

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA**

**ÉDIBLU SILVA CÉZAR**

**METODOLOGIA DE SISTEMA DE CONTROLE PARA UMA SUSPENSÃO  
VEICULAR COM MAGNETO REOLOGICO (MR) PARA UM PULVERIZADOR DO  
TIPO TORRE**

**Alegrete  
2014**

**ÉDIBLU SILVA CÉZAR**

**METODOLOGIA DE SISTEMA DE CONTROLE PARA UMA SUSPENSÃO  
VEICULAR COM MAGNETO REOLOGICO (MR) PARA UM PULVERIZADOR DO  
TIPO TORRE**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Mecânica da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Mecânica.

Orientador: Prof. Dr. Jorge Luis Palacios Felix

**Alegrete  
2014**

**ÉDIBLU SILVA CÉZAR**

**METODOLOGIA DE SISTEMA DE CONTROLE PARA UMA SUSPENSÃO  
VEICULAR COM MAGNETO REOLOGICO (MR) PARA UM PULVERIZADOR DO  
TIPO TORRE**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado  
ao Curso de Engenharia Mecânica da  
Universidade Federal do Pampa, como  
requisito parcial para obtenção do Título de  
Bacharel em Engenharia Mecânica.

Trabalho de Conclusão de Curso entregue em: 26 de fevereiro de 2014.

Banca examinadora:

---

Prof. Dr. Jorge Luis Palacios Felix  
Orientador  
(UNIPAMPA)

---

Prof. Dr. Wang Chong  
(UNIPAMPA)

---

Prof. Dr. Felipe Denardin  
(UNIPAMPA)

Dedico este Trabalho à minha família.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao Prof. Dr. Jorge L. P. Felix, meu orientador, por todo seu tempo gasto em me transmitir parte de seus conhecimentos.

Sou grato a todos os professores que de alguma forma me transmitiram parte de seus conhecimentos durante todo o período deste curso de graduação.

Agradeço a todos os meus colegas que estiveram presentes nos momentos difíceis e nos bons durante todo o período deste curso de graduação.

Também sou imensamente grato a Chaiane Prado Santos que esteve comigo em todos os momentos, e soube me ouvir e compreender, sempre me apoiando e incentivando, juntamente com minha família, minha mãe, pai e irmãos, sem os quais nada em minha vida seria possível.

Por fim, agradeço a Deus por dar-me forças todos os dias de minha vida.

“O delicado bater de asas de uma simples borboleta aqui, pode causar um tufão do outro lado do mundo”

Teoria do Caos – Edward Lorenz.

## RESUMO

Neste trabalho apresenta-se as análises das respostas dinâmicas de instabilidade e caótica de uma estrutura equipada com uma suspensão veicular que utiliza um fluido com características magneto reológicas. Trata-se de um pulverizador de pomares do tipo torre, com um motor elétrico desbalanceado localizado no topo da torre, representando a massa concentrada de seus ventiladores. Algumas considerações são empregadas para que se obtenha um modelo matemático teórico, a partir da Equação de Lagrange, que represente o sistema real da melhor forma possível. Para se controlar a instabilidade e o possível movimento caótico do sistema principal estuda-se um sistema de controle semi-ativo equipado de uma suspensão veicular com Magneto Reológico (MR), segundo um modelo matemático apropriado. Para a análise da resposta dinâmica do sistema teórico do pulverizador torre, também serão utilizadas algumas ferramentas da dinâmica não-linear como as Curvas de ressonância, Séries no Domínio do Tempo. As simulações mostram que a suspensão com MR reduziu as amplitudes de oscilações de todas as massas do sistema, sendo as mais importantes a massa da carreta e dos ventiladores. A influência no motor não ideal é importante para verificar a influência de um possível desbalanceamento dos ventiladores.

Palavras-Chave: Pulverizador de pomares tipo torre, Equação de Lagrange, dinâmica não-linear e caótica, suspensão veicular, fluido magneto-reológico, amortecedor MR.

## ABSTRACT

This paper presents the analysis of the dynamics of instability and chaotic responses of a structure equipped with a vehicle suspension that uses a fluid with magneto rheological characteristics. It is a spray orchards of tower type, with an unbalanced electric motor located at the top of the tower representing the concentrated mass of their fans. Some considerations are employed in order to obtain a theoretical mathematical model, based on the Lagrange Equation, which represents the real system the best way possible. To control the possible instability and chaotic motion of the primary system is studied a system of semi-active control equipped with a vehicle suspension with Magneto Rheological (MR), by an appropriate mathematical model. To analyze the dynamic response of the theoretical system of the sprayer tower, also some tools of nonlinear dynamics such as resonance curves and Series Time Domain. The simulations show that the MR suspension reduce the amplitude of oscillations of all the masses of the system, being the most important the mass of the cart and fans. The influence of the non-ideal motor is important to check the influence of a possible imbalance of fans.

Keywords: spray orchards type tower, Lagrange Equation, nonlinear and chaotic dynamics, vehicle suspension, Magneto- Rheological fluid damper.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Pulverizador torre modelo Arbus 4000 Multisprayer, Jacto S. A. ....	16
Figura 1.2 – Esquema do pulverizador torre Arbus 4000 Multisprayer.....	18
Figura 1.3 – Vistas do sistema pulverizador torre: a) vista lateral e b) vista posterior. ....	19
Figura 1.4 – Torre sobreposta ao reservatório para transporte .....	20
Figura 2.1 – O fluido MR: a) sem a presença de campo magnético, e b) com a presença de campo magnético aplicado .....	25
Figura 2.2 – MR empregado no modo de corte direto .....	26
Figura 2.3 – MR empregado no modo válvula.....	26
Figura 2.4 – MR empregado no modo filme comprimido.....	27
Figura 2.5 – Ponte estaiada Dongting Lake sobre o rio Yangtze, China.....	30
Figura 2.6 – Esquema de máquina de lavar roupas com amortecedores MR.....	31
Figura 2.7 – Amortecedor giratório com fluido MR empregado acima do joelho em próteses .....	33
Figura 2.8 – Modelo matemático de Bouc-Wen para amortecedores MR. ....	36
Figura 2.9 – Ciclo de Histerese Força-Velocidade típico do modo de cisalhamento de amortecedores MR.....	37
Figura 2.10 – Modelo matemático de Bouc-Wen modificado para amortecedores MR.....	38
Figura 2.11 – Outro modelo de Bouc-Wen para amortecedores MR.....	40
Figura 2.12 – Esquema de amortecedor MR. ....	41
Figura 3.1 – Simplificações do modelo real, a) esquema do pulverizador, b) primeira simplificação, c) segunda simplificação, d) terceira simplificação .....	43
Figura 3.2 – Modelo matemático teórico do pulverizador tipo torre.....	44
Figura 3.3 – Representação de um motor de corrente contínua .....	50
Figura 3.4 – Exemplo de resposta em: a) serie temporal e b) plano de fase .....	62
Figura 4.1 – Resposta no domínio do tempo para o sistema com $a=3.0$ sem MR.....	61
Figura 4.2 – Resposta no domínio do tempo para o sistema com $a=3.0$ com e sem MR. ....	64
Figura 4.3 – Curvas de ressonância da influência de $k_T$ sobre a carreta e torre. ....	67
Figura 4.4 – Curvas de ressonância da influência de $c_T$ sobre a carreta e torre. ....	68

Figura 4.5 – Curvas de ressonância da influência de $r$ sobre a massa $m_3$ .....	70
Figura 4.6 – Curvas de ressonância da influência de $m_0$ sobre a massa $m_3$ .....	71

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1.1 – Características técnicas e dimensionais do pulverizador torre Arbus 4000 Multisprayer. ....	19
Tabela 4.1 – Valores para os parâmetros adimensionais para o sistema sem suspensão com MR .....	60
Tabela 4.2 – Valores atribuídos aos parâmetros relativos ao amortecedor MR .....	65

## LISTA DE SIMBOLOS

$F$  – Força de Amortecimento

$F_c$  – Componente controlável da força de amortecimento

$F_n$  – Componente não controlável da força de amortecimento

$F_v$  – Força viscoplástica

$F_a$  – Força de atrito

$A_0$  – Área do pistão

$h$  – Altura de abertura do pistão

$l$  – Comprimento da abertura do pistão

$v$  – Velocidade do pistão

$c$  – Constante

$B_{mr}$  – Densidade de fluxo magnético no fluido

$k_h$  – Coeficiente de ganho

$U$  – Tensão de alimentação

$\tau_0$  – Tensão de cisalhamento do fluido

$R_l$  – Raio do cilindro

$R_2$  – Raio do pistão

$\mu$  - Coeficiente de viscosidade do fluido

$k_v$  – Coeficiente de ganho

$F_{a,d}$  – Força de amortecimento dinâmico

$F_{a,e}$  – Força de amortecimento estático

$F_e$  – Força estática ( $v=0$ )

$D$  – Coeficiente de ganho do amortecimento dinâmico entre pistão-cilindro e pistão haste-amortecedor com as superfícies internas do amortecedor

$\beta$  – Parâmetro dependente das características do amortecedor relacionado com a forma do ciclo de histerese

$\alpha$  – Coeficiente de rigidez elástica

$k_0$  – Constante de rigidez elástica

$c_0$  – Coeficiente de amortecimento viscoso

$\ddot{x}$  – Aceleração no sentido horizontal

$\dot{x}$  – Velocidade no sentido horizontal

$x$  – Deslocamento no sentido horizontal

$x_0$  – Deslocamento inicial no sentido horizontal  
 $\ddot{y}$  – Aceleração no sentido vertical  
 $\dot{y}$  – Velocidade no sentido vertical  
 $y$  – Deslocamento no sentido vertical  
 $\ddot{\phi}_1$  – Aceleração angular da torre  
 $\dot{\phi}_1$  – Velocidade angular da torre  
 $\phi_1$  – Deslocamento angular da torre  
 $\ddot{\phi}_2$  – Aceleração angular do motor desbalanceado  
 $\dot{\phi}_2$  – Velocidade angular do motor desbalanceado  
 $\phi_2$  – Deslocamento angular do motor desbalanceado  
 $\gamma$  – Parâmetro dependente das características do amortecedor relacionado com a forma do ciclo de histerese  
 $\lambda$  – Constante dependente das características do amortecedor relacionado com a forma do ciclo de histerese  
 $n$  – Constante  
 $z$  – Varável evolucionaria  
 $y$  – Deslocamento no sentido vertical  
 $K_1$  – Constante de rigidez elástica do pneu  
 $k_1$  – Constante de rigidez elástica  
 $K_2$  – Constante de rigidez elástica da suspensão  
 $k_2$  – Constante de rigidez elástica  
 $c_{11}$  – Coeficiente de amortecimento viscoso  
 $c_{0a}$  – Coeficiente de amortecimento viscoso  
 $c_{0b}$  – Coeficiente de amortecimento viscoso  
 $c_{1a}$  – Coeficiente de amortecimento viscoso  
 $c_{1b}$  – Coeficiente de amortecimento viscoso  
 $\alpha_b$  – Coeficiente de rigidez que depende diretamente da tensão elétrica aplicada  
 $\sigma$  – Parâmetro que depende das características do amortecedor  
 $u$  – Corrente elétrica aplicada a bobina do amortecedor  
 $m_1$  – massa da roda  
 $m_2$  – massa da carreta  
 $m_3$  – massa concentrada dos ventiladores e do motor

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>16</b>
1.1	O Pulverizador de pomares do tipo torre (modelo real)	16
1.2	Motivação e objetivos	21
1.3	Justificativa	22
1.4	Problemática	22
1.5	Organização e descrição sumária	22
<b>2</b>	<b>CONCEITOS GERAIS E REVISÃO DA LITERATURA</b>	<b>23</b>
2.1	Características do fluido magneto reológico	23
2.2	Sistemas de controle de fluidos MR	27
2.2.1	Sistemas de controle passivo	27
2.2.2	Sistemas de controle ativo	28
2.2.3	Sistemas de controle semi-ativo	28
2.2.4	Sistemas de controle híbrido	28
2.3	Aplicações do fluido magneto reológico	29
2.3.1	Aplicações de fluido MR em estruturas estáticas	29
2.3.2	Aplicações de fluido MR em estruturas dinâmicas	31
2.4	Outros estudos acerca do tema (pulverizador torre)	34
2.5	Modelos matemáticos para amortecedores MR	34
2.6	Suspensão veicular	40
<b>3</b>	<b>METODOLOGIA</b>	<b>41</b>
3.1	Modelo matemático teórico do pulverizador de pomares tipo torre	42
3.2	Método das energias de Euler-Lagrange	44
3.2.1	Energia cinética total do sistema	45
3.2.2	Energia potencial total do sistema	48
3.2.3	Trabalho das forças não-conservadas	49
3.3	Aplicação da equação de Euler-Lagrange	51
<b>4</b>	<b>RESULTADOS E DISCUSSÕES</b>	<b>59</b>
4.1	Respostas do sistema no domínio do tempo	60

4.2	Influência da rigidez $k_T$ e amortecimento $c_T$ torcionais .....	66
4.3	Influência do desbalanceamento $r$ e $m_0$ .....	69
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	70
5.1	Sugestões para trabalhos futuros .....	71
6	REFERÊNCIAS .....	45

## **1 INTRODUÇÃO**

Nesta introdução são apresentados, o sistema no qual o estudo é focado, sendo uma breve descrição do modelo real do Pulverizador de Pomares do tipo Torre, a modelagem matemática do sistema teórico e a implantação do amortecedor veicular com MR no sistema de suspensão do mesmo. Também são apresentados, de forma sucinta, os métodos e técnicas que se pretende empregar no decorrer do trabalho, bem como a Motivação e Objetivos, a Justificativa, a Problemática enfrentada no estudo em questão e uma descrição de como o trabalho está dividido.

É de conhecimento geral que grandes amplitudes em sistemas oscilatórios, causam severas avarias em equipamentos e/ou estruturas, podendo chegar a danos catastróficos e irreversíveis. São inúmeras as estruturas, equipamentos e componentes que sofrem este tipo de ação.

### **1.1 O Pulverizador de pomares do tipo torre (modelo real)**

Neste trabalho, a estrutura analisada será de um Pulverizador de Pomares do tipo Torre, especificamente o modelo Arbus 4000 Multisprayer, desenvolvido inicialmente pela empresa Máquinas Agrícolas Jacto S.A. no ano de 2007, ilustrado na figura 1.1. O Arbus 4000 Multisprayer é amplamente empregado no controle fitossanitário de pomares de grande e médio porte, como de frutas cítricas. Contudo, este tipo de estrutura sofre intensamente com a ação provocada por irregularidades como valas, pedras, etc. apresentadas por terrenos de localidades agrícolas.



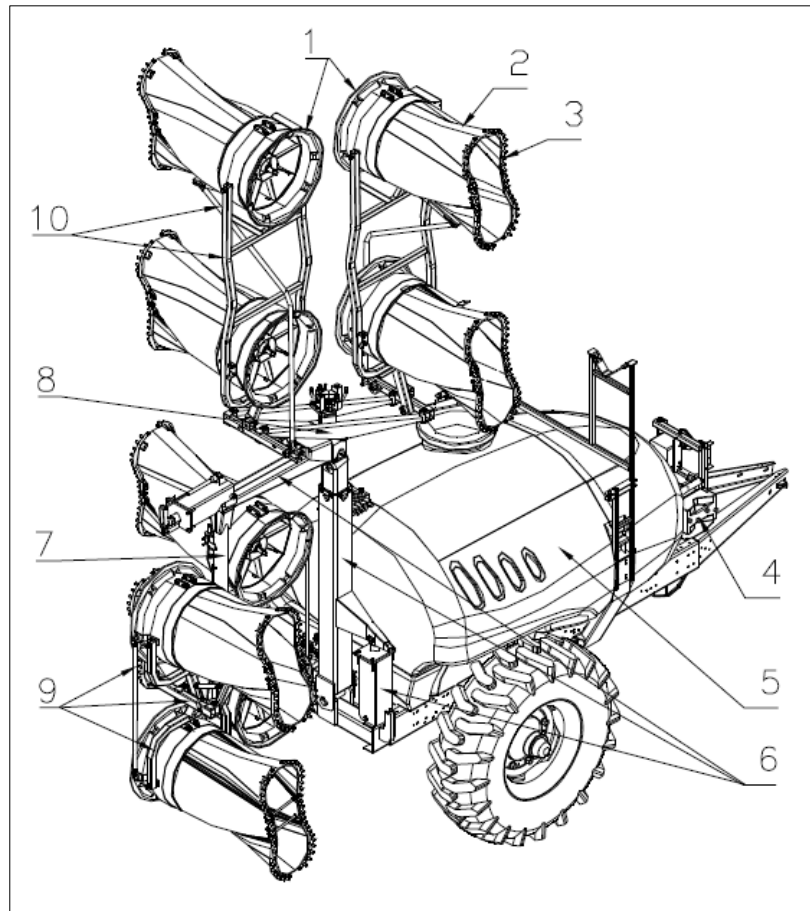
Figura 1.1 – Pulverizador torre modelo Arbus 4000 Multisprayer, Jacto S. A.



Fonte: BELUSSO, 2011, p. 49.

O pulverizador consiste basicamente de um reservatório e uma torre de aplicação, montados sobre uma carreta ou chassi. O Pulverizador pode ser classificado como montado, pois é acoplado por meio da Tomada De Potência (TDP) ao trator que o guia nas entrelinhas do pomar, permitindo a aplicação dos produtos químicos em ambos os lados da linha de forma simultânea. Os produtos químicos (defensivos) são bombeados por uma unidade de bombeamento (4) a partir do tanque reservatório (5) e aplicados por ramais (ou bicos) de pulverização (3) fixados nos bocais difusores (2) equipados com ventiladores (1) que direcionam e facilitam a penetração do produto líquido na copa das plantas, para um melhor aproveitamento dos defensivos e aumento da eficiência de aplicação. Os bocais difusores com ventiladores estão acoplados à torre por suportes primários (6), secundários (7 e 8) e terciários (9 e 10) como é mostrado no esquema da figura 1.2. Por meio destes suportes são possíveis movimentos horizontais para a aproximação das copas, movimentos verticais para ajustes dos bocais em relação à altura das copas e também movimentos angulares em torno dos eixos de fixação permitindo variações no fluxo de ar.

Figura 1.2 – Esquema do pulverizador torre Arbus 4000 Multisprayer.

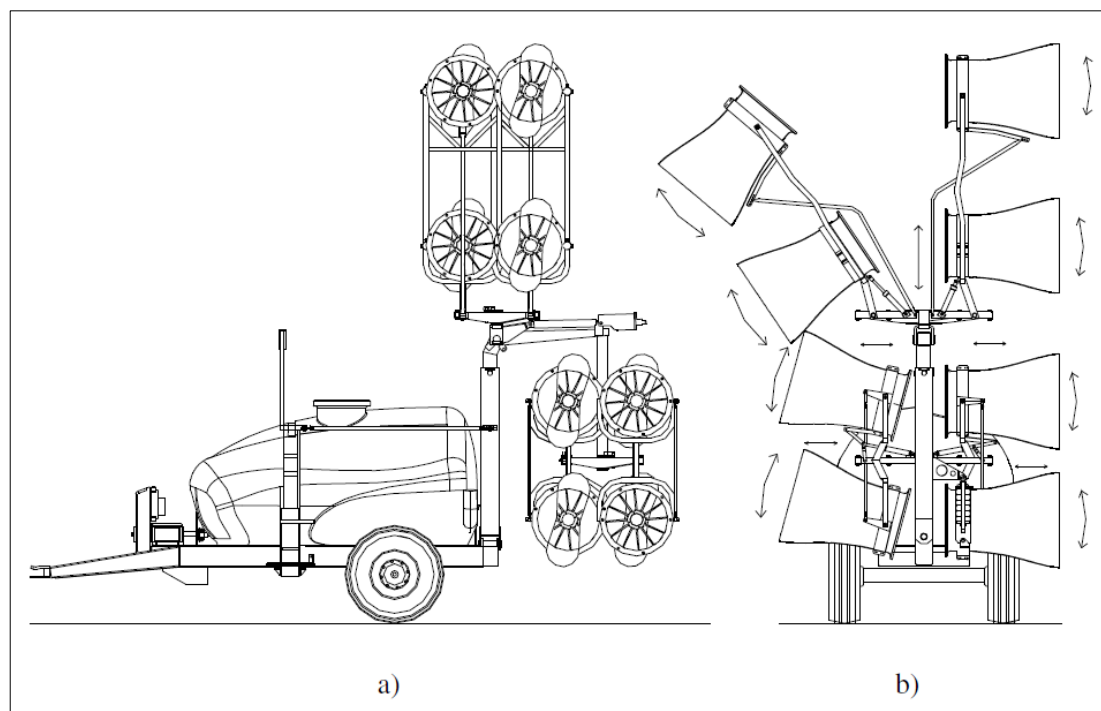


Fonte: SARTORI, 2008, p. 29.

Para uma melhor compreensão do sistema do pulverizador torre, a figura 1.3 mostra duas vistas do sistema; uma vista lateral (figura 1.3, a) e outra posterior (figura 1.3, b).

Belusso (2011) também apresenta uma tabela com algumas características técnicas do pulverizador torre modelo Arbus 4000 Multisprayer com oito ventiladores, para uma melhor noção de dimensões do sistema, ver tabela 1.1.

Figura 1.3 – Vistas do sistema pulverizador torre: a) vista lateral e b) vista posterior



Fonte: SARTORI, 2008, p. 37.

Tabela 1.1 – Características técnicas e dimensionais do pulverizador torre Arbus 4000 Multisprayer.

Característica	Especificação
Número de ventiladores	8
Comprimento	6.6 m
Largura	5.43 m
Altura Máxima	6.06 m
Massa (reservatório vazio)	3600 kg
Sensores de planta	6
Velocidade de aplicação	2 a 6 km/h
Volume de aplicação	4000 l/há
Tipos de pneus	Goodyear 500/60 – 22.5 Superflot

Fonte: BELUSSO, 2011, p. 50.

Ainda neste modelo, a vazão de ar dos ventiladores pode ser variada de acordo com o tipo de planta a que se pretende pulverizar, sendo nos ventiladores inferiores de  $3.6 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $4.3 \text{ m}^3/\text{s}$  nos ventiladores intermediários e  $6.6 \text{ m}^3/\text{s}$  nos ventiladores superiores. Para facilitar o transporte, os suportes secundários são articulados e sobrepostos ao reservatório, como mostra

a figura 1.4. Todos os movimentos são hidráulicos e comandados pelo operador de forma manual ou por meio de um painel eletrônico.

Figura 1.4 – Torre sobreposta ao reservatório para transporte



O sistema em estudo não apresenta suspensão (mola-amortecedor viscoso convencional) nas rodas, contando apenas com o efeito de amortecimento causado pelos pneus de alta flutuação, e também pode ser encontrado com seis ventiladores. O modelo também apresenta dispositivos chamados de Sensores de Plantas, os quais detectam uma copa próxima dos ramais de pulverização liberando assim a solução com defensivo, o que reduz o desperdício e contaminação.

