UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

# TITO MAGNO LAVORATO ALVES DACAL.

# ANÁLISE DA RESPOSTA DINÂMICA EM ESTRUTURA ESBELTA SOBRE DIFERENTES CONDIÇÕES DE CARREGAMENTO ATRAVÉS DO USO DE MÉTODOS NUMÉRICOS.

Alegrete 2017

### TITO MAGNO LAVORATO ALVES DACAL.

# ANÁLISE DA RESPOSTA DINÂMICA EM ESTRUTURA ESBELTA SOBRE DIFERENTES CONDIÇÕES DE CARREGAMENTO ATRAVÉS DO USO DE MÉTODOS NUMÉRICOS.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Vicente Bergamini Puglia.

Alegrete 2017 Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

Dacal, Tito Magno Lavorato Alves

ANÁLISE DA RESPOSTA DINÂMICA EM ESTRUTURA ESBELTA SOBRE DIFERENTES CONDIÇÕES DE CARREGAMENTO ATRAVÉS DO USO DE MÉTODOS NUMÉRICOS. / Tito Magno Lavorato Alves Dacal. 71 p.

D117a

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação)- Universidade Federal do Pampa,
 ENGENHARIA MECÂNICA, 2017.
 "Orientação: Vicente Bergammini Puglia".

orientação. Vicente Dergammini i ugha .

1. Análise da resposta dinâmica em estrutura esbelta. 2. Análise via meios experimentais. 3. Modelagem numérica. I. Título.

### TITO MAGNO LAVORATO ALVES DACAL

# ANÁLISE DA REPOSTA DINÂMICA EM ESTRUTURA ESBELTA SOBRE DIFERENTES CONDIÇÕES DE CARREGAMENTO ATRAVÉS DO USO DE MÉTODOS NUMÉRICOS.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 03, Julho de 2017.

Banca examinadora:

min

Prof. Dr. Vicente Bergamini Puglia Orientador UNIPAMPA

onilse

Prof. Dr. Tonilson de Souza Rosendo

Alisson Simonetti Milani Prof. Misc INIRAMPA

#### AGRADECIMENTO

Primeiramente dedico meus agradecimentos aos meus pais, Francisco Magno e Maria Dolores, à minha madrinha e padrinho, Dirce Carvalho e Silva e Maximiano de Carvalho e Silva por sempre acreditarem em mim, e por todo amor e carinhos dedicados.

Agradeço ao Prof. Dr. Vicente Bergamini Puglia por aceitar ser meu orientador, pelo seu imprescindível apoio, contribuição, tempo e paciência para a realização deste trabalho.

Aos meus amigos e irmãos por todo seu companheirismo, amizade e apoio durante minha formação.

Aos demais professores por suas contribuições na minha formação profissional e pessoal.

#### **RESUMO**

Estruturas esbeltas são comumente encontradas em diversos projetos de engenharia, sendo estas ainda um desafio para a engenharia moderna, devido à sua característica esbelta. Proporcionam eficiência em diversas aplicações como torres de telefonia móvel, torres de distribuição de energia, torres de aero geradores, entre outras. O emprego deste tipo de estrutura requer sua avaliação dinâmica, como modos vibratórios, resposta da estrutura submetida a carregamentos harmônicos, resposta à excitação aleatória, entre outros carregamentos dinâmicos.

Dentro deste contexto, realizou-se neste trabalho a avaliação de alguns aspectos da resposta dinâmica de uma estrutura esbelta de bancada, submetida a vibração livre e à uma vibração forçada por meio de um motor de corrente contínua com massa desbalanceada. Mensurou-se os sinais vibratórios através de acelerômetros e hardware de captura da Brüel & Kjaer. Através do tratamento dos dados experimentais obtidos, buscou-se a caracterização da torre e determinação de parâmetros relevantes para posterior calibração da modelagem numérica da estrutura. A modelagem foi realizada através do software ANSYS®, onde elaborou-se uma modelagem tridimensional da estrutura, seguida pela calibragem dos parâmetros de material e condições de contorno obtidos através da caracterização proveniente do experimental. Possibilitando o refinamento do modelo numérico para posterior análise modal, transiente, harmônica e de vibração aleatória.

Obteve-se a caracterização da torre, caracterização do motor CC, um modelo numérico ajustado da torre, a determinação das quatro primeiras formas modais e suas frequências naturais, às respostas em deslocamento, em frequência e em fase para a análise harmônica da estrutura, implementação do sinal obtido via experimental do motor CC fixo em base rígida como excitação de base via PSD para análise de vibração aleatória, obtendo a resposta em deslocamento e em deformação elástica máxima. A análise no domínio do tempo permitiu observar uma possível zona de instabilidade no funcionamento do motor para valores de tensão elétrica de 9 V a 11 V.

Palavras-Chave: Estruturas esbeltas; Análise dinâmica; Modos vibratórios; Aerogeradores; Métodos numéricos.

#### ABSTRACT

Slender structures are commonly found in a number of engineering projects, and these are still a challenge for modern engineering because of its slender design. They provide efficiency in several applications such as mobile towers, power distribution towers, aero generator towers, among others. The use of this type of structure requires its dynamic evaluation, as vibratory modes, response of the structure submitted to harmonic loads, response to random excitation, among other dynamic loads.

In this context, this work evaluated some aspects of the dynamic response of a lean bench structure, subjected to free vibration and forced vibration by means of a dc motor with unbalanced mass. Brüel & Kjaer capture hardware accelerometers and vibration signals were measured. Through the treatment of the experimental data obtained, the characterization of the tower and determination of relevant parameters for later calibration of the numerical modeling of the structure was sought. The modeling was performed through ANSYS® software, where a three-dimensional modeling of the structure was elaborated, followed by calibration of the material parameters and contour conditions obtained through the experimental characterization. Making possible the refinement of the numerical model for later modal analysis, transient, harmonic and random vibration.

The characterization of the tower, characterization of the DC motor, an adjusted numerical model of the tower, the determination of the first four modal forms and their natural frequencies, the displacement, frequency and phase responses for the harmonic analysis of the structure, implementation Of the experimentally obtained signal of the DC motor fixed in rigid base as basic excitation via PSD for analysis of random vibration, obtaining the response in displacement and in maximum elastic deformation. The analysis in the time domain allowed to observe a possible zone of instability in the operation of the motor for values of electrical voltage of 9 V to 11 V.

Keywords: Slender structures; Dynamic analysis; Vibrating modes; Wind turbines; Numerical methods.

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1- Turbina eólica da Vestas	1
Figura 2- Modelo torre esbelta.	2
Figura 3- Classificação dos sistemas de modelos matemáticos	6
Figura 4- Esquematização sinal no domínio da frequência em vermelho e sinais no dom	ínio do
tempo em azul	12
Figura 5- Vibração subamortecida (c <cc) com="" decaimento="" exponencial<="" td=""><td>14</td></cc)>	14
Figura 6- Esquema de um acelerômetro capacitivo	17
Figura 7- Esquema e acelerômetro capacitivo submetido a uma força de inercia	18
Figura 8- Matriz Energética, maio de 2016	21
Figura 9- Principais elementos de um aero gerador	21
Figura 10- Totalidade dos elementos que compõem um aero gerador	22
Figura 11- Hardware de captação de sinais	24
Figura 12- Acelerômetro utilizado	24
Figura 13- Esquematização torre experimental	25
Figura 14- Acelerômetro conectado a torre	25
Figura 15- Procedimentos de excitação da estrutura para o regime de vibração livre	26
Figura 16- Aquisição e gravação de Sinal de vibração	27
Figura 17- Vista do sinal obtido a partir do procedimento (1)	27
Figura 18- Vista do sinal obtido a partir do procedimento (2)	28
Figura 19-Vista do sinal mensurado, da oscilação devido a flexão da torre	28
Figura 20- Gráfico da curva característica da resposta devido a variação de Tensão elétr	rica. 29
Figura 21- Motor submetido à base rígida	30
Figura 22- Torre submetida a vibração forçada	31
Figura 23- Equipamentos utilizados para a alimentação controlada de tensão do motor C	CC31
Figura 24- Vibração livre, destaque dos pontos para o cálculo do decremento logarítmic	2032
Figura 25-Esquematização do elemento de viga BEAM188, a) elemento de viga (	I,J); b)
elemento infinitesimal dx dy dz, submetido a esforços	34
Figura 26- Esquematização das condições de contorno da modelagem	34
Figura 27- Esquema carregamento unitário harmônico	36
Figura 28- Escopo funcional da análise de vibração aleatória	36
Figura 29- Espectro de frequência da torre, vibração livre	38

Figura 30- Sinais temporais do motor e da torre em vibração forçada
Figura 31- Espectros de frequência (FFT). A) MOTOR CC fixo em base rígida; B) Torre esbelta
submetida a vibração forçada;40
Figura 32- Visão geral do espectro de frequências do motor41
Figura 33- Visão geral do espectro de frequências da torre submetida a vibração forçada41
Figura 34- Densidade de frequências da torre para tensão de 3V no motor42
Figura 35- Discretização do sinal complexo de vibração para tensão elétrica 3V, amplitude x
tempo43
Figura 36- Análise Modal44
Figura 37- Resposta a frequência, modelo numérico com cluster45
Figura 38-Resposta da estrutura à carregamento harmônico com frequência de 1Hz e 2 Hz46
Figura 39- Estrutura submetida a ressonância na primeira forma modal46
Figura 40- Resposta da análise harmônica para frequência e fase
Figura 41- Estrutura submetida a ressonância na segunda forma modal, escala de deslocamento
ampliado em 14x
Figura 42- Resposta em deslocamento à PSD de aceleração do sinal motor CC em base rígida
para 676 rpm
Figura 43- Resposta em deslocamento à PSD de aceleração do sinal motor CC em base rígida
para 1078 rpm
Figura 44- Resposta em deslocamento à PSD de aceleração do sinal motor CC em base rígida
para 1945 rpm
Figura 45- Resposta em deslocamento à PSD de aceleração do sinal motor CC em base rígida
para 2642 rpm
Figura 46- Resposta em deslocamento à PSD de aceleração do sinal motor CC em base rígida
para 3073 rpm
Figura 47- Resposta em deslocamento à PSD de aceleração do sinal motor CC em base rígida
para 3630 rpm
Figura 48-Gráfico da dispersão dos deslocamentos máximos obtidos via análise de PSD 52

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1- Parâmetros intrínsecos teóricos da geometria e do material	dos componentes do
modelo experimental	23
Tabela 2- Parâmetros de hardware.	
Tabela 3- Valores experimentais característicos do motor	
Tabela 4- Propriedades características do sistema	
Tabela 5- Comparativo das frequências naturais	44
Tabela 6- Valores de deformação elástica máxima	

# LISTA DE SÍMBOLOS

 $\overrightarrow{\phi_1}$ : Autovetor.

