

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

CARLA DRIELY MORSCH SANTOS

**ANÁLISE DA RESISTÊNCIA SOB ELEVADAS TAXAS DE CARREGAMENTO
UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS FORMADO POR
BARRAS**

**Alegrete
2016**

CARLA DRIELY MORSCH SANTOS

**ANÁLISE DA RESISTÊNCIA SOB ELEVADAS TAXAS DE CARREGAMENTO
UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS FORMADO POR
BARRAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Luis Eduardo Kostaschi

**Alegrete
2016**

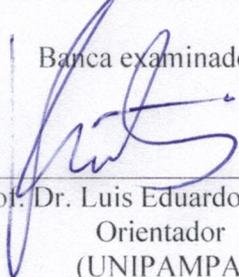
CARLA DRIELY MORSCH SANTOS

**ANÁLISE DA RESISTÊNCIA SOB ELEVADAS TAXAS DE CARREGAMENTO
UTILIZANDO O MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS FORMADO POR
BARRAS**

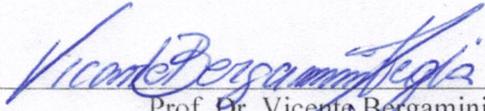
Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Curso de Engenharia Civil da Universidade
Federal do Pampa, como requisito parcial para
obtenção do Título de Bacharel em Engenharia
Civil.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 08/11/2016.

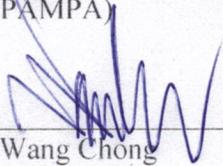
Banca examinadora:



Prof. Dr. Luis Eduardo Kostas
Orientador
(UNIPAMPA)



Prof. Dr. Vicente Bergamini Puglia
(UNIPAMPA)



Prof. Dr. Wang Chong
(UNIPAMPA)

AGRADECIMENTO

Quero agradecer primeiramente a Deus por ter guiado meu caminho e protegido minha caminhada.

Ao meu esposo Ezequiel que sempre esteve me apoiando e ajudando em todos os momentos, fossem eles fáceis ou difíceis, me dando força para sempre seguir em frente.

A minha mãe Denise e avó Dorcina que desde pequena me ensinaram a importância do estudo e fizeram de tudo para que eu pudesse chegar até aqui.

Ao meu orientador Luis Eduardo Kostascki pela paciência e também pela competência na orientação deste trabalho.

A todos os outros professores que ao longo do curso contribuíram para minha formação.

“A maravilhosa disposição e harmonia do universo só pode ter tido origem segundo o plano de um Ser que tudo sabe e tudo pode. Isto fica sendo a minha última e mais elevada descoberta”.

Isaac Newton

RESUMO

A literatura mostra que com o aumento da taxa de deformação ocorre uma amplificação da resistência dinâmica. Diversos autores tem estudado o efeito da taxa de deformação, estes estudos podem ser feitos de maneira experimental baseado no principio da barra de Hopkinson ou através de simulações numéricas. Este trabalho apresenta um estudo sobre como varia a influencia da taxa de deformação com o efeito de escala em materiais com comportamento quase frágil. Para estudar este efeito é utilizado um modelo numérico que combina o método dos elementos finitos (MEF) e o método dos elementos discretos formado por barras (LDEM). No LDEM o contínuo é representado por intermédio de uma treliça espacial de barras com a massa concentrada nas suas pontas. Este modelo misto foi implementado no software comercial Abaqus/Explicit, para simular o comportamento de corpos de prova de poliestireno expandido e de concreto com diferentes tamanhos e de diferentes taxas de deformação aplicadas. Os corpos de prova são elaborados com o MEF nas extremidades e com o LDEM na parte central a qual possui uma diminuição da seção transversal, assim a ruptura ocorre na parte central. Nas simulações os corpos de prova foram submetidos ao ensaio de tração direta. Os resultados mostraram que com o aumento das taxas de deformações aplicadas as cargas de ruptura aumentam, e que este comportamento é influenciado pela dimensão do corpo de prova. O aumento da resistência a tração foi observado sem qualquer alterações das equações constitutivas ou parâmetro do material. Além disso é proposta uma forma de tornar independente a relação entre a intensificação dinâmica e a taxa de deformação do efeito de escala. Foi analisado também como ocorre a propagação das tensões ao longo do corpo de prova para diferentes taxas de deformação, encontrando que para as maiores taxas de deformação analisadas as tensões não são uniformes no corpo.

Palavras-chave: Método dos elementos discretos formado por barras, Taxa de deformação, Efeito de escala.

ABSTRACT

The previous studies show the increase of deformation percentage creates a raise of dynamic resistance. Several authors have studied the effect of strain rate, these studies can be made experimentally based on the principle of the Hopkinson bar or by numerical simulations. This paper presents a study about the variation of influence of deformation percentage with the scale effect in quasi-fragile behavior. To study this effect, it is utilized a numerical model that combines the finite elements method (MEF) and the lattice Discret Elements Method (LDEM). In LDEM the solid is represented by a spatial lattice bars with mass concentrated at their tips. This mixed model was implemented on commercial software Abaqus/Explicit, to simulate the behavior of polystyrene specimens and concrete with different sizes and different strain rates applied. The samples are prepared with the MEF on the extremity and the LDEM in the central part which has a reduction in cross-section, so the rupture occurs in the middle. In the simulations the specimens were subjected to direct tensile testing. The results showed that with the applied deformation percentage increase, the break loads also increase and the body dimension influences this behavior. The increase in tensile strength was observed without any changes in the constitutive equations or material parameter. It is also a proposal of a way to make independent the relationship between the dynamic intensification and the scale effect deformation percentage. It was also analyzed as is the spread of tensions along the test specimen for different strain rates, finding that to the largest strain rates analyzed the stresses are not uniform in the body.

Keywords: Discret elements compound with bars method, Strain rate, Effect of scale.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Efeito da taxa de deformação sobre tensões de tração no concreto.....	19
Figura 2 - Resultados experimentais em amostras submetidas a tração e compressão	21
Figura 3 - Discretização utilizada no LDEM	24
Figura 4 - a) sólido cúbico de dimensões $L \times L \times L$, b) módulo do LDEM de dimensões $L \times L \times L$	26
Figura 5 - Relações constitutivas elementares utilizadas no LDEM, Modelo de Hillerborg ...	27
Figura 6 - Esquema da incorporação da aleatoriedade no LDEM.....	30
Figura 7 - Cubo do LDEM mostrando as diferentes seções modeladas no <i>Abaqus/Explicit</i> ...	32
Figura 8 - Cubo modelado com o LDEM onde se mostram as massas discretizadas.	32
Figura 9 - Modelo de tensão pós-falha <i>vs</i> deslocamento vinculada à energia de fratura utilizado no <i>Abaqus/Explicit</i>	34
Figura 10 - Função de densidade de probabilidade	34
Figura 11 – Configuração do ensaio de tração	37
Figura 12 - Modelos dos corpos de prova no LDEM-Abq.....	39
Figura 13 - Condições de contorno.....	40
Figura 14 - Curvas tensão <i>versus</i> deformação, comparação entre ensaios experimentais e simulação no LDEM-Abaqus	43
Figura 15 - Curva tensão <i>vs</i> deformação: comparação entre diferentes taxas de deformação .	45
Figura 16 - Efeito da taxa de deformação sobre a resistência a tração.....	47
Figura 17 - Variação da tensão de ruptura para os diferentes tamanhos de CPs.....	47
Figura 18 - Ajuste das curvas da taxa de deformação para o poliestireno expandido.....	48
Figura 19 - Configuração final para os CPs de poliestireno expandido	49
Figura 20- Curva tensão <i>versus</i> deformação para os CPs de concreto.....	51
Figura 21 – Efeito da taxa de deformação na tração para o concreto.....	53
Figura 22 - Variação da tensão máxima para os diferentes tamanhos de corpos de prova	54
Figura 23 - Ajuste das curvas da taxa de deformação para os CPs de concreto.....	55
Figura 24 - Comparação entre os resultados e a literatura	55
Figura 25 - Análise dos dados da literatura	57
Figura 26 – Configuração final para os corpos de prova de concreto	58
Figura 27 - Pontos onde foram medidas as reações e tensões	59
Figura 28 – Análise da ruptura para taxa de deformação $3,33E-3s^{-1}$	60
Figura 29 - Análise ruptura para taxa de deformação $0,53s^{-1}$	61

Figura 30 - Análise ruptura para taxa de deformação $3,089s^{-1}$	62
Figura 31 - Curva Tensão <i>versus</i> Deformação para o CP com o MEF	63
Figura 32 – Curva tensão <i>versus</i> deformação para o CP IVc	64
Figura 33- Curva Tenacidade <i>versus</i> Taxa de deformação	65
Figura 34 - DIF para a tenacidade <i>versus</i> taxa de deformação.....	66
Figura 35 – Forma de obtenção do módulo de elasticidade dinâmico	66
Figura 36 - Análise do módulo de elasticidade	67

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Características do poliestireno expandido	36
Tabela 2 – Dimensões dos corpos de prova de poliestireno expandido	38
Tabela 3 – Dados das simulações para o poliestireno expandido	39
Tabela 4 - Número de módulos cúbicos	39
Tabela 5 – Dados das simulações para o concreto	41
Tabela 6 - Dimensões dos corpos de prova de concreto.....	41
Tabela 7 - Taxas de deformação (s^{-1})	42
Tabela 8 - Número de módulos cúbicos para o concreto	42
Tabela 9 – Tensão máxima para o CP I.....	45
Tabela 10 - Tensão máxima para o CP II	46
Tabela 11 - Tensão máxima para o CP III.....	46
Tabela 12 - Tensão máxima para o CP Ic.....	51
Tabela 13 - Tensão máxima para o CP IIc	52
Tabela 14 - Tensão máxima para o CP IIIc	52
Tabela 15 - Tensão máxima para o CP IVc.....	53
Tabela 16 - Tamanhos dos corpos de prova	56

LISTA DE SÍMBOLOS

A_l - Área da seção transversal do elemento longitudinal

L - Comprimento do módulo cúbico do LDEM

A_d - Área dos elementos diagonais

ν - Coeficiente de Poisson do sólido

x - Vetor deslocamento nodal,

\dot{x} - Vetor velocidade nodal

\ddot{x} - Vetor aceleração nodal

M - Matriz de massa

C - Matriz de amortecimento

$F(t)$ - Vetor que contém as forças internas que atuam nas massas nodais

$P(t)$ - Vetor que contém as forças externas que atuam nas massas nodais

Δt - Incremento de tempo

C_p - Velocidade de propagação da onda longitudinal

ρ - Densidade do material

E - Módulo de elasticidade do material

Γ - Energia dissipada pela fratura de uma amostra contínua de material devido a uma ruptura paralela a uma de suas faces

G_f - Energia específica de fratura

Λ - Área de fratura atual

c_A - Parâmetro de escala

Γ_{DEM} - Energia dissipada quando o módulo do LDEM de dimensões $L \times L \times L$ quebra em duas partes

A_i^f - Área de fratura equivalente

F - Força axial do elemento

ε - Deformação longitudinal

ε_p - Deformação crítica de falha

ε_r - Deformação limite

R_f - Fator de falha

Y - Parâmetro adimensional que depende tanto da amostra e da geometria da fissura

K_r - Coeficiente que relaciona ε_p com ε_r

A_i - Área de seção transversal do elemento

L_{cr} - Comprimento de elemento crítico

β - Parâmetro de escala

γ - Parâmetro de forma

t - Espessura do corpo de prova

CV - Coeficiente de variação

σ - Tensão

u - Deslocamento

t - Tempo

F_x - Reação no apoio

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

LDEM – Método dos elementos discretos formado por barras

MEF – Método dos elementos finitos

CP – Corpo de Prova

RCE - Relação Constitutiva Elementar

DIF - Fator de intensificação dinâmico

SHPB - Slip-Hopkinson Pressure Bar

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	15
1.1	Objetivos	16
1.2	Estruturação do trabalho	16
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	18
2.1	Efeito da taxa de deformação nos materiais	18
2.1.1	Taxa de deformação máxima na tração	22
2.2	Modelos matemáticos	23
2.2.1	Método dos elementos discretos formado por barras	24
2.2.2	Modelo constitutivo não-linear	25
2.2.3	Lei bilinear ou modelo de Hillerborg	27
2.2.4	Inclusão do carácter aleatório	30
2.2.5	LDEM no ambiente <i>Abaqus/Explicit</i>	30
2.2.5.1	Modelagem da treliça espacial	31
2.2.5.2	Discretização das massas	32
2.2.5.3	Introdução do modelo constitutivo no <i>Abaqus/Explicit</i>	33
2.2.5.4	Inclusão do carácter aleatório	34
3	MATERIAIS E MÉTODOS	36
3.1	Poliestireno expandido	36
3.1.1	Caracterização do material	36
3.1.2	Ensaio de tração e simulação	36
3.1.2.1	Metodologia utilizada nos ensaios experimentais Colpo (2016)	37
3.1.2.2	Metodologia utilizada nas simulações numéricas	38
3.2	Concreto	40
4	RESULTADOS E DISCUSSÕES	43
4.1	Poliestireno expandido	43
4.1.1	Comparação entre os resultados dos ensaios experimentais e numéricos	43
4.1.2	Variação da taxa de deformação	44
4.2	Concreto	50
4.2.1	Variação com a taxa de deformação	50
4.2.2	Comparação dos resultados com a literatura	55
4.2.3	Análise da ruptura	57
4.2.4	Análise das curvas Tensão <i>versus</i> Deformação	64

4.3	Proposta de Riera	67
5	CONCLUSÃO	69
5.1	Sugestões para trabalhos futuros.....	69
	REFERÊNCIAS	70

1 INTRODUÇÃO

Algumas estruturas de concreto de aplicação especial como abrigos de proteção, contenções de reatores nucleares, placas de proteção contra explosões e colisões e muitas outras podem ser solicitados com cargas com altas taxas de tensão ou deformação. Colisões de veículos ou impactos devido a explosões e terremotos também podem vir a gerar altas taxas de tensões.

O comportamento devido a carregamentos ou deslocamentos dinâmicos tem sido amplamente estudado. Riera et al (2011) comentam que, em caso de colisão, explosão e outras cargas de curta duração, se conhece a muito tempo que a resistência à tração dos materiais de engenharia tende a aumentar com a taxa de carregamento (ou tensão). Os dados disponíveis na literatura apresentam estudos para materiais não homogêneos como o concreto e rocha os quais apresentam uma dependência da taxa de deformação.

Outro aspecto que deve ser levado em conta na prática da engenharia é que os ensaios realizados utilizam modelos em tamanhos extremamente reduzidos se comparados às estruturas reais. Estes ensaios são extremamente essenciais para avaliar o comportamento de estruturas ou dos materiais de que estas estão compostas. Sendo assim é necessário avaliar o efeito de escala para poder levar os resultados experimentais para a escala da estrutura real.

O efeito de escala vem sendo estudado desde o início da ciência moderna. Leonardo da Vinci além de relacionar a resistência dos cordões a sua espessura, afirmou que “se duas cordas têm a mesma espessura, a mais longa é a mais fraca”. O efeito de escala também foi estudado posteriormente por Galileu Galilei (1638). Avanços nessa área foram realizados por Griffith (1921) o qual estabeleceu os fundamentos da mecânica da fratura e também à introdução da mecânica da fratura no estudo do efeito de escala.

A abordagem estatística moderna é baseada no conceito de elo mais fraco, proposta originalmente por Weibull (1939). Entretanto as teorias de Weibull não são aplicáveis a casos de materiais frágeis não homogêneos, tais como: concretos ou argamassas de cimento, polímeros ou asfaltos, vários tipos de rochas, areias cimentadas, cerâmicas, materiais refratários, entre outros.

Atualmente, existem diferentes teorias que levam em conta o efeito de escala estrutural e efeito do tamanho nas grandezas mecânicas (aparentes), entre elas a Teoria de Bazant e a Lei de Escala Multifractal. Kostaski (2012) afirma que no efeito de escala estrutural ocorre uma transição do comportamento dúctil ao comportamento frágil, o qual pode ser evidenciado quando o tamanho da estrutura aumenta. O efeito do tamanho nas

grandezas mecânicas é fornecido pela probabilidade de encontrar um defeito mais crítico (dependendo do seu tamanho e orientação), o que obviamente aumenta com o acréscimo do tamanho da estrutura.

Uma maneira prática de estudar estes efeitos é através do uso de recursos computacionais, neste trabalho será empregado o uso conjunto do método dos elementos discretos formado por barras (LDEM) e o método dos elementos finitos (MEF) para realizar ensaios de tração direta para diferentes tamanhos de corpos de prova e taxas de deformações. Buscando avaliar os resultados em comparação com os já existentes na literatura.

1.1 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é verificar a capacidade de o modelo proposto para prever o efeito da aplicação de altas taxas de carregamento.

Como objetivos específicos, pode-se citar:

- a) Analisar a variação da resistência última para diferentes taxas de carregamento.
- b) Observar a forma da ruptura.
- c) Estudar o efeito de escala no poliestireno expandido e no concreto.
- d) Simular a falha de materiais quase frágeis utilizando o LDEM.

1.2 Estruturação do trabalho

O trabalho desenvolvido é composto por cinco capítulos, complementados no final pelas referências bibliográficas. No primeiro capítulo, a introdução, apresenta-se uma contextualização abordando o problema de pesquisa deste estudo, bem como os objetivos deste trabalho. A revisão bibliográfica, segundo capítulo, exibe os conceitos necessários à aquisição de embasamento teórico para o desenvolvimento do trabalho. Neste capítulo primeiramente é feita uma contextualização sobre os resultados encontrados por diversos autores em relação a dependência da taxa de deformação, em seguida é apresentado as características do método dos elementos discretos formado por barras e a sua implementação no ambiente *Abaqus/Explicit*.

No terceiro capítulo, materiais e métodos, são apresentadas as propriedades do material adotadas nas simulações numéricas, assim como a geometria e dimensões dos corpos de prova. No quarto capítulo, são apresentados os resultados e discussões das simulações com o poliestireno expandido e também com o concreto. No quinto capítulo são mostradas as

conclusões obtidas para esse trabalho e sugestões para trabalhos futuros. Por fim, são apresentadas as referências bibliográficas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

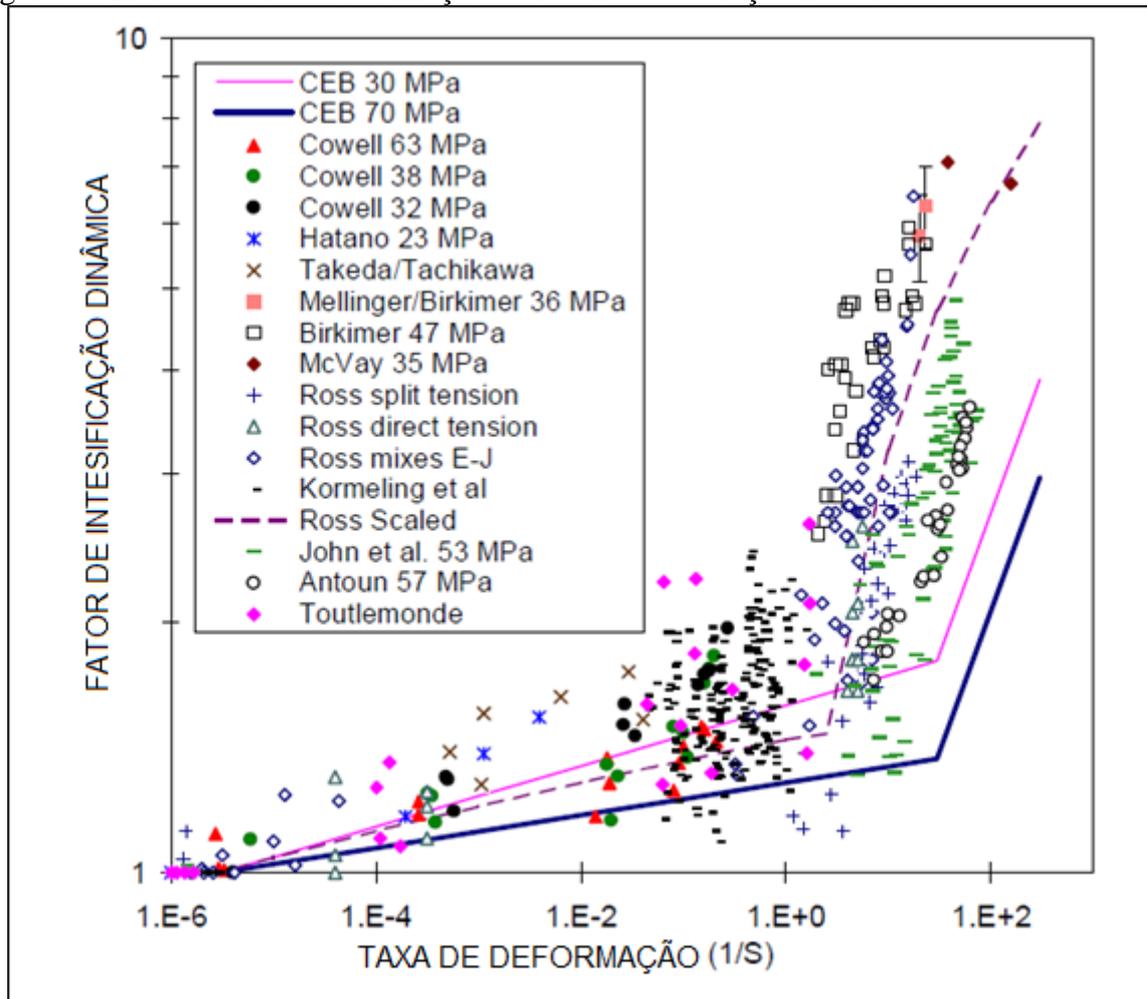
Neste capítulo se encontra a revisão bibliográfica realizada para compreender o tema aqui abordado, primeiramente fazendo uma contextualização sobre os resultados encontrados por diversos autores em relação a dependência da taxa de deformação nos materiais estudados. Também é apresentado o método dos elementos discretos formado por barras (LDEM), sendo exposta toda a fundamentação teórica do método, bem como a lei constitutiva clássica utilizada, o modelo bilinear ou de Hillerborg. Posteriormente é apresentado a implementação do método dentro do ambiente do *software* comercial *Abaqus*.