O controle das oscilações e a redução dos picos de amplitudes de vibração deste sistema interferem diretamente na eficiência de funcionamento do mesmo. O melhor aproveitamento dos compostos químicos utilizados no controle de pragas e doenças de pomares, bem como a redução de contaminações do solo e do ar com os mesmos, são alguns dos benefícios que se obtém com o amortecimento do sistema em questão.

Na busca de um melhor resultado na supressão de vibração do pulverizador torre, considera-se um amortecedor semi-ativo com um fluido que apresenta características Magneto

Reológicas (MR). Este tipo de fluido, entre outros materiais, é classificado como um Material Inteligente e estão sendo amplamente estudados por várias áreas de diferentes engenharias atualmente. O Fluido Magneto Reológico então, será empregado no sistema Torre Pulverizador como uma suspensão do tipo veicular, devido às suas características.

Sabe-se que o sistema poderá apresentar um comportamento caótico devido à excitação das irregularidades do terreno, portanto serão estudados o comportamento caótico e a resposta dinâmica do sistema através de um modelo matemático teórico. Todavia, por se tratar de um sistema relativamente complexo, serão efetuadas algumas considerações com relação ao modelo físico real para o modelo teórico, com o objetivo de se obter as equações diferenciais que governam a dinâmica do sistema. Uma das principais simplificações será considerar o conjunto de oito ventiladores (4 direcionados para a direita e 4 direcionados para a esquerda) que pulverizam o composto químico, como sendo um componente único. Este componente único, localizado na extremidade da torre, será considerado como um Motor Desbalanceado de Potência Limitada, analogamente aos ventiladores.

## **1.2 Motivação e objetivos**

Tem-se como objetivo principal estudar analiticamente uma Suspensão Veicular de um Pulverizador tipo Torre com Magneto Reológico. Formula-se um modelo matemático pelo método das energias, baseado nos trabalhos de Sartori (2008), Palacios Felix, J. L. (2002), Tusset (2008) e Belusso (2011), considerando-se um motor elétrico desbalanceado, similar aos ventiladores do sistema real, localizado no topo da Torre, e assim obter um conjunto de equações diferenciais de movimento que descreva o sistema físico de forma mais realista possível.

De modo mais específico, os objetivos podem ser sistematizados da seguinte forma:

- Analisar a dinâmica e estabilidade do modelo matemático proposto;
- Aplicar as ferramentas de análise da dinâmica não linear, como a evolução no domínio tempo, o retratos de fase e as curvas de ressonância;
- Avaliar a funcionalidade e desempenho do sistema de controle da suspensão veicular com MR;
- Serão também analisadas as influências de alguns parâmetros na resposta dinâmica do sistema.

### **1.3 Justificativa**

Um sistema Pulverizador do tipo Torre é amplamente utilizado na fertilização de pomares de plantas encopadas como laranjeiras, macieiras, etc. Logo, este trabalho justifica-se pela redução de custos agrícolas referentes a gastos com insumos em decorrência de pragas e doenças fitossanitárias, e diminuição de períodos de tempo em operações de pulverizações terrestres, bem como redução de impactos ambientais inerentes da contaminação do ar e do solo por compostos químicos agrícolas. E ainda, a implementação de um amortecedor veicular com MR, reduzirá problemas por esforços repetitivos e fadiga na estrutura da torre do pulverizador decorrentes das oscilações sofridas.

O presente trabalho contribui na comunidade científica de Engenharia Mecânica na área de modelagem de Sistemas de Controle Semi-Ativo com materiais inteligentes aplicados a Sistemas Não-Ideais. Ou seja, também justifica-se pelo fato de que a inclusão de um motor elétrico de potência limitada desbalanceado por uma pequena massa anexada ao eixo do motor localizado no topo da torre, como parte da dinâmica do sistema em questão, representa um modelo matemático até então inédito.

### **1.4 Problemática**

Com este trabalho pretende-se estudar a resposta, seja regular ou caótica, e o controle do comportamento dinâmico de uma suspensão veicular e motor elétrico não ideal no topo da torre que influencia no desempenho de um sistema Pulverizador de Pomares tipo Torre, ao transitar por superfícies irregulares, como os campos agrícolas. O sistema de controle consiste em adequar um tipo de amortecedor magneto-reológico (MR) e comparar seus desempenhos para o modelo do sistema proposto. Podendo assim ser definida uma questão de pesquisa da seguinte forma: “Como controlar dinamicamente a estabilidade e o movimento caótico, bem como reduzir oscilações verticais e angulares de estruturas sujeitas a cargas oscilatórias?”.

### **1.5 Organização e descrição sumária**

Este trabalho está estruturado da forma que segue:

- A introdução, na qual se apresenta uma descrição sucinta do sistema que se pretende estudar. Também na introdução são apresentados a Motivação e Objetivos, a Justificativa e a Problemática do estudo em questão.
- Na sequência apresentam-se os Conceitos Gerais e uma breve Revisão Literária. Onde os Conceitos Gerais buscam demonstrar as características e propriedades do Fluido Magneto Reológico, seus tipos e modelos, descrição de suspensão veicular e de controles Ativo, Semiativo e Passivo. Já a Revisão da Literatura busca salientar algumas das aplicações mais populares e importantes do Fluido Magneto Reológico, por meio da análise de estudos dos mais diversos autores, bem como de autores que realizaram estudos com suspensões veiculares e em Pulverizador Torre.
- Na Metodologia, apresenta-se o modelo matemático teórico proposto, e as equações que governam a dinâmica do sistema, obtidas através da modelagem matemática por meio de do Método das Energias de Lagrange.
- Na Análise dos Resultados são mostradas as respostas do sistema no domínio do tempo, bem como a influência de parâmetros considerados importantes na resposta do sistema.
- Na sequência são apresentadas as Conclusões e Sugestões Trabalhos Futuros.
- E por fim as Referências Bibliográficas utilizada na pesquisa.

## **2 CONCEITOS GERAIS E REVISÃO DA LITERATURA**

Nesta seção do trabalho apresenta-se uma breve explanação acerca do fluido Magneto Reológico (MR), suas características, propriedades e algumas de suas aplicações mais comuns na engenharia.

### **2.1 Características do fluido magneto reológico**

Ao longo das últimas décadas uma classe de materiais conhecidos como Materiais Inteligentes, vêm sendo amplamente estudados nas áreas de engenharia, ciência e desenvolvimento de tecnologias de novos materiais. Os materiais piezelétricos, viscoelásticos e os fluidos eletro-reológicos e magneto-reológicos são exemplos de materiais mais comumente estudados que compõem a classe de materiais inteligentes.

O desenvolvimento do fluido com características Magneto Reológicas é atribuído a Jacob Rabino no fim dos anos 40 e início dos anos 50, no *Institute os Standards and*

*Technologies* (EUA). Mas os interesses por este tipo de material diminuíram poucos anos depois devido às dificuldades de se controlar o campo magnético aplicado a ele. Sendo os estudos e pesquisas retomados somente no início dos anos 90 pela empresa Lord Corporation (DA COSTA, 2008).

As propriedades de um fluido ditas reológicas referem-se àquelas que têm influência no transporte da quantidade de movimento num fluido, ou seja, relacionam-se com o fluxo do mesmo e também com as deformações ocorridas neste, devido as tensões de cisalhamento, nas quais uma camada de fluido apresenta uma certa resistência ao seu deslocamento ao se mover sobre outra camada (Da Costa, 2008, p. 6).

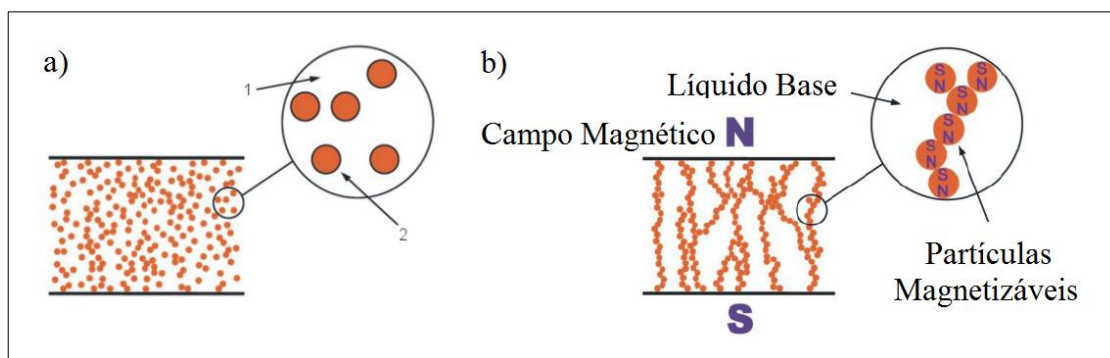
Os fluidos Magneto Reológicos (MRs) constituem esta classe de materiais, denominados de Materiais Inteligentes, devido ao fato desse tipo de fluido apresentar mudanças em algumas de suas propriedades, sendo a mais estudada para aplicações em engenharia, a modificação de sua viscosidade, que ocorre quando o fluido é exposto à ação um campo magnético (LIMA, 2011, p. 3; WANG; MENG, 2001).

Segundo Tusset (2008), os fluidos MR podem apresentar várias composições, mas essencialmente apresentam a seguinte composição típica: uma concentração na faixa de 20% a 40% de seu volume de partículas magnetizáveis inertes em líquidos como óleo mineral, óleo sintético, água ou glycol. E de acordo com Bombard; Joekes; Knobel (2000) o fluido MR ainda pode apresentar um surfactante para estabilizar a agregação das partículas quando magnetizadas, e um aditivo tixotrópico (geralmente sílica amorfa). Quanto às partículas Carlson; Spencer (1996), consideram que as partículas ideais devem ser de ferro e cobalto, pois possuem uma saturação de magnetização de 2,4 Tesla, mas estas ligas apresentam elevados custos comerciais e portanto são economicamente inviáveis. Portanto, recomendam a utilização de partículas de ferro puro, pois apresentam níveis de saturação de magnetização próximos de 2,15 Tesla e com tamanhos na faixa de 3 a 5  $\mu\text{m}$ , o que torna o fluido MR mais forte, ou seja, com maior dificuldade em escoar. Tal força pode chegar à magnitude de 250 KN de acordo com o modo como é empregado e a quantidade de fluido MR utilizada.

Quando submetido a um campo magnético, as partículas (figura 2.1, a), 2) inertes no fluido sofrem a ação deste campo e passam a formar cadeias na direção do mesmo, como pode ser verificado na figura 2.1, b), e quanto maior for a intensidade do campo, maior será o número de partículas a formarem estas cadeias (KOTINDA; JÚNIOR, 2003).



Figura 2.1 – O fluido MR: a) sem a presença de campo magnético, e b) com a presença de campo magnético aplicado.



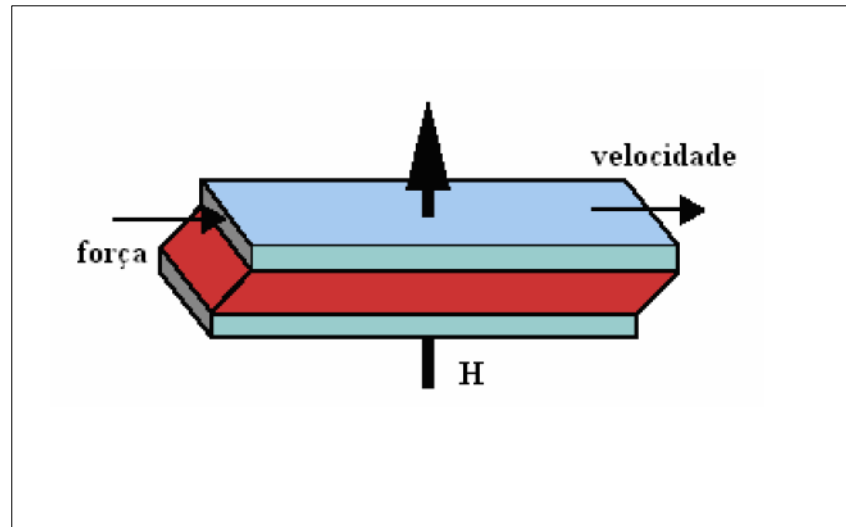
Fonte: Adaptado de KCIUK, 2006, p. 128-129.

Estas cadeias fazem com que o fluido apresente dificuldades de escoamento, ou seja, alteram a viscosidade aparente para mais ou para menos de acordo com a intensidade do campo magnético aplicado. Lima (2011) ainda completa que, na ausência de um campo magnético, o fluido volta “instantaneamente” (menos de 1 centésimo de segundo (BOMBARD; JOEKES; KNOBEL, 2000)) a comportar-se como um simples fluido Newtoniano, ou seja, os fluidos MR são capazes de mudarem de líquidos para semi-sólidos em milissegundos quando expostos a um campo magnético.

Quando em amortecedores o fluido MR pode ser empregado de três formas básicas distintas, chamadas de modos. São eles: Modo de corte direto (figura 2.2), Modo válvula (figura 2.3) e o Modo de aperto ou filme comprimido (figura 2.4). Nas três próximas figuras que demonstram os modos de emprego para fluidos MR, a letra ‘H’ representa o campo magnético aplicado.

No modo de corte direto o fluido MR encontra-se entre duas superfícies (polos magnéticos) uma fixa e a outra móvel, podendo ser deslocada uma em relação a outra por uma força externa. Para Tusset (2008), este modo é adequado para embreagens, freios e amortecedores, mas para Da Costa (2008) este modo tem sido aplicado, em sua maioria, em dispositivos de geometria simples para atenuação de abalos sísmicos na engenharia civil.

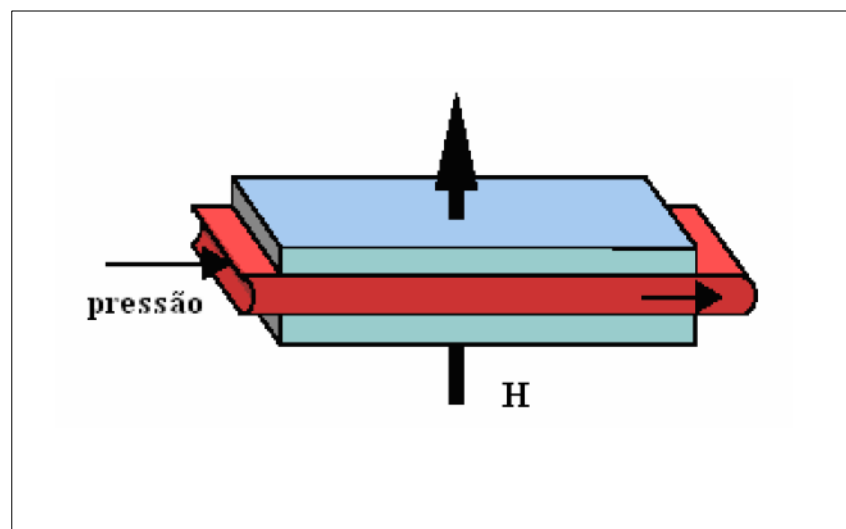
Figura 2.2 – MR empregado no modo de corte direto.



Fonte: TUSSET, 2008, p. 11.

No modo válvula o fluido MR encontra-se entre duas superfícies (polos magnéticos) fixas e paralelas entre si. Quando aplicada uma pressão externa o campo magnético atua como uma válvula que controla o fluxo de fluido MR entre os polos, alterando sua viscosidade. Da Costa (2008) considera que este tipo de amortecedor MR é utilizado em embreagens e suspensões veiculares.

Figura 2.3 – MR empregado no modo válvula.

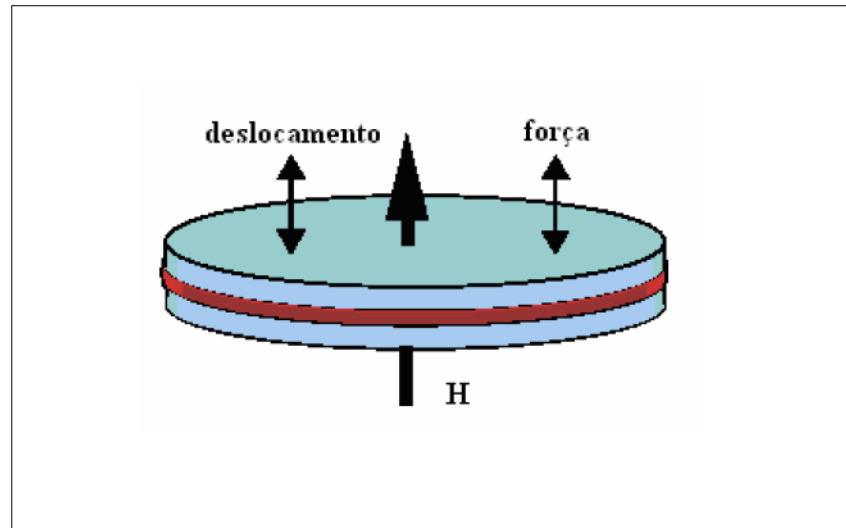


Fonte: TUSSET, 2008, p. 11.

Por fim, quando o fluido MR é empregado no modo de aperto, este encontra-se entre dois polos magnéticos circulares submetidos a forças que comprimem o fluido entre os polos

magnéticos. Este modo, proporciona um amortecimento viscoso a estruturas rotativas (DA COSTA, 2008). Tusset (2008) e Da Costa (2008), também sugerem que um amortecedor MR que opere sob este modo seja utilizado para atenuar oscilações com pequenas amplitudes ( $\pm 3\text{mm}$ ).

Figura 2.4 – MR empregado no modo filme comprimido.



Fonte: TUSSET, 2008, p. 11.

## 2.2 Sistemas de controle de fluidos MR

As aplicações do fluido MR, em sua grande maioria, são para fins de supressão de vibrações, ou seja em amortecedores, que por sua vez podem ser ativos, passivos e semi-ativos, tanto em estruturas estáticas, quanto em estruturas dinâmicas.

### 2.2.1 Sistemas de controle passivo

Os sistemas de controle de suspensões convencionais de automóveis são do tipo passivos, portanto, Zribi, M. e Karkoub, M. (2004) definem sistemas de suspensões passivas como sendo compostos por molas e amortecedores de características fixas, por isso este tipo de suspensão não necessita de mecanismos de controle de realimentação. Então, como não há realimentação, este tipo de sistema é estudado com o emprego de técnicas “off-line” (LAM, H. F. e LIAO, W. H., 2001). Lee e Choi (2000), também afirmam que o uso dos amortecedores passivos convencionais pneumáticos ou com óleo apresentam como vantagem a simplicidade

de “design” e baixos custos de instalação e manutenção, e a desvantagem de serem ineficazes em situações que apresentem faixas de frequências relativamente altas, como de irregularidades de superfícies de terrenos.

### **2.2.2 Sistemas de controle ativo**

Para suspensões com controle do tipo ativo, Lam, H. F. e Liao, W. H. (2001) afirmam que suspensões deste tipo são formadas por atuadores capazes de adaptarem-se para fornecerem exatamente a força ou torque necessários para suprimir determinada oscilação a partir de sensores que medem a resposta dinâmica do sistema. Esta já é uma das maiores vantagens de se utilizar este tipo de controle, mas Lam, H. F. e Liao, W. H. (2001) também afirmam que por este mesmo motivo as suspensões do tipo ativas podem operar com desempenho satisfatório em situações que apresentam amplas faixas de frequências. Em contrapartida, Lee e Choi (2000) apontam que suspensões com controle ativo requerem fontes de alta tensão, e portanto consomem grandes quantidades de energia, bem como controladores externos ao sistema com sofisticados algoritmos para controle, o que deixa o sistema suscetível a desestabilizações.

### **2.2.3 Sistemas de controle semi-ativo**

Os sistemas de suspensões com controle do tipo semi-ativo, surgem como alternativa aos outros dois tipos de sistemas de controle citados anteriormente. Para Zribi, M. e Karkoub, M. (2004), o sistema semi-ativo apresenta a confiabilidade dos sistemas passivos, juntamente com a versatilidade e adaptabilidade dos sistemas ativos. Um sistema semi-ativo apresenta desempenho melhor que o passivo, quando solicitados, além de consumir menor quantidade de energia do que um ativo, e também não necessitam de complexos algoritmos para seu controle. O sistema de controle semi-ativo também pode apresentar um controlador externo, e quando este estiver inativo o sistema passa a comportar-se como um sistema puramente passivo.

### **2.2.4 Sistemas de controle híbrido**

Atualmente os sistemas semi-ativos são os sistemas de controle de suspensões mais investigados por pesquisadores. Todavia, Pestana (2012) cita o sistema de controle híbrido como nova fonte de estudos. O controle híbrido seria definido como uma combinação dos

controles ativo e semi-ativo. Segundo Pestana (2012), este sistema visa agregar as vantagens de cada um dos sistemas de controle tradicionais, reduzindo suas limitações e restrições. Ainda de acordo com Pestana (2012), a eficácia deste tipo de controle pode chegar a superar os sistemas ativos, tendo como desvantagem a necessidade de análises mais complexas.

## **2.3 Aplicações do fluido magneto reológico**

Desde que suas pesquisas foram retomadas no início da década de 90, o fluido com características magneto reológicas vem desenvolvendo-se rapidamente em inúmeras aplicações de engenharia, devido às suas características (WANG; MENG, 2001). A seguir são apresentadas aplicações exemplificam o emprego dispositivos com fluido MR em estruturas estáticas e dinâmicas, respectivamente. As aplicações são citadas de acordo com o tipo de estrutura ou sistema no qual os dispositivos com fluido MR são empregados.

### **2.3.1 Aplicações de fluido MR em estruturas estáticas**

Em estruturas estáticas como prediais ou de pontes, por exemplo, o fluido MR é empregado em dispositivos amortecedores de líquido sintonizado (TLD's) ativos e semi-ativos.

Wang *et al.* (2004, 2005), apresentam estudos teóricos envolvendo modelagem de MR em Amortecedores Coluna de Líquido Sintonizado (MR-TLCD), empregados em modelos de estruturas prediais com o propósito de suprimir oscilações, que podem ser provocadas por abalos sísmicos nestas estruturas.

Chen *et al.* (2003), apresenta um estudo acerca da introdução de amortecedores MR passivos nos cabos de sustentação da ponte estaiada *Dongting Lake* sobre o rio *Yangtze* no centro sul da China. Após ter sido concluída em 1999, verificou-se que os cabos dessa ponte sofriam os efeitos da chuva e ventos fortes ocorrentes na região. Foram implantados pares de amortecedores MR em cada um dos 156 cabos da ponte, entre os anos de 2001 e 2002, justificados pela estética, viabilidade, fácil manutenção e eficiência na supressão das oscilações decorrentes dos efeitos meteorológicos. Na figura 2.5, podem ser vistos os pares de amortecedores MR instalados em cada cabo da ponte.