- A: Matriz dinâmica.
- c: Amortecimento.
- C: Matriz Amortecimento.
- cc: Amortecimento crítico.
- d<sub>c</sub>: Comprimento lateral da torre.
- E<sub>eq</sub>: Módulo de Young equivalente.
- F: Força aplicada.
- F(t): Força de excitação no tempo.,
- F<sup>a</sup>: Força de excitação.
- F<sub>c</sub>: Fator de crista.
- f<sub>d</sub>: Frequência amortecida.
- f<sub>f</sub>: Fator de forma.
- f<sub>n</sub>: Frequência natural.
- Ic: Inércia da torre.
- Im: Inércia de massa do motor.
- k: Rigidez.
- K: Matriz rigidez.,
- k<sub>eq</sub>: Rigidez experimental.
- k<sub>r</sub>: Matriz rigidez generalizada.
- kteórico: Rigidez teórica.
- Lc: Altura da torre.
- m: massa. ; Massa.
- M: Matriz massa.,
- m<sub>c</sub>: massa da torre.
- m<sub>m</sub>: massa concentrada.
- n: dimensão.
- N: Número de pontos de aquisição.
- t: tempo.
- T: Período.
- T<sub>d</sub>: Período amortecido.

x: Deslocamento.

- $\overrightarrow{x}(t)$ : Vetor de velocidade no tempo.
- $\vec{x}$  (t): Vetor de aceleração no tempo.
- $\vec{x}(t)$ : Vetor de deslocamento no tempo.

X<sub>m</sub>: Amplitude média.

X<sub>RMS</sub>: Valor eficaz.

X<sub>Pico</sub>: Amplitude máxima.

- y<sub>i</sub>: Fator de participação modal.
- δ: Decremento logaritmico.
- $\zeta$ : Fator de amortecimento.
- φ: Representação do vetor amplitude.
- Φ: Matriz modal.
- φ: Fase do deslocamento.
- Ψ: ângulo de fase.
- $\Omega$ : Velocidade angular.
- ω<sub>d</sub>: Frequência circular amortecida.
- ω<sub>n</sub>: Frequência circular natural.
- ω<sub>nn</sub>: Frequência circular de vibração do sistema.

# SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO1
1.1 OBJETIVO
1.1.1 OBJETIVOS ESPECÍFICOS
1.2 ESTRUTURA DO TRABALHO
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA5
2.1 DINÂMICA ESTRUTURAL
2.1.1 MODELAGEM MATEMÁTICA7
2.1.2 ANÁLISE MODAL
2.1.3 DOMÍNIO DO TEMPO10
2.1.4 DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA11
2.1.5 VIBRAÇÃO LIVRE AMORTECIDA14
2.1.6 ANÁLISE IMPLÍCITA15
2.1.7 ANÁLISE EXPLÍCITA16
2.2 INSTRUMENTAÇÃO17
3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA19
3.1 ENERGIA EÓLICA NO BRASIL20
4 METODOLOGIA23
4.1 CARACTERIZAÇÃO DA ESTRUTURA23
4.2 IMPLEMENTAÇÃO DOS ACELERÔMETROS24
4.3 VIBRAÇÃO LIVRE

4.4 CARACTERIZAÇÃO DO MOTOR DE CORRENTE CONTÍNUA	29
4.5 VIBRAÇÃO FORÇADA	31
4.6 ANALISE NO DOMÍNIO DO TEMPO	32
4.7 MODELAGEM NUMÉRICA	33
4.7.1 ANÁLISE MODAL	35
4.7.2 ANÁLISE HARMÔNICA	35
4.7.3 VIBRAÇÃO ALEATÓRIA	36
5 RESULTADOS E DISCURSÕES	
5.1 VIBRAÇÃO LIVRE	37
5.2 ANÁLISE MOTOR FIXO EM BASE RÍGIDA E TORRE EM VIBRA FORÇADA	ÇÃO 39
5.3 MODELO NUMÉRICO	43
5.3.1 ANÁLISE MODAL	44
5.3.2 ANÁLISE HARMÔNICA	45
5.3.3 EXCITAÇÃO DE BASE	48
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	54
6.1 RESPOSTA EXPERIMENTAL	54
6.2 MODELO NUMÉRICO	54
6.3 PROPOSTAS PARA TRABALHOS FUTUROS	56
REFERÊNCIAS	57
APÊNDICE A	59
APÊNDICE B	64

APÊNDICE C	
ANEXO A	

## 1 INTRODUÇÃO

No atual contexto global, busca-se o uso inteligente e consciente dos recursos escassos, recursos estes, desde: materiais, energia e espaço físico. Com o desenvolvimento dos grandes centros urbanos e com o avanço das telecomunicações tornou-se necessário a otimização destas fontes.

Observa-se um maior emprego de estruturas esbeltas, edifícios altos, torres estaiadas, como solução para estes problemas da sociedade contemporânea. Estruturas esbeltas por definição possuem a área da seção transversal menor do que seu comprimento. Este fator implica em uma serie de considerações que devem ser analisadas, pois estas estão mais suscetíveis a carregamentos dinâmicos.

O emprego deste tipo de estrutura também é observado em aerogeradores figura 1, que atualmente no Brasil é um mercado emergente com grande potencial de exploração. A energia eólica é obtida pelo movimento do ar, sendo este também a fonte do carregamento dinâmico sobre a estrutura.



Figura 1- Turbina eólica da Vestas.

Fonte: Retirado de (PINTO).

Nestes tipos de estruturas, o colapso estrutural parcial ou total, não são os únicos fatores governantes de projeto. Devido ao carregamento dinâmico e o comportamento flexível das estruturas esbeltas, é necessária uma análise dinâmica, de forma a assegurar a estabilidade desta,

evitando possíveis casos de ressonância que levariam a fadiga dos componentes ou até mesmo ao colapso total. Problemas relacionados a vibrações são particulares de cada tipo de estrutura e no caso de aerogeradores é de extrema importância mensura-los. Devido ao alto custo do equipamento, segurança e massa concentrada em seu topo. As vibrações do sistema apresentam efeito no desempenho destes equipamentos, criando a necessidade de uma forma de mensuralas e controla-las.

Torres eólicas podem ser representadas de forma simplificada por um modelo com uma massa concentrada no topo de uma viga em balanço, ou seja, um pêndulo invertido. As modelagens matemáticas para análises estáticas são de fáceis manipulações, já os modelos dinâmicos detêm maior complexidade, portanto deve ser foco de estudos detalhados. Propõemse neste trabalho, a análise de uma estrutura esbelta de bancada, figura 2, submetida à diferentes tipos de excitação a partir da modificação de tensão de alimentação de um motor de corrente contínua com um disco e massa desbalanceada, presente no topo da torre, permitindo uma análise mais controlada e diversificada de situações de funcionamento. A partir da instrumentação da estrutura e da aquisição de dados experimentais foi realizada a caracterização da torre. Posteriormente realizou-se a modelagem em métodos numéricos e a sua devida calibração segundo dados experimentais, possibilitando a validação do modelo.



Figura 2- Modelo torre esbelta.

A torre esbelta de bancada utilizada neste trabalho foi construída na universidade, como foco de estudo para uma dissertação de Pós-graduação realizado por Cortelini (2014). A torre é composta de uma haste de seção quadrada de 0,01 m<sup>2</sup> fabricada de aço 1045, a haste é engastada na base e contém um motor CC de 1,5 kg soldado em seu topo, que permite a adição de disco e variação da massa aplicada na periferia do disco. Busca-se correlacionar os resultados obtidos neste trabalho com os obtidos por Cortelini (2014) para validação dos resultados.

#### 1.1 Objetivo

O objetivo geral deste trabalho é obter a análise da resposta dinâmica da estrutura esbelta supracitada, submetida a diferentes tipos de carregamentos. Obter conhecimento em técnicas de processamento de sinal, tratamentos de dados e modelagem também são o foco principal deste trabalho.

#### 1.1.1 Objetivos Específicos

Definiu-se também os seguintes objetivos específicos:

- Determinar as frequências e os modos naturais de vibração;
- Modelagem em métodos numéricos da estrutura;
- Calibragem da modelagem e validação desta;
- Análise transiente a partir dos dados coletados do modelo experimental;
- Análise harmônica.

### 1.2 Estrutura do Trabalho

Este trabalho está divido em cinco capítulos.

Capítulo 1 – Introdução: Contém uma breve contextualização do tema, buscando propiciar melhor compreensão ao leitor. Apresenta-se também os objetivos gerais e específicos abordados neste trabalho.

Capítulo 2 – Fundamentação teórica: Apresenta uma revisão de aspectos relevantes ao trabalho.

Capítulo 3 – Revisão bibliográfica: É apresentado trabalhos realizados na área, como forma de validação do valor acadêmico e científico dos objetivos propostos.

Capítulo 4 – Metodologia: São apresentados os equipamentos e métodos utilizados na aquisição e manipulação dos dados experimentais, e os métodos e condições de contorno aplicados na modelagem numérica da estrutura.

Capítulo 5 – Resultados e Discussões: São apresentados os resultados obtidos, as análises críticas destes e comparações com a literatura.

Capítulo 6 – Considerações Finais: Neste capítulo são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

### 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

A fundação teórica foi dividida em três capítulos, o primeiro capítulo pretende expor as bases teóricas relevantes ao estudo da caracterização da estrutura esbelta e mecânica vibratória. No capítulo dois é apresentado o embasamento teórico sobre a instrumentação e caracterização dos equipamentos utilizados. O capítulo três desenvolve a base teórica dos métodos numéricos pertinentes.

#### 2.1 Dinâmica Estrutural

No caso de aerogeradores as excitações dinâmicas, em geral, são devido a carregamentos referentes a força dos ventos. Estes carregamentos incidem em suas pás e estrutura induzindo vibrações, essas excitações apresentam comportamento aleatório e requerem estudos mais detalhados. Segundo Puglia (2009), apesar de existirem normas que consideram carregamentos estáticos equivalentes, abre-se um novo horizonte ao partir de análises experimentais "in situ", possibilitando maior compreensão e caracterização do sistema dinâmico por região do país.

Para que a modelagem matemática aplicada seja capaz de simular os comportamentos dinâmicos do sistema, torna-se necessário a correta caracterização do sistema a ser estudado, segundo Trivelato (2003) o primeiro aspecto relevante é verificar se o modelo estudado detêm comportamento linear ou não linear, pois nos sistemas lineares é possível fazer uso do princípio da superposição, a figura 3 exemplifica a classificação dos modelos matemáticos.



Figura 3- Classificação dos sistemas de modelos matemáticos.

Fonte: Imagem modificada e retirada de (TAKAHASHI, RABINS e AUSLANDER, 1970).

O sistema linear também conhecido como sistema ideal, segundo Cortelini (2014) é aquele cuja excitação influencia na dinâmica da estrutura, mas a dinâmica da estrutura não interfere no atuador, nestes casos, a excitação é geralmente descrita como uma função do tempo. Em casos onde a dinâmica da estrutura influencia na dinâmica do atuador, torna-se difícil o conhecimento da excitação inicial. Nestes casos o sistema é classificado como não linear, requerendo que as equações referentes as excitações sejam integradas em conjunto com as equações governantes de movimento.

Conforme Trivelato (2003) um sistema é classificado contínuo, quando suas variáveis mudam no tempo, mesmo que estas apresentem comportamento intermitente.

