

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

BÁRBARA DOS SANTOS SÁNCHEZ

**ESTUDO DE LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS EM ESTRUTURAS METÁLICAS:
COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS**

**Alegrete
2016**

BÁRBARA DOS SANTOS SÁNCHEZ

**ESTUDO DE LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS EM ESTRUTURAS METÁLICAS:
COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Alisson Milani

Coorientador: André Lübeck

**Alegrete
2016**

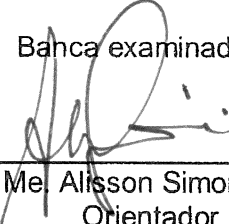
BÁRBARA DOS SANTOS SÁNCHEZ

**ESTUDO DE LIGAÇÕES SEMIRRÍGIDAS EM ESTRUTURAS METÁLICAS:
COMPARAÇÃO ENTRE MODELOS**

Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Engenharia Civil
da Universidade Federal do Pampa, como
requisito parcial para obtenção do Título
de Bacharel em Engenharia Civil.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 30 de novembro de
2016.

Banca examinadora:

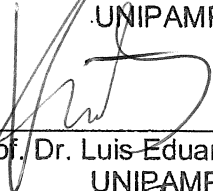


Prof. Me. Alisson Simonetti Milani
Orientador
UNIPAMPA

ANDRE
LUBECK:96288302015

Assinado de forma digital por ANDRE LUBECK:96288302015
DN: c=BR, o=ICP-Brasil, ou=Secretaria da Receita Federal do Brasil
-RFB, ou=CORREIOS, ou=ARCCORREIOS, ou=RFB e-CPF A3,
cn=ANDRE LUBECK:96288302015
Dados: 2016.12.01 17:06:36 -02'00'

Prof. Me. André Lubeck
Coorientador
UNIPAMPA



Prof. Dr. Luis Eduardo Kosteski
UNIPAMPA



Prof. Dr. Almir Barros da Silva Santos Neto
UFSM

RESUMO

No dimensionamento das estruturas metálicas são realizadas algumas idealizações e simplificações do seu comportamento, como exemplo pode-se citar o comportamento idealizado das ligações entre elementos estruturais em rígidas ou flexíveis. Entretanto, sabe-se que o desempenho real é diferente do idealizado e as ligações apresentam comportamentos de rigidez parcial em diversos graus, desta maneira podem ser caracterizadas pelo seu comportamento rotação em função do momento aplicado. Nota-se que as ligações desempenham papel importante no comportamento global das estruturas de aço, e quando seu comportamento é idealizado no projeto, os esforços resultantes são alterados. Desta maneira, o presente trabalho, ao estudar o comportamento semirrígido de uma ligação do tipo cantoneira de topo e assento, visa evidenciar a importância da análise deste comportamento. Para a realização deste estudo, foram analisados quatro métodos de obtenção da curva momento x rotação: modelo polinomial de Frye & Morris; modelo potencial de Ang & Morris; Método das Componentes - Eurocode (2005); Método dos Elementos Finitos (MEF). Na análise via MEF, a ligação foi modelada no software ANSYS, e os resultados deste método foram utilizados como referência para comparação com as demais. Concluiu-se que existe uma variação considerável entre os métodos utilizados para obtenção da rigidez da ligação, e que para todos os métodos estudados a ligação apresenta um comportamento semirrígido, dessa forma, torna-se importante de ser considerada a semirrigidez da ligação na análise estrutural.

Palavras-Chave: Estruturas Metálicas, Ligações Semirrígidas, Análise Estrutural.

ABSTRACT

In the design of metal structures some idealizations and simplifications of their behavior are realized, the idealized behavior of the connections between structural elements in rigid or flexible, for example. However, the real performance is different from the idealized and the connections present behaviors of partial stiffness in several degrees, in this way connection can be characterized by their behavior rotation as a function of the applied moment. It is noted that connections are an important part in the overall behavior of steel structures, and when their behavior is idealized in design, the resulting stresses are altered. In this way, the present work, studies the semi - rigid behavior of a top - and - seat angle type connection, due to highlight the importance of the analysis of this behavior. For this study, four methods were used due to analyzing the moment x rotation curve: Frye & Morris polynomial model; Potential model of Ang & Morris; Component Method - Eurocode (2005); Finite Element Method (MEF). In the MEF analysis, the connections was modeled in the ANSYS software and the results of this method were used as reference for comparison with the others. It was concluded that there is a considerable variation between the methods used to obtain the connection stiffness, and for all the methods studied, the connection presents a semi-rigid behavior, in this way, it shows that is important considerer the connection semi-rigidity behavior in structural analysis.

Keywords: Steel Structures, Semi-Rigid Connections, Semi-rigid Joints, Structural Analysis.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Limites de classificação de rigidez segundo a Eurocode 3 (2005).....	12
Figura 2 - Limites de classificação da resistência das ligações	13
Figura 3 - Momento e rotação na ligação	14
Figura 4 - Diagrama Momento - Rotação	14
Figura 5 - Curvas momento-rotação de alguns tipos de ligações.....	15
Figura 6 - Diagrama momento-rotação aproximado por segmentos de retas	17
Figura 7 - Parâmetros do modelo de Frye e Morris (1975)	20
Figura 8 - Parâmetros do modelo de Ang-Morris.	23
Figura 9 - Modelo mecânico de ligação viga-pilar com chapa de topo.....	26
Figura 10 - Modelagem da ligação por zonas críticas	26
Figura 11 - Comparação do comportamento real da rigidez	27
Figura 12 - Resultados obtidos por Bose et al. (1996)	29
Figura 13 - Braço de alavanca (z)	31
Figura 14 - T-sub equivalente para cantoneiras	34
Figura 15 - Cantoneira utilizada por Nardino e Souza (2015)	37
Figura 16 - Propriedades Geométricas da cantoneira.....	38
Figura 17 - Propriedades Geométricas da cantoneira.....	40
Figura 18 - Propriedades geométricas dos perfis.....	41
Figura 19 - Detalhamento da ligação cantoneira de topo e assento	41
Figura 20 - Dimensões gerais do modelo.....	43
Figura 21 - Geometria da Análise Numérica	43
Figura 22 - Condições de contorno	44
Figura 23 – Elemento volumétrico SOLID187	45
Figura 24 – Elementos de contato TARGE170 e CONTA174.....	45
Figura 25 - Diagrama momento-rotação de acordo com EUROCODE 3 (2005).....	49
Figura 26 - Resultados da Análise de Convergência	50
Figura 27 - Ligação com malha de elementos finitos	50
Figura 28 - Deformação Resultante	51
Figura 29 - Momento e rotação na ligação.....	52
Figura 30 - Curva Momento x Rotação	53
Figura 31 - Modelo mecânico de ligação viga-pilar com chapa de topo.....	54
Figura 32 - Curva Momento x Rotação	55

Figura 33 - Curva Momento x Rotação	56
Figura 34 - Curva Momento x Rotação	57
Figura 35 - Limites de Rigidez.....	58
Figura 36 - Comparação de Resultados.....	59

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Parâmetros das funções polinomiais de Frye e Morris (1975)	19
Tabela 2 - Constantes para o modelo de Frye-Morris no SI.....	21
Tabela 3 - Constantes e parâmetros para o modelo Ang - Morris.....	23
Tabela 4 - Parâmetros de ajuste de curva Método Chen e Lui (1988)	25
Tabela 5 - Verificações para ligações com cantoneira de topo e assento.....	30
Tabela 6 - Valores do parâmetro \square	32
Tabela 7 - Propriedades da cantoneira	37
Tabela 8 - Propriedades da Cantoneira	40
Tabela 9 - Propriedades geométricas dos perfis	41
Tabela 10 - Parâmetros Geométricos - Método de Frye e Morris	47
Tabela 11 - Constantes - Modelo Frye e Morris	47
Tabela 12 - Parâmetros Geométricos e Constante de Ajuste de Curva	48
Tabela 13 - Resultados de deformação e rotação.....	52
Tabela 14 - Valores de Rotação Método de Frye e Morris.....	54
Tabela 15 - Resultados Método de Ang e Morris (1984).....	55
Tabela 16 - Análise Comparativa	60

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	5
1.1. Objetivos.....	7
1.1.1. Objetivo geral.....	7
1.1.2. Objetivos específicos.....	7
1.2. Justificativa.....	8
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	9
2.1. Ligações Metálicas Viga-Pilar.....	9
2.1.1. Classificação das ligações.....	9
2.1.1.1. Classificação da NBR8800.....	9
2.1.1.2. Classificação de acordo com o EUROCODE 3.....	11
2.1.1.2.1. Classificação quanto à rigidez.....	11
2.1.1.2.2. Classificação quanto à resistência.....	12
2.2. Comportamento Momento-Rotação.....	13
2.2.1. Modelo Linear.....	16
2.2.2. Modelo Polinomial.....	18
2.2.3. Modelos potenciais.....	22
2.2.4. Modelos exponenciais.....	24
2.2.5. Modelo Mecânico.....	25
2.2.6. Modelo numérico.....	27
2.3. Cálculo da rigidez segundo EUROCODE (2005).....	29
2.3.1. Determinação k_1	32
2.3.2. Determinação k_2	32
2.3.3. Determinação k_3	33
2.3.4. Determinação k_4	33
2.3.5. Determinação k_6	34
2.3.6. Determinação k_{10}	35
2.3.7. Determinação k_{11}	35
2.3.8. Determinação k_{12}	36
2.4. Trabalho desenvolvido por Nardino e Souza (2015).....	36
3. METODOLOGIA.....	39
3.1. Modelo estrutural adotado.....	39
3.2. Modelagem numérica.....	42

3.2.1. Definição da geometria do modelo	42
3.2.2. Condições de contorno.....	44
3.2.3. Elementos finitos	44
3.2.4. Modelo construtivo adotado	46
3.2.5. Aplicação da força de aperto nos parafusos	46
3.2.6. Aplicação do carregamento	46
3.3. Modelo polinomial de Frye e Morris	47
3.4. Modelo potencial de Ang e Morris.....	47
3.5. Método das Componentes – Eurocode (2005)	48
4. RESULTADOS E ANÁLISES.....	49
4.1. Resultados via Método dos Elementos Finitos	49
4.2. Resultados do método de Frye e Morris	54
4.3. Resultados do método de Ang e Morris.....	55
4.4. Resultados do método das componentes (EUROCODE 3).....	56
4.5. Comparação dos resultados	58
5. CONCLUSÃO	61
6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	63

1. INTRODUÇÃO

As estruturas metálicas oferecem uma grande liberdade de formas, não limitando o projeto arquitetônico e em função da sua leveza, os custos com as fundações são reduzidos, assim as soluções construtivas em aço tornam-se atrativas no mercado. Em comparações mais abrangentes do que o simples cotejamento de valores, as alternativas em aço são competitivas com as demais em aspectos relacionados à prazo, industrialização, produtividade e impacto ambiental.

Fatores como os mencionados, fazem com que a utilização do aço nas estruturas de edificações cresça de forma significativa. Estas estruturas apresentam-se cada vez mais altas e leves, o que torna imprescindível estudos mais avançados nos modelos de análise estrutural, buscando resultados que se aproximem mais do comportamento real da estrutura (HIGAKI, 2014).

A análise estrutural realizada nos projetos em aço busca garantir que os elementos selecionados no pré-dimensionamento atendam as prescrições de resistência e utilização. Essa análise faz uso de modelos matemáticos para avaliar os esforços solicitantes e deslocamentos, nos quais são consideradas algumas simplificações e idealizações do comportamento real da estrutura. Como exemplo de simplificação, pode-se citar o comportamento idealizado das ligações entre elementos estruturais, os quais podem ser rígidas ou flexíveis.

A ligação idealizada como rígida apresenta comportamento perfeitamente engastado, ou seja, após a atuação do carregamento na estrutura, o momento fletor que atua na ligação será totalmente transferido. Sendo assim, o ângulo formado entre os elementos estruturais conectados permanece o mesmo, ocorrendo uma perfeita continuidade rotacional. Nas ligações flexíveis o comportamento é de uma rótula perfeita, onde não ocorre transferência de momento fletor pela ligação, ou seja, existe rotação relativa nos elementos de ligação após a estrutura ser carregada.

Entretanto, estudos demonstram que o desempenho real é diferente do idealizado e nenhuma ligação possui comportamento semelhante aos descritos anteriormente (HIGAKI,2014). As ligações apresentam comportamentos de rigidez parcial em diversos graus, a depender das características de seus elementos (CASTRO, 2006).

Sendo assim, as ligações podem ser caracterizadas pelo seu comportamento rotação em função do momento. Essa relação pode ser traduzida por um diagrama momento-rotação, representando a rigidez rotacional da ligação e caracterizando o comportamento semirrígido.

Para tentar representar o comportamento não linear da curva momento-rotação, foram desenvolvidos diferentes modelos de cálculo ao longo do tempo. Em função da grande dificuldade que há para obter uma equação genérica que represente todas as ligações, os resultados obtidos por estes modelos apresentam divergências e são específicos para determinados tipos de arranjo construtivo. Além disso, muitos dos estudos já desenvolvidos sobre o tema, foram realizados por pesquisadores estrangeiros, fazendo com que estes modelos não se adaptem perfeitamente aos perfis e ligações usualmente adotados no Brasil.

Um dos modelos apresentados para a análise da rigidez da ligação, conhecido como Método das Componentes, é utilizado pelo Eurocode 3 (2005). Esse modelo apresenta uma metodologia para obtenção da rigidez dividindo os elementos básicos em regiões distintas ao longo da ligação. Já a norma brasileira NBR 8800 (ABNT, 2008) não apresenta nenhum modelo para o cálculo de rigidez e indica que este valor deve ser determinado de acordo com Eurocode 3 ou de maneira experimental.

No momento em que não é considerada a rigidez da ligação, os esforços estarão sendo superestimados ou subestimados, a depender da região avaliada, isso acontece devido à redistribuição de esforços que ocorre quando é considerada a flexibilidade das ligações. Sendo assim, a utilização de um modelo que considere a flexibilidade da ligação resulta em maior confiabilidade. Além disso, Jaspart et al. (1998) afirmam que a comparação de custos demonstra uma redução média de 20% nas estruturas contraventadas onde foi considerado o comportamento semirrígido das ligações.

Portanto, pode-se dizer que a rigidez da ligação é a propriedade mais importante na avaliação do seu comportamento (ALVARENGA, 2010). Sendo assim, o presente trabalho busca ressaltar a necessidade da análise deste comportamento, uma vez que este resulta em maior confiabilidade e menor custo. Além disso, evidencia a necessidade de atualização da norma brasileira, visto que esta não apresenta nenhum método para o cálculo de rigidez.

Neste contexto, a pesquisa conduzida neste trabalho tem como propósito a análise do comportamento semirrígido de uma ligação viga-pilar do tipo cantoneira de topo e assento, normalmente idealizado como rotulada (flexível). A escolha da ligação justifica-se uma vez que os estudos realizados sobre o tema pouco envolvem a ligação do tipo cantoneira de topo e assento. A análise será realizada através da comparação dos resultados obtidos por meio de quatro modelos.

Serão utilizados como curva de referência os resultados obtidos por meio de modelagem computacional e análise numérica através do método dos elementos finitos (MEF), utilizando o programa ANSYS. Esta curva momento-rotação será comparada com os valores calculados de acordo com modelo polinomial de Frye & Morris, modelo potencial de Ang & Morris e pelo Método das Componentes - Eurocode (2005). Os valores para as rigidezes calculadas pelo método das componentes serão os resultados obtidos no trabalho de Nardino e Souza (2015).

1.1. Objetivos

1.1.1. Objetivo geral

O objetivo geral do trabalho é estudar o comportamento semirrígido de uma ligação viga-pilar do tipo cantoneira de topo e assento em estruturas metálicas através da análise das curvas momento-rotação obtidas por quatro métodos distintos.

1.1.2. Objetivos específicos

- Modelar computacionalmente através do método dos elementos finitos (MEF), com auxílio do programa ANSYS, a ligação viga-pilar de maneira a obter a relação momento-curvatura.
- Obter a curva momento-curvatura através de três modelos disponíveis na literatura:
 - Modelo polinomial de Frye e Morris (1975);
 - Modelo potencial de Ang e Morris (1984);
 - Método das Componentes - Eurocode (2005).

- Comparar os resultados obtidos através do MEF considerado como modelo de referência com os três modelos acima citados.

1.2. Justificativa

No momento em que se considera a flexibilidade da ligação ocorre uma redistribuição de esforços nos elementos estruturais, sendo assim, quando adotado o comportamento idealizado de uma ligação perfeitamente rígida, o projeto subestima os deslocamentos e superestima os esforços na região das ligações. Por outro lado, considerando as ligações como perfeitamente flexíveis o dimensionamento resulta em vigas mais robustas, devido aos momentos fletores no meio do vão serem superestimados.

Sabendo da importância do comportamento da ligação, uma série de modelos foi idealizada ao longo do tempo a fim de obter a melhor aproximação da curva momento *versus* rotação. Entretanto, os estudos realizados são, em sua maioria, estrangeiros, não adaptando-se aos perfis utilizados no Brasil. Além disso, esses modelos não são aplicáveis para todas as ligações e dependem fortemente de parâmetros de ajuste ou determinados empiricamente.

Apesar das discussões apresentadas anteriormente serem estudadas na maioria dos trabalhos já desenvolvidos sobre o comportamento das ligações, grande parte desses estudos aborda essencialmente ligações com chapa de topo, mostrando a necessidade de mais estudos sobre o comportamento da ligação com cantoneira de topo e assento. Além disso, ressalta-se como motivação para este trabalho evidenciar a necessidade de atualização da norma brasileira, a qual não apresenta um método para o cálculo de rigidez.

A escolha do modelo de cálculo de Frye e Morris para a obtenção da rigidez da ligação justifica-se pela consagração deste método, sendo amplamente utilizado. Além disso, destaca-se a facilidade de determinação das constantes utilizadas, não necessitando de parâmetros determinados experimentalmente. Bem como o modelo apresentado por Ang e Morris, que por ser um modelo potencial utiliza mais parâmetros para a aproximação da curva. Por fim, será utilizado o método das componentes por este encontrar-se normatizado pelo Eurocode 3.

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1. Ligações Metálicas Viga-Pilar

O Eurocode 3 (2005) descreve que ligação é o local no qual dois ou mais elementos se encontram e, para fins de projeto, trata-se da composição dos componentes básicos necessários para representar o comportamento durante a transferência das forças internas e momentos na conexão.

A transferência dos esforços depende da característica de rigidez da ligação, sendo assim, no dimensionamento das ligações é importante que a rigidez adotada represente seu comportamento. Entretanto, geralmente, as ligações são modeladas como perfeitamente rígidas ou rotuladas (PFEIL; PFEIL, 2009).

