

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA**

**MAYARA DELONZEK TOLEDO DA SILVA**

**ANÁLISE DA RESISTÊNCIA À TRAÇÃO DO CONCRETO UTILIZANDO O LDEM  
NO AMBIENTE ABAQUS**

**Alegrete**

**2019**

**MAYARA DELONZEK TOLEDO DA SILVA**

**ANÁLISE DA RESISTÊNCIA À TRAÇÃO DO CONCRETO UTILIZANDO O LDEM  
NO AMBIENTE ABAQUS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Prof. Dr. Luis Eduardo Kostas

**Alegrete  
2019**

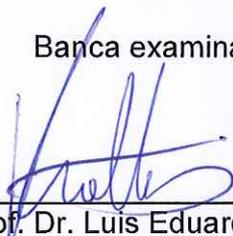
MAYARA DELONZEK TOLEDO DA SILVA

**ANÁLISE DA RESISTÊNCIA À TRAÇÃO DO CONCRETO UTILIZANDO O LDEM  
NO AMBIENTE ABAQUS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Civil.

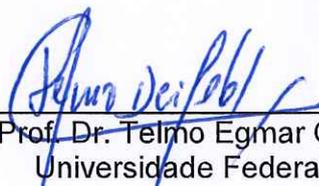
Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 25 de novembro de 2019.

Banca examinadora:



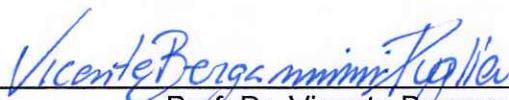
---

Prof. Dr. Luis Eduardo Kostecki  
Orientador  
Universidade Federal do Pampa



---

Prof. Dr. Telmo Egmar Camilo Deifeld  
Universidade Federal do Pampa



---

Prof. Dr. Vicente Bergamini Puglia  
Universidade Federal do Pampa

## RESUMO

Quando se faz necessário o conhecimento da resistência à tração do concreto é comum utilizar ensaios indiretos para chegar a tal valor, já que esses ensaios são mais simplificados que o de tração direta. Além disso, com o crescente avanço da tecnologia, modelos numéricos para análise estrutural começam a ganhar força, evidenciando que se faz necessário estudos para desenvolver este campo. Levando isso em conta, o presente trabalho visa verificar se as condições encontradas nos ensaios de tração direta, tração por compressão diametral e tração na flexão conseguem ser reproduzidas numericamente aplicando o Método dos Elementos Discretos formado por barras (LDEM) implementado dentro do ambiente *Abaqus*. Os parâmetros de entrada para os modelos utilizados nos testes foram obtidos através de ensaios experimentais realizados em período anterior ao início deste trabalho. Inicialmente foi realizada a simulação do ensaio de compressão axial em cilindros de concreto com diâmetro de 100 mm e altura de 200 mm para calibrar o modelo. Foi utilizado um material com propriedades variáveis, seguindo uma distribuição de probabilidades tipo Weibull. Então foram simulados os ensaios de tração direta, tração por compressão diametral e tração na flexão. Os corpos de prova utilizados foram, respectivamente, prismáticos de 25 mm x 100 mm x 400 mm, cilíndricos de 100 mm de diâmetro e 200 mm de altura e prismáticos de 100 mm x 100 mm x 400 mm. Os resultados numéricos apresentaram certa concordância com os estudos experimentais, sendo que dois deles, compressão axial e tração por compressão diametral, tiveram as tensões máximas e o mecanismo de falha muito próximos dos testes práticos. Já para as simulações de tração direta e tração na flexão nota-se que o modelo ainda precisa ser trabalhado e ajustado para se obter uma maior representatividade dos resultados de campo.

Palavras chaves: Método dos Elementos Discretos formado por barras, Método dos Elementos Finitos, Simulações numéricas, Resistência à tração do concreto.

## ABSTRACT

When the knowledge of concrete tensile strength is needed, the most common practice is to use indirect tests to achieve a certain value, since these tests are simpler than the direct tensile tests. Besides, with the growing of technology, numerical models for structural analysis have been started to become more relevant, highlighting the necessity of studies to develop this field. Taking this into account, this current study aims to verify if the conditions found in the direct tensile, splitting and flexural tensile tests can be reproduced numerically when applying Lattice Discrete Element Method (LDEM), implemented by *Abaqus*. The inputs, used in the models, were obtained through the experimental tests. Initially there were made a simulation for the uniaxial compression in concrete cylinders with 100 mm diameter and 200 mm height to gauge the model. There were used a material with variable proprieties, following a Weibull distribution. After that, there were made simulations of direct tensile, splitting and flexural tensile tests. There were used samples of, respectively, 25 mm x 100 mm x 400 mm prismatic, cylindrical of 100 mm diameter and 200 mm height and 100 mm x 100 mm x 400 mm prismatic. The numerical results presented a certain agreement with the experimental studies. The tests of uniaxial compression and splitting tensile had maximum tensions and fault mechanism very close from the practical tests. However, the simulations of direct tensile and flexural tensile need more work and adjustment to obtain a higher representativity of field results.

Keywords: Lattice Discrete Element Method, Finite Element Methods, Numeric Simulations, Tensile Strength of Concrete.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Esquema de um ensaio de tração direta com amostra “dogbone”.....	15
Figura 2 – Esquema de amostra cilíndrica para ensaio de tração direta.....	15
Figura 3 – Esquema de amostra fixada à chapas metálicas nas extremidades.....	16
Figura 4 – Esquema simplificado do ensaio de tração direta.....	16
Figura 5 – Amostra de concreto rompida no ensaio brasileiro.....	17
Figura 6 – Esquema simplificado do ensaio de compressão diametral.....	17
Figura 7 – Amostra rompida em ensaio de flexão a quatro pontos.....	18
Figura 8 – Esquema simplificado do ensaio de flexão a quatro pontos.....	19
Figura 9 – Discretização utilizada no LDEM. a) modelo cúbico básico, b) geração do corpo prismático.....	23
Figura 10 – Modelo cúbico do LDEM com seções modeladas no Abaqus/Explicit. ..	24
Figura 11 – Modelo Brittle Cracking.....	25
Figura 12 – Fluxograma dos procedimentos metodológicos.....	27
Figura 13 – Detalhe da pré trinca na amostra de concreto.....	28
Figura 14 – Fator de intensidade de tensão para placa com uma fissura lateral.....	29
Figura 15 – Modelo numérico para ensaio de compressão axial.....	31
Figura 16 – Sistema para ensaio de tração direta utilizado por Silva, et al. (2018)...	31
Figura 17 – Modelo misto para tração direta.....	32
Figura 18 – Condições de contorno para modelo misto de tração direta.....	33
Figura 19 – Modelo simplificado para tração direta.....	34
Figura 20 – Corpo de prova para ensaio de TCD utilizado por Santos (2017).....	35
Figura 21 – Modelo misto para tração por compressão diametral.....	35
Figura 22 – Interação e condições de contorno na simulação de TCD.....	36
Figura 23 – Configuração utilizada para o ensaio de tração na flexão.....	37
Figura 24 – Configuração utilizada para simular o ensaio de tração na flexão.....	37
Figura 25 – Configuração dos contatos entre as diferentes partes do modelo.....	38
Figura 26 – Condições de contorno para tração na flexão.....	39
Figura 27 – Curvas Tensão x Deformação do ensaio de compressão axial.....	41
Figura 28 – Modo de ruptura por compressão axial.....	41
Figura 29 – Curvas Tensão x Deformação do ensaio de tração direta.....	43
Figura 30 – Modo de ruptura por tração direta (simulação: modelo híbrido).....	43
Figura 31 – Modo de ruptura por tração direta (simulação: modelo simplificado).....	44

Figura 32 – Modo de ruptura por tração direta (experimental). .....	44
Figura 33 – Modo de ruptura por TCD (experimental).....	46
Figura 34 – Modo de ruptura por TCD (simulações). .....	46
Figura 35 – Modo de ruptura por tração na flexão (simulações). .....	48
Figura 36 – Modo de ruptura por tração na flexão (experimental).....	49
Figura 37 – Curvas Força x Deslocamento do ensaio de tração na flexão. ....	50

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Parâmetros utilizados nas simulações. ....	28
Tabela 2 – Valores básicos da energia de fratura. ....	30
Tabela 3 – Propriedades utilizadas nas taliscas de madeira. ....	34
Tabela 4 – Resistência à compressão axial dos ensaios experimentais. ....	40
Tabela 5 – Resistência à compressão axial das simulações. ....	40
Tabela 6 – Resistência à tração direta dos ensaios experimentais. ....	42
Tabela 7 – Resistência à tração direta das simulações. ....	42
Tabela 8 – Resistência à TCD dos ensaios experimentais. ....	45
Tabela 9 – Resistência à TCD das simulações. ....	46
Tabela 10 – Resistência à tração na flexão dos ensaios experimentais. ....	47
Tabela 11 – Resistência à tração na flexão das simulações. ....	47

## LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

- A – Área da seção de ruptura
- ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas
- b – Largura do corpo de prova
- CEB – Comité Euro-International du Béton
- CV – Coeficiente de variação
- CP – Corpo de prova
- d – Diâmetro ou altura do corpo de prova
- DEM – Método dos Elementos Discretos
- $d_{máx}$  – Diâmetro máximo do agregado
- E – Módulo de elasticidade
- EDP – Equações Diferenciais Parciais
- F – Força máxima obtida no ensaio
- $f_{ck}$  – Resistência à compressão característica
- $f_{cm}$  – Resistência à compressão média
- $f_{ct}$  – Resistência à tração direta
- $f_{ct,fl}$  – Resistência à tração na flexão
- $f_{ct,m}$  – Resistência à tração média
- $f_{ct,sp}$  – Resistência à tração por compressão diametral
- FEM ou MEF – Método dos Elementos Finitos
- $G_f$  – Energia de fratura ou Tenacidade
- $G_{f0}$  – Valor básico da energia de fratura
- l – Comprimento do corpo de prova
- Lc – Comprimento característico do módulo cúbico
- LDEM – Método dos Elementos Discretos formado por barras
- MDF – Método das Diferenças Finitas
- NBR – Norma Brasileira
- $P_u$  – Força máxima aplicada
- RCE – Relação Constitutiva Elementar
- $S^A$  – Elementos dispostos nas arestas
- $S^C$  – Elementos dispostos nas faces
- $S^D$  – Elementos dispostos em diagonal
- $S^I$  – Elementos dispostos internamente

TCD – Tração por compressão diametral

$u_n$  – Deslocamento normal

$u_{n0}$  – Deslocamento máximo do elemento

$\nu$  – Coeficiente de Poisson

$\rho$  – Densidade

$\sigma_t$  – Tensão de tração

$\sigma_{tu}$  – Tensão onde ocorre o primeiro dano no elemento

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	12
1.1 Objetivos .....	13
1.1.1 Objetivo Geral .....	13
1.1.2 Objetivos Específicos .....	13
<b>2 CONCEITOS GERAIS E REVISÃO DE LITERATURA</b> .....	14
2.1 Resistência à tração do concreto .....	14
2.1.1 Tração direta .....	14
2.1.2 Tração por compressão diametral .....	16
2.1.3 Tração na flexão .....	18
2.1.4 Correlação entre resistência à compressão axial e resistência à tração .....	19
2.2 Métodos numéricos .....	20
<b>3 IMPLEMENTAÇÃO DO LDEM NO AMBIENTE ABAQUS</b> .....	23
3.1 Lei constitutiva do modelo .....	24
3.2 Inclusão do caráter aleatório .....	25
<b>4 MATERIAIS E MÉTODOS</b> .....	27
4.1 Materiais .....	27
4.1.1 Propriedades do material .....	27
4.1.2 Energia de fratura ( $G_f$ ) .....	28
4.2 Métodos .....	30
4.2.1 Compressão axial .....	30
4.2.2 Tração direta .....	31
4.2.3 Tração por compressão diametral .....	34
4.2.4 Tração na flexão .....	36
<b>5 RESULTADOS E DISCUSSÕES</b> .....	40
5.1 Compressão axial .....	40
5.2 Tração direta .....	42
5.3 Tração por compressão diametral .....	45
5.4 Tração na flexão .....	47
<b>6 CONCLUSÃO</b> .....	51
6.1 Sugestões para trabalhos futuros .....	52
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	53

## 1 INTRODUÇÃO

Conhecer o comportamento das estruturas é fundamental para prevenir acidentes e otimizar tempo e dinheiro. Quando o material analisado é o concreto, muito já se sabe sobre seu comportamento à compressão, mas ainda se faz necessário estudos no que diz respeito aos esforços de tração.

Segundo Oluokun (1991) *apud* Farias *et al.* (2008) um maior conhecimento sobre a resistência à tração do concreto possibilitaria evitar custos desnecessários de reparação e até o colapso de estruturas, pois seria possível desenvolver um controle de fissuração mais preciso.

A maneira ideal para se obter a resistência à tração do concreto seria aplicar uma força axial de tração sobre o corpo de prova, porém fixar a amostra na máquina de ensaio é um fator complicador. Segundo Mehta e Monteiro (2008) os dispositivos de fixação geram tensões secundárias que não podem ser desprezadas. Por esse motivo, há o emprego de outros métodos para se adquirir tal propriedade.

É comum a utilização de resultados obtidos com ensaios indiretos, pois são de fácil execução. No Brasil, os ensaios de tração por compressão diametral e tração na flexão são regidos pelas NBR 7222 (ABNT, 2011) e NBR 12142 (ABNT, 2010), respectivamente. Ainda, segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014), na falta de ensaios experimentais, a resistência à tração direta pode ser obtida através de equações que têm como parâmetro a resistência a compressão axial do concreto. Entretanto, todos esses diferentes métodos têm o resultado afetado por fatores externos ou são obtidos através de aproximações, retornando diferentes valores para a resistência à tração de um mesmo material. (FARIAS *et al.*, 2008)

Os métodos numéricos aplicados na resolução de problemas de engenharia estão em crescente utilização, pois com esse artifício é possível aumentar a produtividade e diminuir gastos excessivos na construção de modelos físicos, seja em escala real ou reduzida. Muitas vezes, segundo Souza e Machado (2013) os resultados de testes de estruturas feitos em laboratórios são de difícil interpretação, fazendo-se necessário o desenvolvimento de modelos numéricos para complementar a análise experimental.

Neste trabalho será aplicado a combinação do Método dos Elementos Finitos (MEF) com o Método dos Elementos Discretos formado por barras (do inglês LDEM)

para simular as condições dos diferentes ensaios de tração. Os resultados numéricos serão comparados com resultados experimentais encontrados por Silva *et al.* (2018).

## **1.1 Objetivos**

### **1.1.1 Objetivo Geral**

Este trabalho tem como objetivo geral a aplicação do Método dos Elementos Discretos formado por barras para a obtenção de resultados mecânicos de resistência à tração do concreto, buscando uma representatividade dos ensaios de tração direta, tração por compressão diametral e tração na flexão.

### **1.1.2 Objetivos Específicos**

Os objetivos específicos deste trabalho são:

- Aplicar o LDEM combinado com o MEF para análise dos efeitos de tração em corpos de prova de concreto;
- Simular as diferentes condições e geometria das amostras no ambiente *Abaqus*;
- Analisar o modelo de falha dos corpos de prova simulados;
- Relacionar os resultados obtidos através das simulações numéricas com os resultados experimentais publicados anteriormente.