Segundo Villate (2007), sistemas discretos são sistemas em que as variáveis de estado mudam somente em alguns intervalos de tempo  $\{t_0, t_1, t_2, ...\}$ , ou seja, no intervalo entre dois instantes o estado permanece constante, e podem ser definidos por uma variável  $\{y_0, y_1, y_2, ...\}$ , observa-se que a maior parte de sinais em tempo discreto resultam da amostragem de sinais em tempo contínuo.

#### 2.1.1 Modelagem Matemática

A modelagem matemática deve conter todos os aspectos relevantes do sistema com o propósito de determinar as equações governantes e o comportamento do sistema.

Baseado nas características da estrutura, como: rigidez (k), massa (m) e amortecimento (c), é possível através da equação (1) obter as características inerentes de cada modelo.

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \tag{1}$$

As equações de equilíbrio dinâmico podem ser obtidas de forma continua ou discreta no tempo.

Onde:

- *x*: Representa o vetor aceleração;
- $\dot{x}$ : Representa o vetor velocidade;
- *x*: Representa o vetor deslocamento;

#### 2.1.2 Análise Modal

Consiste na análise da estrutura submetida a uma excitação. A identificação das frequências naturais de vibração do sistema proposto é possível, adotando-se uma análise do modelo submetido a vibração livre. Nessas condições as equações referentes ao comportamento dinâmico apresentam-se em uma forma mais simplificada.

A análise modal numérica, consiste no cálculo numérico dos parâmetros modais da estrutura, atualmente contamos com softwares CAE que executam esta análise através de modelos em elementos finitos. Já a análise modal experimental trata da determinação de frequências naturais, formas modais, e fatores de amortecimento por meio de ensaios de vibração (RAO, 2008), ou seja, pode ser obtida através de sinais mensurados nos domínios do tempo ou da frequência, após seu devido processamento e manipulação dos dados.

A obtenção das frequências naturais e os modos de vibração da estrutura pode ser realizada através das equações de equilíbrio dinâmico simplificadas e da análise modal, ou seja, num sistema livre e sem amortecimento. A equação (2) é governante do equilíbrio dinâmico:

$$M\ddot{x} + Kx = 0 \tag{2}$$

É comum na análise modal, as equações de equilíbrio dinâmico serem substituídas por matrizes e por vetores de n graus de liberdade. Sendo M a matriz diagonal quadrada nxn graus de liberdade da massa, que para um sistema discreto pode ser expresso da seguinte forma:

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & M_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & M_{nn} \end{pmatrix}$$
(3)

A matriz rigidez (K), representa a rigidez elástica do sistema estudado, também é apresentada como matriz quadrada nxn, e pode ser descrita através do índice de Newton  $K_{ij}$ , e determinada ao se medir a força resultante em *i* ao se impor um deslocamento unitário *j*, que é descrito seguinte forma:

$$K = \begin{pmatrix} k_{11} & K_{12} & \cdots & k_{1n} \\ k_{21} & k_{22} & \dots & k_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{1n} & k_{2n} & \cdots & k_{nn} \end{pmatrix}$$
(4)

De forma análoga em sistemas com amortecimento pode-se representar também a matriz amortecimento (C). Ao impor uma velocidade unitária ao sistema, permite determinar os valores de  $C_{ij}$ ,

O deslocamento unitário é descrito na forma de vetor com dimensão  $n \ x \ 1$  e pode ser representado através da seguinte equação (5), e derivando esta equação obtém-se a equação (6) da velocidade unitária, que por sua vez, sua derivada resulta na equação (7) da aceleração:

$$\vec{x}(t) = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} sen(\omega_{nn}t + \phi)$$
(5)

$$\vec{x}(t) = \omega_{nn} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} cos(\omega_{nn}t + \phi)$$
(6)

$$\vec{x}(t) = -\omega_{nn}^2 \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} sen(\omega_{nn}t + \phi)$$
(7)

Pode-se representar o vetor deslocamento:  $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$  como { $\varphi$ }, logo aplicando as equações

(5) e (7) na equação do movimento (2), obtém-se:

$$-\omega_{nn}M\overrightarrow{\varphi_n}sen(\omega_{nn}t+\phi) + K\overrightarrow{\varphi_n}sen(\omega_{nn}t+\phi) = 0$$
(8)

Como sen $(\omega_{nn}t+\phi) \notin \neq 0$  para todo o tempo, pode-se dividir a equação (8), que resulta em:

$$(-\omega_{nn}^2 M + K)\overline{\varphi_n} = 0 \tag{9}$$

Para se obter a solução não trivial do sistema, deve-se ter:

$$\det[-\omega_{nn}^2 M + K] = 0 \tag{10}$$

Conhecida como equação de frequências do sistema, que é uma equação algébrica de n ésimo grau de liberdade. Multiplicando-se a equação (11) pela matriz inversa da massa, resultando na seguinte expressão:

$$|-\omega_{nn}^2 I + A| = 0$$
 (11)

Onde a matriz dinâmica é definida como:

$$A = M^{-1}K \tag{12}$$

Assumindo  $\lambda = \omega^2_{nn}$  a expressão pode ser representada por:

$$|\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}| = 0 \tag{13}$$

Observa-se que o sistema dinâmico formado pelas matrizes de Massa e Rigidez pode vibrar de maneira livre em um ou mais módulos vibratórios. Pois para cada frequência natural, haverá um  $\varphi_i$  que caracteriza um módulo vibratório para essa frequência. Logo os  $\omega_{nn}$  são as frequências em que o sistema pode vibrar na ausência de uma fonte excitadora.

Pode-se agrupar os módulos vibratórios de um sistema em uma matriz, que é conhecida como Matriz Modal  $\Phi$ , descrita na equação (14) onde as frequências circulares naturais ( $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$ , ...,  $\omega_n$ ) são proporcionais aos autovalores e os modos de vibração para cada frequência natural são os autovetores do sistema.

$$\left[\boldsymbol{\Phi}\right]_{\mathbf{n}*\mathbf{n}} = \left[\overrightarrow{\varphi_1}, \overrightarrow{\varphi_2}, \overrightarrow{\varphi_3}, \dots, \overrightarrow{\varphi_n}\right] \tag{14}$$

#### 2.1.3 Domínio do Tempo

A análise no domínio do tempo permite representar a forma de onda em função de sinais obtidos de instante a instante. A partir do sinal determina-se algumas características da estrutura que não são visíveis no domínio da frequência, como a ocorrência de impactos e sua taxa de repetição.

Quando a fonte de excitação apresentar o movimento oscilatório não periódico, o sistema estará sujeito a ocorrência de fenômenos quase periódicos ou transitórios. Denota um padrão de repetição formal, os quais são analisados ao se observar a existência de um histórico temporal.

Uma alternativa de solução conforme Hugo (2008) é assumir um conjunto de valores dependentes do tempo, que não possa ser obtido através de uma relação matemática explicita. Algumas das medidas que podem ser quantificadas no domínio do tempo são: Valor médio ( $X_m$ ), Valor eficaz ( $X_{RMS}$ ), Fator de crista (Fc) e Fator de forma (Ff), que estão descritas respectivamente pelas equações (15), (16), (17) e (18).

$$X_m = \frac{1^T}{T_0} * |x(t)| dt$$
 (15)

$$X_{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{i=0}^{N-1} x_i^2}{N}}$$
(16)

$$Fc = \frac{X_{pico}}{X_{RMS}}$$
(17)

$$Ff = \frac{X_{RMS}}{X_m} \tag{18}$$

Segundo Sequeira (2012) o valor eficaz da amplitude, equação (16) é o valor de maior relevância na determinação da amplitude de vibração, pois está diretamente relacionado a energia contida na vibração e com sua evolução do sinal no tempo. Para se obter o valor eficaz, deve-se conhecer o período de amostragem do sinal obtido em um determinado tempo e número de pontos (N). Segundo Harris (1977) o intervalo de tempo das amostragens depende da frequência e do número de pontos obtidos pelo equipamento.

#### 2.1.4 Domínio da Frequência

A análise no domínio da frequência é utilizada para determinar o estado de resposta permanente da estrutura linear sobre a ação de qualquer carregamento no domínio do tempo, ou seja, esta análise no domínio da frequência separa a energia do espectro do sinal em bandas de frequência, a figura 4 ilustra o sinal no domínio da frequência decorrência da gama de sinais no domínio do tempo.

Figura 4- Esquematização sinal no domínio da frequência em vermelho e sinais no domínio do tempo em azul.



Fonte: Imagem modificada e retirada de (BARBOSA, 2013).

Quando a estrutura é submetida a uma excitação periódica, semi periódica ou cíclica, esta tende a vibrar com a mesma frequência de excitação. A análise no domínio da frequência nos permite constatar o comportamento dinâmico da estrutura, visto que a fase ( $\Psi$ ) da resposta muda 180° quando a frequência excitadora passa pela frequência natural da estrutura, e a fase é 90° quando a estrutura estiver em ressonância. Partindo da equação geral do movimento, temos:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F^a \tag{19}$$

A equação diferencial linear não homogênea de segunda ordem acima pode ser resolvida ao se obter a função complementar homogênea e a solução particular do estado permanente de mesma frequência ω da força de excitação. A solução complementar, neste caso, pode ser obtida considerando uma vibração livre amortecida. A solução genérica particular é descrita pela equação (20).

$$x_p = \{Xe^{i\phi}\}e^{i\Omega t} \tag{20}$$

O valor da amplitude (X) de oscilação e da fase podem variar em cada grau de liberdade da estrutura. Aplicando conceitos da formula de Euler, pode-se apresentar a solução da equação de forma mais eficiente, ou seja:

$$\{x_p\} = \{X(\cos\phi + i sen\phi)\}e^{i\Omega t}$$
(21)

$$\{F\} = \{(F_{max} e^{i\Psi})\}e^{i\Omega t}$$
(22)

$$\{F\} = \{F_{max}(cos\Psi + isen\Psi)\}e^{i\Omega t}$$
(23)

Onde  $F_{max}$  é a amplitude da força máxima,  $\Psi$  é o ângulo de fase,  $\Omega$  é a velocidade angular da fonte excitadora, t é o tempo.

Ambas as equações (21) e (22) podem ser representadas como:

$$\{x_p\} = (x_1 + i\{x_2\})e^{i\Omega t}$$
(24)

$$\{F\} = (F_1 + i\{F_2\})e^{i\Omega t}$$
(25)

Substituindo as equações (24) e (25) na equação (19) e simplificando o fator  $e^{i\Omega t}$ , presente em ambos os lados da equação, esta resulta na equação (26).

$$(-\Omega^{2}[M] + i\Omega[C] + [K])(\{x_{1} + i\{x_{2}\}) = (F_{1} + i\{F_{2}\})$$
(26)

Assumindo uma excitação harmônica de frequência  $\Omega$  pode-se determinar o vetor de deslocamento complexo do sistema. Computacionalmente a técnica no domínio da frequência é baseada em conceitos da Transformada de Fourier e implementada neste trabalho em forma de algoritmo como FFT.

A Transformada de Fourier tem como objetivo o tratamento do sinal no domínio do tempo, obtendo o espectro de frequências e suas respectivas amplitudes presentes nos sinais simples ou complexos mensurados (SEQUEIRA, 2012).