Segundo essa prática, as ligações são consideradas como pontos nodais, os quais são classificados como rígidos quando é mantida a continuidade rotacional e há transmissão total do momento fletor. Por outro lado, classificam-se como flexíveis os nós onde não ocorre transmissão de momento fletor, com consequente descontinuidade rotacional entre os elementos (MAGGI; GONÇALVES, 2005)

Ainda segundo Maggi e Gonçalves (2005, p. 21-22) é impossível obter ligações que possam ser idealizadas perfeitamente como rígidas ou flexíveis, pois há descontinuidades geométricas e mecânicas que podem induzir um comportamento global não linear da estrutura.

2.1.1. Classificação das ligações

Podem-se classificar as ligações entre vigas e pilar de acordo com a rigidez e a resistência. A cada ligação está normalmente associado um comportamento articulado, rígido ou semirrígido e uma resistência total ou parcial em função do momento resistente da viga (RESENDE, 2009, p.3). Os itens a seguir apresentam os sistemas de classificação da norma brasileira NBR8800 (ABNT, 2008) e do Eurocode 3 (2005).

2.1.1.1. Classificação da NBR8800

A norma brasileira NBR8800 (ABNT, 2008) admite o dimensionamento das estruturas sem analisar a flexibilidade das ligações. Apesar de apresentar as

classificações segundo a rigidez, não especifica um método para calculá-la, citando a norma estrangeira Eurocode 3 para esta avaliação se necessário.

De acordo com a NBR 8800, as ligações podem ser classificadas como semirrígidas, rígidas ou rotuladas, de acordo com as inequações.

$$\text{Ligação Rotulada, se: } S_i \leq 0,5EI_v/L_v \quad \dots(1)$$

$$\text{Ligação Rígida, se: } S_i \leq 25EI_v/L_v \quad \dots(2)$$

Onde:

S_j é a rigidez rotacional inicial da ligação, correspondente a 2/3 do momento resistente de cálculo da ligação;

I_v é o momento de inércia da viga;

E é o módulo de elasticidade do material

L_v é o comprimento da viga conectada à ligação.

Para o limite apresentado para ligações rígidas, o mesmo só pode ser aplicado em estruturas em que para cada pavimento são satisfeitas as seguintes condições:

$$\frac{K_v}{K_c} \geq 0,1 \quad \dots(3)$$

Onde:

K_v é o valor médio de I_v/L_v de todas as vigas no topo do pavimento;

K_c é o valor médio de I_c/L_c de todos os pilares no planos do pavimento considerado.

Deve-se ressaltar, que no caso do valor encontrado para S_j atender à condição da inequação de ligações rígidas mas $K_v/K_c < 0,1$, a ligação deve ser modelada como semirrígida.

2.1.1.2. Classificação de acordo com o EUROCODE 3

2.1.1.2.1. Classificação quanto à rigidez

A proposta do Eurocode 3 para classificação das ligações em função da rigidez consiste em dividi-las em nominalmente rotuladas, rígidas e semirrígidas.

As ligações nominalmente rotuladas devem ser capazes de transmitir as forças internas, sem desenvolver momentos significantes que possam afetar os membros ou a estrutura como um todo, encontram-se na zona 3 do diagrama da Figura 1 e obedecem à condição mostrada na Equação 4.

$$S_{j.ini} \leq \frac{EI_b}{2L_b} \quad \dots(4)$$

Onde:

S_j é a rigidez secante da ligação

I_b é o momento de inércia da viga conectada

L_b é o comprimento da viga conectada

Uma ligação pode ser considerada rígida se suas características momento-rotação situarem-se na zona 1 do diagrama da Figura 1, satisfazendo a inequação:

$$S_{j.ini} \geq \frac{k_b EI_b}{L_b} \quad \dots(5)$$

Onde:

$k_b = 8$ para casos onde o contraventamento reduz o deslocamento lateral em pelo menos 80%;

$k_b = 25$ para outros casos, desde que, cada andar obedeça $K_b/K_c \geq 0,1$

K_b é o valor médio de I_b/L_b para todas as vigas na para superior do referido andar;

K_c é o valor médio de I_c/L_c para todas as colunas do referido andar;

I_b é o momento de inércia da viga;

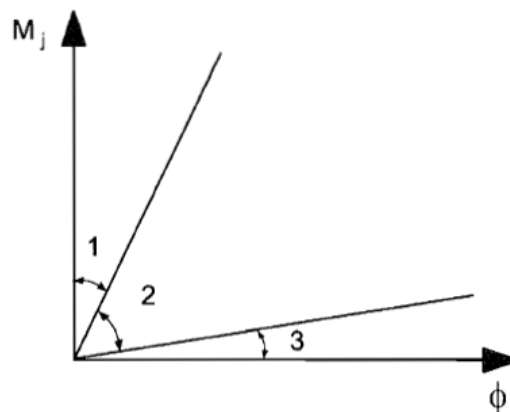
I_c é o momento de inércia da coluna;

L_b é o comprimento da viga (centro à centro das colunas);

L_c é a altura da coluna.

As ligações que não se encontram nos critérios de ligação rígido ou nominalmente rotulada deve ser classificada como semirrígida. Estas fornecem certo grau de interação entre os membros, baseada nas características de momento-rotação das articulações. As ligações semirrígidas devem ser capazes de transmitir as forças e momentos internos, e encontram-se na zona 2 do diagrama da Figura 1.

Figura 1 - Limites de classificação de rigidez segundo a Eurocode 3 (2005)



Fonte: EUROCODE 3 (2005, p. 55)

2.1.1.2.2. Classificação quanto à resistência

De acordo com o EUROCODE 3, a ligação pode ser classificada como de resistência total, nominalmente articulada ou de resistência parcial. A classificação consiste em comparar seu momento resistente de projeto ($M_{j,Rd}$) com os momentos resistentes dos membros que se conecta. Os limites adotadas no Eurocode 3 são apresentados na Figura 2.

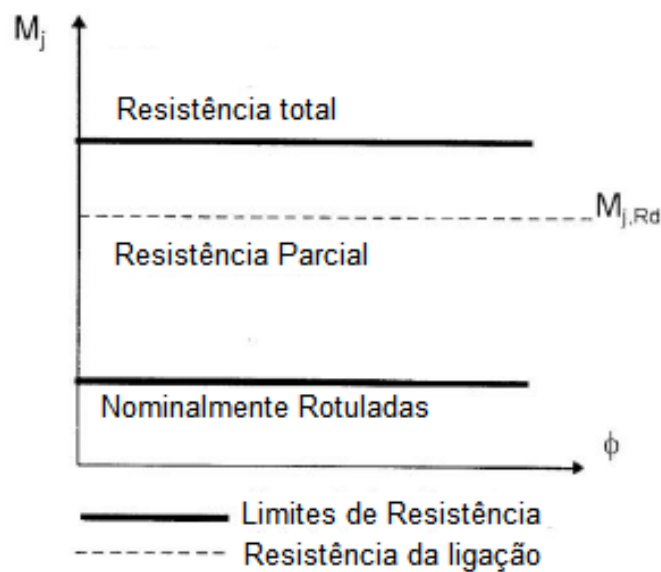
As ligações podem ser classificadas como nominalmente rotuladas quando são capazes de transmitir esforços sem desenvolver momentos significativos. O momento resistente de cálculo da ligação não deve ser superior à 0,25 vezes o momento resistente de cálculo dos elementos adjacentes.

Ligações de resistência total são aquelas em que resistência de cálculo sempre maior que a resistência dos membros conectados. Castro (2006) acrescenta

que no caso de ligações de resistência total a rótula plástica sempre se desenvolve na viga e não na ligação.

Ligações com resistência parcial apresentam comportamento intermediário, não satisfazendo as condições anteriormente citadas. Castro (2006) complementa que a condição de resistência parcial leva a rótula plástica iniciar na ligação, e não nos elementos conectados.

Figura 2 - Limites de classificação da resistência das ligações

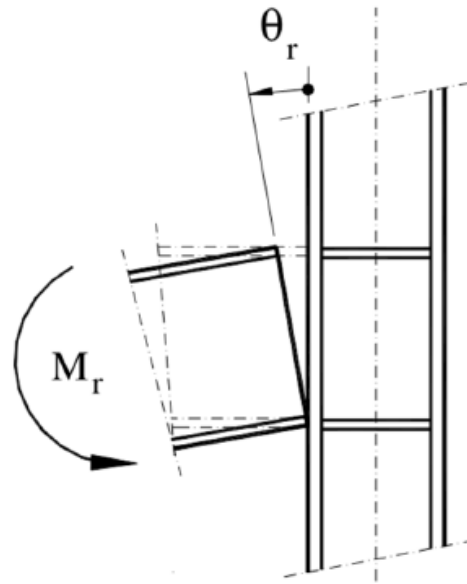


Fonte: Jaspart (2000, p.81)

2.2. Comportamento Momento-Rotação

As estruturas metálicas tem comportamento global dependente do desempenho das ligações entre vigas e pilares. As ligações são caracterizadas pelo seu comportamento rotação em função do momento, como é ilustrado na Figura 3, onde a ligação é submetida a um momento M_r , resultando em uma rotação com ângulo θ_r .

Figura 3 - Momento e rotação na ligação



Fonte: Higaki (2014, p.86)

Segundo Maggi (2004, p. 27), esta relação pode ser esquematizada por um diagrama momento-rotação, representando a rigidez rotacional da ligação e caracterizando o comportamento semirrígido.

O formato gráfico (Figura 4) que representa o comportamento mencionado é composto pelo eixo vertical (M) que representa a ligação rígida perfeita, enquanto no eixo horizontal (θ) é representada a rótula perfeita. As ligações encontram-se entre os eixos, de forma que quanto mais perto do eixo horizontal maior será a sua flexibilidade (BENTERKIA, 1991).

Figura 4 - Diagrama Momento - Rotação

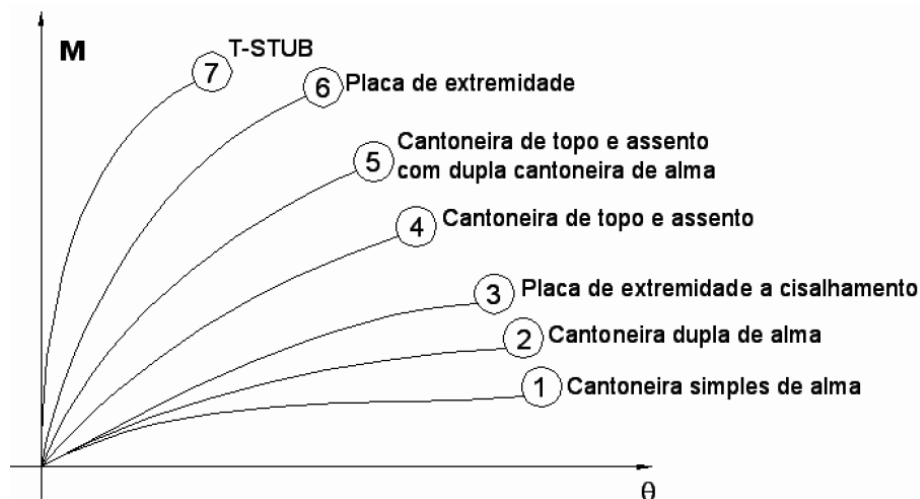


Fonte: Benterkia, (1991, p.30)

Durante muitos anos, admitiu-se nas análises estruturais a idealização das ligações considerando-as como rígidas e flexíveis (HIGAKI, 2014, p. 85). Entretanto, Santos (1998) afirma que estudos realizados para caracterização do comportamento momento-rotação das ligações demonstraram a existência de um comportamento fortemente não-linear.

De acordo com Castro (2006), o comportamento de uma estrutura depende das características de seus elementos, como tipo e tamanho dos parafusos, distância dos parafusos à face da coluna, espessura das cantoneiras e placas de ligação, presença de enrijecedores, entre outras características. Na Figura 5 são mostrados alguns tipos de ligações com suas respectivas curvas momento *versus* rotação.

Figura 5 - Curvas momento-rotação de alguns tipos de ligações



Fonte: Castro (2006, p. 31)

Sabendo da importância do comportamento da relação momento *versus* rotação, estudos foram realizados a fim de obter a melhor aproximação da curva. Segundo Mello (1999, p. 69) existe uma grande dificuldade em formular funções genéricas que retratem o comportamento de todos os tipos e tamanhos de conexões utilizadas nas estruturas metálicas.

Desta forma, foram desenvolvidos modelos para as curvas $M-\theta$, os quais estão relacionados aos três tipos de processo empregado na sua obtenção, conforme Alvarenga (2010) descreve:

- a) Matemáticos: utilizam-se as características geométricas e físicas, para reproduzir aproximadamente os resultados dos ensaios experimentais, calibrando os parâmetros por meio de regressões, correlações e avaliações estatísticas;
- b) Analíticos: determinam o comportamento com base na análise estrutural da própria ligação.
- c) Conjugados: equações de curva ajustadas aos dados obtidos por expressões analíticas ou simulação computacional.

Alvarenga (2010, p. 60) acrescenta que os modelos podem ser classificados de acordo com a fonte de dados empregada, segundo é descrito:

- a) Empíricos – utiliza regressões que reduzem as diferenças numéricas, empregando um conjunto de experimentos selecionado;
- b) Analíticos – baseiam-se nos comportamentos indicados por ensaios experimentais, analisando esforços, tensões, deformações, equilíbrio e considerações de compatibilidade;
- c) Mecânicos – análise da combinação de molas atribuída a cada componente;
- d) Numéricos – modelagem de cada ligação empregando-se a técnica de elementos finitos em 2D ou 3D, incluindo todas as partes da ligação e suas propriedades; e
- e) Experimentais – a base de dados, os resultados de ensaio experimental.

Nos processos ditos matemáticos, a curva momento- rotação pode ser obtida pelos modelos lineares, polinomiais, potenciais e exponenciais, enquanto nos processos mecânicos são empregados no método das componentes, normatizado pelo EUROCODE 3 (2005). Nos próximos itens serão descritos alguns métodos utilizados para a obtenção da curva de caracterização das ligações.

2.2.1. Modelo Linear

Santos (1998) explica que a forma mais simples na avaliação da influência da flexibilidade das ligações na análise estrutural é considerar o seu comportamento de

rigidez linear. Apesar de ser menos preciso, a grande vantagem desse método é a extrema facilidade de uso, pois utiliza a rigidez inicial da ligação, dado por:

$$M_r = S_{ini} \cdot \theta_r \quad \dots(6)$$

Onde:

M_r é o momento na ligação;

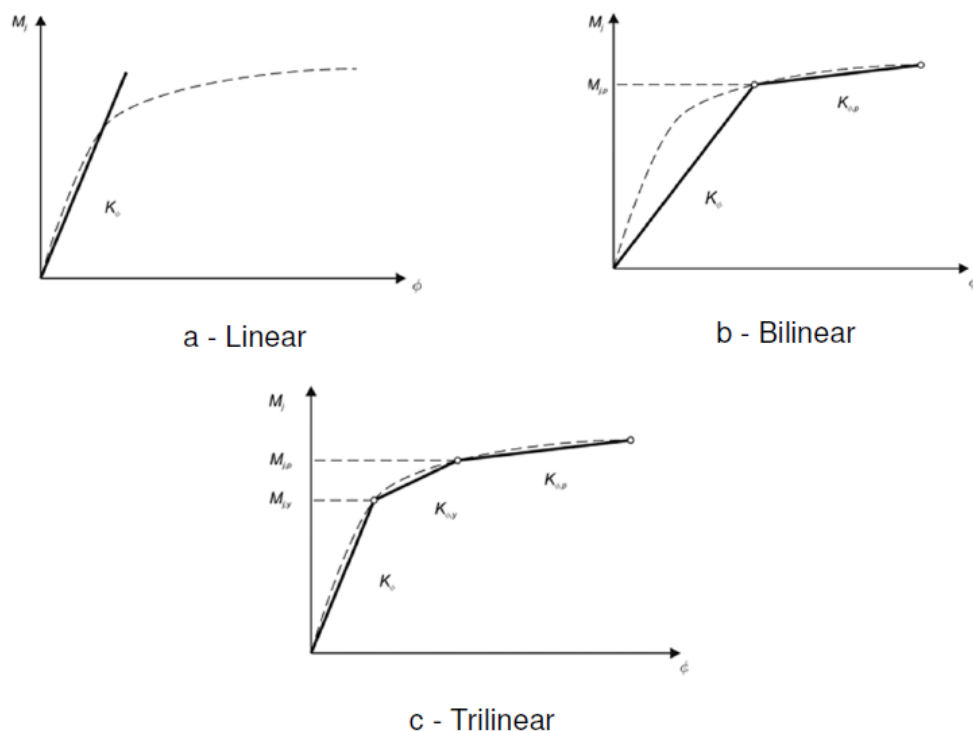
S_{ini} é a rigidez inicial da ligação;

θ_r é a rotação da ligação;

Modelos bilineares foram criados para melhorar os resultados do modelo linear. Estes modelos possuem um segundo trecho de inclinação menos acentuada a partir de certo valor de momento de transição (HIGAKI, 2014). A curva momento-rotação pode, ainda, ser aproximada por segmentos de retas como nos modelos trilineares.

Os diagramas dos modelos lineares são apresentados por Higaki (2014, p. 94), conforme a Figura 6.

Figura 6 - Diagrama momento-rotação aproximado por segmentos de retas



2.2.2. Modelo Polinomial

Sommer (1969) foi o primeiro trabalho que empregou uma expressão não linear para a curva momento *versus* rotação. Neste trabalho foi adotado um polinômio calibrado com valores experimentais para a ligação com chapa de topo. A forma da função polinomial é dada pela Equação 7.

$$\theta = f(KM) \quad \dots(7)$$

Onde:

θ é a rotação da ligação

K é um parâmetro em função das dimensões da ligação

M é o momento aplicado

Mais tarde, o modelo tornou-se conhecido e popular, com a publicação do trabalho de Frye & Morris (1975), onde foram estudadas sete tipos de ligações, apresentando os parâmetros para cada ligação estudada. A curva é aproximada pela expressão:

$$\theta = C_1(KM) + C_2(KM)^3 + C_3(KM)^5 \quad \dots(8)$$

Onde K é um parâmetro de padronização dependente das características geométricas da ligação, e os coeficientes C_1 , C_2 e C_3 , constantes obtidos a partir do critério de correlação pela técnica dos mínimos quadrados, que ajustou de forma mais significativa as curvas obtidas pelo modelo às curvas experimentais (ALVARENGA, 2010). A Tabela 1 fornece os parâmetros das funções polinomiais de Frye e Morris (1975) para diversos tipos de ligações.