2.1 Efeito da taxa de deformação nos materiais

Na análise das estruturas de concreto armado sujeitos a cargas explosivas, tanto o concreto como o aço são submetidos a elevadas taxas de deformação, na ordem de 10 s^{-1} a 1000 s^{-1} . A estas altas taxas de deformação, a resistência aparente destes materiais pode aumentar significativamente. A Figura 1 mostra o efeito da taxa de deformação sobre tensões de tração no concreto apresentado por Malvar; Crawford (1998). Os dados sustentam que o fator de aumento dinâmico é uma função bilinear da taxa de deformação (em um gráfico log-log), sem aumentos de taxas de deformação abaixo 10^{-6} s^{-1} , e com uma alteração no declive a uma velocidade de deformação de 1 s^{-1} (MALVAR; CRAWFORD, 1998).

Diversos autores tem estudo o efeito da taxa de deformação no concreto. Entre outros Brara et al. (2001) realizaram testes em concreto húmido de maneira experimental baseado no principio da barra de Hopkinson combinado com o fenômeno de fragmentação e simulações numéricas desses experimentos. As amostras consistiam em barras cilíndricas de 40 mm de diâmetro e 120 mm de comprimento. Os testes foram realizados para taxas de deformação entre $21,5 \text{ s}^{-1}$ e 108 s^{-1} , os resultados mostraram que a resistência à tração aumenta de 4 até cerca de 12 vezes quando comparados aos valores quasi-estáticos.

Figura 1 - Efeito da taxa de deformação sobre tensões de tração no concreto



Fonte: Malvar; Crawford (1998, p. 15)

Klepaczko; Brara (2001) efetuaram testes em altas taxas de deformação no concreto em dois estados extremos, saturado (100% de água) e seco (0% de água). Para a obtenção das amostras foram preparados blocos grandes e homogêneos dos quais foram cortados corpos de prova de 40mm de diâmetro e 120mm de comprimento. As taxas de deformação nos ensaios variaram entre aproximadamente 20 e 120 s^{-1} . Os resultados indicaram que a resistência à tração é substancialmente influenciada pela taxa de carregamento ou taxa de deformação. O valor da tensão de ruptura para concreto molhado e seco é quase o mesmo quando submetido a altas taxas, o que não ocorre quando sujeitas a baixas taxas de deformação em tração ou compressão.

Wu et al. (2005) realizaram ensaios experimentais e simulações numérica através do método elementos finitos. As amostras consistiam em barras cilíndricas de 74 mm de diâmetro e 500 mm de comprimento. O modelo de dano implementado apresentou resultando

próximos dos obtidos experimentalmente. Os resultados indicam que o concreto tem uma elevada sensibilidade da taxa de deformação a tração.

Schuler et al. (2006) realizaram ensaios experimentais em altas taxas de deformação no concreto analisando vários parâmetros do material. As amostras consistiam de cilindros com 74,2 mm de diâmetro e 250 mm de comprimento. Os resultados mostraram que o Módulo de Elasticidade não apresenta uma dependência sobre a taxa de deformação. Entretanto a resistência a tração apresentou um aumento do fator da razão entre a análise dinâmica e estática de 4-5,5 para taxas de deformação entre 10^1 e 10^2 s⁻¹. Com o aumento da taxa de deformação, que é também um aumento da carga, a energia de fratura aumenta. No entanto, a área de superfície de fratura também aumenta significando que, na gama de taxas de deformação entre 10^1 e 10^2 s⁻¹, a energia específica de fratura é quase constante.

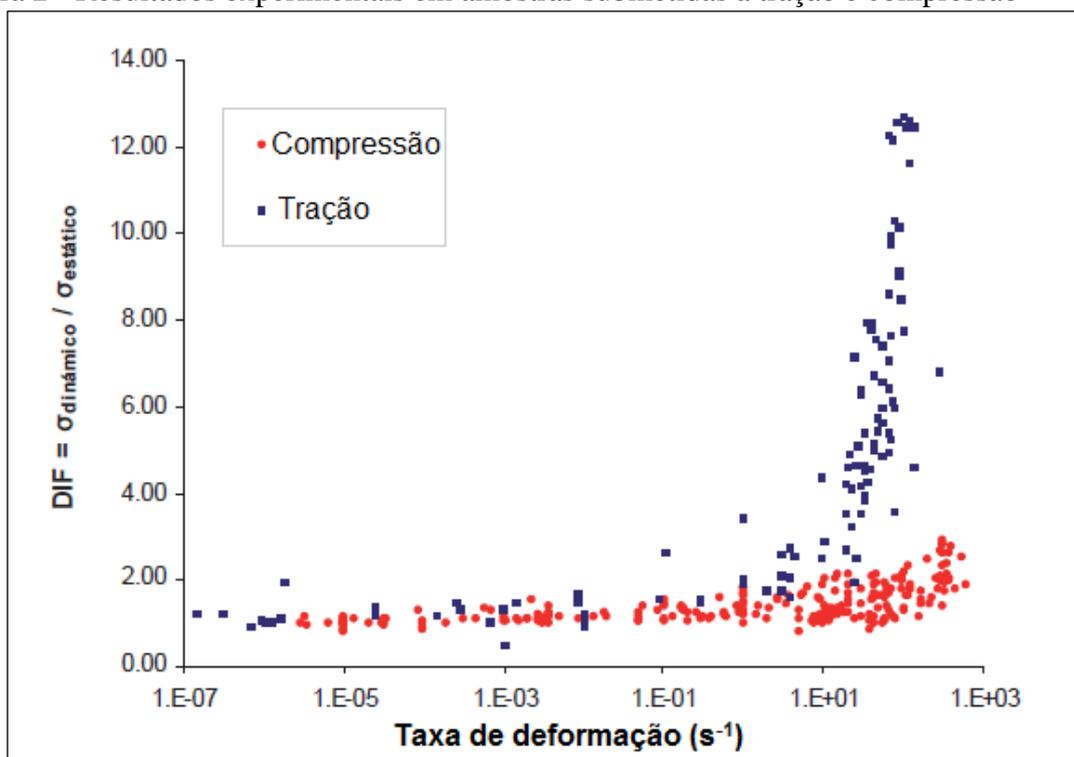
Lu; Li (2011) ao analisar experimentos a altas taxas de deformação estudaram o que pode gerar o aumento da resistência a tração. Os resultados mostraram que o efeito da triaxialidade sobre o aumento a resistência à tração dinâmica do concreto é desprezível. Ao nível macroscópico, o aumento da resistência à tração observado em testes dinâmicos de tração está associado com as propriedades intrínsecas dos materiais, em vez de efeitos “estruturais”. O aumento observado da resistência à tração em ensaios dinâmicos pode ser em grande parte atribuída aos efeitos de inércia das microfissuras.

Riera et al. (2011) utilizaram o DEM para realizar simulações a altas taxas de deformação para o concreto. O aumento da resistência a tração foi observado sem qualquer alterações das equações constitutivas ou parâmetro do material.

Além do concreto outros materiais já foram objeto de estudo quanto ao efeito da taxa de deformação, encontrado também para estes materiais um aumento do fator da razão entre a análise dinâmica e estática. Entre outros Cho et al. (2003) analisaram um rocha de maneira experimental e numérica, concluindo que a dependência da taxa de deformação está relacionado com a não homogeneidade do material e que o aumento da força de tração está relacionado ao aumento do número de microfissuras. Kubota (2008) realizou o estudo com arenito encontrando que a resistência à tração dinâmica varia com a taxa de deformação na ordem de 1/3.

Aráoz; Luccioni (2010) realizaram estudos de modo experimental e numérica para o concreto submetido a tração e compressão a altas taxas de deformação. A Figura 2 mostra os resultados experimentais obtidos a partir de ensaios de tração e de compressão uniaxial, mostrados respectivamente.

Figura 2 - Resultados experimentais em amostras submetidas a tração e compressão



Fonte: Araújo G.; Luccioni B. (2010, p.8215)

Pode-se observar que a amplificação da resistência dinâmica é significativamente mais elevada no caso de ensaios de tração. Trabalhos recentes apresentam hipóteses sobre a causa da amplificação da resistência de compressão em ensaios dinâmicos.

De acordo com Cotsovos et al (2008) e Schwer (2009), o aumento da resistência na compressão é devido exclusivamente ao efeito de confinamento causado por forças laterais de inércia. Este confinamento pode ser explicado da seguinte maneira: Quando uma carga quase-estática em um teste de compressão simples é aplicada, a superfície lateral do espécime cilíndrico é livre para se expandir sob a ação do efeito de Poisson, e o elemento é mantido num estado de tensão uniaxial. No entanto, quando o mesmo teste é realizado dinamicamente, há um atraso na expansão exterior lateral do cilindro, uma vez que o material deve primeiro ser acelerado em sentido radial. Este atraso da superfície lateral para atingir o equilíbrio estático gera uma pressão de confinamento eficaz na superfície lateral do corpo de prova, e daí o nome "confinamento inercial".

2.1.1 Taxa de deformação máxima na tração

Um aspecto importante que foi proposto por Riera et al. (2011) é que tanto por experimento ou por computação ensaios de tração controlando deslocamento são válidos apenas se o quociente entre a taxa de deslocamento aplicada a e a velocidade de propagação da onda longitudinal C_p no material não exceda a deformação ε_{\min} na qual o dano começa a ocorrer no material. Assim, considerando, por exemplo, uma barra cilíndrica de área A e o comprimento L fixada na extremidade $x = 0$, e submetida na extremidade oposta $x = L$ a um deslocamento linearmente crescente $u = at$ em que se induz tensão uniaxial na direção x na barra. Se a taxa de carregamento, dada pelo coeficiente a (m / s), é muito pequena, uma resposta quase estática pode ser esperada, caso em que a deformação axial em qualquer instante t pode ser dada pela expressão:

$$\varepsilon = at / L \quad \dots(1)$$

Além disso, neste caso, a reação F_x no suporte fixo será dada por:

$$F_x = \varepsilon E = aEt / L \quad \dots(2)$$

Sendo E o módulo de elasticidade longitudinal do material, a deformação seria constante ao longo do comprimento da barra. Entretanto, quando a taxa de carregamento aumenta as equações 1 e 2 não são mais aplicáveis uma vez que quando os efeitos dinâmicos aparecem, a força axial na barra torna-se função de ambos x e t , enquanto a reação F_x no apoio irá variar de acordo com t , não podendo ser correlacionada com uma deformação axial média.

Se a relação $u = at$ começar em $t = 0$, o pico de deformação da zona carregada, cujo comprimento $C_p t$ - deve ser maior do que:

$$\varepsilon_{\min} = at / C_p t = a / C_p \quad \dots(3)$$

Sendo a velocidade de propagação da onda longitudinal C_p dada por:

$$C_p = \sqrt{E/\rho} \quad \dots(4)$$

Onde ρ é a densidade do material. Assim concluiu-se que o carregamento de tração direta da amostra não pode ser determinado pela equação (2) enquanto $a > \varepsilon_{\min} C_p$ ou é pelo menos questionável quando:

$$\varepsilon_{\min} > \varepsilon_p \quad \dots(5)$$

Onde ε_p é a deformação crítica de falha. Isso mostra que para os ensaios serem válidos deve

ser levado em consideração uma taxa de deformação limite a qual varia de acordo com as propriedades do material e comprimento do corpo de prova.

2.2 Modelos matemáticos

Os modelos matemáticos são ferramentas úteis para descrever e prever o comportamento de fenômenos físicos. Para problemas com maior complexidade não é possível a obtenção de uma solução exata sendo necessário o uso de técnicas de aproximação. O uso de métodos numéricos para a solução de problemas vem aumentando, em parte, pela maior disponibilidade de softwares específicos, e também pela disponibilidade de equipamentos computacionais com maior capacidade de processamento.

Existe uma variedade de técnicas disponíveis na literatura para o cálculo de soluções aproximadas. Entre eles o método dos elementos finitos vem sendo amplamente difundido, entretanto existem outros métodos numéricos com função similar, em meio a estes podemos citar: o método dos elementos de contorno que é aplicado à análise dinâmica dos sólidos, o qual teve esta denominação a partir do trabalho de Brebbia (1978); método das diferenças finitas, que é método mais antigo de resolução de Equações Diferenciais Parciais, o qual se acredita haver sido introduzido por Euler no século XVIII (GONÇALVES, 2007).

O método dos elementos finitos (MEF) foi desenvolvido no final do século XVIII por Gauss que propôs a utilização de funções de aproximação para a solução de problemas matemáticos. Em 1956, Turner, Clough, Martins e Topp, propuseram um método de análise estrutural, similar ao MEF quando trabalhavam em um projeto de aeronaves para a Boeing. Mais tarde, em 1960, estes autores utilizaram pela primeira vez o nome de método dos elementos finitos. A partir de então, seu uso foi amplamente difundido sendo aplicado em diversas áreas da engenharia (LOTTI et al, 2006).

Entretanto o MEF tem dificuldades na simulação de fratura e fragmentação dos sólidos. Neste sentido buscam-se outros métodos com ferramentas alternativas para modelar estruturas que se fraturam, entre eles, temos o Método dos Elementos Discretos. Neste método temos dois modelos distintos sendo que um se baseia na relação tensão *versus* deformação de um arranjo regular de esferas (3D) ou cilindros (2D). Duffy e Mindlin (1957) estudaram o módulo elástico de um pacote regular de esferas para uma estrutura centrada cúbica, Deresiewicz (1958) para uma rede cúbica simples e Duffy (1959) para um arranjo compacto hexagonal. O modelo passou a ser amplamente utilizado na geotécnica, entre outros por Cundall (1971) para estudos com rocha na mecânica dos solos.

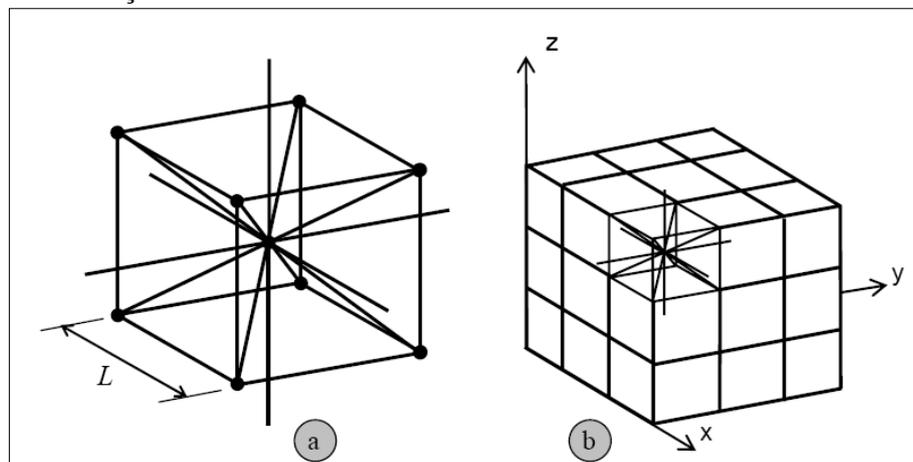
No segundo modelo aqui apresentado do método dos elementos discretos formado por barras é usado um arranjo de vigas ou de barras. Entre outros, Schlangen; Garboczi (1997), e Chiaia *et al.* (1997), utilizaram arranjos de vigas para estudar os diferentes aspectos da fratura quase frágil dos materiais cimentícios; Rinaldi *et al.* (2008), para estimar os danos e propriedades mecânicas efetivas da microestrutura desordenada.

2.2.1 Método dos elementos discretos formado por barras

O método dos elementos discretos formado por barras (LDEM) consiste em representar o contínuo por intermédio de um arranjo espacial de barras com as massas concentradas em suas pontas.

O módulo cúbico básico é composto por 20 elementos de barra e nove nós interconectados. Cada nó possui três graus de liberdade correspondentes aos três componentes do vetor deslocamento num sistema de referência global. A configuração utilizada por Nayfeh; Hefzy (1978), mostrada na Figura 3 apresenta o sistema cúbico adotado no presente trabalho. Onde a Figura 3 a) mostra o modelo cúbico básico e b) geração do corpo prismático.

Figura 3 - Discretização utilizada no LDEM



Fonte: Kostaski (2012, p.37)

No caso de um material elástico isotrópico, a área transversal A_l do elemento longitudinal é representada pela equação 6.

$$A_l = \phi L^2 \quad \dots(6)$$

Onde L é o comprimento do lado do módulo cúbico considerado. De modo semelhante a área dos elementos da diagonal A_d , é:

$$A_d = \frac{2}{\sqrt{3}} \delta \phi L^2 \quad \dots(7)$$

Para o caso de sólidos isotrópicos os coeficientes ϕ e δ das equações (6 e 7) são dados por:

$$\phi = \frac{(9 + 8\delta)}{(18 + 24\delta)} \quad \dots(8)$$

$$\delta = 9\nu(4 - 8\nu) \quad \dots(9)$$

Onde ν é o coeficiente de Poisson do sólido. Convém notar que para $\nu = 0,25$ existe uma equivalência completa entre o modelo discreto e o contínuo isotrópico. Já para $\nu \neq 0,25$ aparecem diferenças nos termos de cisalhamento. Os detalhes do cálculo da seção transversal equivalente por unidade de comprimento das barras longitudinais e diagonais das equações (5) e (6) podem ser encontradas nos trabalhos de Nayfeh; Hefzy (1978), e Dalguer et al. (2001).

O sistema de equações resultante de aplicar a segunda lei de Newton em cada nó tem a forma:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{F}(t) - \mathbf{P}(t) = 0 \quad \dots(10)$$

Onde \mathbf{x} , $\dot{\mathbf{x}}$ e $\ddot{\mathbf{x}}$ são os vetores deslocamentos, velocidade e aceleração nodais, respectivamente, \mathbf{M} é a matriz de massas nodais e \mathbf{C} é uma matriz de amortecimento, ambas consideradas matrizes diagonais. Os vetores $\mathbf{F}(t)$ e $\mathbf{P}(t)$ contêm as forças internas e externas que atuam nas massas nodais. Para integrar a equação 10 no domínio do tempo é utilizado um esquema de integração explícita de diferenças finitas.

A estabilidade do esquema de integração é assegurada limitando o incremento de tempo, de forma que:

$$\Delta t \leq 0,6L/C_p \quad \dots(11)$$

A convergência do LDEM para elasticidade linear e instabilidade elástica foi verificada por Dalguer (2001).