Estruturas submetidas a carregamentos não determinísticos, são classificadas pelo histórico temporal do carregamento, portanto, deve-se analisar a densidade espectral de potência (PSD). A densidade espectral de potência quantifica a potência de um sinal "aleatório" em uma banda de frequências. Calcula-se o PSD através da razão entre o quadrado da aceleração eficaz e o alcance das faixas de frequência, este conteúdo de frequências presente

em um histórico temporal (espectro) é obtido através da análise estatística e pode ser utilizado como carregamento de vibração aleatória (ANSYS, INC., 2016).

#### 2.1.5 Vibração Livre Amortecida

Quando a estrutura está submetida ao amortecimento viscoso, este dissipa as amplitudes de vibração até que a estrutura volte ao repouso. Este efeito é conhecido como lei exponencial onde ocorre um decaimento das oscilações, a figura 5 ilustra o comportamento de molas submetidas a esse regime.

Sistema determinístico pode ser caracterizado conforme Rao (2008) se o amortecimento no sistema dado não for conhecido, pode-se determina-lo via métodos experimentais medindo dois deslocamentos consecutivos x1 e x2. Tomando o logaritmo natural da razão de amplitudes entre  $x_1$  e  $x_2$ , obtém-se o decremento logarítmico ( $\delta$ ).



Figura 5- Vibração subamortecida (c<cc) com decaimento exponencial.

Fonte: Imagem adaptada de (RAO, 2008).

Na figura 4 a curva tracejada representa o decaimento devido ao amortecimento vistoso, ao aplicar os fenômenos vibratórios aos limites desta curva obtém-se a equação (27)

$$x(t) = Xe^{-\zeta\omega_n t} * \cos(\omega_d t + \phi_0) \tag{27}$$

Onde:

- X: Representa a Amplitude máxima inicial;
- $\zeta$ : Representa o Coeficiente de amortecimento adimensional;
- $\phi_0$ : Representa o ângulo de fase inicial;

Segundo RAO (2008) o decremento logarítmico ( $\delta$ ) representa a taxa de redução de amplitude, que por definição é o logarítmico natural entre a razão de duas amplitudes sucessivas é dado pela equação (28).

$$\delta = \ln \frac{x_1}{x_2} = \zeta \omega_n t_d \tag{28}$$

Onde:

- x<sub>1</sub> e x<sub>2</sub>: Representam amplitudes consecutivas;
- $\omega_n$ : Representa a frequência natural circular;
- *t<sub>d</sub>*: Representa o período de oscilação amortecido;

#### 2.1.6 Análise Implícita

Através deste método pode-se condicionar a equação do movimento em esquemas de integração implícita, através da expressão da velocidade e aceleração em incrementos no tempo (t+Δt) descritas nas equações (29) e (30) respectivamente:

$$\dot{x}_{t+\Delta t} = \dot{x}_t + \left[ (1 - \delta) \ddot{x}_t + \delta x_{t+\Delta t}^{"} \right] \Delta t$$
<sup>(29)</sup>

$$\dot{x}_{t+\Delta t} = \dot{x}_t + \dot{x}_t \Delta t + \left[ \left[ \frac{1}{2} - \alpha \right] \ddot{x}_t + \alpha \ddot{x}_t + \Delta t \right] \Delta t^2$$
(30)

Aplicando as equações (29) e (30) na equação do movimento e trabalhando algebricamente, obtém-se:

$$\left\{ \frac{1}{\alpha \Delta t} M + \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{\delta}{\alpha} - 2 \right) C + K \right\} x_{t+\Delta t}$$

$$= F_{t+\Delta t} + M \left( \frac{1}{\alpha \Delta t^2} x_t + \frac{\delta}{\alpha \Delta t} \dot{x}_t + \frac{1}{\alpha \Delta t} \dot{x}_t \right)$$

$$+ C \left\{ \frac{\Delta t}{2} \left( \frac{\delta}{\alpha} - 2 \right) \dot{x}_t + \Delta t (1-\delta) \dot{x}_t + \delta \Delta t x_t \right\}$$
(31)

Neste método cada iteração da análise demanda a solução simultânea das equações dos elementos do problema (HIBBIT et al., 1995, apud PUGLIA, 2009)

#### 2.1.7 Análise Explícita

O procedimento mais eficiente dentre as metodologias explicitas é o de Diferenças Centrais. Onde as acelerações e velocidades são obtidas no tempo (t), sem a necessidade de "estimar o tempo futuro" como em metodologias implícitas. Obtém-se a aceleração e a velocidade pelas equações (32) e (33) respectivamente.

$$\{\ddot{x}_t\} = \frac{1}{\Delta t^2} (\{x_{t+\Delta t}\} - 2\{x_t\} + \{x_{t+\Delta t}\}$$
(32)

$$\{\dot{x}_t\} = \frac{1}{2\Delta t} \left( -\{x_{t+\Delta t}\} + \{x_{t-\Delta t}\}\right)$$
(33)

Ao substituir as equações (32) e (33) na equação do movimento (1) e após manipulação algébrica, obtém-se:

$$\left(\frac{1}{\Delta t^{2}}[M] + \frac{1}{2\Delta t}[C]\right)\{x_{t+\Delta t}\}$$

$$= \{f_{t}\} - \left([K] - \frac{2}{\Delta t^{2}}[M]\right)\{u_{t}\} - \left(\frac{1}{\Delta t^{2}}[M] - \frac{1}{2\Delta t}[C]\{x_{t+\Delta t}\}\right)$$
((34)

Assim os deslocamentos calculados nos tempos  $(t+\Delta t)$  são obtidos dos valores presente e passado conhecidos do sistema. Como critério de estabilidade, determina-se um  $\Delta t$  mínimo, que para sistemas lineares pode ser aproximado pela equação (35).

$$\Delta t_{crit} \le \frac{2}{\omega_{max}} \tag{35}$$

Onde  $\Delta t_{crit}$  é o intervalo de tempo crítico para a estabilidade do sistema, e  $\omega_{max}$  é a frequência natural mais alta obtida.

#### 2.2 Instrumentação

A necessidade de testes de vibrações e caracterizações dinâmicas para modelagem de protótipos tem crescido na indústria. Esta demanda se refere também a analise modal ou analise experimental modal. Segundo Inman (2000) o entendimento de testes modais requer conhecimento de muitas áreas. Incluindo instrumentação, processamento de sinais, estimação de parâmetros e analises de vibrações.

Os hardwares de captação de sinais mudaram consideravelmente na última década e continuam mudando rapidamente, em consequência do avanço no espaço de estados e tecnológico dos computadores.

O acelerômetro é um dispositivo utilizado para mesurar as acelerações nas estruturas, suas formas construtivas podem variar. Os acelerômetros utilizados neste trabalho foram os do tipo capacitivos, os quais podem ser comparados a um elemento com uma membrana engastada em seu centro, esta possui rigidez a flexão e uma região com massa distribuída conforme descrito na figura 6.



Figura 6- Esquema de um acelerômetro capacitivo.

Fonte: Imagem retirada de (PUGLIA, 2009).

Essa membrana está localizada entre duas placas de eletrodos quando o elemento é acelerado, uma força inercia é gerada na massa nas extremidades da membrana, esta força então produz um deslocamento que segundo a segunda lei de Newton pode ser descrito pela equação (36).

$$X = \frac{F}{k} \tag{36}$$

Esse movimento relativo entre a membrana e as placas de eletrodos, geram uma alteração na capacitância do acelerômetro, segundo equações (37) e (38) e descritas na figura 7.

$$C_{e1} = \frac{A\varepsilon}{(d+X)} \tag{37}$$

$$C_{e2} = \frac{A\varepsilon}{(d-X)} \tag{38}$$

Onde:

- A: área superficial do eletrodo.
- E: permissividade do ar.
- d: distância inicial entre o eletrodo e a membrana sem forças externas.
- X: amplitude de deslocamento da massa

Figura 7- Esquema e acelerômetro capacitivo submetido a uma força de inercia.



Fonte: Imagem modificada de (PUGLIA, 2009).

## **3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Este capítulo busca apresentar alguns trabalhos relevantes realizados no contexto da dinâmica estrutural, demonstrando a importância da realização de estudos nesta área. Pode-se observar que os carregamentos dinâmicos estão presentes nos diversos tipos de estruturas e são decorrentes de diversos tipos de fontes de excitação e intensidades de carregamentos.

Menin (2002), realizou um estudo sobre o comportamento estático e dinâmico de torres metálicas estaiadas submetidas à carregamentos de vento, após a análise modal da estrutura realizou simulações segundo método de Monte Carlo com a finalidade de computar o efeito de rajada de vento.

Trein (2005), realizou um estudo e modelagem da dinâmica equivalente de edifícios altos submetidos à ação do vento, buscando uma maior eficiência, segurança e menores custos de produção.

Meireles (2007), realizou um desenvolvimento de um programa que de forma automática modifica parâmetros iniciais dos ensaios, e com auxílio de ferramentas de otimização aplica uma metodologia de melhoramento de modelos numéricos de elementos finitos com ênfase na dinâmica estrutural.

Puglia (2009), propôs a análise de alguns aspectos no estudo de torres estaiadas, destacando os carregamentos característicos locais de tormentas TS e EPS com o objetivo de prever piores cenários. O objeto do estudo foi uma torre treliçada estaiada localizada na Universidade de Passo Fundo, onde a partir da instrumentação obteve-se dados experimentais que permitiram obter modelos coerentes de análise numérica, da resposta da torre e modelo satisfatório da influência na forma de considerar as imperfeiçoes geométricas do modelo.

Dellezzopolles junior (2011), realizou um estudo de análise dinâmica de torres de energia eólica, propôs a modelagem do corpo da torre como uma estrutura única metálica uniforme, engastada de seção transversal circular e momento de inercia constante, considerou o compartimento narcelle como sendo uma massa concentrada no topo da viga. Utilizou a teoria Euler-Bernoulli no acoplamento da torre com o aerogerador e realizou uma análise não linear baseado no método variacional de Hamilton.

Sequeira (2012), realizou o estudo da análise de vibrações como ferramenta para a melhoria da manutenção em aerogeradores, com o objetivo de analisar e compreender as vibrações transmitidas, identificando as principais fontes de excitação e o comportamento das estruturas à fadiga de modo a otimizar a manutenção destes equipamentos.

Chiesa e Bottega (2014), investigaram as vibrações que ocorrem na torre de um aerogerador submetido a carregamento harmônico, discretizando a torre através do método de elementos finitos.

Cortelini (2014), realizou a modelagem de uma torre de aerogerador como uma estrutura de pendulo invertido engastado, submetido a uma força excitadora proveniente de um motor de massa desbalanceada fixado em seu topo, propôs então o controle das vibrações de uma torre eólica utilizando amortecedor magneto reológico de coluna liquida sintonizada.

#### 3.1 Energia Eólica no Brasil

Segundo Melo (2014), a matriz eólica consolidou-se em 2011, onde obteve grande destaque nos três leilões energéticos efetuados neste ano, totalizando 2,905 GW superando as expectativas de 2 GW esperados pelo mercado. Durante os anos seguintes, mais 8 leilões foram contratados, obtendo 12 GW em novos projetos, que deverão até 2018 elevar a capacidade de geração para 14,3 GW. Atualmente o Brasil conta com 410 usinas eólicas em funcionamento, com uma capacidade instalada de 10,26 GW, que correspondem a uma redução de 17 650 000 (T/ano) CO<sub>2</sub>.