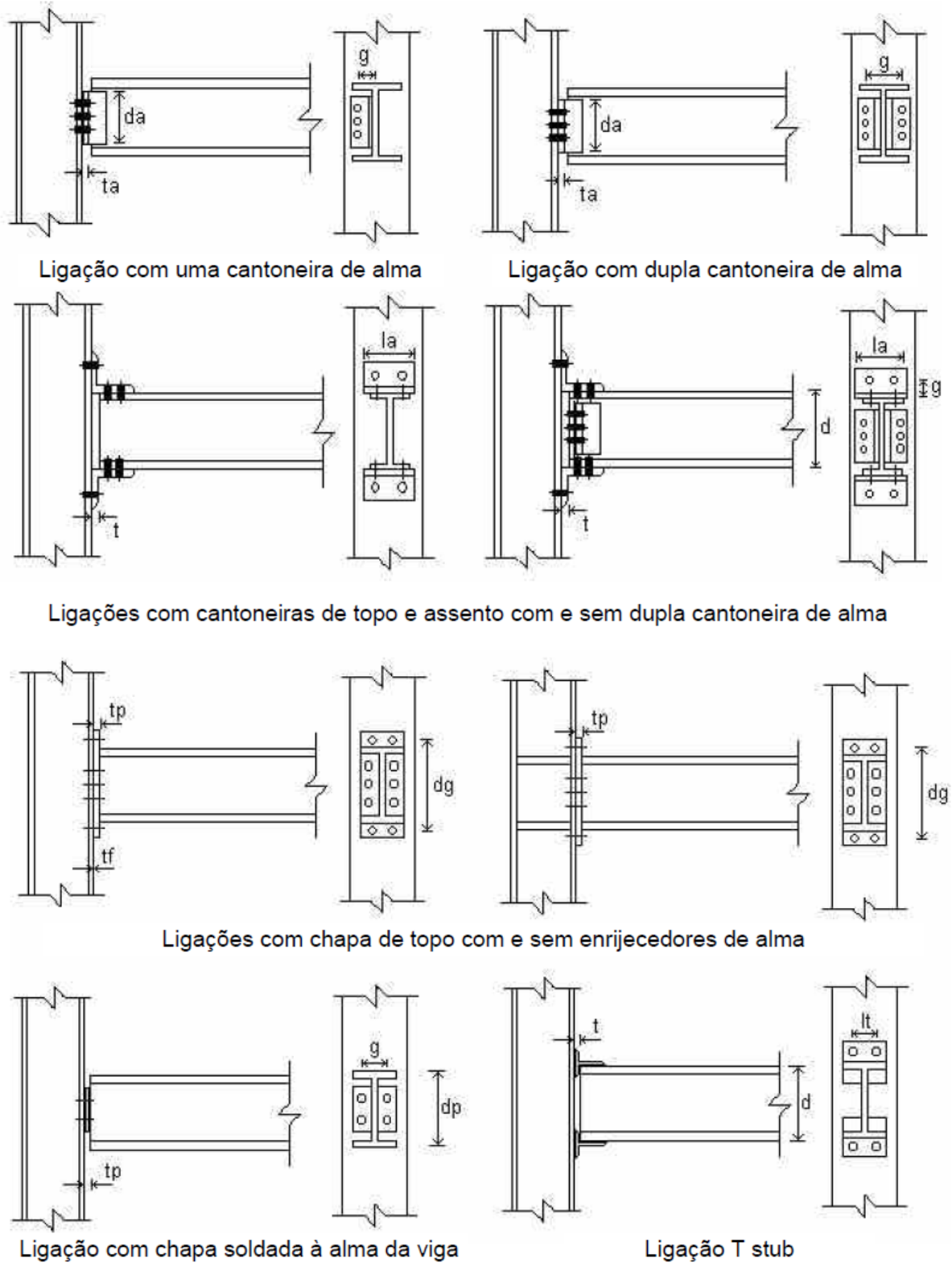
Tabela 1 - Parâmetros das funções polinomiais de Frye e Morris (1975)

Tipo de Ligação	Constantes de ajuste de curva	Parâmetro de padronização
Com uma cantoneira de alma	$C_1 = 4,28 \times 10^{-3}$	$k = d_a^{-2,4} t_a^{-1,81} g^{0,15}$
	$C_2 = 1,45 \times 10^{-3}$	
	$C_3 = 1,51 \times 10^{-3}$	
Com dupla cantoneira de alma	$C_1 = 3,66 \times 10^{-4}$	$k = d_a^{-2,4} t_a^{-1,84} g^{0,15}$
	$C_2 = 1,15 \times 10^{-6}$	
	$C_3 = 4,57 \times 10^{-8}$	
Com cantoneiras de topo e assento e dupla cantoneira de alma	$C_1 = 2,23 \times 10^{-5}$	$k = d^{-1,287} t^{-1,128} t_c^{-0,415} l_a^{-0,694} g^{0,15}$
	$C_2 = 1,85 \times 10^{-8}$	
	$C_3 = 3,19 \times 10^{-12}$	
Com cantoneiras de topo e assento	$C_1 = 8,46 \times 10^{-4}$	$k = d^{-1,5} t^{-0,5} l_a^{-0,7} d_b^{-1,1}$
	$C_2 = 1,01 \times 10^{-4}$	
	$C_3 = 1,24 \times 10^{-8}$	
Com chapa de topo estendida sem enrijecedores de alma	$C_1 = 1,83 \times 10^{-3}$	$k = d_g^{-2,4} t_p^{-0,4} t_f^{-1,5}$
	$C_2 = -1,04 \times 10^{-4}$	
	$C_3 = 6,38 \times 10^{-6}$	
Com chapa de topo estendida com enrijecedores de alma	$C_1 = 1,79 \times 10^{-3}$	$k = d_g^{-2,4} t_p^{-0,6}$
	$C_2 = -1,76 \times 10^{-4}$	
	$C_3 = 2,04 \times 10^{-6}$	
T-sub	$C_1 = 2,10 \times 10^{-4}$	$k = d^{-1,5} t^{-0,5} l_t^{-0,7} d_b^{-1,1}$
	$C_2 = 6,20 \times 10^{-6}$	
	$C_3 = -7,60 \times 10^{-9}$	
Com chapa de topo soldada à alma da viga	$C_1 = 5,10 \times 10^{-5}$	$k = t_p^{-1,6} g^{1,6} d_p^{-2,3} t_w^{-0,5}$
	$C_2 = 6,20 \times 10^{-10}$	
	$C_3 = 2,10 \times 10^{-13}$	

Fonte: Chen e Toma, 1994 apud Santos, 1998, p. 32

Os termos que aparecem nos parâmetros de padronização das ligações (k) estão definidos na Figura 7:

Figura 7 - Parâmetros do modelo de Frye e Morris (1975)



Fonte: Chen & Toma, 1994 apud Santos, 1998, p. 33

O trabalho de Santos (1998) afirma que a aplicação deste modelo no Brasil torna-se muito limitada, pois os perfis e unidades são distintos dos utilizados no

exterior. Sendo assim, é necessária a utilização um dispositivo adequado de conversão de unidades e calibragem das equações. Como solução, em um estudo mais recente, publicado por Chen et. al. (2011), é apresentada uma tabela com os valores das constantes C_1 , C_2 e C_3 já ajustados para as unidades do Sistema Internacional (SI). Conforme é mostrado pela Tabela 2.

Tabela 2 - Constantes para o modelo de Frye-Morris no SI

Tipo de Ligação	Constantes de ajuste de curva	Parâmetro de padronização
Com uma cantoneira de alma	$C_1 = 1,67 \times 10^{-0}$	$k = d_a^{-2,4} t_a^{-1,81} g^{0,15}$
	$C_2 = 8,56 \times 10^{-2}$	
	$C_3 = 1,35 \times 10^{-3}$	
Com dupla cantoneira de alma	$C_1 = 1,43 \times 10^{-1}$	$k = d_a^{-2,4} t_a^{-1,84} g^{0,15}$
	$C_2 = 6,79 \times 10^1$	
	$C_3 = 4,09 \times 10^5$	
Com cantoneiras de topo e assento e dupla cantoneira de alma	$C_1 = 1,5 \times 10^{-3}$	$k = d^{-1,287} t^{-1,128} t_c^{-0,415} l_a^{-0,694} g^{0,15}$
	$C_2 = 5,6 \times 10^{-3}$	
	$C_3 = 4,35 \times 10^{-3}$	
Com cantoneiras de topo e assento	$C_1 = 2,59 \times 10^{-1}$	$k = d^{-1,5} t^{-0,5} l_a^{-0,7} d_b^{-1,1}$
	$C_2 = 2,88 \times 10^3$	
	$C_3 = 3,31 \times 10^4$	
Com chapa de topo estendida sem enrijecedores de alma	$C_1 = 8,91 \times 10^{-1}$	$k = d_g^{-2,4} t_p^{-0,4} t_f^{-1,5}$
	$C_2 = -1,20 \times 10^4$	
	$C_3 = 1,75 \times 10^8$	
Com chapa de topo estendida com enrijecedores de alma	$C_1 = 2,60 \times 10^{-1}$	$k = d_g^{-2,4} t_p^{-0,4}$
	$C_2 = 5,36 \times 10^2$	
	$C_3 = 1,31 \times 10^7$	
T-sub	$C_1 = 6,42 \times 10^{-2}$	$k = d^{-1,5} t^{-0,5} l_t^{-0,7} d_b^{-1,1}$
	$C_2 = 1,77 \times 10^2$	
	$C_3 = -2,30 \times 10^4$	
Com chapa de topo soldada à alma da viga	$C_1 = 6,14 \times 10^{-3}$	$k = t_p^{-1,6} g^{1,6} d_p^{-2,3} t_w^{-0,5}$
	$C_2 = 1,08 \times 10^{-3}$	
	$C_3 = 6,05 \times 10^{-3}$	

Fonte: Chen et. al. (2011, p. 83)

O modelo polinomial de Frye-Morris, para estabelecer a relação momento-rotação relativa, é bastante usado em razão da facilidade de aplicação. Este modelo

representa o comportamento M- θ razoavelmente bem, embora segundo Chen e Chui (2000, p. 103) o método apresente como desvantagem a rigidez da ligação (isto é, a primeira derivada ou a inclinação da função) descontínua ou negativa, o que é indesejável a partir dos pontos físicos e numéricos de vista.

2.2.3. Modelos potenciais

Vários modelos de potência foram desenvolvidos para diferentes tipos de ligações, nos quais dois ou três parâmetros são necessários nas funções. O primeiro modelo de potência foi desenvolvido por Batho e Lash (1936), no qual são utilizados dois parâmetros. Posteriormente, Colson e Louveau (1983) introduziram uma função de modelo de potência de três parâmetros (CHEN, CHUI, 2000).

Mais tarde, com mudanças nos modelos anteriores, Kishi e Chen (1987) estudaram o comportamento de ligações com duplas cantoneiras de alma com e sem cantoneiras de topo e assento e propuseram um modelo de potência de três parâmetros (GONZAGA, 2003).

$$M = \frac{K_i \theta}{\left\{ 1 + \left(\frac{K_i \theta}{M_p} \right)^\beta \right\}^{1/\beta}} \quad \dots(9)$$

Onde:

K_i : rigidez inicial da ligação;

M_p : momento plástico da ligação;

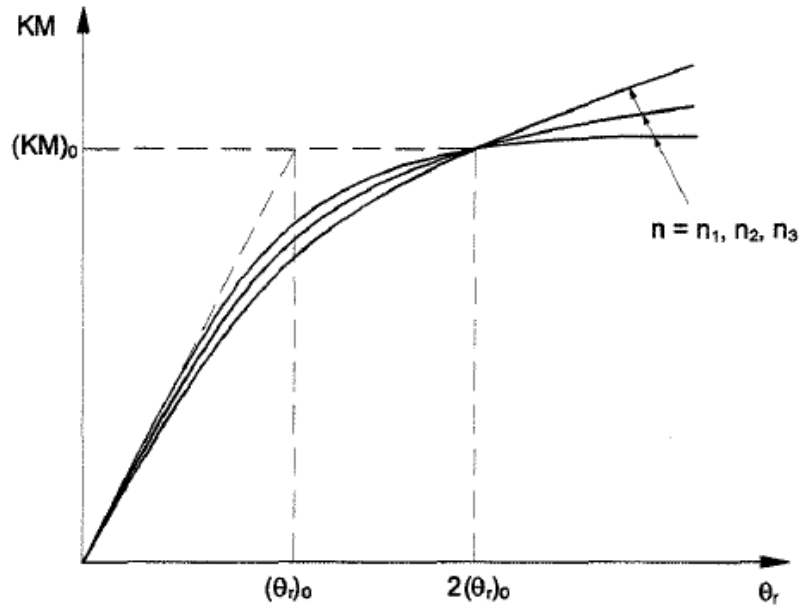
β : parâmetro de forma da curva.

Outro modelo potencial foi desenvolvido por Ang & Morris (1984), que refizeram o trabalho de Frye & Morris (1975), substituindo a curva polinomial por uma potencial (ALVARENGA, 2010), gerando a expressão:

$$\frac{\theta}{(\theta_r)_o} = \left| \frac{KM}{(KM)_o} \right| \left[1 + \left(\left| \frac{KM}{(KM)_o} \right| \right)^{n-1} \right] \quad \dots(10)$$

Sendo que $(\theta_r)_o$, $(KM)_o$ e n são constantes definidas como mostrado na Figura 8 e "K" uma constante que depende do tipo de conexão e geometria (MELLO, 1999). Com os parâmetros já inseridos na Equação 10 tem-se as equações apresentadas na Tabela 3 em função do tipo da ligação.

Figura 8 - Parâmetros do modelo de Ang-Morris.



Fonte: Mello (1999, p. 100)

Tabela 3 - Constantes e parâmetros para o modelo Ang - Morris

Tipo de Ligação	Constante de ajuste de curva	Equação da Relação Momento-Rotação
Com uma cantoneira de alma	$K = d^{-2,09} t^{-1,64} g^{2,06}$	$\frac{\theta_r}{1,03 \times 10^{-2}} = \left \frac{KM}{32,75} \right \left[1 + \left(\left \frac{KM}{32,75} \right \right)^{2,93} \right]$
Com dupla cantoneira de alma	$K = d^{-2,2} t^{-0,08} g^{-0,28}$	$\frac{\theta_r}{3,98 \times 10^{-3}} = \left \frac{KM}{0,63} \right \left[1 + \left(\left \frac{KM}{0,63} \right \right)^{3,94} \right]$
Com chapa de topo	$K = d^{-2,41} t^{-1,54} g^{2,12} w^{-0,45}$	$\frac{\theta_r}{7,04 \times 10^{-3}} = \left \frac{KM}{186,77} \right \left[1 + \left(\left \frac{KM}{186,77} \right \right)^{3,32} \right]$
Com cantoneiras de topo e assento	$K = d^{-1,08} t^{-0,54} l^{0,85} f^{-1,28}$	$\frac{\theta_r}{5,17 \times 10^{-3}} = \left \frac{KM}{745,94} \right \left[1 + \left(\left \frac{KM}{745,94} \right \right)^{4,61} \right]$

Fonte: Adaptado de Mello (1999, p. 100)

Deve-se ressaltar que os parâmetros foram desenvolvidos para as unidades americanas, sendo assim deve haver cuidado na utilização das mesmas. Conforme

Alvarenga (2010, p.77), os modelos potenciais apresentam boas perspectivas para se tornarem mais utilizados, e substituem com vantagens os lineares e polinomiais.

2.2.4. Modelos exponenciais

Outro modelo para representar a curva M- θ foi apresentada Chen e Lui (1988), neste trabalho é proposto um modelo exponencial de multiparâmetros obtido através da técnica dos mínimos quadrados (Equação 11) (GONZAGA, 2003):

$$M = \sum_{j=1}^m C_j \left[1 - \exp\left(-\frac{|\theta_r|}{2j\alpha}\right) \right] + M_o + R_{kf}|\theta_r| \quad \dots(11)$$

Onde:

M_o : valor inicial de momento da ligação;

R_{kf} : rigidez de deformação por encruamento;

α : fator de escala;

C_j : constantes de ajuste de curva e;

$m = 4$ a 6 , geralmente é suficiente na maioria dos casos, segundo Sherbourne e Bahaari (1997) apud Gonzaga (2003).

Os parâmetros de ajuste de curvas do modelo foram determinados para quatro tipos de conexão (CHEN, LUI (1988) apud CHAN, CHUI (2000)):

- a) Ligações com Cantoneira simples;
- b) Ligações com Cantoneira de topo e assento;
- c) Ligações com Chapa de topo;
- d) Ligações com Chapa de topo estendida.

Os valores para os parâmetros utilizados na equação estão resumidos na Tabela 4 em função do tipo de ligação. Segundo Chan e Chui (2000), as curvas momento *versus* rotação obtidas por este método representam bem a não linearidade do comportamento das ligações estudadas, no entanto, requer um grande número de parâmetros de ajuste de curvas.

Tabela 4 - Parâmetros de ajuste de curva Método Chen e Lui (1988)

	Tipo de Ligação			
	Cantoneira Simples	Cantoneira de topo e assento	Chapa de topo	Chapa de topo estendida
M_o	0	0	0	0
R_{kf}	$0,47104 \times 10^2$	$0,43169 \times 10^3$	$0,96415 \times 10^3$	$0,41193 \times 10^3$
α	$0,51167 \times 10^{-3}$	$0,31425 \times 10^{-3}$	$0,31783 \times 10^{-3}$	$0,67083 \times 10^{-3}$
C_1	$-0,43300 \times 10^2$	$-0,34515 \times 10^3$	$-0,25038 \times 10^3$	$-0,67824 \times 10^3$
C_2	$0,12139 \times 10^4$	$0,52345 \times 10^4$	$0,50736 \times 10^4$	$0,27084 \times 10^4$
C_3	$-0,58583 \times 10^4$	$-0,26762 \times 10^5$	$-0,30396 \times 10^5$	$-0,21389 \times 10^5$
C_4	$0,12971 \times 10^5$	$0,61920 \times 10^5$	$0,75338 \times 10^5$	$0,78563 \times 10^5$
C_5	$-0,13374 \times 10^4$	$-0,65114 \times 10^5$	$-0,82873 \times 10^5$	$-0,99740 \times 10^5$
C_6	$0,52224 \times 10^4$	$0,25506 \times 10^5$	$0,33927 \times 10^5$	$0,43042 \times 10^5$
S_c^0	$0,48000 \times 10^5$	$0,95219 \times 10^5$	$0,11000 \times 10^6$	$0,30800 \times 10^6$

Fonte: Adaptado de Chan e Chui (2000, p. 109)

2.2.5. Modelo Mecânico

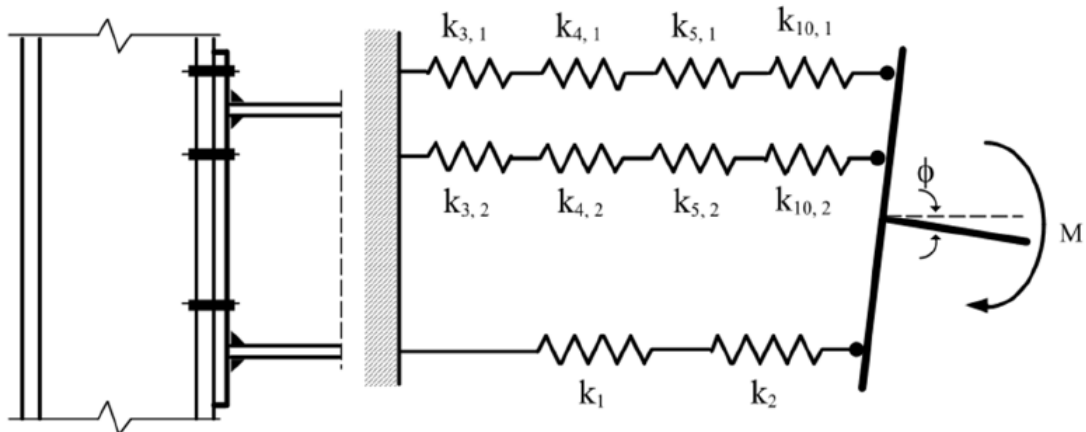
O método das componentes é um modelo mecânico, utilizado pela Eurocode 3 (2005) para o dimensionamento das conexões. Higaki (2014, p. 100) apresenta que o método das componentes busca representar as ligações ao utilizar a combinação de componentes rígidos e deformáveis.