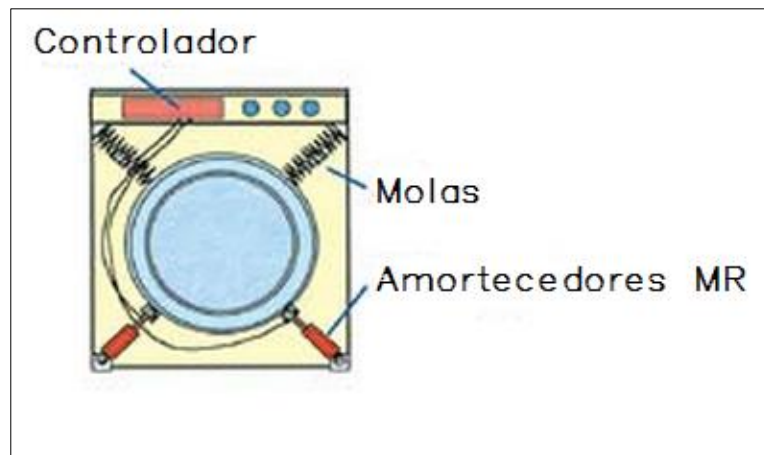
Figura 2.5 – Ponte estaiada *Dongting Lake* sobre o rio *Yangtze*, China



Fonte: CHEN, 2003, p. 6.

Também cabe aqui, destacar o emprego de amortecedores MR em máquinas de lavar roupas, como mostra a figura 2.6. Durante a centrifugação (secagem das roupas), o “cesto” da máquina gira com altas rotações fazendo com que a máquina apresente ruídos e até mesmo deslocamentos. O amortecedor MR age de forma controlada somente quando, na centrifugação, o cesto atinge uma rotação de ressonância. O amortecedor reduz os efeitos de ressonância do cesto sem exigir mais energia do motor, e quando a velocidade de rotação do cesto ultrapassa a de ressonância, o amortecedor MR é desativado e o isolamento das oscilações é feito pelo sistema de amortecimento estático (molas). A energia economizada pelo motor é utilizada para aumentar a rotação do cesto, e assim diminuir o tempo de secagem das roupas. O resultado é uma maior eficiência energética por parte do motor, além da redução de ruídos e deslocamentos da máquina de lavar. O emprego de amortecedores MR em máquinas de lavar foi desenvolvido pela empresa Lord Corp.

Figura 2.6 – Esquema de máquina de lavar roupas com amortecedores MR.



Fonte: Adaptado de CARLSON, J. D., 2002.

### 2.3.2 Aplicações de fluido MR em estruturas dinâmicas

Assim como em estruturas estáticas, as aplicações de fluidos MR em estruturas dinâmicas são estudadas tanto quanto. Sendo que na grande maioria de suas aplicações, também são empregadas em amortecedores ativos e semi-ativos.

Neste sentido são investigadas desde aplicações mais clássicas até aplicações inovadoras, por diversos autores nos mais diversos lugares.

Na forma de suspensão veicular o fluido MR (foco deste trabalho) é uma das aplicações mais estudadas. E um dos modelos mais utilizados por pesquisadores é o modelo de  $\frac{1}{4}$  de veículo (*Quarter-car*). Guo; Xia; Yang (2005) estudaram o comportamento de um modelo não-linear de  $\frac{1}{4}$  de veículo, com amortecedor MR. Neste estudo a excitação imposta ao sistema de equações foi considerada como sendo do tipo harmônica, e os resultados das simulações numéricas foram comparadas com os resultados teóricos.

Yao, G.Z. *et al.* (2002), por sua vez projetaram e fabricaram um amortecedor com MR baseado em resultados experimentais para obtenção dos parâmetros adequados. Seus testes foram desenvolvidos na Máquina de Teste Instron e comparados com resultados experimentais. Foi considerado um modelo de  $\frac{1}{4}$  de veículo, obtendo-se as equações do sistema de amortecimento e empregada uma estratégia de controle semi-ativa do tipo *sky-hook*. Já Du, H. *et al.* (2005), para um mesmo modelo de  $\frac{1}{4}$  de veículo empregaram um modelo polinomial e um sistema de controle semi-ativo de realimentação estática de saída do tipo  $H_\infty$ .

Zribi, M. e Karkoub, M. (2004) estudaram, através de simulações numéricas, dois tipos de controles robustos (controle dinâmico inverso e controle por modos deslizantes)

considerando agora, um modelo de  $\frac{1}{2}$  veículo com 2 passageiros, utilizando amortecedores com fluido MR localizados em paralelo ao sistema de suspensão traseira e dianteira convencionais do veículo, fazendo com que as oscilações verticais e rotacionais do chassi do veículo tripulado tendessem a zero.

Na busca de um modelo que se aproxime ao máximo de um modelo real Lee, Hwan-Soo e Choi, Seung-Bok (2000), efetuaram um estudo acerca do emprego de um amortecedor MR semi-ativo, em um modelo de veículo completo (*full-car*). Eles confeccionaram o amortecedor cilíndrico, e na sequência desenvolveram as equações que governam a dinâmica do sistema, e também projetaram e introduziram um controlador *sky-hook* através de um *hardware* no circuito (HILS). No mesmo trabalho, Lee, Hwan-Soo e Choi, Seung-Bok (2000), ainda controlaram a magnitude da força de amortecimento pela intensidade do campo magnético aplicado, por meio de um controle de circuito fechado.

Liao, W. H. e Wang, D. H. (2003) efetuaram a modelagem matemática e simulação numérica do sistema de suspensão de um modelo de veículo completo (*full-car*) de nove graus de liberdade de um veículo ferroviário equipado com um amortecedor MR secundário. O controle foi feito utilizando-se a lei de controle LQG (*Linear Quadratic Gaussian*). Os resultados foram comparados com resultados obtidos da implantação de outros amortecedores passivos também com MR no modelo, porém de maneira MR “ligado” e MR “desligado”. Seus resultados mostraram que é viável a implantação de amortecedores secundários semi-ativos com MR em veículos ferroviários.

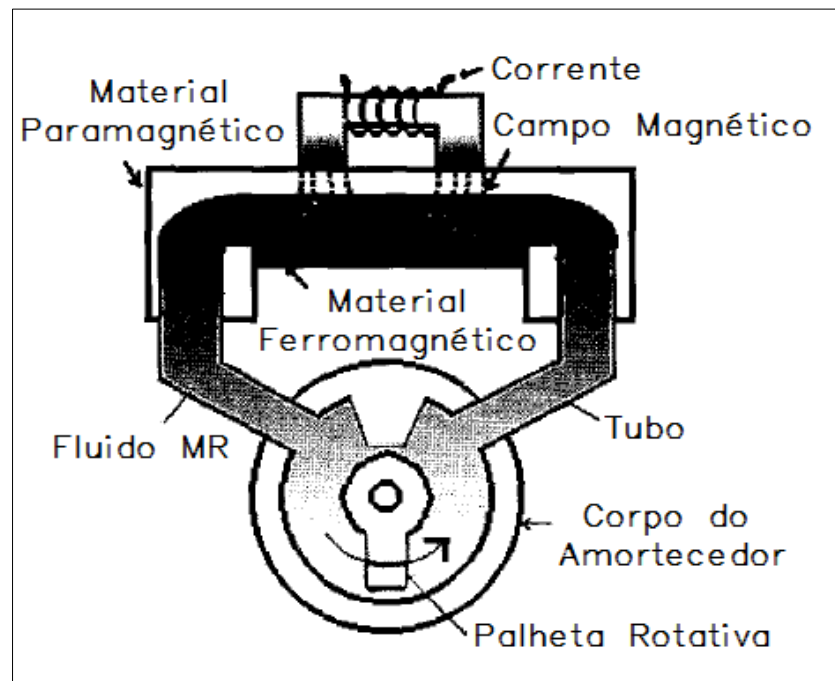
Gandhi, F.; Wang, K. W.; Xia, L. (2000) propõem a investigação da possibilidade de empregar um amortecedor MR no rotor de um modelo de helicóptero, juntamente com uma lei de controle de realimentação. Considerando-se os erros decorrentes do modelo e como a lei de controle empregada baseia-se em um modelo com considerações, poderá ocorrer no helicóptero o “ciclo limite de instabilidades”. Este ciclo limite de instabilidades será eliminado pelo emprego de uma outra lei: a lei de controle robusto, para determinados limites de incerteza. Porém, esta lei utiliza valores do coeficiente de amortecimento maiores que os prescritos, o que resulta em altas cargas periódicas de amortecimento. Agora, para reduzir estas cargas periódicas de amortecimento, mantendo a estabilidade é utilizado um filtro de rejeição de banda. Eles concluíram neste trabalho que, após efetuadas as etapas acima os movimentos decorrentes de perturbações são estabilizados e as cargas periódicas são drasticamente reduzidas.

Kim, Jung-Hoon e Oh, Jun-Ho (2001) também propõem uma aplicação para o fluido MR, porém com características diferentes. Eles propõem o emprego de um amortecedor MR



semi-ativo, em uma prótese convencional Acima do Joelho. O amortecedor não seria cilíndrico, mas rotativo, com o fluido atuando no modo válvula. O amortecedor giratório consiste basicamente de um cilindro giratório com dois canais conectados entre si e que são preenchidos com fluido MR, como é mostrado na figura 2.7.

Figura 2.7 – Amortecedor giratório com fluido MR aplicado em próteses acima do joelho



Fonte: Adaptado de KIM, JUNG-HOON e OH, JUN-HO, 2001, p. 3688.

A força de resistência à rotação é a própria pressão do fluido. O campo magnético é induzido pela aplicação de uma corrente sobre um solenoide, para reduzir o tempo de retardo da resposta de rastreamento do ângulo do joelho e controlar a dissipação de torque na articulação do joelho. O campo magnético é aplicado na placa superior de estrangulamento, que possui seção transversal retangular. A placa superior de estrangulamento é feita de material não-magnético, a inferior de aço enquanto que o núcleo magnético é feito de aço silício. Também são utilizados um gerador e um amplificador. Eles aplicaram um controlador repetitivo juntamente com uma lei de controle PD (Proporcional Derivativo). E também desenvolveram um modelo de perna com 3 graus de liberdade, para simular vários movimentos de quadril e analisar os resultados de movimentos de caminhada. O controle de realimentação foi feito usando um sensor giratório ligado na coxa. Foi estimado um período de caminhada real e a velocidade da caminhada foi realizada com base no período estimado. Com a

implantação do amortecedor giratório com MR, foi possível realizar a marcha mais natural do que com um mecanismo de controle passivo (tradicional) da articulação do joelho. Além disso o sistema proposto é adaptável à velocidade de caminhada.

#### **2.4 Outros estudos acerca do tema (pulverizador torre)**

Com relação a estudos voltados para a análise do pulverizador de pomares do tipo torre cabe apresentar os estudos desenvolvidos por Sartori (2007; 2008; 2009), onde efetuou a modelagem matemática e simulação numérica do sistema pulverizador a partir dos métodos de Newton das forças e Euler-Lagrange das energias, utilizando como princípio um modelo de pêndulo invertido. Ele também propõe uma estimativa de parâmetros para o amortecimento da torre do pulverizador, a partir de parâmetros reais, analisando a resposta sob diferentes oscilações.

Belusso (2011) também apresenta uma análise da resposta do sistema pulverizador de pomares do tipo torre, partindo das equações diferenciais de segunda ordem não lineares, com três graus de liberdade, obtidas da modelagem matemática do problema, considerando as oscilações sofridas pelas rodas. É analisado o comportamento caótico do sistema, que é provocado por crescentes frequências de excitação decorrentes das irregularidades do solo.

Doico (2011), em seu trabalho também analisa a resposta dos deslocamentos verticais e angulares da suspensão veicular do mesmo sistema de pulverizador, considerando o princípio de um pêndulo invertido. Porém, feita a modelagem matemática e obtido o sistema de equações diferenciais ordinárias não lineares de segunda ordem, que definem o movimento do sistema, sob excitação periódica, estas são reduzidas a um sistema de grau de liberdade menor chamadas de equações da média. Suas simulações numéricas foram desenvolvidas no ambiente MATLAB, em ODE 23. Seus resultados foram considerados satisfatórios, pois verificou-se comportamentos característicos de sistemas não lineares.

#### **2.5 Modelos matemáticos para amortecedores MR**

Matematicamente, também existem modelos de aplicações do amortecedor com MR, de acordo com sua função. Em sua pesquisa Tusset (2008), apresenta uma série destes modelos matemáticos para amortecedores MR.

Milecki e Sedziak (2005), apresentam um modelo no qual foram investigadas as características da mudança da força do amortecedor em função da velocidade do pistão e da corrente aplicados em uma bobina eletromagnética, considerando-se que a força desenvolvida pelo amortecedor  $F$  apresenta duas componentes, uma componente não-controlável  $F_n$  (amortecimento visco-plástico e atrito) e outra componente controlável  $F_c$ .

$$F = F_c + F_n = F_c + F_v + F_a \quad \dots(1)$$

Onde  $F_c$  é definida como:

$$F_c = c \frac{\tau_0 B_{mr} l A}{h} \operatorname{sgn}(v) = k_h U \operatorname{sgn}(v) \quad \dots(2)$$

Sendo  $A$ , é a área do pistão,  $h$  a altura da abertura do pistão,  $l$  o comprimento da abertura do pistão,  $v$  é a velocidade do pistão,  $c$  uma constante (com valor entre 2,7 e 3,7),  $B_{mr}$  é a densidade de fluxo magnético no fluido,  $k_h [N/V]$  é o coeficiente de ganho (variável conforme condições de operacionais, Tusset (2008)) e  $U$  é a tensão de alimentação. A força visco-plástica  $F_v$  é definida como:

$$F_v = \left( 1 - \frac{\pi(R_1 + R_2)h}{2A} \right) \frac{12lA^2}{\pi(R_1 + R_2)h^3} \mu v = k_v \mu v \quad \dots(3)$$

Onde  $A$ , é a área do pistão,  $h$  a altura da abertura do pistão,  $l$  o comprimento da abertura do pistão,  $v$  é a velocidade do pistão,  $\mu$  é o coeficiente de viscosidade do fluido,  $k_v [N/V]$  é o coeficiente de ganho e  $R_1$  e  $R_2$  é o raio do cilindro e o raio do pistão, respectivamente. Já a força de atrito  $F_a$  é definida como uma força de amortecimento dinâmico e outra de amortecimento estático, então:

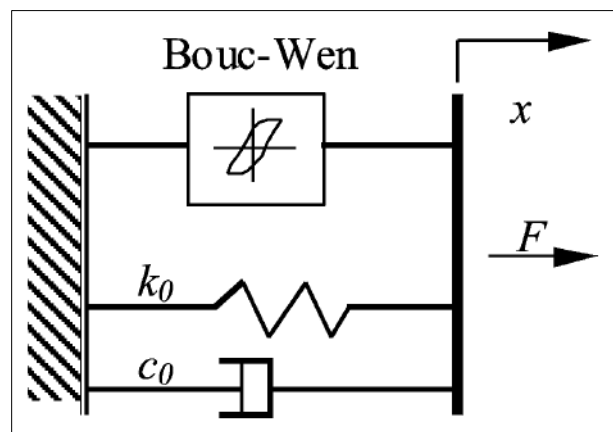
$$F_a = F_{a,d} + F_{a,e} = Dv + \operatorname{sgn}(v) F_e e^{-\beta|v|} \quad \dots(4)$$

Na qual  $D$  é o coeficiente de ganho do amortecimento dinâmico entre pistão-cilindro e pistão haste-amortecedor com as superfícies internas do amortecedor, alojamento e superfícies,  $F_e$  é a força estática ( $v=0$ ), e  $\beta$  é um coeficiente.

A força expressada na equação 1, representa um amortecedor MR com características de atrito não-lineares. Por fim, o modelo apresentado no trabalho de Milecki e Sedziak (2005), tem que a saturação da força de amortecimento será dada em altas velocidades, devido ao fato de que se a velocidade for alta, o tempo de permanência das partículas magnetizáveis do fluido no campo magnético será pequeno.

Outro modelo matemático de amortecedores MR é o modelo chamado de Modelo de Bouc-Wen. O modelo de Bouc-Wen, que é mostrado na figura 2.8, tem sido intensamente utilizado para modelar matematicamente amortecedores MR.

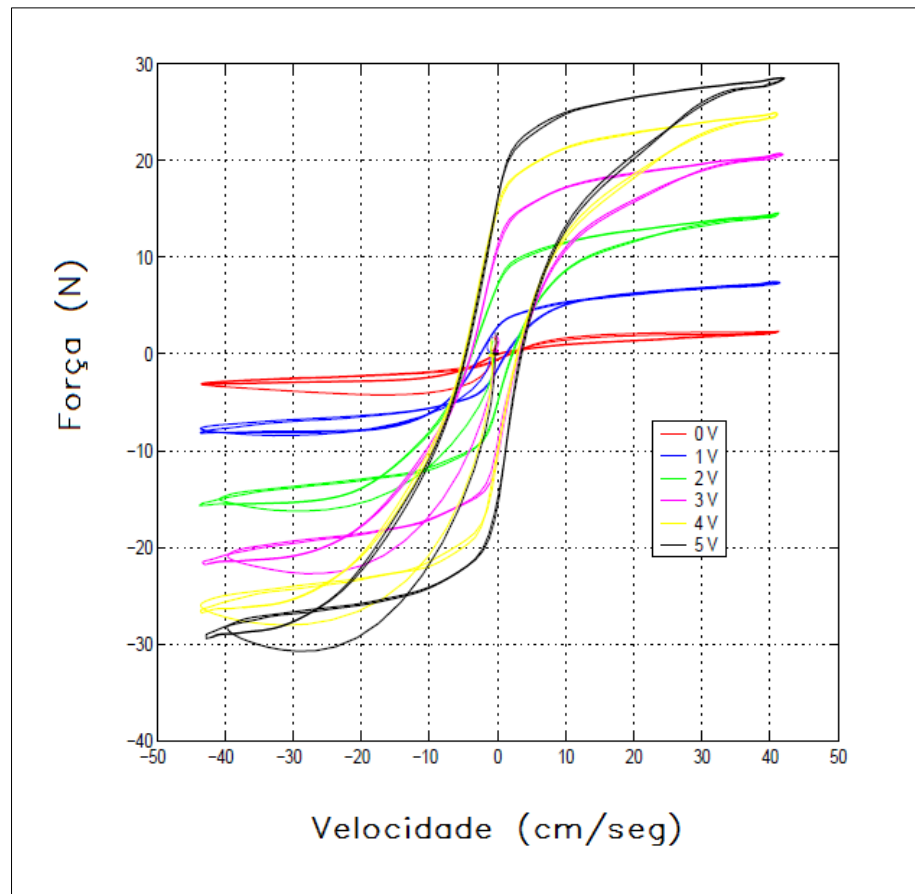
Figura 2.8 – Modelo matemático de Bouc-Wen para amortecedores MR.



Fonte: YAO, G.Z. *et al.*, 2002, p. 967.

Este modelo considera que amortecedores MR apresentam um comportamento de histerese após várias excitações, em suas características força-velocidade. Jansen, L. M. e Dyke, S. J. (2000) mostram o comportamento do ciclo de histerese para força-velocidade de um amortecedor MR para uma frequência senoidal de 1,5 Hz, com uma amplitude de 1,5 cm e com valores fixos de tensões aplicada de 0 V, 1 V, 2 V e 3 V. Este comportamento pode ser visto na figura 2.9.

Figura 2.9 – Ciclo de Histerese Força-Velocidade típico do modo de cisalhamento de amortecedores MR.



Fonte: Adaptado de JANSEN, L. M. e DYKE, S. J., 2000, p. 798.

Yao, G. Z. *et al.* (2002), utilizaram este modelo em seu trabalho, por apresentar continuidade em todas as faixas e por ser numericamente tratável. A força de amortecimento que o modelo apresenta pode ser definida como mostra a equação 5:

$$F = c_0 \dot{x} + k_0 (x - x_0) + \alpha z \quad \dots(5)$$

Onde a variável evolucionária  $z$  pode ser definido como sendo:

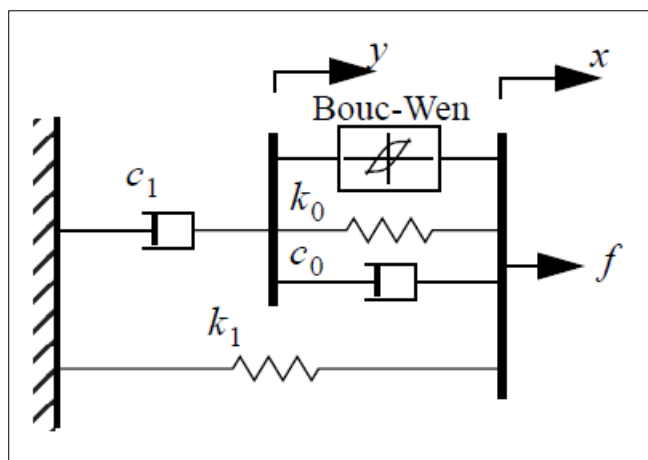
$$\dot{z} = -\gamma |\dot{x}| |z|^{n-1} z - \beta \dot{x} |z|^n + \lambda \dot{x} \quad \dots(6)$$

E  $\alpha$  [N/m] é um coeficiente de rigidez elástica,  $c_0$  [Ns/m] um coeficiente de amortecimento viscoso, os quais variam de acordo com a corrente elétrica aplicada. Neste caso,

a força do acumulador do amortecedor MR é introduzida como sendo o produto do deslocamento inicial  $x_0$  [m] com uma constante de rigidez elástica  $k_0$  [N/m]. Os coeficientes  $\gamma$  [ $m^{-2}$ ],  $\beta$  [ $m^{-2}$ ],  $\lambda$  e  $n$  dependem das características do amortecedor, sendo que  $\lambda$  e  $n$  são constantes.  $\gamma$ ,  $\beta$  e  $\lambda$  são parâmetros relacionados com a forma do ciclo de histerese.

Mas alguns outros modelos foram desenvolvidos a partir do modelo de Bouc-Wen, como o modelo empregado por Spencer *et al* (1997) que pode ser visto na figura 2.10.

Figura 2.10 – Modelo matemático de Bouc-Wen modificado para amortecedores MR.



Fonte: SPENCER, 1997, p. 234.