O Brasil possui fatores únicos, que tornam possível o melhor desempenho de aerogeradores, quando comparados a indústria europeia. E Segundo Melo (2010), estima-se que o potencial eólico brasileiro beira os 300 GW, contando com potenciais eólicos de alta qualidade no Nordeste e sul do país. As especificidades dos ventos brasileiros tornam o mercado brasileiro extremamente competitivo e atraente para investidores externos.

Atualmente a matriz energética brasileira é bem diversificada, com predominância na energia proveniente de baixa emissão de carbono, figura 8.



Figura 8- Matriz Energética, maio de 2016.

Geradores eólicos, tal como o nome sugere, são maquinas que convertem a energia cinética do vento em energia elétrica. As forças do vento empurram as pás, promovendo rotação do rotor, que por sua vez transmite o movimento para o eixo. A energia eólica é convertida em energia mecânica através dos movimentos supracitados e posteriormente convertida em energia elétrica através geralmente de grandes bobinas, ou em alguns casos, com imãs permanentes acoplados diretamente no rotor.

Os principais elementos de um gerador eólico estão esquematizados na figura 9, e o esquema de todos os componentes de uma torre eólica estão presentes na figura 10.



Figura 9- Principais elementos de um aero gerador.

Fonte: Imagem retirada de Barros eletromotores.

Fonte: Imagem retirada de (PEDROSA, 2016)


Figura 10- Totalidade dos elementos que compõem um aero gerador.

As funções dos elementos que constituem a torre são:

- Cobertura Narcelle: elemento instalado no alto da torre com finalidade de promover proteção e minimizar efeitos aerodinâmicos sobre a estrutura. É composto por caixa multiplicadora, chassis, sistema de guinada, sistema de controle eletrônico e sistema hidráulico;
- Sistema de controle: Sistema de controle elétrico, tem a função de manter a estabilidade da energia gerada;
- Sistema de guinada: Tem a finalidade de mover o aerogerador de forma que este sempre esteja na direção do vento;
- Eixo: Transmitir movimento mecânico gerado pelo rotor, para o trem de acionamento.
- Rotor: Conjunto rotor e pás, tem a finalidade transformar energia cinética do vento em energia mecânica;
- Controle: Tem a finalidade de, através de sensores como anemômetros, determinar a direção do vento e acionar o sistema de guinada;
- Trem de acionamento: Conjunto de mecanismos com a finalidade de possibilitar a conversão de energia mecânica para energia elétrica com o maior desempenho possível, em muitos casos detêm uma caixa de velocidades;
- Gerador: Dispositivo que converte efetivamente a energia mecânica em energia elétrica;
- Torre: Elemento estrutural esbelto, com a finalidade de suportar carregamentos estáticos e dinâmicos;
- Fundação: Alicerce da estrutura;

#### **4 METODOLOGIA**

Este capítulo apresenta os parâmetros adotados na realização do experimental, tratamento dos sinais, modelagem numérica, calibragem e validação dos modelos.

# 4.1 Caracterização da Estrutura

Iniciou-se o trabalho pela caracterização da estrutura e das propriedades intrínsecas do material, estas propriedades estão apresentadas na Tabela 1.

Definição dos parâmetros	Nomenclatura	Valor	Unidades	
Material	Aço ABNT 1045	-	-	
Densidade	ρ	7860	kg/m <sup>3</sup>	
Modulo de Young	Е	200	GPa	
Largura da haste	d <sub>c</sub>	0,01	m	
Altura da torre	Lc	1,16	m	
Massa torre	m <sub>c</sub>	0,9196	kg	
Rigidez	Kteórico	320	N/m	
Inercia de barra delgada (torre)	Ic	8,3e-10	$\mathrm{m}^4$	
Aceleração da gravidade	g	9,81	m/s <sup>2</sup>	
Inercia de massa do motor	Im	0,0163	kg/m <sup>2</sup>	
Massa Concentrada (motor)	m <sub>m</sub>	1,5	kg	

Tabela 1- Parâmetros intrínsecos teóricos da geometria e do material dos componentes do modelo experimental.

Onde a massa da torre é estimada através da relação da densidade do aço 1045 com o volume do modelo experimental, equação (39). A rigidez equivalente teórica é obtida pela característica de viga em balanço com carga na extremidade, equação (40).

$$m_c = ((d_c)^2 * L_c) * \rho$$
(39)

$$K_{teórico} = \frac{3EI_c}{L_c^3} \tag{40}$$

# 4.2 Implementação dos Acelerômetros

O hardware de captura utilizado foi o PHOTON<sup>TM</sup> Sistema de Análise de Sinais Dinâmicos mostrado na figura 11. O equipamento permite que através de um computador comum, uma análise em tempo real de vibrações e ruídos, condicionando o sinal através de amplificadores e filtros para posterior análise.



Figura 11- Hardware de captação de sinais.

Fonte: Imagem retirada do catálogo da Brüel & Kjaer.

A figura 12 apresenta o acelerômetro capacitivo utilizado, fabricado pela empresa PCB Piezotronics, Inc.



A estrutura é de seção transversal quadrada, os acelerômetros foram instalados simetricamente nos eixos (x) e (y) na região que apresenta os maiores deslocamentos, como descrito na figura 13.



Figura 13- Esquematização torre experimental.

A alimentação dos acelerômetros é através de uma corrente contínua de 1V proveniente da placa de aquisição. A figura 14 demonstra a posição em que foram fixados.



Figura 14- Acelerômetro conectado a torre.

Para excitar os acelerômetros foi utilizado três procedimentos diferentes, com a finalidade de se comparar e determinar a melhor metodologia, os procedimentos estão listados baixo e descritos na figura 15.

- 1. Impacto no motor acima da posição dos acelerômetros.
- 2. Impacto na torre logo abaixo da posição dos acelerômetros.
- 3. Oscilação livre após aplicar flexão no topo da torre, sem choques.

Figura 15- Procedimentos de excitação da estrutura para o regime de vibração livre.



Os sinais foram obtidos no domínio do tempo, alguns parâmetros relevantes de aquisição estão descritos na Tabela 2.

Tabela	2- Pa	rametros	de	hardware.	

Parâmetros			
Frequência de aquisição	8192 Hz		
Nº de Pontos	131072		
Nº de Linhas de Frequência	51200		
Tipo de Janela	Hanning		

A alta frequência de aquisição permite obter sinais mais detalhados, evitando a perda de dados. Foram capturados sinais no domínio do tempo da torre em regime de vibração livre, vibração forçada através do motor de corrente contínua, e do motor fixo em uma base rígida.

## 4.3 Vibração Livre

Foram obtidos sinais da resposta da estrutura submetida à vibração livre, para os três procedimentos propostos, as figuras 16 e 17 apresentam respectivamente o sinal sendo capturado e o registro obtido pelos acelerômetros. A figura 18 apresenta o registro obtido através do procedimento (2).



Figura 16- Aquisição e gravação de Sinal de vibração.

Figura 17- Vista do sinal obtido a partir do procedimento (1).





Figura 18- Vista do sinal obtido a partir do procedimento (2).

O terceiro sinal obtido pode ser observado na figura 19, devido a fonte mais suave de excitação descreve um comportamento típico de vibração livre amortecida.



Figura 19-Vista do sinal mensurado, da oscilação devido a flexão da torre.

Apesar do software de captação já conter transformada de Fourier em suas funcionalidades, optou-se por implementar um algoritmo através do software MATLAB® e utilizar o software de captação como forma de validação dos dados. Esses sinais foram convertidos para arquivos ASCII para posterior analise.

A aplicação de algoritmos de FFT permite segundo Constantino e Silva (1999) obter a intensidade de cada frequência de vibração presente em certa função periódica. Este método necessita, em geral, de sinais em regime permanente, ou seja, deve-se aplicar aos pontos após o impacto para evitar erros de aquisição. Após a aplicação da FFT observou-se comportamentos similares no domínio da frequência para os sinais obtidos pelos procedimentos (1) e (2), porém constatou-se sobrecarga na aquisição. Adotou-se a metodologia de aquisição do procedimento

(3) buscando evitar o erro por sobrecarga dos acelerômetros devido ao impacto, e consequentemente perda de aquisição de dados, uma vez que é perceptível a ocorrência deste erro nas figuras 17 e 18.

# 4.4 Caracterização do Motor de Corrente Contínua

Obteve-se com auxílio de um tacômetro digital a curva característica da resposta do motor, figura 20. A partir desta curva se elaborou a Tabela 3 com os valores de rpm e frequência para cada intervalo de tensão.



Figura 20- Gráfico da curva característica da resposta devido a variação de Tensão elétrica.

V	RPM	F (Hz)
2	385	6,42
3	675,83	11,26
4	955	15,92
5	1278,33	21,31
6	1675	27,92
7	1945	32,42
8	2320	38,67
9	2641,67	44,03
10	3073,33	51,22
11	3397,5	56,63
12	3630	60,5

Tabela 3- Valores experimentais característicos do motor.

Ao analisar o motor fixo em uma base rígida, foi aplicado o sinal obtido para posterior análise da resposta da torre no modelo numérico.

Para a aquisição dos sinais fixou-se o motor em uma morsa presa à uma furadeira de coluna como mostrado na figura 21. Por se tratar de um equipamento pesado, promove rigidez e permite a aquisição desprezando interações da estrutura sobre o motor.



Figura 21- Motor submetido à base rígida.

## 4.5 Vibração Forçada

A figura 22 demonstra a torre submetida ao ensaio de vibração forçada. A metodologia de aquisição de dados, tomou como padrão a variação da tensão de alimentação do motor, de forma a obter sinais nos intervalos apresentados na Tabela 3. O Controle de tensão foi através de uma placa reguladora de tensão com potenciômetro e com o auxílio de um multímetro digital, ilustrados na figura 23.



Figura 22- Torre submetida a vibração forçada.

Figura 23- Equipamentos utilizados para a alimentação controlada de tensão do motor CC.



Através do software de aquisição obteve-se sinais para frequências até 100 Hz, sendo este intervalo de interesse para a análise numérica.

#### 4.6 Analise no Domínio do Tempo

O sinal demonstrado na figura 18 pode ser tratado segundo equacionamentos para um sistema em regime de vibração livre, segundo Ibrahim (1997) apud Júnior (2006) a resposta da vibração livre pode ser aplicada diretamente na identificação dos parâmetros de vibração. A análise deste sinal foi através da implementação dos cálculos em MATLAB buscando agilizar os equacionamentos, o algoritmo está presente no Anexo (A). Obteve-se o decremento logarítmico dos picos destacados na figura 24, pela equação (28). Uma vez que o decremento logarítmico é conhecido, pode-se através de manipulações algébricas da equação (28) obter o fator de amortecimento adimensional.