Higaki (2014, p.100) explica que:

O comportamento dos componentes deformáveis é representado por meio de molas, lineares ou não lineares, cujos valores de resistência e rigidez são obtidos por relações empíricas. Cada uma dessas molas representa uma parte específica da ligação associada a um tipo de carregamento.

A Figura 9 exemplifica para uma ligação com chapa de topo o esquema do modelo mecânico formado por molas que representam as componentes ativas na resistência a flexão e na rigidez da ligação.

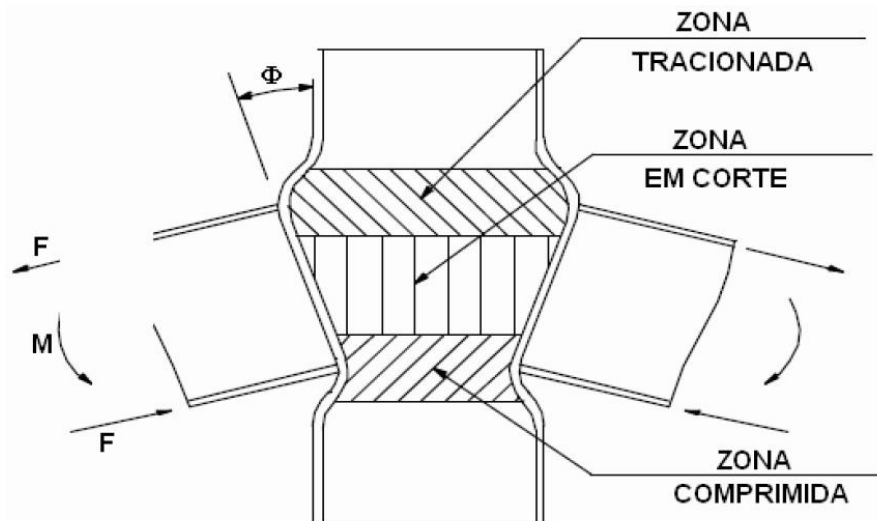
Figura 9 - Modelo mecânico de ligação viga-pilar com chapa de topo.



Fonte: Higaki (2014, p. 102)

As ligações em estruturas de aço apresentam diversos tipos de detalhamentos alternativos, pelo método das componentes a análise difere para cada modelo de ligação, no entanto todos os modelos de análise compreendem as mesmas características básicas: uma zona tracionada, uma zona de compressão e uma em corte, como mostra a Figura 10.

Figura 10 - Modelagem da ligação por zonas críticas



Fonte: Castro (2006, p. 35)

Higaki (2014) cita os passos para obtenção da curva momento-rotação para o modelo mecânico:

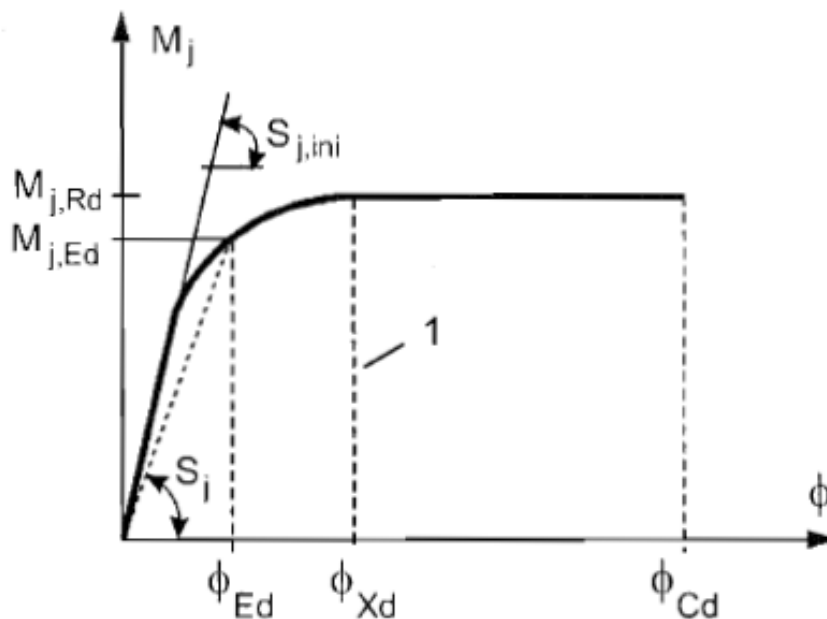
- Determinação das componentes relevantes da ligação analisada;

- Obtenção da curva força-deslocamento para cada uma das componentes;
- Associação das componentes em série e em paralelo para a obtenção da curva momento-rotação da ligação.

O EUROCODE 3 (2005) permite a simplificação da análise de rigidez adotando o valor de rigidez igual a valor rigidez rotacional inicial ($S_{j,ini}$), desde que o momento fletor solicitante de cálculo ($M_{j,Ed}$) não ultrapasse dois terços do momento fletor resistente de cálculo ($M_{j,Rd}$). Quando essa condição não é atendida, a rigidez rotacional secante da ligação será igual a $S_{j,ini}/\eta$ para todo e qualquer valor do momento $M_{j,Ed}$, sendo η uma constante que depende do tipo de ligação.

A seguir é apresentado o gráfico que representa a curva momento-rotação de uma ligação semirrígida comparando com o modelo proposto pelo Eurocode 3 (2005).

Figura 11 - Comparação do comportamento real da rigidez



Fonte: Eurocode 3 (2005, p. 61).

2.2.6. Modelo numérico

Um modelo numérico amplamente utilizado nas modelagens de problemas estruturais de engenharia civil é o Método dos Elementos Finitos (MEF). Segundo

Silva (2010), este método é o mais difundido no meio acadêmico e profissional para a modelagem computacional em engenharia e isso se deve à grande utilidade do método.

Os motivos que contribuíram para o início do estudo de ligações via modelagem numérica foram: a tentativa de se superar a falta de resultados experimentais, aprimorar o estudo de efeitos locais que são difíceis de serem medidos nos ensaios experimentais, realizar uma análise paramétrica extensiva, entre outros (HIGAKI, 2014).

Higaki (2014, p. 103) credita o primeiro trabalho realizado via MEF à Bose et al (1972), onde foram estudadas ligações soldadas. O primeiro estudo utilizando modelo tridimensional foi desenvolvido por Krishnamurth & Graddy (1976), muito limitado pelos recursos computacionais da época. Com o avanço das tecnologias, inúmeros trabalhos foram realizados utilizando o método dos elementos finitos, com estudos cada vez mais refinados, apresentando resultados mais próximos dos reais.

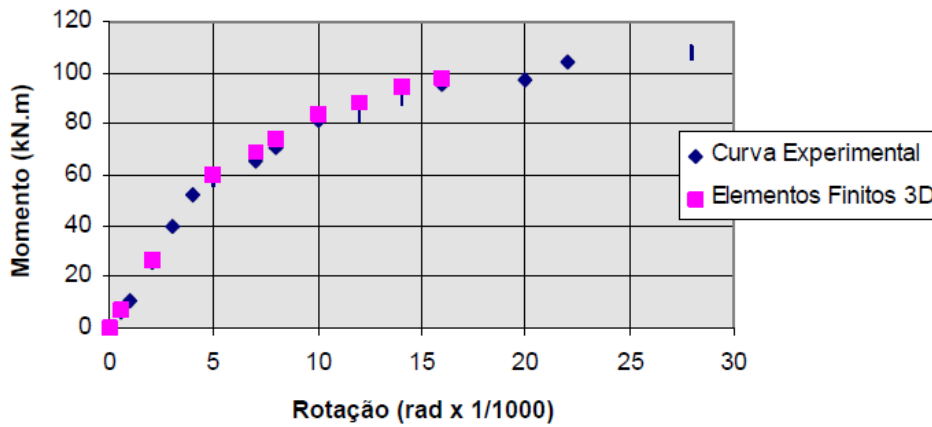
Silva (2010) afirma que a ideia básica do MEF é a de que os corpos podem ser analisados como sendo constituídos por elementos de dimensões finitas e que se relacionam uns com os outros pelos seus nós.

O método dos elementos finitos utiliza os conceitos de matriz rigidez do elemento, montagem da matriz de rigidez da estrutura a partir da contribuição das matrizes de rigidez dos elementos e do conceito de cargas equivalentes nodais (VAZ, 2011).

Esse autor diz ainda que o MEF usa os conceitos de “discretização” do contínuo, o termo discretização se refere a um modelo com número finito de incógnitas para a análise do meio contínuo. Também é utilizado o conceito de matriz de interpolação que fornece os deslocamentos em um ponto no interior do elemento em função de seus deslocamentos nodais.

Em relação à análise de ligações, Santos (1998) comenta que na literatura que trata da simulação numérica de ligações viga-coluna via elementos finitos, são abordadas essencialmente as ligações com chapa de topo. Bem como no estudo de Bose et al (1996), que comparou os resultados via MEF com os obtidos experimentalmente, os gráficos a seguir mostram resultados de ligações simuladas.

Figura 12 - Resultados obtidos por Bose et al. (1996)

Simulação via Elementos Finitos 3D

Fonte: Santos (1998, p. 51).

No entanto, Santos (1998) ressalta que:

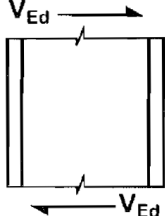
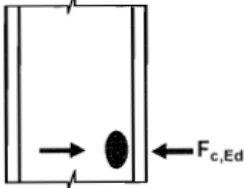
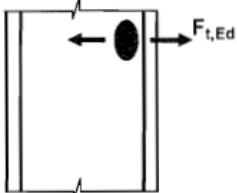
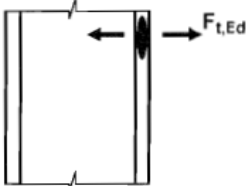
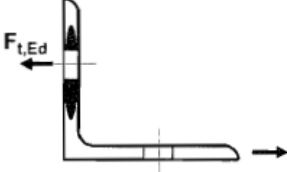
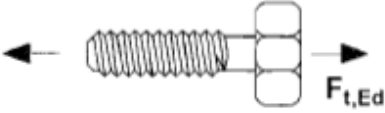
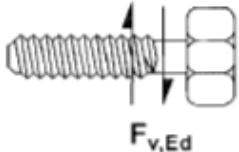
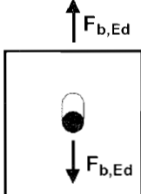
O emprego do MEF também deve ser feito com cuidado e, de preferência, os resultados obtidos devem ser comparados com os fornecidos por outros métodos e/ou com resultados experimentais, pois, em muitos casos, a discretização adotada, o elemento finito empregado e muitos outros fatores envolvidos na simulação podem conduzir a resultados equivocados.

Ou seja, como qualquer outro método de simulação, o método dos elementos finitos precisa ser "calibrado" através de ensaios laboratoriais ou confrontado com outros métodos que tenham resultados conhecidos e validados.

2.3. Cálculo da rigidez segundo EUROCODE (2005)

O Eurocode 3 (2005) utiliza o método das componentes para a verificação de resistências, coeficiente de rigidez e capacidade de rotação dos componentes de uma ligação. A norma apresenta em sua seção 6.1.3 as divisões dos componentes conforme as solicitações, para o caso de ligações com cantoneiras de topo e assento as verificações necessárias são apresentadas na Tabela 5.

Tabela 5 - Verificações para ligações com cantoneira de topo e assento

Coeficiente de Rigidez	Componente
k_1	Cisalhamento painel do pilar 
k_2	Compressão na alma do pilar 
k_3	Tração na alma do pilar 
k_4	Flexão na mesa do pilar 
k_6	Flexão na cantoneira de topo e assento 
k_{10}	Tração nos parafusos 
k_{11}	Cisalhamento nos parafusos 
k_{12}	Parafusos sujeitos ao esmagamento 

A determinação da rigidez da ligação (S_j), calculada pela Equação 11, considera as rigidezes dos componentes básicos da ligação, cada uma é representada por um coeficiente de rigidez elástica (k_i).

$$S_j = \frac{Ez^2}{\mu \sum_i \frac{1}{k_i}} \quad \dots(11)$$

Onde:

E é o módulo de elasticidade do aço;

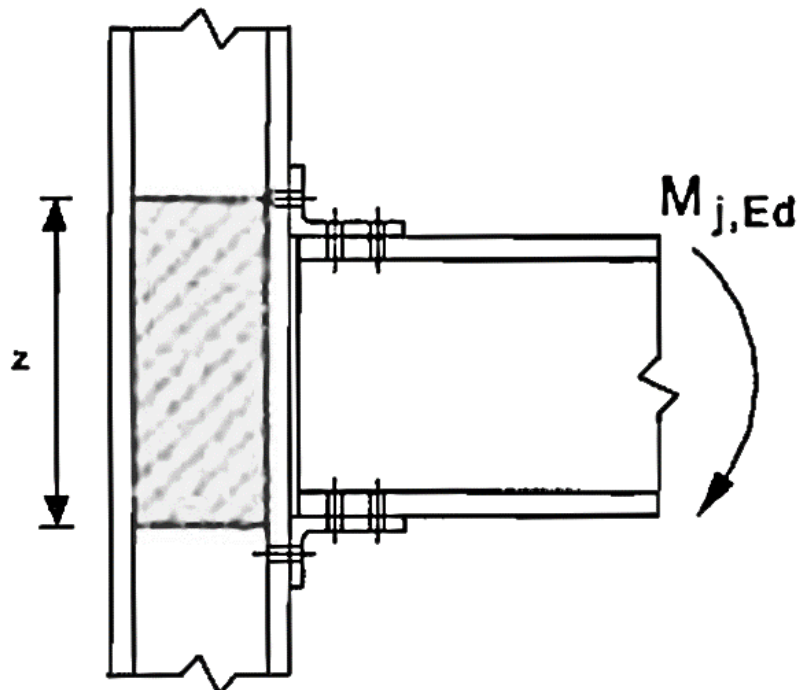
z é o braço de alavanca mostrado na Figura 23;

k_i é o coeficiente de rigidez do componente básico "i" da ligação;

μ é a relação de rigidez $S_{j,ini}/S_j$.

Como simplificação, a relação μ pode ser adotada com valor de 1, desde que momento fletor solicitante de cálculo ($M_{j,Ed}$) não ultrapasse dois terços do momento fletor resistente de cálculo ($M_{j,Rd}$).

Figura 13 - Braço de alavanca (z)



Fonte: Eurocode (2005, p. 86)

2.3.1. Determinação k_1

Segundo o Eurocode 3 (2005) o coeficiente de rigidez do componente onde ocorre o cisalhamento do painel do pilar deve ser calculado pela Equação 12.

$$k_1 = \frac{0,38 A_{vc}}{\beta z} \quad \dots(12)$$

Onde:

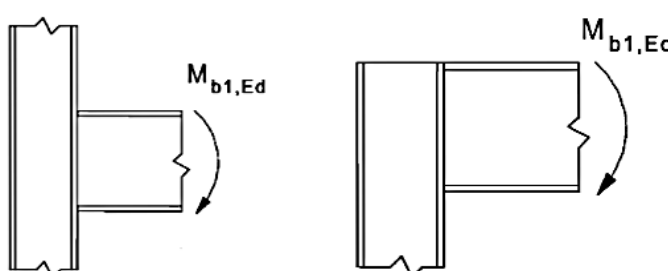
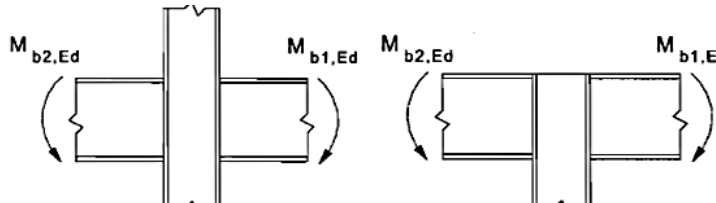
Z é o braço de alavanca (Figura 23);

β é o parâmetro de transformação;

A_{vc} é a área sob cisalhamento.

O parâmetro β é encontrado de forma iterativa, o Eurocode 3 (2005) permite que esse valor seja simplificado como:

Tabela 6 - Valores do parâmetro β

Tipo de ligação	Esforço	Valor de β
	$M_{b1,Ed}$	$\beta \approx 1$
	$M_{b1,Ed} = M_{b2,Ed}$ $M_{b1,Ed}/M_{b2,Ed} > 0$ $M_{b1,Ed}/M_{b2,Ed} < 0$ $M_{b1,Ed} + M_{b2,Ed} = 0$	$\beta = 0$ $\beta \approx 1$ $\beta \approx 2$ $\beta \approx 2$

Fonte: Eurocode 3 (2005, p. 59)

2.3.2. Determinação k_2

O coeficiente k_2 é referente ao componente de compressão da alma do pilar, é calculado conforme a Equação 13:

$$k_2 = \frac{0,7b_{eff,c,wc}t_{wc}}{d_{wc}} \quad \dots(13)$$

Onde:

t_{wc} é a espessura da alma do pilar;

d_{cw} é a altura livre da alma do pilar, obtida pela equação $d_{wc} = h_c - 2(t_{fc} + r_c)$;

$b_{eff,c,wc}$ é a largura efetiva da alma do pilar, calculada conforme a equação $b_{eff,c,wc} = 2t_a + 0,6r_a + 5(t_{fc} + r_c)$, aplicável a seções laminadas;

t_a é a espessura da cantoneira de ligação;

r_a é o raio de concordância do perfil da cantoneira de ligação;

t_{fc} é a espessura da mesa do pilar;

r_c é o raio de concordância do perfil do pilar;

2.3.3. Determinação k_3

O componente de tração da alma do pilar é dado pelo coeficiente de rigidez k_3 , e é calculado de acordo com a Equação 14.

$$k_3 = \frac{0,7.b_{eff,t,wc}.t_{wc}}{d_{wc}} \quad \dots(14)$$

Os parâmetros foram apresentados nos itens anteriores.