Neste modelo a força de amortecimento gerada pelo sistema é dada por:

$$F = k_1(x - x_0) + k_0(x - y) + c_0(\dot{x} - \dot{y}) + \alpha z \quad \dots(7)$$

na qual a variável  $z$  é obtida de:

$$\dot{z} = \gamma |\dot{x} - \dot{y}| |z|^{n-1} z - \beta (\dot{x} - \dot{y}) |z|^n + \lambda (\dot{x} - \dot{y}) \quad \dots(8)$$

E  $\dot{y}$  é dado por:

$$\dot{y} = \frac{1}{(c_0 + c_1)} [\alpha z + k_0(x - y) + c_0 \dot{x}] \quad \dots(9)$$

E  $\alpha$  [N/m] é um coeficiente de rigidez elástica,  $c_0$  [Ns/m] um coeficiente de amortecimento viscoso,  $c_1$  [Ns/m] um coeficiente de amortecimento viscoso, os quais variam de acordo com a corrente elétrica aplicada. E ainda,  $x_0$  [m] é o deslocamento inicial e  $k_0$  [N/m] e  $k_1$  [N/m] são constantes de rigidez elástica. Os coeficientes  $\gamma$  [m<sup>-2</sup>],  $\beta$  [m<sup>-2</sup>],  $\lambda$  e  $n$  dependem das características do amortecedor, sendo que  $\lambda$  e  $n$  são constantes.  $\gamma$ ,  $\beta$  e  $\lambda$  são parâmetros relacionados com a forma do ciclo de histerese. Como  $\alpha$ ,  $c_0$  e  $c_1$  são funções que dependem da corrente elétrica aplicada à bobina do amortecedor MR, então são definidas como (DU, H *et al*, 2013):

$$\begin{aligned}\alpha &= \alpha(u) = \alpha_a + \alpha_b u; \\ c_0 &= c_0(u) = c_{0a} + c_{0b} u; \\ c_1 &= c_1(u) = c_{1a} + c_{1b} u\end{aligned}\tag{10}$$

De onde  $u$  é definida como:

$$\dot{u} = -\sigma(u - U)\tag{11}$$

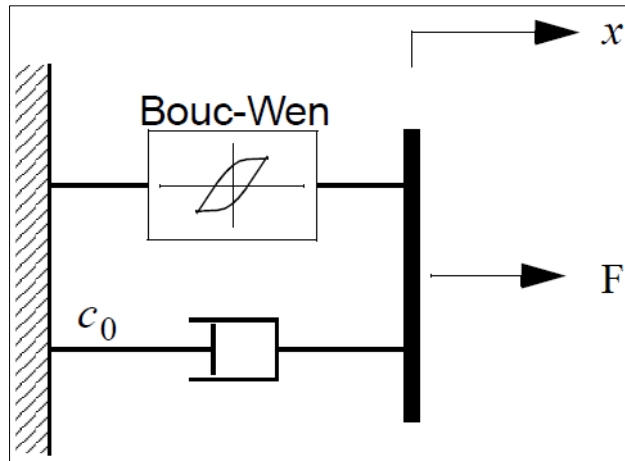
e  $U$  é a tensão elétrica [V],  $c_{0a}$  e  $c_{1a}$  são amortecimentos viscosos [Ns/m] e  $c_{1b}$  e  $c_{0b}$  também são amortecimentos viscosos, mas dependentes da corrente elétrica [Ns/mV];  $k_0$  e  $k_1$  são coeficientes de rigidez [N/m];  $\alpha_a$  [N/m] também é um coeficiente de rigidez, e  $\alpha_b$  é um coeficiente de rigidez que depende diretamente da tensão elétrica [N/mV];  $\sigma$  [s<sup>-1</sup>] depende das características do amortecedor MR.

Jansen, L. M. e Dyke, S. J. (2000) propõem ainda uma outra modificação do modelo de Bounc-Wen, como mostrado na figura 2.11.

Neste modelo a força de amortecimento é dada por:

$$F = c_0 \dot{x} + \alpha z\tag{12}$$

Figura 2.11 – Outro modelo de Bouc-Wen para amortecedores MR.



Fonte: JANSEN, L. M. e DYKE, S. J., 2000, p. 799.

E analogamente ao que foi apresentado nas equações anteriores, a variável evolucionária é definida como:

$$\dot{z} = -\gamma |\dot{x}| |z|^{n-1} z - \beta \dot{x} |z|^n + \lambda \dot{x} \quad \dots(13)$$

E as variáveis dependentes da corrente elétrica são:

$$\begin{aligned} \alpha &= \alpha_a + \alpha_b u; \\ c_0 &= c_{0a} + c_{0b} u \end{aligned} \quad \dots(14)$$

E  $u$  é dado por:

$$\dot{u} = -\sigma(u - U) \quad \dots(15)$$

## 2.6 Suspensão veicular

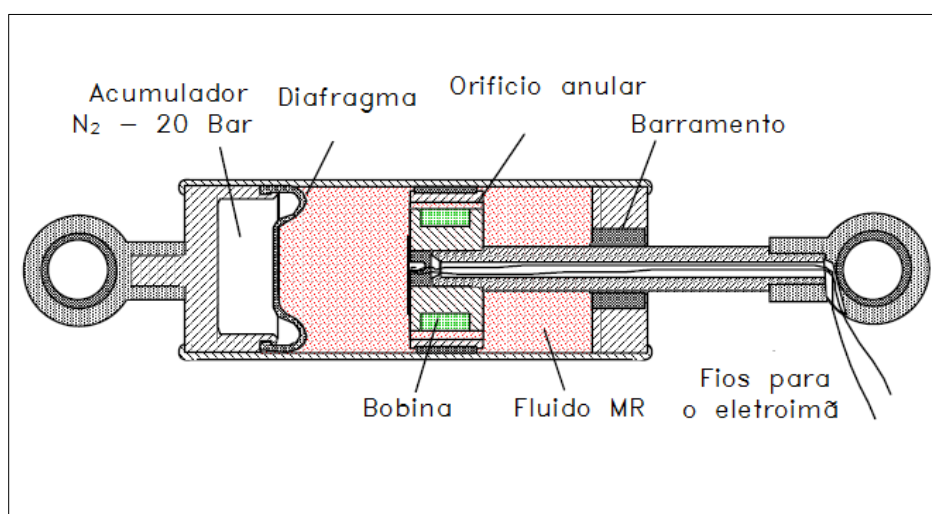
O sistema de suspensão ou de amortecimento tem a finalidade de absorver a energia decorrente das irregularidades do terreno, e assim manter a estabilidade do veículo mantendo as rodas em contato com o solo. O sistema de suspensão, geralmente é composto por uma mola helicoidal e um amortecedor viscoso, que trabalham em conjunto, de forma que o amortecedor controla o movimento da mola.



Um amortecedor possui comumente como principais componentes: tubo de pressão, tubo reservatório, fixações e suportes, haste, pistão, válvula do pistão, válvula da base e um fluido específico. Nos conjuntos amortecedores convencionais o amortecimento é dado pela dificuldade da passagem do fluido através de furos no pistão (DOICO, 2011).

A principal diferença entre um amortecedor convencional e um amortecedor MR, é o próprio fluido empregado no modo válvula, além de uma solenoide instalada no interior do cilindro do amortecimento. Em amortecedores com MR o movimento do êmbolo faz com que o fluido passe por uma região entre o diâmetro externo do embolo e o diâmetro interno do cilindro (região anular), nesta região o fluido permanece localizado entre a bobina (fixada no embolo) e a parede do cilindro, como pode ser visto na figura 2.12. É através da bobina que se induz o campo magnético no fluido, por meio da aplicação de uma corrente elétrica, para controlar a viscosidade do fluido na região anular.

Figura 2.12 – Esquema de amortecedor MR.



Fonte: Adaptado de DA COSTA, 2008, pág. 2.

### 3 METODOLOGIA

Nesta seção do trabalho é apresentado o modelo matemático teórico e suas simplificações, a modelagem matemática empregada para obtenção das equações de movimento do sistema, a metodologia utilizada no ambiente MATLAB<sup>®</sup>, e ainda uma breve apresentação das ferramentas da dinâmica não-linear.

O estudo de modelos matemáticos para a dinâmica dos sistemas mecânicos é essencial para seu entendimento. A partir destes modelos matemáticos faz-se possível simular inúmeras

condições operacionais e avaliar como parâmetros externos e/ou da própria estrutura afetam sua resposta às condições iniciais.

### 3.1 Modelo matemático teórico do pulverizador de pomares tipo torre

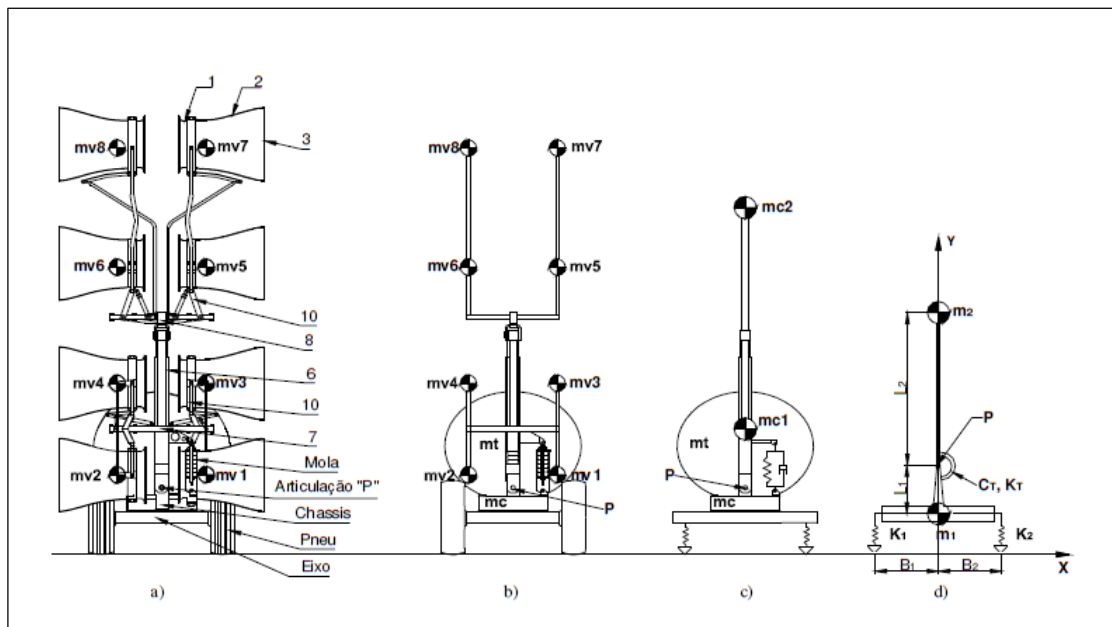
Algumas considerações foram tomadas para que se chegasse ao modelo teórico. Serão consideradas, inicialmente as simplificações que Sartori (2007; 2008) apresenta em seu trabalho. Onde, inicialmente todas as massas (carreta, eixo, roda e torre com seus oito ventiladores) são consideradas como concentradas em seus centros de gravidade. Uma das principais simplificações a serem consideradas é a de que o funcionamento do pulverizador será dado em pequenos intervalos de tempo, pois se forem tomados longos períodos a massa do tanque reservatório terá seu centro de gravidade deslocado, devido ao fato de que o pulverizador inicia o trabalho com o reservatório cheio de líquido defensivo e vai descarregando no decorrer da operação de pulverização, até que termine vazio. Portanto, a massa do tanque reservatório é considerada constante.

Feito isso, a massa do reservatório e a massa do chassi são agrupadas em um único centro de gravidade invariante  $m_2$ . Todas as massas concentradas dos oito ventiladores são substituídas por uma única massa que somada à massa do motor resulta em  $m_3$ , e a massa desbalanceada do motor elétrico de corrente contínua é  $m_0$ , localizadas no topo da torre. A torre, por sua vez é representada por um elemento de massa desprezível de comprimento  $L_2$ . O ponto de articulação da torre é representado por um ponto  $P$ , localizado a uma distância  $L_1$  acima do centro de gravidade da carreta. Esta mesma junção  $P$ , é representada por um elemento elástico  $k_t$  e de amortecimento  $c_t$  torcionais e lineares.

Partindo-se da premissa de que, quando o sistema rotaciona em torno do ponto de massa concentrada  $m_2$ , os pneus esquerdo e direito possuem o mesmo deslocamento, em sentidos contrários; assim, considera-se que o sistema apenas apresenta movimento de translação no sentido vertical. Logo, pode-se considerar o sistema teórico como sendo de  $\frac{1}{4}$  de veículo ou *Quarter-car*, levando em consideração o deslocamento de apenas uma das rodas. Esta roda então, é representada por um elemento de massa  $m_1$  com rigidez linear  $k_1$ . E um amortecedor MR do tipo veicular, representado por  $F$ , é acoplado ao sistema, em paralelo à suspensão mola-amortecedor viscoso  $k_2$  e  $c$ , respectivamente, conforme o modelo de Bounc-Wen mostrado anteriormente na seção 2.5 deste trabalho.

É adotado um sistema de coordenadas X-Y, com X ao nível do solo e Y passando pelo centro de massa da carreta  $m_2$ . A torre então, apresentará um deslocamento angular  $\phi_1$ . É o deslocamento angular da massa desbalanceada é  $\phi_2$ . As excitações decorrentes das irregularidades apresentadas pelo solo dos pomares provocam deslocamentos nos pneus representados por  $y_{el}$ ; matematicamente  $y_{el}$  representa uma fonte de excitação que pode ser do tipo harmônica, transiente, etc. A sequência de etapas de simplificações a partir do modelo real são apresentadas na figura 3.1 a seguir.

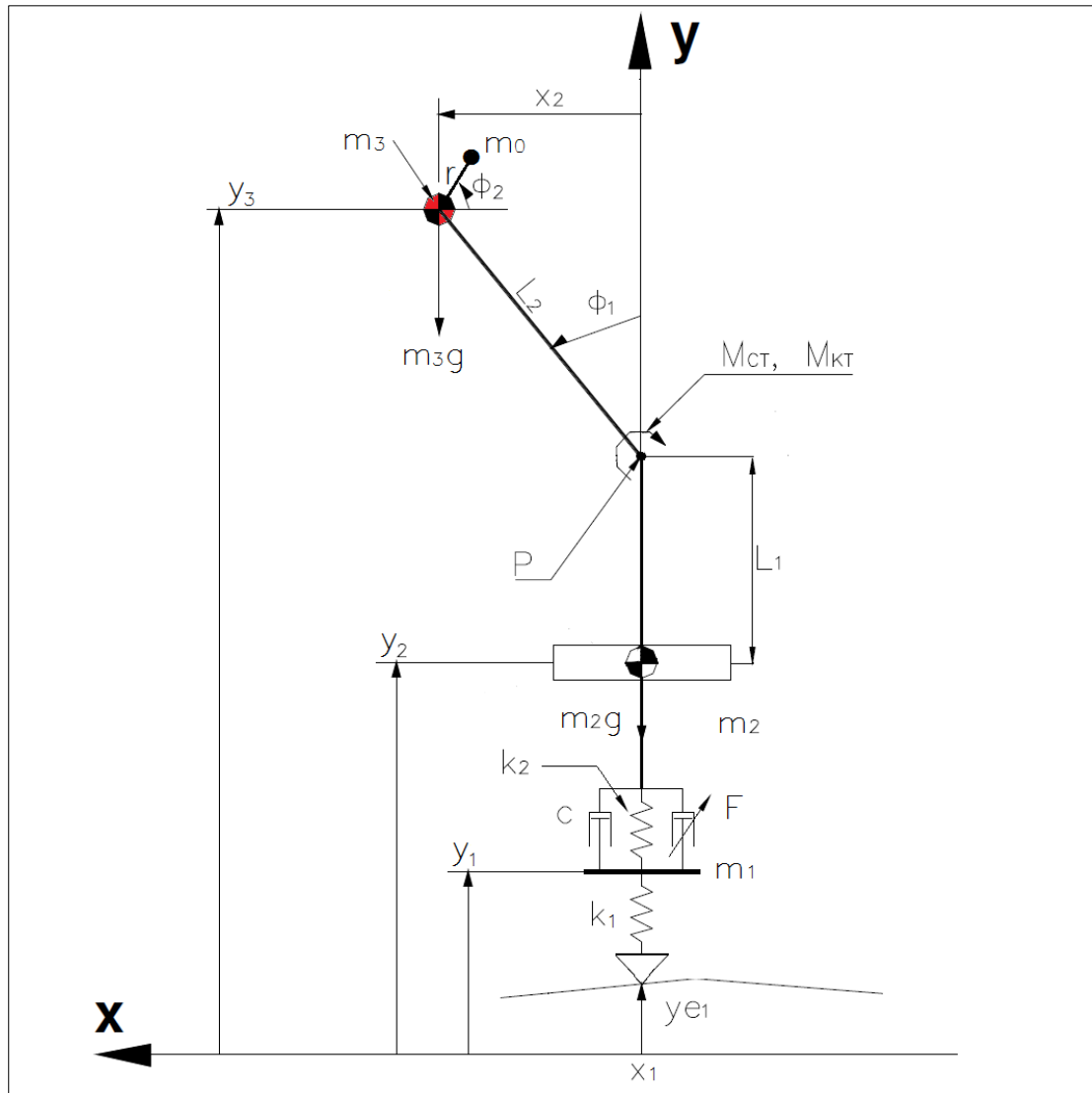
Figura 3.1 – Simplificações do modelo real, a) esquema do pulverizador, b) primeira simplificação, c) segunda simplificação, d) terceira simplificação



Fonte: Adaptado de SARTORI, 2008, p. 39.

Mas, observa-se que na simplificação apresentada (Fig. 3.1, d)) o modelo apresentado possui quatro graus de liberdade, com apenas a massa dos ventiladores concentrada no topo da torre, chamada de  $m_2$  na figura, e sem levar em consideração a massa das rodas. Por fim a próxima simplificação será adicionar o motor de massa desbalanceada no topo da torre e também a massa de uma roda, transformando assim o modelo em  $1/4$  de veículo (*Quarter-car*). Finalmente, todas as simplificações citadas anteriormente são representadas em um esquema teórico apresentado na figura a seguir, figura 3.2.

Figura 3.2 – Modelo matemático teórico do pulverizador tipo torre.



Fonte: Elaboração própria.

As equações diferenciais de movimento são obtidas a partir do Método das Energias e Forças Conservativas, que é empregado utilizando-se as chamadas Equações de Euler-Lagrange.

### 3.2 Método das energias de Euler-Lagrange

Equação de Euler-Lagrange é definida como: 
$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} = Q_j \quad \dots(16)$$

com  $j = 1, 2, 3, \dots$ . Onde  $L = T_T - V_T$ , denominado Lagrangiano onde  $T_T$  representa a energia cinética total do sistema,  $V_T$  é o trabalho das forças conservativas (energia potencial das

massas do chassi, da torre e da massa desbalanceada do motor, e a energia potencial dos elementos elásticos). E  $Q$  é o trabalho de todas forças não-conservativas (como a energia dissipada pelos elementos amortecedores).

### 3.2.1 Energia cinética total do sistema

A energia cinética total do sistema  $T_T$  é a soma das parcelas de energias cinéticas da carreta, da torre, da massa desbalanceada do motor, e ainda do pneu que são representados por  $T_c$ ,  $T_t$ ,  $T_0$  e  $T_p$  respectivamente.  $T_T$  então é definido como:

$$T_T = T_p + T_c + T_t + T_0 \quad \dots(17)$$

Onde:

$$T_p = \frac{1}{2} m_1 V_1^2 = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) \quad \dots(18)$$

$$T_c = \frac{1}{2} m_2 V_2^2 = \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) \quad \dots(19)$$

$$T_t = \frac{1}{2} (m_3) V_3^2 + \frac{1}{2} J \dot{\phi}_1^2 = \frac{1}{2} (m_3) (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_3^2) + \frac{1}{2} m_3 L_2^2 \dot{\phi}_1^2 \quad \dots(20)$$

Com  $m_3 = M + m$ , onde  $M$  representa a massa concentrada dos ventiladores e  $m$  a massa do motor. O termo  $m_3 L_2^2$  na equação 20, representa o momento de inércia da torre.

$$T_0 = \frac{1}{2} m_0 (\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2) + \frac{1}{2} m_0 r^2 \dot{\phi}_2^2 \quad \dots(21)$$

As posições horizontal e vertical da massa da torre  $m_3$  são dadas da seguinte forma, respectivamente:

$$\text{A posição horizontal é } x_2 = L_2 \sin \phi_1 - x_1 \quad \dots(22)$$

e suas derivadas primeira e segunda, respectivamente no tempo:

$$\dot{x}_2 = L_2 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 + \dot{x}_1$$

$$\ddot{x}_2 = \ddot{x}_1 + L_2 \ddot{\phi}_1 \cos \phi_1 - L_2 \dot{\phi}_1^2 \sin \phi_1$$

$$\text{A posição vertical é } y_3 = y_2 + L_1 + L_2 \cos \phi_1 \quad \dots(23)$$

e suas derivadas primeira e segunda, respectivamente no tempo:

$$\dot{y}_3 = \dot{y}_2 - L_2 \dot{\phi}_1 \sin \phi_1$$

$$\ddot{y}_3 = \ddot{y}_2 - L_2 \ddot{\phi}_1 \sin \phi_1 - L_2 \dot{\phi}_1^2 \cos \phi_1$$

As posições horizontal e vertical da massa desbalanceada  $m_0$ , podem ser descritas da seguinte forma:

$$x_0 = L_2 \sin \phi_1 - r \cos \phi_2 \quad \dots(24)$$

$$y_0 = L_2 \cos \phi_1 + r \sin \phi_2 + L_1 + y_2 \quad \dots(25)$$

Com as suas derivadas  $\dot{x}_0$  e  $\dot{y}_0$  no tempo dadas por:  $\dot{x}_0 = \dot{\phi}_1 L_2 \cos \phi_1 + \dot{\phi}_2 r \sin \phi_2$  e  $\dot{y}_0 = -\dot{\phi}_1 L_2 \sin \phi_1 + \dot{\phi}_2 r \cos \phi_2 + \dot{y}_2$ , representando as coordenadas da velocidade angular da massa desbalanceada  $m_0$ .