## 2 CONCEITOS GERAIS E REVISÃO DE LITERATURA

### 2.1 Resistência à tração do concreto

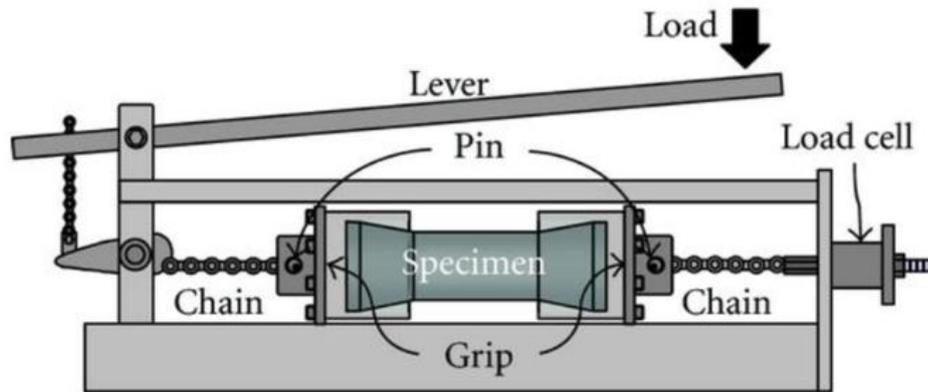
Quando se procura o valor da resistência à tração do concreto, geralmente se está em busca do valor da resistência à tração direta deste material. Para isso, podem-se aplicar três ensaios distintos: tração direta, tração por compressão diametral e tração na flexão, como apontado por Pinheiro *et al.* (2005). Caso não seja possível a realização de nenhum dos ensaios citados anteriormente, a NBR 6118 (ABNT, 2014) assegura que se pode encontrar tal valor através de correlações matemáticas que utilizam a resistência à compressão do concreto como parâmetro.

#### 2.1.1 Tração direta

O ensaio de tração direta seria o ideal para se obter a resistência à tração do concreto. Porém, ele apresenta um grande entrave: a fixação da amostra na máquina de ensaio. Esse é um dos fatores que, até então, impedem que o ensaio seja normatizado.

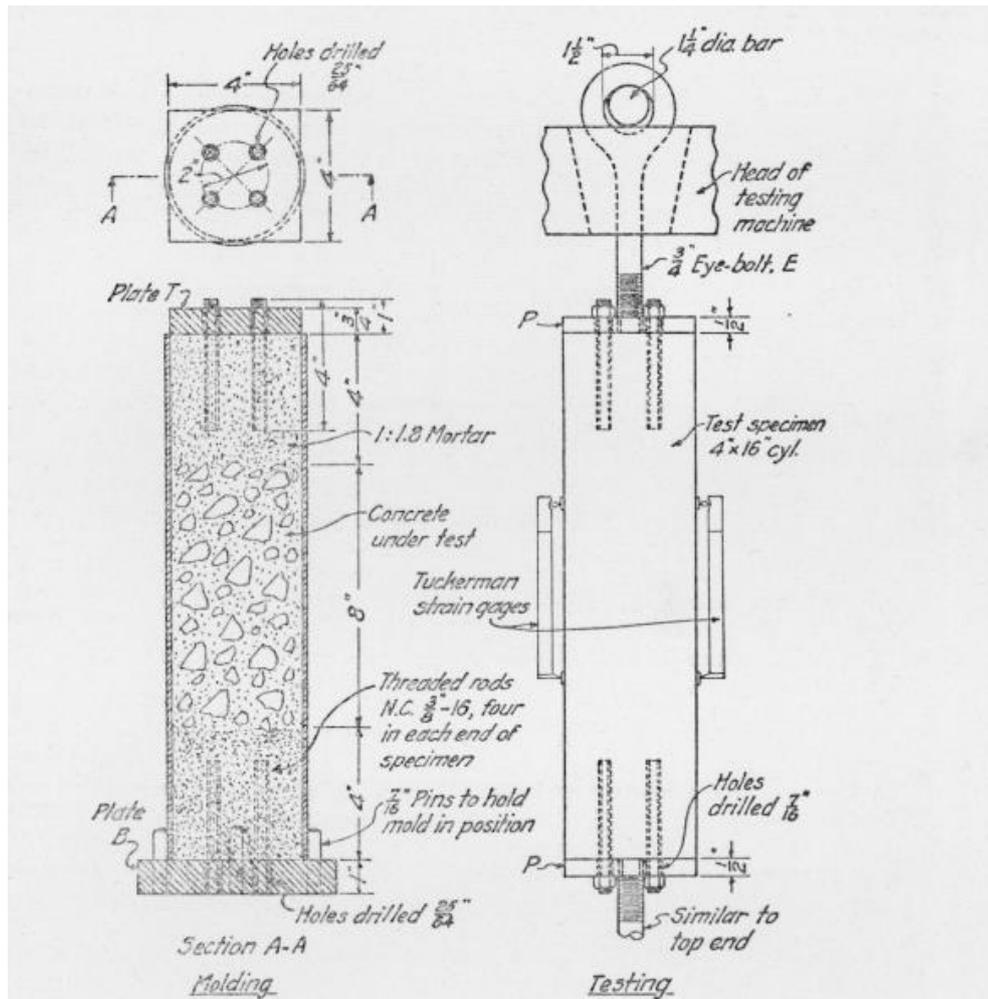
Diversas geometrias e modos de fixação já foram testados. Pode-se citar o “*dogbone*” como uma forma em crescente uso, estando presente nos trabalhos de Moradian e Shekarchi (2016) e Pereira *et al.* (2012). A Figura 1 representa um ensaio de tração direta utilizando um corpo de prova com esse tipo de geometria. Para acoplar a amostra na máquina de ensaio Schuman e Tucker (1943) desenvolveram um método utilizando corpos de prova cilíndricos que possuíam, em suas extremidades, barras de aço rosqueadas e ancoradas com argamassa com alto teor de cimento, como pode ser visto na Figura 2. O método de Velasco (2008) é baseado no modelo de Lima (2004) e foi utilizado por Marangon (2011), como ilustrado na Figura 3, para testes de tração direta em concreto auto adensável. Esse método utiliza chapas metálicas unidas com adesivo epóxi nas extremidades da amostra. A fixação do conjunto a máquina de ensaio se dá por três pinos metálicos de modo a formar uma ligação rígida. Este modelo é o que mais se aproxima do utilizado neste estudo.

Figura 1 – Esquema de um ensaio de tração direta com amostra “dogbone”.



Fonte: Moradian e Shekarchi (2016).

Figura 2 – Esquema de amostra cilíndrica para ensaio de tração direta.



Fonte: Schuman e Tucker (1943).

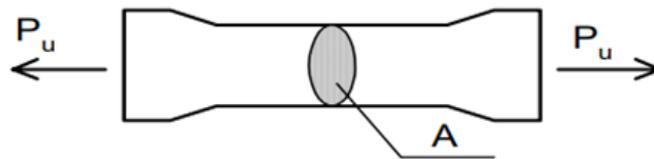
Figura 3 – Esquema de amostra fixada à chapas metálicas nas extremidades.



Fonte: Marangon, (2011).

Na Figura 4 apresenta-se um esquema simplificado da direção de aplicação da força em um ensaio de tração direta.

Figura 4 – Esquema simplificado do ensaio de tração direta.



Fonte: Araújo (2001).

A resistência à tração direta ( $f_{ct}$ ) pode ser encontrada de acordo com a Equação 1.

$$f_{ct} = \frac{P_u}{A} \quad \dots (1)$$

Onde:

$f_{ct}$  – resistência à tração direta [MPa];

$P_u$  – força máxima aplicada [N];

$A$  – área da seção de ruptura [mm<sup>2</sup>].

### 2.1.2 Tração por compressão diametral

Este é o ensaio experimental mais executado para encontrar a resistência à tração do concreto. Isso ocorre, principalmente, pela praticidade, já que os moldes

utilizados para obtenção das amostras são os mesmos do ensaio de compressão axial e, também, se utiliza a mesma máquina de teste.

O método foi proposto pelo brasileiro Lobo Carneiro e, após apresentação durante o “International Meeting of Materials Testing Laboratories” em Paris, o ensaio passou a ser aceito e reconhecido internacionalmente como *Brazilian Test*. (FAIRBARN e ULM, 2002).

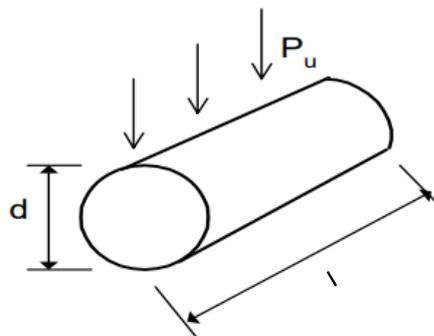
Esse método indireto é executado de acordo com a NBR 7222 (ABNT, 2011). As amostras são do tipo cilíndricas e devem ser moldadas de acordo com a NBR 5738 (ABNT, 2016). Na Figura 5 e Figura 6 está ilustrado, respectivamente, uma amostra rompida no ensaio brasileiro e um esquema simplificado do ensaio.

Figura 5 – Amostra de concreto rompida no ensaio brasileiro.



Fonte: Mambou Ngueyp *et al.* (2017).

Figura 6 – Esquema simplificado do ensaio de compressão diametral.



Fonte: Adaptado de Araújo (2001).

A resistência à tração por compressão diametral ( $f_{ct,sp}$ ) é encontrada através da Equação 2.

$$f_{ct,sp} = \frac{2 \cdot P_u}{\pi \cdot d \cdot l} \quad \dots (2)$$

Onde:

$f_{ct,sp}$  – resistência à tração por compressão diametral [MPa];

$P_u$  – força máxima obtida no ensaio [N];

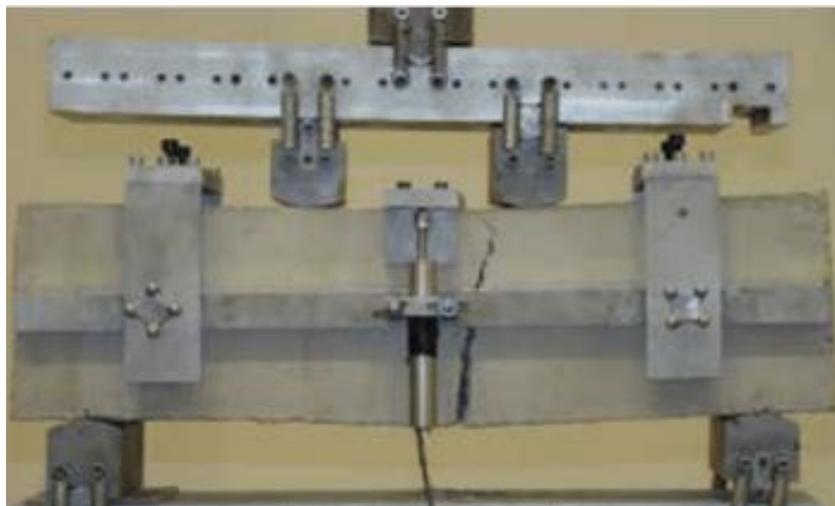
$d$  – diâmetro do corpo de prova [mm];

$l$  – comprimento do corpo de prova [mm].

### 2.1.3 Tração na flexão

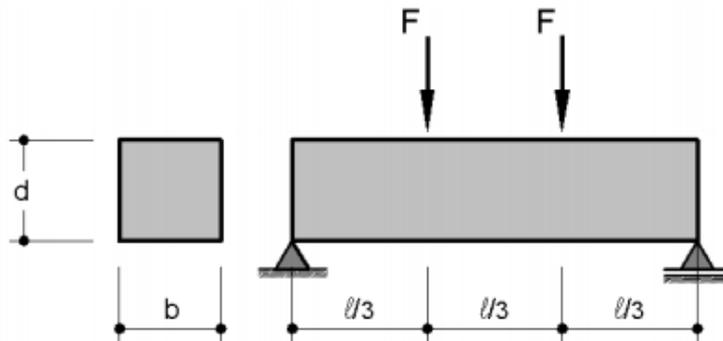
Este ensaio é executado de acordo com a NBR 12142 (ABNT, 2010). As amostras utilizadas são do tipo prismáticas e devem ser moldadas seguindo as recomendações da NBR 5738 (ABNT, 2016). Se faz necessário o uso de um aparato para a aplicação da força, que deve atuar perpendicularmente à maior dimensão da amostra. A força deve ser aplicada continuamente e sem choque, até o rompimento do corpo de prova. A Figura 7 ilustra uma amostra prismática de concreto rompida em um ensaio de flexão a quatro pontos. Já a Figura 8 demonstra em um esquema os pontos de aplicação da carga de ensaio.

Figura 7 – Amostra rompida em ensaio de flexão a quatro pontos.



Fonte: Simasathien e Chao (2015).

Figura 8 – Esquema simplificado do ensaio de flexão a quatro pontos.



Fonte: Pinheiro *et al.* (2005).

A resistência à tração na flexão ( $f_{ct,fl}$ ) é encontrada através da Equação 3 quando a falha ocorre dentro do terço intermediário da amostra.

$$f_{ct,fl} = \frac{F \cdot l}{b \cdot d^2} \quad \dots (3)$$

Onde:

$f_{ct,fl}$  – resistência à tração na flexão [MPa];

F – força máxima obtida no ensaio [N];

d – altura do corpo de prova [mm];

b – largura do corpo de prova [mm];

l – comprimento do corpo de prova [mm].

#### 2.1.4 Correlação entre resistência à compressão axial e resistência à tração.

No Brasil o ensaio de compressão axial ocorre segundo especificações da NBR 5739 (ABNT, 2018). A resistência à compressão característica do concreto ( $f_{ck}$ ) é definida por Pinheiro *et al.* (2005) como sendo o valor da resistência com uma probabilidade de 5% de não ser alcançada em ensaios de um determinado lote de concreto.

Segundo a NBR 6118 (ABNT, 2014) é possível utilizar o valor de  $f_{ck}$  para a obtenção de um valor médio de resistência à tração. Para isso, deve-se aplicar equações de acordo com a classe do concreto.

Para classes de resistências de até 50 MPa, aplica-se a equação 4:

$$f_{ct,m} = 0,3 \cdot f_{ck}^{\frac{2}{3}} \quad \dots (4)$$

Para classes de resistências superiores à 50 MPa, aplica-se a equação 5:

$$f_{ct,m} = 2,12 \cdot \ln(1 + 0,11 \cdot f_{ck}) \quad \dots (5)$$

Onde:

$f_{ct,m}$  – resistência à tração média [MPa];

$f_{ck}$  – resistência à compressão característica [MPa].

Segundo Santos (2017), a aplicação destas fórmulas empíricas são explicadas pelo fato de não haver um ensaio normatizado para se quantificar o valor da resistência à tração direta do concreto.

## 2.2 Métodos numéricos

Os métodos numéricos computacionais estão ganhando destaque para a resolução de problemas da engenharia. Isso se deve a evolução da capacidade de processamento dos computadores e pelo aumento da oferta de softwares especializados. Porém, muito antes da aparição das máquinas computacionais métodos matemáticos eram formulados para a resolução de problemas da época. Segundo Lotti *et al.* (2006) Gauss desenvolveu o Método dos Elementos Finitos (MEF) ainda no século XVIII, porém sua viabilização só foi possível em tempos atuais, já que a utilização das enormes equações algébricas foi facilitada com a ascensão dos computadores.

Demais métodos já foram aplicados, como o Método dos Volumes Finitos citado por Gonçalves (2007), onde se divide o domínio de solução num número finito de volumes contíguos e aplica-se a equação de conservação em cada unidade de volume. Ainda segundo Gonçalves (2007), outro modelo conhecido é o Método das Diferenças Finitas (MDF) que é a maneira mais antiga para se resolver Equações Diferenciais Parciais (EDP), também desenvolvido por Gauss no século XVIII, é

recomendado para geometrias simples. Parte do pressuposto que a equação na forma diferencial é conservada e o domínio de solução é coberto por uma malha. Faz-se aproximações para os pontos da malha, na qual o resultado é uma equação algébrica para cada ponto em que a variável numa certa quantidade de nós vizinhos aparece como incógnita.