2.3.4. Determinação k_4

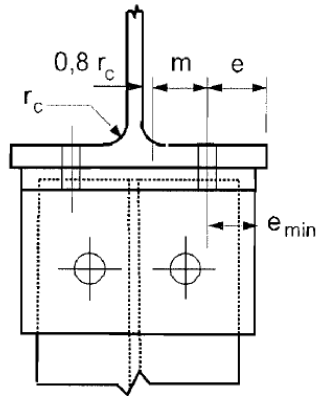
O coeficiente k_4 refere-se a flexão na mesa do pilar, é obtido a partir da Equação 15:

$$k_4 = \frac{0,9.l_{eff}.t_{fc}^3}{m^3} \quad \dots(15)$$

O Eurocode 3 (2005) apresenta uma metodologia em que a ligação deve ser dimensionada meio da teoria "T-Stub". O modelo é formado por uma peça em T equivalente ligado uma chapa de extremidade sujeita à flexão. Sendo assim, os

parâmetros l_{eff} e m são relativos ao T-sub equivalente. O valor de m é ilustrado na Figura 14, conforme o perfil T equivalente para ligações com cantoneiras.

Figura 14 - T-sub equivalente para cantoneiras



Fonte: Eurocode 3 (2005, p. 77)

O parâmetro l_{eff} é o menor valor entre as alturas efetivas para um perfil T, conforme as equações a seguir dispostas:

$$l_{eff,cp} = \text{mín} \begin{bmatrix} 2 \cdot \pi \cdot m \\ \pi \cdot m + 2e_1 \\ \pi \cdot m + p \\ 2e_1 + p \end{bmatrix} \quad \dots(16)$$

$$l_{eff,nc} = \text{mín} \begin{bmatrix} 4 \cdot m + 1,25 \cdot e \\ 2 \cdot m + 0,625e + e_1 \\ 2 \cdot m + 0,625 \cdot e + 0,5 \cdot p \\ e_1 + 0,5 \cdot p \end{bmatrix} \quad \dots(17)$$

$$l_{eff} = \text{mín} \begin{bmatrix} l_{eff,nc} \\ l_{eff,cp} \end{bmatrix} \quad \dots(18)$$

2.3.5. Determinação k_6

A flexão na cantoneira de topo e assento é avaliada pelo coeficiente de rigidez k_6 , o qual é calculado pela equação:

$$k_6 = \frac{0,9 \cdot l_{eff} \cdot t_a^3}{m} \quad \dots(19)$$

Onde:

t_a é a espessura da cantoneira de ligação;

m é apresentado na Figura 14;

l_{eff} é calculado pela Equação 18.

2.3.6. Determinação k_{10}

O coeficiente de rigidez do componente de tração nos parafusos é dado pela equação:

$$k_{10} = \frac{1,6A_s}{L_b} \quad \dots(20)$$

Onde A_s é a área da seção transversal do fuste dos parafusos e L_b é o comprimento de aperto dos parafusos, conforme equação 21.

$$L_b = t_a + t_{fc} + \frac{h_{cabeça\ parafuso} + h_{porca}}{2} \quad \dots(21)$$

2.3.7. Determinação k_{11}

O cisalhamento que ocorre nos parafusos é representado pelo coeficiente k_{11} . O coeficiente de rigidez deste componente é calculado pela Equação 22.

$$k_{11} = \frac{16n_b d_b^2 f_{ub}}{E d_{M16}} \quad \dots(22)$$

Onde:

n_b é o número total de linhas de parafusos;

d_b é o diâmetro do parafuso utilizado na ligação;

f_{ub} é a resistência última do parafuso;

E é o módulo de elasticidade do aço utilizado;

d_{M16} é o diâmetro do parafuso M16, igual 20mm.

2.3.8. Determinação k_{12}

O coeficiente de rigidez referente ao esmagamento de parafusos não protendidos é dado pela equação:

$$k_{12} = \frac{24n_b k_b k_t f_u}{E} \quad \dots(23)$$

Onde os coeficientes k_b e k_t são definidos nas equações a seguir:

$$k_b = \text{mín} \left[\begin{array}{l} k_{b1} \\ k_{b2} \end{array} \right] \quad \dots(24)$$

$$k_{b1} = \text{mín} \left[\begin{array}{l} \frac{0,25e_b}{d_b} + 0,5 \\ 1,25 \end{array} \right] \quad \dots(25)$$

$$k_{b2} = \text{mín} \left[\begin{array}{l} \frac{0,25p_b}{d_b} + 0,375 \\ 1,25 \end{array} \right] \quad \dots(26)$$

$$k_t = \text{mín} \left[\begin{array}{l} \frac{1,5t_j}{d_{M16}} \\ 2,5 \end{array} \right] \quad \dots(27)$$

Em que e_b é a distância entre a linha de parafusos à face livre da chapa na direção da força, p_b é o espaçamento entre as linhas de parafusos na direção da força, f_u é a resistência última do aço que está em contato com o parafuso, e t_j é a espessura da chapa de contato com o parafuso.

2.4. Trabalho desenvolvido por Nardino e Souza (2015)

O trabalho de Nardino e Souza (2015) buscou analisar o comportamento de uma edificação em aço a partir do estudo de suas ligações, avaliando redistribuição dos esforços nos elementos estruturais com a consideração de ligações semirrígidas, comparadas às ligações totalmente rígidas ou flexíveis.

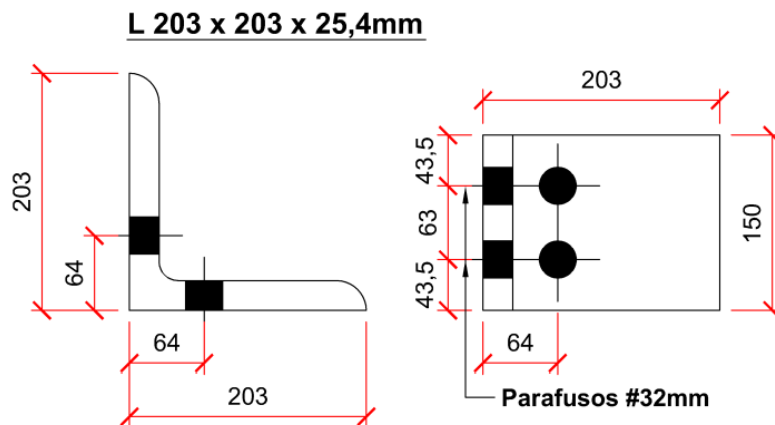
Na realização de seu estudo, foi adotada uma estrutura hipotética, composta por 8 pavimentos, com comprimento de 30 metros e 3 metros de piso a piso,

totalizando 24 metros de altura. A estrutura foi submetida a um carregamento permanente uniformemente distribuído no valor de 15,00 kN/m e um carregamento acidental uniformemente distribuído no valor de 4,50 kN/m, além das cargas de vento calculadas segundo a NBR 6123 (1988).

A estrutura analisada era contraventada e o aço utilizado para os perfis laminados foi o de classe MR-250. Os parafusos adotados possuíam diâmetro nominal de 32mm (1 ¼”), de classe A307 ($f_{ub} = 415$ MPa).

O trabalho limitou-se ao estudo de um único detalhamento de ligação, padronizada para todas ligações viga-pilar. Foi escolhida uma ligação com cantoneira de topo e assento, onde após as verificações necessárias, adotou-se a cantoneira L 203 x 203 x 25,4mm, detalhada na Figura 15. Suas propriedades são apresentadas na Tabela 7 e ilustradas na Figura 16.

Figura 15 - Cantoneira utilizada por Nardino e Souza (2015)



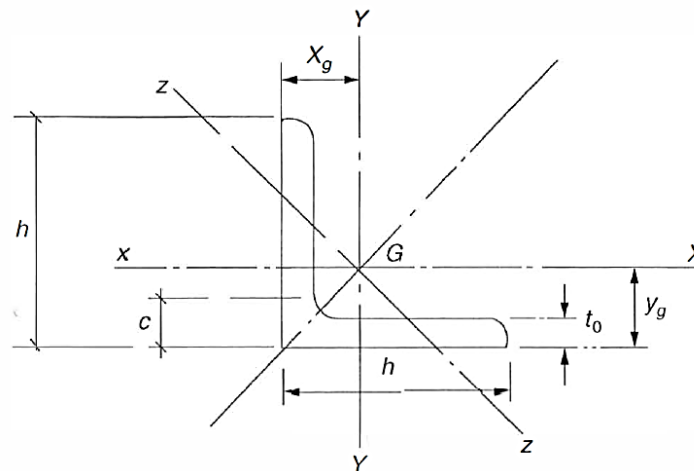
Fonte: Nardino e Souza (2015, p. 84)

Tabela 7 - Propriedades da cantoneira

L 203x203x25,4			
m (kg/m)	75,9	$W_x = W_y$ (cm ³)	259,4
b_a (mm)	203,2	$i_x = i_y$ (cm)	6,19
A (cm ²)	96,77	i_{zmin} (cm)	3,96
t_o (mm)	25,4	i_{max} (cm)	7,81
c (mm)	41,3	$x_g = y_g$ (cm)	6,02
$I_x = I_y$ (cm ⁴)	3704,4	r_a (mm)	15,9

Fonte: Adaptado de Nardino e Souza (2015, p. 84)

Figura 16 - Propriedades Geométricas da cantoneira



Fonte: Pfeil e Pfeil (2008, p. 322)

No trabalho de Nardino e Souza (2015), a estrutura foi analisada no plano bidimensional, utilizando três modelos para a avaliação. No modelo 1 adotou-se ligações rígidas, no modelo 2 as ligações apresentavam comportamento semirrígido, e por fim, no modelo 3 as ligações eram flexíveis.

O método das componentes proposto pelo Eurocode 3 (2005) foi utilizado para a cálculo da rigidez da ligação, onde é adotado o valor de rigidez inicial, conforme explicado no item 4 do presente trabalho. Obteve-se o valor de $S_{j,ini} = 19140,326 \text{ kN.m/rad}$ para a rigidez inicial, posteriormente avaliado nos resultados do software utilizado.

Os pórticos foram modelados no software SAP2000 v17 (COMPUTERS AND STRUCTURES INCORPORATION, 2015), onde foram avaliados os coeficientes de aproveitamento estrutural calculados pelo programa para a determinação dos perfis das vigas e contraventamentos. O valor de coeficiente de aproveitamento relaciona os esforços solicitantes e a capacidade resistente total das peças, apresentando valores acima de 1 quando o elemento está subdimensionado (sujeito a ruptura) e valores abaixo de 1 quando o perfil está dimensionado com folga de resistência.

Através dos resultados obtidos pelo software para os três modelos, foram comparados os esforços solicitantes nos elementos, avaliando sua redistribuição em função da rigidez adotada. Além disso, foram analisados deslocamentos e os momentos fletores resultantes.

O estudo concluiu que com a consideração da semirrígidez houve uma redução de esforços solicitantes sobre as vigas em relação a estruturas flexíveis,

enquanto em relação ao modelo rígido ocorreu um aumento nos esforços máximos no meio do vão das vigas, implicando na segurança da estrutura.

3. METODOLOGIA

Esse item é dedicado à apresentação da metodologia adotada no desenvolvimento e aplicação dos modelos utilizados no estudo do comportamento momento-rotação da ligação com cantoneira de topo e assento.

A metodologia adotada neste trabalho utilizou a análise numérica como base para as discussões, a qual foi realizada via método dos elementos finitos utilizando o software ANSYS. Assim, neste item são apresentados alguns aspectos da modelagem, como definição da geometria, tipos de elementos finitos, discretização dos elementos e representação das relações constitutivas dos materiais.

Além da análise numérica, foi determinada a curva momento-rotação através de três modelos disponíveis na literatura, sendo eles:

- Modelo polinomial de Frye e Morris;
- Modelo potencial de Ang e Morris;
- Método das Componentes - Eurocode (2005).

Sendo que para a curva determinada para o método apresentado pelo Eurocode 3 (2005) foi utilizado o valor de rigidez inicial calculado por Nardino e Souza (2015) em seu trabalho.

Desta maneira, os resultados obtidos pela análise numérica foram comparados com as curvas características calculadas pelos outros modelos. A ligação escolhida, bem como os detalhes das etapas do desenvolvimento são descritos a seguir.

3.1. Modelo estrutural adotado

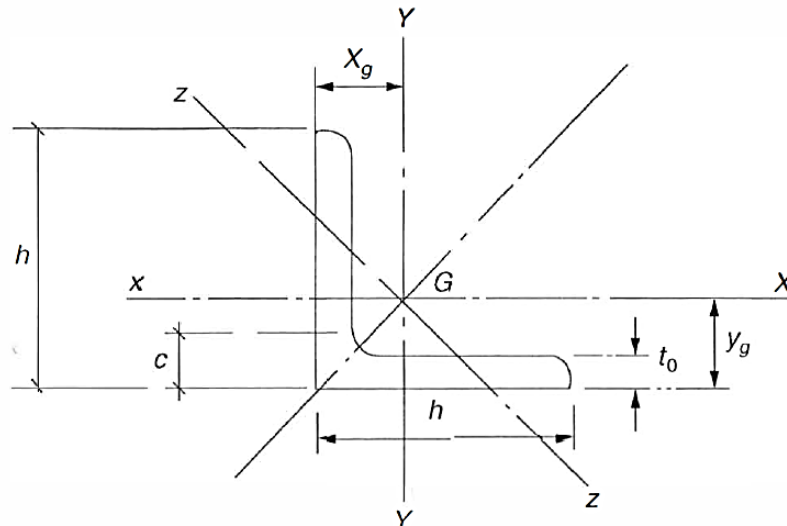
A ligação do tipo cantoneira de topo e assento, bem como perfis de viga e pilar adotados no presente trabalho foram extraídos do estudo de Nardino e Souza (2015), onde foi realizado o dimensionamento da estrutura de acordo com as verificações de resistência do Eurocode 3 (2005). As características da cantoneira utilizada são apresentadas na Tabela 8 e ilustradas na Figura 17.

Tabela 8 - Propriedades da Cantoneira

L 203x203x25,4			
m (kg/m)	75,9	$W_x = W_y$ (cm ³)	259,4
b_a (mm)	203,2	$i_x = i_y$ (cm)	6,19
A (cm ²)	96,77	i_{zmin} (cm)	3,96
t_o (mm)	25,4	i_{max} (cm)	7,81
c (mm)	41,3	$x_g = y_g$ (cm)	6,02
$I_x = I_y$ (cm ⁴)	3704,4	r_a (mm)	15,9

Fonte: Adaptado de Nardino e Souza (2015, p. 84)

Figura 17 - Propriedades Geométricas da cantoneira



Fonte: Pfeil e Pfeil (2008, p. 322)

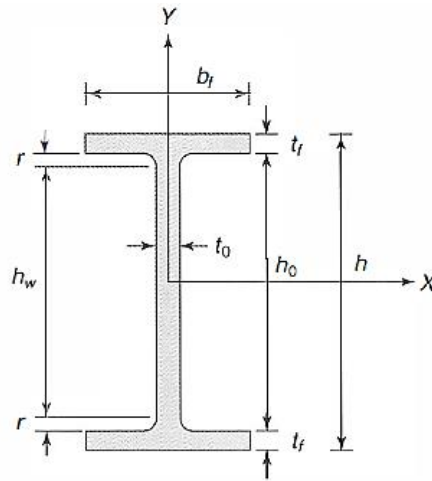
Os parafusos utilizados possuem diâmetro nominal de 32 mm de classe A307 ($f_{ub} = 415$ MPa) e o aço para os perfis laminados será o MR-250, cujas tensões de escoamento e de ruptura são, respectivamente, 250 MPa e 400 MPa (ABNT NBR 8800, 2008), e o módulo de elasticidade utilizado no modelo foi de valor 200.000 MPa. As dimensões e características dos perfis utilizados nas vigas e nos pilares são apresentados na Tabela 9 e ilustrados na Figura 18. O detalhamento da ligação pode ser visto na Figura 19.

Tabela 9 - Propriedades geométricas dos perfis

Propriedades	Pilar W 250x101	Viga W 360x44
m (kg/m)	101	44
h (mm)	225	352
A (cm ²)	128,7	57,7
t_o (mm)	11,9	6,9
h_o (mm)	225	332
t_f (mm)	19,6	9,8

Fonte: Adaptado de Nardino e Souza (2015, p. 86)

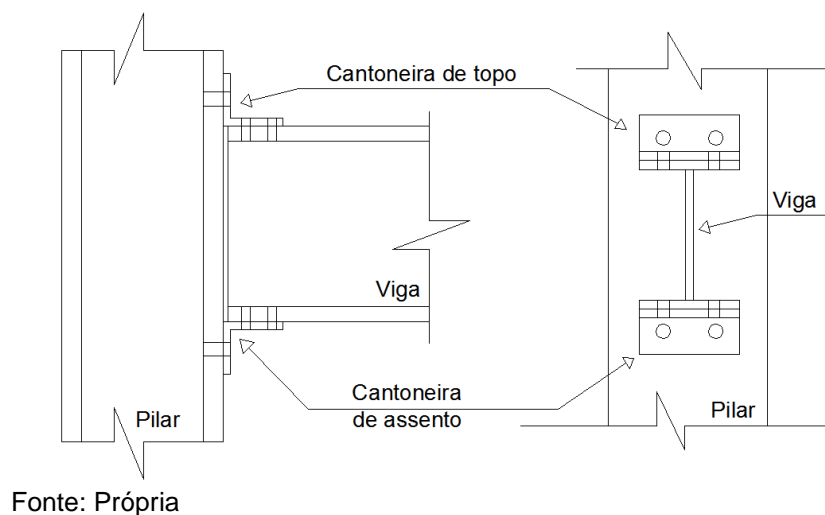
Figura 18 - Propriedades geométricas dos perfis



Fonte: Pfeil e Pfeil (2008, p. 329)

O detalhamento da ligação estudada é apresentada na Figura 19.