2.2.2 Modelo constitutivo não-linear

Maders et al. (2012) explicam que para a energia de fratura dissipada no processo ser levada em conta, impõe-se como condição que a energia dissipada pela fratura do material contínuo e sua representação discreta sejam equivalentes. Assim a fratura de um espécime cúbico de dimensões $L \times L \times L$ o qual é mostrado na Figura 4a, tem a energia dissipada pela

fratura de uma amostra contínua de material devido a uma ruptura paralela a uma de suas faces dado por:

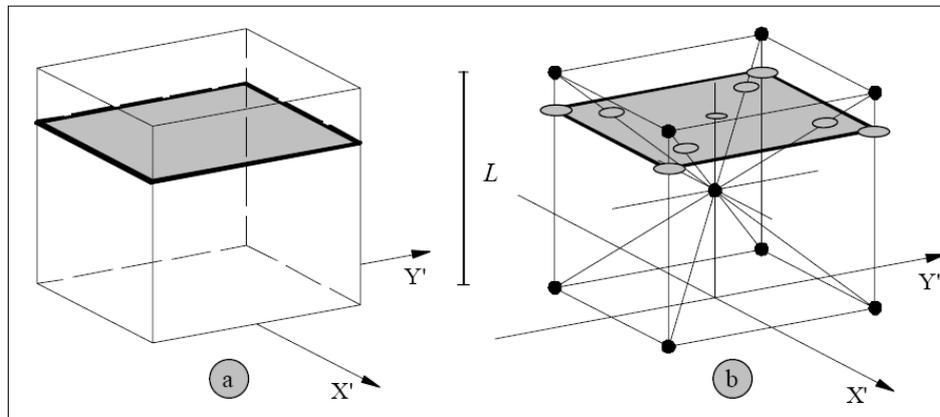
$$\Gamma = G_f \Lambda = G_f L^2 \quad \dots(12)$$

Sendo Λ a área de fratura atual. Entretanto, a energia dissipada quando o módulo do LDEM de dimensões $L \times L \times L$ é dividido em duas partes leva em conta a contribuição de cinco elementos longitudinais (quatro coincidentes com os eixos do módulo e um interno) e quatro elementos diagonais (sendo seu comprimento, $L_d = 2/\sqrt{3}$), (Figura 4b). Desta maneira, a energia dissipada pelo módulo do LDEM pode ser escrito como:

$$\Gamma_{DEM} = G_f \left(4 \cdot 0,25 \cdot c_A + c_A + 4 \cdot c_A \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^2 \right) L^2 \quad \dots(13)$$

Onde o primeiro termo na soma considera os quatro elementos dos eixos (o coeficiente 0,25 é devido ao fato de que cada elemento é compartilhado por quatro módulos), o segundo termo considera o elemento longitudinal interno, e o terceiro termo considera a contribuição dos quatro elementos diagonais.

Figura 4 - a) sólido cúbico de dimensões $L \times L \times L$, b) módulo do LDEM de dimensões $L \times L \times L$



Fonte: Kostas (2012, p.39)

O coeficiente c_A é um parâmetro de escala utilizado para fazer cumprir a equivalência entre Γ e Γ_{DEM} . Pelas equações (8 e 9) temos que:

$$G_f L^2 = G_f \left(\frac{22}{3} c_A \right) L^2 \quad \dots(14)$$

Da equação 14 pode se deduzir que $c_A = 22/3$ para que haja equivalência entre Γ e Γ_{DEM} . A Área de fratura equivalente $A_i^f = (3/22)L_i^2$, para os longitudinais e diagonais é, respectivamente:

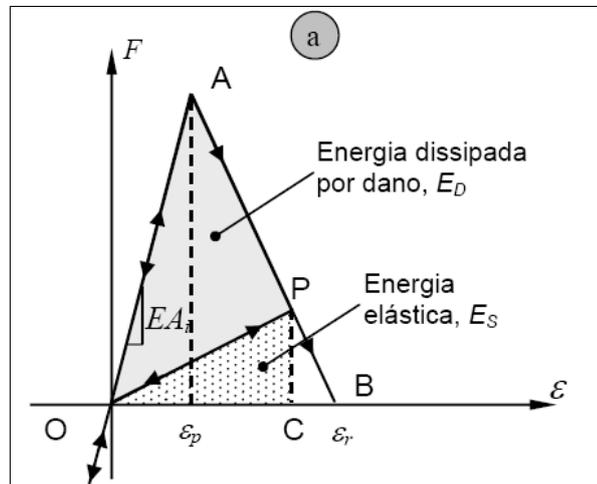
$$A_l^f = (3/22)L^2, \quad A_d^f = (4/22)L^2 \quad \dots(15)$$

Em suma, quando um elemento quebra, geram-se as áreas de fratura equivalentes indicadas na Equação 13, liberando-se energia de fratura que depende da área da fratura e da equação constitutiva do material. Riera (1984) e Riera; Rocha (1991) adotaram a lei proposta por Hillerborg (1978) para materiais quase-frágeis como Relação Constitutiva Elementar (RCE), estendendo assim o método dos elementos discretos formado por barras para problemas de fratura frágil.

2.2.3 Lei bilinear ou modelo de Hillerborg

O uso do LDEM foi estendido para representar materiais frágeis introduzindo uma relação constitutiva elementar (RCE) bilinear como mostrada na Figura 5 (ROCHA *et al.*, 1991). A lei bilinear proposta por Hillerborg (1978), leva em conta a fratura frágil e também permite capturar os efeitos irreversíveis da nucleação e propagação das fissuras, portanto, tem em conta a redução na capacidade de carregamento do elemento.

Figura 5 - Relações constitutivas elementares utilizadas no LDEM, Modelo de Hillerborg



Fonte: Adaptado de Kostaski (2012)

Os parâmetros constitutivos e símbolos utilizados na definição do modelo constitutivo são definidos como: F é força axial no elemento; ε é a deformação específica sendo ε_p e ε_r as deformações crítica de falha e limite respectivamente; EA é a rigidez do elemento o qual é dado pelo produto entre o módulo de elasticidade do material e área da seção transversal; L é o comprimento do módulo do LDEM; A_l e A_d são as áreas dos elementos longitudinais e diagonais respectivamente obtidos através das equações 6 e 7.

O modelo de Hillerborg cumpre com a condição necessária, que a área debaixo da curva força-deformação, ou seja a área do triângulo OAB na Figura 5, equivale a densidade de energia necessária para fraturar a área de influência do elemento. Portanto, para um ponto P na curva força-deformação, a área do triângulo OPC representa a densidade de energia elástica armazenada no elemento. Enquanto, a área do triângulo OAP é a densidade de energia dissipada por fratura. Quando a densidade de energia dissipada por dano é igual à energia de fratura, o elemento falha e perde sua capacidade de carga.

Observa-se também que cada elemento é caracterizado por duas áreas, uma indicada acima, relacionada à sua rigidez e outra a área de fratura equivalente. Estas duas áreas são funções exclusivas da discretização, isto é, da forma do módulo básico do LDEM e do seu comprimento L . A energia específica de fratura, G_f , assim como o módulo de Elasticidade (E), são características do material. A deformação limite ε_r é o valor de deformação axial para o qual o elemento perde sua capacidade de carga. Este valor deve ser ajustado para satisfazer a condição de que, após a falha do elemento, a densidade de energia dissipada é igual ao produto da área de influência do elemento, vezes a energia específica de fratura, G_f , dividida pelo comprimento do elemento, ou seja:

$$\int_0^{\varepsilon_r} F(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{G_f A_i^f}{L_i} \quad \dots(16)$$

Onde os sub índices i têm que ser substituídos por l ou d , dependendo se o elemento em causa é longitudinal ou diagonal, respectivamente.

Na formulação do LDEM apresentada admite-se que a falha ocorrerá apenas por tração. A premissa fundamental para levar em conta a fratura é que a área debaixo da curva força-deformação deve ser igual à densidade de energia necessária para fraturar a área de influência do elemento. Quando submetido a tensões de compressão o material se comporta como elástico linear, logo a falha sob compressão é induzida por tração indireta.

A relação entre ε_p e a energia específica de fratura G_f é dada em termos da Mecânica de Fratura Elástica Linear como:

$$\varepsilon_p = R_f \sqrt{\frac{G_f}{E}} \quad \dots(17)$$

Onde R_f é chamado de fator de falha, o qual leva em conta a presença de um defeito intrínseco de tamanho a , expresso como:

$$R_f = \frac{1}{Y\sqrt{a}} \quad \dots(18)$$

Sendo que o parâmetro adimensional Y , depende tanto das dimensões do espécime quanto da trinca, pode-se entender também como função de forma intrínseca que estabelece como esta trinca de tamanho a está distribuída dentro do elemento de tamanho L . É importante notar que o tamanho do defeito intrínseco a é pré-determinado, portanto pode ser considerado como uma propriedade do material.

O elemento perde sua capacidade de carregamento quando a deformação limite ε_r é atingida (ponto B na Figura 5). Esta deformação limite pode ser relacionada com a deformação crítica de falha por intermédio da constante Kr a qual é apresentada na equação 19.

$$\varepsilon_r = K_r \varepsilon_p \quad \dots(19)$$

Através da equação (16) obtém-se uma importante relação dos parâmetros de fratura com a deformação limite ε_r ou o coeficiente Kr :

$$\frac{G_f A_i^f}{L_i} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_p E A_i}{2} = \frac{K_r \varepsilon_p^2 E A_i}{2} \quad \dots(20)$$

Onde o sub índices i tem que ser substituídos por l ou d , segundo o elemento seja longitudinal ou diagonal, respectivamente. O coeficiente Kr é uma função das propriedades do material e do comprimento do elemento, L_i , como a seguir:

$$K_r = \left(\frac{G_f}{E \varepsilon_p^2} \right) \left(\frac{A_i^f}{A_i} \right) \left(\frac{2}{L_i} \right) \quad \dots(21)$$

Para garantir a estabilidade do algoritmo deve-se cumprir a condição que $Kr \geq 1$ (Riera e Rocha, 1991). Nesse contexto é interessante definir o comprimento de elemento crítico:

$$L_{cr} = 2 \left(\frac{G_f}{E \varepsilon_p^2} \right) \left(\frac{A_i^f}{A_i} \right) \quad \dots(22)$$

Os elementos longitudinais e diagonais são respectivamente, $(A_l^f / A_l) = 3/22\phi$ e $(A_d^f / A_d) = \sqrt{3}/11\delta\phi$. No caso especial de um contínuo isotrópico com $\nu=0,25$, resulta que $(A_l^f / A_l) \approx (A_d^f / A_d) \approx 0,34$. Portanto, para fins práticos, um único valor de comprimento crítico do elemento é utilizado tanto para elementos longitudinais como para diagonais. Sendo assim, a condição de estabilidade antes apresentada pode ser expressa como:

$$K_r = \frac{L_{cr}}{L_i} \geq 1 \quad \rightarrow \quad L_i \leq L_{cr} \quad \dots(23)$$

Logo existe um comprimento máximo de elemento que preserva a estabilidade da RCE.

2.2.4 Inclusão do caráter aleatório

A aleatoriedade foi incluída nas propriedades do material, como é feito desde 1989 por Rocha. Esta forma leva em conta as imperfeições ou heterogeneidades de escala inferior ao tamanho do cubo elementar e representa uma homogeneização de micro a macro ou meso escala.

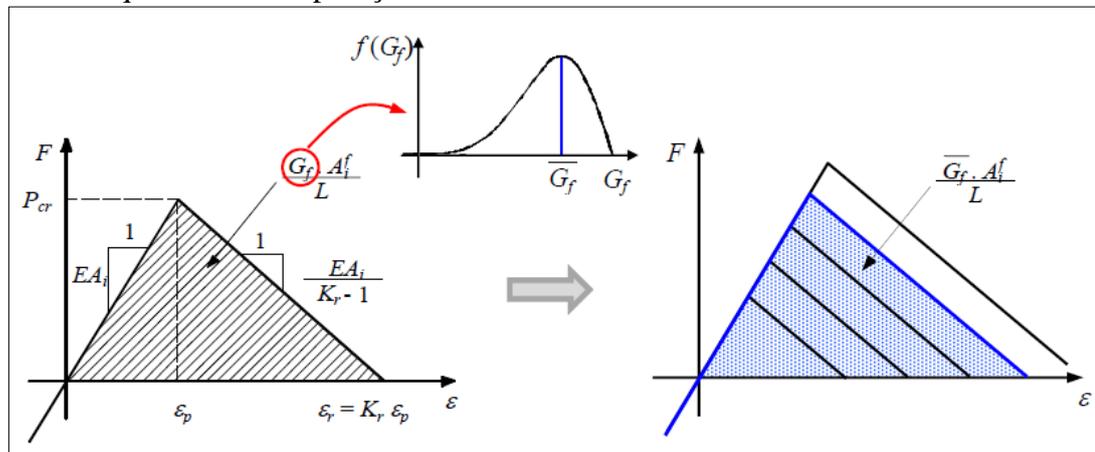
Rocha (1989) introduziu o aspecto aleatório considerando a tenacidade do material G_f , como uma variável aleatória, admitindo para a mesma uma distribuição de probabilidades (função de probabilidade acumulada) tipo Weibull de dois parâmetros,

$$F(G_f) = 1 - e^{-(G_f/\beta)^\gamma} \quad \dots(24)$$

onde β e γ são respectivamente os parâmetros de escala e de forma.

O processo de incorporação da aleatoriedade na energia específica de fratura G_f é mostrado na Figura 6. Essa energia, relacionada com a área da Relação constitutiva elementar (RCE), tem uma variação espacial segundo uma distribuição tipo Weibull mostrada na parte superior da figura. Logo, diferentes elementos terão diferentes RCE, com forma similar, como mostrado também na Figura 6.

Figura 6 - Esquema da incorporação da aleatoriedade no LDEM



Fonte: Kostascki (2012, p.54)

2.2.5 LDEM no ambiente *Abaqus/Explicit*

Para ganhar flexibilidade na simulação de problemas com geometrias e condições de contorno mais complexas, criar modelos mistos LDEM e o método dos elementos finitos (MEF) pode ser uma solução vantajosa. O software comercial *Abaqus* permite fazer a o uso

conjunto dos dois métodos, podendo as características do LDEM ser implementadas no ambiente *Abaqus* (KOSTESKI, 2012).

Para modelos onde a região da fratura é conhecida o uso de elementos formados em parte pelo LDEM e em parte pelo MEF é extremamente vantajoso, pois diminui os recursos computacionais reduzindo assim o tempo necessário para rodar as simulações. Além disso, o MEF permite reproduzir elementos com geometrias variadas e complexas de modo preciso, o que com o LDEM não é possível devido a forma cubica da malha.

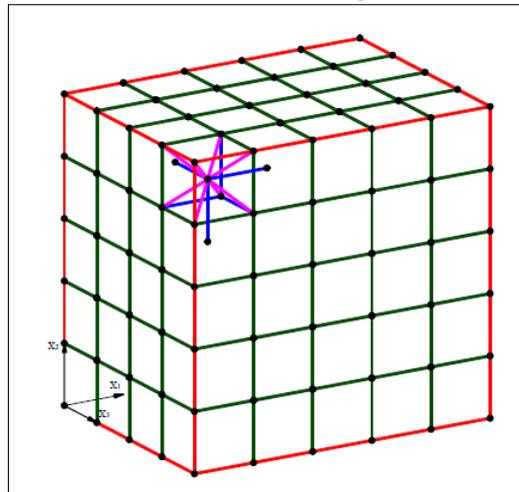
O *software Abaqus* é um dos programas comerciais de análise de elementos finitos mais completo e flexível. Proporcionando soluções precisas, robustas e de alto desempenho para problemas não-lineares complexos, aplicações dinâmica em grande escala e simulação de design de rotina. *Abaqus/Explicit* é um produto do ambiente *Abaqus* de análise de elementos finitos, que é particularmente bem adaptado para análise não-linear, transiente e dinâmico de sólidos ou de estruturas, utilizando integração explícita.

2.2.5.1 Modelagem da treliça espacial

Para gerar a treliça no *Abaqus/Explicit* é feito a superposição de módulos básicos utilizando elementos finitos de barra tridimensional com 2 nós (T3D2). Sendo cada elemento associado a uma seção e, para cada seção, atribui-se um tipo de material. A disposição cubica estudada possui quatro tipos diferentes de seções, correspondentes a elementos colocados nas arestas (S^A), nas faces (S^C), internos (S^I) e diagonais (S^D), do modelo global (ver na Figura 7, barras vermelhas, verdes, azuis e roxas, respectivamente). As áreas dos elementos pertencentes a cada seção são:

$$S^A = A_l/4, S^C = A_l/2, S^I = A_l \text{ e } S^D = A_d \quad \dots(25)$$

Figura 7 - Cubo do LDEM mostrando as diferentes seções modeladas no *Abaqus/Explicit*



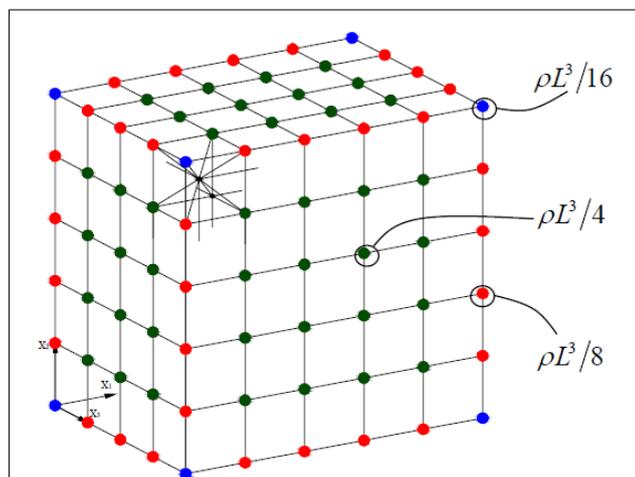
Fonte: Kostascki (2012, p.98)

2.2.5.2 Discretização das massas

A massa do corpo simulado com o LDEM é discretizada e concentrada nos nós da treliça, sendo que o valor da mesma depende do volume de influência do nó. Considerando-se o módulo cúbico básico da Figura 3a, pode-se observar que no volume do módulo (L^3) está contido o nó central mais o somatório da oitava parte dos nós dos vértices do módulo.

No módulo cúbico a massa deve ser igual a (ρL^3), sendo ρ a massa específica do material. Sendo assim, para formar a massa de um módulo cúbico colaboram um nó central que aportará toda sua massa ($\rho L^3/2$), e oito oitavos devidos aos nós dos vértices ($8\rho L^3/16$). Portanto, os nós dos vértices em azul, das arestas em vermelho e das faces em verde, possuem um oitavo, um quarto e metade da massa do nó completo, respectivamente. O modelo é representado na Figura 8.

Figura 8 - Cubo modelado com o LDEM onde se mostram as massas discretizadas.



Fonte: Kostascki (2012, p.99)

No *Abaqus/Explicit* não é possível colocar as massas concentradas unicamente nos nós, porque se teriam barras sem massas o que geraria erros nos cálculos. Assim, optou-se por colocar uma densidade de massa nas barras que seja equivalente as massas nodais do LDEM. Considerando duas densidades de massa equivalentes, uma para as barras longitudinais e outra para as barras diagonais, ρ_l e ρ_d respectivamente, se estabelece duas restrições, que os nós do centro do modelo global tenham uma massa de $\rho L^3/2$ e os nós dos vértices do modelo global $\rho L^3/16$.

Pela multiplicação do volume de cada barra por sua densidade de massa temos:

$$\frac{\rho L^3}{2} = \frac{6\rho_l \phi L^3}{2} + \frac{16\rho_d \delta \phi L^3}{2\sqrt{3}} \quad \dots(26)$$

$$\frac{\rho L^3}{16} = \frac{3\rho_l \phi L^3}{8} + \frac{2\rho_d \delta \phi L^3}{2\sqrt{3}} \quad \dots(27)$$

Entretanto, alguns nós ainda não tem a massa que deveriam, são os nós internos dos elementos cúbicos que formam as faces, arestas e vértices do modulo global. Assim, optou-se por colocar elementos de massa concentrada nestes nós que, somados as massas provenientes das barras, atingissem o valor definido pelo método. Este déficit de massa se dá nos nós internos dos módulos cúbicos externos do modelo global, e se deve à falta de uma ou mais barras longitudinais dentre as seis que chegam normalmente a estes nós.

