UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

MARIELLY QUEVEDO DE OLIVEIRA

COMPENSAÇÃO ATIVA DE QUALIDADE DE ENERGIA EM MEAS COM FILTRO DE KALMAN E CONTROLADOR ADAPTATIVO POR MODELO DE REFERÊNCIA

> Alegrete 2020

# MARIELLY QUEVEDO DE OLIVEIRA

# COMPENSAÇÃO ATIVA DE QUALIDADE DE ENERGIA EM MEAS COM FILTRO DE KALMAN E CONTROLADOR ADAPTATIVO POR MODELO DE REFERÊNCIA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Márcio Stefanello

Alegrete 2020 Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais).

d048c de Oliveira, Marielly Compensação ativa de qualidade de energia em MEAS com filtro de Kalman e controlador adaptativo por modelo de referência / Marielly de Oliveira. 82 p. Trabalho de Conclusão Curso (Graduação) -de Universidade Federal do Pampa, ENGENHARIA ELÉTRICA, 2020. "Orientação: Stefanello". Márcio 1. Qualidade de energia. 2. Filtragem ativa. 3. MEA. I. Título.

SEI/UNIPAMPA - 0417020 - Folha de Aprovação



SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO Universidade Federal do Pampa

# MARIELLY QUEVEDO DE OLIVEIRA

# "COMPENSAÇÃO ATIVA DE QUALIDADE DE ENERGIA EM MEAS COM FILTRO DE KALMAN E CONTROLADOR ADAPTATIVO POR MODELO DE REFERÊNCIA"

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Elétrica da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do título de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 02 de Dezembro de 2020.

Banca examinadora:

Prof. Dr. Márcio Stefanello Orientador UNIPAMPA

# SEI/UNIPAMPA - 0417020 - Folha de Aprovação Prof. Dr. Felipe Bovolini Grigoletto UNIPAMPA

# Prof. Dr. Guilherme Sebastião da Silva

# UNIPAMPA



Assinado eletronicamente por **FELIPE BOVOLINI GRIGOLETTO**, **PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 16/12/2020, às 08:43, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por **GUILHERME SEBASTIAO DA SILVA**, **PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR**, em 16/12/2020, às 16:02, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



Assinado eletronicamente por MARCIO STEFANELLO, PROFESSOR DO MAGISTERIO SUPERIOR, em 17/12/2020, às 10:26, conforme horário oficial de Brasília, de acordo com as normativas legais aplicáveis.



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site <u>https://sei.unipampa.edu.br/sei/controlador\_externo.php?</u> <u>acao=documento\_conferir&id\_orgao\_acesso\_externo=0</u>, informando o código verificador **0417020** e o código CRC **9184E454**.

Universidade Federal do Pampa, Campus Alegrete Av. Tiarajú, 810 – Bairro: Ibirapuitã – Alegrete – RS CEP: 97.546-550

Telefone: (55) 3422-8400

#### RESUMO

As aeronaves têm sofrido mudanças com o avanço da tecnologia. Aplicações que antes eram realizadas através dos sistemas mecânico, hidráulico e pneumático tem sido supridas pelo sistema elétrico, levando ao conceito more electric aircraft (MEA). Esta tecnologia implica no aumento de carga elétrica, maior consumo de energia elétrica, maior demanda por geração e qualidade de energia e o aumento de cargas não lineares. Cargas não lineares geram correntes distorcidas, que, por sua vez, comprometem a forma de onda da tensão. Isto pode causar interferências no sistema elétrico de potência, comprometendo a operação segura da aeronave. Nesse sentido, o sistema opera acima dos limites permitidos, podendo ferir pessoas ou danificar equipamentos. Este trabalho traz uma contribuição para a busca de soluções para problemas relacionados a correntes harmônicas e energia reativa que surgem devido as cargas não lineares, através do uso de um filtro ativo de potência paralelo. Para geração das correntes de referência, foi utilizado um filtro de Kalman que apresenta bom desempenho para operar no complexo sistema de potência com variação de frequência. Para rastreamento da referência, foi utilizado um controlador adaptativo com modelo de referência.