Figura 19 - Detalhamento da ligação cantoneira de topo e assento



Fonte: Própria

3.2. Modelagem numérica

Na presente metodologia são apresentados os procedimentos referentes a aspectos da modelagem, não detalhando os comandos ou processos específicos do software utilizado. A preparação do modelo numérico consistiu, basicamente, de procedimentos relacionados às seguintes fases:

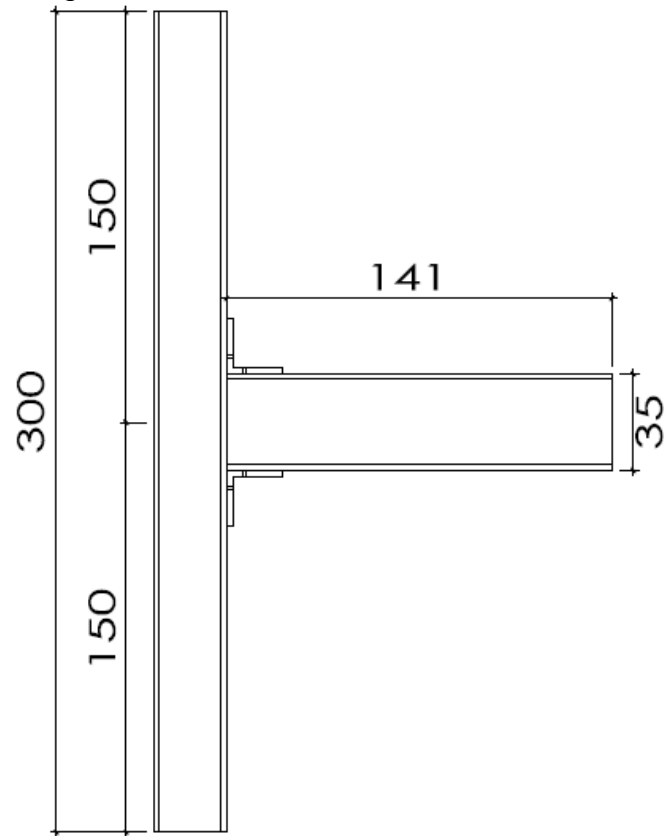
- Definição da geometria do modelo
- Condições de contorno
- Escolha do tipo de elemento finito para cada componente do modelo;
- Construção da malha de elementos finitos;
- Definição dos modelos construtivos e de linearidade dos materiais;
- Aplicação da força de aperto nos parafusos;
- Aplicação do carregamento;

3.2.1. Definição da geometria do modelo

A geometria do modelo para a simulação numérica consistiu de uma viga em balanço, com comprimento equivalente a quatro vezes a altura da sua seção transversal, de acordo com a metodologia apresentada por Ribeiro (1998), que explica ter utilizado essa dimensão em função da comparação com o modelo experimental realizado em seu trabalho.

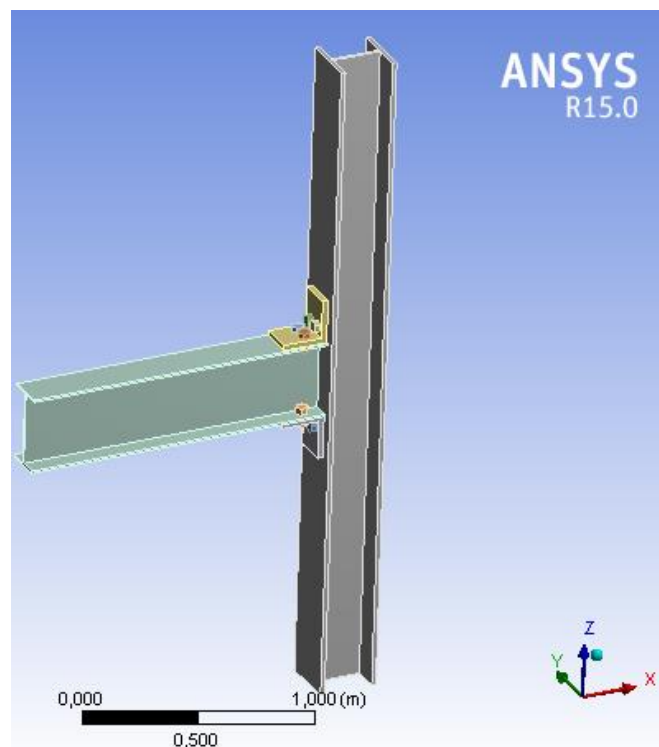
A dimensão utilizada para o pilar é de 3 metros, sendo metade do comprimento piso a piso acima da ligação e metade abaixo, pois neste ponto o pilar apresenta um ponto de inflexão. A representação esquemática da geometria utilizada é mostrada na Figura 20, enquanto que na Figura 21 é possível a visualização da estrutura em três dimensões.

Figura 20 - Dimensões gerais do modelo



Fonte: Própria

Figura 21 - Geometria da Análise Numérica

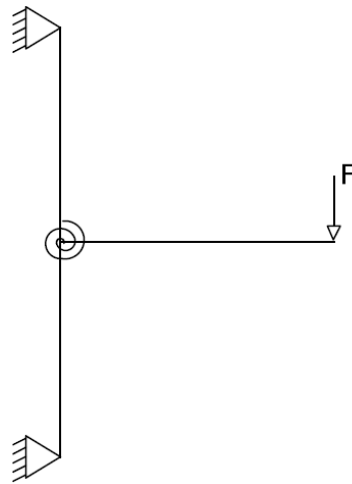


Fonte: Elaboração Própria

3.2.2. Condições de contorno

As extremidades dos pilares foram consideradas apoiadas, e a viga em balanço foi submetida a uma carga em sua extremidade. Para representar a rigidez da ligação foi ilustrada uma mola na conexão da viga e pilar, de acordo com o que é apresentado na Figura 22.

Figura 22 - Condições de contorno



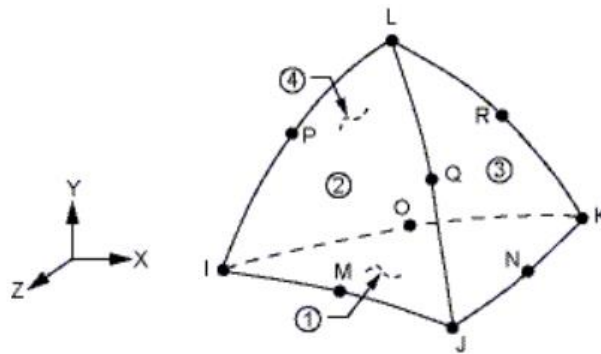
Fonte: Própria

3.2.3. Elementos finitos

A escolha dos elementos finitos para a discretização da ligação depende das características da geometria e das considerações realizadas na representação do modelo. Sendo assim, foram escolhidos três tipos de elementos que melhor se adequam a análise realizada neste trabalho.

O elemento volumétrico SOLID187 foi utilizado para modelar os elementos de aço, como viga, pilar, cantoneira e parafusos. O elemento tridimensional SOLID187 é definido por dez nós, cada um dos nós tem três graus de liberdade, que correspondem as três direções (X, Y e Z), de acordo com o que é ilustrado na Figura 23.

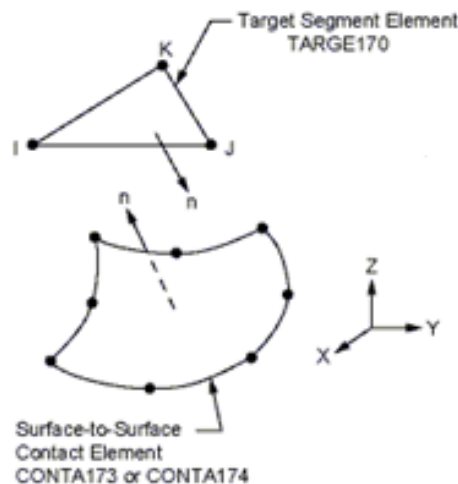
Figura 23 – Elemento volumétrico SOLID187



Fonte: Biblioteca ANSYS, 2010.

Para a representação das discontinuidades geométricas foram utilizados elementos de contato, denominados TARGE170 e CONTA174 (Figura 24). Estes elementos representam a formulação de contato do tipo superfície-superfície e possuem três graus de liberdade em cada nó, com translações nos eixos X, Y e Z.

Figura 24 – Elementos de contato TARGE170 e CONTA174



Fonte: Biblioteca ANSYS, 2010.

Cada grupo forma um par de contato identificado por índices correspondentes. O elemento TARGE170 é definido como a superfície alvo, ou seja, superfície mais rígida e o elemento CONTA174 é definido como a superfície de contato, mais flexível (HIGAKI, 2014). O elemento de contato atua quando a superfície de contato penetra na superfície alvo, ocorrendo transferência de tensões de compressão no contato.

3.2.4. Modelo construtivo adotado

A representatividade dos resultados da modelagem numérica depende de uma série de critérios adotados durante a sua realização. Muitos desses detalhes ainda são alvo de discussões, pois as reais características dos elementos estruturais dificilmente podem ser incluídas na modelagem, adotando simplificações e idealizações para estes comportamentos. Como exemplo, podem-se citar as imperfeições nas cantoneiras ou na montagem dos perfis, as tensões residuais e a escolha dos modelos de plasticidade dos materiais.

O presente trabalho limitou-se ao estudo da modelagem adotando a simplificação da relação tensão-deformação linear, e não foi considerado as não linearidades geométricas do material e de contato.

3.2.5. Aplicação da força de aperto nos parafusos

A força de aperto nos parafusos foi imposta através da ferramenta do software ANSYS para a aplicação de força interna no fuste dos parafusos, sendo assim em todos os oito elementos foram aplicados a força de 24000N em seu fuste.

3.2.6. Aplicação do carregamento

O momento solicitante na ligação foi produzido através de uma carga vertical aplicada no extremo da viga. Assim, a partir dos resultados gerados pelo processamento do modelo, foram obtidos os deslocamentos dos nós da seção da alma da viga na face junto ao pilar. Com os deslocamentos resultantes foi determinado o ângulo de rotação relativa entre a viga e o pilar, e por fim, com estes valores foi obtida a curva Momento x Rotação.

Os valores de carga foram aplicados de forma que os momentos resultantes não ultrapassassem o valor de momento resistente, de maneira que o aço trabalhe em seu regime elástico.

Para a aplicação da força foi utilizado a ferramenta do programa em que são adicionados “steps” (passos), em que cada “step” corresponde a uma carga aplicada.

3.3. Modelo polinomial de Frye e Morris

A partir da expressão apresentada por Frye e Morris (1975), conforme a Equação 28, foi calculada a curva momento-rotação para este método polinomial.

$$\theta = C_1(KM) + C_2(KM)^3 + C_3(KM)^5 \quad \dots(28)$$

Sendo K um parâmetro de padronização dependente das características geométricas da ligação, as quais são apresentadas na Tabela 11. Os coeficientes C_1 , C_2 e C_3 são constantes de ajuste de curva, e foram obtidos conforme apresentado na Tabela 1, os valores encontrados são mostrados na Tabela 12.

Tabela 10 - Parâmetros Geométricos - Método de Frye e Morris

d (cm)	35,2
t (cm)	2,54
la (cm)	15
db (cm)	3,2

Fonte: Elaboração própria

Tabela 11 - Constantes - Modelo Frye e Morris

Constantes de ajuste de curva	
C1	0,259
C2	2880
C3	33100
Parâmetro de padronização	
k	0,000125557

Fonte: Elaboração Própria

3.4. Modelo potencial de Ang e Morris

Utilizando a equação proposta por Ang e Morris (1984) foi determinado o comportamento da curva para a ligação escolhida, obtida a partir da Equação 29.

$$\frac{\theta}{(\theta_r)_o} = \left| \frac{KM}{(KM)_o} \right| \left[1 + \left(\left| \frac{KM}{(KM)_o} \right| \right)^{n-1} \right] \quad \dots(29)$$

Sendo que $(\theta_r)_o$, $(KM)_o$ e n são constantes definidas como mostrado no item 2.2.3 deste trabalho, e "K" uma constante que depende do tipo de conexão e geometria. Os parâmetros utilizados são apresentados na Tabela 12, é importante ressaltar que estes foram utilizados em polegadas na equação.

Tabela 12 - Parâmetros Geométricos e Constante de Ajuste de Curva

d (in)	13,85
t (in)	1
l (in)	5,91
f (in)	1,26
k	0,21

Fonte: Elaboração própria

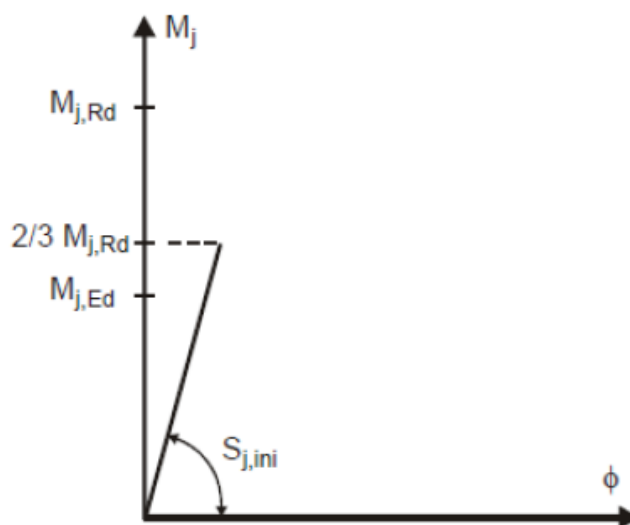
3.5. Método das Componentes – Eurocode (2005)

Para a análise do diagrama momento *versus* rotação obtido pelo Método das Componentes, foi utilizado o valor de rigidez rotacional calculado no trabalho de Nardino e Souza (2015). Para obter o resultado de rigidez, Nardino e Souza (2015) determinaram a rigidez de cada componente (k_i), conforme metodologia de cálculo apresentada no Item 6 do presente trabalho.

O EUROCODE 3 (2005) permite que a rigidez rotacional seja adotada igual a rigidez inicial ($S_{j,ini}$), desde que o momento fletor solicitante de cálculo ($M_{j,Ed}$) não ultrapasse dois terços do momento fletor resistente de cálculo ($M_{j,Rd}$). Sendo assim, a estrutura apresentada por Nardino e Souza (2015) foi dimensionada para que os perfis das vigas resistam até 2/3 do momento resistente da ligação, permitindo que o diagrama seja representado de forma linear.

Desta forma, com o valor encontrado para rigidez rotacional da ligação de cantoneira de topo e assento estudada, foi analisado o comportamento da relação $M_j \times \theta$, de acordo como o que mostra a Figura 25.

Figura 25 - Diagrama momento-rotação de acordo com EUROCODE 3 (2005)



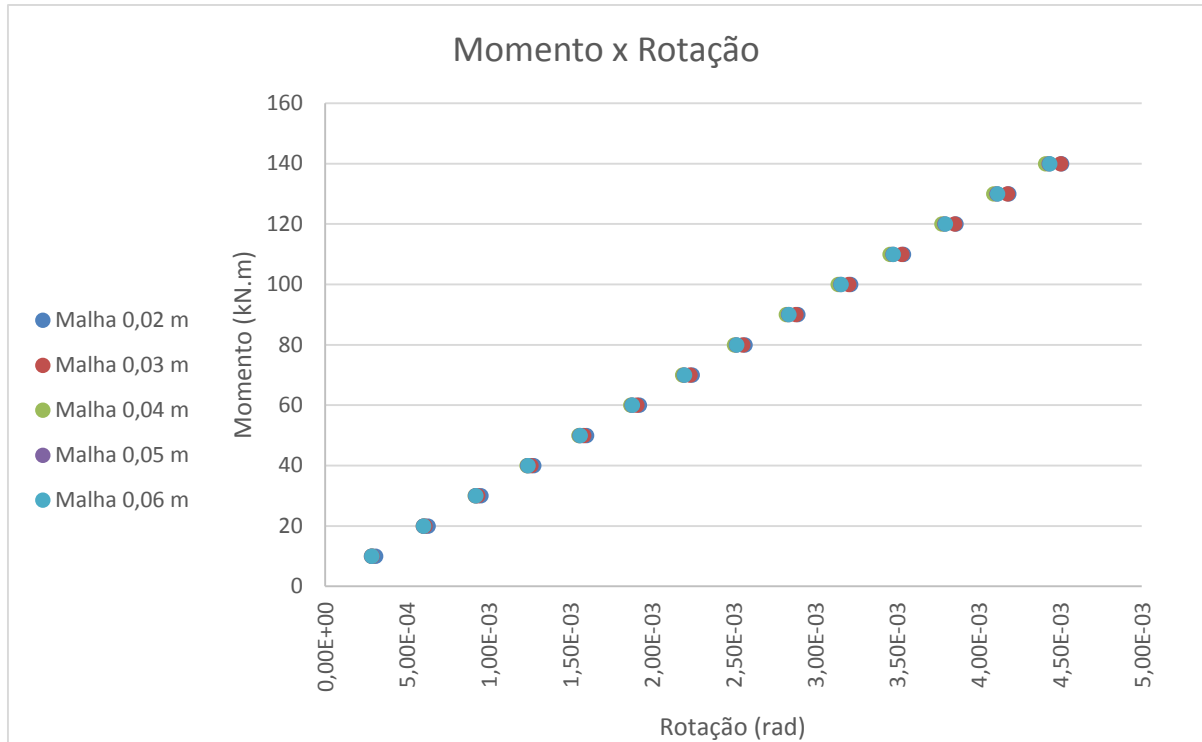
Fonte: Eurocode 3 (2005)

4. RESULTADOS E ANÁLISES

4.1. Resultados via Método dos Elementos Finitos

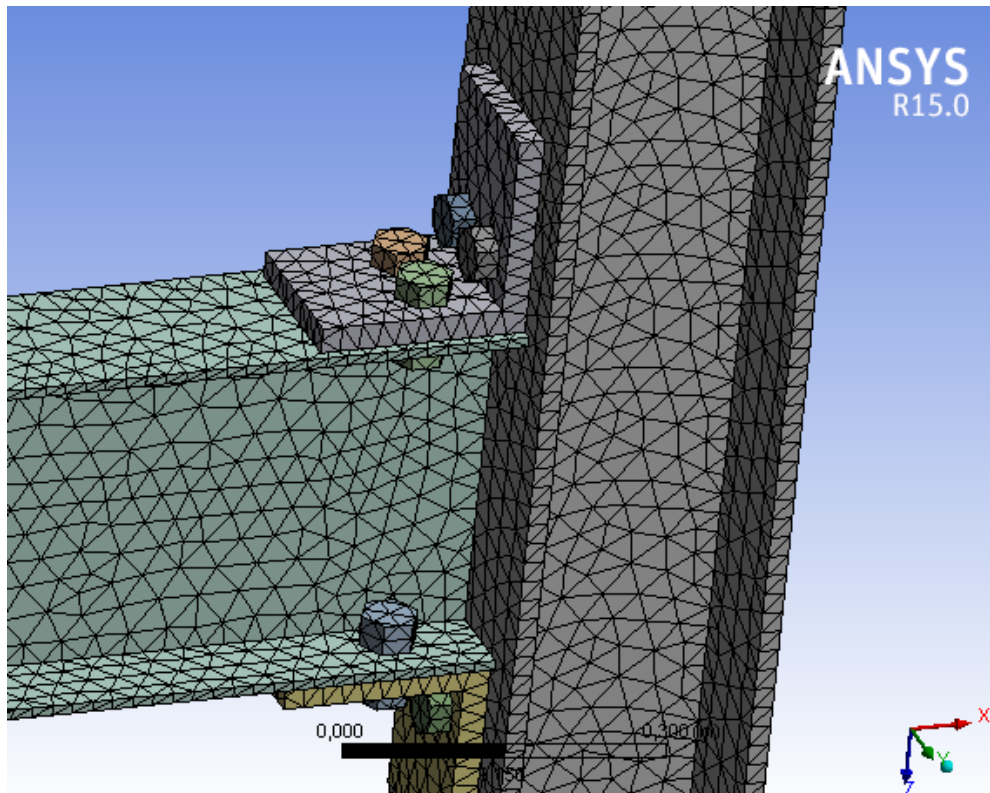
Os resultados da análise numérica via método dos elementos finitos foram utilizados como referência para a comparação com os modelos analíticos. Para verificar a influência do refinamento da malha de elementos finitos utilizada, foi realizada uma análise de convergência, em que o valor da malha foi variado de 0,02m à 0,06m, conforme é mostrado na Figura 26. Desta maneira, foi possível visualizar que os resultados não variaram significativamente a medida que foi alterado o valor da malha, quando analisados os deslocamentos do conjunto. A Figura 27 ilustra a ligação com a menor malha utilizada.