Através da análise do sinal é possível obter o período de oscilação amortecida ( $T_d$ ) citado na figura 19, e consequentemente através da equação (41) a frequência circular amortecida ( $\omega_d$ ).





$$\omega_{\rm d} = \frac{2\pi}{T_d} \tag{41}$$

Com a frequência amortecida conhecida, determina-se a frequência circular natural ( $\omega_n$ ) do sistema, de forma similar a equação (41) como descrito na equação (42).

$$T = \frac{2\pi}{\omega_n} \tag{42}$$

Com a finalidade de obter o fator adimensional de amortecimento ( $\zeta$ ) do sistema através da equação (43), deve-se primeiro obter a massa equivalente do sistema torre com massa concentrada no topo, essa relação pode ser obtida através da equação (44) característica de uma viga em balanço com uma massa concentrada em sua extremidade.

$$\zeta = \frac{c}{cc} = \frac{c}{2m\omega_n} \tag{43}$$

$$m_{eq} = m_m + 0.23m_c$$
 (44)

É possível também obter a rigidez equivalente da torre a partir dos dados experimentais através da equação (45), que relaciona a massa equivalente característica e a frequência natural experimental.

$$K_{eq} = m_{eq}\omega_n^2 \tag{45}$$

Logo é possível obter o módulo de Young equivalente do material ( $E_{eq}$ ) relacionando a rigidez calculada, visto que, o material pode apresentar descontinuidades e não apresentar o módulo de Young padrão para aços 1045. Através de manipulações algébricas da equação (40), substituindo o k<sub>teórico</sub> e o módulo de Young padrão, obtêm-se a seguinte relação:

$$E_{eq} = \frac{K_{eq}L_c^3}{3I_c} \tag{46}$$

#### 4.7 Modelagem Numérica

Para a modelagem numérica deste trabalho, utilizou-se o software ANSYS®, que realiza analises através do método de elementos finitos. Primeiramente determina-se os parâmetros de pré-processamento, seguido da determinação das soluções desejadas. Selecionou-se para a modelagem da estrutura da torre o elemento BEAM188. Este elemento é baseado na teoria de vigas de Timoshenko, o elemento contém seis graus de liberdade em cada nó, permite

movimentos de translação e rotação nos eixos x, y e z. Sendo este um elemento quadrático 3D como descrito na figura 25.





Fonte: Imagem retirada de (MEIRELES, 2007).

As forças aplicadas descritas no elemento infinitesimal, figura 24b são dadas por  $b_x(t)dV$ ,  $b_y(t)dV$  e  $b_z(t)dV$ , e as forças de inercia no elemento por  $\rho u$  "dV,  $\rho v$ " dV e  $\rho w$ " dV (MEIRELES, 2007). Este elemento assume que a deformação de uma seção transversal é pequena o suficiente para que esta possa ser negligenciada.

Designa-se condição de engaste da conexão entre a torre e a base da estrutura de forma que há restrições de translação e rotações em todas as direções, e aplicou-se uma massa concentrada no topo da torre referente a massa do motor elétrico, ambas condições estão mostradas na figura 26





A calibragem do modelo partiu do ajuste das características do material utilizado na estrutura da torre, através da análise experimental supracitada obteve-se o módulo de Young equivalente da estrutura.

## 4.7.1 Análise Modal

Os "*n*" valores encontrados para as frequências circulares naturais ( $\omega_i$ ), dependem do número de graus de liberdade do sistema. O Ansys associa cada frequência circular natural do sistema com um autovalor, sendo que para cada autovalor existe um autovetor associado ao deslocamento o qual define a forma de vibrar do sistema com uma frequência natural  $\omega_i$ .

## 4.7.2 Análise Harmônica

Neste trabalho optou-se por utilizar o Método da Superposição Modal, pois este método obtém a resposta harmônica combinando os autovetores calculados na análise modal, permitindo aplicar diferentes carregamentos sem que haja desperdício de processamento.

A superposição modal permite desacoplar as equações de movimento lineares, de forma que se torna possível resolver essas "n" equações de um grau de liberdade separadamente, ou seja, é a soma fatorada das formas modais obtidas através da análise modal da resposta da estrutura. O desacoplamento de equações resulta em equacionamentos mais simples, permitindo maior velocidade de resolução.

O modelo de análise harmônica permite estudar a estrutura submetida a diferentes tipos de carregamentos e frequências harmônicas, com a finalidade de avaliar a resposta da estrutura e consequentemente sua estabilidade. Para a análise utiliza-se o intervalo das frequências de interesse de 0 a 70 Hz. Adota-se uma força senoidal de amplitude de 15 N na direção positiva do eixo (x), segundo esquematizado na figura 27. Está metodologia permite obter a resposta da estrutura submetida a excitação em qualquer frequência dentro do intervalo de frequências de interesse supracitadas.



Figura 27- Esquema carregamento unitário harmônico.

# 4.7.3 Vibração Aleatória

Através da implementação dos sinais das densidades espectrais (PSD) para as seguintes tensões elétricas: 3V, 5V, 7V, 9V, 10V e 12V, aplica-se o plugin de análise de vibração aleatória, presente no ANSYS, que permite obter a resposta da estrutura às cargas de vibração de natureza aleatória. As vibrações do motor em base rígida apresentam uma multiplicidade de frequências, possivelmente devido ao desgaste dos componentes internos do motor. Aplica-se o PSD da aceleração no eixo (x) simulando uma vibração aleatória na estrutura, o fluxograma apresentado na figura 28 ilustra o procedimento desta análise.





# **5 RESULTADOS E DISCURSÕES**

Este capítulo foi dividido em resposta da torre submetida à vibração livre, à vibração forçada, resposta do motor em base rígida e respostas em métodos numéricos.

# 5.1 Vibração Livre

Conforme a metodologia, as caracterizações dos parâmetros de vibração livre da estrutura foram obtidas por meio da análise experimental. A calibragem do modelo numérico foi baseada no ajuste do módulo de elasticidade equivalente da estrutura obtido através da equação (46), nesta etapa.

A partir do algoritmo presente no Anexo A calculasse as características apresentadas na Tabela 4

Propriedades caraterísticas	Nomenclatura	omenclatura Valores	
Período amortecido	T <sub>d</sub>	0,82287	S
Frequência circular amortecida	ω <sub>d</sub>	7,635	rad/s
Frequência amortecida	$f_d$	1,215	Hz
Decremento logarítmico	δ	0,0986	-
Razão de amortecimento	ζ	0,0157	-
Frequência circular natural	ω <sub>n</sub>	7,636	rad/s
Frequência natural	$f_n$	1,215	Hz
Período	Т	0,8227	8

Tabela 4- Propriedades características do sistema

Coeficiente de amortecimento crítico	сс	26,14	N.s/m
Coeficiente de		0.41	
amortecimento	С	0,41	N.S/M
Rigidez da	17	00.01	
estrutura	K <sub>eq</sub>	99,81	N/m
Módulo de Young			
(Ajustado)	$E_{ m eq}$	62,56 ×10°	Ра

Por meio da transformada de Fourier e implementação de seu algoritmo, Anexo (A), é possível obter os espectros de frequência. A figura 29 apresenta o espectro obtido segundo o regime de vibração livre amortecida, figura 19. A frequência natural amortecida obtida por meio da análise no domínio da frequência foi 1,25 Hz. Comparando com a frequência natural amortecida obtida por métodos analíticos apresentada na Tabela 4 observa-se certo desvio para um mesmo sinal temporal, atribui-se essa variação a arredondamentos matemáticos presentes nos equacionamentos para o domínio do tempo e no domínio da frequência.



Figura 29- Espectro de frequência da torre, vibração livre.

#### 5.2 Análise Motor Fixo em Base Rígida e Torre em Vibração Forçada

A resposta no domínio do tempo e da frequência obtida para as tensões elétricas aplicadas ao motor CC para vibração forçada da torre e do motor fixo em base rígida estão expostos no Apêndice (A) e (B). Destaca-se os sinais temporais mostrados na figura 30 para análise.



Figura 30- Sinais temporais do motor e da torre em vibração forçada.

Ao analisar o sinal do motor fixo em base rígida para as faixas de tensão de 9V (2641 rpm) e 10V (3073 rpm) mostradas na figura 30, observa-se indícios de uma possível zona de instabilidade do motor ou característica pontual do sistema. A zona de transição parece ter início na tensão de 9V, porém pode ser melhor observada no regime à 10V, essa transição se repete durante o experimento sem que haja variação da tensão de alimentação. Este comportamento é típico do *efeito de Sommerfeld*, que surge quando a velocidade angular do motor coincide com

a região de ressonância resultando em instabilidade do motor. Este efeito comportamento também pode estar associado a irregularidades devido a desgaste das partes internas do motor, sendo necessário um estudo aprofundado.

Correlacionando os sinais obtidos do motor fixo à base rígida com os sinais obtidos da resposta da torre submetida a vibração forçada, pode-se relacionar o sinal da resposta da torre à excitação proveniente do motor. A influência do motor na torre é melhor observada no domínio da frequência, os espetros para os sinais temporais estão descritos na figura 31

Figura 31- Espectros de frequência (FFT). A) MOTOR CC fixo em base rígida; B) Torre esbelta submetida a vibração forçada;



Em um sistema ideal ao aplicar uma excitação em uma estrutura, a resposta desta deve ser de igual frequência que a da fonte de excitação.

Observa-se um desvio dos espectros de frequência obtidos na torre, em comparação com o espectro do motor. Supõem-se que este comportamento esteja relacionado as irregularidades geométricas e físicas presentes na torre, e as forças inerciais decorrentes da massa concentrada no topo da torre, sendo necessário um maior aprofundamento sobre as causas.

A correlação dos sinais permite observar que os espectros advindos do motor em base rígida estão incorporados no espectro da torre, que promove certas amplificações e reduções destas frequências.

A figura 32 permite observar um condensado dos espectros de frequências, na faixa de 0 a 30 Hz, em que o motor trabalha, permitindo uma visão global das frequências de funcionamento do motor.



Figura 32- Visão geral do espectro de frequências do motor.

A figura 33 apresenta o condensado dos espectros de frequência na faixa de 0 á 30 Hz da resposta da estrutura submetida a vibração forçada advinda da rotação da massa do motor.



Figura 33- Visão geral do espectro de frequências da torre submetida a vibração forçada.

Constata-se que a estrutura não apresenta risco de ressonância quando submetida à excitação do motor CC analisado, pois as frequências obtidas não coincidem com as frequências naturais da torre.

A figura 34 apresenta a densidade espectral do sinal da torre submetida a vibração forçada, devido a tensão elétrica de 3V aplicada ao motor de massa desbalanceada. Pode-se extrair o sinal do domínio do tempo deste espectro, a figura 35 apresenta a discretização do sinal complexo do domínio do tempo em sinais simples que o compõem.



Figura 34- Densidade de frequências da torre para tensão de 3V no motor.



Figura 35- Discretização do sinal complexo de vibração para tensão elétrica 3V, amplitude x tempo.

# 5.3 Modelo Numérico

Neste tópico estão expostas as respostas das análises a partir do método de elementos finitos, segundo metodologia supracitada.

#### 5.3.1 Análise Modal

Visto que no espectro de frequências a maior densidade de frequências se encontrou entorno das baixas frequências, optou-se por determinar até quatro modos vibratórios da estrutura, os modos estão apresentados na figura 36.



Figura 36- Análise Modal.