Palavras-chave: MEA, Filtros ativos de potência, qualidade de energia.

#### ABSTRACT

Aircrafts have undergone change with the advancement of technology. Applications that were previously performed trough mechanical, hydraulic and pneumatic systems have been supplied by the electrical system, leading to the more electric aircraft (MEA) concept. This tecnology implies the increase of electric load, more electric power consumption, more generation and energy quality demand, and the increase of nonlinear loads. Nonlinear loads generate distorted currents, which in turn compromise the voltage waveforms. This may cause interferences on the electric power system, compromising the proper operation of the airplane. In this sense, the system operates above the permitted limits, and may injure people or damage equipment. This paper contributes to the search for solutions to the harm related to the harmonic currents and reactive power that arise due nonlinear loads by using a parallel active power filter. For the generation of reference currents, a Kalman filter was used, which presents good performance to operate in the complex power system with frequency variation. For tracking references, it was used an adaptive controller by reference model.

Keywords: MEA, Active Power Filters, power quality.

# **LISTA DE FIGURAS**

Figura 1 – Subsistemas de energia de uma aeronave convencional	13
Figura 2 – Evolução do sistema elétrico de potência das aeronaves	14
Figura 3 – Arquitetura de SEP	15
Figura 4 – SEP com FAP alocado em diferentes partes do barramento CA	17
Figura 5 – Arquitetura 1	20
Figura 6 – Arquitetura 2	20
Figura 7 – Arquitetura 4	21
Figura 8 – Características CA de operaçã normal - 400 Hz	27
Figura 9 – Características CA de operação normal - frequência variável	27
Figura 10 – Espectro de distorção de tensão CA para regime permanente e va	ariação
de frequência	29
Figura 11 – Envelope de transitório normal de tensão para a condição de	regime
permanente	30
Figura 12 – Envelope de transitório normal de frequência para a condição de	regime
permanente	31
Figura 13 – Filtro ativo série	34
Figura 14 – Filtro ativo paralelo	35
Figura 15 – Filtro ativo série-paralelo	35
Figura 16 – Diagrama do FAP	37
Figura 17 – Estratégia de controle	38
Figura 18 – Diagrama do filtro	39
Figura 19 – Esquema do circuito utilizado neste trabalho	40
Figura 20 – Esquema da geração de referência	40
Figura 21 – Estrutura do filtro de Kalman	42
Figura 22 – Identificador de frequência	45
Figura 23 – Circuito da planta	46
Figura 24 – Diagrama de blocos do controlador utilizado	48
Figura 25 – Esquema do circuito	51
Figura 26 – Under mask do subsistema 11	52
Figura 27 – Filtro ativo de potência	52
Figura 28 – Filtro de Kalman e algoritmo para geração de referência	53
Figura 29 – Esquemático da TRU	54

Figura 30 – Desempenho de rastreamento do estimador de frequência	55
Figura 31 – Corrente do gerador	55
Figura 32 – Corrente compensada	56
Figura 33 – Corrente de referência e corrente na saída do FAP	57
Figura 34 – Tempo de acomodação dos ganhos, $\theta 1$ e $\theta 2$	58
Figura 35 – Tempo de acomodação dos ganhos, $\theta$ 3 e $\theta$ 4	58
Figura 36 – Espectro de corrente antes da filtragem, para <i>f=360 Hz</i>	59
Figura 37 – Espectro da corrente filtrada, para <i>f=360 Hz</i>	59
Figura 38 – Espectro de tensão antes da filtragem, para <i>f=360 Hz</i>	60
Figura 39 – Espectro da tensão após a filtragem, para <i>f=360 Hz</i>	60
Figura 40 – Espectro de corrente antes da filtragem, para <i>f=400 Hz</i>	61
Figura 41 – Espectro da corrente após a filtragem, para <i>f=400 Hz</i>	61
Figura 42 – Espectro de tensão antes da filtragem, para <i>f=400 Hz</i>	62
Figura 43 – Espectro da tensão após a filtragem, para <i>f=400 Hz</i>	62
Figura 44 – Espectro de corrente antes da filtragem, para <i>f=800 Hz</i>	63
Figura 45 – Espectro da corrente após a filtragem, para <i>f=800 Hz</i>	63
Figura 46 – Espectro de tensão antes da filtragem, para <i>f=800 Hz</i>	64
Figura 47 – Espectro da tensão após a filtragem, para <i>f=800 Hz</i>	64
Figura 48 – Histograma dos harmônicos da corrente	65
Figura 49 – Modelo dinâmico estável em malha fechada	72