Dos três modelos acima, o MEF é o que mais se destaca. Isso vem ocorrendo, principalmente, após a década de 60, pois de acordo com Lotti *et al.* (2006), foi quando Turner, Clough, Martins e Topp descreveram como utilizaram uma variação do método para análise estrutural de aeronaves da Boeing. Então, pela primeira vez, os autores nomearam o modelo como Método dos Elementos Finitos. A partir de então, seu uso teve crescimento exponencial e vem sendo aplicado em diversas áreas.

Gonçalves (2007) reforça que o MEF possui uma grande qualidade: a capacidade de lidar com geometrias arbitrárias. Isso decorre do fato que cada elemento que compõe uma malha pode ser dividido em vários outros, de acordo com a necessidade. Gomes-Filho (2016) aponta que pequenos erros podem ocorrer no mapeamento dos limites de certas geometrias, mas esse fator pode ser atenuado com um ajuste minucioso da malha. Entretanto, Vidal (2019) aponta uma desvantagem do método que é a dificuldade de simular a fratura e fragmentação de sólidos.

Levando em conta essa consideração, se faz necessário a busca por outros métodos capazes de simular a fratura em sólidos. O Método dos Elementos Discretos (DEM) consegue satisfazer tal necessidade. De acordo com González-Montellano *et al.* (2011) o DEM é baseado num esquema numérico explícito, onde cada partícula de um sistema é simulada individualmente. Desenvolvido por Cundall e Strack (1979), este método é modelado com base nas leis do movimento.

De acordo com Mesquita *et al.* (2012) o Método dos Elementos Discretos se destaca quando se faz necessário a simulação de materiais granulados, tendo boa aplicabilidade em várias áreas como, por exemplo, fratura de rochas, mecânica dos solos e mineração.

O material utilizado no presente estudo é o concreto, conhecido por sua heterogeneidade e ruptura frágil. Outros autores já aplicaram diferentes versões do DEM a materiais com as mesmas características e obtiveram sucesso. Entre eles Schlangen (1993) dedica um capítulo inteiro para detalhar aspectos do método aplicado ao concreto. Já Ostoja-Starzenski (1995) *apud* Rios (2002) adota o modelo para estudar materiais com estruturas cristalinas.

Neste trabalho foi utilizado o Método dos Elementos Discretos formado por barras (LDEM) que, segundo Kostas (2012), consiste num modelo onde barras constituem uma treliça espacial regular, com as massas equivalentes concentradas nos nós, e as rigidezes das barras equivalem a do contínuo representado.

Colpo (2016) simulou a fratura de materiais quase frágeis no ambiente *Abaqus* utilizando apenas a região central da amostra modelada com o LDEM. A utilização de modelos mistos MEF + LDEM proporciona uma diminuição dos graus de liberdade, e consequentemente, uma redução do custo computacional.

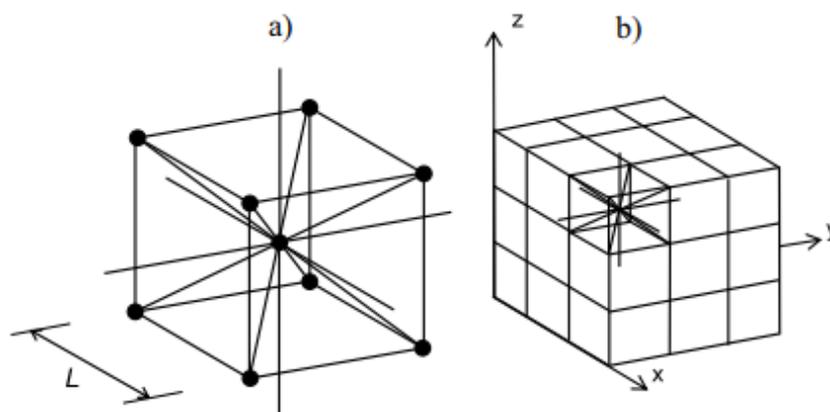
### 3 IMPLEMENTAÇÃO DO LDEM NO AMBIENTE ABAQUS

Neste tópico será abordado um resumo do método utilizado. As bases teóricas do LDEM podem ser encontradas em diversos trabalhos, como Colpo (2014), Marques (2014), Bandeira (2017), Silva (2018) e Vidal (2019).

Modelos mistos costumam ser utilizados quando se deseja simular geometrias e condições de contorno complexas, pois resulta em um custo computacional reduzido e, conseqüentemente menos tempo de simulação. Neste trabalho foi utilizado o software comercial *Abaqus/Explicit* de análise de elementos finitos combinado com o LDEM. Murugaratnam *et al.* (2015), Silva (2015) e Bandeira (2017) utilizaram essa solução para análise de elementos híbridos.

A versão do LDEM aqui utilizada foi proposta por Riera (1984) baseado na ideia de Nayfeh e Hefzy (1978) onde o modelo visa representar um sólido contínuo por meio de um módulo cúbico básico, como ilustrado na Figura 9 a, composto por vinte elementos de barras e nove nós. Na Figura 9 b está representado o esquema do corpo prismático.

Figura 9 – Discretização utilizada no LDEM. a) modelo cúbico básico, b) geração do corpo prismático.

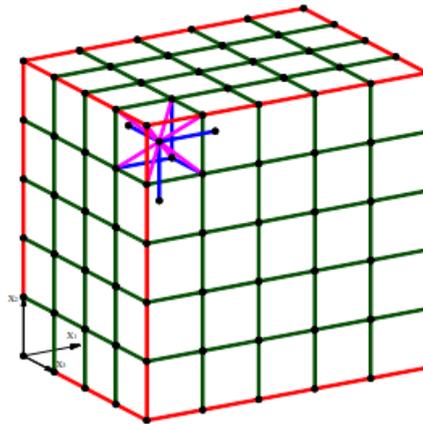


Fonte: Silva (2018).

Para implementar esse modelo no ambiente *Abaqus/Explicit* a treliça espacial é formada utilizando elementos finitos de barra tridimensional com dois nós, através da superposição de módulos básicos. Segundo Bandeira (2017), cada elemento se encontra associado a uma seção, e a cada seção atribui-se um tipo de material. O arranjo cúbico final apresenta quatro seções de diferentes tipos de materiais que

correspondem a elementos dispostos nas arestas ( $S^A$ ), faces ( $S^C$ ), internos ( $S^I$ ) e diagonais ( $S^D$ ), representadas respectivamente em, vermelho, verde, azul e roxo no modelo global visto na Figura 10. Para detalhes das áreas dos elementos pertencentes a cada seção verificar o trabalho de Santos (2016).

Figura 10 – Modelo cúbico do LDEM com seções modeladas no Abaqus/Explicit.



Fonte: Kostascki (2012).

A massa do corpo simulado com o LDEM é discretizada e concentrada nos nós da treliça, sendo que o valor da mesma depende do volume de influência do nó. Entretanto, no *Abaqus/Explicit* não é possível concentrar as massas em nós, pois isso geraria barras sem massa e conseqüentemente, erros nos cálculos. Então, para corrigir esse problema foi colocado uma densidade de massa equivalente as massas nodais nas barras da treliça. Essa solução foi utilizada nos trabalhos de Kostascki (2012), Colpo (2016), Zydeck (2017) e Silva (2018).

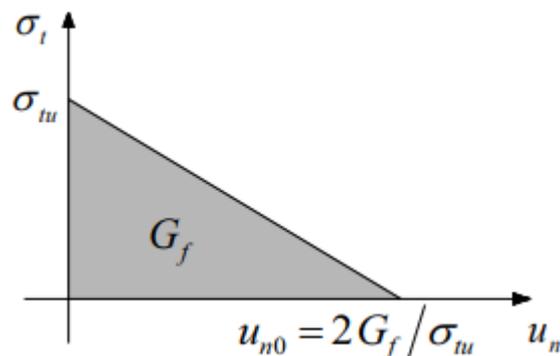
### 3.1 Lei constitutiva do modelo

O LDEM é constituído de acordo com a lei bilinear ou modelo de Hillerborg que foi proposta em 1978 e amplamente utilizada para simular a propagação de fissuras e o comportamento de materiais quase frágeis. O modelo utiliza a relação constitutiva elementar (RCE) triangular, conforme visto em Zydeck (2017), que leva em conta a fratura frágil e permite capturar os efeitos irreversíveis da nucleação e propagação das fissuras, ou seja, é possível considerar a redução na capacidade de carregamento do elemento. De modo a considerar a energia de fratura dissipada no

processo de ruptura é necessário pressupor que a energia liberada na fratura do material contínuo e sua representação discreta são equivalentes. Então, quando uma barra que compõe a treliça espacial se rompe, é liberada a energia de fratura equivalente. Ainda, essa energia é dependente da área de fratura e da equação constitutiva do material. (VIDAL, 2019).

Como visto em Silva (2018) a forma de ruptura de um sólido de concreto no *Abaqus/Explicit* é representada pelo modelo *Brittle Cracking*, exibido na Figura 11, similar a lei constitutiva bilinear do LDEM, pois antes de começar o dano o material se comporta de forma elástico linear e os elementos depois de fraturados podem ser removidos. Para inserir as descontinuidades no material a fim de representar o comportamento frágil do concreto, o software utiliza o modelo de fissuras distribuídas (*smearred crack model*), onde a taxa de liberação de energia está em Modo I e  $G_f$  é empregado como parâmetro de fratura.

Figura 11 – Modelo *Brittle Cracking*.



Fonte: Kostascki (2012).

Onde,  $u_n$ ,  $u_{n0}$ ,  $\sigma_t$  e  $\sigma_{tu}$  são respectivamente, deslocamento normal, deslocamento máximo do elemento, tensão de tração e tensão onde ocorre o primeiro dano no elemento.

### 3.2 Inclusão do caráter aleatório

Como visto em Rocha (1989), a aleatoriedade no LDEM deve ser incluída nas propriedades do material para ser possível contabilizar as imperfeições decorrentes da heterogeneidade do sólido. No trabalho de Rocha (1989) o aspecto aleatório foi

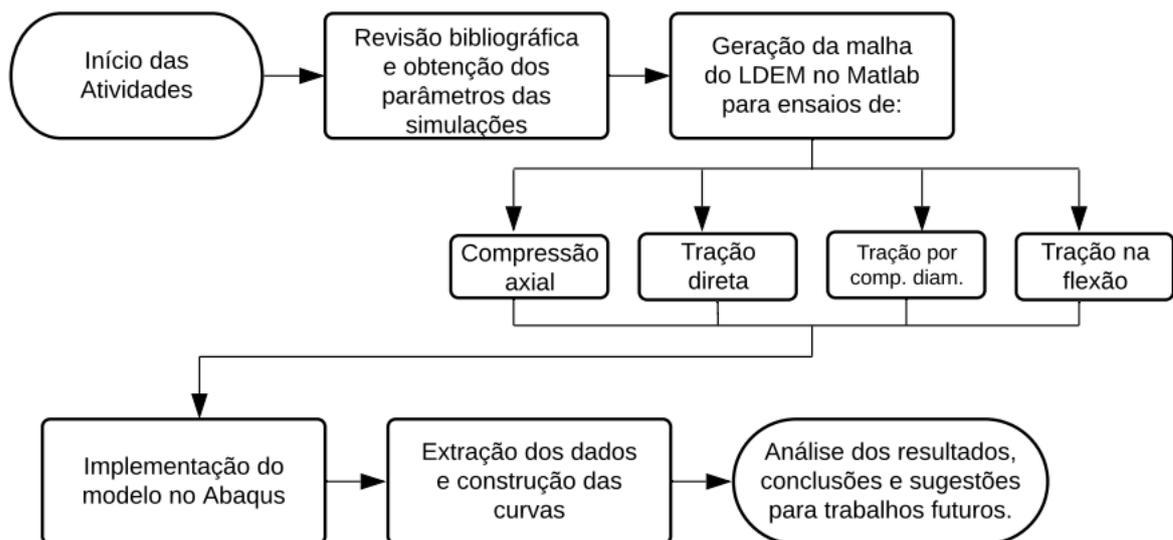
executado levando em conta que a tenacidade do material ( $G_f$ ) é uma variável aleatória com distribuição de probabilidades do tipo *Weibull*.

Na implementação do LDEM no *Abaqus/Explicit* a aleatoriedade é alcançada gerando uma quantidade  $x$  de materiais, onde cada material gerado possui uma  $G_f$  média. Para adicionar uma propriedade aleatória a um elemento, basta sortear um número pertencente ao intervalo  $[1; x]$  e atribuir esse material ao elemento. Mais detalhes podem ser vistos no trabalho de Marques (2014).

## 4 MATERIAIS E MÉTODOS

Neste capítulo serão apresentados os métodos utilizados nas simulações das diferentes configurações dos ensaios, bem como os materiais e a maneira de caracterizá-los. A Figura 12 esquematiza os procedimentos metodológicos utilizados para alcance dos objetivos propostos.

Figura 12 – Fluxograma dos procedimentos metodológicos.



Fonte: Elaboração própria.

### 4.1 Materiais

Neste tópico estão apresentadas as propriedades dos materiais utilizados nas simulações. Para o concreto, modelado com o LDEM, foi necessário obter o módulo de elasticidade ( $E$ ), densidade ( $\rho$ ), energia de fratura ( $G_f$ ), deformação crítica de falha ( $\epsilon_p$ ), média da tensão máxima de tração ( $\sigma_F$ ), coeficiente de Poisson ( $\nu$ ) e comprimento característico do módulo cúbico ( $L_c$ ). Já para o aço, modelado com o FEM, foi necessário apenas ( $E$ ), ( $\rho$ ) e ( $\nu$ ).

#### 4.1.1 Propriedades do material

O concreto utilizado como referência neste estudo é da classe C50. Esse mesmo traço já apareceu nos trabalhos de Zydeck (2017) e Silva *et al.* (2018). Do primeiro trabalho foi utilizado todos os dados referentes ao aço, além da densidade e coeficiente de Poisson referente ao concreto. Do segundo trabalho se utilizou o módulo de elasticidade e tensão máxima de tração. O valor da energia de fratura foi

obtido através de correlações matemáticas da CEB/90 (1993), porém este assunto será abordado com mais detalhes do tópico 4.1.2.

Nas simulações iniciais são definidos outros parâmetros, como comprimento de correlação, comprimento característico do módulo cúbico e o coeficiente de variação da energia de fratura. Os valores escolhidos são os que retornam melhores resultados. Os demais valores foram obtidos por correlações matemáticas. Os dados de todos os parâmetros utilizados são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros utilizados nas simulações.

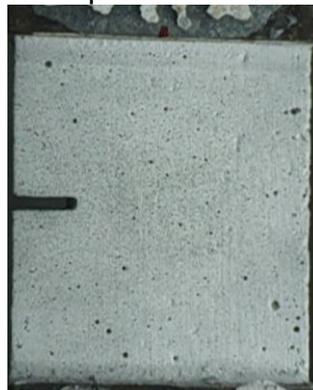
Propriedades	Concreto	Aço
E [Gpa]	32,47	200
$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	2000	7850
$\nu$	0,25	0,30
$G_f$ [N/m]	108,55	-
CV $G_f$ [%]	20	-
$\sigma_F$ [MPa]	3,57	-
$\epsilon_p$	0,0001	-
Lc [m]	0,005	-
Lcor [m]	0,04	-

Fonte: Elaboração própria.