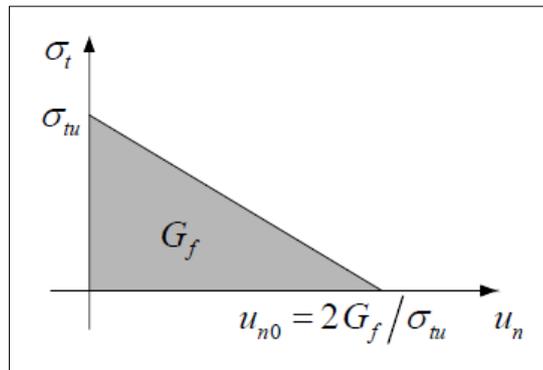
2.2.5.3 Introdução do modelo constitutivo no *Abaqus/Explicit*

O modelo de ruptura tem características similares a da lei constitutiva bilinear do LDEM. Podendo se destacar:

- O comportamento à compressão é sempre elástico linear.
- O comportamento antes de começar o dano é elástico linear.
- Podem-se remover os elementos quando eles forem totalmente danificados.

No *Abaqus/Explicit* é utilizado o modelo de fissuras distribuídas (smeared crack model) para representar descontinuidades no comportamento frágil do material. O critério de fratura se baseia no modelo de Hillerborg, 1976, e usa a taxa de liberação de energia em Modo I, G_f como parâmetro de fratura. A Figura 9 mostra a relação constitutiva após atingir a tensão máxima.

Figura 9 - Modelo de tensão pós-falha vs deslocamento vinculada à energia de fratura utilizado no *Abaqus/Explicit*



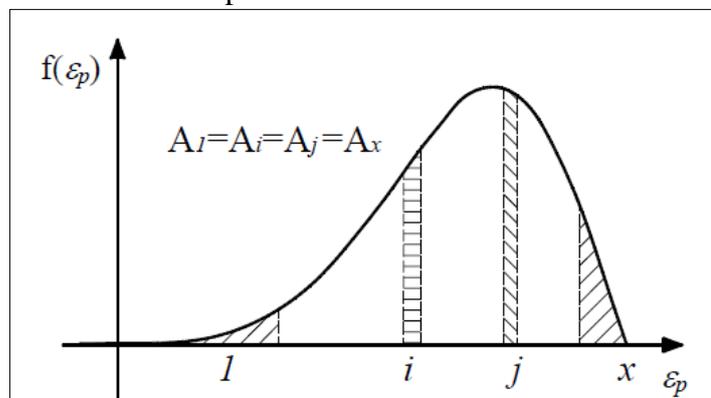
Fonte: Kostaski (2012, p.101)

2.2.5.4 Inclusão do caráter aleatório

Para definir aleatoriedade do material na implementação no *Abaqus/Explicit* optou-se por definir x conjuntos de propriedades associadas ao material, e para cada conjunto quatro tipos de seções (seções correspondentes a elementos colocados nas arestas (S^A), nas faces (S^C), internos (S^I) e diagonais (S^D)).

A partir daí se divide a função de densidade de probabilidade de ε_p em x intervalos, associados aos conjuntos de propriedades antes definidos, de modo que a probabilidade dentro destes seja a mesma, ou seja, que a área encerrada nestes intervalos seja constante e igual a $1/x$. A Figura 10 mostra a função de densidade de probabilidade onde foram definidos x intervalos com a mesma probabilidade de ocorrência.

Figura 10 - Função de densidade de probabilidade



Fonte: Kostaski (2012, p.104)

A cada conjunto de propriedades associadas ao material se atribui o valor de ε_p médio de cada intervalo correspondente. A probabilidade que um valor de ε_p caia nestes intervalos é

constante, pois todas as probabilidades (áreas na distribuição) são iguais. Basta sortear um número pertencente ao intervalo $[1; x]$ com distribuição de probabilidade uniforme para que um elemento tenha propriedade aleatória, e atribuir esse material ao elemento.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Neste capítulo são apresentadas as propriedades do material adotadas nas simulações numéricas para o poliestireno expandido e para o concreto, assim como a geometria e dimensões dos corpos de prova. É descrito a metodologia utilizada nas simulações sendo apresentado as condições de contorno utilizadas na implementação do problema no *software Abaqus*.

3.1 Poliestireno expandido

3.1.1 Caracterização do material

O poliestireno expandido foi escolhido como material de estudos deste trabalho devido ao seu comportamento frágil. Esse material possui baixo custo de aquisição e baixa rigidez se comparado com materiais convencionais, como o concreto. Além disso, pelo fato de existirem dados de resultados experimentais em corpos de prova das mesmas dimensões das simuladas computacionalmente no presente estudo, realizadas por Colpo (2016). Neste trabalho é utilizado o poliestireno expandido com características apresentadas na Tabela 1 obtidas por Colpo (2016).

Tabela 1 – Características do poliestireno expandido

Propriedades	CV [%]	
$\rho_{média}$ [kg/m ³]	11,8965	3,47
E [MPa]	4,35*	-
G_f N/m	133,4	39,72

* Valor ajustado mediante simulações

3.1.2 Ensaio de tração e simulação

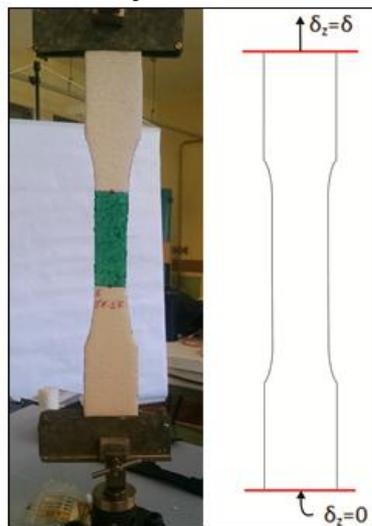
Para a validação da metodologia utilizada nas simulações é realizada uma comparação entre resultados experimentais e as simulações numéricas, no ensaio de tração. Neste item é apresentado o procedimento utilizado para os ensaios experimentais e as simulações numéricas.

3.1.2.1 Metodologia utilizada nos ensaios experimentais Colpo (2016)

Os ensaios de tração são executados com o auxílio da máquina de ensaios universais Shimadzu AGS - X 5 kN, como mostra a Figura 11, também é possível observar nessa figura que os CPs são fixados na máquina através de garras, sendo utilizadas placas parafusadas para distribuir uniformemente a força exercida por essas garras nos CPs. A máquina de ensaios fornece a curva força versus deslocamento, assim através desses dados é possível calcular a tensão dividindo a força pela área da seção transversal da região central do CP e a deformação é obtida fazendo o deslocamento final dividido pelo comprimento inicial do corpo de prova.

A Tabela 2 apresentada as dimensões dos três CPs (configurações de I a III), sendo que todos possuem a mesma espessura ($t=10$ mm). Para cada configuração de CP foram realizados 5 repetições do ensaio para validação do modelo. A excitação ao longo dos CPs foi aplicada por meio de um deslocamento com taxa de deformação controlada (0,06097 mm/mm.s).

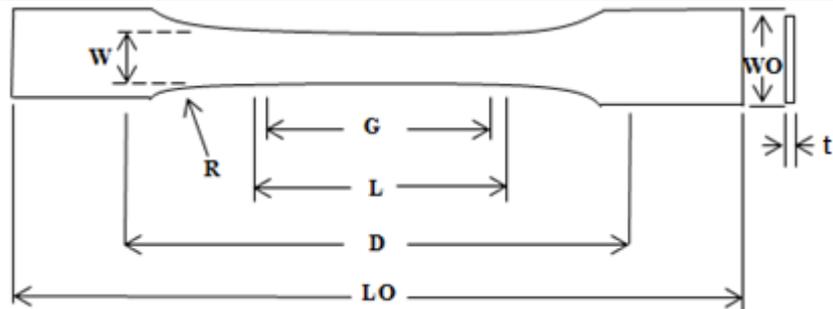
Figura 11 – Configuração do ensaio de tração



Fonte: Colpo (2016, p.42)

Tabela 2 – Dimensões dos corpos de prova de poliestireno expandido

	R	W	L	G	D	WO	LO
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
CP I	50,67	12,67	38,00	33,33	76,67	19,33	164,00
CP II	76,00	19,00	57,00	50,00	115,00	29,00	246,00
CP III	256,50	64,13	192,38	168,75	388,13	97,88	830,25



Fonte: Adaptado de Colpo (2016)

3.1.2.2 Metodologia utilizada nas simulações numéricas

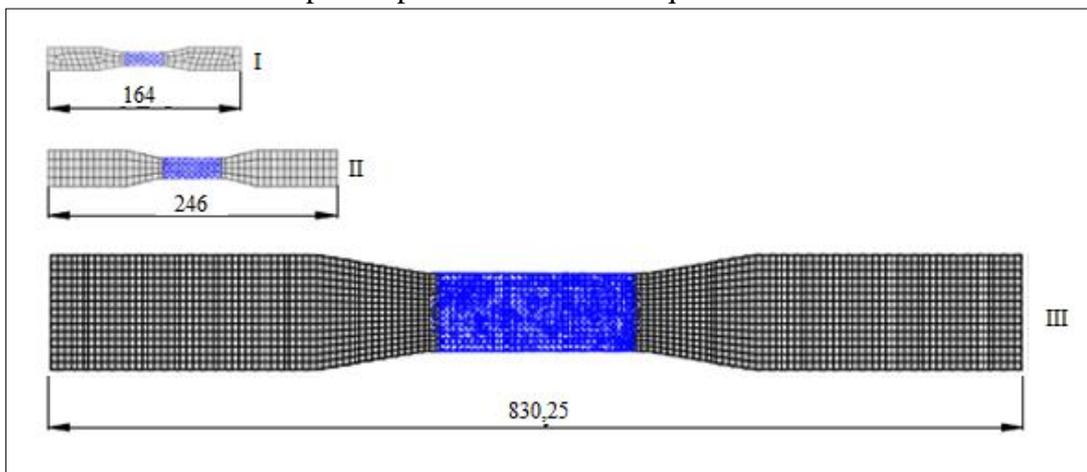
Para serem simuladas as amostras foram implementadas no *software Abaqus*, o qual permite o uso conjunto do método dos elementos finitos (MEF) e o método dos elementos discretos formado por barras (LDEM). Desse modo, os corpos de prova foram elaborados utilizando o MEF em suas extremidades e o LDEM em sua parte central, isto foi possível pois a ruptura é esperada na parte central a qual sofre uma diminuição da seção transversal. Para cada tamanho de corpo de prova foram realizadas 4 repetições das simulações para validação do modelo.

As propriedades do poliestireno expandido são apresentadas na Tabela 3, assim como alguns dados relevantes das simulações. A Figura 12 mostra os modelos realizados no LDEM *Abaqus*.

Tabela 3 – Dados das simulações para o poliestireno expandido

Propriedades	Poliestireno expandido
E [MPa]	4,35
ρ [Kg/m ³]	11,90
ν	0,25
G_f [N/m]	133,40
CVG _f [%]	40,00
R_f [m ^{1/2}]	3,87
L [m]	5,50E-3
Dt [s]	1,95E-6

Figura 12 - Modelos dos corpos de prova no LDEM-Abq



Fonte: Elaboração própria

O número de módulos cúbicos utilizados nas partes centrais para os três CPs, nas direções x, y e z é mostrado na Tabela 4.

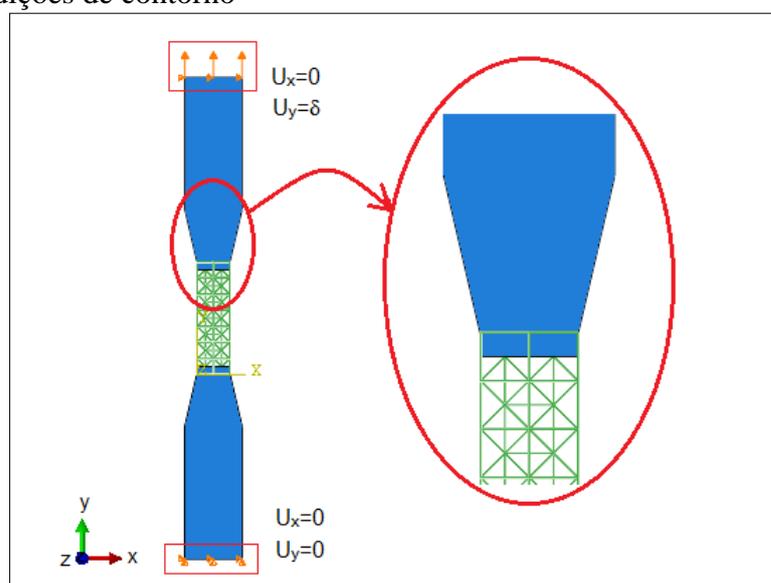
Tabela 4 - Número de módulos cúbicos

Direções	CP I	CP II	CP III
x	2	3	12
y	7	10	32
z	2	2	2

Fonte: Elaboração própria

Os CPs são fixos na face inferior, sendo aplicado um deslocamento prescrito crescente uniformemente distribuído na face superior induzindo uma tensão nominal uniforme de tração (ver Figura 13). Foi utilizada uma taxa de deformação estática aplicada de 0,06097 mm/mm.s. O ensaio foi repetido com diferentes taxas de carregamento (constantes) para verificar o efeito da velocidade de carregamento nos ensaios. Assim para cada tamanho de corpo de prova e taxa de deformação diferente foram realizadas 4 repetições das simulações para validação do modelo.

Figura 13 - Condições de contorno



Fonte: Elaboração própria

Quando a ligação entre as partes da ponta (MEF) e a parte central (LDEM) foi feita pelos nós externos do módulo cúbico do LDEM a ruptura ocorreu pelo descolamento entre as partes, mesmo para o carregamento estático. Assim, para garantir que não ocorresse o descolamento nas ligações, a união entre as partes foram feitas pelos nós centrais dos módulos cúbicos mais externos. A Figura 13 apresenta o esquema desta ligação. Mais detalhes sobre a forma da ligação ver Kostaski (2012).

3.2 Concreto

Foram realizadas simulações numéricas implementadas com as mesmas condições de contorno já citadas para o poliestireno expandido. Assim os corpos de prova foram executados com o MEF nas pontas e o LDEM na parte central, sendo as simulações realizadas com o *software* comercial *Abaqus*.

A escolha do concreto como material de análise é devido a este apresentar vários dados disponíveis na literatura na análise do efeito da dependência da taxa de deformação. As propriedades do material utilizadas nas simulações estão apresentadas na Tabela 5. Estes dados são os mesmos que foram implementados por Riera et al (2014), sendo que através de ensaios experimentais confirmaram a validade dos parâmetros de entrada para a representação adequada do modelo.

Tabela 5 – Dados das simulações para o concreto

Propriedades	Concreto
E [GPa]	29,43
ρ [Kg/m ³]	2266,7
ν	0,25
G_f [N/m]	130
CVG_f [%]	50
R_f [m ^{1/2}]	3
L [m]	7,5E-3
L_c	4L
Dt [s]	4,47E-7

Fonte: Elaboração própria

Foram realizados 4 CPs de tamanho diferentes, para cada tamanho de corpo de prova foram feitas 4 repetições das simulações para validação do modelo. A Tabela 6 apresenta as dimensões dos CPs (configurações de Ic a IVc), sendo que todos possuem a mesma espessura ($t = 15$ mm).

Tabela 6 - Dimensões dos corpos de prova de concreto

	R	W	L	G	D	WO	LO
	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
CP Ic	60,00	15,00	45,00	39,47	90,79	22,89	194,21
CP IIc	90,00	22,50	67,50	59,21	136,18	34,34	291,32
CP IIIc	210,00	52,50	157,50	138,16	317,76	80,13	679,74
CP IVc	300,00	75,00	225,00	197,37	453,95	114,47	971,05

Fonte: Elaboração própria

Os corpos de prova foram ensaiados sob oito diferentes taxas de deformação (constante) mostradas na Tabela 7. Para a taxa de deformação de $3,33E-3 \text{ s}^{-1}$ foi considerado o ensaio estático. O número de módulos cúbicos utilizados nas partes centrais para os quatro CPs, nas direções x, y e z é mostrado na Tabela 8.

Tabela 7 - Taxas de deformação (s^{-1})

CP Ic	CP IIc	CP IIIc	CP IVc
3,33E-03	3,33E-03	3,33E-03	3,33E-03
0,02	0,02	0,01	0,01
0,09	0,09	0,04	0,03
0,20	0,20	0,09	0,06
0,53	0,53	0,23	0,16
0,90	0,90	0,39	0,27
2,06	1,37	0,59	0,41
3,09	2,06	0,88	0,62

Fonte: Elaboração própria

Tabela 8 - Número de módulos cúbicos para o concreto

Direções	CP Ic	CP IIc	CP IIIc	CP IVc
x	2	3	7	10
y	7	9	20	28
z	2	2	2	2

Fonte: Elaboração própria

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

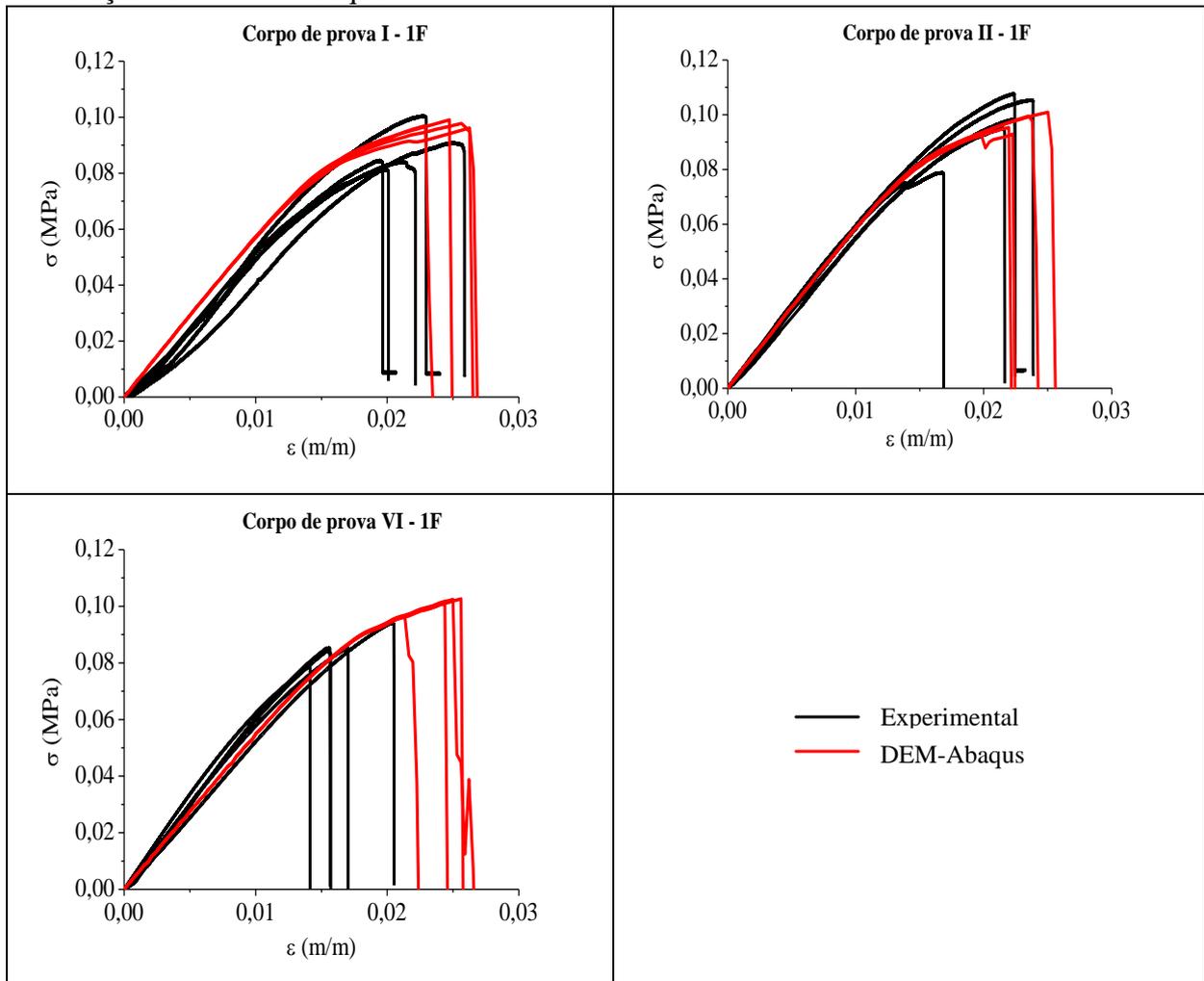
Neste capítulo é apresentado os resultados encontrados com os ensaios feitos com o poliestireno expandido e com o concreto.