# LISTA DE SIGLAS

- APU Auxiliar Power Unit
- ATRU Auto Transformer Rectifier Unit
- A380 Airbus 380
- B787 Boeing 787
- CA Corrente Alternada
- CC Corrente Contínua
- CPT Constant Power Theory
- CSD Constant Speed Drive
- DSP Digital Signal Processor
- EMI Interferência Eletromagnética;
- FAP Filtro Ativo de Potência
- FT Função de Transferência
- GPU Ground Power Unit
- ISG Integrated Speed Generator
- MEA More Electric Aircraft
- PCC Point of Common Coupling
- SEP Sistema Elétrico de Potência
- THD Taxa de Distorção Harmônica
- TRU Transformer Rectifier Unit
- VFG Variable Frequency Generator

# SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO	12
1.1 Objetivo	17
1.1.1 Objetivo Geral	17
1.1.2 Objetivos Específicos	18
2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	19
2.1 Seleção da Arquitetura Apropriada	19
2.2 Qualidade de Energia	24
2.2.1 Características de Energia CA – MIL-STD-707F	25
2.2.2 Limites de harmônicas recomendadas – IEEE 519	32
2.3 Filtros Ativos de Potência	33
2.3.1 Aplicação de FAPs em MEAs	36
3. METODOLOGIA	40
3.1 Filtro de Kalman	41
3.2 Sinal com Harmônicos	42
3.3 Identificação da Frequência	43
3.4 Modelagem da planta	45
3.5 Projeto do controlador	47
4. RESULTADOS	51
5. CONCLUSÃO	66
REFERÊNCIAS	67
ANEXOS	69

### 1. INTRODUÇÃO

Em uma aeronave, o combustível é convertido em energia através dos motores. A maior parte da energia é convertida em energia de propulsão para movimentar a aeronave e o restante da energia é convertida em quatro tipos de energia: mecânica, elétrica, pneumática e hidráulica, como mostrado na Figura 1. O sistema elétrico é utilizado para alimentar cargas elétricas da aeronave. O sistema pneumático é formado a partir da saída de ar do motor. Ele é empregado nos sistemas de pressurização da cabine, condicionamento de ar e proteção de congelamento da asa. O sistema mecânico é utilizado para bombeamento de combustível e óleo. Enquanto que o sistema hidráulico é aplicado na maioria dos sistemas de atuação da aeronave, controle de voo e sistemas auxiliares (Rosero *et al.*, 2007).

A estrutura de quatro sistemas de potência separados tem evoluído no decorrer do tempo e cada sistema tem se adequado a sua função. Contudo, tomando a aeronave como um único sistema elétrico de potência, ao invés dos quatro subsistemas separados, pode-se obter o aumento da eficiência do sistema (Wheeler e Bozhko, 2014).