Figura 26 - Resultados da Análise de Convergência



Fonte: Elaboração Própria

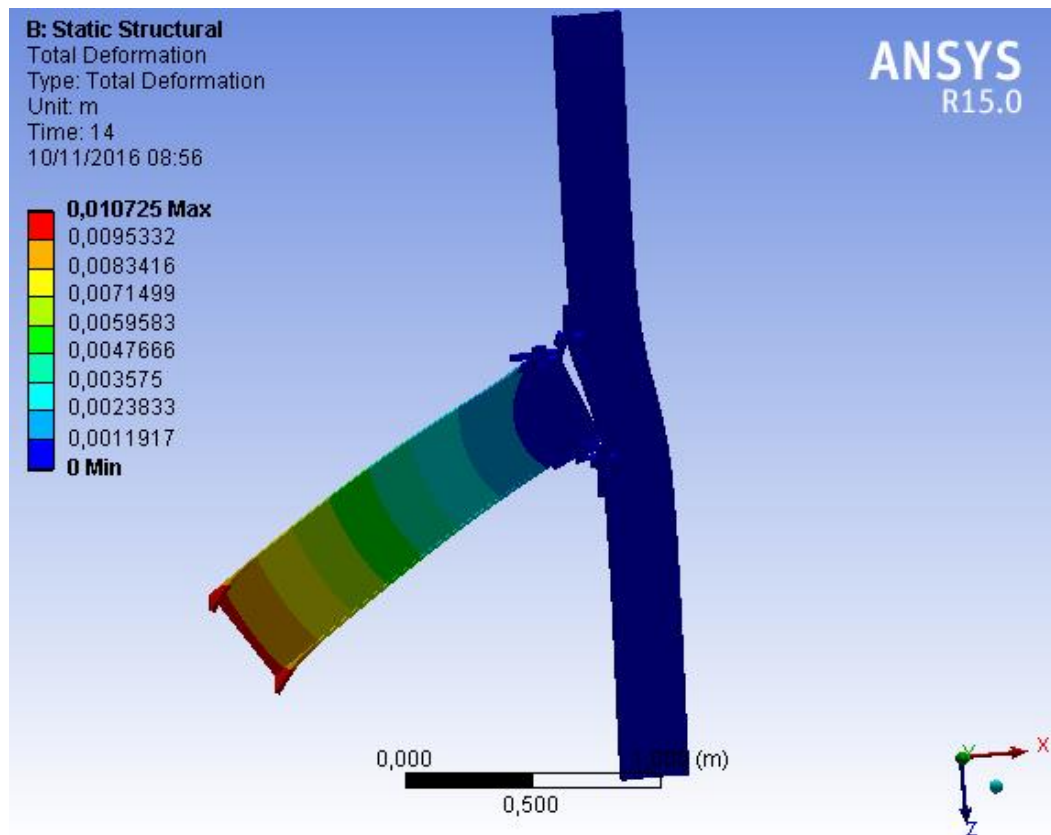
Figura 27 - Ligação com malha de elementos finitos



Fonte: Elaboração Própria

Para as análises dos resultados foi utilizada a malha de elementos finitos com dimensão de 0,02m, obtendo, após o processamento do modelo, os resultados de deformação, conforme é ilustrado na Figura 28. Os deslocamentos foram exagerados na figura afim de permitir uma melhor visualização. Analisando-se este modelo, a deformação máxima ocorreu na extremidade livre da viga no valor de 1,07cm, demonstrado na Figura 28 em cor vermelha.

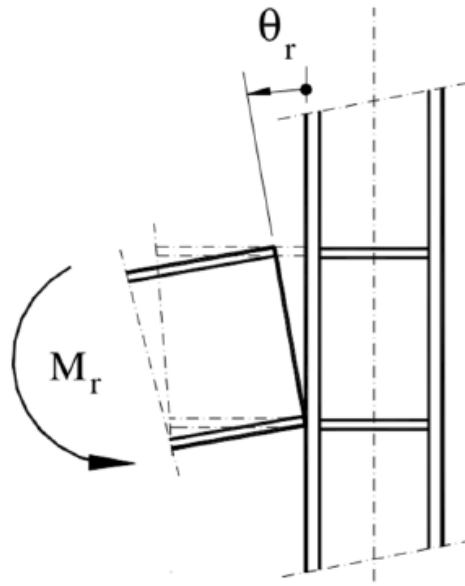
Figura 28 - Deformação Resultante



Fonte: Elaboração Própria

Para a elaboração da curva Momento x Rotação, foram obtidos os deslocamentos direcionais, no eixo x, de dois pontos, um em cada extremidade da seção da alma da viga na face junto ao pilar e com isso obteve-se o ângulo de rotação, conforme é ilustrado na Figura 29. Os respectivos resultados são apresentados na Tabela 13, conforme o incremento de carga aplicada.

Figura 29 - Momento e rotação na ligação



Fonte: Higaki (2014, p.86)

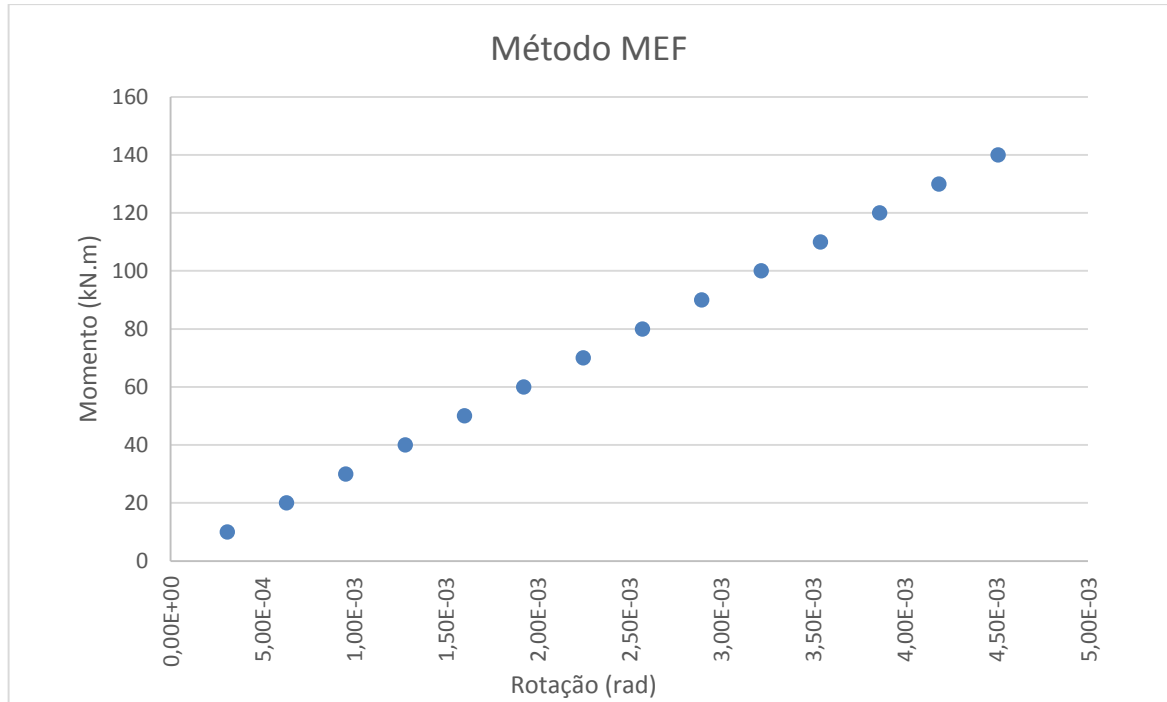
Tabela 13 - Resultados de deformação e rotação

M (kN.m)	Mínimo (m)	Máximo (m)	Ângulo (rad)
10	-7,07E-05	3,80E-05	3,09E-04
20	-1,46E-04	7,57E-05	6,32E-04
30	-2,22E-04	1,13E-04	9,55E-04
40	-2,98E-04	1,51E-04	1,28E-03
50	-3,74E-04	1,89E-04	1,60E-03
60	-4,50E-04	2,26E-04	1,92E-03
70	-5,27E-04	2,64E-04	2,25E-03
80	-6,03E-04	3,02E-04	2,57E-03
90	-6,78E-04	3,39E-04	2,89E-03
100	-7,54E-04	3,77E-04	3,22E-03
110	-8,30E-04	4,14E-04	3,54E-03
120	-9,06E-04	4,52E-04	3,86E-03
130	-9,82E-04	4,90E-04	4,19E-03
140	-1,06E-03	5,27E-04	4,51E-03

Fonte: Elaboração Própria

Com os dados apresentados na Tabela 13 foi construído o gráfico que representa o comportamento semirrígido da ligação estudada, conforme é mostrado na Figura 30.

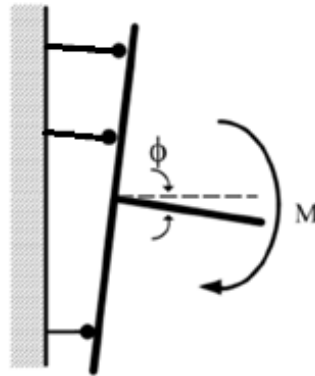
Figura 30 - Curva Momento x Rotação



Fonte: Elaboração Própria

Além disso, para verificar se havia influência na rotação resultante em função da restrição de movimento que ocorre na extremidade inferior da viga em contato com o pilar, foram obtidas os deslocamentos direcionais na direção y e então calculado a rotação, conforme é ilustrado na Figura 31. Desta maneira, foi possível verificar uma diferença de cerca de 4% nos valores de rotação obtidos.

Figura 31 - Modelo mecânico de ligação viga-pilar com chapa de topo.



Fonte: Adaptado de Higaki (2014, p. 102)

4.2. Resultados do método de Frye e Morris

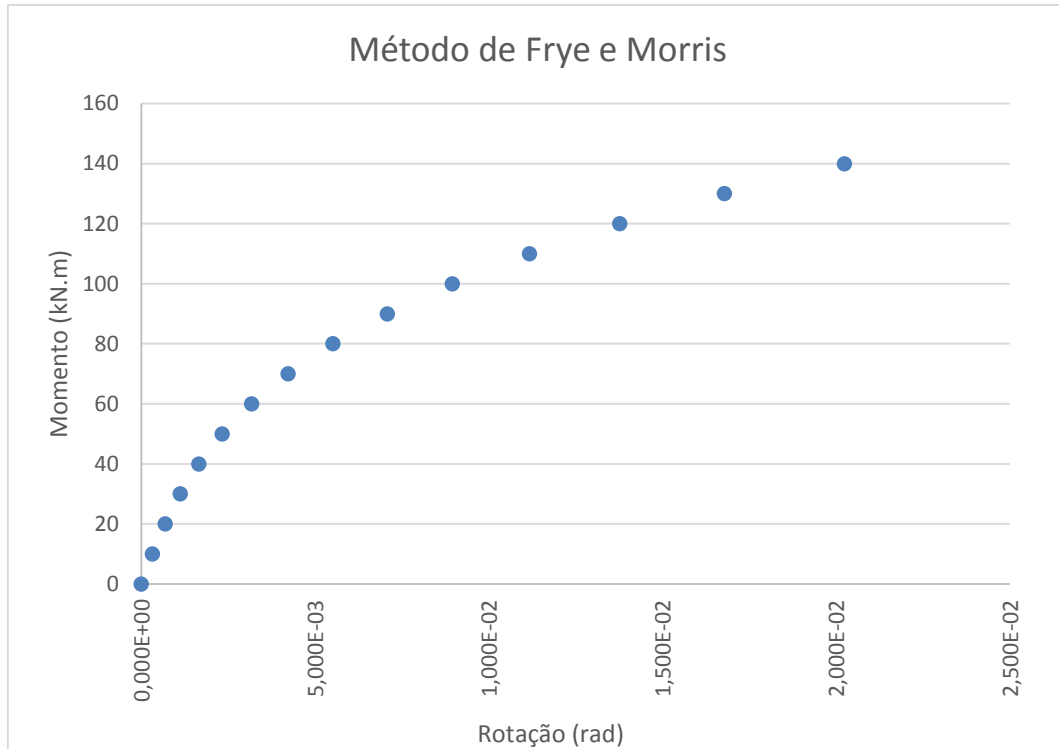
De acordo com a Equação 28, foram obtidas as rotações em função do momento aplicado, conforme é mostrado na Tabela 14 e apresentado no Figura 32.

Tabela 14 - Valores de Rotação Método de Frye e Morris

M (kN.m)	θ (rad)
140	2,025E-02
130	1,679E-02
120	1,378E-02
110	1,118E-02
100	8,963E-03
90	7,088E-03
80	5,524E-03
70	4,233E-03
60	3,183E-03
50	2,339E-03
40	1,666E-03
30	1,130E-03
20	6,960E-04
10	3,309E-04

Fonte: Elaboração Própria

Figura 32 - Curva Momento x Rotação



Fonte: Elaboração Própria

4.3. Resultados do método de Ang e Morris

Os valores de rotação em função do momento obtidos pelo método de Ang e Morris são mostrados na Tabela 15 e apresentados na Figura 33.

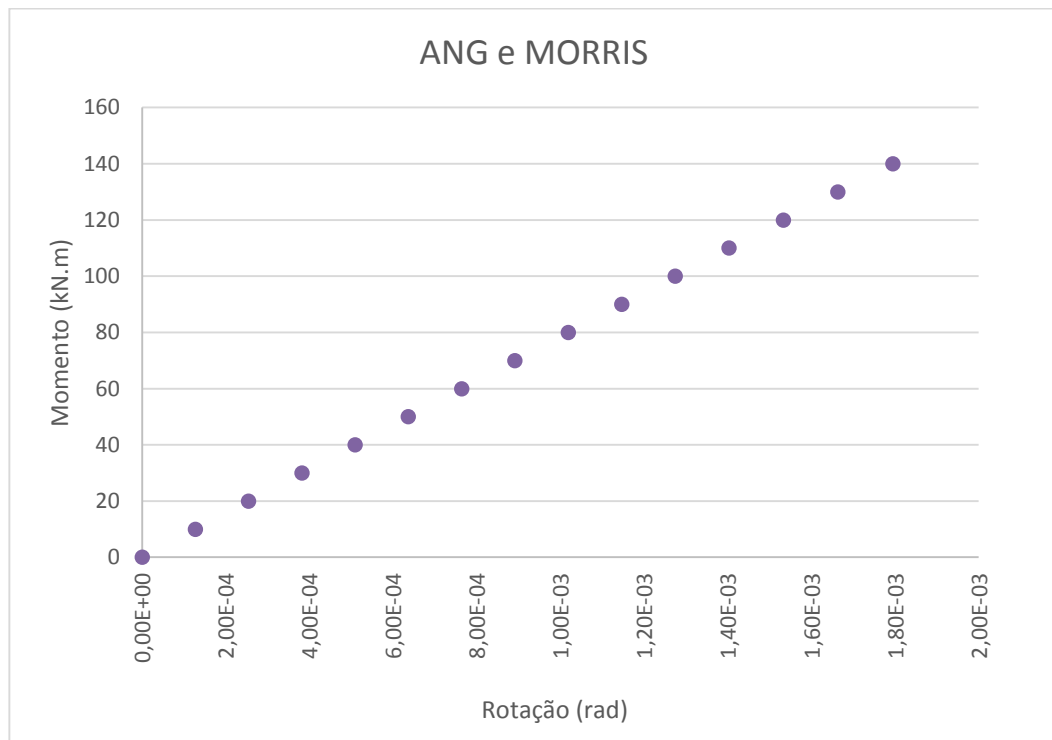
Tabela 15 - Resultados Método de Ang e Morris (1984)

M (kN.m)	θ (rad)
140	1,79E-03
130	1,66E-03
120	1,53E-03
110	1,40E-03
100	1,27E-03
90	1,15E-03
80	1,02E-03
70	8,91E-04
60	7,64E-04
50	6,36E-04

M (kN.m)	θ (rad)
40	5,09E-04
30	3,82E-04
20	2,55E-04
10	1,27E-04

Fonte: Elaboração própria

Figura 33 - Curva Momento x Rotação

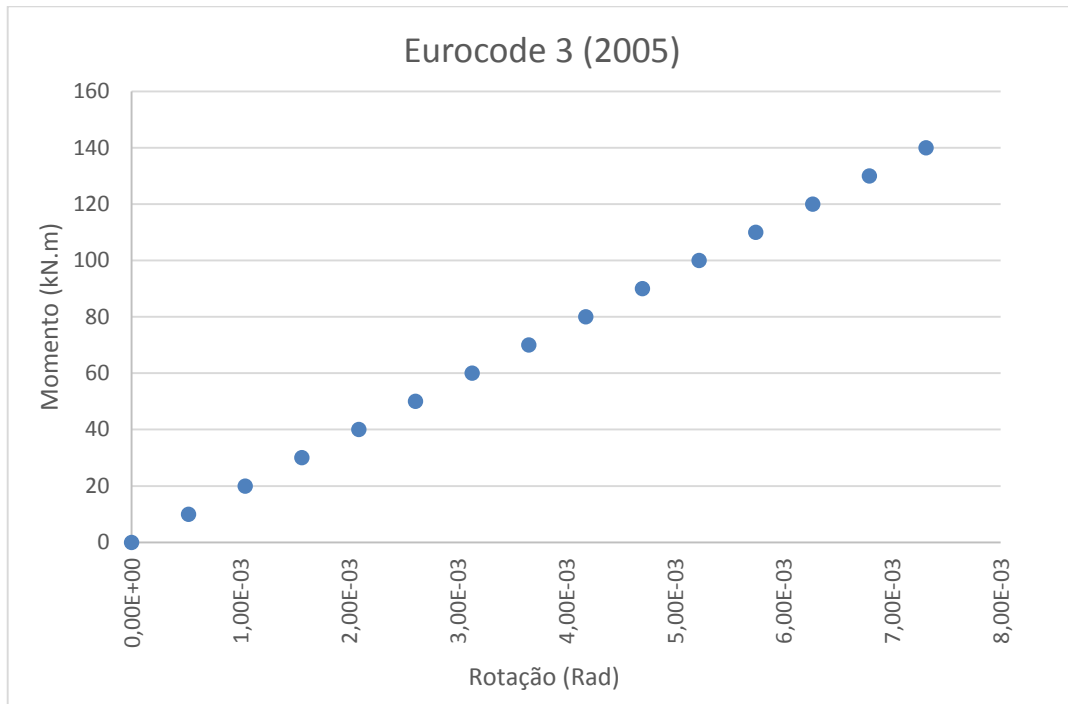


Fonte: Elaboração Própria

4.4. Resultados do método das componentes (EUROCODE 3)

No método das componentes proposto pelo Eurocode 3 (2005) o valor de rigidez da ligação pode ser adotado igual ao valor de rigidez inicial, conforme explicado no Item 2.3 do presente trabalho. Sendo assim, o gráfico apresenta forma retilínea com inclinação igual à rigidez inicial calculado no trabalho de Nardino e Souza (2015) no valor de $S_{j,ini} = 19140,326 \text{ kN.m/rad}$, conforme é mostrado na Figura 34.