4.1 Poliestireno expandido

4.1.1 Comparação entre os resultados dos ensaios experimentais e numéricos

A Figura 14 apresenta uma comparação entre as curvas tensão *versus* deformação dos ensaios experimentais e simulações com LDEM-Abaqus. A deformação é obtida pela razão do deslocamento total pelo comprimento total do corpo de prova (LO).

Figura 14 - Curvas tensão *versus* deformação, comparação entre ensaios experimentais e simulação no LDEM-Abaqus



Fonte: Elaboração própria

É possível verificar na Figura 14 que os resultados encontrados nos ensaios experimentais (envoltória preta) e as simulações com o LDEM *Abaqus* (envoltória vermelha) são compatíveis entre si. Sendo que a maior discrepância ocorreu para os CPs com o maior tamanho. Isto confirma que o método utilizado nas simulações é válido e representa de maneira satisfatória o que ocorre experimentalmente.

4.1.2 Variação da taxa de deformação

Foi verificada qual a velocidade de propagação da onda longitudinal encontrando um valor de $C_p = 604,60$ m/s. Logo, pelas equações 3, 5 e 17 encontra-se que a velocidade máxima que se deve realizar o ensaio é de 12,96 m/s. Assim as taxas de deformação máxima para os CPs I, II e III são 79,02, 52,68, 15,61s⁻¹ respectivamente.

Para analisar os resultados das simulações foram plotadas as curvas tensão *versus* deformação para os três tamanhos de corpos de prova para cada taxa de deformação aplicada (Figura 15). As curvas são obtidas pelas médias entre as 4 repetições das simulações para as várias taxas de deformação. A tensão é calculada para a parte central do corpo de prova, sendo a reação medida na parte inferior do CP na qual foi restringido o deslocamento. Os valores na legenda da Figura 15 representam a porcentagem da taxa de deformação aplicada em relação a máxima calculada.

Na Figura 15 pode-se verificar que o aumento da taxa de deformação ocasiona um aumento da tensão máxima resistida pelos CPs e uma mudança na forma típica da curva obtida em ensaios estáticos. As Tabelas 9 a 11 apresentam as médias obtidas pelas 4 repetições com os 3 CPs para os valores de tensão máxima, assim como os coeficientes de variação (CV).

Figura 15 - Curva tensão vs deformação: comparação entre diferentes taxas de deformação

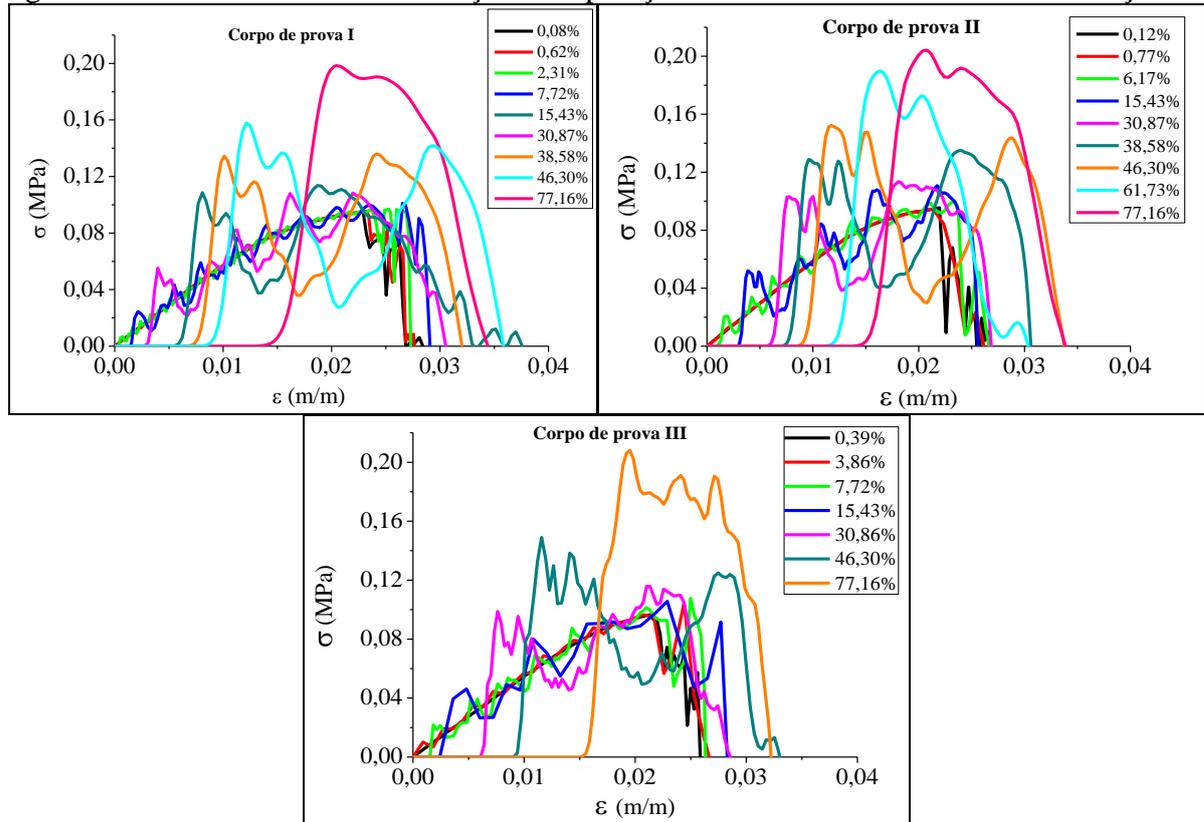


Tabela 9 – Tensão máxima para o CP I

Porcentagem da $\dot{\varepsilon}$ máxima [%]	$\sigma_{\text{máx,média}}$ [kPa]	$CV\sigma$ [%]
0,08	97,49	1,07
0,62	97,64	1,03
2,31	98,62	0,72
7,72	102,03	0,35
15,43	109,19	0,81
30,87	114,51	1,87
38,58	137,03	2,06
46,30	157,91	0,94
77,16	198,83	1,43

Fonte: Elaboração própria

Tabela 10 - Tensão máxima para o CP II

Porcentagem da $\dot{\varepsilon}$ máxima [%]	$\sigma_{\text{máx,média}}$ [kPa]	$CV\sigma$ [%]
0,12	97,18	3,30
0,77	96,76	3,12
6,17	100,75	2,18
15,43	110,73	0,34
30,87	114,00	1,24
38,58	135,12	0,58
46,30	153,24	1,27
61,73	189,91	0,89
77,16	204,50	0,23

Fonte: Elaboração própria

Tabela 11 - Tensão máxima para o CP III

Porcentagem da $\dot{\varepsilon}$ máxima [%]	$\sigma_{\text{máx,média}}$ [kPa]	$CV\sigma$ [%]
0,39	100,57	2,46
3,86	101,69	3,12
7,72	105,04	2,04
15,43	108,18	1,22
30,86	116,02	0,31
46,30	148,96	0,20
77,16	208,12	0,26

Fonte: Elaboração própria

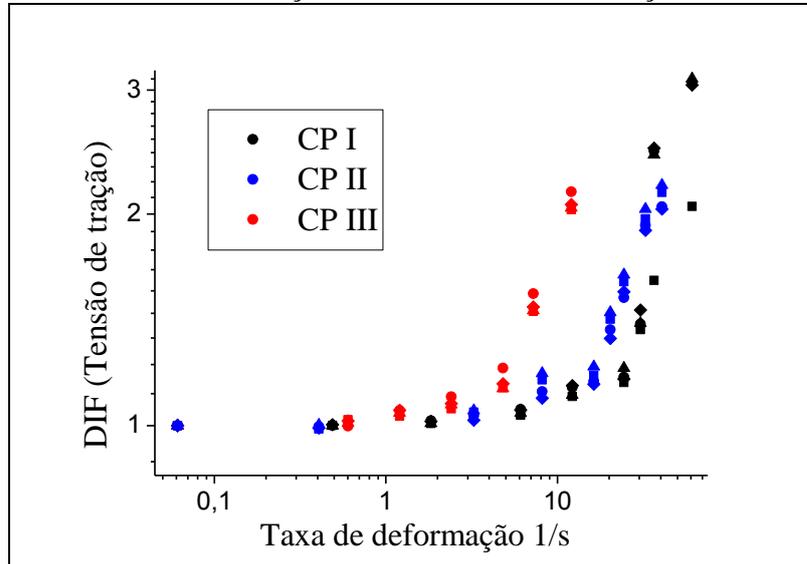
Analisando a Figura 15 pode-se observar que com o aumento das taxas de carregamento as tensões máximas tendem a aumentar. Sabendo que o Fator de Intensificação Dinâmico (DIF) é dado por:

$$DIF = \frac{\sigma_{d_{CPi}}}{\sigma_{s_{CPi}}} \quad \dots(28)$$

Onde $\sigma_{d_{CPi}}$ é a tensão dinâmica de tração e $\sigma_{s_{CPi}}$ é a tensão estática de tração, sendo que CPi indica que as tensões variam para os diferentes tamanhos de CPs. Para o cálculo do DIF

foi considerado sempre a tensão máxima. A Figura 16 mostra a influência da taxa de deformação para cada corpo de prova.

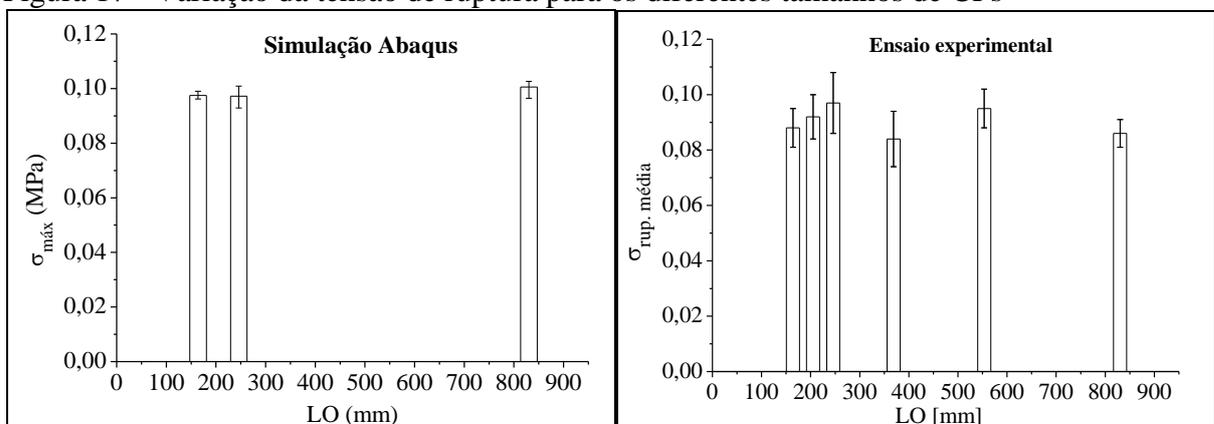
Figura 16 - Efeito da taxa de deformação sobre a resistência a tração



Fonte: Elaboração própria

Na Figura 16 pode se observar um efeito de escala gerado pelas diferentes taxas de aplicação do carregamento. Existe outro efeito de escala que está sendo eliminado nesta análise, pois na Equação 28 a tensão estática é sempre a do CP analisado e não de um CP de referência. Para analisar a ocorrência do efeito de escala que foi suprimido é apresentada a Figura 17, a qual mostra a variação da tensão de ruptura para a velocidade de ensaio estático em relação ao comprimento dos corpos de prova.

Figura 17 - Variação da tensão de ruptura para os diferentes tamanhos de CPs



Fonte: Adaptado de Colpo (2016)

A Figura 17 apresenta uma comparação entre os resultados das simulações e os resultados experimentais encontrados por Colpo (2016). Segundo Colpo (2016) o poliestireno

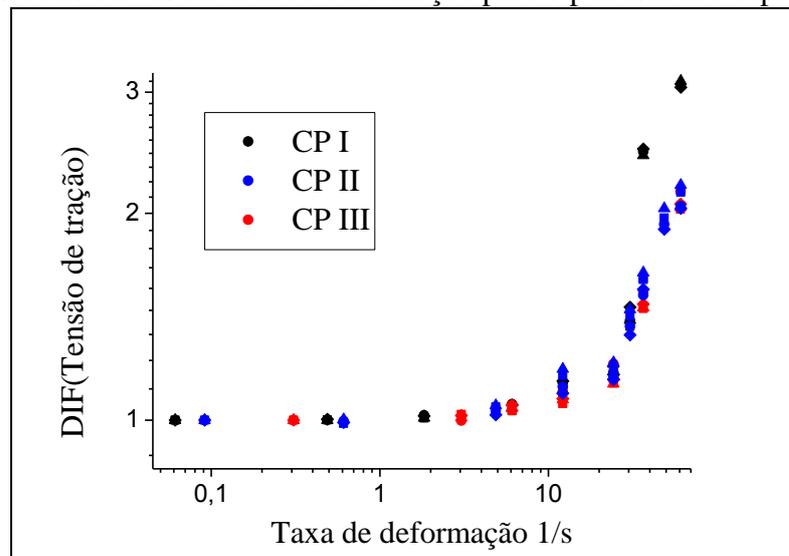
expandido sofre um efeito de escala estrutural, pois apesar de ocorrer uma oscilação da tensão de ruptura com o aumento do tamanho dos corpos de prova, em geral pode-se verificar uma leve diminuição do valor da tensão de ruptura. Tal efeito não foi encontrado quando se analisa as simulações com o modelo LDEM + MEF para o poliestireno expandido.

Foi estudada uma maneira para eliminar o efeito de escala gerado pela aplicação de diferentes taxas de deformação, logo é possível ajustar as curvas da Figura 16 em função da escala dos CPs. Os fatores de escala para os CPs II e III em relação ao CP I são obtidos por:

$$F = \frac{LO_{CPi}}{LO_{CPI}} \quad \dots(29)$$

Tendo que LO é o comprimento inicial do CP e o índice i pode ser substituído por II e III. Logo, os fatores de escala para os CPs II e III em relação ao CP I são 1,5 e 5,06 respectivamente. Multiplicando estes fatores pela taxa de deformação dos CPs correspondentes em cada ponto obtém-se uma curva única mostrada na Figura 18.

Figura 18 - Ajuste das curvas da taxa de deformação para o poliestireno expandido

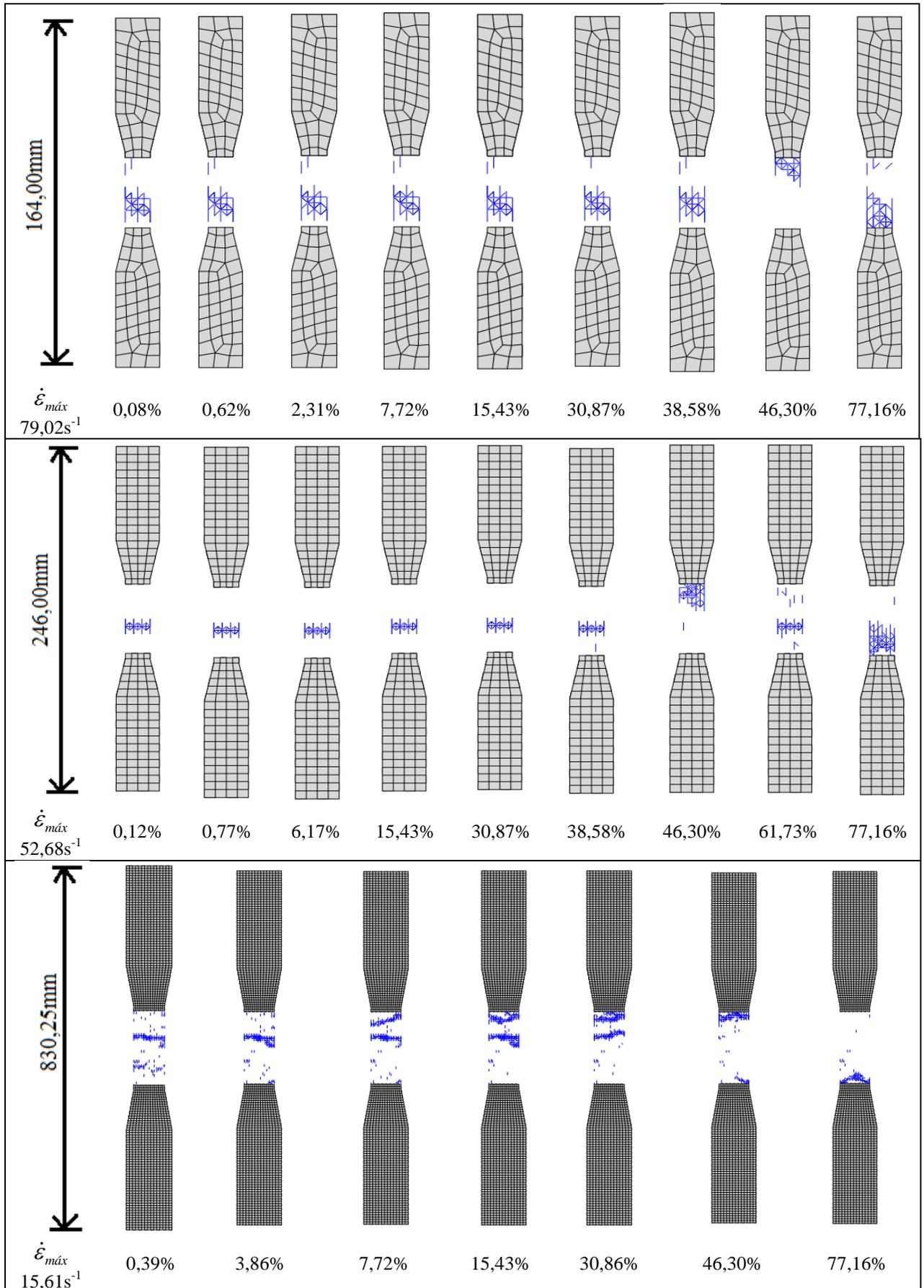


Fonte: Elaboração própria

Os resultados encontrados, que mostram o aumento da resistência à tração na medida em que a taxa de deformação aumenta, estão de acordo com dados encontrados na literatura, sendo que o poliestireno expandido é um material heterogêneo assim como o concreto. É interessante notar como o efeito de escala pode ser suprimido com a relação da escala do tamanho das amostras.

Foi analisada também a forma da ruptura para os três tamanhos de CPs ensaiados sob as variadas taxas de deformação. A Figura 19 apresenta a configuração no instante final, sendo que as barras que estão mostradas são as que perderam sua capacidade de carga.

Figura 19 - Configuração final para os CPs de poliestireno expandido



Fonte: Elaboração própria

Pode-se notar pela análise da Figura 19 que todos os tamanhos de corpos de prova tiveram uma mudança significativa na forma da ruptura quando atingiram cerca de 46% da taxa de deformação máxima. Logo é possível relacionar a mudança na forma da ruptura com a curva da DIF, sendo que a partir de 46% em todos os CPs os pontos estão localizados na parte mais inclinada da curva da DIF.