O sistema de distribuição hidráulico por exemplo, utiliza uma válvula de sangria no motor principal que abastece a bomba de óleo. Este conjunto deteriora a eficiência dos motores principais (Buticchi, Costa e Liserre, 2017). Além disso, a remoção do sistema pneumático faz com que não seja necessário a utilização de uma válvula de ar, o que leva ao aumento da eficiência da turbina. Desta maneira, um único sistema de potência possui muitas vantagens em termos de flexibilidade e extensão de aplicação levando ao conceito MEA (do inglês *More Electric Aircraft*) (Wheeler e Bozhko, 2014).



Figura 1 - Subsistemas de energia de uma aeronave convencional

O MEA utiliza tecnologias que reduzem os custos de operação e manutenção, além da diminuição do consumo de energia não propulsiva e de gasto de combustível. Os sistemas elétricos são mais pesados do que os sistemas convencionais, devido aos pesados equipamentos eletrônicos e *drives*. Contudo, sistemas elétricos são mais eficientes em termos energéticos, principalmente porque perdas em cabeamento elétrico são reduzidas em relação aos sistemas hidráulicos e pneumáticos (Guerreiro, Pomilio, José Antenor e Busarello, 2013).

Outro benefício desta tecnologia é a confiabilidade. Na arquitetura atual a proteção contra gelo na asa e o sistema de controle de temperatura ambiental são supridos pelo sistema pneumático. Na arquitetura MEA esses sistemas são alimentados eletricamente (Rosero *et al.*, 2007).

Os investimentos e pesquisas aplicados na tecnologia MEA levaram a evolução do sistema elétrico de potência empregado nas aeronaves. A Figura 2 mostra o aumento de carga elétrica das aeronaves ao longo do tempo.



Figura 2 - Evolução do sistema elétrico de potência nas aeronaves

Os primeiros sistemas elétricos de potência (SEP) aeronáuticos adotados foram sistemas de geração CA com frequência constante. Nestes sistemas é utilizado uma unidade denominada gerador de acionamento integrado (do inglês *Integrated Drive Generator* ou IDG) que aciona o gerador a uma velocidade constante apesar da turbina operar com velocidade variável. O IDG é basicamente uma caixa de engrenagens. Esta unidade é a integração entre o gerador e uma unidade de velocidade constante (UVC). Diversas aeronaves implementaram sistemas IDG, como a A320, A330, A340, B747, B757, B767 e B777 (Madonna, Giangrande e Galea, 2018). O padrão de tensão deste SEP era de 115/200V com frequência de 400 Hz (Guerreiro, Pomilio, José Antenor e Busarello, 2013).

A fim de simplificar o sistema de geração, a caixa de engrenagens de velocidade constante deixou de ser utilizada. Assim, a geração com frequência constante foi substituída pela geração em frequência variável. O A380 e o B787 são exemplos de aeronaves que adotaram este tipo de geração. (Guerreiro, Pomilio, José Antenor e Busarello, 2013).

O sistema de distribuição elétrico de uma aeronave deve ser capaz de transferir energia das fontes geradoras aos equipamentos de consumo da aeronave.

Fonte: Obtido de (Guerreiro, Pomilio, José Antenor e Busarello, 2013)

Existem duas principais fontes de energia em um MEA: geradores acionados por motores e o gerador auxiliar acionado pela APU (ou unidade de potência auxiliar). Após a conversão de energia e distribuição, a energia elétrica gerada pelas fontes abastece as cargas (Chen, Wang e Chen, 2018).

Cada vez mais os sistemas elétricos estão substituindo os sistemas mecânicos, hidráulicos e pneumáticos. Dessa maneira, faz-se necessário um sistema de potência elétrico complexo, devido a alta capacidade elétrica requerida (Chen, Wang e Chen, 2018). A arquitetura do SEP aeronáutico utilizada neste trabalho pode ser vista na Figura 3.