#### 4.1.2 Energia de fratura ( $G_f$ )

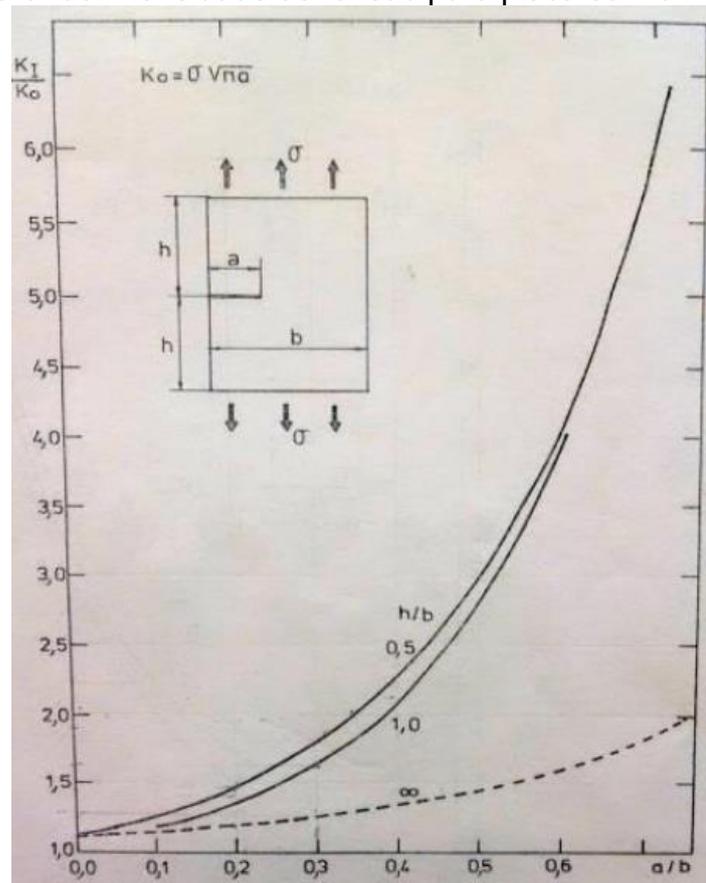
Visando obter a energia de fratura experimentalmente, foram feitos ensaios de tração direta utilizando corpos de prova de concreto com um entalhe de 20 mm na extremidade esquerda, Figura 13. Foi utilizado o método visto em Branco (1999), onde o corpo de prova é carregado até o rompimento da amostra. O ábaco para a obtenção dos parâmetros necessários está ilustrado na Figura 14.

Figura 13 – Detalhe da pré trinca na amostra de concreto.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 14 – Fator de intensidade de tensão para placa com uma fissura lateral.



Fonte: Adaptado de Colpo (2016).

Seguindo as informações do ábaco, é possível encontrar  $K_0$ , e através da Figura 14 e das dimensões do corpo de prova,  $K_I$ . Aplicando esses valores na Equação 6, pode-se encontrar o valor de  $G_f$ .

$$G_f = \frac{K_I^2}{E} \quad \dots (6)$$

Onde  $K_I$  é o fator de intensidade de tensão para o modo I e  $E$  é o módulo de elasticidade. Por este método foi encontrado um resultado de  $G_f$  igual a 15 N/m. Notou-se que este valor era muito abaixo do que o encontrado por outros autores, então foi decidido ignorar este resultado e buscar um método mais adequado para a obtenção da energia de fratura.

Foi adotada neste trabalho a recomendação da CEB/90 (1993), *apud* Araújo (2001) onde se diz que na falta de dados experimentais, a  $G_f$  pode ser obtida de acordo com a equação 7.

$$G_f = G_{f0} \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,7} \quad \dots (7)$$

Onde,  $f_{cm}$  é a resistência à compressão média do concreto em MPa e  $G_{f0}$  é o valor básico da energia de fratura e depende do diâmetro máximo do agregado utilizado ( $d_{m\acute{a}x}$ ), de acordo com a Tabela 2. O valor empregado de  $G_{f0}$  foi decorrente de uma interpolação linear das duas últimas linhas da Tabela 2, já que o  $d_{m\acute{a}x}$  do agregado era de 19mm.

Tabela 2 – Valores básicos da energia de fratura.

$d_{m\acute{a}x}$ (mm)	$G_{f0}$ (Nmm/mm <sup>2</sup> )
8	0,025
16	0,030
32	0,058

Fonte: Adaptado de Araújo (2001).

## 4.2 Métodos

### 4.2.1 Compressão axial

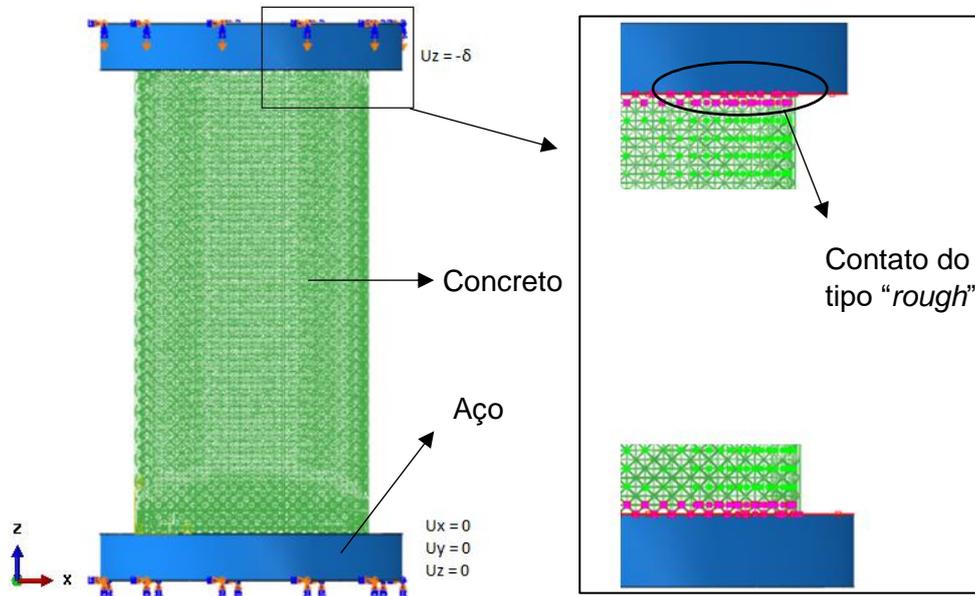
A simulação deste ensaio tem como objetivo principal a calibração das propriedades utilizadas. A parte cilíndrica, que representa o concreto, foi modelada com o LDEM no software *Matlab*. Com isso, foi possível obter um arquivo de entrada do tipo “.inp” que foi carregado no *software Abaqus/Explicit* para complementar as condições do ensaio.

No arquivo “.inp” está presente a configuração da amostra de concreto conforme a normativa do ensaio experimental, ou seja, geometria cilíndrica com diâmetro igual a 100 mm e altura de 200 mm. Cada módulo cúbico apresenta Lc igual a 5 mm, resultando em 20 módulos para o diâmetro e 40 para altura. As demais propriedades utilizadas estão na Tabela 1.

Após importar a malha constituída pelo LDEM para o *Abaqus/Explicit* modelou-se, com as ferramentas do *software*, a parte metálica que corresponde aos pratos da prensa, constituídos pelo Método dos Elementos Finitos. Cada prato foi representado com cilindros de raio de 65 mm e altura de 20 mm. As propriedades aplicadas ao aço estão na Tabela 1. Entre o concreto (LDEM) e a parte metálica (FEM) foi considerado um contato do tipo “*surface-to-surface contact*” com a lei do tipo

“rough” simulando o atrito entre as duas superfícies. A configuração final do modelo pode ser vista na Figura 15.

Figura 15 – Modelo numérico para ensaio de compressão axial.

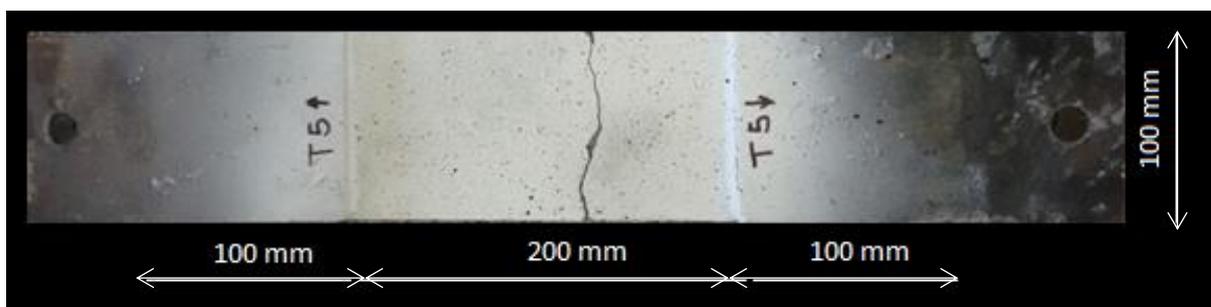


Fonte: Elaboração própria.

#### 4.2.2 Tração direta

As amostras de concreto ensaiadas por Silva, *et al.* (2018), possuíam 25 mm de espessura, 100 mm de largura e 400 mm de altura. Para acoplar o corpo de prova na máquina de teste eles fixaram placas metálicas nos últimos 100 mm de cada extremidade da altura da peça. O sistema para ensaio está representado na Figura 16.

Figura 16 – Sistema para ensaio de tração direta utilizado por Silva, *et al.* (2018).



Fonte: Elaboração própria.

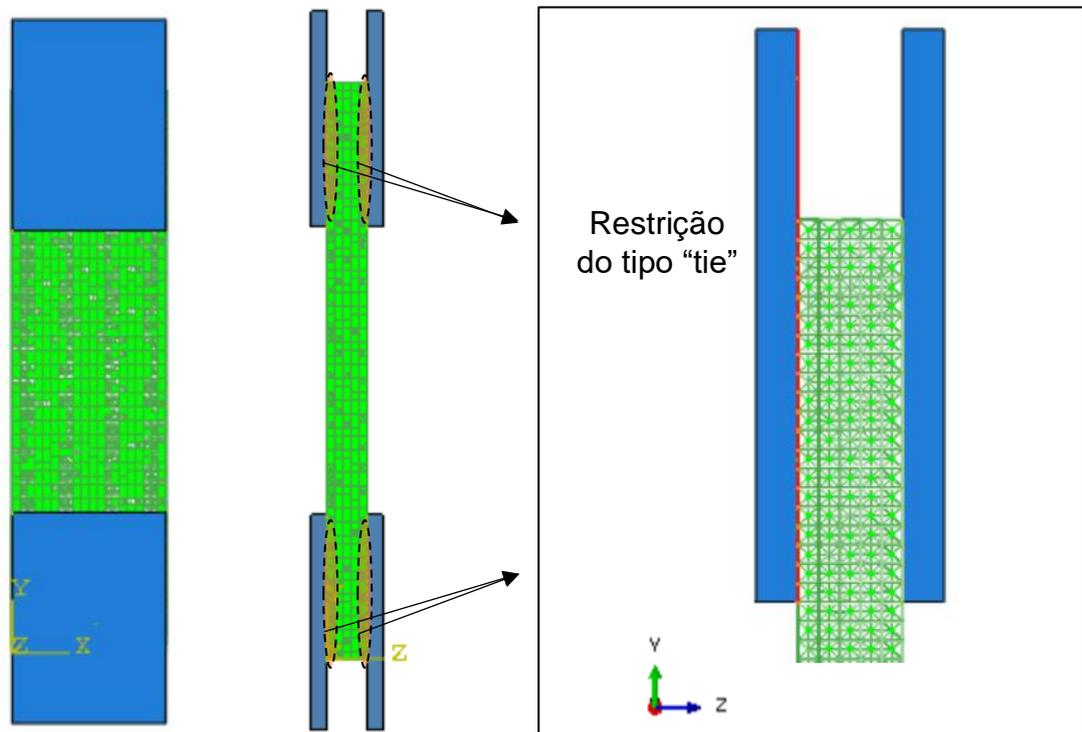
Para representar esse ensaio foram analisadas duas situações diferentes: modelo misto (LDEM + FEM) e modelo simples (LDEM). No modelo misto a malha representativa do concreto foi feita com o LDEM e a malha das chapas metálicas com o FEM. De forma análoga ao tópico 4.2.1, foi obtido um arquivo “.inp” configurado com 5, 20 e 80 módulos cúbicos para espessura, largura e altura da amostra de concreto.

Ao importar o arquivo de entrada para o *Abaqus* foi possível modelar as chapas metálicas com as características da Tabela 2 referente ao aço. A geometria retangular da chapa foi mantida, visando representar a configuração ilustrada na Figura 16, porém sem o furo central nas extremidades. Na Figura 17 pode ser visto a configuração do modelo utilizado nas simulações.

Levando em conta que no ensaio experimental as chapas metálicas foram coladas ao concreto com adesivo Epóxi, nas simulações foi utilizado o contato do tipo “*constraint*” com a lei “*tie*”.

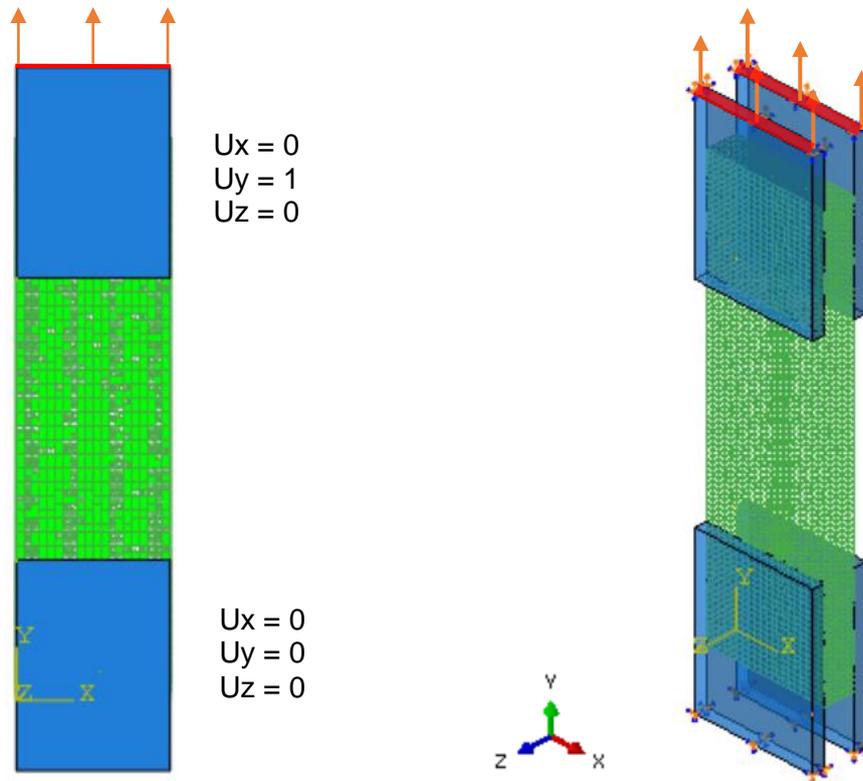
A força de tração foi aplicada na superfície superior das chapas de aço, sendo que as superfícies inferiores foram engastadas. Esse detalhe está representado na Figura 18.

Figura 17 – Modelo misto para tração direta.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 18 – Condições de contorno para modelo misto de tração direta.

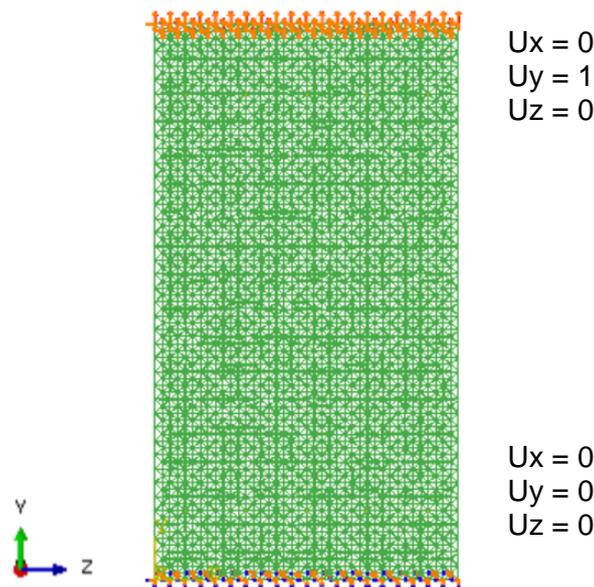


Fonte: Elaboração própria.