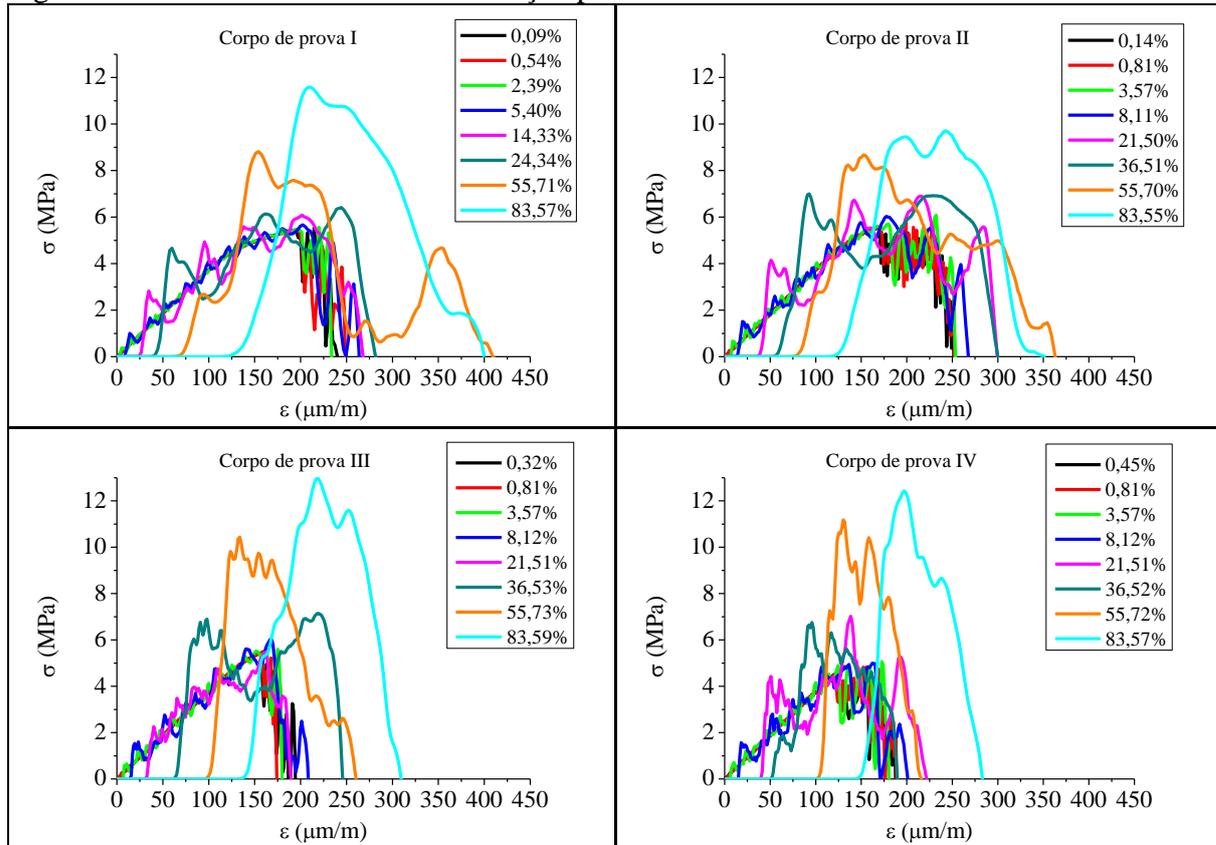
No CPIII se identifica que as rupturas da Figura 16 podem ser agrupadas em três grupos com configuração de ruptura diferentes, os quais podem ser divididos em: até cerca de 3,9% da taxa de deformação máxima, estão localizados na parte praticamente sem inclinação na curva da DIF; de 7,7% até 30,9% , estão localizados na parte onde ocorre a mudança de inclinação; e a partir de 46,3%, estão localizados no trecho mais inclinado. Pode não ter sido possível identificar esta divisão em três grupos nos demais CPs devido ao tamanho da malha.

4.2 Concreto

4.2.1 Variação com a taxa de deformação

Para cada tamanho de corpo de prova e taxa de deformação diferente foram realizadas 4 repetições das simulações para validação do modelo. Foi verificada a velocidade de propagação da onda longitudinal encontrando um valor de $C_p = 3603,28$ m/s. Logo, pelas equações 3, 5 e 17 encontra-se que a velocidade máxima que se deve realizar o ensaio é de 0,718 m/s. Assim as taxas de deformação máxima para os CPs Ic, IIc, IIIc e IVc são 3,697, 2,465, 1,056, $0,739s^{-1}$ respectivamente.

A seguir são apresentadas na Figura 20 as curvas tensão *versus* deformação para os quatro tamanhos de corpos de prova, obtidas pelas médias entre as 4 repetições das simulações para as diferentes taxas de deformação. A tensão é calculada para a parte central do corpo de prova, sendo a reação medida na parte inferior do CP na qual estava restringido o deslocamento. Os valores apresentados na legenda da Figura 20 representam a porcentagem da taxa de deformação aplicada em relação à máxima calculada.

Figura 20- Curva tensão *versus* deformação para os CPs de concreto

Fonte: Elaboração própria

As Tabelas 12 a 15 apresentam as médias das tensões máximas obtidas pelas 4 repetições para os diferentes corpos de prova, assim como os coeficientes de variação.

Tabela 12 - Tensão máxima para o CP Ic

Porcentagem da $\dot{\epsilon}$ máxima [%]	$\sigma_{\text{máx,média}}$ [Mpa]	$CV\sigma$ [%]
0,09	5,58	6,60
0,54	5,59	6,63
2,39	5,64	6,60
5,40	5,76	6,53
14,33	6,10	4,90
24,34	6,83	11,76
55,71	10,75	2,28
83,57	11,69	6,50

Fonte: Elaboração própria

Tabela 13 - Tensão máxima para o CP IIc

Porcentagem da $\dot{\epsilon}$ máxima [%]	$\sigma_{\text{máx,média}}$ [Mpa]	CVσ [%]
0,14	6,030	8,443
0,81	6,044	8,242
3,57	6,132	7,989
8,11	6,351	6,668
21,50	7,256	5,411
36,51	7,217	0,584
55,70	10,842	0,882
83,55	12,795	4,719

Fonte: Elaboração própria

Tabela 14 - Tensão máxima para o CP IIIc

Porcentagem da $\dot{\epsilon}$ máxima [%]	$\sigma_{\text{máx,média}}$ [Mpa]	CVσ [%]
0,32	5,627	3,617
0,81	5,703	3,214
3,57	5,810	3,290
8,12	6,096	2,550
21,51	7,203	4,000
36,53	7,683	0,195
55,73	11,468	0,606
83,59	13,319	3,269

Fonte: Elaboração própria

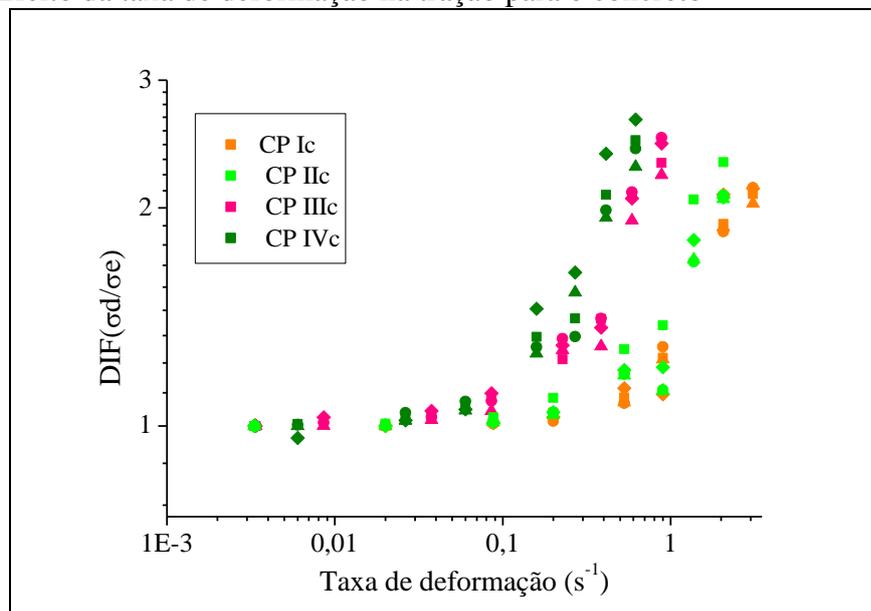
Tabela 15 - Tensão máxima para o CP IVc

Porcentagem da $\dot{\epsilon}$ máxima [%]	$\sigma_{\text{máx,média}}$ [Mpa]	$CV\sigma$ [%]
0,45	5,371	8,752
0,81	5,343	10,169
3,57	5,505	9,205
8,12	5,725	9,134
21,51	7,113	3,648
36,52	7,878	7,319
55,72	11,180	1,323
83,57	13,128	4,382

Fonte: Elaboração própria

Para analisar de forma gráfica o efeito da taxa de deformação é obtido pela Equação 28 o DIF, assim a Figura 21 apresenta a curva DIF *versus* taxa de deformação.

Figura 21 – Efeito da taxa de deformação na tração para o concreto

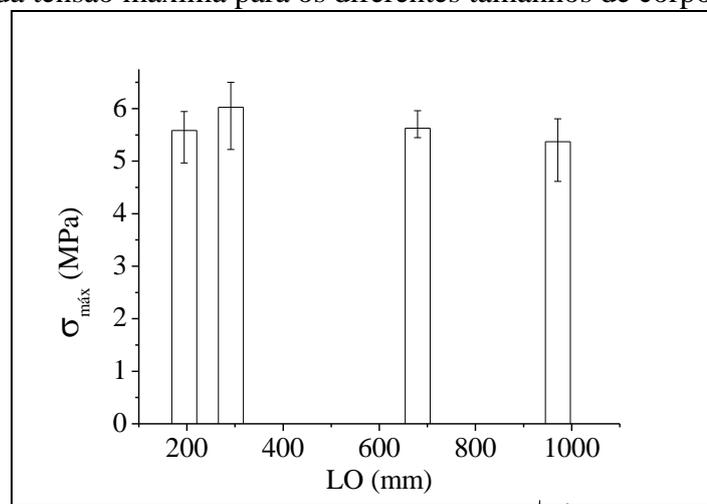


A Figura 21 mostra as curvas para os 4 CPs com os pontos de cada repetição. Foi verificado que para a taxa de deformação onde ocorre a mudança de inclinação há uma pequena instabilidade nos valores, sendo que houve um caso onde o DIF diminuiu para uma velocidade de carregamento maior. Para um mesmo tamanho de CP pode-se observar que houve uma variação entre as amostras.

É observado um efeito de escala gerado pelas diferentes taxas de aplicação do carregamento. Assim como foi feito para o poliestireno expandido, na análise com o concreto também está sendo eliminando o efeito de escala estrutural. Logo a tensão estática considerada para a obtenção do Fator de Intensificação Dinâmica é a do CP em análise e não de um CP de referência como mostrado na Equação 28.

Para analisar o efeito de escala estrutural, é apresentada a Figura 22 que mostra a variação da tensão de ruptura para um carregamento estático em relação ao comprimento dos corpos de prova.

Figura 22 - Variação da tensão máxima para os diferentes tamanhos de corpos de prova

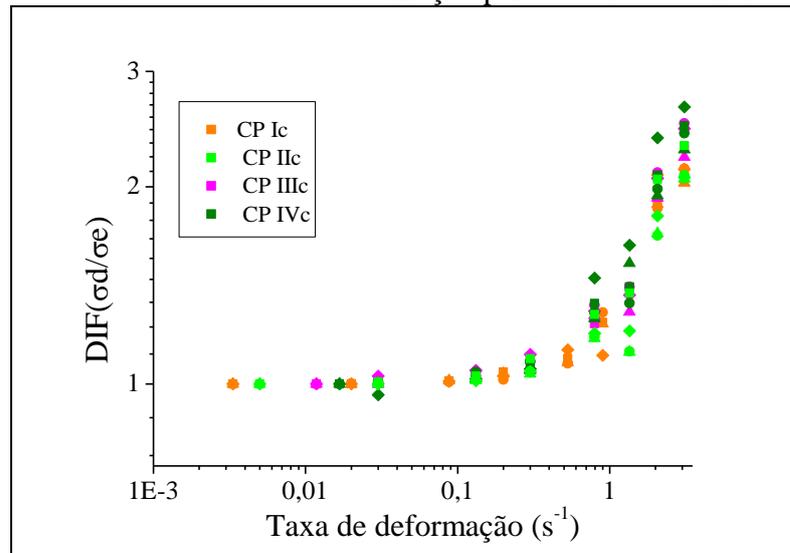


Fonte: Elaboração própria

Analisando a Figura 22 é possível verificar que a tensão de ruptura tende a diminuir com o aumento do tamanho dos corpos de prova. Essa tendência só não ocorreu para o menor corpo de prova. Para o concreto, com o modelo simulado foi possível captar o efeito de escala estrutural, o que não ocorreu quando o material analisado era o poliestireno expandido.

As diferenças nas curvas da Figura 21 ocorre por causa dos diferentes tamanhos de CPs assim pela Equação 29 tem-se que os fatores de escala para os CPs IIc, IIIc e IVc em relação ao CP Ic são 1,50, 3,50 e 5,00 respectivamente. Multiplicando estes fatores pelas taxas de deformação dos CPs correspondentes em cada ponto obtém-se uma curva mostrada na Figura 23.

Figura 23 - Ajuste das curvas da taxa de deformação para os CPs de concreto



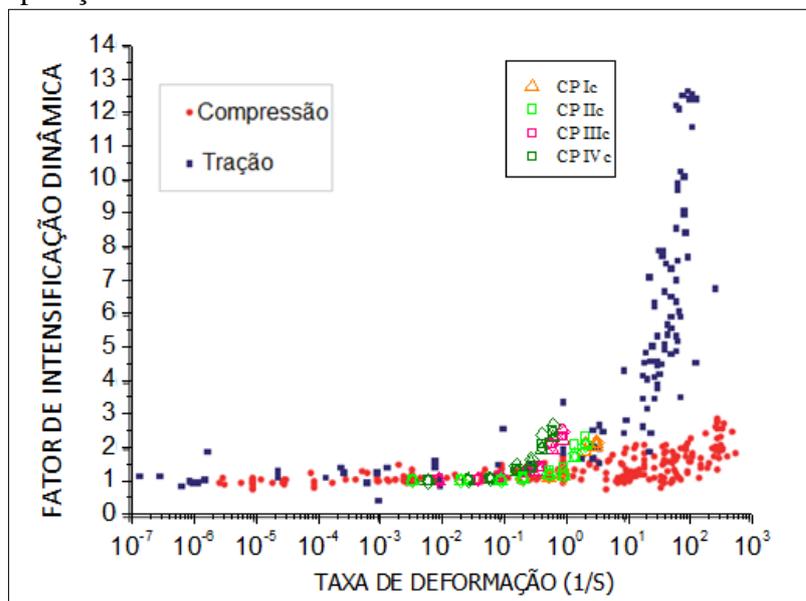
Fonte: Elaboração própria

Na Figura 23 pode-se verificar que a diferença nas curvas foi suprimida com a relação da escala do tamanho das amostras. Dessa maneira está se eliminando os dois tipos de efeito de escala gerados no modelo.

4.2.2 Comparação dos resultados com a literatura

Foi realizada uma comparação entre os resultados apresentados na literatura e os encontrados no presente trabalho, esta comparação está apresentada na Figura 24.

Figura 24 - Comparação entre os resultados e a literatura



Fonte: Adaptado de Araújo G.; Luccioni B. (2010)

Os dados da referência bibliográfica utilizam uma taxa de deformação estática bem menor do que a utilizada neste trabalho. Por tanto foi realizado uma simulação para um CP com uma taxa de deformação de 10^{-4}s^{-1} para verificar se haveria variação da resistência de ruptura em relação ao realizado com a taxa de deformação a qual se considerou que o ensaio era estático, não sendo encontrada uma variação na resistência.

Observando a Figura 24 nota-se que os valores máximos da DIF encontrados no presente trabalho estão bem abaixo dos encontrados por Araújo G.; Luccioni B. (2010), isto pode estar relacionado com as características do concreto e dimensões dos corpos de prova. Apesar disso o ponto onde ocorre a mudança da inclinação das curvas encontradas no presente trabalho em comparação com o da literatura são próximos.

Para analisar melhor a influencia da geometria e dimensões dos corpos de prova estudaram-se os dados apresentados por Malvar e Crawford (1998). Assim temos que Mellinger e Birkimer obtiveram seus resultados utilizando cilindros de concreto de 260mm de comprimento e 50,8 de diâmetro, e Birkimer o fez com cilindros de 890mm de comprimento e 50,8 de diâmetro. Ross testou vários corpos de prova cilíndricos de concreto utilizando o *Slip-Hopkinson Pressure Bar* (SHPB) em tração direta com diâmetros de 50,8 e 76,2 mm. Também fez ensaios utilizando o *Brasilian test* (split tension) variando o diâmetro de 19 a 51 mm e o comprimento de 45 a 51 mm. John, Antoun e Rajendran também utilizaram o SHPB com espécimes de 6,4 e 12,7 mm de espessura e 12,7, 25,4 e 50,8 mm de diâmetro.

Como não dispomos das características dos concretos supõe-se que em geral os diâmetros máximos do agregado não variam muito sendo sempre bem menor que o diâmetro do cilindro do corpo de prova. Pelas formas das rupturas se considera também que a dimensão característica do corpo de prova será o diâmetro do corpo de prova. Na Tabela 16 se mostra a variação do tamanho característico do corpo de prova pelo autor dos ensaios.

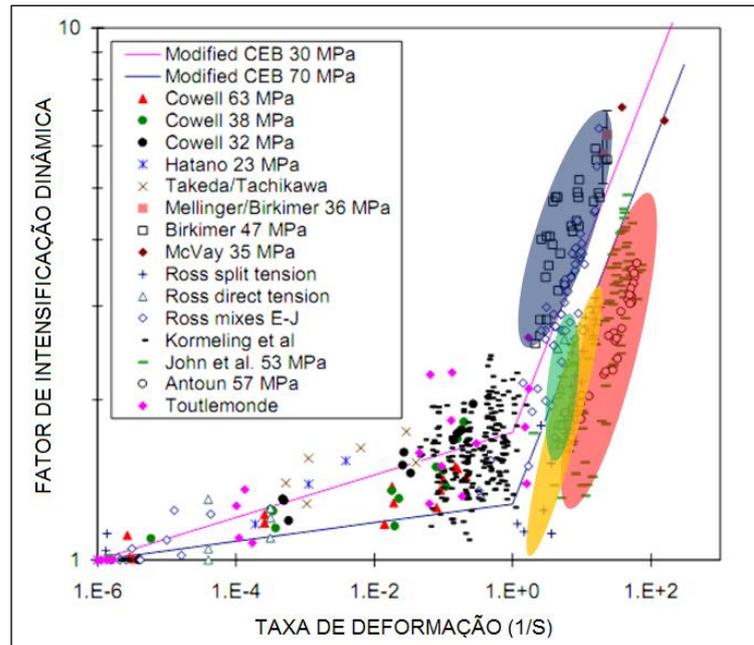
Tabela 16 - Tamanhos dos corpos de prova

Autor	Diâmetro [mm]
John	12,7 - 25,5 - 50,8
Ross, Split tension	19 - 50,8
Mellinger, Birkimer	50,8
Ross, SHPB	50,8 - 76,2

Fonte: Elaboração própria

Analisando a Figura 25 se observa que os dados de John e Antoun se encontram defasados para a direita da nuvem de dados, sombreados em vermelho. Esses dados foram encontrados com os diâmetros de cilindros menores. Os resultados de Ross split tension, se encontram mais no meio da nuvem de dados, sombreadados em amarelo, e os SHPB com sombra verde. Finalmente os dados de Mellinger, Birkimer se encontram sombreado com azul.