Fonte: Adaptado de (Chen, Wang e Chen, 2018)

Em uma aeronave existem diversas cargas não lineares conectadas ao seu SEP, sendo a maioria cargas CC. Nestas cargas se incluem principalmente os conversores estáticos (IEEE Power and Energy Society, 2014). Estas cargas são conectadas no barramento de alta tensão 270 V CC ou no barramento de 28 V CC. Algumas destas cargas são conectadas e controladas através de conversores CC, sendo classificadas como cargas de potência constante (do inglês, *constant power* ou CP), cargas de corrente constante (do inglês, *constant current* ou CC) e cargas de tensão constante (do inglês, *constant voltage* ou CV). (Guerreiro, Pomilio, José Antenor e Busarello, 2013).

Na ATRU (do inglês, Auto Transformer Rectifier Unit) há a conversão de tensão de 230 V CA para 270 V CC por meio de um conversor 12 pulsos com transformador na configuração Y-D/Y. As cargas CC são conectadas aos

barramentos de 270 V CC e 28 V CC. Nesse sentido, a corrente absorvida pelas cargas CC tem influência sobre a qualidade de energia no lado do barramento CA (Guerreiro, Pomilio, José Antenor e Busarello, 2013).

Cargas não lineares acabam modificando a forma senoidal da corrente, e assim distorcendo a tensão, ocasionando fluxo de correntes harmônicas. O fluxo de correntes harmônicas no lado CA do sistema pode gerar interferências com circuitos de comunicação e outros equipamentos, além de aumentar as perdas e o aquecimento nos dispositivos da aeronave (IEEE Power and Energy Society, 2014).

Nos sistemas de frequência variável, as harmônicas são múltiplas da frequência do sistema. Nesse sentido, variações de frequência de 360 Hz a 800 Hz resultam em componentes harmônicas de ordem *n*, desde 360*n* Hz a 800*n* Hz (Guerreiro, Pomilio, José Antenor e Busarello, 2013).

O controle de correntes harmônicas pode ser realizado através de um filtro ativo de potência (FAP) paralelo alocado próximo dos geradores síncronos, como mostra a Figura 4. Filtros ativos são circuitos compostos de dispositivos ativos, isto é, chaves semicondutoras. Estes dispositivos podem ser controlados de modo que atuem como geradores de harmônicos de corrente ou tensão (Sood, 2004). Diferentes topologias e técnicas de controle foram propostas para sua implementação. Os filtros ativos são superiores aos passivos em temos de flexibilidade ao passo que pode-se compensar diferentes problemas de qualidade de energia, alterando os algoritmos de geração, de referência e de controle (Sood, 2004). Além disso, filtros passivos para compensação de harmônicos de corrente não são adequados em aplicações que apresentam variação de frequência numa ampla faixa de valores.



Figura 4 - SEP aeronáutico com FAP alocado em diferentes partes do barramento CA

Para utilização do FAP é necessário sintetizar referências para as correntes de compensação. Tem-se flexibilidade para gerar referências para compensar todas as harmônicas, apenas algumas harmônicas (compensação seletiva), desequilíbrios de corrente ou componentes reativas de corrente. Pode-se inclusive compensar todas essas quantidades concomitantemente. Tudo depende do algoritmo de geração de referências e da capacidade do controlador possuir banda passante para sintetizar as referências de corrente.

A geração de referências envolve o uso de uma PLL ou outras técnicas para a extração das componentes de tensão e frequência no ponto de conexão. Neste trabalho utilizou-se o Filtro de Kalman dado o seu desempenho, visto que ele é usado para identificação de componentes de sinais num sistema complexo, onde a frequência varia numa ampla faixa e numa elevada taxa de variação. Normas preveem uma variação de até 250 Hz/s.

#### 1.1 Objetivo

#### 1.1.1 Objetivo geral

Fonte: Adaptado de (Chen, Luo e Chen, 2012)

Compensar problemas de qualidade de energia de acordo com as normas MIL-STD-704 e IEEE Std 519 usando um filtro ativo de potência (FAP) em um SEP aeronáutico.