Visando encontrar uma alternativa mais rápida e simplificada para simular este experimento, foi modelado apenas a parte central da amostra de concreto, ou seja, 200 mm de malha no sentido da altura. O arquivo de entrada gerado no Matlab teve 5, 20 e 40 módulos nas direções correspondentes à espessura, largura e altura, respectivamente. Dentro do *Abaqus/Explicit* não foi necessário modelar elementos com o FEM, apenas fazer a aplicação das condições de contorno sobre a malha treliçada.

As condições de contorno foram aplicadas sobre os nós correspondentes a duas fileiras das extremidades, tanto na parte superior, quanto na parte inferior. Esse cuidado foi tomado para se evitar que essas barras, menos rígidas, rompessem prematuramente devido a uma concentração de tensões. A geometria simulada está representada na Figura 19. A simulação foi realizada com uma amplitude de 0,00625 m e tempo total de 0,02 s.

Figura 19 – Modelo simplificado para tração direta.



Fonte: Elaboração própria.

#### 4.2.3 Tração por compressão diametral

Para modelar as condições do ensaio de tração por compressão diametral (TCD) foi utilizado um modelo híbrido, onde a parte que representa o concreto teve sua estrutura construída com o LDEM e as taliscas de madeira com o FEM. As propriedades da madeira, Tabela 3, foram de acordo com Marques (2014), Silva (2015) e Santos (2017).

Tabela 3 – Propriedades utilizadas nas taliscas de madeira.

Propriedades	Madeira
b/d	0,15
Classe	C60
$E_{c90}$ [GPa]	1,225
$\rho$ [kg/m <sup>3</sup> ]	800
$\nu$	0,3

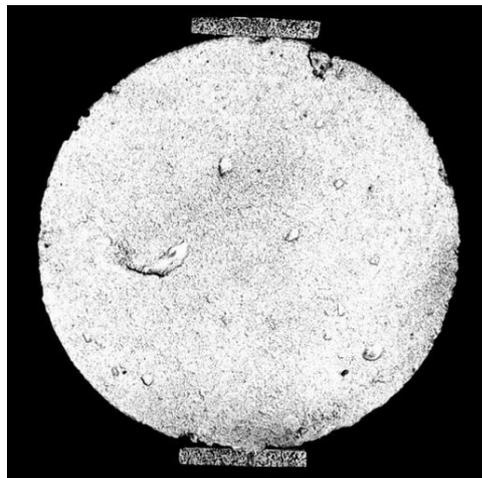
Fonte: Elaboração própria

Para o concreto, fez-se a malha do LDEM com geometria cilíndrica, de modo a representar o corpo de prova utilizado por Silva, *et al.* (2018), com dimensões 100 mm x 200 mm como mostra a Figura 20. Desse modo, o arquivo de entrada gerado pelo *Matlab* possuía 20 módulos cúbicos representando o diâmetro e 40 módulos na

direção da altura. As características referentes ao material foram implementadas de acordo com a Tabela 1.

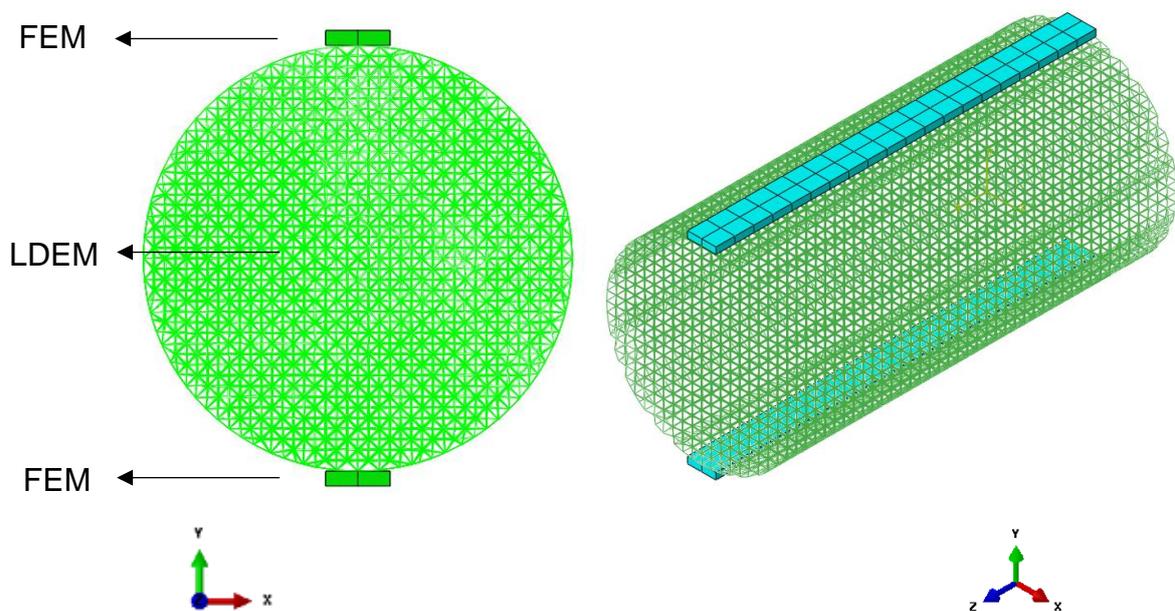
Importou-se a malha criada para o *Abaqus/Explicit* onde, baseando-se nos procedimentos experimentais, foi modelada uma talisca de madeira para receber as condições de contorno. Tal componente, composta pelo Método dos Elementos Finitos, está presente tanto na parte superior como na parte inferior da amostra cimentícia. Na Figura 21 é possível visualizar o conjunto modelado.

Figura 20 – Corpo de prova para ensaio de TCD utilizado por Santos (2017).



Fonte: Santos (2017).

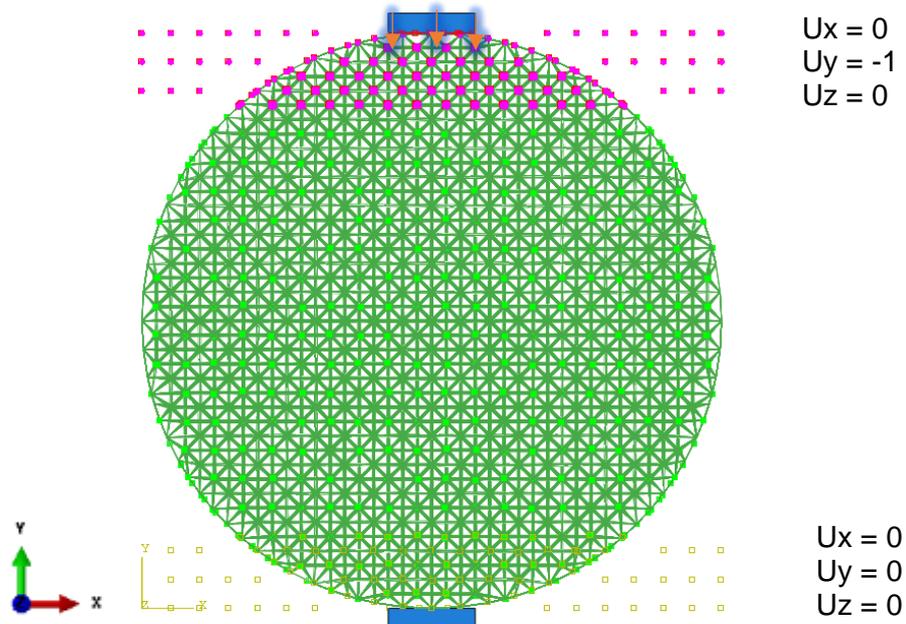
Figura 21 – Modelo misto para tração por compressão diametral.



Fonte: Elaboração própria.

A interação utilizada entre concreto e madeira foi do tipo “*surface-to-surface contact*” regida pela lei do tipo “*rough*” para considerar o atrito. As condições de contorno aplicadas foram conforme a Figura 22. A simulação foi realizada com uma amplitude de 0,025 m e tempo total de 0,003 s.

Figura 22 – Interação e condições de contorno na simulação de TCD.



Fonte: Elaboração própria.

#### 4.2.4 Tração na flexão

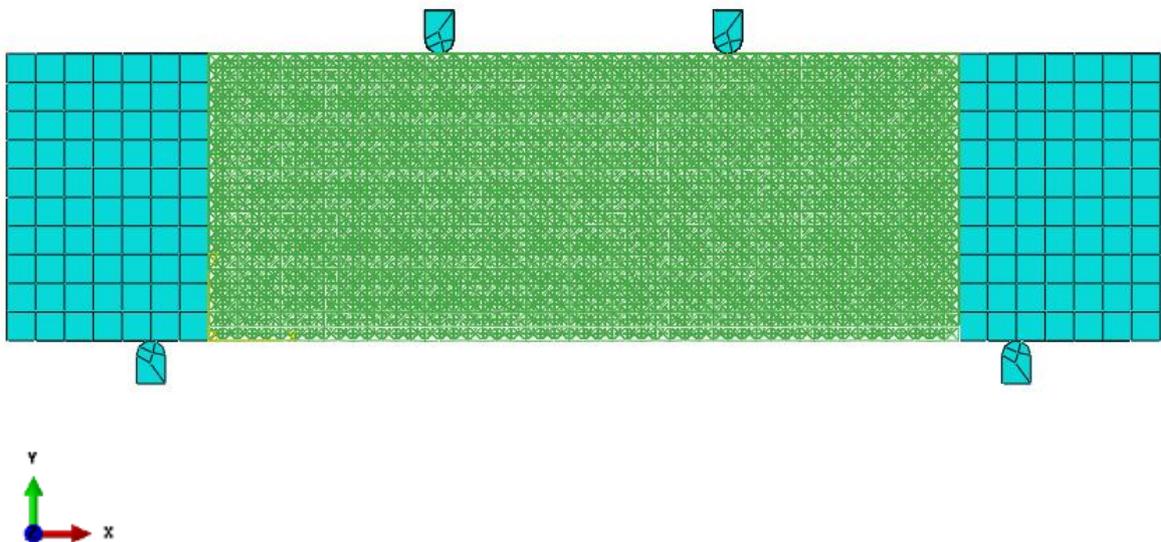
No ensaio experimental realizado por Silva, *et al.* (2018), a amostra ensaiada foi do tipo prismática, com 100 mm de espessura, 100 mm de largura e 400 mm de altura, como pode ser visto na Figura 23. Sendo assim, o arquivo de entrada gerado no *Matlab* deveria possuir 20 módulos na direção da espessura e da largura e 80 módulos na direção da altura. Entretanto, manter a parte de concreto apenas com o LDEM não foi viável, já que as barras inferiores foram esmagadas em contato com o elemento de apoio. Sendo assim, diversas configurações foram testadas para contornar este problema, porém nenhuma representou fielmente à realidade. A melhor configuração foi utilizando a parte central do concreto com o LDEM e a parte externa, além dos apoios metálicos, com o FEM. A Figura 24 ilustra essa configuração.

Figura 23 – Configuração utilizada para o ensaio de tração na flexão.



Fonte: Elaboração própria.

Figura 24 – Configuração utilizada para simular o ensaio de tração na flexão.



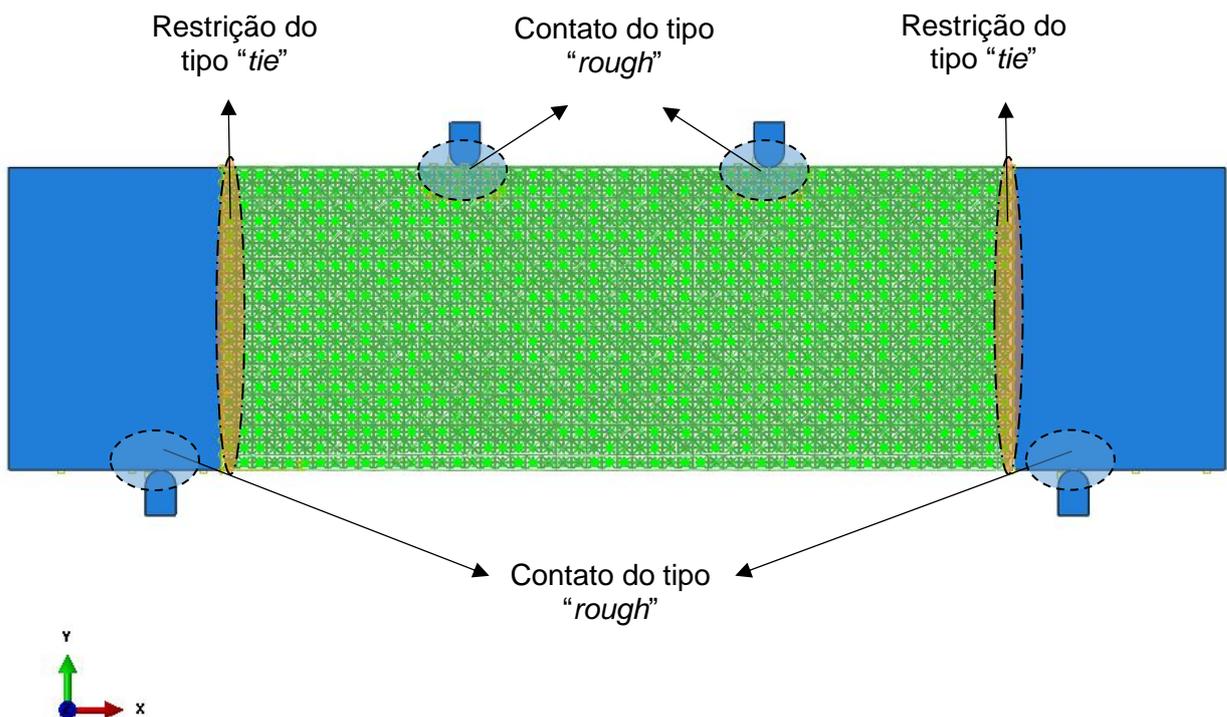
Fonte: Elaboração própria.

Desse modo, o concreto modelado com o LDEM teve 20 módulos na direção da espessura e da largura e 53 módulos na direção da altura, correspondendo a, respectivamente, 100 mm x 100 mm x 260 mm. Já o concreto modelado com o FEM teve duas partes medindo 100 mm x 100 mm x 70 mm. Para unir esses diferentes

componentes de acordo com o representado pela Figura 24, foi aplicado a condição de restrição do tipo “*tie*” entre as superfícies do FEM e nós do LDEM.

O posicionamento dos apoios metálicos representados pelo FEM foi feito de acordo com a NBR 12142 (2010). Para o contato entre apoio e corpo de prova foi utilizado “*surface-to-surface contact*” com a lei de atrito “*rough*”. Nos apoios inferiores o encontro se deu entre superfícies FEM-FEM, então o contato foi aplicado entre “*geometry-geometry*”. Já nos apoios superiores o encontro ocorreu entre partes FEM-LDEM, então o contato foi aplicado entre “*geometry-mesh*”, como ilustrado na Figura 25. Esta simulação foi realizada com uma amplitude de 0,0417 m e tempo total de 0,02 s.