Desta forma, substituindo as equações 18 a 21 na equação 17, obtém-se:

$$\begin{aligned} T_r = & \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2) + \frac{1}{2} m_2 (\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2) + \frac{1}{2} m_3 (\dot{x}_3^2 + \dot{y}_3^2) + \frac{1}{2} m_3 L_2^2 \dot{\phi}_1^2 + \\ & \frac{1}{2} m_0 (\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2) + \frac{1}{2} m_0 r^2 \dot{\phi}_2^2 \end{aligned} \quad \dots(26)$$

Substituindo então, as derivadas primeiras em relação ao tempo das equações 22 e 23 na equação anterior (equação 26), tem-se:

$$\begin{aligned} T_r = & \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_2^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 (\dot{x}_1 + L_2 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1)^2 + \\ & \frac{1}{2} m_3 (\dot{y}_2 - L_2 \dot{\phi}_1 \sin \phi_1)^2 + \frac{1}{2} m_0 (\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2) + \frac{1}{2} m_3 L_2^2 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} m_0 r^2 \dot{\phi}_2^2 \end{aligned} \quad \dots(27)$$

E agora as derivadas primeiras em relação ao tempo das equações 24 e 25 na equação 27, obtém-se:

$$\begin{aligned}
T_T = & \frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}_2^2 + \frac{1}{2}m_3(\dot{x}_1 + L_2\dot{\phi}_1 \cos \phi_1)^2 + \\
& \frac{1}{2}m_3(\dot{y}_2 - L_2\dot{\phi}_1 \sin \phi_1)^2 + \frac{1}{2}m_0(\dot{\phi}_1 L_2 \cos \phi_1 + \dot{\phi}_2 r \sin \phi_2)^2 + \dots(28) \\
& \frac{1}{2}m_0(-\dot{\phi}_1 L_2 \sin \phi_1 + \dot{\phi}_2 r \cos \phi_2 + \dot{y}_2)^2 + \frac{1}{2}m_3 L_2^2 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2}m_0 r^2 \dot{\phi}_2^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_T = & \frac{1}{2}m_3 \left[ \dot{x}_1^2 + 2\dot{x}_1 L_2 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 + (L_2 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1)^2 \right] + \\
& \frac{1}{2}m_3 \left[ \dot{y}_2^2 - 2\dot{y}_2 L_2 \dot{\phi}_1 \sin \phi_1 + (L_2 \dot{\phi}_1 \sin \phi_1)^2 \right] + \\
& \frac{1}{2}m_0 \left[ \dot{\phi}_1^2 L_2^2 \cos^2 \phi_1 + 2\dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 L_2 r \cos \phi_1 \sin \phi_2 + \dot{\phi}_2^2 r^2 \sin^2 \phi_2 \right] + \dots(28a) \\
& \frac{1}{2}m_0 \left[ \dot{\phi}_1^2 L_2^2 \sin^2 \phi_1 + \dot{\phi}_2^2 r^2 \cos^2 \phi_2 + \dot{y}_2^2 + \right. \\
& \left. 2(-\dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 L_2 r \cos \phi_2 \sin \phi_1 - \dot{y}_2 \dot{\phi}_1 L_2 \sin \phi_1 + \dot{y}_2 \dot{\phi}_2 r \cos \phi_2) \right] + \\
& \frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}_2^2 + \frac{1}{2}m_3 L_2^2 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2}m_0 r^2 \dot{\phi}_2^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_T = & \frac{1}{2}m_3\dot{x}_1^2 - m_3\dot{x}_1 L_2 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 + \frac{1}{2}m_3 L_2^2 \dot{\phi}_1^2 \cos^2 \phi_1 + \frac{1}{2}m_3\dot{y}_2^2 - m_3\dot{y}_2 L_2 \dot{\phi}_1 \sin \phi_1 + \\
& \frac{1}{2}m_3 L_2^2 \dot{\phi}_1^2 \sin^2 \phi_1 + \frac{1}{2}m_0 \dot{\phi}_1^2 L_2^2 \cos^2 \phi_1 + m_0 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 L_2 r \cos \phi_1 \sin \phi_2 + \\
& \frac{1}{2}m_0 \dot{\phi}_2^2 r^2 \sin^2 \phi_2 + \frac{1}{2}m_0 \dot{\phi}_1^2 L_2^2 \sin^2 \phi_1 + \frac{1}{2}m_0 \dot{\phi}_2^2 r^2 \cos^2 \phi_2 + \frac{1}{2}m_0 \dot{y}_2^2 - \dots(28b) \\
& m_0 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 L_2 r \cos \phi_2 \sin \phi_1 - m_0 \dot{y}_2 \dot{\phi}_1 L_2 \sin \phi_1 + m_0 \dot{y}_2 \dot{\phi}_2 r \cos \phi_2 + \\
& \frac{1}{2}m_1\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_1\dot{y}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{x}_1^2 + \frac{1}{2}m_2\dot{y}_2^2 + \frac{1}{2}m_3 L_2^2 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2}m_0 r^2 \dot{\phi}_2^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_T = & \frac{1}{2} m_3 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_3 \dot{y}_2^2 - m_3 \dot{x}_1 L_2 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 - m_3 \dot{y}_2 L_2 \dot{\phi}_1 \sin \phi_1 + \\
& \frac{1}{2} m_3 L_2^2 \dot{\phi}_1^2 (\cos^2 \phi_1 + \sin^2 \phi_1) + \frac{1}{2} m_0 \dot{\phi}_1^2 L_2^2 (\cos^2 \phi_1 + \sin^2 \phi_1) + \\
& \frac{1}{2} m_0 \dot{\phi}_2^2 r^2 (\cos^2 \phi_2 + \sin^2 \phi_2) - m_0 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 L_2 r (\cos \phi_2 \sin \phi_1 - \cos \phi_1 \sin \phi_2) + \dots(28c) \\
& \frac{1}{2} m_0 \dot{y}_2^2 - m_0 \dot{y}_2 \dot{\phi}_1 L_2 \sin \phi_1 + m_0 \dot{y}_2 \dot{\phi}_2 r \cos \phi_2 + \\
& \frac{1}{2} m_1 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{x}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 L_2^2 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} m_0 r^2 \dot{\phi}_2^2
\end{aligned}$$

O deslocamento lateral do centro de gravidade da carreta,  $x_l$ , limitado pelos pneus, é muito pequeno comparado com as magnitudes dos demais deslocamentos. Assim, será assumido que  $x_l$  é constante (SARTORI, 2008). Então: se  $x_l \cong \text{constante}$ , logo:  $\dot{x}_l \cong \ddot{x}_l \cong 0$ .

Desta forma, fazendo uso das identidades trigonométricas abaixo:

$$\sin^2 \phi_1 + \cos^2 \phi_1 = 1$$

$$\cos \phi_2 \cos \phi_1 + \sin \phi_2 \sin \phi_1 = \cos(\phi_2 - \phi_1)$$

tem-se a seguinte equação para energia cinética total do sistema:

$$\begin{aligned}
T_T = & \frac{1}{2} m_3 \dot{y}_2^2 - m_3 \dot{y}_2 L_2 \dot{\phi}_1 \sin \phi_1 + \frac{1}{2} m_3 L_2^2 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} m_0 \dot{\phi}_1^2 L_2^2 + \frac{1}{2} m_0 r^2 \dot{\phi}_2^2 - \\
& m_0 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 L_2 r \cos(\phi_2 - \phi_1) + \frac{1}{2} m_0 \dot{y}_2^2 - m_0 \dot{y}_2 \dot{\phi}_1 L_2 \sin \phi_1 + m_0 \dot{y}_2 \dot{\phi}_2 r \cos \phi_2 + \dots(29) \\
& \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{y}_2^2 + \frac{1}{2} m_3 L_2^2 \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} m_0 r^2 \dot{\phi}_2^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
T_T = & \frac{1}{2} (m_2 + m_3 + m_0) \dot{y}_2^2 - (m_3 + m_0) L_2 \dot{y}_2 \dot{\phi}_1 \sin \phi_1 + m_3 L_2^2 \dot{\phi}_1^2 + m_0 r^2 \dot{\phi}_2^2 + \\
& m_0 r \dot{y}_2 \dot{\phi}_2 \cos \phi_2 - m_0 r L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) + \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_0 L_2^2 \dot{\phi}_1^2 \dots(29a)
\end{aligned}$$

### 3.2.2 Energia potencial total do sistema



A energia potencial total do sistema ou o trabalho das forças conservativas do sistema  $V_T$  é dado pela soma das parcelas das energias potenciais dos elementos elásticos do sistema  $k_1$ ,  $k_2$  e  $k_T$ , da seguinte forma:

$$V_T = E_{pk_1} + E_{pk_2} + E_{pk_T} \quad \dots(30)$$

A equação da energia potencial anterior pode então ser reescrita da seguinte forma:

$$V_T = \frac{1}{2} K_1 (\Delta y_{k_1})^2 + \frac{1}{2} K_2 (\Delta y_{k_2})^2 + \frac{1}{2} K_T (\Delta y_{k_T})^2 \quad \dots(31)$$

Substituindo os devidos deslocamentos, equações 23 e 25 obtém-se a equação que segue:

$$V_T = \frac{1}{2} K_1 (y_1 - y_{e1})^2 + \frac{1}{2} K_2 (y_2 - y_1)^2 + \frac{1}{2} K_T \phi_1^2 \quad \dots(32)$$

$$V_T = \frac{1}{2} K_1 (y_1^2 - 2y_1 y_{e1} + y_{e1}^2) + \frac{1}{2} K_2 (y_2^2 - 2y_1 y_2 + y_1^2) + \frac{1}{2} K_T \phi_1^2 \quad \dots(32a)$$

A partir da equação anterior (eq. 32a), verifica-se que o efeito da gravidade como força conservativa foi desconsiderado, devido a sua pouca influência na resposta do sistema.

### 3.2.3 Trabalho das forças não-conservadas

O trabalho das forças não-conservadas ou amortecimento total do sistema  $Q$ , representa a energia total dissipada pelos elementos de amortecimento, e é dada pela soma das parcelas de energias dissipadas pelo amortecedor da suspensão ( $F_c$ ) e pelo amortecedor da junção torcional ( $F_{cT}$ ), além da energia dissipada pelo amortecedor com MR ( $F$ ), da seguinte forma:

$$Q = F_c + F_{c_T} + F \quad \dots(33)$$

Então a equação anterior é reescrita como segue:

$$Q = C(\Delta\dot{y}_c) + C_T(\Delta\dot{y}_{c_T}) + F \quad \dots(34)$$

Onde os termos  $\Delta\dot{y}_c$  e  $\Delta\dot{y}_{c_T}$  representam as velocidades de deformação dos elementos amortecedores, respectivamente. E são dados da seguinte forma:

$$\Delta\dot{y}_c = \dot{y}_2 - \dot{y}_1 \quad \dots(35)$$

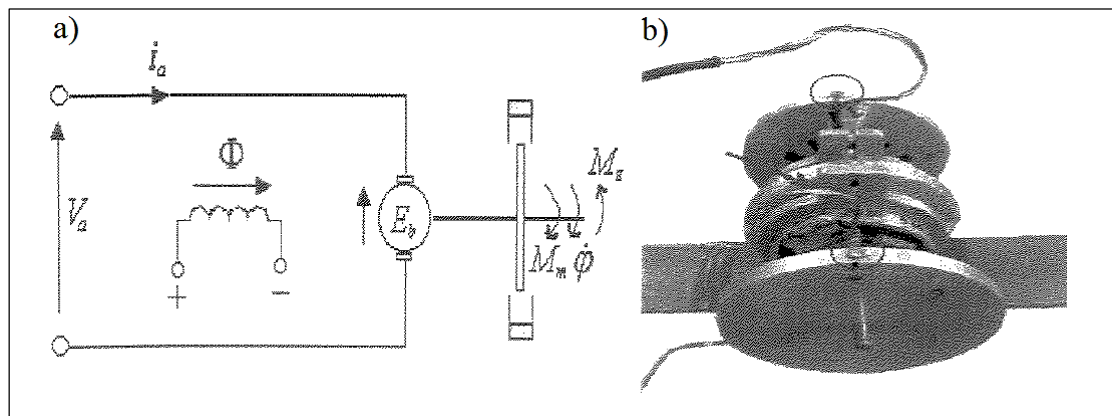
$$\Delta\dot{y}_{c_T} = \dot{\phi}_1 \quad \dots(36)$$

A força do amortecedor MR é representada matematicamente pelo modelo de Bounce-Wen. E então, substituindo as equações 35 e 36 na 34, pode-se reescrever a expressão para  $Q$  da seguinte forma:

$$Q = C(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + C_T(\dot{\phi}_1) + \alpha z \quad \dots(37)$$

Para completar as forças consideradas como não conservativas, a figura a seguir apresenta em a) um esquema do circuito elétrico de um motor de corrente contínua b).

Figura 3.3 – Representação de um motor de corrente contínua



Fonte: PALACIOS FELIX, J. L., 2002, p. 24.

onde  $V_a$  é a tensão de alimentação,  $i_a$  é a corrente de alimentação,  $\Phi$  é o fluxo magnético e  $\varphi$  é a posição angular do motor.

Segundo Felix (2002) a equação governante do motor de corrente contínua, de acordo com o esquema mostrado na figura acima (Fig. 3.3, a)) é dada por:

$$L_a \frac{di_a}{dt} + R_a i_a + E_b = V_a \quad \dots(38)$$

Onde  $E_b$  é a força contra-eletromotriz entre os terminais da armadura do motor dada por:

$$E_b = k_E \frac{d\phi_2}{dt} \quad \text{onde } k_E \text{ é a constante de voltagem do motor e } \phi_2 \text{ a posição angular do motor.}$$

Ainda de acordo com Felix (2002) para se estudar a interação entre a torre e o motor considera-se o motor de corrente contínua da forma simplificada, e portanto o torque gerado pelo motor pode ser expresso da seguinte forma:

$$M_m = \hat{a} - \hat{b}\dot{\phi}_2 \quad \dots(39)$$

onde o parâmetro  $\hat{a}$  está relacionado com a tensão elétrica aplicada ao motor de corrente contínua e  $\hat{b}$  relacionado ao tipo de motor empregado, ambos definidos da seguinte forma, respectivamente:  $\hat{a} = \frac{k_m V_a}{R_a}$  e  $\hat{b} = \frac{k_m k_b}{R_a}$ , onde  $R_a$  é a resistência elétrica do motor,  $k_b$  a constante da tensão elétrica do motor,  $V_a$  a tensão de entrada aplicada na armadura do motor e  $k_m$  a constante de torque do motor.

Então, substituindo a equação 39, reescreve-se a equação 37 como segue:

$$Q = C(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) + C_T(\dot{\phi}_1) + \alpha z + \hat{a} - \hat{b}\dot{\phi}_2 \quad \dots(40)$$

### 3.3 Aplicação da equação de Euler-Lagrange

O Lagrangeano do sistema em estudo é calculado pela diferença entre energia cinética total, a energia potencial total e a energia de dissipação do sistema, isto é  $L = T_T - V_T$ . O Lagrangeano é então obtido através da diferença entre as Equações 22, 25 o que resulta em:

$$\begin{aligned}
L = & \frac{1}{2}(m_2 + m_3 + m_0) \dot{y}_2^2 - (m_0 + m_3) \dot{y}_2 L_2 \dot{\phi}_1 \sin \phi_1 + m_3 L_2^2 \dot{\phi}_1^2 + m_0 r^2 \dot{\phi}_2^2 - \\
& m_0 r L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) + m_0 r \dot{y}_2 \dot{\phi}_2 \cos \phi_2 + \frac{1}{2} m_1 \dot{y}_1^2 + \frac{1}{2} m_0 L_2^2 \dot{\phi}_1^2 - \quad \dots(41) \\
& \frac{1}{2} K_1 (y_1^2 - 2y_1 y_{e1} + y_{e1}^2) - \frac{1}{2} K (y_2^2 - 2y_1 y_2 + y_1^2) - \frac{1}{2} K_T \phi_1^2
\end{aligned}$$

Para a aplicação da Equação de Lagrange (Eq. 11) deve-se determinar as coordenadas generalizadas do sistema em questão. Para o sistema do presente trabalho define-se como coordenadas generalizadas as seguintes:  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $\phi_1$  e  $\phi_2$ , então de acordo com a Equação de Lagrange, o lagrangeano (Eq. 31) deve ser derivado em relação a estas coordenadas generalizadas.

Mas, uma vez deduzidas as equações das energias cinéticas, potencial e da dissipação pode-se utilizar o Princípio de Hamilton para cada umas das coordenadas generalizadas. Como será mostrado a seguir:

→ Para a coordenada  $y_1$ , deslocamento vertical do pneu:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{y}_1} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial y_1} \right) = Q_1 \quad \dots(42)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_T}{\partial \dot{y}_1} - \frac{\partial V_T}{\partial \dot{y}_1} \right) - \left( \frac{\partial T_T}{\partial y_1} - \frac{\partial V_T}{\partial y_1} \right) = Q_1$$

Mas:  $\frac{\partial V_T}{\partial \dot{y}_1} = 0$  e  $\frac{\partial T_T}{\partial y_1} = 0$  assim a equação anterior fica da seguinte forma:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_T}{\partial \dot{y}_1} \right) + \frac{\partial V_T}{\partial y_1} = Q_1$$

$$\frac{d}{dt} (m_1 \dot{y}_1) + K_1 y_1 - K_1 y_{e1} - K_2 y_2 + K_2 y_1 = C (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - \delta z$$

$$m_1 \ddot{y}_1 + K_1 (y_1 - y_{e1}) + K_2 (y_1 - y_2) = C (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - \delta z$$

$$m_1 \ddot{y}_1 = -K_1 (y_1 - y_{e1}) + K_2 (y_2 - y_1) + C (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - \delta z \quad \dots(43)$$

Onde  $z$  é a variável evolucionária dada por:

$$\dot{z} = -\gamma |\dot{y}_2 - \dot{y}_1| z |z|^{n-1} z - \beta (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) |z|^n + \lambda (\dot{y}_2 - \dot{y}_1)$$

Mais detalhes sobre a variável evolucionária  $z$  em Ismail, M. *et al* (2009).

E  $y_{e1}$  é considerada como sendo uma excitação do tipo harmônica e dada da seguinte forma  $y_{e1} = A \cos(\omega t)$ , sendo  $A$  a amplitude que representa as irregularidades da superfície do terreno.

→ Para a coordenada  $y_2$ , deslocamento vertical do chassi:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{y}_2} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial y_2} \right) = Q_2 \quad \dots(44)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_T}{\partial \dot{y}_2} - \frac{\partial V_T}{\partial \dot{y}_2} \right) - \left( \frac{\partial T_T}{\partial y_2} - \frac{\partial V_T}{\partial y_2} \right) = Q_2$$

Mas:  $\frac{\partial V_T}{\partial \dot{y}_2} = 0$  e  $\frac{\partial T_T}{\partial y_2} = 0$  assim a equação anterior fica da seguinte forma:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_T}{\partial \dot{y}_2} \right) + \frac{\partial V_T}{\partial y_2} = Q_2$$

$$\frac{d}{dt} \left[ (m_2 + m_3 + m_0) \dot{y}_2 - (m_3 + m_0) L_2 \dot{\phi}_1 \sin \phi_1 + m_0 r \dot{\phi}_2 \cos \phi_2 \right] + K_2 y_2 - K_2 y_1 = C (\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + \delta z$$

$$(m_2 + m_3 + m_0) \ddot{y}_2 - (m_3 + m_0) L_2 \ddot{\phi}_1 \sin \phi_1 - (m_3 + m_0) L_2 \dot{\phi}_1^2 \cos \phi_1 + m_0 r \ddot{\phi}_2 \cos \phi_2 - m_0 r \dot{\phi}_2^2 \sin \phi_2 + K_2 y_2 - K_2 y_1 = C (\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + \delta z$$

$$(m_2 + m_3 + m_0) \ddot{y}_2 - (m_3 + m_0) L_2 \ddot{\phi}_1 \sin \phi_1 + m_0 r \ddot{\phi}_2 \cos \phi_2 = (m_3 + m_0) L_2 \dot{\phi}_1^2 \cos \phi_1 + m_0 r \dot{\phi}_2^2 \sin \phi_2 - K_2 (y_2 - y_1) + C (\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + \delta z \quad \dots(45)$$

→ Analogamente, utiliza-se o Princípio de Hamilton para a coordenada  $\phi_1$ , deslocamento angular da torre:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_1} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial \phi_1} \right) = Q_3 \quad \dots(46)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_T}{\partial \dot{\phi}_1} - \frac{\partial V_T}{\partial \dot{\phi}_1} \right) - \left( \frac{\partial T_T}{\partial \phi_1} - \frac{\partial V_T}{\partial \phi_1} \right) = Q_3$$

Mas:  $\frac{\partial V_T}{\partial \dot{\phi}_1} = 0$  e assim a equação anterior fica da seguinte forma:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_T}{\partial \dot{\phi}_1} \right) - \frac{\partial T_T}{\partial \phi_1} + \frac{\partial V_T}{\partial \phi_1} = Q_3$$

$$\frac{d}{dt} \left[ -(m_3 + m_0) \dot{y}_2 L_2 \sin \phi_1 + 2m_3 L_2^2 \dot{\phi}_1 - m_0 r L_2 \dot{\phi}_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) + m_0 L_2^2 \dot{\phi}_1 \right] -$$

$$\left[ -(m_3 + m_0) L_2 \dot{y}_2 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 - m_0 r L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) \right] + K_T \phi_1 = -C_T \dot{\phi}_1$$

$$-(m_3 + m_0) \ddot{y}_2 L_2 \sin \phi_1 - (m_3 + m_0) L_2 \dot{y}_2 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 + 2m_3 L_2^2 \ddot{\phi}_1 -$$

$$m_0 r L_2 \left[ \ddot{\phi}_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) - \dot{\phi}_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) \right] + m_0 L_2^2 \ddot{\phi}_1 +$$

$$(m_3 + m_0) L_2 \dot{y}_2 \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 + m_0 r L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) + K_T \phi_1 = -C_T \dot{\phi}_1$$

$$-(m_3 + m_0) \ddot{y}_2 L_2 \sin \phi_1 + 2m_3 L_2^2 \ddot{\phi}_1 + m_0 L_2^2 \ddot{\phi}_1 - m_0 r L_2 \ddot{\phi}_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) +$$

$$m_0 r L_2 \dot{\phi}_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) + m_0 r L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) + K_T \phi_1 = -C_T \dot{\phi}_1$$

$$-(m_3 + m_0) \ddot{y}_2 L_2 \sin \phi_1 + 2m_3 L_2^2 \ddot{\phi}_1 + m_0 L_2^2 \ddot{\phi}_1 - m_0 r L_2 \ddot{\phi}_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) = -$$

$$m_0 r L_2 \dot{\phi}_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) - m_0 r L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) - K_T \phi_1 - C_T \dot{\phi}_1 \quad \dots(47)$$

➔ E agora, utilizando-se o Princípio de Hamilton para a coordenada  $\phi_2$ , deslocamento angular da massa desbalanceada, tem-se:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}_2} \right) - \left( \frac{\partial L}{\partial \phi_2} \right) = Q_4 \quad \dots(48)$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_T}{\partial \dot{\phi}_2} - \frac{\partial V_T}{\partial \dot{\phi}_2} \right) - \left( \frac{\partial T_T}{\partial \phi_2} - \frac{\partial V_T}{\partial \phi_2} \right) = Q_4$$

Mas:  $\frac{\partial V_T}{\partial \dot{\phi}_2} = 0$  e assim a equação anterior fica da seguinte forma:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T_T}{\partial \dot{\phi}_2} \right) - \frac{\partial T_T}{\partial \phi_2} + \frac{\partial V_T}{\partial \phi_2} = Q_4$$

$$\frac{d}{dt} \left[ 2m_0 r^2 \dot{\phi}_2 + m_0 r \dot{y}_2 \cos \phi_2 - m_0 r L_2 \dot{\phi}_1 \cos(\phi_2 - \phi_1) \right] -$$

$$\left[ -m_0 r \dot{y}_2 \dot{\phi}_2 \sin \phi_2 + m_0 r L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) \right] = \hat{a} - \hat{b} \dot{\phi}_2$$

$$2m_0 r^2 \ddot{\phi}_2 + m_0 r \ddot{y}_2 \cos \phi_2 - m_0 r \dot{y}_2 \dot{\phi}_2 \sin \phi_2 -$$

$$m_0 r L_2 \left[ \ddot{\phi}_1 \cos(\phi_2 - \phi_1) - \dot{\phi}_1 \sin(\phi_2 - \phi_1) (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) \right] -$$

$$\left[ -m_0 r \dot{y}_2 \dot{\phi}_2 \sin \phi_2 + m_0 r L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) \right] = \hat{a} - \hat{b} \dot{\phi}_2$$

$$2m_0 r^2 \ddot{\phi}_2 + m_0 r \ddot{y}_2 \cos \phi_2 - m_0 r \dot{y}_2 \dot{\phi}_2 \sin \phi_2 - m_0 r L_2 \ddot{\phi}_1 \cos(\phi_2 - \phi_1) +$$

$$m_0 r L_2 \dot{\phi}_1 \sin(\phi_2 - \phi_1) (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) + m_0 r \dot{y}_2 \dot{\phi}_2 \sin \phi_2 -$$

$$m_0 r L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) = (\hat{a} - \hat{b} \dot{\phi}_2)$$

$$2m_0 r^2 \ddot{\phi}_2 + m_0 r \ddot{y}_2 \cos \phi_2 - m_0 r L_2 \ddot{\phi}_1 \cos(\phi_2 - \phi_1) = -m_0 r L_2 \dot{\phi}_1 \sin(\phi_2 - \phi_1) (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) +$$

$$m_0 r L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) + (\hat{a} - \hat{b} \dot{\phi}_2) \quad \dots(49)$$