Figura 25 - Análise dos dados da literatura



Fonte: Adaptado de Malvar; Crawford (1998)

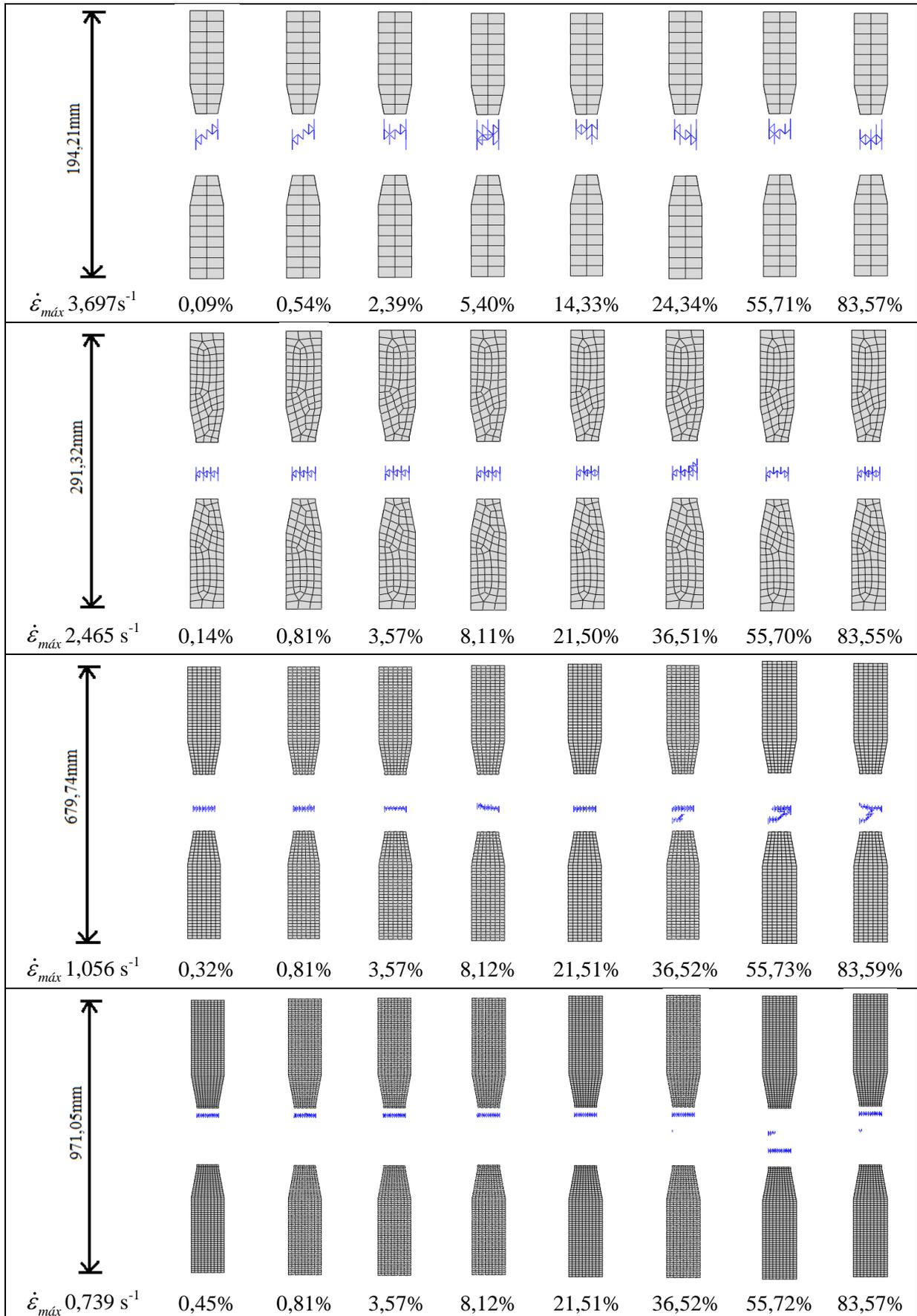
A mudança entre os tamanhos dos cilindros analisados pelos diferentes autores não é muito significativa porém aparentemente existe um deslocamento dos dados em função do tamanho característico do corpo.

As características de cada concreto mudaram a relação DIF com a taxa de deformação aplicada, isso pode ter ocorrido devido a variação da resistência máxima, granulometria dos agregados que os compõem, tipo de concreto, umidade, entre outros, porém o tamanho do corpo analisando também exerce um efeito importante nos resultados.

4.2.3 Análise da ruptura

Foi estudado também a forma da trinca gerada a medida que a taxa de deformação aumenta. A Figura 26 apresenta a configuração no instante final, sendo que as barras que estão mostradas são as que perderam sua capacidade de carga.

Figura 26 – Configuração final para os corpos de prova de concreto

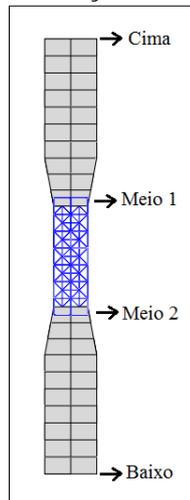


Fonte: Elaboração pr3pria

Assim pode-se perceber que a taxa de deformação influencia na forma da ruptura. Buscou-se então realizar uma análise mais detalhada de como ocorre a propagação das tensões ao longo do CP, assim como também a análise das curvas de energia buscando relacionar com a configuração de ruptura em alguns instantes.

Para isto foi medida a reação na parte de cima e baixo e com estas reações calculada a tensão na parte central. Nos pontos de integração que estão ligados com a malha do LDEM foi medido a tensão, como a seção transversal média dos pontos de integração analisados não é a mesma da parte central, foi feito uma correção para obter a tensão em relação a parte central do corpo de prova. A Figura 27 mostra os pontos onde foram medidas as reações ou tensões para encontrar a tensão na parte central.

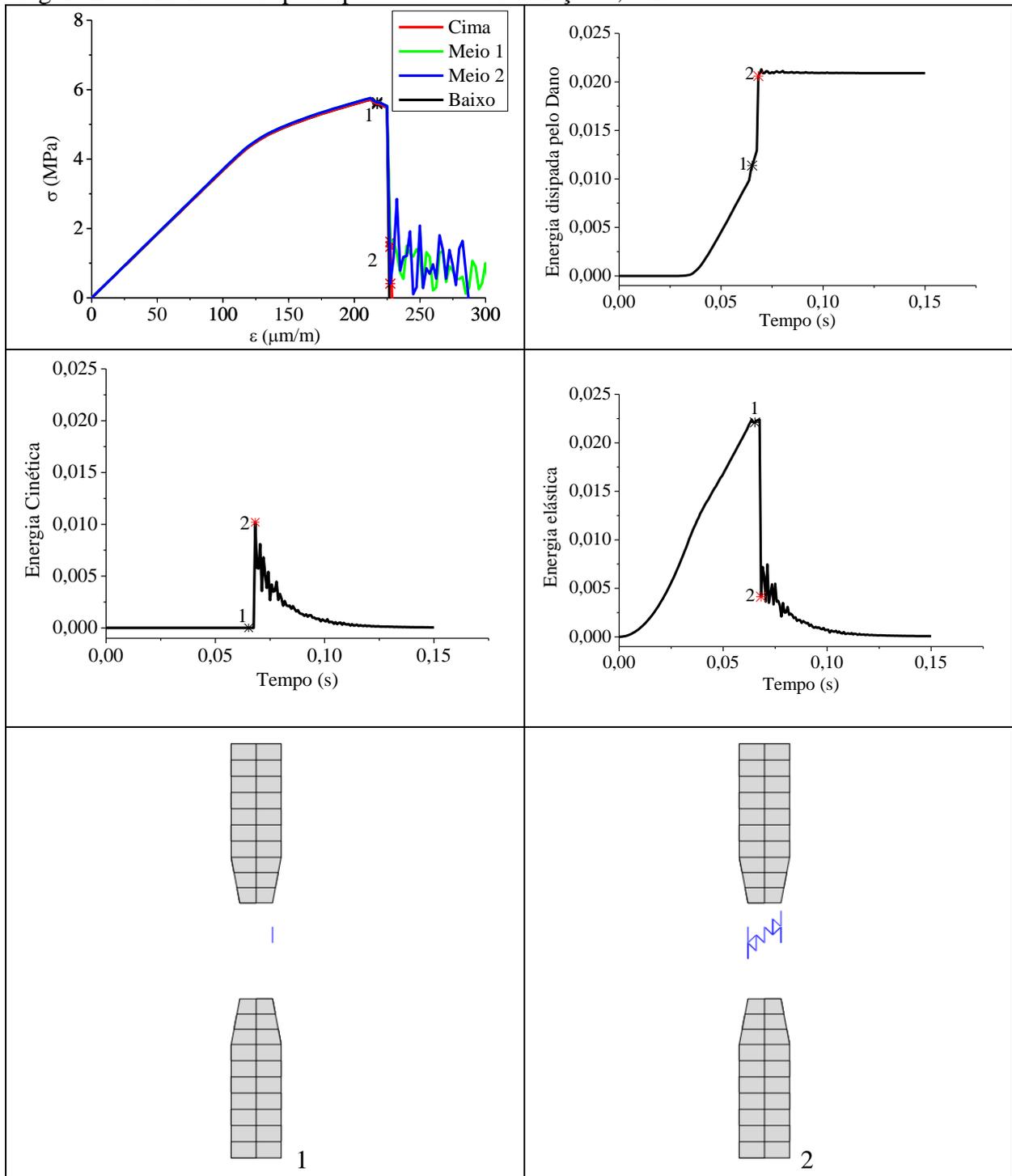
Figura 27 - Pontos onde foram medidas as reações e tensões



Fonte: Elaboração própria

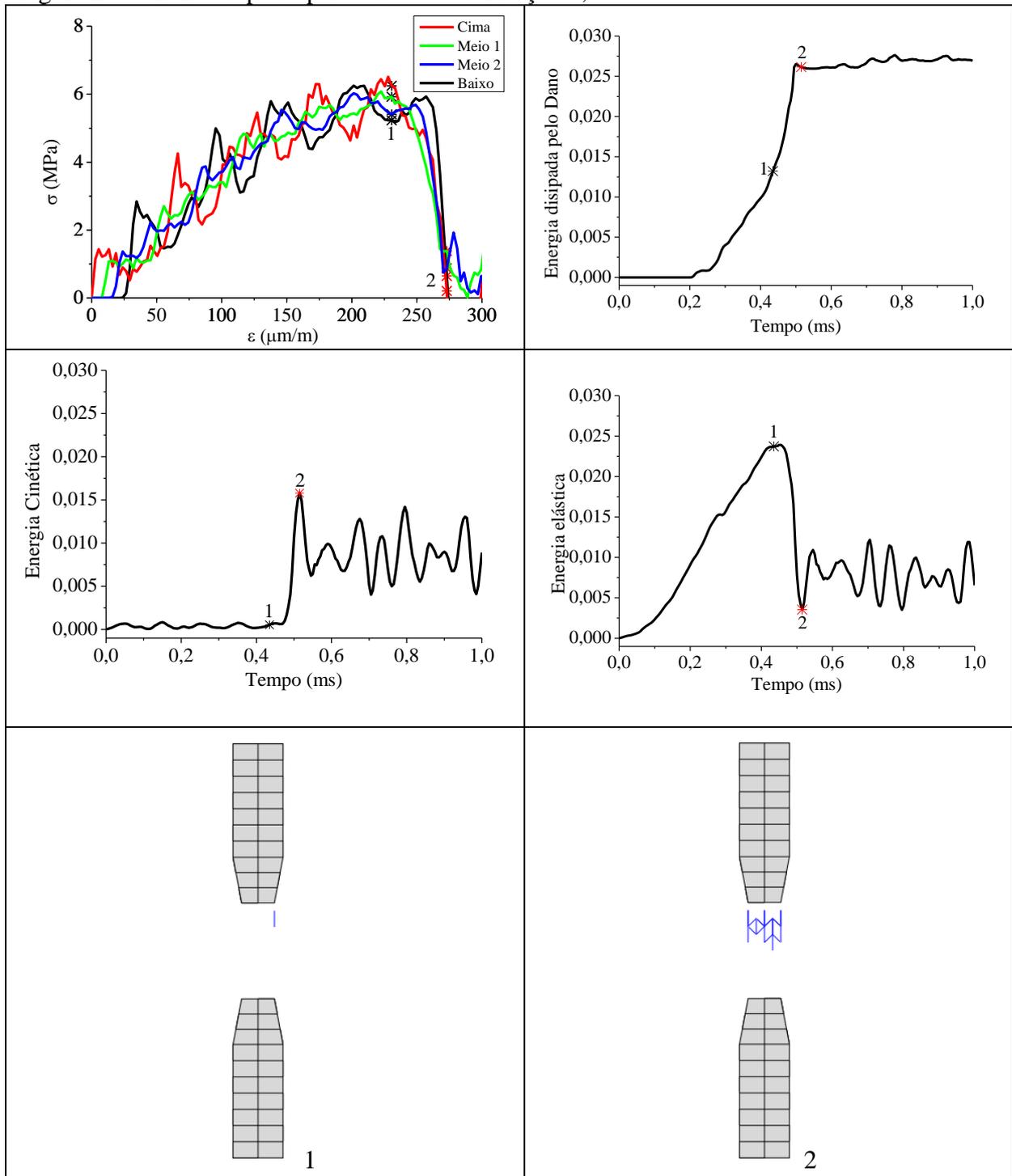
Esta análise foi feita para o CPIc analisando três taxas de deformação diferentes, sendo elas com velocidade baixa, média e alta de ensaio. Nas curvas das Figuras 28 a 30 o ponto preto mostra o instante em que ocorre a primeira falha de um elemento do DEM e o ponto em vermelho indica o momento em que ocorre a ruptura, as barras que estão mostradas são as que perderam sua capacidade de carga.

Figura 28 – Análise da ruptura para taxa de deformação $3,33E-3s^{-1}$



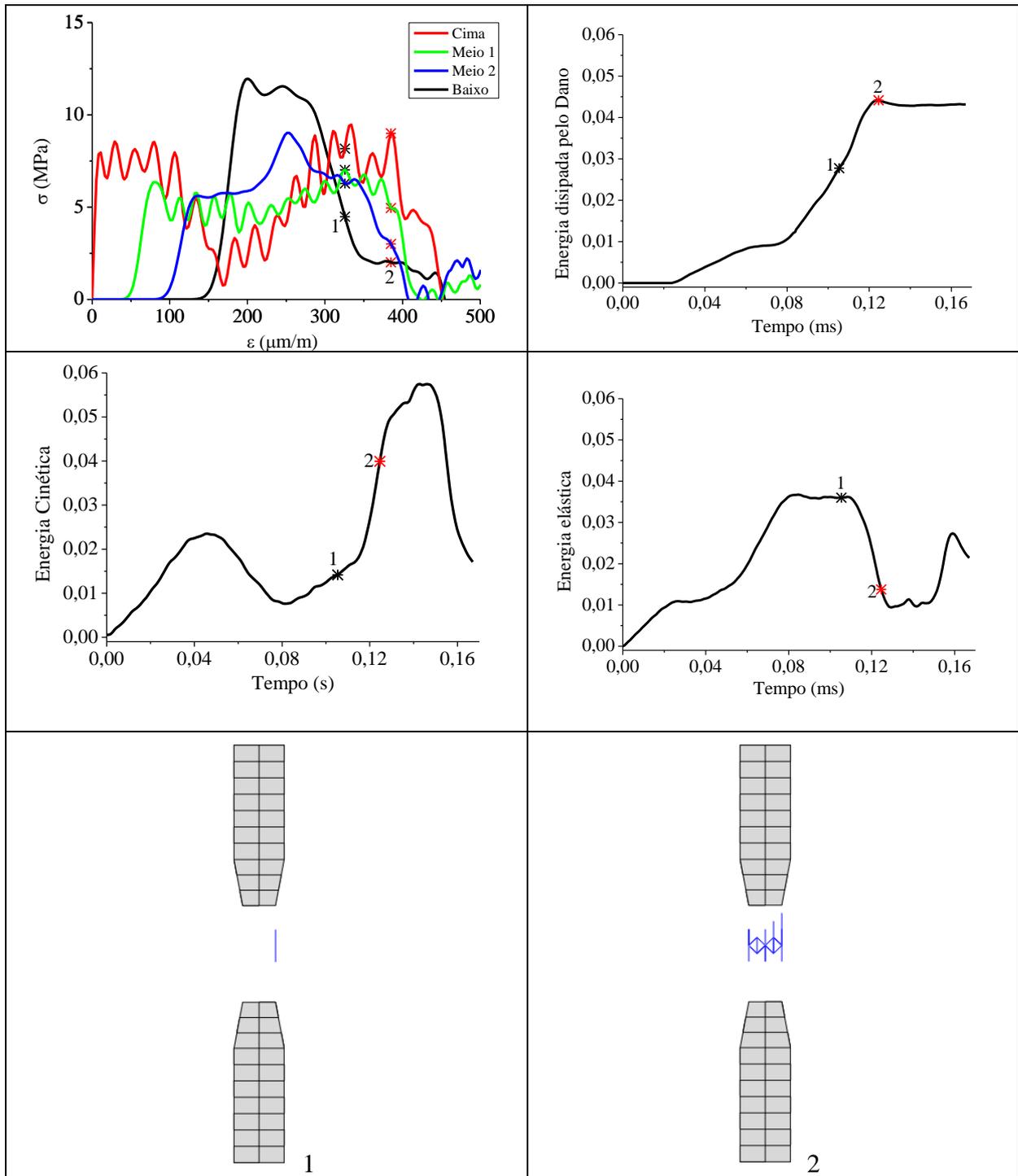
Fonte: Elaboração própria

Figura 29 - Análise ruptura para taxa de deformação $0,53s^{-1}$



Fonte: Elaboração própria

Figura 30 - Análise ruptura para taxa de deformação $3,089s^{-1}$



Fonte: Elaboração própria

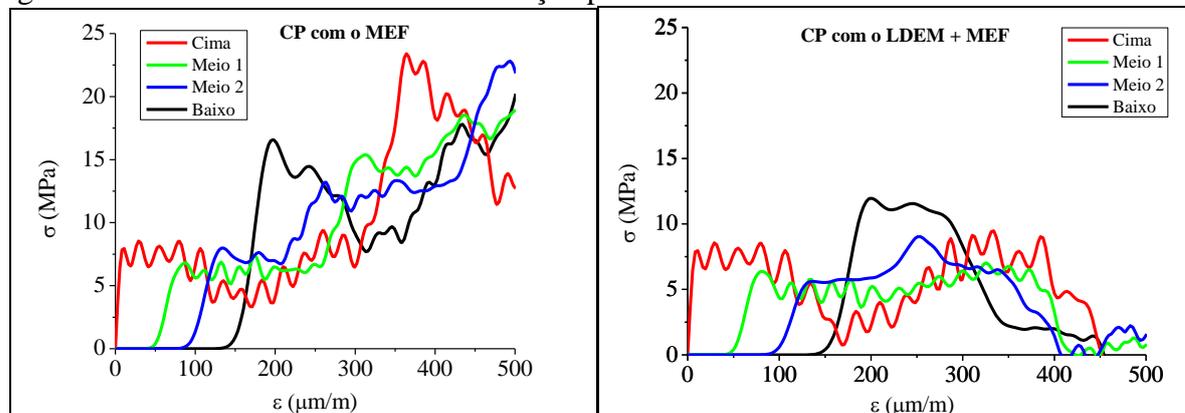
Para todas as taxas de deformação analisadas quando o primeiro elemento falha a energia Elástica está em seu valor máximo ou próximo dele. Quando o dano atinge o valor máximo para os dois primeiros casos a energia cinética também é máxima e a tensão esta próxima de zero. Já para a taxa de deformação de $3,089s^{-1}$ quando o dano é máximo a energia cinética ainda não atingiu o máximo e o valor da tensão não está tão próxima de zero como

nos casos anteriores. Com as taxas de deformação maiores além de aumentar a tensão máxima ocorre também o aumento da deformação total do CP.

Para a velocidade baixa de ensaio independente do ponto que foi utilizado para obter a tensão na parte central do corpo de prova, a curva tensão versus deformação ficou igual. À medida que a velocidade que foi realizada o ensaio aumenta, ao medir a reação na parte de baixo do CP se começa a perceber que há um atraso na propagação das tensões, ou seja, as tensões não são uniformes na peça. Para a maior taxa de deformação além do retardo do início na curva tensão *versus* deformação, dependendo do ponto onde estava sendo medida a carga ouve também uma mudança da forma típica da curva apresentando um formato quando medida na parte de cima e meio 1 e outra forma quando obtida pela medição nos pontos meio 2 e baixo.

Buscou-se então investigar se esta diferença estava relacionada pela passagem da onda na malha do LDEM. Assim foi feito um CP substituindo a malha do LDEM por elementos finitos e obtido a tensão fazendo as medições nos mesmos pontos medidos anteriormente. A Figura 31 faz uma comparação entre as curvas tensão *versus* deformação para o CP realizado todo com o MEF e o CP feito com o modelo proposto do LDEM mais o MEF.

Figura 31 - Curva Tensão *versus* Deformação para o CP com o MEF



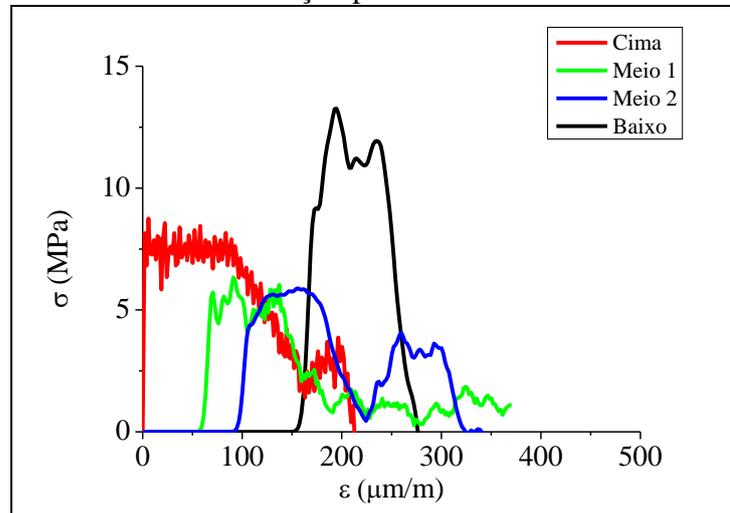
Fonte: Elaboração própria

Comparando as curvas percebe-se que até aproximadamente 250 $\mu\text{m}/\text{m}$ elas são parecidas, após essa deformação ocorre uma diferença nas curvas pois o CP realizado apenas com o MEF segue se deformando e não rompe. Assim essa mudança da forma típica pode estar relacionada com a geometria do CP, pois entre os pontos que ocorre a mudança na forma da curva acontece a diminuição da seção transversal do corpo de prova.