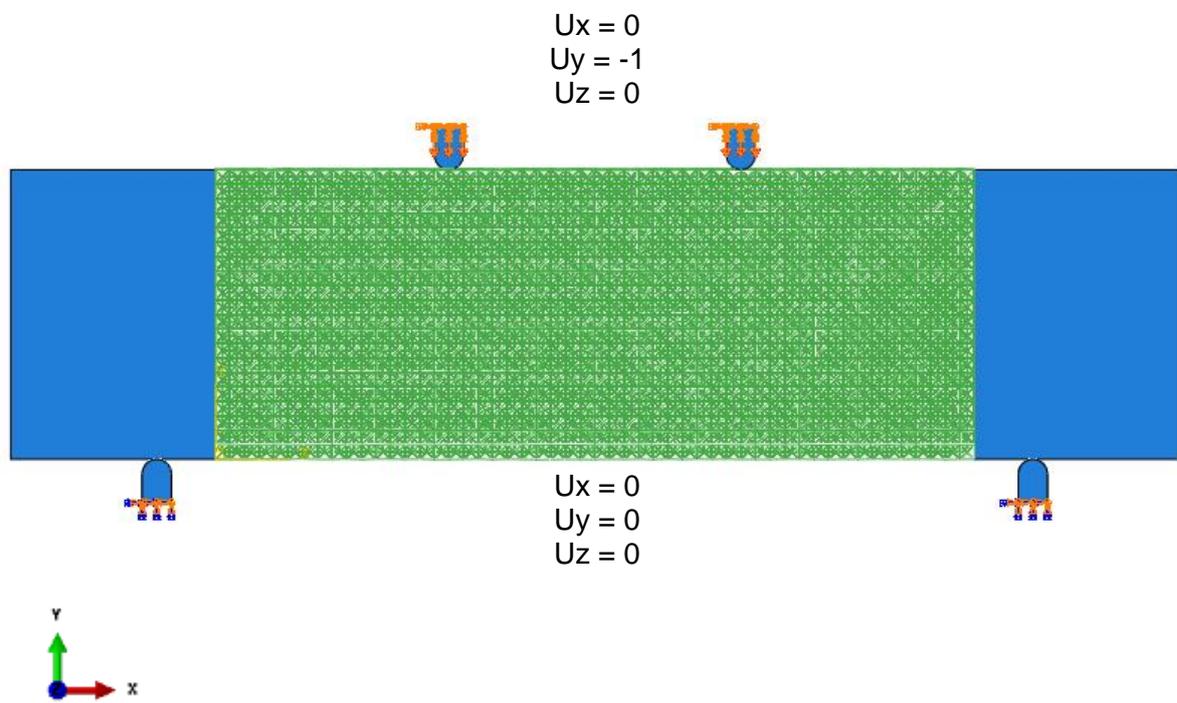
Figura 25 – Configuração dos contatos entre as diferentes partes do modelo.



Fonte: Elaboração própria.

As condições de contorno foram aplicadas nas superfícies superior e inferior dos apoios metálicos, como representado na Figura 26.

Figura 26 – Condições de contorno para tração na flexão.



Fonte: Elaboração própria.

## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo serão apresentados os resultados obtidos nas simulações numéricas dos ensaios de compressão axial, tração direta, tração por compressão diametral e tração na flexão. Além disso, será feita a comparação desses resultados com os obtidos de forma experimental por Silva, *et al.* (2018).

### 5.1 Compressão axial

No ensaio experimental foram testadas três amostras de concreto classe C50. Já nas simulações, quatro. Isso quer dizer que foram utilizadas quatro sementes distintas, ou seja, a distribuição das propriedades nos elementos do LDEM serão diferentes em cada um dos quatro casos. As tensões máximas de compressão para os dois métodos estão apresentadas nas Tabelas 4 e 5.

Tabela 4 – Resistência à compressão axial dos ensaios experimentais.

CP	Tensão máxima (MPa)
1	47,84
2	50,09
3	51,67
Média (MPa)	49,87
C.V (%)	3,16

Fonte: Silva, *et al.* (2018).

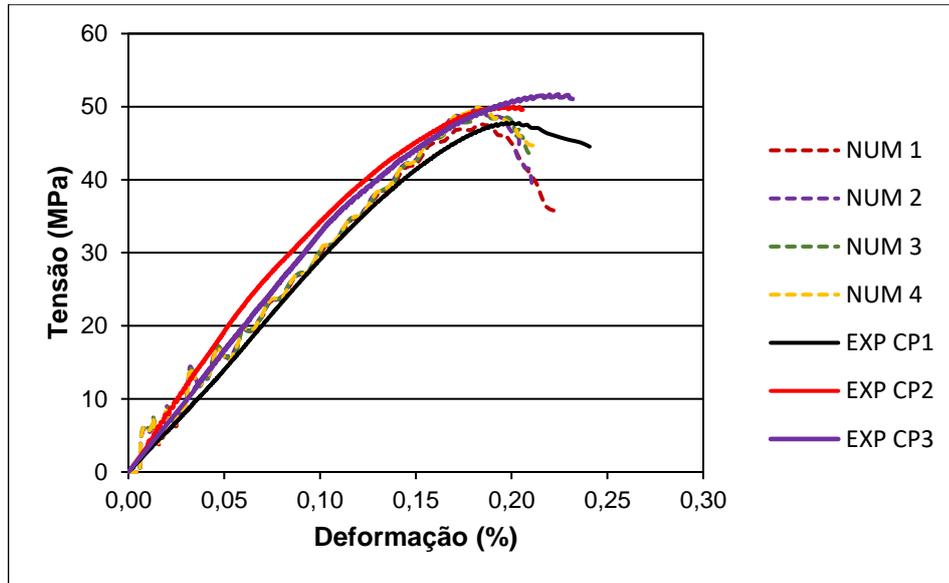
Tabela 5 – Resistência à compressão axial das simulações.

Simulação	Tensão máxima (MPa)
1	47,58
2	49,93
3	49,13
4	49,91
Média (MPa)	49,14
C.V (%)	1,95

Fonte: Elaboração própria.

As curvas experimentais e numéricas de Tensão vs. Deformação estão representadas na Figura 27. Ao se analisar as médias de resistência à compressão dos dois métodos e as curvas apresentadas na Figura 27 pode-se dizer que as simulações, neste caso, conseguiram representar de maneira muito satisfatória os ensaios experimentais. Ou seja, o modelo está bem ajustado.

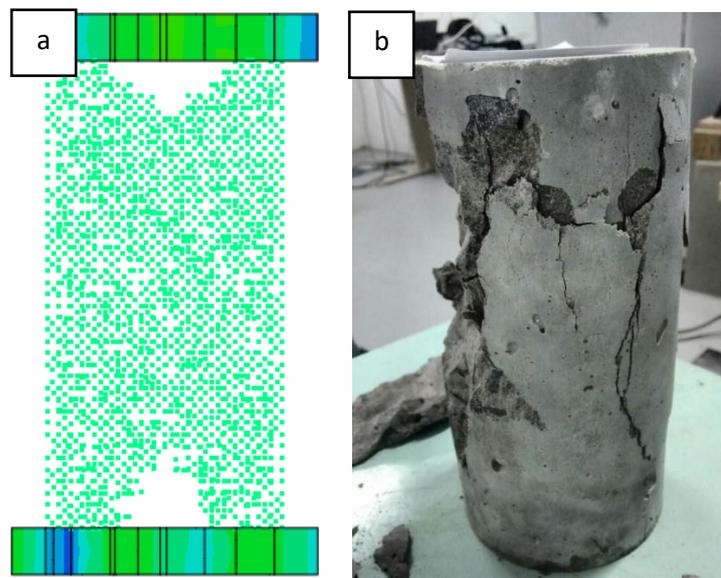
Figura 27 – Curvas Tensão x Deformação do ensaio de compressão axial.



Fonte: Elaboração própria.

Na Figura 28 está ilustrado o modo de falha em amostras submetidas ao ensaio de compressão axial, sendo que “a” representa uma fatia central de um corpo de prova simulado aos esforços compressivos. Nota-se que os elementos não quebrados formam um cone na parte superior e inferior, evidenciando que os resultados numéricos se assemelham aos experimentais, já que esse tipo de fissura é característica de esforços compressivos. Em “b” fissuras decorrentes ao ensaio experimental de compressão axial.

Figura 28 – Modo de ruptura por compressão axial.



Fonte: Elaboração própria.

## 5.2 Tração direta

Na parte experimental foram testadas quatro amostras de concreto. As simulações também foram feitas com quatro sementes distintas, sendo quatro para configuração híbrida LDEM+FEM e quatro para configuração simples LDEM. As tensões máximas de tração direta estão apresentadas nas Tabela 6 e 7.

Tabela 6 – Resistência à tração direta dos ensaios experimentais.

CP	Tensão máxima (MPa)
1	3,24
2	3,66
3	4,09
4	3,30
Média (MPa)	3,57
C.V (%)	9,46

Fonte: Silva, *et al.* (2018).

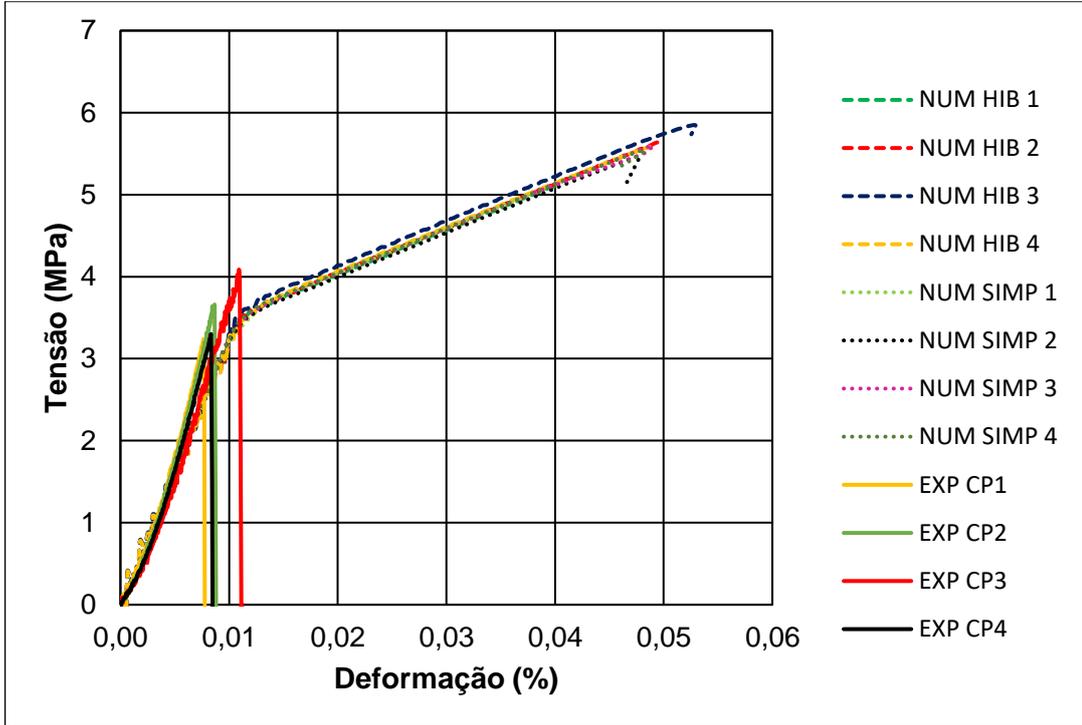
Tabela 7 – Resistência à tração direta das simulações.

Simulação	Tensão máxima (MPa) para configuração híbrida	Tensão máxima (MPa) para configuração simplificada
1	5,10	5,05
2	5,65	5,47
3	5,85	5,60
4	5,58	5,55
Média	5,55	5,42
C.V (%)	4,96	3,97

Fonte: Elaboração própria.

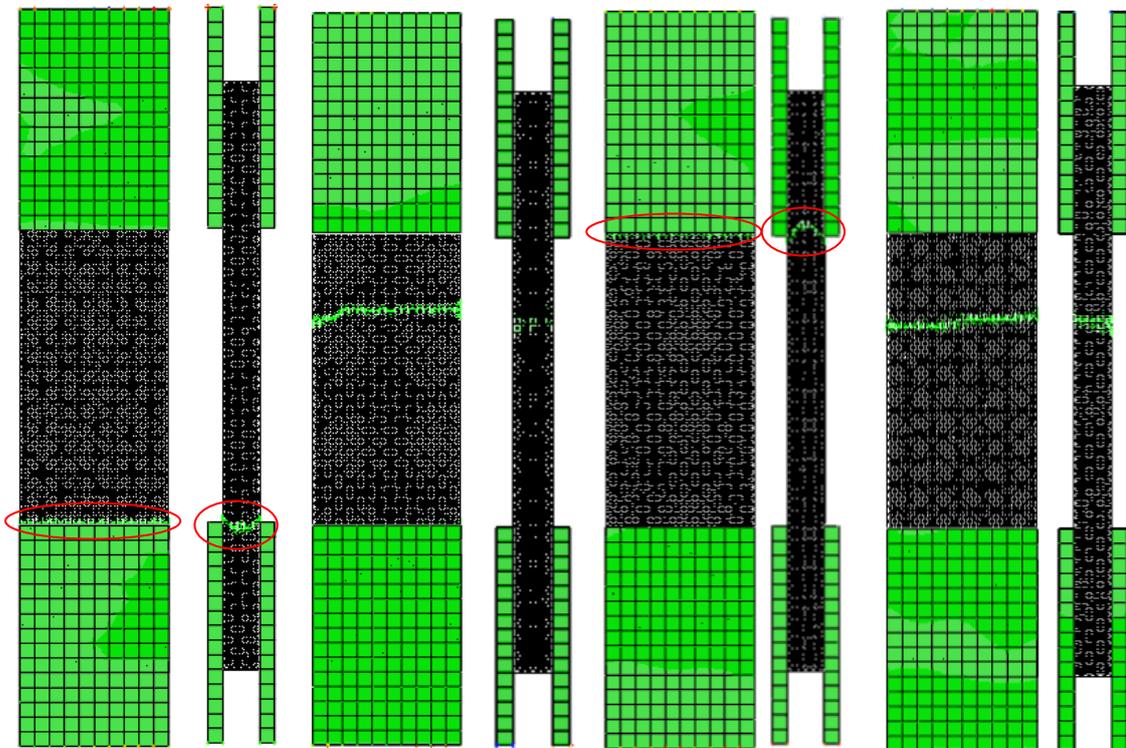
Analisando a Tabela 7 percebe-se que não há grandes variações entre os dois métodos simulados. Como a diferença das médias é de apenas 2,34%, simulações futuras poderiam ser feitas apenas pelo método simplificado visando a economia de tempo tanto do operador quanto de processamento. Porém, ao se comparar as médias das simulações com as médias do experimental há uma diferença de 34% entre os resultados, podendo significar que o modelo não está bem ajustado. As curvas experimentais e numéricas de Tensão vs. Deformação estão representadas na Figura 29.

Figura 29 – Curvas Tensão x Deformação do ensaio de tração direta.



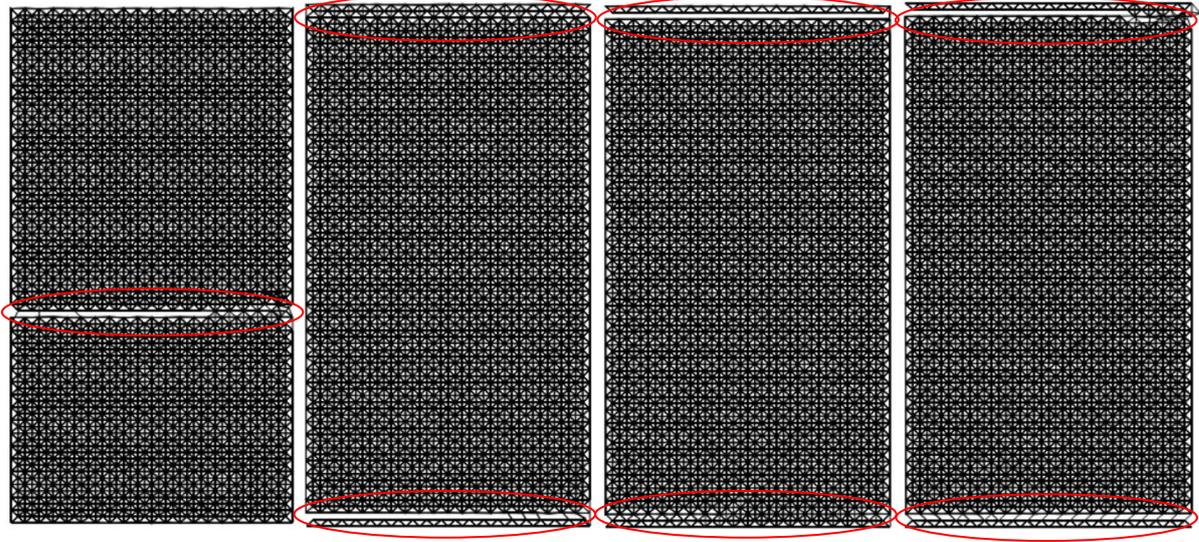
Fonte: Elaboração própria.