Comparando o valor da frequência natural obtido através da modelagem numérica ajustada com o valor calculado através do experimental, a Tabela 5 apresenta o comparativo dos valores e observa-se através da equação (47) o erro relativo entre os dois valores.

Mátada numárica (fn)	Experimental domínio do	Experimental domínio	
Wietodo numerico (iii)	tempo (fn)	da frequência (fn)	
1,2167 Hz	1,21525 Hz	1,25 Hz	

Tabela 5- Comparativo das frequências naturais

$$\varepsilon_r = (1 - \frac{1,2167}{1.21525}) \cong 0,00119$$
 (47)

Obtém-se um erro relativo de aproximadamente 0,1% do resultado obtido através da modelagem numérica proposta. Pode-se afirmar que a caracterização da estrutura e calibragem do modelo numérico foi realizada com sucesso, permite-se afirmar que a frequência natural da estrutura para o primeiro módulo é entorno de 1 Hz, mais precisamente 1,2 Hz. Isto valida a modelagem numérica, ou seja, está modelagem também corresponde aos demais modos vibratórios da estrutura.

O resultado apresentado para a frequência da primeira forma modal, também foi obtido por Cortelini (2014) por meio de strain gauge e manipulação algébrica. O valor obtido também foi entorno de 1 Hz, validando a análise e calibragem do método numérico realizada neste trabalho.

#### 5.3.2 Análise Harmônica

A resposta no domínio da frequência obtida através da análise harmônica, indica picos nas frequências naturais amortecidas como descrito na figura 37. As respostas dos deslocamentos totais da estrutura apresentado na figura 38 para frequências abaixo e acima da frequência de ressonância, podem ser comparados com a resposta da estrutura para um carregamento harmônico de amplitude 15 N e frequência 1,21 Hz, figura 39.



Figura 37- Resposta a frequência, modelo numérico com cluster.



Figura 38-Resposta da estrutura à carregamento harmônico com frequência de 1Hz e 2 Hz

Figura 39- Estrutura submetida a ressonância na primeira forma modal.



A comparação dos deslocamentos máximos obtidos para as frequências harmônicas de excitação de: 1 Hz, 1,21 Hz e 2 Hz. Percebe-se um significativo aumento da amplitude de

deslocamento da estrutura para a frequência de 1,21 Hz, este aumento acentuado é um indicativo de ressonância do software, logo como pode ser observado estrutura entraria em regime de ressonância na primeira forma modal da estrutura.

A figura 40 apresenta a resposta em frequência da estrutura e sua resposta em fase. Através da resposta da fase pode-se afirmar que quando a frequência de excitação da estrutura passa pela frequência natural desta, ocorre uma mudança de fase de 180° e quando a frequência de excitação coincide com a frequência natural a fase é de 90°.



Figura 40- Resposta da análise harmônica para frequência e fase.

Ao verificar a resposta da estrutura a este carregamento senoidal de 15 N aplicado em frequências distintas. Pode-se afirmar que por mais que este valor indique ressonância na frequência de 15,385 Hz na estrutura, por se tratar de um modo vibratório de alta frequência com um período de vibração de aproximadamente 0,065 s, o deslocamento da estrutura torna-se quase imperceptível devido à baixa amplitude. O fenômeno da ressonância deve promover aumento da amplitude até que haja falha devido a fadiga da estrutura, mesmo em casos em que a excitação não prossegue até o colapso. O fato de ocorrer ressonância e consequentemente ciclagem da estrutura, pode promover danos diminuindo a vida dos componentes, a figura 41 mostra a estrutura submetida a ressonância na segunda forma modal.

Figura 41- Estrutura submetida a ressonância na segunda forma modal, escala de deslocamento ampliado em 14x.



Este modelo numérico possibilita obter a resposta da estrutura a uma excitação de 15 N senoidal em termos de amplitude e modo de vibração para qualquer intervalo de 0 a 70 Hz de frequência. Este valor de 15 N foi arbitrado, podendo ser alterado para qualquer carregamento desejado.

#### 5.3.3 Excitação de Base

O espectro de frequências obtidos do experimental do motor fixo em base rígida foi tratado para obter a função de densidade espectral de potência (PSD), que mostra a energia contida em um espectro como uma função da frequência, ou seja, destaca quais frequências apresentam maior energia. A PSD foi aplicada na base da torre como fonte de excitação aleatória.

A resposta da estrutura em deslocamento horizontal quando submetida à excitação de base (PSD), devido à tensão elétrica de 3V está mostrada na figura 42.

# Figura 42- Resposta em deslocamento à PSD de aceleração do sinal motor CC em base rígida para 676 rpm.



A resposta da estrutura submetida à excitação de base (PSD), devido a tensão de 5V está descrita na figura 43. Apresenta um crescimento na amplitude de deslocamento quando comparado com o regime de funcionamento anterior.

Figura 43- Resposta em deslocamento à PSD de aceleração do sinal motor CC em base rígida para 1078 rpm.



A resposta da estrutura submetida à excitação de base (PSD), devido a tensão de 7V está descrita na figura 44. O resultado indica um padrão do aumento da amplitude de deslocamento da torre em decorrência do aumento da tensão de alimentação, ou seja, do aumento da rotação do motor.



Figura 44- Resposta em deslocamento à PSD de aceleração do sinal motor CC em base rígida para 1945 rpm.

A resposta da estrutura submetida à excitação de base (PSD, devido a tensão de 9V está descrita na figura 45. O resultado obtido destoa dos demais, indicando uma possível não linearidade no comportamento do motor CC.





A resposta da estrutura submetida à excitação de base (PSD, devido a tensão de 10V está descrita na figura 46. O resultado obtido apresenta um desvio do esperado, indicando uma possível não linearidade no comportamento do motor CC como observado para o regime de 2642 rpm.





A resposta da estrutura submetida à excitação de base (PSD), devido a tensão de 12V está descrita na figura 47. A resposta retorna para a faixa esperada, ocorrendo um aumento de amplitude de deslocamento da torre superior as demais mensuradas.

Figura 47- Resposta em deslocamento à PSD de aceleração do sinal motor CC em base rígida para 3630 rpm.



Os valores são condizentes com os deslocamentos observados "in situ". Porém por se tratar de um motor CC de ventilação de automóvel encontrado em sucata, seu regime de operação pode variar em decorrência de folgas internas e de sua temperatura. Observa-se um início de queda no ganho de amplitude ao se aplicar a tensão de 9V, que é intensificada na tensão de 10V, esta queda pode ser decorrente destas folgas, ou de uma zona de instabilidade do motor. Esta instabilidade foi observada durante as análises no domínio do tempo e frequência apresentados nas etapas anteriores. A figura 48 apresenta o gráfico de dispersão dos valores de amplitude máximas de deslocamento da torre, obtidos através da excitação de base.



Figura 48-Gráfico da dispersão dos deslocamentos máximos obtidos via análise de PSD.

Outro aspecto que pode ser analisado é a deformação elástica da estrutura. As respostas de deformações elásticas podem ser verificadas através da implementação de strain gauge. Permitindo a verificação da resposta da estrutura submetida a diferentes carregamentos, as simulações de deformação elástica estão no Apêndice (C), suas respostas máximas em função da tensão elétrica dos sinais PSD impostos estão descritas na Tabela 6.

Tensão (V)	3	5	7	9	12
Deformação					
Elástica Máxima (m/m)	0,0013904	0,0044	0,0048405	0,0036933	0,0053467

Tabela 6- Valores de deformação elástica máxima.

Pode-se através de strain gauge caracterizar a estrutura, sendo esta metodologia aplicada por Cortelini (2014) em seu trabalho, onde o objeto de estudo também foi a torre esbelta deste trabalho. No caso dos strain gauge, seu posicionamento deve seguir metodologia distinta dos acelerômetros.

Os acelerômetros devem ser posicionados de preferência onde há maior amplitude de deslocamento na estrutura, os strain gauge devem ser posicionados onde há maior deformação elástica, neste caso, como pode ser observado através das análises de deformação elástica, o mais próximo da base da torre possível.

#### **6 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Neste trabalho foi apresentado técnicas de processamentos de sinais obtidos via metodologia experimental, os desenvolvimentos das equações governantes de movimento relevantes ao objeto de estudo, e a elaboração de um modelo numérico otimizado.

#### 6.1 Resposta Experimental

Obteve-se sinais de vibração livre e forçada. Os ensaios de vibração livre e tratamento dos dados permitiram a caracterização da torre, obtendo o valor da primeira frequência natural e fatores de ajuste para o método numérico.

A partir ensaio da torre submetida a vibração forçada e do motor fixo em base rígida. Observou-se uma característica pontual que pode ser uma zona de instabilidade do funcionamento do motor, nos intervalos de tensão de elétrica de 9V (2642 rpm) a 11V (3398 rpm). O sinal do motor em base rígida para a tensão de 10V (3073 rpm) permite observar esta zona de transição, que se repetiu ao longo dos ensaios, o comportamento apresentado é similar a encontrados na literatura para casos típicos do *efeito de Sommerfeld*, transição de regime estável para instável devido a frequência de rotação do motor coincidir com sua frequência natural, é necessário realizar um estudo mais detalhado sobre este fenômeno, de forma a investigar se está ocorrendo ou se é devido a irregularidades advindas do desgaste das partes internas do motor.

As respostas no domínio da frequência possibilitaram correlacionar a fonte de excitação (motor CC), com as respostas da estrutura esbelta. Os espectros de frequências da torre apresentam densidades de frequências similares as obtidas para o motor fixo em base rígida, onde não há influência da torre, sendo um indicativo de que a vibração presente no motor fixo em base rígida devido a oscilação da massa desbalanceada, influência na resposta da torre. Os desvios de valores de frequências presentes nos espectros podem ser atribuídos a imperfeições geométricas e físicas da torre.

#### 6.2 Modelo Numérico

A modelagem calibrada a partir da caracterização da torre apresentou resultados concisos e foi possível valida-los através da análise experimental "in situ" e através de trabalhos acadêmicos similares.

A resposta da análise modal numérica apresentada para o primeiro modo de vibração apresentou um desvio de aproximadamente 0,1% do valor obtido via experimental da torre, e um valor próximo ao encontrado na literatura para o mesmo objeto de estudo, validando o modelo numérico aplicado.

A análise harmônica permitiu modelar uma excitação harmônica que abrangesse uma gama de frequências, o que permite observar o comportamento da estrutura para quaisquer frequências no intervalo de 0 a 70 Hz. A partir disso foi possível comparar a resposta da estrutura para frequências marginais à primeira frequência natural da estrutura. Demonstrando as soluções para deslocamento total da estrutura para 1 Hz, 2 Hz e para a frequência de ressonância de 1,21 Hz onde é observado um deslocamento demasiado em decorrência do fenômeno da ressonância.

A análise de vibração aleatória é um procedimento diferenciado utilizado no estudo de sismos. Esta análise permitiu obter respostas estatísticas de amplitudes de deslocamentos máximas e deformações elásticas máximas em decorrência da densidade da energia espectral (PSD).