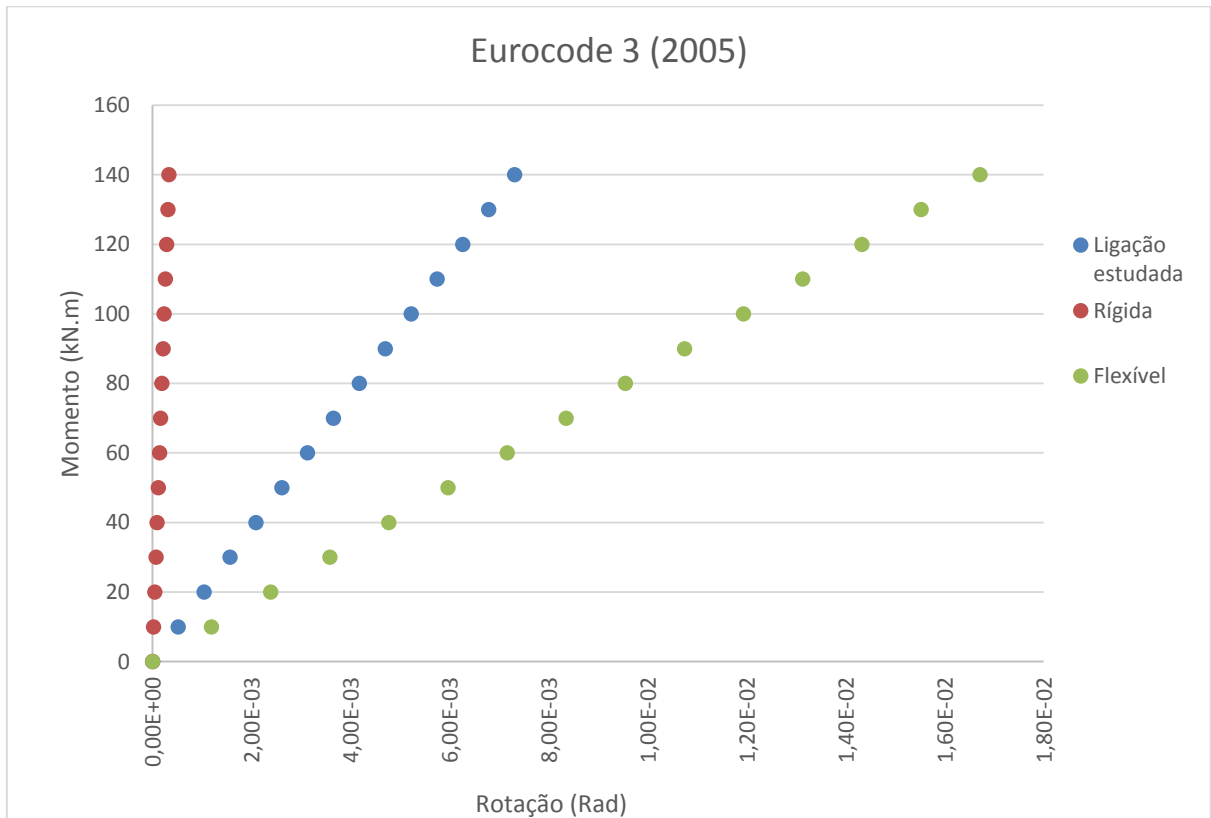
Figura 34 - Curva Momento x Rotação



Fonte: Elaboração Própria

Comparando o valor da rigidez rotacional calculado por Nardino e Souza (2015) em relação aos limites considerados do EUROCODE 3 (2005) para ligações flexíveis e rígidas, tem-se os resultados apresentados no Figura 35. Segundo o mesmo autor, a ligação semirrígida teve capacidade de transferência de momentos fletores em torno de 50% em relação a ligações rígidas.

Figura 35 - Limites de Rigidez

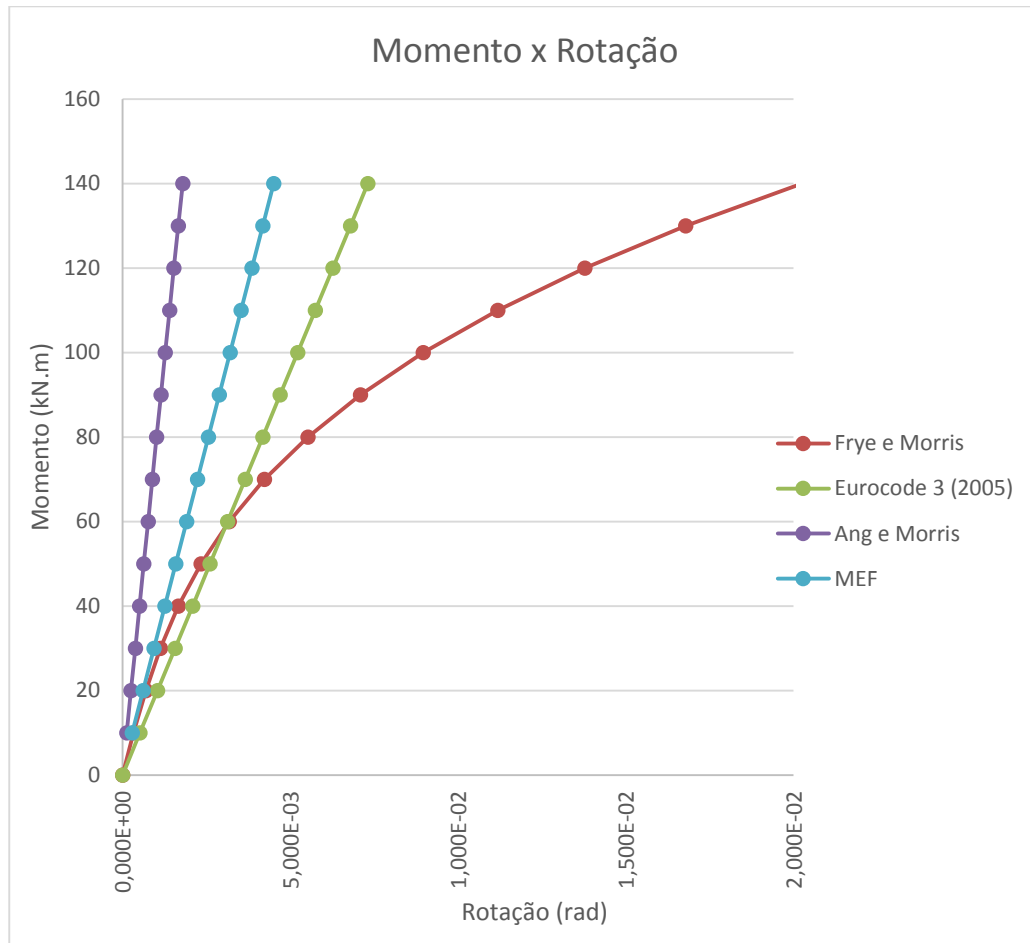


Fonte: Elaboração Própria

4.5. Comparação dos resultados

As respostas do comportamento da curva momento *versus* rotação da ligação com cantoneira de topo e assento estudada de acordo com cada modelo de cálculo aplicado são comparadas na Figura 36. O máximo momento aplicado foi o momento resistente calculado para a seção da viga estudada.

Figura 36 - Comparação de Resultados



Fonte: Elaboração Própria

A análise comparativa dos valores de rotação é mostrada na Tabela 16. Na mesma tabela é demonstrado, a relação dos resultados obtidos para cada método utilizado quando comparados ao MEF. Nesta tabela, FM é referente aos resultados do método de Frye e Morris, AM é relativo aos valores do modelo de Ang e Morris e, por fim, E3 é referente ao método das componentes do Eurocode 3.

Tabela 16 - Análise Comparativa

M (kN.m)	Rotação (rad)				Relação		
	MEF	FM	AM	E3	FM/MEF	AM/MEF	E3/MEF
140	4,51E-03	2,03E-02	1,79E-03	7,31E-03	4,49	0,40	1,62
130	4,19E-03	1,68E-02	1,66E-03	6,79E-03	4,01	0,40	1,62
120	3,86E-03	1,38E-02	1,53E-03	6,27E-03	3,57	0,40	1,62
110	3,54E-03	1,12E-02	1,40E-03	5,75E-03	3,16	0,40	1,62
100	3,22E-03	8,96E-03	1,27E-03	5,22E-03	2,78	0,40	1,62
90	2,89E-03	7,09E-03	1,15E-03	4,70E-03	2,45	0,40	1,63
80	2,57E-03	5,52E-03	1,02E-03	4,18E-03	2,15	0,40	1,63
70	2,25E-03	4,23E-03	8,91E-04	3,66E-03	1,88	0,40	1,63
60	1,92E-03	3,18E-03	7,64E-04	3,13E-03	1,66	0,40	1,63
50	1,60E-03	2,34E-03	6,36E-04	2,61E-03	1,46	0,40	1,63
40	1,28E-03	1,67E-03	5,09E-04	2,09E-03	1,30	0,40	1,63
30	9,55E-04	1,13E-03	3,82E-04	1,57E-03	1,18	0,40	1,64
20	6,32E-04	6,96E-04	2,55E-04	1,04E-03	1,10	0,40	1,65
10	3,09E-04	3,31E-04	1,27E-04	5,22E-04	1,07	0,41	1,69

Fonte: Elaboração Própria

Utilizando a curva obtida pelo Método dos Elementos Finitos como referência, nota-se que os resultados de rotação do modelo de Frye e Morris são maiores do que os obtidos através do MEF, ou seja, o método polinomial faz com que a rigidez seja menor, obtendo uma ligação mais flexível. Este resultado está de acordo com o esperado segundo o autor Leon, Hu e Schrauben (2004), que em seu estudo afirma que o método de Frye e Morris subestima a rigidez da ligação.

Ainda de acordo com estes autores, o método de Ang e Morris é capaz de proporcionar uma boa estimativa da rigidez da ligação, embora um pouco maior, como pode ser percebido na Figura 36, em que a curva apresentada tem comportamento mais rígido do que a curva MEF.

Percebe-se pela Figura 36 que a curva referente ao método das componentes resulta em uma ligação mais flexível quando comparado ao comportamento obtido

pelo MEF, apresentando valores de rotação maiores, como pode ser visto na Tabela 16.

Em uma comparação entre os quatro métodos estudados neste trabalho, nota-se que para a ligação com cantoneira de topo e assento utilizada, o método de Frye e Morris resultou no comportamento mais flexível, enquanto que o modelo de Ang e Morris apresentou o comportamento mais rígido.

De acordo com a Tabela 16, nota-se que a maior diferença entre valores da análise via MEF e os demais métodos é referente aos resultados do modelo de Frye e Morris, onde foi encontrado uma relação de 4,49 quando aplicado o valor de momento próximo ao momento resistente da ligação. Enquanto que o resultado mais próximo à curva de referência foi do modelo de Ang e Morris, o qual apresentou uma relação de 0,40 entre os resultados encontrados.

5. CONCLUSÃO

Conforme já comentado, quando utilizada a rigidez das ligações na análise estrutural de uma estrutura, esta resulta em maior confiabilidade e menor custo, uma vez que a estrutura será melhor aproveitada, pois não serão subestimados ou superestimados os esforços solicitantes.

Desta forma, o objetivo geral do trabalho foi estudar o comportamento semirrígido de uma ligação viga-pilar do tipo cantoneira de topo e assento através da análise das curvas momento-rotação obtidas por quatro métodos distintos.

Os resultados encontrados através do Método dos Elementos Finitos foram considerados como referência, por este permitir considerar todas as peculiaridades da geometria da ligação, sem as aproximações presentes nos outros métodos avaliados. Não foram consideradas as imperfeições geométricas ou na montagem dos perfis, não linearidade dos materiais e tensões residuais do material. Ficando a consideração detalhada dessas situações como uma sugestão para trabalhos futuros.

Conclui-se que existe uma variação considerável entre os métodos utilizados para obtenção da rigidez da ligação, viu-se, através da análise dos resultados encontrados, que um dos modelos apresentou maior rigidez, Ang e Morris, e dois, menor, Eurocode 3 e Frye e Morris. Os resultados para os métodos utilizados confirmaram para todos os casos, que a ligação estudada apresenta um

comportamento semirrígido, dessa forma, torna-se importante de ser considerada a semirrigidez da ligação na análise estrutural, porém a variação entre os resultados foi da ordem de 60% para as relações AM/MEF e E3/MEF, e para a relação FM/MEF as diferenças foram ainda maiores principalmente para momentos fletores mais próximos do momento resistente do perfil da viga.

A divergência de resultados em relação ao EUROCODE 3 pode ser devido a este método considerar a folga de montagem na obtenção do T-sub equivalente. Uma vez que isso não foi considerado na modelagem numérica, pode-se presumir que a variação dos valores encontrados é resultado dessa diferença.

Uma vez que para o presente trabalho o MEF foi considerado como modelo de referência, nenhum dos modelos estudados teve uma convergência adequada, para a ligação específica estudada. A ligação escolhida ainda apresenta poucos estudos entre os trabalhos publicados sobre o assunto, assim verifica-se a necessidade de mais estudos com relação a este tipo de ligação principalmente em análises experimentais. Da mesma forma, estudos semelhantes a este podem ser realizados considerando outras geometrias de ligação viga-pilar.

6. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALVARENGA, A. **As ligações semirrígidas na análise avançada com zona plástica de portais planos de aço**. 2012. 534 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2012.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (ABNT). **NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, 2008.

BAIÃO FILHO, O. T. B.; SILVA, A. C. V. **Ligações para estruturas de aço**: guia prático para estruturas com perfis laminados. 6.ed. [S.l.: s.n.], 2014. 313 p.

BENTERKIA, Z. **End-plate connections and analysis of semi-rigid steel frames**. 1991. 996 f. Tese (Doutorado) - Curso de Ingenieur D'etat, University Of Warwick, Coventry, 1991.

BESSA, W. **Análise experimental e numérica de ligações viga mista-pilar com cantoneiras de alma e assento – pavimento tipo e ligações isoladas**. 2009. 278 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2009.

CASTRO, R. **Modelagem Computacional de Ligações Semi-Rígidas e sua Influência na Resposta Dinâmica Não-Linear de Pórticos de Aço**. 2006. 118 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2006.

CHAN, S.L. CHUI, P.P.T. **Non-Linear Static and Cyclic Analysis of Steel Frames with Semi-Rigid Connections**. Elsevier, 2000.

COMITÉ EUROPÉEN DE NORMALISATION. **EUROCODE 3**, nfEN 1993-1-8, Calcul des structures em acier – Partie 1.8: Calcul des assemblages. Bruxelles, 2005.

CONGRESSO LATINOAMERICANO DA CONSTRUÇÃO METÁLICA, 2012, Santa Maria. **Determinação da rigidez rotacional de ligações com dupla cantoneira em estruturas de aço**. Santa Maria: Associação Brasileira de Construção Metálica, 2012. 13 p.

GARZÓN, Máximo; ALVARADO, Diego. Introducción al modelamiento por elementos finitos con ANSYS. Curso de Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, 2002. Cap. 9.

GONZAGA, L. **Comportamento e resistência de ligações viga-pilar parafusadas e soldadas de estruturas de perfis de aço formados a frio**. 2003. 173 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2003.

HIGAKI, B. **Contribuição à análise estrutural de edifícios de aço com ênfase nas ligações semi-rígidas**. 2014. 272 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2014.

JASPART, J. P. General report: session on connections. **Journal Of Constructional Steel Research**. Liège, Belgium, p. 69-89. 2000.

JASPART, J.P; WEYNAND, K; STEENHUIS, M. Economy Studies of Steel Building Frames with Semi-Rigid Joints. **Journal Of Constructional Steel Research**. p. 1-15. 1998.

KISHI, N.; KOMURO, M.; CHEN, W. **Semi-rigid connections handbook**. Fort Lauderdale: J. Ross Publishing, 2011.

LEON, Roberto T.; HU, Jong Wan; SCHRAUBEN, Corey. ROTATIONAL CAPACITY AND DEMAND IN TOP-AND-SEAT ANGLE CONNECTIONS SUBJECTED TO SEISMIC LOADING. **Connections In Steel Structures V**, Amsterdam, p.201-201, 4 jun. 2004.

MAGGI, Y. **Análise do comportamento estrutural de ligações parafusadas viga-pilar com chapa de topo estendida**. 2004. 269 f. Tese (Doutorado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2004.

MAGGI, Y. I.; GONÇALVES, R. M. **Análise do comportamento de ligações metálicas parafusadas viga-pilar com chapa de topo analisando elementos finitos**. Cadernos de Engenharia de Estruturas, São Carlos, v. 7, n. 28, p. 21-52, 2005.

MELLO, W. **Análise de pórticos metálicos planos com conexões semi-rígidas considerando a não linearidade física e geométrica**. 1999. 201 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1999.

NARDINO, C.; SOUZA, V. **Influência da semirrigidez das ligações no comportamento estrutural de um edifício em aço**. 2015. 312 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Setor de Tecnologia da Universidade Federal do Paraná, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2015.

PFEIL, W; PFEIL, M. **Estruturas de Aço**: Dimensionamento Prático de Acordo com a NBR 8800:2008. 8. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2008.

RESENDE, V. **Análise e dimensionamento de ligações metálicas segundo o eurocódigo 3**: Vantagens no uso de ligações semi-rígidas. 2009. 94 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, 2009.

RIBEIRO, L. F. L. (1998). **Estudo do Comportamento Estrutural de Ligações Parafusadas Viga-coluna com Chapa de Topo: Análise Teórico- Experimental**. São Carlos. 524p. Tese (Doutorado) – Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

ROMANO, V. **Dimensionamento de ligações viga-coluna com chapa de topo**: Modelo EUROCODE 3. 2001. 299 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2001.

SANTOS, L. **Influência da Rigidez das Ligações em Estruturas de Aço**. 1998. 193 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Universidade de São Paulo, São Carlos, 1998.

SILVA, W. **Análise não linear geométrica do acoplamento solo-estrutura através da combinação MEC-MEF**. 2010. 148 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Engenharia de Estruturas, Departamento de Engenharia de Estruturas da Eesc-usp, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2010.

TREMEA, C. **A influência da consideração da flexibilidade nas ligações no projeto de estruturas metálicas**. 2010. 68 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Departamento de Engenharia Civil, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2010.

VAZ, L. **Método dos Elementos finitos em análise de estruturas**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011.