Figura 30 – Modo de ruptura por tração direta (simulação: modelo híbrido).



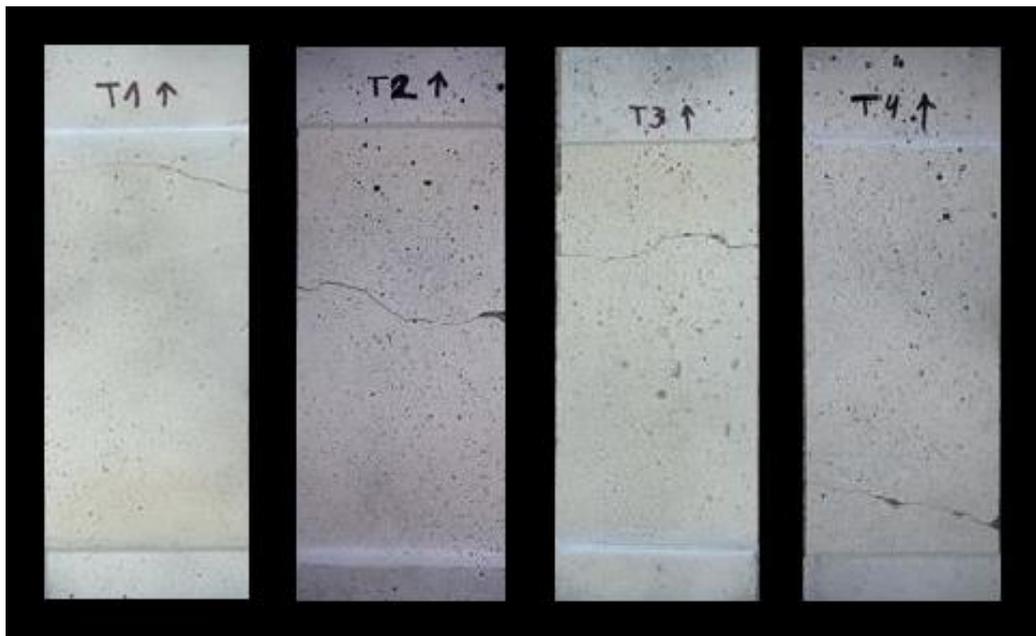
Fonte: Elaboração própria.

Figura 31 – Modo de ruptura por tração direta (simulação: modelo simplificado).



Fonte: Elaboração própria.

Figura 32 – Modo de ruptura por tração direta (experimental).



Fonte: Elaboração própria.

Ao analisar as curvas da Figura 29 pode-se perceber mais facilmente que as simulações com amostras híbridas (NUM HIB) e amostras simplificadas (NUM SIMP) retornaram resultados com alta similaridade. Além disso, ao se comparar as curvas experimentais com as numéricas nota-se que não apenas a resistência da segunda foi maior como também a capacidade de deformação.

Mesmo que o modelo de ruptura tenha sido parecido entre as amostras numéricas e experimentais, como visto nas Figuras 30, 31 e 32, a diferença nas tensões máximas e as curvas características alertam que o modelo precisa de ajustes. Contudo, é possível notar que as curvas numéricas apresentam duas inclinações bem delimitadas, sendo que uma delas se assemelha muito à experimental. Se só essa inclinação fosse levada em conta, a tensão máxima de ruptura bem como a deformação da amostra estariam mais próximas da realidade. Talvez ajustando o coeficiente de variação da energia de fratura ou alterando a constante  $k_r$  que leva em consideração a deformação crítica de falha juntamente com a deformação limite, esse problema consiga ser contornado. Durante este trabalho até foi tentado ajustar o modelo aumentando o CV  $G_f$ , entretanto os resultados continuaram insatisfatórios.

### 5.3 Tração por compressão diametral

Excepcionalmente neste ensaio, os resultados experimentais utilizados para comparação foram obtidos por Santos (2017), já que os ensaios realizados por Silva, *et al.* (2018) tiveram os resultados afetados por um problema na máquina de teste. Santos (2017) analisou quatro amostras distintas. Diante disso, foram simuladas quatro sementes para este ensaio também. As tensões máximas obtidas nos ensaios e simulações de tração por compressão diametral estão apresentadas nas Tabelas 8 e 9. Além disso, as imagens das rupturas características dos dois métodos então apresentadas nas Figuras 33 e 34, sendo que as fissuras decorrentes do ensaio experimental foram obtidas pelo método de correlação digital de imagens.

Tabela 8 – Resistência à TCD dos ensaios experimentais.

CP	Tensão máxima (MPa)
1	4,01
2	3,96
4	4,89
5	4,59
Média (MPa)	4,36
C.V (%)	8,99

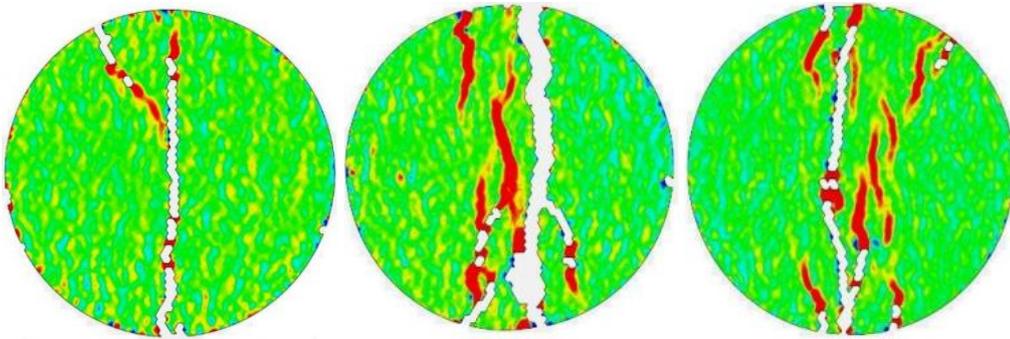
Fonte: Santos (2017).

Tabela 9 – Resistência à TCD das simulações.

Simulação	Tensão máxima (MPa)
1	4,08
2	4,28
3	4,36
4	4,25
Média (MPa)	4,24
C.V (%)	2,45

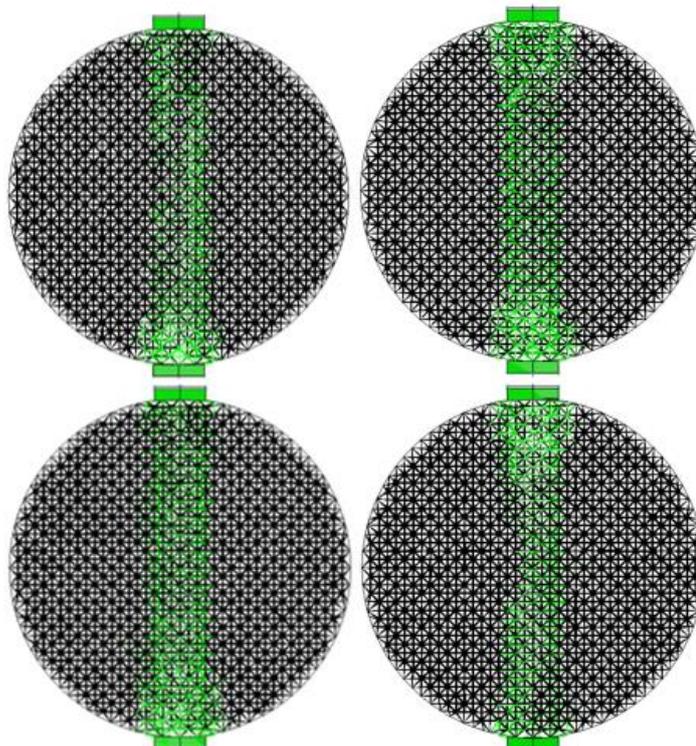
Fonte: Elaboração própria.

Figura 33 – Modo de ruptura por TCD (experimental).



Fonte: Santos (2017).

Figura 34 – Modo de ruptura por TCD (simulações).



Fonte: Elaboração própria.

Analisando a média das tensões máximas obtidas nas simulações e ensaios experimentais é possível perceber que os valores não diferem muito entre si, variando apenas 2,75%. Nas imagens, a ruptura central característica dos esforços de tração indireta ocorreu nos dois métodos. Para este caso o Método dos Elementos Discretos formado por barras em conjunto o Método dos Elementos Finitos conseguiram representar as condições reais do ensaio de tração por compressão diametral, retornando resultados satisfatórios.

#### 5.4 Tração na flexão

A parte experimental deste ensaio foi realizada com quatro amostras. Sendo assim, as simulações numéricas foram feitas com quatro sementes distintas. As tensões máximas de tração na flexão estão apresentadas nas Tabela 10 e 11.

Tabela 10 – Resistência à tração na flexão dos ensaios experimentais.

CP	Tensão máxima (MPa)
1	4,44
2	4,42
4	4,70
5	4,24
Média (MPa)	4,45
C.V (%)	3,65

Fonte: Silva, *et al.* (2018).

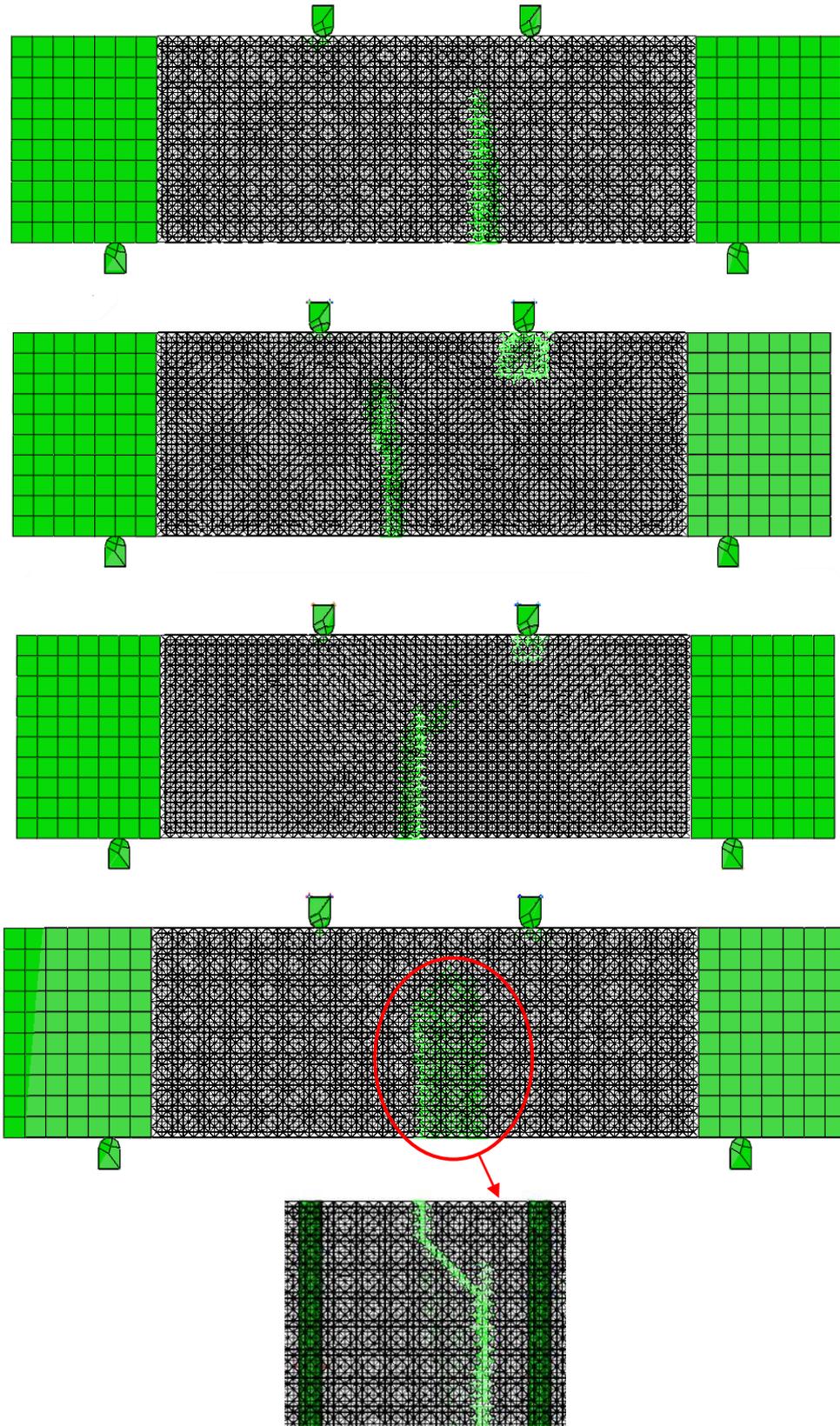
Tabela 11 – Resistência à tração na flexão das simulações.

Simulação	Tensão máxima (MPa)
1	12,66
2	12,49
3	14,10
4	13,22
Média (MPa)	13,12
C.V (%)	4,80

Fonte: Elaboração própria.

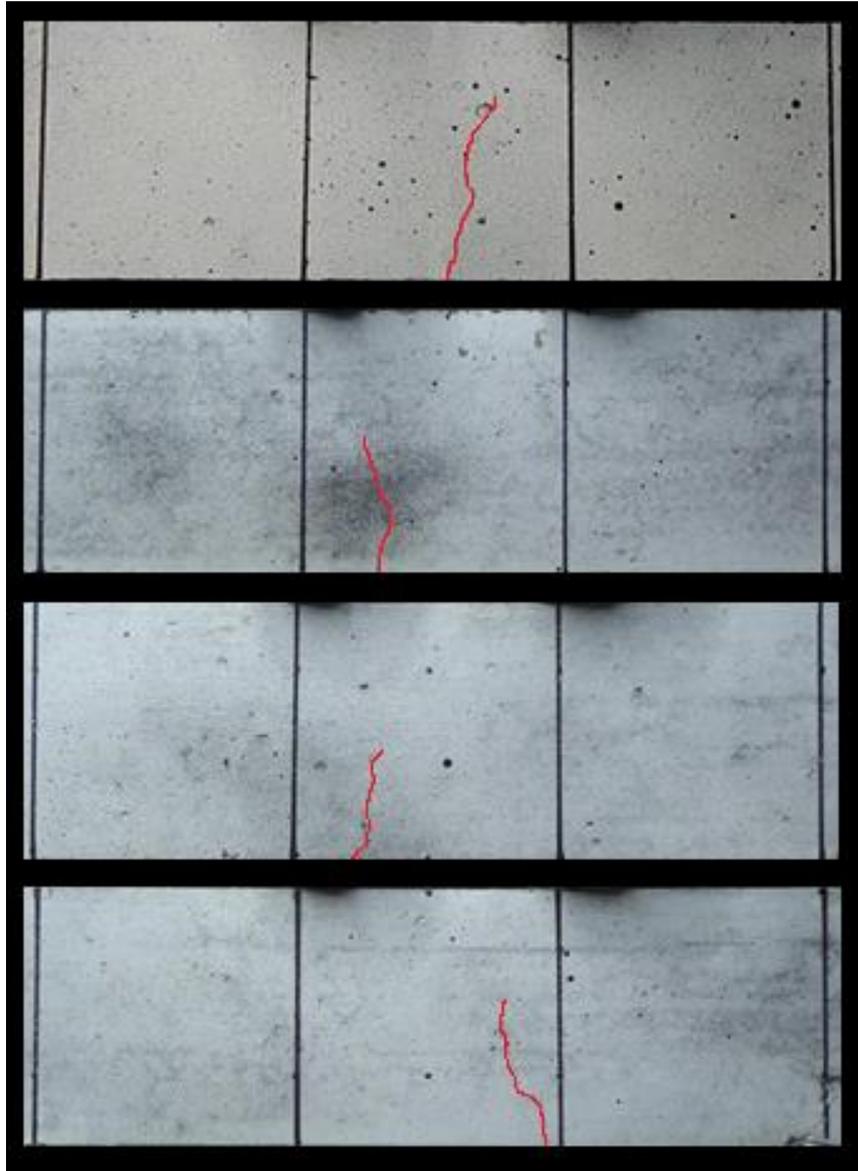
As fissuras características das simulações e dos ensaios experimentais estão apresentadas nas Figuras 35 e 36.

