMBENGUT, Maria Salett. 30 Anos de Modelagem Matemática na Educação Brasileira: das propostas primeiras às propostas atuais. **Alexandria: revista de educação em ciência e tecnologia**, v. 2, n. 2, p. 07-32, jul. 2009.

DE FREITAS MADRUGA, Zulma Elizabete; DA SILVA GALLON, Mônica; DA SILVA, Carla Melo. Percepções sobre os conhecimentos prévios em matemática nos anos iniciais e possíveis caminhos. **Revista Exitus**, Santarém/ PA, v. 7, n. 3, p. 146-171, Set./Dez. 2017.

DIESEL, Aline; BALDEZ, Alda Leila Santos; MARTINS, Silvana Neumann. Os princípios das metodologias ativas de ensino: uma abordagem teórica. **Revista Thema**, Lajeado, v. 14, n. 1, p. 268-288, 2017.

FREEMAN, Scott et al. Active learning increases student performance in science, engineering, and mathematics. **Proceedings of the National Academy of Sciences**, San Francisco, v. 111, n. 23, p. 8410-8415, abr. 2014.

FORTUNA, Tânia Ramos. Sala de aula é lugar de brincar. **Planejamento em destaque**: análises menos convencionais. Porto Alegre: Mediação, 2000.

GEMIGNANI, Elizabeth Yu Me Yut. Formação de professores e metodologias ativas de ensino-aprendizagem: ensinar para a compreensão. **Revista Fronteiras da Educação**, Recife, v. 1, n. 2, p. 1-24, dez. 2013.

HEIDEMANN, Leonardo Albuquerque; ARAUJO, Ives Solano; VEIT, Eliane Angela. Ciclos de modelagem: uma proposta para integrar atividades baseadas em simulações computacionais e atividades experimentais no ensino de física. **Caderno brasileiro de ensino de física**. Florianópolis. v. 29, n. 2, p. 965-1007, out. 2012.

HESTENES, David. **A history of modeling instruction**. Retrieved from, 2010.

MORAN, José. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. *In*: BACICH, Lilian; MORAN, José (org.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Porto Alegre: Editora Penso, 2018. p. 2-25.

MORÁN, José. Mudando a educação com metodologias ativas. Coleção Mídias Contemporâneas. **Convergências Midiáticas, Educação e Cidadania: aproximações jovens**, v. 2, p. 15-33, 2015.

PAIVA, Marlla Rúbya Ferreira et al. Metodologias ativas de ensino-aprendizagem: revisão integrativa. **SANARE-Revista de Políticas Públicas**, Sobral, v. 15, n. 2, p. 145-153, Jun./Dez. 2016.

PIAGET, Jean. **Psicologia e Pedagogia**. Rio de Janeiro: Forense Universitária, 2006.

PIMENTEL, João Nogueira. **Reflexões sobre as qualidades da personalização do ensino**. Millenium, 1998.

ROGERS, Carl R. **Freedom to learn: A view of what education might be**. Merrill, Columbus, OH, 1969.

ROGERS, Carl R. **Liberdade para aprender**. 2ª ed. Belo Horizonte: Interlivros, 1973.

SOUZA, Cacilda da Silva; IGLESIAS, Alessandro Giraldes; PAZIN-FILHO, Antonio. Estratégias inovadoras para métodos de ensino tradicionais: aspectos gerais. **Revista FMRP**, Ribeirão Preto, v. 47, n. 3, p. 284-292, jul./set. 2014.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem**. Rio de Janeiro: Martins Fontes, 1998.

## APÊNDICES

### APÊNDICE A – TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

#### TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado(a) a participar, como voluntário(a), da pesquisa do trabalho de conclusão de curso da discente do curso de Matemática Licenciatura/UNIPAMPA, Nilvane Porcellis Alves, intitulado *Modelagem Matemática como proposta de Metodologia Ativa: um estudo de caso utilizando o Ciclo de Modelagem de Hestenes*. A pesquisa tem por objetivo analisar as características presentes no Ciclo de Modelagem de Hestenes a fim de buscar indícios que configure essa metodologia como uma metodologia ativa.

Sua participação não é obrigatória, mas é de grande valor para a pesquisa em questão. Sua recusa, desistência ou retirada de consentimento não acarretará prejuízo.

Sua participação nesta pesquisa consistirá em desenvolver as atividades propostas na oficina intitulada *O estudo de funções com o olhar para a arte*, e responder o questionário de avaliação.

O pesquisador responsável se comprometeu a tornar públicos nos meios acadêmicos e científicos os resultados obtidos de forma consolidada sem qualquer identificação de indivíduos participantes.

Caso você concorde em participar desta pesquisa, assine ao final deste documento e responda o questionário abaixo.

Declaro que entendi os objetivos e termos de minha participação na pesquisa, e que concordo em participar.

Bagé, \_\_\_\_ de Novembro de 2019.

Assinatura do(a) participante: \_\_\_\_\_

## APÊNDICE B – AVALIAÇÃO DA METODOLOGIA

### Avaliação da Metodologia

Nas perguntas abaixo, faça um breve relato e argumente sua resposta.

1. Em sua opinião, a metodologia aplicada na oficina motivou você a estudar o conteúdo proposto?

2. Como você avalia a realização em grupo desta atividade?

3. A pesquisa ao material disponibilizado (Livros, internet,...) ajudou no desenvolvimento da atividade? Como?

4. No desenvolvimento da atividade proposta na oficina, você teve a oportunidade de utilizar conhecimentos já adquiridos?

5. Você acha que a utilização da arte abstrata ajudou no estudo de funções a ponto de contribuir para reforçar ou adquirir novos conhecimentos?

6. Em comparação com as aulas expositivas, o que você achou sobre a metodologia aplicada na oficina?

## APÊNDICE C - AVALIAÇÃO DA OFICINA

### Questionário de Avaliação da oficina *O estudo de funções com o olhar para a arte*

Conforme a escala abaixo, responda as perguntas marcando um “X” na pontuação a qual achar que mais representa sua opinião.

1	2	3	4	5
Nada	Quase Nada	Indiferente	Um pouco	Muito

### Avaliação da Oficina

1. Foi possível relacionar fundamentos e conceitos de funções ao criar um modelo que descrevesse a imagem proposta?

1	2	3	4	5

2. A utilização das figuras escolhidas contribuiu para a compreensão do comportamento de gráficos de funções?

1	2	3	4	5

3. A construção dos modelos para representar a pintura escolhida contribuiu **positivamente** no estudo de funções?

1	2	3	4	5

4. A etapa do ciclo de modelagem, referente à apresentação do modelo aos demais grupos contribuiu **positivamente** para a etapa seguinte?

1	2	3	4	5

5. A simulação computacional com o Grafeq e com o GeoGebra contribuiu **positivamente** no estudo de funções?

1	2	3	4	5

6. Descreva os pontos positivos e os pontos negativos da oficina.

<b>Positivos</b>	
<b>Negativos</b>	