Então o sistema de equações diferenciais que define os movimentos do sistema em estudo é apresentado a seguir:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 \ddot{y}_1 = -K_1 (y_1 - y_{e1}) + K_2 (y_2 - y_1) + C (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - \delta z \\ (m_2 + m_3 + m_0) \ddot{y}_2 - (m_3 + m_0) L_2 \ddot{\phi}_1 \sin \phi_1 + m_0 r \ddot{\phi}_2 \cos \phi_2 = \\ (m_3 + m_0) L_2 \dot{\phi}_1^2 \cos \phi_1 + m_0 r \dot{\phi}_2^2 \sin \phi_2 - K_2 (y_2 - y_1) + C (\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + \delta z \\ -(m_3 + m_0) \ddot{y}_2 L_2 \sin \phi_1 + 2m_3 L_2^2 \ddot{\phi}_1 + m_0 L_2^2 \ddot{\phi}_1 - m_0 r L_2 \ddot{\phi}_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) = - \\ m_0 r L_2 \dot{\phi}_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) - m_0 r L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) - K_T \phi_1 - C_T \dot{\phi}_1 \\ 2m_0 r^2 \ddot{\phi}_2 + m_0 r \ddot{y}_2 \cos \phi_2 - m_0 r L_2 \ddot{\phi}_1 \cos(\phi_2 - \phi_1) = - \\ m_0 r L_2 \dot{\phi}_1 \sin(\phi_2 - \phi_1) (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) + m_0 r L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) + (\hat{a} - \hat{b} \dot{\phi}_2) \end{array} \right. \quad \dots(50)$$

Quando a torre mais o motor desbalanceado não ideal são considerados como um pêndulo simples, então o ângulo  $\phi_1$  é considerado pequeno se comparado com  $\phi_2$ . Logo, a relação seguinte é válida (SARTORI, S. Jr., BALTHAZAR, J. M., PONTES, B. R., 2007).

$$\begin{cases} \sin \phi_1 \cong \phi_1 \\ \cos \phi_1 \cong 1 \end{cases}$$

Desta forma o sistema de equações apresentado anteriormente (Eq. 50) é reescrito da forma que segue abaixo:

$$\left\{ \begin{array}{l} m_1 \ddot{y}_1 = -K_1 (y_1 - y_{e1}) + K_2 (y_2 - y_1) + C (\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - \delta z \\ (m_2 + m_3 + m_0) \ddot{y}_2 - (m_3 + m_0) L_2 \phi_1 \ddot{\phi}_1 + m_0 r \ddot{\phi}_2 \cos \phi_2 = (m_3 + m_0) L_2 \dot{\phi}_1^2 + \\ m_0 r \dot{\phi}_2^2 \sin \phi_2 - K_2 (y_2 - y_1) + C (\dot{y}_1 - \dot{y}_2) + \delta z \\ -(m_3 + m_0) L_2 \phi_1 \ddot{y}_2 + 2m_3 L_2^2 \ddot{\phi}_1 + m_0 L_2^2 \ddot{\phi}_1 - m_0 r L_2 \ddot{\phi}_2 \cos (\phi_2 - \phi_1) = - \\ m_0 r L_2 \dot{\phi}_2 \sin (\phi_2 - \phi_1) (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) - m_0 r L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \sin (\phi_2 - \phi_1) - K_T \phi_1 - C_T \dot{\phi}_1 \\ 2m_0 r^2 \ddot{\phi}_2 + m_0 r \ddot{y}_2 \cos \phi_2 - m_0 r L_2 \ddot{\phi}_1 \cos (\phi_2 - \phi_1) = -m_0 r L_2 \dot{\phi}_1 \sin (\phi_2 - \phi_1) (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) + \\ m_0 r L_2 \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \sin (\phi_2 - \phi_1) + (\hat{a} - \hat{b} \dot{\phi}_2) \end{array} \right. \quad \dots(51)$$

Reescreve-se o sistema de equações anterior (Eq. 51) da seguinte forma:



$$\left\{ \begin{array}{l}
\ddot{y}_1 = -q_1(y_1 - y_{e1}) + q_2(y_2 - y_1) + p_1(\dot{y}_2 - \dot{y}_1) - \mu z \\
(1 + \alpha_1 + \alpha) \ddot{y}_2 - (\alpha_1 + \alpha) \phi_1 \ddot{\phi}_1 + \alpha r \ddot{\phi}_2 \cos \phi_2 = (\alpha_1 + \alpha) L_2 \dot{\phi}_1^2 + \\
\alpha r \dot{\phi}_2^2 \sin \phi_2 - q_3(y_2 - y_1) + p_2(y_1' - y_2') + \mu_1 z \\
-\frac{m_3 + m_0}{2m_3 L_2} \phi_1 \ddot{y}_2 + \left(1 + \frac{m_0}{2m_3}\right) \ddot{\phi}_1 - \frac{m_0 r}{2m_3 L_2} \ddot{\phi}_2 \cos(\phi_2 - \phi_1) = - \\
\frac{m_0 r}{2m_3 L_2} \dot{\phi}_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) - \frac{m_0 r}{2m_3 L_2} \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) - q_4 \phi_1 - p_3 \dot{\phi}_1 \\
\frac{1}{2r} \ddot{y}_2 \cos \phi_2 + \ddot{\phi}_2 - \frac{m_0 L_2}{2r} \ddot{\phi}_1 \cos(\phi_2 - \phi_1) = \frac{L_2}{2r} \dot{\phi}_1 \sin(\phi_2 - \phi_1) (\dot{\phi}_2 - \dot{\phi}_1) + \\
\frac{L_2}{2r} \dot{\phi}_1 \dot{\phi}_2 \sin(\phi_2 - \phi_1) + a - b \dot{\phi}_2
\end{array} \right. \quad \dots(52)$$

Os parâmetros considerados no sistema anterior, são listados a seguir:

$$q_1 = \frac{K_1}{m_1}, \quad q_2 = \frac{K_2}{m_1}, \quad q_3 = \frac{K_2}{m_2}, \quad q_4 = \frac{K_T}{m_3 L_2^2}, \quad p_1 = \frac{C}{m_1}, \quad p_2 = \frac{C}{m_2}, \quad p_3 = \frac{C_T}{m_3 L_2^2}, \quad \alpha = \frac{m_0}{m_2}, \\
\alpha_1 = \frac{m_3}{m_2}, \quad \alpha_2 = \frac{m_0}{m_3}, \quad \zeta = \frac{r}{L_2}, \quad \mu = \frac{\delta}{m_1 L_2}, \quad \mu_1 = \frac{\delta}{m_2 L_2}, \quad a = \frac{\hat{a}}{m_0 r^2}, \quad b = \frac{\hat{b}}{m_0 r^2}.$$

O sistema de equações é então reescrito, fazendo-se uso de uma mudança de variáveis empregando as seguintes variáveis de estado:

$$u_1 = y_1, \quad u_2 = y_1', \quad u_3 = y_2, \quad u_4 = y_2', \quad u_5 = \phi_1, \quad u_6 = \phi_1', \quad u_7 = \phi_2, \quad u_8 = \phi_2' \quad \text{e} \quad u_9 = z.$$

O que resulta em um novo sistema de equações:

$$\left\{ \begin{array}{l}
E_1 y_2'' - E_2 \phi_1'' + E_3 \phi_2'' = f_2 \\
-E_4 y_2'' + E_5 \phi_1'' - E_6 \phi_2'' = f_3 \\
E_7 y_2'' - E_8 \phi_1'' + E_9 \phi_2'' = f_4
\end{array} \right. \quad \dots(53)$$

Onde tem-se:

$$\begin{aligned}
f_1 &= -q_1 [u_1 - A \cos(wt)] + q_2 (u_3 - u_1) + p_1 (u_4 - u_2) - \mu z \\
f_2 &= (\alpha_1 + \alpha) L_2 u_6^2 + \alpha r u_8^2 \sin u_7 - q_3 (u_3 - u_1) - p_2 (u_4 - u_2) + \mu_1 z \\
f_3 &= -\frac{m_0 r}{2m_3 L_2} u_8 \sin(u_7 - u_5)(u_8 - u_6) - \frac{m_0 r}{2m_3 L_2} u_6 u_8 \sin(u_7 - u_5) - q_4 u_5 - p_3 u_6 \\
f_4 &= -\frac{L_2}{2r} u_6 \sin(u_7 - u_5)(u_8 - u_6) + \frac{L_2}{2r} u_6 u_8 \sin(u_7 - u_5) + a - b u_8
\end{aligned}$$

E também:

$$\begin{aligned}
E_1 &= 1 + \alpha_1 + \alpha \\
E_2 &= (\alpha_1 + \alpha_2) L_2 u_5 \\
E_3 &= \alpha r \cos(u_7) \\
E_4 &= \frac{m_3 + m_0}{2m_3 L_2} u_5 \\
E_5 &= 1 + \frac{m_0}{2m_3} \\
E_6 &= \frac{m_0 r}{2m_3 L_2} \cos(u_7 - u_5) \\
E_7 &= \frac{1}{2r} \cos(u_7) \\
E_8 &= \frac{m_0 L_2}{2r} \cos(u_7 - u_5) \\
E_9 &= 1
\end{aligned}$$

Então, reescrevendo o sistema (53) na forma matricial, tem-se:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} E_1 & -E_2 & E_3 \\ -E_4 & E_5 & -E_6 \\ E_7 & -E_8 & E_9 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} y_2'' \\ \phi_1'' \\ \phi_2'' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{pmatrix} \\
\begin{pmatrix} y_2'' \\ \phi_1'' \\ \phi_2'' \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} f_2 \\ f_3 \\ f_4 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} E_1 & -E_2 & E_3 \\ -E_4 & E_5 & -E_6 \\ E_7 & -E_8 & E_9 \end{bmatrix}^{-1} \quad \dots(54)
\end{aligned}$$

Finalmente, resolvendo a matriz inversa e efetuando a devida multiplicação desta resposta no sistema de equações acima (54), tem-se o sistema de equações diferenciais lineares de segunda ordem que governam a dinâmica do sistema em estudo, apresentado a seguir:

$$\left\{ \begin{array}{l} y_1'' = f_1 \\ y_2'' = \frac{1}{\Delta} [(E_5E_9 - E_6E_8) f_2 + (E_2E_9 - E_3E_8) f_3 + (E_2E_6 - E_3E_5) f_4] \\ \phi_1'' = \frac{1}{\Delta} [(E_4E_9 - E_6E_7) f_2 + (E_1E_9 - E_3E_7) f_3 + (E_1E_6 - E_3E_4) f_4] \\ \phi_2'' = \frac{1}{\Delta} [(E_4E_8 - E_5E_7) f_2 + (E_1E_8 - E_2E_7) f_3 + (E_1E_5 - E_2E_4) f_4] \\ z' = -\gamma |u_4 - u_2| u_9 |u_9|^{n-1} - \beta (u_4 - u_2) |u_9|^n + \lambda (u_4 - u_2) \end{array} \right. \quad \dots(55)$$

O parâmetro  $\Delta$  da equação anterior (Eq. 55) é dada por:

$$\Delta = E_1E_5E_9 - E_1E_6E_8 - E_2E_4E_9 + E_2E_6E_7 + E_3E_4E_8 - E_3E_5E_7$$

Fazendo agora, os lados direitos das equações de  $y_2''$ ,  $\phi_1''$  e  $\phi_2''$  do sistema anterior (Eq. 55) iguais a  $f_5$ ,  $f_6$  e  $f_7$ , respectivamente, e também a equação de  $z$  igual a  $f_8$  da seguinte forma:

$$f_8 = -\gamma |u_4 - u_2| u_9 |u_9|^{n-1} - \beta (u_4 - u_2) |u_9|^n + \lambda (u_4 - u_2) \quad \dots(56)$$

Pode-se escrever as derivadas do sistema 55 da seguinte forma:

$$\begin{array}{l} u_1' = u_2 \\ u_2' = f_1 \\ u_3' = u_4 \\ u_4' = f_5 \\ u_5' = u_6 \\ u_6' = f_6 \\ u_7' = u_8 \\ u_8' = f_7 \\ u_9' = f_8 \end{array} \quad \dots(57)$$

#### 4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Concluída a modelagem matemática do sistema, para auxiliar, aumentar a eficácia dos resultados e reduzir o tempo de estudo, serão utilizadas rotinas de programação para obtenção de representações gráficas da resposta do sistema no software MATLAB<sup>®</sup>, no qual será

utilizada a ferramenta integrador numérico pelo algoritmo de Runge-Kutta de quarta ordem com passo variável (ODE23), para se obter as soluções do sistema de equações diferenciais de movimento do sistema. Porém, antes de ser utilizado o integrador ODE 23, faz-se necessário uma adimensionalização do sistema de equações, para uma redução de grau das equações diferenciais, como o sistema de equações (56).

Para análise das respostas dinâmicas do sistema, serão obtidos planos de fase, séries temporais e curvas de ressonância do sistema em estudo, a partir do MATLAB. Séries temporais, são um conjunto discreto de valores de uma variável de estado de um sistema dinâmico. Portanto, as séries temporais representam a resposta do sistema no domínio do tempo.

Planos de fase consistem basicamente de pontos no plano deslocamento *versus* velocidade. De modo geral é possível afirmar que os planos de fase e as séries temporais se completam entre si, com o objetivo de melhor demonstrar o comportamento da resposta dinâmica do sistema.

As curvas de ressonância consistem basicamente de pontos de amplitudes *versus* frequência de excitação, ou um parâmetro de controle, obtidos a partir das amplitudes máximas de uma série temporal em estado estacionário para cada valor de frequência de excitação ou de parâmetro de controle.

#### 4.1 Respostas do sistema no domínio do tempo

Nesta seção do trabalho serão apresentadas as respostas no domínio do tempo e fase para os seguintes componentes do sistema: massa da roda, massa da carreta, massa concentrada no topo da torre e massa desbalanceada do motor, respectivamente. Os valores considerados para os parâmetros adimensionais do sistema são os mostrados na tabela 4.1, para um intervalo de tempo de  $0 \leq t \leq 100$  e as condições iniciais foram consideradas como sendo nulas.

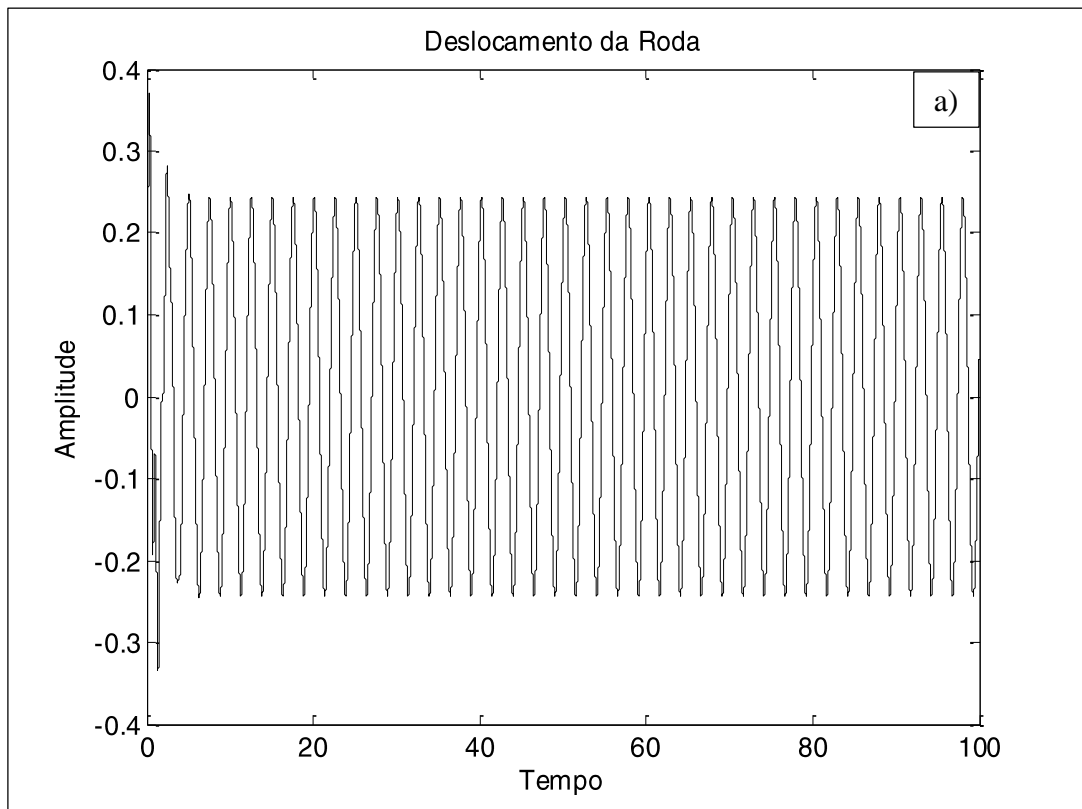
Tabela 4.1 – Valores para os parâmetros adimensionais para o sistema sem suspensão com MR

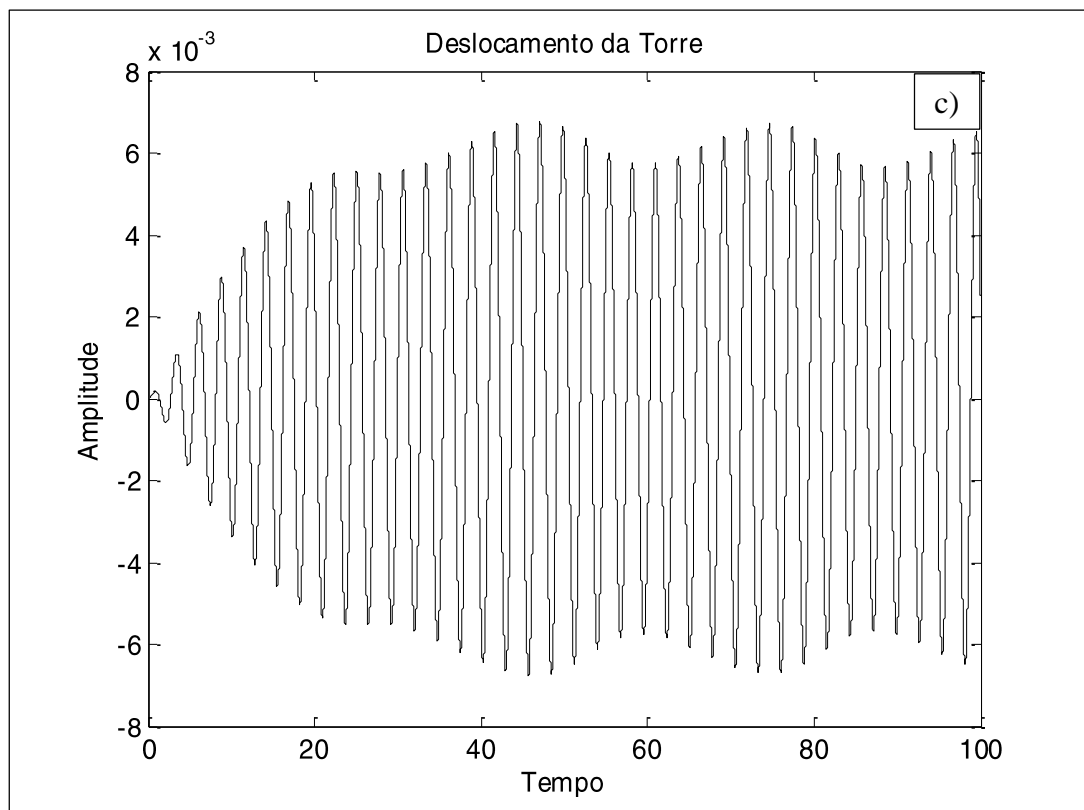
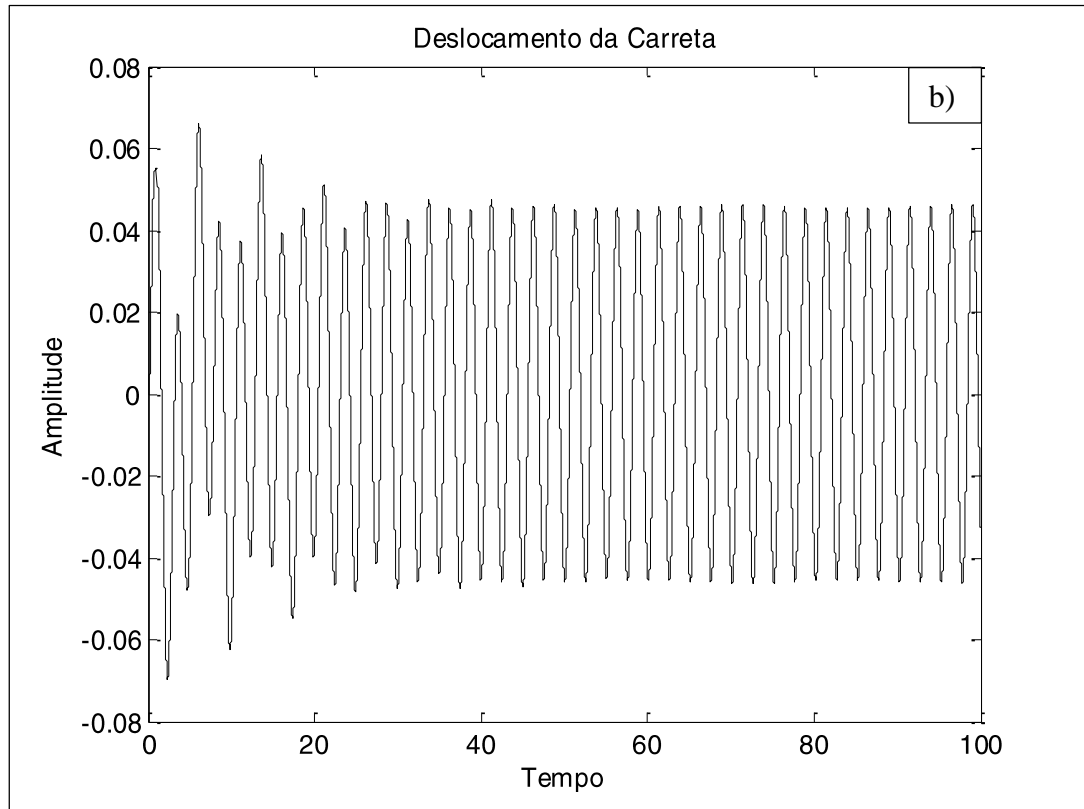
Parâmetro	Valor	Parâmetro	Valor
$q_1$	77.5	$\alpha_1$	0.247
$q_2$	6.016	$b$	1.3
$q_3$	1.11	$\mu$	500
$q_4$	5.395	$\mu_1$	92.307