# 1.1.2 Objetivos específicos

Sintetizar as correntes de referência através de um controlador adaptativo por modelo de referência; Compensar os problemas de qualidade de energia via FAP, mesmo ante a ampla variação de frequência do sistema; Obtenção de um FAP cujos níveis de desempenho e estabilidade, em termos de controle, sejam adequados aos requisitos da aplicação.

# 2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

#### 2.1 Seleção da Arquitetura Apropriada

Existem algumas arquiteturas de SEP que são potencialmente aplicáveis aos MEAs. Em Chen et al. (2018) são descritas algumas das principais arquiteturas.

- a. Arquitetura 1: SEP CA com Frequência Constante (115 /200 V, 400 Hz);
- b. Arquitetura 2: SEP híbrido CA/CC (115 V/360-800 Hz e 270 V CC);
- c. Arquitetura 3: SEP híbrido de alta tensão CA e alta tensão CC (230 V/360-800 Hz e ±270 V CC);
- d. Arquitetura 4: SEP de alta tensão CC puro (±270 V CC);

A Arquitetura 1 tem sido utilizada em aeronaves comerciais (A320 e B737) desde 1960. Ela é composta de uma tensão de barramento de 115 V CA a uma frequência de 400 Hz e 28 V CC. A frequência constante é obtida através de uma unidade de velocidade constante (do inglês contant speed drive ou CSD), cuja função é converter a energia do eixo do motor de variável para constante. As cargas CA são diretamente alimentadas pelo barramento CA, enquanto o barramento CC é utilizado para alimentar as cargas de baixa potência (Chen, Wang e Chen, 2018). Esta estrutura pode ser vista na Figura 5.



Fonte: Adaptado de (Chen, Wang e Chen, 2018)

A unidade retificadora do transformador (do inglês, *transformer rectifier unit* ou TRU) é empregada para converter potência CA em potência 28 V CC em virtude da sua simplicidade e confiabilidade (Lee, 1972). A TRU é um retificador não controlado. A bateria é utilizada como fonte de energia de emergência e para alimentar cargas CA através dos inversores CC/CA (Chen, Wang e Chen, 2018).

Na Arquitetura 2, o CSD é removido e o gerador é conectado ao motor. Esta arquitetura é adotada por aeronaves como F22, F35 e A380 e pode ser vista na Figura 6.





A remoção do CSD resulta em frequência variável, tipicamente entre 360 e 800 Hz. Logo, para obter a frequência constante de 400 Hz é necessário empregar conversores CA/CA. O barramento CC utiliza 270 V CC porque este padrão de tensão pode ser obtido através da retificação da tensão 115 V CA pelo auto-TRU (ATRU). Além disso, a utilização de 270 V CC permite a redução de peso do sistema (Chen, Wang e Chen, 2018).

A Arquitetura 3 é similar a segunda, mas o nível de tensão do barramento CA primário é aumentado de 115 V CA para 230 V CA (Chen, Wang e Chen, 2018), conforme mostra a Figura 3.

A Arquitetura 4 faz distribuição de energia CC. A tensão 270 V CC é obtida através de diodos retificadores. Ao ser comparada com outras arquiteturas, percebese redução de peso do sistema e redução de cargas elétricas por causa da eliminação dos blocos de conversão (Chen, Wang e Chen, 2018). A Figura 7 mostra a Arquitetura 4.



Fonte: Adaptado de (Chen, Wang e Chen, 2018)

A redução de peso possui impacto direto no desempenho da aeronave e eficiência de combustível. Além da redução de peso, outros aspectos são avaliados, incluindo geração de tensão, sistema de fiação, operação no solo, sistema de conversão de potência e complexidade na integração de fontes alternativas de energia (Chen, Wang e Chen, 2018).