Figura 35 – Modo de ruptura por tração na flexão (simulações).



Fonte: Elaboração própria.

Figura 36 – Modo de ruptura por tração na flexão (experimental).

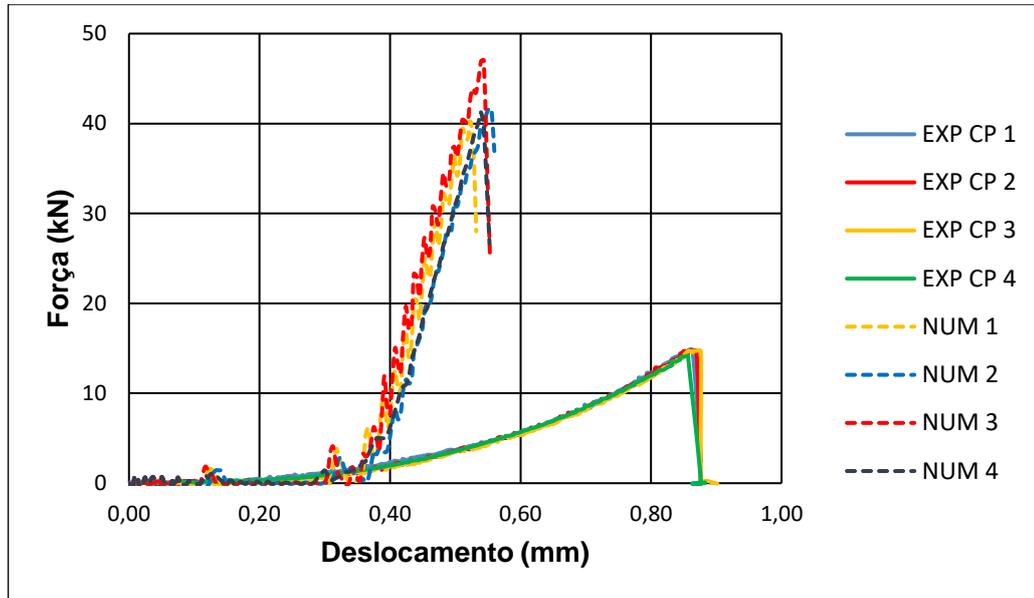


Fonte: Elaboração própria.

Analisando as Figuras 35 e 36 nota-se que a fissura característica deste ensaio geralmente se forma no terço central da amostra. Essa condição conseguiu ser realizada nas simulações, porém não antes de alguns elementos do LDEM serem rompidos na parte superior.

As curvas de Força vs. Deslocamento apresentadas na Figura 37 foram construídas com os dados extraídos do *Abaqus/Explicit* para as amostras simuladas e de Silva *et al.* (2018) para as amostras ensaiadas experimentalmente.

Figura 37 – Curvas Força x Deslocamento do ensaio de tração na flexão.



Fonte: Elaboração própria.

Neste método de ensaio ocorreram maiores discrepâncias que nos demais. Ao se analisar a média das máximas tensões obtidas nas simulações e nos ensaios experimentais nota-se uma diferença de quase 66%. Além disso, as curvas da Figura 37 apresentam grande diferença de inclinação. Entretanto, mesmo os resultados numéricos retornando resistências mais elevadas a deformação é menor, aparentando que o material é mais rígido do que na forma experimental. Deve-se checar se diminuindo o módulo de elasticidade ou alterando as condições de contorno esse problema não consiga ser superado.

Sendo assim, para este ensaio, o LDEM aplicado em conjunto com o FEM não conseguiram reproduzir as condições reais do ensaio de tração na flexão. Desse modo, o modelo deverá ser aperfeiçoado.

## 6 CONCLUSÃO

Neste trabalho, foi apresentada a aplicação do Método dos Elementos Discretos formado por barras vinculado com o Método dos Elementos Finitos para simulações da resistência à tração do concreto. Buscou-se verificar se os resultados encontrados anteriormente nos ensaios experimentais de tração direta, tração por compressão diametral e tração na flexão seriam possíveis de reprodução por meios numéricos.

Ao se tomar o ensaio de compressão axial como parâmetro de ajuste e calibração do modelo, conclui-se que mesmo tendo essas simulações se aproximado muito dos resultados experimentais, podendo até complementá-los, isso não inferiu no sucesso das demais.

Nas simulações do ensaio de tração direta a resistência máxima encontrada foi um pouco acima da experimental, mas como este ensaio é passível de interferências externas seria necessário refazer a parte experimental com um número maior de amostras para uma análise mais qualificada. No que diz respeito a deformação dez vezes maior sofrida pelas amostras simuladas, seria necessário o ajuste dos parâmetros para tentar eliminar a segunda inclinação das curvas numéricas. Com isso o resultado estaria bem representativo.

Os resultados provenientes das simulações de tração por compressão diametral estão coerentes com os encontrados de maneira experimental, porém, mais uma vez, se faz necessário a realização de novos ensaios experimentais, já que não foi possível analisar as curvas resultantes dos dois métodos.

Como o resultado das simulações do ensaio de tração na flexão obtiveram resistências muito superiores às experimentais não é possível dizer que o modelo está bem ajustado. Além de ser necessário revisar os parâmetros utilizados para caracterizar os materiais seria aconselhável, também, revisar a forma de modelagem da amostra. Talvez seja válido modelar com o Método dos Elementos Discretos formado por barras apenas o terço central do corpo de prova, mesmo que isso impossibilite a formação de fissuras fora deste terço, mas isso faria os apoios superiores estarem apoiados sobre os elementos do FEM, impedindo o esmagamento das barras do LDEM.

Diante disso, pode-se dizer que os objetivos deste trabalho foram parcialmente alcançados, uma vez que a simulação do ensaio de TCD se aproximou

muito do experimental, tanto na forma de ruptura quanto nas tensões máximas. As simulações dos outros dois ensaios de tração representaram com muita proximidade a forma de ruptura das amostras, porém nem tanto nos seus respectivos gráficos.

### **6.1 Sugestões para trabalhos futuros**

A seguir estão apresentadas as sugestões para trabalhos futuros:

- Analisar a influência da redução do módulo cúbico nos ensaios realizados neste trabalho.
- Alterar os parâmetros utilizados, como por exemplo,  $G_f$ ,  $CV G_f$  ou  $k_r$  (coeficiente que relaciona a deformação crítica de falha com a deformação limite), para tentar melhorar os resultados de tração direta e tração na flexão.
- Verificar se a simulação de compressão axial segue bem ajustada para diferentes materiais, como madeira ou concreto reforçado com fibras.

## REFERÊNCIAS

ABNT - ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7222: **Concreto e argamassa - Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos**. Rio de Janeiro, 2011.

\_\_\_\_\_: NBR 12142: **Concreto - Determinação da resistência à tração na flexão de corpos de prova prismáticos**. Rio de Janeiro, 2010.

\_\_\_\_\_: NBR 5738: **Moldagem e cura de corpos de prova cilíndricos ou prismáticos de concreto**. Rio de Janeiro, 2016.

\_\_\_\_\_: NBR 6118: **Projeto de estruturas de concreto — Procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

\_\_\_\_\_: NBR 5739: **Concreto - Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos**. Rio de Janeiro, 2018.

ARAÚJO, J. M. **Estruturas de concreto: a resistência à tração e energia de fratura do concreto**. Rio Grande: Dunas, 2001, número 2.

BANDEIRA, M. V. V. **Análise da variação da resistência à compressão axial do concreto com a direção da aplicação de carregamento e com as condições de contorno**. Trabalho de conclusão de curso – Universidade Federal do Pampa, Alegrete, 2017.

BRANCO, C. M., **Fadiga de estruturas soldadas**. 2ª ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian, 1999.

COLPO, A.B. **Análise numérica e experimental do efeito de escala em materiais quase frágeis**. 2016. 122 f. Dissertação de Mestrado - Curso de Programa de Pós-Graduação em Engenharia, Alegrete, 2016.

CUNDALL, P. A.; STRACK, O. D. L. **A discrete numerical model for granular assemblies**. Journal of géotechnique, v29, p. 47-65, 1979.

FAIRBARN, E. M. R.; ULM, F. J. **A Tribute to Fernando L. L. B. Carneiro (1913-2001) Engineer and Scientist who invented the Brazilian Test**. Materials and Structures, [s.l.] v. 35, p. 195-196, Abr. 2002.

FARIAS, L. A.; LOPES, A. N. M.; STIVAL, M. L.; ANDRADE, M. A. S.; BITTENCOURT, R. M. **Ensaio de Tração Direta em Corpos de Prova de Concreto**. Disponível em: <http://www.mfap.com.br/pesquisa/arquivos/20081127104112-209.pdf>. Acesso: 15/05/2019.

GOMES FILHO, H. **Método dos elementos finitos através da análise isogeométrica: uma introdução**. 100 f. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Espírito Santo, Vitória, 2016.

GONÇALVES, N. D. F., **Método dos Volumes Finitos em Malhas Não-Estruturadas**. 71 f. Dissertação de Mestrado – Curso da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto. Porto, 2007.

GONZÁLEZ-MONTELLANO, C.; RAMÍREZ, Á.; GALLEGO, E.; AYUGA, F. **Validation and experimental calibration of 3D discrete element models for the simulation of the discharge flow in silos**. Journal of chemical engineering science, v.66, p. 5116-5126, 2011.

HILLERBORG, A. **A model for fracture analysis**. Cod LUTVDG/TV BM-3005, p.1-8, 1978.

KOSTESKI, L.E. **Aplicação do Método dos Elementos Discretos formado por barras no estudo do colapso de estruturas**. 177 f. Tese de Doutorado – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

LIMA, P. R. L., **Análise teórica e experimental de compósitos reforçados com fibras de sisal**. Tese de doutorado-PEC/COPPE/ Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2004.

LOTTI, R. S.; MACHADO, A. W.; MAZZIEIRO, E. T.; LANDRE JR, J. **Aplicabilidade científica do método dos elementos finitos**. Revista Dental Press de Ortodontia e Ortopedia Facial, Maringá, v. 11, n. 2, p. 35-43, 2006.

MAMBOU NGUEYEP, L. L.; NDOP, J.; NDJAKA, J. M. B. **Investigations of Thermal Damage on the Physical and Mechanical Properties of Gneiss Rock Specimen**. J Powder Metall Min, vol. 6, 2017.

MARANGON, E., **Caracterização Material e Estrutural de Concretos Auto adensáveis Reforçados com Fibras de Aço**. 309 f. Tese de Doutorado - COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2011.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: microestrutura, propriedades e materiais**. 3º ed. São Paulo: Instituto Brasileiro do Concreto-IBRACON, 2008.

MESQUITA, A. L. A.; MESQUITA, A. L. A.; SANTOS, E. G.; CARVALHO, L. C. S.; GOMES, L. M.; FAGURY-NETO, E.; MAFRA, M. P. A. **Uso do método dos elementos discretos em manuseio de minérios e sua contribuição para a pós-graduação e graduação no curso de engenharia mecânica da UFPA**. Belém, 2012.

MORADIAN, M.; SHEKARCHI, M. **Durability and dimensional stability of steel fiber reinforced cementitious mortar in comparison to high performance concrete**. Asian journal of civil engineering, vol.17 p. 515-535, 2016.

MURUGARATNAM, K.; UTILI, S.; PETRINIC, N. **A combined DEM–FEM numerical method for Shot Peening parameter optimization**. Advances in Engineering Software, 79, p.13 – 26, 2015.

NAYFEH, A.H.; HEFZY, M.S. **Continuum modeling of three-dimensional truss-like space structures**. AIAA Journal, v. 16(8), p. 779-787, 1978.

PEREIRA, E. B.; FISCHER G.; BARROS, J. A. O. **Direct assessment of tensile stress-crack opening behavior of Strain Hardening Cementitious Composites (SHCC)**. Journal of Cement and Concrete Research, vol.42 p. 834-846, 2012.

PINHEIRO, L. M.; MUZARDO, C. D.; SANTOS, S. P. **Fundamentos do concreto e projeto de edifícios**. São Carlos, 2005.

RIERA, J.D., **Local effects in impact problems in concrete structures**. Em: proceedings, Conf. on Structural Analysis and Design of Nuclear Power Plants, UFRGS, 1984. Porto Alegre, Rs, Brasil. p. 0-0. 1984.

RIOS, A. D. **Aplicação do método dos elementos discretos em estruturas de concreto**. 187 f. Tese de Doutorado – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2002.

ROCHA, M.M. **Ruptura e efeitos de escala em materiais não homogêneos**. Tese (Maestría), CPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brazil, 1989.

SANTOS, C. D. M. **Análise da resistência sob elevadas taxas de carregamento utilizando o método dos elementos discretos formado por barras**. 74 f. Trabalho de conclusão de curso – Universidade Federal do Pampa, Alegrete, 2016.

SANTOS, F. J. K. **Análise do ensaio de compressão diametral para concretos**. 83 f. Trabalho de conclusão de curso – Universidade Federal do Pampa, Alegrete, 2017.

SCHLANGEN, H. E. J. G. **Experimental and numerical analysis of fracture processes in concrete**. Journal of Heron, v.38, 1993.

SCHUMAN, L.; TUCKER, J. **Tensile and other properties of concretes made with various types of cements**. Journal of Research of the National Bureau of Standards, vol.31 p. 107-124, 1943.

SILVA, F. F. **Uso de métodos numéricos para o ensaio de resistência à tração por compressão diametral do concreto**. Trabalho de conclusão de curso – Universidade Federal do Pampa, Alegrete, 2015.

SILVA, G. S. **Estudo da fratura e da propagação de ondas em um meio sólido utilizando o método dos elementos discretos composto por barras no ambiente abaqus**. 77 f. Dissertação de mestrado - Universidade Federal do Pampa, Alegrete, 2018.

SILVA, M. D. T.; COCCO, G. D.; FREITAS, G. C.; KERCH, A. P.; KOSTESKI, L. E.; MARANGON, E. **Estudo de diferentes métodos experimentais para a obtenção da resistência à tração do concreto**. Santana do Livramento, 2018.

SIMASATHIEN, S.; CHAO, S. **Shear strength of steel-fiber-reinforced deep hollow-core slabs**. Psi Journal, p. 85-101, 2015.

SOUZA, L. A. F.; MACHADO, R. D. **Análise numérico-computacional de estruturas de concreto armado considerando o dano, a fratura e critério de falha.** Revista IBRACON de Estruturas e Materiais, v. 6, p. 101-120, 2013.

VELASCO, R. V., **Concretos Auto adensáveis Reforçados com Elevadas Frações Volumétricas de Fibras de Aço: Propriedades Reológicas, Físicas, Mecânicas e Térmicas.** 349 f. Tese de Doutorado-COPPE/Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.

VIDAL, C. D. M. **Avaliação do comportamento anisotrópico do material com método dos elementos discretos formado por barras.** 84 f. Dissertação de Mestrado – Universidade Federal do Pampa, Alegrete, 2019.

ZYDECK, R. C. **Análise numérica e experimental de concreto submetido a esforços de compressão.** Trabalho de conclusão de curso – Universidade Federal do Pampa, Alegrete, 2017.