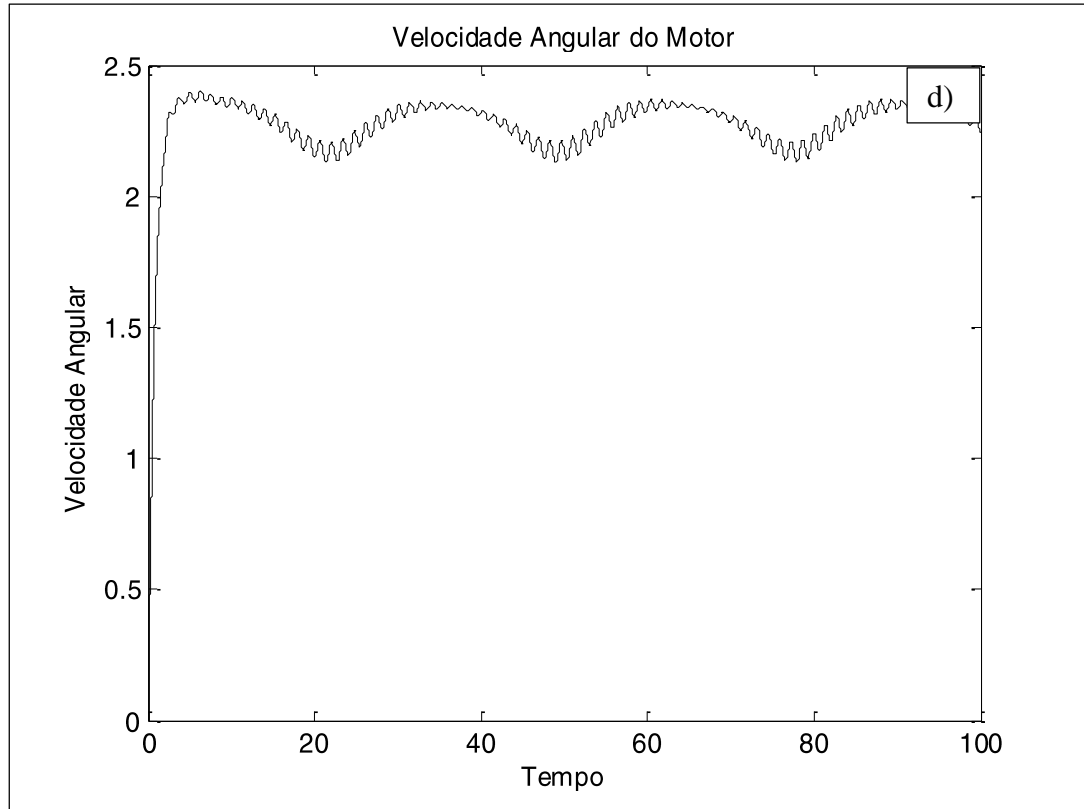
$p_1$	1.306	$\alpha$	$7.69 \times 10^{-4}$
$p_2$	0.241	$p_3$	0.108

Nota-se que o parâmetro  $a$  não consta na tabela acima (Tab. 4.1), pois  $a$  denota a corrente elétrica aplicada à armadura do motor, que é considerada neste estudo como sendo o parâmetro de controle, os demais valores foram baseados em Sartori, S. Jr. *et al* (2007, 2009).

Figura 4.1 – Resposta no domínio do tempo para o sistema com  $a=3.0$  sem MR







A figura anterior (Fig. 4.1) mostra simultaneamente, os deslocamentos da roda em a), da carreta em b), da torre em c) e a velocidade angular do motor em d), respectivamente, ambos oscilando sem que haja ação da suspensão com MR para um valor fixo de  $a = 3.0$  e um tempo de  $0 \leq t \leq 100$ , enquanto que para os outros parâmetros foram considerados os valores apresentados na tabela 4.1.

Na sequência serão mostrados os comportamentos dos mesmos componentes do sistema, porem com a ação da suspensão veicular com MR.

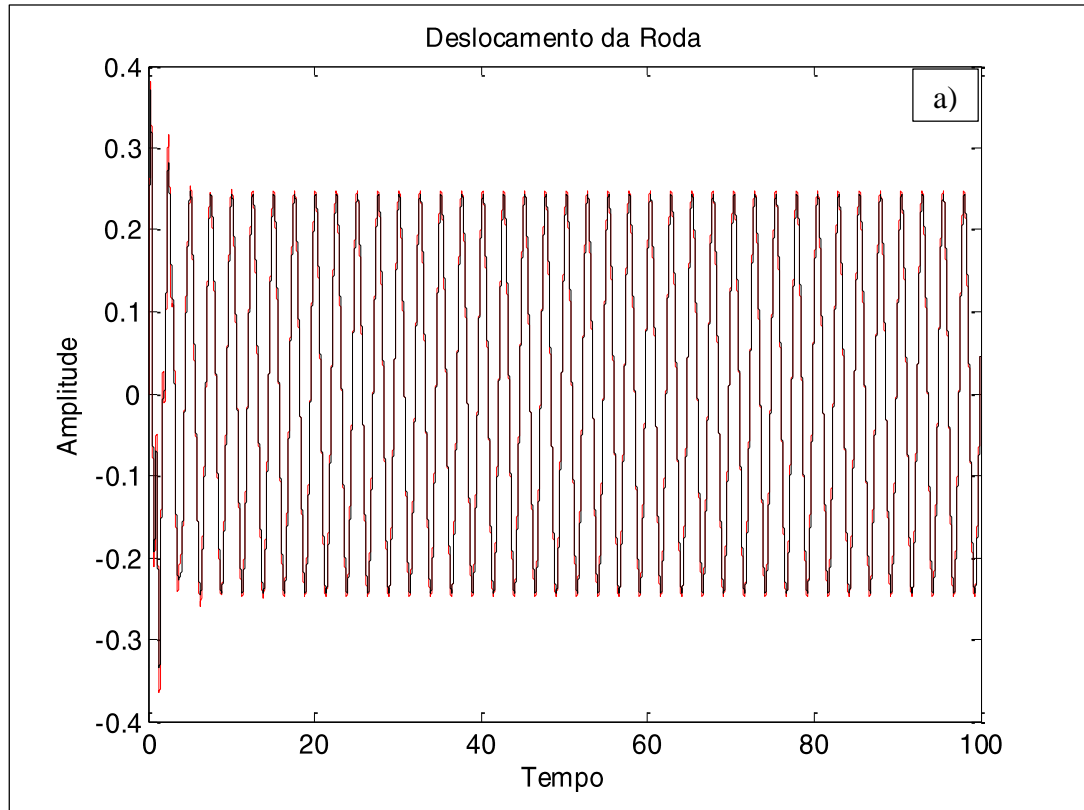
Na tabela a seguir (Tab. 4.2) são mostrados os valores considerados para os parâmetros do amortecedor MR, citados anteriormente na equação 56.

Tabela 4.2 – Valores atribuídos aos parâmetros relativos ao amortecedor MR

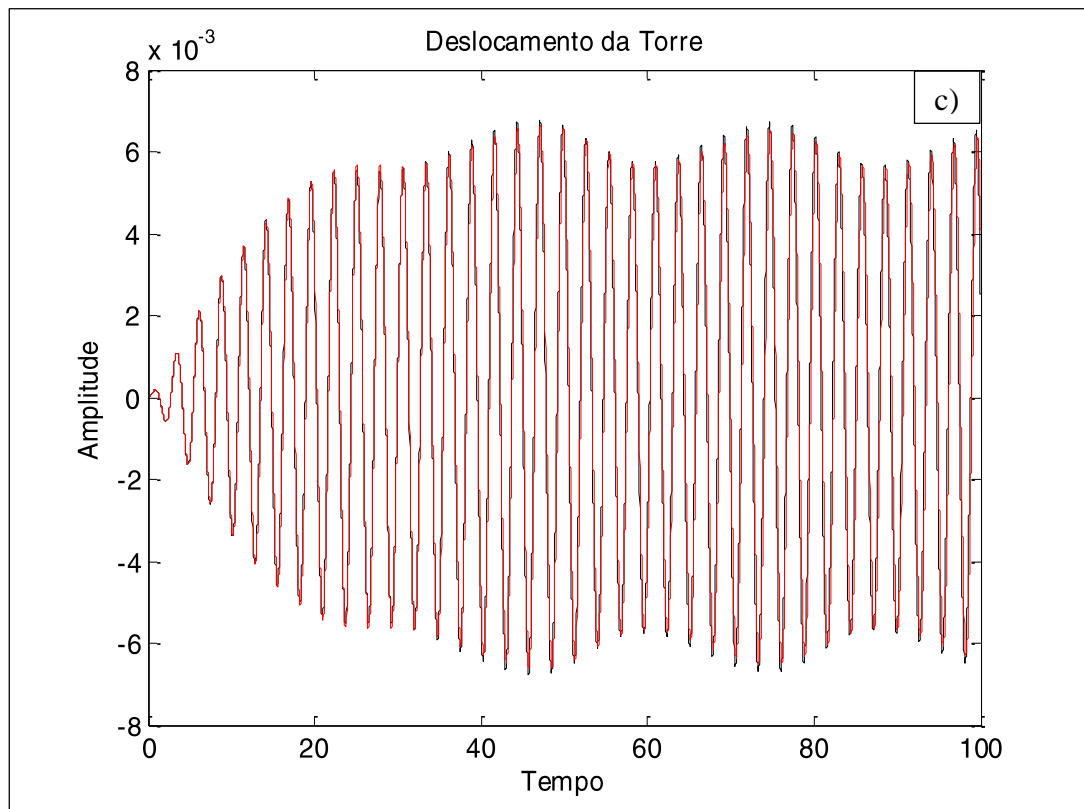
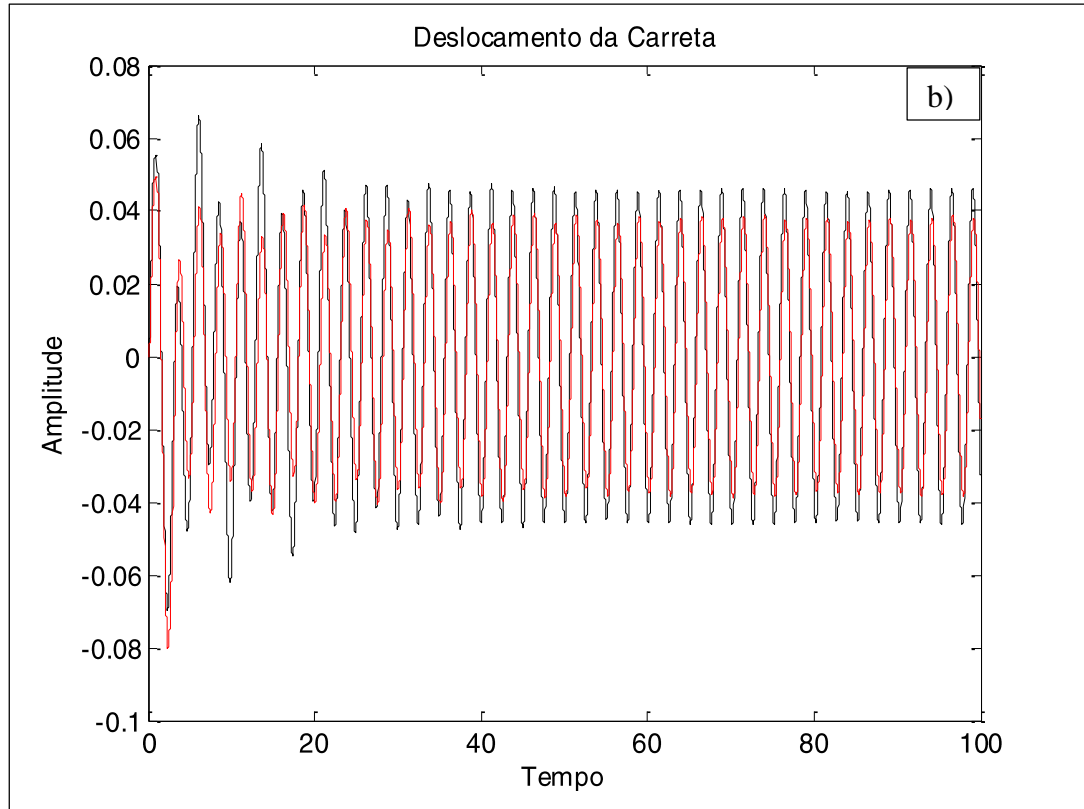
Parâmetro	Valor
$\gamma(1/m^2)$	800
$\beta(1/m^2)$	1000000
$\lambda$	1.0
$n$	2.0

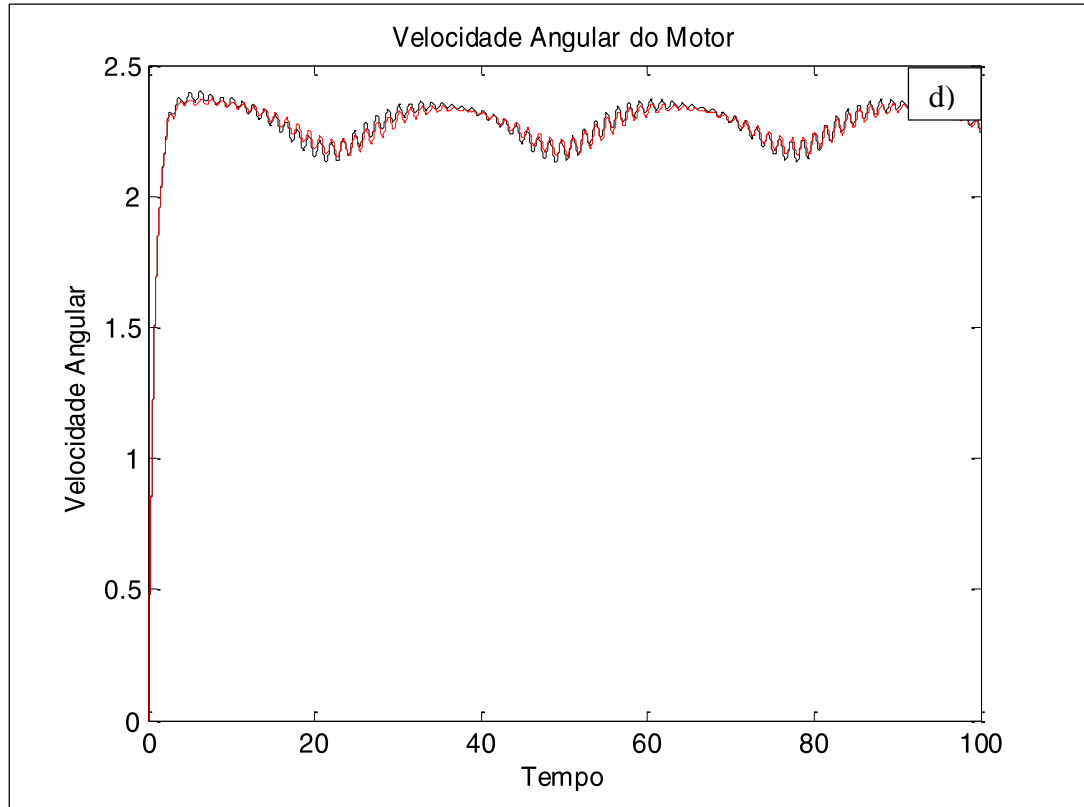
Os valores considerados na tabela 4.2, foram baseados em dados do trabalho de Tuset, A. M., Balthazar, J. M. e Felix, J. L. P. (2012).

Figura 4.2 – Resposta no domínio do tempo para o sistema com  $a=3.0$  com e sem MR







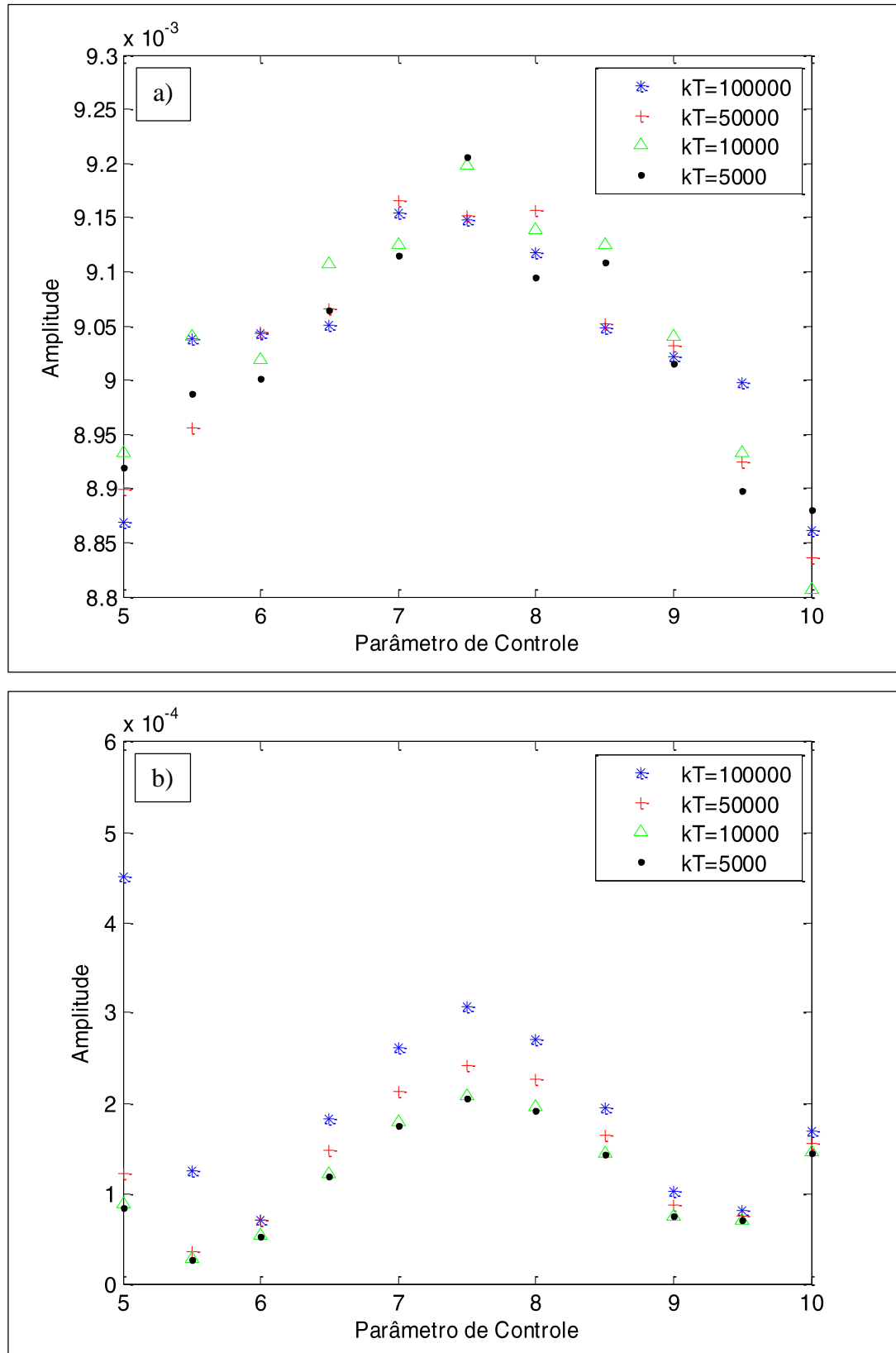


A figura anterior (Fig. 4.2) mostra os comportamentos dos deslocamentos da roda em a), da carreta em b), da torre em c) e da velocidade angular da massa desbalanceada do motor em d), sob ação da suspensão com MR, em vermelho em comparação com a resposta sem amortecedor MR em preto. Verifica-se que, em relação à figura 4.1 a adição da suspensão com MR reduz sensivelmente as amplitudes de movimento de cada componente do sistema, tendo uma menor influência, em relação aos outros componentes, sobre o deslocamento da roda, como já era esperado. Verificando-se que a maior influência é sobre o deslocamento da carreta, o que satisfaz os objetivos propostos, já que a proposta é a redução das amplitudes da carreta e da torre.

#### 4.2 Influência da rigidez $k_T$ e amortecimento $c_T$ torcionais

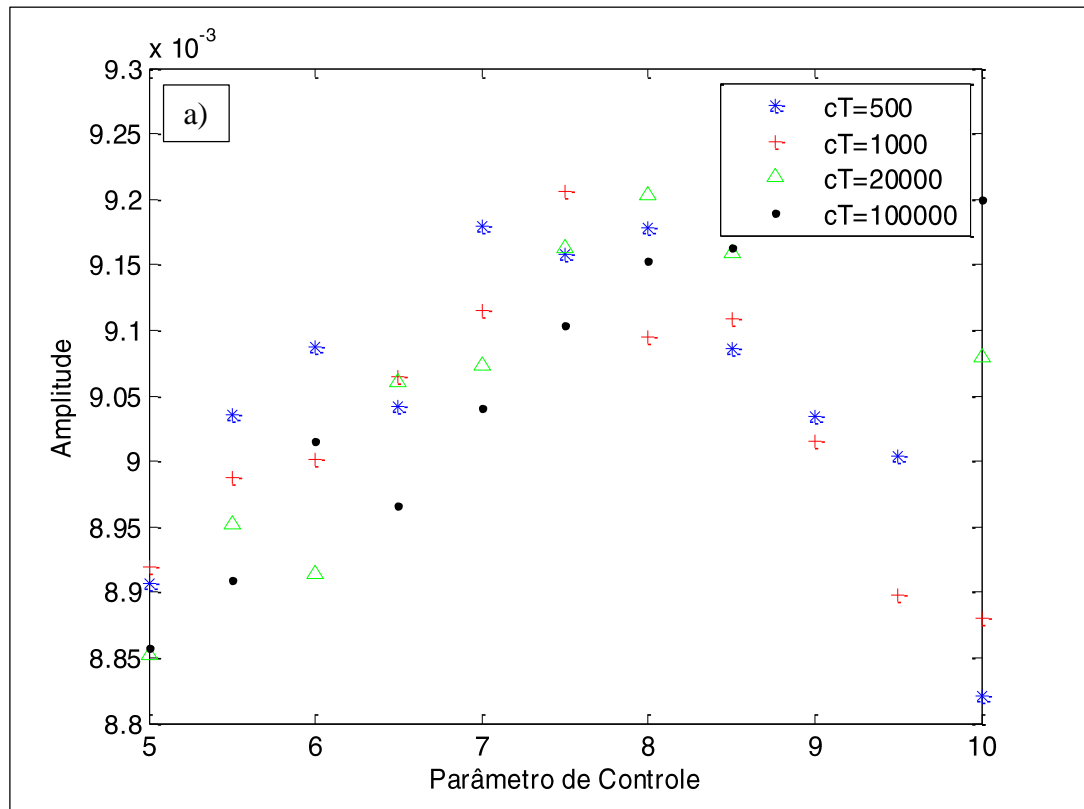
A seguir são apresentadas as respostas das amplitudes de oscilações em curvas de ressonância para observar a influência da rigidez  $K_T$  e do amortecimento  $C_T$  sobre as respostas das massas da carreta  $m_2$  e concentrada no topo da torre  $m_3$ , respectivamente, como função da corrente elétrica aplicada ao motor (parâmetro de controle).