Acredita-se que ao aplicar o sinal de PSD do motor no modelo numérico no sentido do eixo (x), resulta em respostas similares as de amplitude de deslocamento obtidos em analises "in situ" da torre em regime de vibração forçada. A estrutura modelada não apresenta irregularidades geométricas logo um sinal PSD aplicado no ponto fixo da torre, não produz deslocamento na base, produz a vibração segundo as frequências de maior energia de vibração, está tende a se propagar pela estrutura causando a excitação e consequentemente o deslocamento.

Resumindo nesta etapa realizou-se:

- Modelagem e ajuste do modelo numérico.
- Aquisição dos quatro primeiros modos de vibração via análise modal.
- Simulação do fenômeno de ressonância e diferentes condições de trabalho via análise harmônica.
- Implementação da PSD de aceleração do espectro do motor (CC) fixo em base rígida, como excitação de base para a torre esbelta, obtendo deslocamentos máximos e deformação elástica da estrutura.

Pode-se afirmar que a modelagem numérica proposta representa a estrutura, permitindo a variação dos regimes carregamentos dinâmicos e a simulação das respostas, possibilitando um maior controle da estabilidade da estrutura.

# **6.3 Propostas para Trabalhos Futuros**

- Dar continuidade na análise de PSD, utilizando sinais de sismos;
- Usar este trabalho como base e procedimento, para o projeto de uma nova bancada de teste, onde seria instalado um motor novo, em uma viga em balanço, buscando promover o fenômeno da ressonância;
- Fazer uma caracterização e modelagem da estrutura que está montada na plataforma vibratória da sala 105 (Usando o conhecimento adquirido e os procedimentos) e realizar analises numérica e experimental com o equipamento que já existe, para posterior projeto de controle de vibrações deste equipamento.
- Fazer uma análise detalhada do comportamento do motor, investigando o indício do *efeito de sommerfeld*;
- Promover um estudo de excitação de base experimental, por meio do motor CC;

# REFERÊNCIAS

ANSYS, INC. ANSYS Mechanical APDL Element Reference. Canonsburg. 2016.

ANSYS, INC. ANSYS Mechanical User's Guide. ANSYS, INC. Canonsburg. 2016.

CONSTANTINO, M. G.; SILVA, G. V. J. A transformada de Fourier em basic. Universidade de São Paulo. Ribeirão Preto. 1999.

HIBBIT, KARLSSON & SORENSEN INC. Introduction to the Abaqus/ Explicit, 1995.

INMAN, D. J. Engineering Vibration. 2. ed. New Jersey: Prendice Hall, 2000.

JÚNIOR, O. A. N. Identificação dos parâmetros modais utilizando apenas as respostas da estrutura- identificação no domínio do tempo-. Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira. Ilha Solteira, p. 6-10. 2006.

PINTO, R. Vestas aumenta potêncial do seu futuro gerador. **Wikienergia**. Disponivel em: <<u>http://www.wikienergia.pt/~edp/index.php?title=Vestas\_aumenta\_pot%C3%AAncia\_do\_seu\_futuro\_aerogerador></u>. Acesso em: 20 out. 2016.

TAKAHASHI, Y.; RABINS, M. J.; AUSLANDER, D. M. Control and Dynamic Systems. [S.l.]: Addison-Wesley Pub. Co, 1970.

CHIESA, D. DALLA; BOTTEGA, V. Análise de Vibrações Induzidas na Torre de Um Aerogerador. **XX EREMAT**, p. 35–45, 2014.

CORTELINI, E. DE M. Resposta e Controle das vibrações de uma torre Eólica Usando MRTLCD (Magneto Reológico-Amortecedor de Coluna Liquida Sintonizada). [s.l.] Universidade Federal do Pampa, 2014.

DELLEZZOPOLLES JUNIOR, C. F. Análise Dinâmica de Torres de Energia Eólica. [s.l.] Universidade de Brasília, 2011.

HARRIS, C. M. Shock and Vibration Handbook. 5. ed. [s.l.] McGRAW-HILL, 1977. v. 45

HUGO, M. Análise de vibrações mecânica com FPGA. 2008.

MEIRELES, J. F. B. DE. Análise dinâmica de estruturas por modelos de elementos finitos identificados experimentalmente. [s.l.] Universidade do Minho, 2007.

MELO, E. Brasil um potencial gigante de produção de energia eólica. 2010.

MELO, E. Investimentos em energia eólica no Brasil: aspectos de inserção, tecnologia e competitividade. p. 136–139, 2014.

MENIN, R. C. G. Universidade de brasília. [s.l.] Universidade de Brasília, 2002.

PEDROSA, P. Resenha Energética Brasileira Exercício de 2015. 2016.

PUGLIA, V. B. Análise de alguns aspectos no estudo de torres estaiadas. [s.l.] Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2009.
RAO, S. S. Vibrações Mecânicas. 4. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.

SEQUEIRA, C. D. A análise de vibrações como ferramenta para a melhoria da manutenção em aerogeradores. [s.l.] Universidade Nova de Lisboa, 2012.

TREIN, C. Modelagem Dinâmica Equivalente de Edifícios Altos Submetidos à Ação do Vento. [s.l.] Universidade Federal do Rio Grande do Sul, 2005.

TRIVELATO, C. Técnicas de modelagem e simulação de sistemas dinâmicos. 2003.

VILLATE, J. E. Introdução aos Sistemas Dinâmicos. [s.l: s.n.]. v. 1

# **APÊNDICE A**



Torre submetida a vibração forçada, sinais obtidos com a variação da tensão elétrica. A) 2V; B) 3V; C) 4V; D) 5V.



Torre submetida a vibração forçada, sinais obtidos com a variação da tensão elétrica. E) 6V; F) 7V; G) 8V; H) 9V.



Torre submetida a vibração forçada, sinais obtidos com a variação da tensão elétrica. I) 10V; J) 11V; K) 12V



Motor fixo em base rígida, sinais do motor na base rígida. A) 3V; B) 4V; C) 5V; D) 6V; E) 7V.





### **APÊNDICE B**



Motor fixo em base rígida, espectro de frequência para tensão de 3V.

Motor fixo em base rígida, espectro de frequência para tensão de 5V.



Motor fixo em base rígida, espectro de frequência para tensão de 7V.





Motor fixo em base rígida, espectro de frequência para tensão de 9V.

Motor fixo em base rígida, espectro de frequência para tensão de 10V.





Motor fixo em base rígida, espectro de frequência para tensão de 11V.

Motor fixo em base rígida, espectro de frequência para tensão de 12V.





Espectros de frequências da torre submetida a vibração forçada.

Espectros de frequências do motor fixo embase rígida



# **APÊNDICE C**

Análise de deformação elástica na estrutura, devido sinal PSD obtido através do motor CC em base rígida para tensão de 9V.



Análise de deformação elástica na estrutura, devido sinal PSD obtido através do motor CC em base rígida para tensão de 12V.



### ANEXO A

Função 1 clc clear all close all [tempo,sinal]=textread('Sinal\_3.txt','%f %f'); ); format long Y = sinal;maximo =length(Y); minimo =1;yy=sinal(minimo:maximo); tempo=tempo(minimo:maximo); dt=tempo(2)-tempo(1 k= 4.368/dt; % tempo inicial que retira os dados pois nesse estágio ocorre período transitório. kmax = 16/dt %intervalo maximo de tempo no Scope y = yy(k:kmax); %vibração livre t=tempo(k:kmax); figure(1) [maxtab] = peakdet(y,80,t);hold on; plot(maxtab(:,1), maxtab(:,2), 'magenta\*',t,y, 'b') plot(t,y, 'b') xlabel('Tempo (s)', 'FontName', 'Arial', 'FontSize', 20, 'Rotation', 0) ylabel('Amplitude','FontName','Arial','FontSize',20,'Rotation',90) grid m=(1.5 +0.23\*0.91962); n=length(maxtab); xx = (maxtab(2,2)/maxtab(3,2));td = (maxtab(3,1) - maxtab(2,1))Wd=(2\*(pi))/td D=log(xx) % Decremento logarítimico R=D/(sqrt(((2\*(pi))^2)+(D^2)))% relação de amortecimento adimensional R1=D/(2\*(pi))  $Wn=Wd/(sqrt(1-(R1)^2))$ fn=Wn/(2\*(pi))% Frequência natural(Hertz) fn1=1/td % Frequência amortecida(Hertz) T=1/fn % Período(s) Cc=2\*m\*Wn % constante de amortecimento crítico (N.s/m) c1=Cc\*R %Constante de amortecimento (N.s/m) K=m\*(Wn^2)%Rigidez (N/m)

#### %FAZ A FFT DO SINAL

```
sinal=Y;
L=length(sinal);
dtt=t(end)/L;
Fs=1./dtt;
NFFT = 2^{\text{nextpow2}(L)}; % Next power of 2 from length of y
Yx = fft(sinal, NFFT)/L;
f = Fs/2*linspace(0,1,NFFT/2+1);
r=2*abs(Yx(1:NFFT/2+1));
figure (2), plot(f,r,'b')
xlim ([0 5])
grid
title('Espectro de Fequência','FontName','Arial','FontSize',16,'Rotation',0)
xlabel('Frequência (Hz)', 'FontName', 'Arial', 'FontSize', 20, 'Rotation', 0)
ylabel('Amplitude','FontName','Arial','FontSize',20,'Rotation',90)
f53 = f;
r53 = r;
t53 = t;
y53 = y;
maxtab53 = maxtab;
save ('livre53', 'f53', 'r53', 't53', 'y53', 'maxtab53');
```

### Função 2

```
function [maxtab, mintab]=peakdet(v, delta, x)
%PEAKDET Detect peaks in a vector
      [MAXTAB, MINTAB] = PEAKDET(V, DELTA) finds the local
%
%
      maxima and minima ("peaks") in the vector V.
%
      MAXTAB and MINTAB consists of two columns. Column 1
%
      contains indices in V, and column 2 the found values.
%
      With [MAXTAB, MINTAB] = PEAKDET(V, DELTA, X) the indices
%
      in MAXTAB and MINTAB are replaced with the corresponding
%
      X-values.
%
%
%
      A point is considered a maximum peak if it has the maximal
%
      value, and was preceded (to the left) by a value lower by
%
      DELTA.
% Eli Billauer, 3.4.05 (Explicitly not copyrighted).
% This function is released to the public domain; Any use is allowed.
maxtab = [];
mintab = [];
v = v(:); % Just in case this wasn't a proper vector
if nargin < 3
 x = (1:length(v))';
else
 x = x(:);
 if length(v) \sim = length(x)
  error('Input vectors v and x must have same length');
 end
end
```

```
if (length(delta(:)))>1
 error('Input argument DELTA must be a scalar');
end
if delta \leq 0
 error('Input argument DELTA must be positive');
end
mn = Inf; mx = -Inf;
mnpos = NaN; mxpos = NaN;
lookformax = 1;
for i=1:length(v)
 this = v(i);
 if this > mx, mx = this; mxpos = x(i); end
 if this < mn, mn = this; mnpos = x(i); end
 if lookformax
  if this < mx-delta
   maxtab = [maxtab ; mxpos mx];
   mn = this; mnpos = x(i);
   lookformax = 0;
  end
 else
  if this > mn+delta
   mintab = [mintab ; mnpos mn];
   mx = this; mxpos = x(i);
   lookformax = 1;
  end
 end
end
```