A mesma análise foi feita para o CP IVc que é o maior corpo de prova analisado, para verificar se este efeito ocorreria independente do tamanho. Assim a Figura 32 mostra as

curvas tensão *versus* deformação fazendo as medições em quatro pontos para a taxa de deformação de $0,618 \text{ s}^{-1}$.

Figura 32 – Curva tensão *versus* deformação para o CP IVc

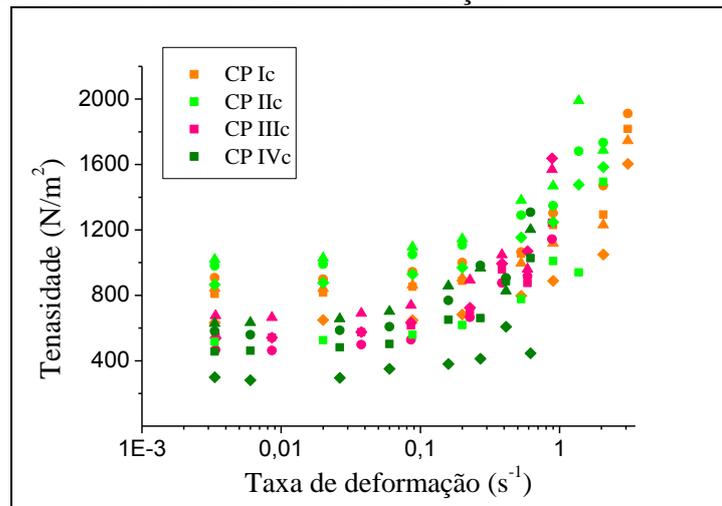


Fonte: Elaboração própria

Assim pode se notar que mesmo para o maior corpo de prova ocorre uma mudança na forma da curva. Como todos os corpos de prova tem sua geometria semelhante alterando apenas a escala, este comportamento é esperado para todos os CPs, o que se confirmou com a comparação entre a Figura 32 e 30.

4.2.4 Análise das curvas Tensão *versus* Deformação

Foi analisado de forma mais ampla as curvas tensão *versus* deformação, para isto mediu-se a área abaixo da curva obtendo a tenacidade do material, sendo esta análise realizada para cada taxa de deformação e tamanho de corpo de prova. A tenacidade foi colocada em função da taxa de deformação como é mostrado na Figura 33.

Figura 33- Curva Tenacidade *versus* Taxa de deformação

Fonte: Elaboração própria

Na Figura 33 nota se que com o aumento da taxa de deformação ocorre também o aumento da tenacidade. O valor encontrado de tenacidade para um mesmo tamanho de CP teve uma grande variação, apesar disso pode se observar que os valores para as curvas dos CPs maiores ficaram mais abaixo isso pode estar associado ao efeito de escala estrutural mostrado na Figura 22.

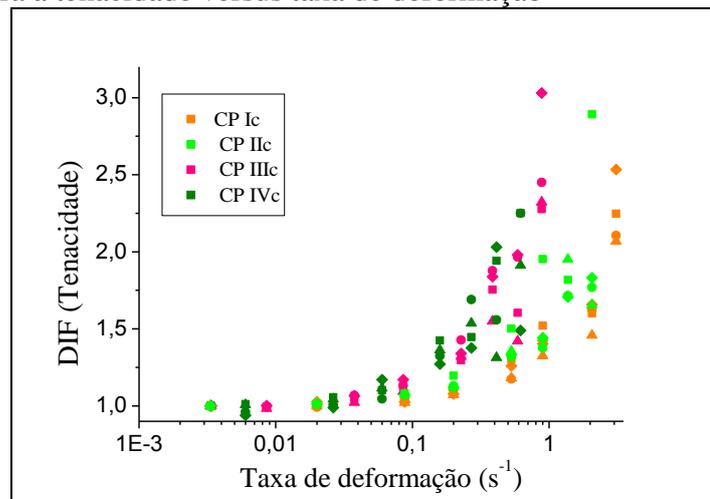
O valor encontrado para a tenacidade não pode ser diretamente associado ao valor da energia específica de fratura colocado como dado de entrada para as simulações, pois a energia específica de fratura é dada em energia por área enquanto que a tenacidade obtida é dada em energia por volume.

Para analisar melhor a influencia do ensaio dinâmico foi encontrado o DIF para a tenacidade segundo a seguinte equação:

$$DIF = \frac{Tenacidade_{d_{CP_i}}}{Tenacidade_{s_{CP_i}}} \quad \dots(30)$$

Sendo que CP_i indica cada CP de tamanho diferente. Na Figura 34 é apresentada a curva da DIF para a tenacidade *versus* a taxa de deformação.

Figura 34 - DIF para a tenacidade versus taxa de deformação

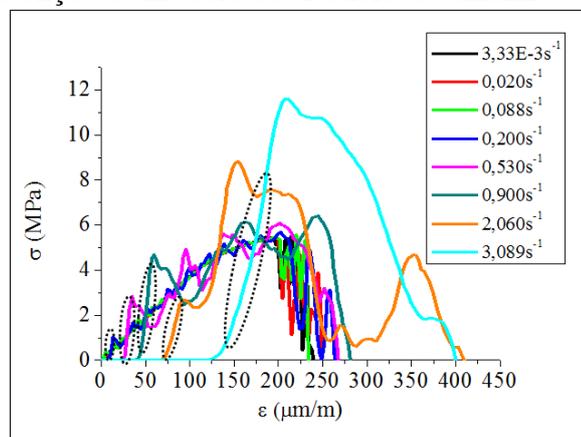


Fonte: Elaboração própria

Assim pode se notar que o DIF para a tenacidade tem um comportamento parecido com o encontrado para a tensão de tração. Existindo uma diferença entre os pontos influenciada pela escala dos corpos de prova.

Da curva tensão versus deformação pode se obter também o módulo de elasticidade, assim foi feita uma análise do comportamento deste, para isso foi medido a inclinação da curva tensão *versus* deformação do ensaio estático obtendo um módulo de elasticidade estático. Para as taxas de deformação com o DIF localizado na primeira parte da curva da Figura 21, apesar de ter uma oscilação (vibração) na curva tensão versus deformação foi possível medir o módulo de elasticidade estático o qual se manteve constante. Foi medido também o módulo de elasticidade dinâmico obtido pela inclinação do primeiro trecho da curva para cada tamanho com variadas taxas de deformação. A Figura 35 apresenta circulado em preto o trecho analisado para a obtenção do módulo de elasticidade dinâmico.

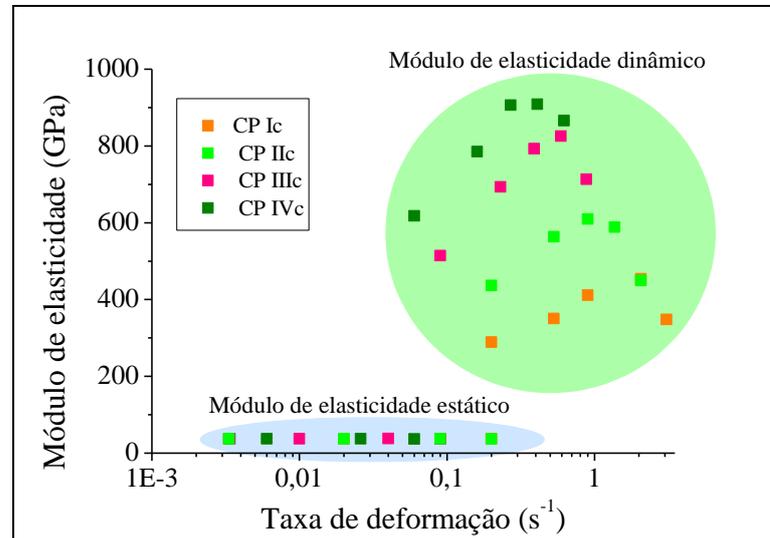
Figura 35 – Forma de obtenção do módulo de elasticidade dinâmico



Fonte: Elaboração própria

Assim foi possível plotar o gráfico do módulo de elasticidade em função da taxa de deformação para cada corpo de prova, o qual é mostrado na Figura 36.

Figura 36 - Análise do módulo de elasticidade



Fonte: Elaboração própria

Pela Figura 36 é possível verificar que para as taxas de deformação no qual foi medido o módulo de elasticidade estático (sombreado em azul), este se manteve constante. Já o módulo de elasticidade dinâmico (sombreado em verde) teve um comportamento característico para os quatro tamanhos de corpos de prova, ou seja, o valor obtido para módulo de elasticidade dinâmico começa tendo um aumento e ocorre uma queda no valor para a maior taxa de deformação analisada. É possível observar que há um distanciamento entre as curvas dos diferentes CPs, sendo que o valor medido aumenta a medida que o CP também aumenta.

4.3 Proposta de Riera

Com base nos resultados preliminares deste trabalho Riera propôs que: *deformação específica = deslocamento / comprimento longitudinal = Vt / L* . Onde V representa a velocidade dos nós na face em que a tensão é aplicada (a outra face é fixa), t é o tempo, e L é o comprimento do corpo de prova na direção solicitada a tração. A taxa de deformação é então derivada em relação ao tempo:

$$\dot{\epsilon} = V / L \quad \dots(31)$$

Sendo a taxa de deformação dada em 1/s. Ao estudar o efeito da taxa de deformação os pesquisadores utilizam este valor, o que não seria uma prática desejável, pois não é adimensional como a DIF a qual é relacionado no gráfico. Assim busca-se então uma variável

adimensional que poderia ser utilizada neste caso. Logo C_p / L , ou seja, o inverso do tempo necessário para que uma onda P , cuja velocidade C_p atravesse o corpo. Obtém-se então no eixo x uma nova variável adimensional representada graficamente por:

$$\dot{\varepsilon} \left(\frac{L}{C_p} \right) \quad \dots(32)$$

No caso considerado, o material é o mesmo, assim C_p não varia, mas as dimensões L são diferentes, o que resulta em uma única curva, como mostrado no trabalho.

Em outros casos não é tão óbvio. Por exemplo, em casos de solitação por compressão, a fissura ocorre com orientação normal à direção de propagação da onda assim tem-se que buscar uma nova solução. E em casos de flexão a solução ainda seria outra.

Para não entrar em complexas resoluções, o enfoque mais simples do problema seria encontrar um divisor, da dimensão $1/s$, que tenha um significado físico e se aplique em todos os casos (tração, compressão, flexão, cisalhamento) e, além disso, pouco sensível a forma do corpo de prova. Uma possibilidade seria a velocidade de propagação da onda P dividida por uma longitude, mas também poderia ser a velocidade de propagação da fratura em modo 1, ou ainda outra maneira possível.

5 CONCLUSÃO

O objetivo geral deste trabalho foi alcançado sendo que o modelo proposto do uso conjunto do LDEM mais o MEF conseguiu captar o efeito gerado pela aplicação de diferentes taxas de carregamento assim como o efeito de escala. A partir das análises são apresentadas as seguintes conclusões:

- Foi possível observar dois efeitos de escala diferentes, sendo que um pode ser observado sem o aumento da taxa de deformação e o outro associado a aplicação de diferentes taxas de deformação.

- O aumento da resistência à tração foi observado sem quaisquer alterações das equações constitutivas ou parâmetro do material. Assim o método proposto do uso em conjunto do LDEM e do MEF consegue captar a dependência da taxa de deformação.

- Para um mesmo corpo de prova apenas mudando a velocidade em que o ensaio ocorre, ou seja, alterando a taxa de deformação do ensaio, ocorreu uma mudança na forma da ruptura.

- A geometria do corpo de prova influencia o fator de intensificação dinâmica, sendo que este pode ser ajustado em função da variação da escala de um CP para outro, evidenciando a existência de um efeito de escala associado a dependência da taxa de deformação.

5.1 Sugestões para trabalhos futuros

A seguir são apresentadas as sugestões para trabalhos futuros:

- Analisar a influência da taxa de deformação em outros tipos de ensaio como flexão e compressão.
- Buscar um método para tornar adimensional o eixo x nos diversos tipos de ensaio (flexão, compressão, etc) para relacionar com o Fator de intensificação dinâmico.
- Realizar o estudo em outra forma de ensaio de tração como o de tração por compressão diametral.
- Realizar simulações utilizando o princípio da barra de Hopkinson.

REFERÊNCIAS

ABAQUS/Explicit, **Version 6.x**, Dassault Systèmes Americas Corp., 2012.

ARÁOZ G.; LUCCIONI B., Efectos tiempo dependientes en hormigones sometidos a cargas impulsivas. **Mecánica Computacional** v. XXIX, p. 8213-8232, 2010

BAŽANT, P., Instability, ductility, and size effect in strain-softening concrete. **J Eng Mech Div** **102**, p. 501-502, 1976.

BREBBIA, C. A. (1978). **The boundary element method for engineers**. Pentech Press.

BRARA A. et al., Experimental and numerical study of concrete at high strain rates in tension. **Mechanics of Materials**, v. 33, p. 33-45, 2001.

CHIAIA B. et al. **Lattice model evaluation of progressive failure in disordered particle composites**, Engineering Fracture Mechanics, v. 57, n°. 2/3, p. 301-318, 1997.

CHO S.H. et al., Strain-rate dependency of the dynamic tensile strength of rock. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v.40, p. 763-777, 2003.

COLPO, A.B. **Análise numérica e experimental do efeito de escala em materiais quase frágeis**. 2016. 122 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós Graduação em Engenharia, Alegre, 2016.

COTSOVOS, D.M.; PAVLOVIC, M.N. Numerical investigation of concrete subjected to high rates of uniaxial tensile loading. **International Journal of Impact Engineering**, 35:319–335, 2008.

CUNDALL, P. A., **A computer model for simulating progressive, large-scale movements in block rock systems**. Proc. Symp. Int. Sot. Rock Mech., Nancy II, v. 8, 1971.

DALGUER, L.A.; IRIKURA, K.; RIERA, J.D.; CHIU, H.C. The importance of the dynamic source effects on strong ground motion during the 1999 Chi-Chi, Taiwan, earthquake: Brief interpretation of the damage distribution on buildings. **Bull. Seismol. Soc. Am.**, v. 91, p. 1112-1127, 2001.

D'AMBRA R. B. et al. **Utilización del método de los elementos discretos en la simulación numérica de ensayos de impacto para caracterización de materiales compuestos poliméricos**, *Mecánica Computacional*, v. XXI, p. 1121-1134, 2002.

DERESIEWICZ, H., Mechanics of granular matter. **Advances Appl. Mech.** v.5, p.233-306, 1958.

DUFFY, J., A differential stress-strain relation for the hexagonal close packed array. **Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME**, v. 7, p.88-94, 1959.

DUFFY, J.; MINDLIN, R. D., **Stress-strain relations and vibrations of a granular medium**. *Trans. ASME, J. Appl. Mech.* v. 25, p.585-593, 1957.

GALILEI, G., **Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno à due nuove scienze**. In: Favaro, A. (Ed.). Edizione nazionale delle opere di Galileo Galilei. Firenze: Barbèra Editore, 1933, v. 8, 1638.

GONÇALVES, N. D. F., **Método dos Volumes Finitos em Malhas Não-Estruturadas**. 2007. 71 f. Dissertação (Mestrado) - Curso da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, 2007.

GRIFFITH, A. Phenomena of rupture and now in solids, **Phil. Trans. R. Soc. Lond**, p. 179-180, 1921.

HENTZ S., DONZÉ F. V., DAUDEVILLE L., Discrete element modelling of concrete submitted to dynamic loading at high strain rates. **Computers & Structures**, v. 82, p. 2509-2524, 2004.

HILLERBORG, A. A model for fracture analysis. **Cod LUTVDG/TV BM-3005**, p.1-8, 1978.

KLEPACZKO J.R.; BRARA A., An experimental method for dynamic tensile testing of concrete by spalling. **International Journal of Impact Engineering**, v. 25, p. 387-409 , 2001.

KOSTESKI, L.E. **Aplicação do Método dos Elementos Discretos formado por barras no estudo do colapso de estruturas**. 2012. 177 f. Tese (Doutorado) - Curso de Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

KOSTESKI, L.E., RIERA, J.D., ITURRIOZ, I., **Consideration of Scale Effects and Stress Localization in Response Determination Using the DEM.** *Mecánica Computacional, Cilamce-Mecom 2010, XXIX:2785-2801, 2010.*

KUBOTA S. et al., Estimation of dynamic tensile strength of sandstone. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 45, p. 397-406 , 2008.

LOTTI, R. S. et al., Aplicabilidade científica do método dos elementos finitos. **R Dental Press Ortodon Ortop Facial**, v. 11, n°. 2, p. 35-43, 2006.

LU Y.B., LI Q.M., About the dynamic uniaxial tensile strength of concrete-like materials. **International Journal of Impact Engineering**, p. 171-180, 2011.

MADERS, L.; KOSTESKI L.E.; ITURRIOZ I. **Estudo do efeito de escala no método dos elementos discretos formado por barras.** *Mecánica Computacional*, v. XXXI, p. 1857-1876, 2012.

MALVAR L. J.; CRAWFORD J. E., **Dynamic increase factors for concrete.** Twenty-Eighth DDESB Seminar, Orlando, 1998.

NAYFEH, A.H.; HEFZY, M.S. Continuum modeling of three-dimensional truss-like space structures. **AIAA Journal**, v. 16(8), p. 779-787, 1978.

RIERA J.D.; MIGUEL L.F.F.; ITURRIOZ I., **Assessment of Brazilian tensile test by means of the truss-like DiscreteElement Method (DEM) with imperfect mesh.** *Engineering Structures*, v.81 p. 10–21, 2014.

RIERA, J.D., **Local Effects In Impact Problems In Concrete Structures.** Em: proceedings, Conf. on Structural Analysis and Design of Nuclear Power Plants, UFRGS, 1984. Porto Alegre, Rs, Brasil. p. 0-0. 1984.

RIERA, J.D.; MIGUEL, L.F.F.; ITURRIOZ, I., **Strength of Brittle Materials under High Strain Rates in DEM Simulations.** *CMES: Computer Modeling in Engineering & Sciences*, v.82, no.2, p.113-136, 2011.

RIERA, J.D.; ROCHA, M.M., A note on velocity of crack propagation in tensile fracture. **Revista Brasileira de Ciências Mecânicas**, v. XII/3, p. 217-240, 1991.

RINALDI A. E LAI Y.C. Statistical damage theory of 2D lattices: Energetics and physical foundations of damage parameter, **International Journal of Plasticity**, v. 23, p.1769-1825, 2007.

ROCHA, M.M. **Ruptura e Efeitos de Escala em Materiais não Homogêneos**. Tese (Mestrado), CPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brazil, 1989.

ROCHA, M.M.; RIERA, J.D.; KRUTZIK N.J. **Extension of a model that aptly describes fracture of plain concrete to the impact analysis of reinforced concrete**. Int. Conf. and Structural Mechanics in Reactor Technology, SMiRT 11, Trans. v. J., Tokyo, Japan. 1991.

SCHLANGEN E.; GARBOCZI E.J. **Fracture simulations of concrete using lattice models: computational aspects**, Engineering Fracture Mechanics, v. 57, p. 319-332, 1997.

SCHULER H. et al., Spall experiments for the measurement of the tensile strength and fracture energy of concrete at high strain rates. **International Journal of Impact Engineering**. v. 32, p. 1635-1650, 2006.

SCHWER, L. **Strain rate induced strength enhancement in concrete: much ado about nothing?** International Workshop on Structures Response to Impact and Blast, No. 5-1, 2009.

SPELLMEYER T. B. et al., **Estudio del comportamiento de la propagacion dinámica de la fisura utilizando el metodo de los elementos discretos**, Mecánica Computacional, v. XXI, p. 1135-1150, 2002.

WEIBULL, W., **A statistical theory for the strength of materials** (Stockholm: Swedish R. Inst. Eng. Res.), 1939.

WU H. et al., Experimental and numerical investigation on the dynamic tensile strength of concrete. **International Journal of Impact Engineering**, Vol. 32, p. 605-617, 2005.