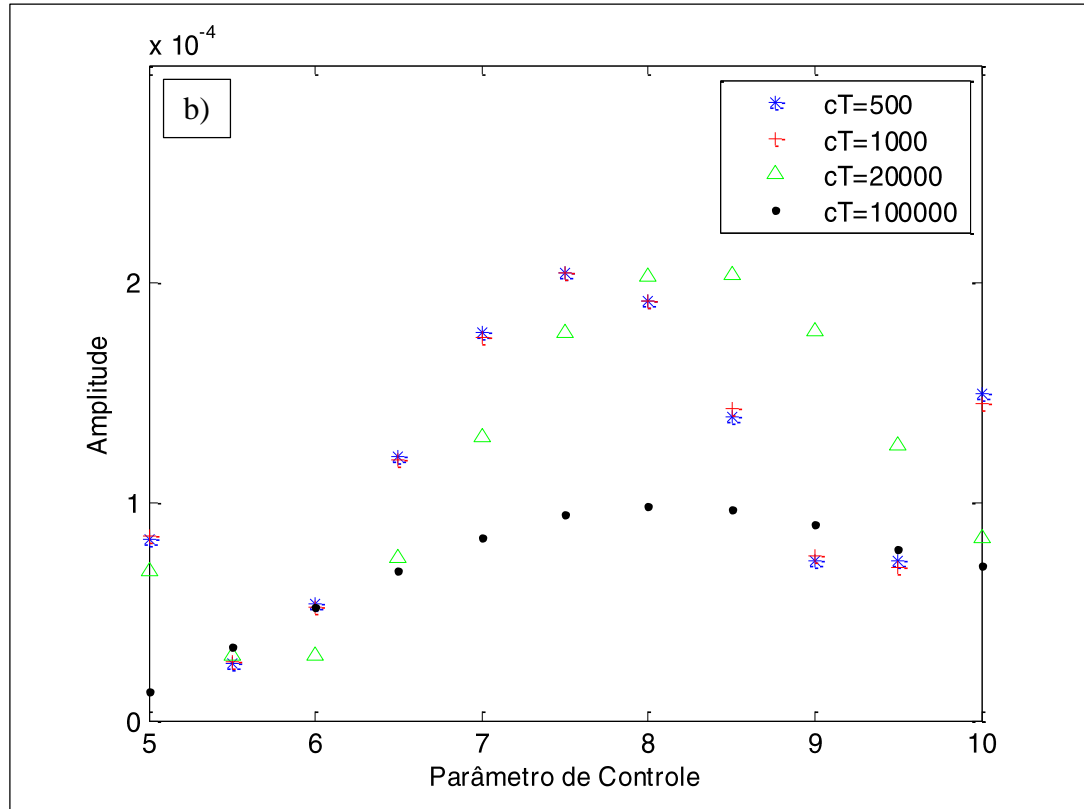
Figura 4.3 – Curvas de ressonância da influência de  $k_T$  sobre a carreta e torre



A figura 4.3 mostra a influência da rigidez torcional no deslocamento da carreta em a) e na massa concentrada em b), em função do aumento da corrente elétrica aplicada à armadura do motor. Nota-se, que  $k_T$  não exerce influência na resposta da massa da carreta, bem como na massa concentrada, já que sua oscilação é relativamente pequena, para os valores mostrados.

Figura 4.4 – Curvas de ressonância da influência de  $c_T$  sobre a carreta e torre

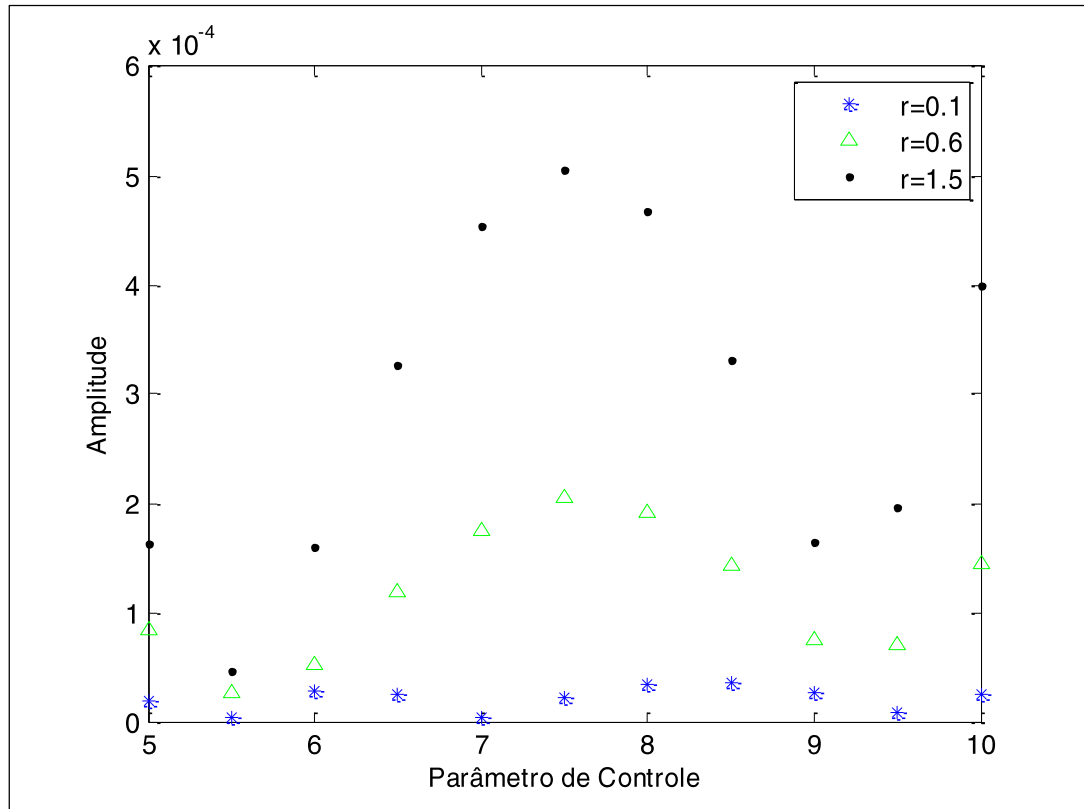




A figura 4.4 mostra a influência do amortecimento torcional no deslocamento da carreta em a), e na massa concentrada em b), em função do aumento da corrente elétrica aplicada à armadura do motor. Nota-se, que  $c_T$  já não exerce influência sobre as respostas da carreta e concentrada. Com o emprego da suspensão com MR, a rigidez e o amortecimento torcionais já não exercem influência significativa sobre o sistema.

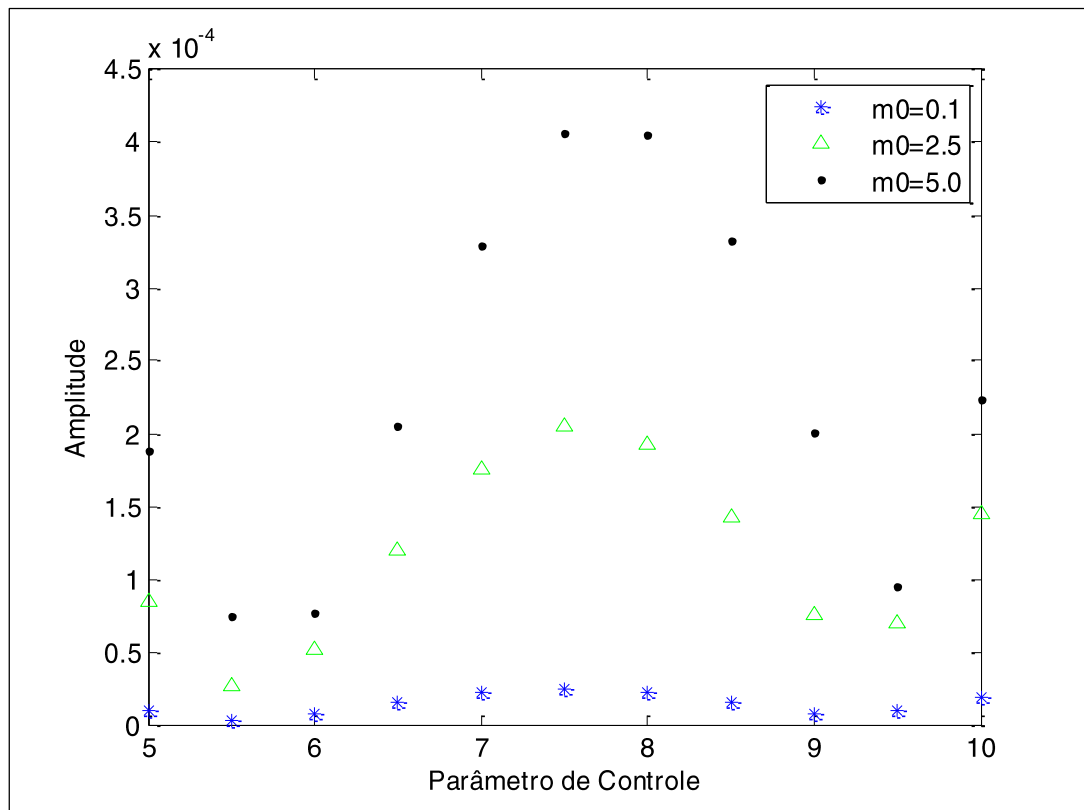
### 4.3 Influência do desbalanceamento $r$ e $m_0$

O raio do motor e a massa  $m_0$  representam um possível desbalanceamento das pás dos ventiladores do pulverizador. As figuras a seguir (Figs. 4.5 e 4.6) mostram a influência do raio  $r$  e da massa desbalanceada  $m_0$ , sobre a massa concentrada da torre.

Figura 4.5 – Curvas de ressonância da influência de  $r$  sobre a massa  $m_3$ 

A figura 4.5 mostra três valores diferentes para o raio  $r$  e a resposta da massa concentrada no topo da torre  $m_3$ . É possível verificar que com o aumento do desbalanceamento, há um aumento substancial da amplitude de oscilação de  $m_3$ .

Figura 4.6 – Curvas de ressonância da influência de  $m_0$  sobre a massa  $m_3$



A figura acima (Fig. 4.6) mostra o comportamento da massa concentrada  $m_3$  sob a influência de três diferentes valores de  $m_0$ . Bem como com  $r$ , há um aumento das amplitudes de oscilação da massa  $m_3$  com o aumento da massa  $m_0$ , o que já esperado.

A presente seção do trabalho mostra a importância de se considerar o motor elétrico no topo da torre para que seja possível verificar a influência de um possível desbalanceamento nas pás dos ventiladores do pulverizador.

## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho foi empregada uma suspensão veicular com Magneto Reológico (MR), mais a adição de um motor elétrico desbalanceado no topo da torre de um modelo *Quarter-car* que representa a estrutura de um pulverizador de pomares, com o objetivo de reduzir os movimentos verticais principalmente da carreta ou chassi, e também os movimentos angulares da torre.

O emprego do amortecedor MR mostrou-se eficiente para o principal fim ao qual foi empregado: reduzir as amplitudes de oscilação tanto da carreta ou chassi ( $m_2$ ), quanto da torre

( $m_3$ ). Verifica-se claramente que houveram reduções de amplitudes, todavia em alguns componentes do sistema, esta redução foi mínima, como pode ser notado, para a roda, e também para a torre. Este fato pode ser justificado devido ao amortecedor com MR sofrer forte influência de uma corrente elétrica externa, a qual foi considerada como sendo constante neste trabalho.

Já a análise do motor elétrico desbalanceado mostrou que as amplitudes da massa  $m_3$  são fortemente influenciadas por um possível desbalanceamento das pás dos ventiladores do pulverizador.

### 5.1 Sugestões para trabalhos futuros

Por se tratar de um primeiro estudo acerca do emprego de uma suspensão veicular com MR no sistema pulverizador torre, cabe citar algumas sugestões de trabalhos futuros subsequentes a este, como segue:

Adicionar um amortecedor com tipo adequado, não somente na suspensão, mas também na junção  $P$  da estrutura da torre.

Controlar a corrente elétrica aplicada à bobina do amortecedor MR.

Analisar a resposta do sistema sob diferentes excitações na superfície do terreno como Harmônica, Transiente, aleatória, etc.

Por fim, propor um novo modelo expandido do tipo *middle-car* ou meio veículo para o sistema real

## REFERÊNCIAS

BELUSSO, C. L. M. **Análise de Estabilidade do Modelo Não Linear de um Pulverizador Agrícola do Tipo Torre**. 2011. 123 p. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Modelagem Matemática, Ijuí, 2011.

BOMBARD, A. J. F., JOEKES, I., KNOBEL, M. Avaliação de um Fluido Magneto-reológico em Amortecedor Protótipo, Magneto-reômetro e Magnetômetro. **Society of Automotive Engineers**. 2000.

CARLSON, J. D. Controlling Vibration with Magnetorheological Fluid Damping. **Lord Corporation**. Feb. 2002. Disponível em: <<http://www.sensorsmag.com/sensors/electric->



magnetic/controlling-vibration-with-magnetorheological-fluid-damping-999>. Acesso em: 10 set. 2013.

CARLSON, J. D., SPENCER JR., B. F., Magneto-rheological Fluid Dampers: Scalability and Design Issues for Application to Dynamic Hazard Mitigation. **Proc. 2<sup>nd</sup> Workshop on Structural Control: Next Generation of Intelligent Structures**, p. 99-109, 1996.

CHEN, Z. Q., WANG, X. Y., KO, J. M., NI, Y. Q., SPENCER, B. F. Jr., YANG, G. MR Damping System on Dongting Lake Cable-Stayed Bridge. **National Natural Science Foundation of China**, 2003.

DA COSTA, E. L. M. **Construção de Um Dispositivo Amortecedor Magnetoreológico para uma Suspensão Activa**. 2008. 43 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Electrotécnica e de Computadores) – Universidade Técnica de Lisboa, Instituto Superior Técnico, 2008.

DU, H., LAM, J., CHEUNG, K. C., LI, W., ZHANG, N. Direct Voltage Control of Magnetorheological Damper for Vehicle Suspensions. **Smart Materials and Structures**. Vol. 22, p. 1-13, 2013.

DOICO, C. M. **Dinâmica de um Pulverizador Torre com Suspensão Veicular: Um Enfoque do Método da Média**. 2011. 80 p. Dissertação (Mestrado em Modelagem Matemática) – Universidade Regional do Noroeste do Estado do Rio Grande do Sul, Ijuí, 2011.

GANDHI, F., WANG, K. W., XIA, L. Magnetorheological Fluid Damper Feedback Linearization Control for Helicopter Rotor Application. **Smart Materials and Structures**. Vol. 10, p. 96-103, 2001.

ISMAIL, M., IKHOUANE, F., RODELLAR, J. The Hysteresis Bouc-Wen Model, a Survey. **Arch Comput Methods Eng**. Vol. 16, p. 161-188, 2009.

JANSEN, L. M., DYKE, S. J. Semi-Active Control Strategies for MR Dampers: A Comparative Study. **ASCE Journal of Engineering Mechanics**. Vol. 126, nº 8, p. 795-803, 2000.

KCIUK, M., TURCZYN, R. Properties and Application of Magnetorheological Fluids. **Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering**, Vol. 18, p. 127-130, 2006.

KIM, JUNG-HOON, OH, JUN-HO. Development of an Above Knee Prosthesis using MR Damper and Leg Simulator. **International Conference on Robotics & Automation**. p. 3686-3691, 2001.

KOTINDA, G. I., JÚNIOR, V. S. Estruturas Inteligentes: Fluido Magneto Reológico. **13º POSMEC – Simpósio do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Mecânica**. Universidade Federal de Uberlândia – FEMEC. Uberlândia, 2003.

LAM, H. F., LIAO, W. H. Semi-Active Control of Automotive Suspension Systems with Magnetorheological Dampers. **Smart Structures and Materials 2001: Smart Structures and Integrated Systems**. SPIE. Vol. 4327, p. 125-136, 2001.

LEE, HWAN-SOO, CHOI, SEUNG-BOK. Control and Response Characteristics of a Magneto-Rheological Fluid Damper for Passenger Vehicles. **Journal of Intelligent Material System and Structures**. Vol. 11, p. 80-87, 2000.

LIAO, W. H., WANG, D. H. Semiactive Vibration Control of Train Suspension Systems via Magnetorheological Dampers. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**. Vol. 14, p. 161-172, 2003.

LIMA, A. S. **Identificação Experimental de um Sistema Magneto-reológico**. 2011. 105 p. Tese (Doutorado em Ciências em Engenharia Mecânica) - Universidade Federal do Rio de Janeiro, COPPE, Rio de Janeiro, 2011.

MILECKI, A., SEDZIAK, D. The Use of Magnetorheological Fluid Dampers to Reduce Servo Drive Velocity Jumps due to Load Changes. **Journal of Intelligent Material Systems and Structures**. Vol. 16, p. 501-510, 2005.

NI, Y. Q., YING, Z. G., WANG, J. Y., KO, J. M., SPENCER JR, B. F., Stochastic Optimal Control Of Wind-Excited Tall Buildings Using Semi-Active MR-TLCDs. **Probabilistic Engineering Mechanics**, p. 269-277, 2004.

PALACIOS FELIX, J. L. **Teoria de Sistemas Vibratórios Aportricados Não Lineares e Não Ideais**. 2002. 205 p. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) - Universidade Estadual de Campinas, Faculdade Engenharia Mecânica, Campinas, 2002.

PESTANA, I. G. **Controle de Vibrações em Engenharia Civil – Amortecedor de Colunas de Líquido Sintonizado**. 2012. 93 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Civil – Perfil Estruturas) – Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologias, 2012.

SARTORI, S. Jr., BALTHAZAR, J. M., PONTES, B. R. Nonlinear Dynamics of an Orchard Tower Sprayer Based on a Double Inverted Pendulum Model. **19<sup>th</sup> International Congress of Mechanical Engineering**, Brasilia, 2007.

SARTORI, SERGIO Jr. **Modelagem Matemática e Análise Dinâmica da Torre de um Pulverizador de Pomares**. 2008. 150 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Mecânica) – Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, Bauru, 2008.

SARTORI, S. Jr., BALTHAZAR, J. M., PONTES, B. R. Non-linear Dynamics of a Tower Orchard Sprayer Based on an Inverted Pendulum Model. **Biosystems Engineering**. p. 417-426, 2009.

SHUQI GUO, ZHIGANG XIA, SHAOPU YANG, Nonlinear Vibrations of Vehicle Suspension Systems with Magnetorheological Dampers. **IEEE**. 2005.

SPENCER Jr., B. F., DYKE, S. J., SAIN, M. K., CARLSON, J. D. Phenomenological Model for Magnetorheological Dampers. **Journal of Engineering Mechanics**. Vol. 123, p. 230-238, 1997.

TUSSET, A. M. **Controle Ótimo Aplicado em Modelo de Suspensão Veicular Não-Linear Controlada Através de Amortecedor Magneto-Reológico**. 2008. 156 p. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, PROMEC, Porto Alegre, 2008.

TUSSET, A. M., BALTHAZAR, J. M., FELIX, J. L. P. On Elimination of Chaotic Behavior in a Non-ideal Portal Frame Structural System, Using Both Passive and Active Controls. **Journal of Vibration and Control**, 2012.

WANG, J., MENG, G. Magnetorheological fluid devices: principles, characteristics and applications in mechanical engineering. **Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers**, Vol. 215 Part L, p. 165-174, 2001.

WANG, J. Y., NI, Y. Q., KO, J. M., SPENCER JR, B. F. Magneto-Rheological Tuned Liquid Column Dampers (MR-TLCDs) For Vibration Mitigation Of Tall Buildings: Modelling And Analysis Of Open-Loop Control. **Computers and Structures**, p. 2023-2034, 2005.

YAO, G. Z., YAP, F. F., CHEN, G., LI, W. H., YEO, S. H., MR Damper and its Application for Semi-Active Control of Vehicle Suspension System. **Mechatronics**, Vol. 12, p. 963-973, 2002.

ZRIBI, M., KARKOUB, M. Robust Control of a Car Suspension System Using Magnetorheological Dampers. **Journal of Vibration and Control**. Vol. 10, p. 507-524, 2004.

## ANEXO A – Algoritmo utilizado no MATLAB

```

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%
%%          UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA          %%
%%          CENTRO DE TECNOLOGIAS DE ALEGRETE      %%
%%          GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA MECÂNICA      %%
%%          TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO        %%
%%
%% Aluno: Édiblu S. Cézar                          %%
%% Orientador: Dr. Jorge L. P. Felix               %%
%%
%% Programa que calcula a resposta de Pulverizador Torre com Motor %%
%% Não-Ideal e Amortecedor veicular com MR pelo Método de Runge-Kutta %%
%% Criado em 14/02/2014   Atualizado em 24/03/2014 %%
%%
%% Para simulações no "Command Window" do MATLAB utilizar:
%% [tout,xout]=ode23('torremotormr',[0 100],[0 0 0 0 0 0 0 0]);
%% figure(1),plot(tout,xout(:,1),'k'),title('Deslocamento da Roda')
%% figure(2),plot(tout,xout(:,8),'k'),title('Velocidade Angular do Motor')
%% figure(3),plot(tout,xout(:,3),'k'),title('Deslocamento da Carreta')
%% figure(4),plot(tout,xout(:,5),'k'),title('Deslocamento da Torre')
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
function [F]=torremotormrb(t,u)

u=reshape(u,max(size(u)),1);

global a

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%          Dados do Pulverizador SARTORI, S. Jr. et al, 2007          %%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
L2 = 2.4;           % m
m1 = 600;          % kg
m2 = 3250; %6500  % kg
M = 800;           % kg
k1 = 46500;        % N/m
kT = 5000;         % Nm/rad
cT = 1000;         % Nms/rad
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%          Dados do Motor Desbalanceado PALACIOS FELIX, 2002          %%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
m = 2.0;           % kg
m0 = 2.5;          % kg
r = 0.6;           % m
m3 = M + m + m0;  % kg
J = m3*(L2^2);    % kgm^2
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%          Dados do Amortecedor MR TUSSET, A. M. et al, 2012          %%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
k2 = 3610;         % N/m
c = 784;           % Ns/m
delta= 300000;    % N/m
gama= 800;        % 1/m^2
beta= 1000000;   % 1/m^2
lamba= 1.0;
n=2.0;
g=0;

```



```
F(1) = u(2);  
F(2) = f1;  
F(3) = u(4);  
F(4) = f5;  
F(5) = u(6);  
F(6) = f6;  
F(7) = u(8);  
F(8) = f7;  
F(9) = f8;
```

```
F = reshape(F,max(size(F)),1);
```