Em relação à geração de tensão, a remoção da CSD presente na Arquitetura 1 apresenta vantagens em relação a redução de peso e aumento da eficiência do sistema (Chen, Wang e Chen, 2018). Em relação ao sistema de fiação, dobrando o nível de tensão há redução do peso de cabeamento em aproximadamente 35% do peso de referência (Brombach *et al.*, 2012). Estudos realizados por Chen et al. (2018) baseado na bibliografia de Brombach et al. (2012) mostram que o peso total de cabeamento das arquiteturas 3 e 4 são menores que os das arquiteturas 1 e 2.

No que se refere a operação no solo, é importante considerar se alguma mudança radical no sistema elétrico de potência da aeronave poderia afetar a integração da aeronave na infraestrutura do aeroporto (Chen, Wang e Chen, 2018). Nos casos em que os motores estão desligados e é preciso suprir as cargas elétricas da aeronave, podem ser utilizadas duas abordagens: a APU ou utilizar a unidade de energia terrestre (do inglês *Ground Power Unit* ou GPU). A escolha da APU possui algumas desvantagens como a baixa eficiência, alto consumo de combustível e alta emissão de ruído assim, em alguns aeroportos a utilização da APU não é permitida (Chen, Wang e Chen, 2018).

No entanto, levando em conta que as aeronaves possuem conectores que permitem que o sistema externo forneça energia ao sistema elétrico de potência, o GPU pode ser utilizado no lugar da APU (Chen, Wang e Chen, 2018). Em uma aeronave com tensão acima de 115 V CA é necessário de transformadores para conectar ao GPU. Nesse sentido, os aeroportos teriam que aplicar mais investimentos para utilização dos transformadores extra. Como não é possível obrigá-los a tais investimentos, as arquiteturas 3 e 4 necessitam que um transformador elevador fosse instalado internamente para que assim a aeronave pudesse ser diretamente conectada ao GPU e isso aumentaria o peso total do sistema (Chen, Wang e Chen, 2018).

No que diz respeito ao sistema de conversão de potência, a maioria das cargas elétricas a bordo são alimentadas por fontes de alimentação comutadas internamente. A maior parte do peso do SEP se deve aos conversores (cerca de metade do peso) e os tipos de conversores dependem fortemente da tensão a ser abastecida (Chen, Wang e Chen, 2018). Para os SEPs das aeronaves com barramento CA, conversores com entradas ou saída CA são usualmente

necessários. A fim de limitar harmônicos de corrente e tensão, é necessário a filtragem no lado CA dos conversores. A adição de elementos de filtragem aumenta o peso e a complexidade do sistema. Por conseguinte, a densidade de energia dos conversores com entrada ou saída CA são menores que os conversores CC/CC (Chen, Wang e Chen, 2018).

Nas arquiteturas de aeronaves convencionais (Arquitetura 1 e Arquitetura 2), a conversão entre a geração de energia e as cargas consiste em um ou dois conversores em série. Nestas arquiteturas a redução de peso é obtida apenas no lado da carga. (Chen, Wang e Chen, 2018). Com a utilização da Arquitetura 4, não são necessários utilizar conversores CA/CA nem a TRU para a conversão de energia CA de frequência variável para frequência constante e 28 V CC. Conversores CC operam com frequência de comutação alta, podendo aumentar a densidade de energia. Além disso, os conversores CC/CC podem ser projetados como bidirecionais, assim a energia da bateria pode fluir para a barra primária. A quantidade de conversores de potência na Arquitetura 4 é menor que das arquiteturas 1 e 3 pois nestas, o uso de diodos na TRU faz necessário conversores CC/CA. Como resultado, percebe-se significante redução de peso na Arquitetura 4.

O sistema elétrico de potência da arquitetura escolhida para análise deve garantir a integração das fontes de energia alternativa com o SEP da aeronave sem aumento significativo do peso do sistema. Estudos realizados por Oliver et al. (2009) e Shin et al. (2012) identificam a arquitetura mais apropriada da combinação híbrida de fontes alternativas de energia em termos de eficiência, custo, confiabilidade, tolerância a falhas e tamanho. As arquiteturas 2 e 4 são mais adequadas para integração das fontes alternativas de energia. A saída dessas fontes são na maioria CC e podem ser conectadas no barramento CC da Arquitetura 2 e Arquitetura 4 através dos conversores CC/CC. Em contrapartida, se os conversores forem conectados no barramento CA, é necessário adicionar conversores CC/CA , levando ao aumento dos sistemas de conversão de potência (Chen, Wang e Chen, 2018).

Das arquiteturas abordadas, as que são mais promissoras para MEAs são a Arquitetura 3 e Arquitetura 4. Isso é principalmente porque o uso de alto nível de tensão está ligado à redução do peso da aeronave. Para determinar qual delas é a mais adequada, é realizada a comparação das suas características de estabilidade. A maioria das pesquisas atuais adotaram métodos de pequenos sinais, baseados ou no teorema de autovalor ou critério de impedância Middle Brook's para analisar a estabilidade do SEP das aeronaves. Com uma análise de estabilidade de pequenos sinais conclui-se sobre a estabilidade apenas para um ponto de operação do sistema sob análise. A estabilidade geral do sistema dificilmente consegue ser garantida sob grandes distúrbios, isto é, partida do sistema, sistema sob falta e grande derreamento de carga. É recomendado que a arquitetura com maior região de estabilidade seja utilizada (Chen, Wang e Chen, 2018). Dessa maneira, foi selecionada a Arquitetura 3 para ser abordada neste trabalho.

#### 2.2 Qualidade de Energia

As características de qualidade de energia do sistema devem obedecer aos padrões elétricos de aeronaves militares MIL-STD-704F e IEEE Std.519.

O objetivo do MIL-STD-704F é garantir compatibilidade entre o sistema elétrico da aeronave, energia externa e equipamentos de utilização aérea. Esta norma prevê os requisitos necessários e as características de energia elétrica da aeronave distribuída nos terminais de entrada dos equipamentos utilizados. Interferência eletromagnética e *spikes* de tensão não são abordados pela norma. A conformidade com equipamento de utilização aérea com os requisitos e características definidos na norma são obtidos através de métodos e procedimentos de testes definidos pela MIL-HDBK-704-1 a 8 (of Defense e Defense, 2004).

Os efeitos de correntes harmônicas no sistema de potência dependem da impedância de alimentação (que determina as distorções de tensão) e do nível de curto circuito do sistema (Guerreiro, Pomilio, Jose Antenor e Busarello, 2013). Para controle das características de impedância do sistema, não devem ser acionados equipamentos passivos que afetam a característica de impedância a ponto que as distorções de tensão sejam aumentadas (IEEE Power and Energy Society, 2014).

Nos sistemas de aeronaves, o nível de curto-circuito é alto comparado a sistemas residenciais ou industriais. Cargas, cabos e banco de capacitores alteram a impedância do circuito. Algumas condições ressonantes podem aparecer devido as características indutivas da impedância de alimentação associada a dispositivos

capacitivos. Estas condições ressonantes apresentam risco ao sistema de potência, mesmo os níveis de distorções estando de acordo com a norma. A ressonância causa impacto na operação de diversos equipamentos como em máquinas elétricas, transformadores, cabos, equipamentos eletrônicos, medidores e de instrumentação (Guerreiro, Pomilio, José Antenor e Busarello, 2013).

Em máquinas elétricas, os efeitos de tensões e correntes harmônicas está relacionado ao aumento do aquecimento. Isto ocorre devido a perdas de ferro e cobre nas frequências harmônicas. Dessa maneira, há redução da eficiência da máquina e do desenvolvimento do torque. No caso dos transformadores, os harmônicos de tensão causam aumento nas perdas de ferro enquanto os harmônicos de corrente causam aumento nas perdas de cobre e no fluxo perdido. Nos cabos, há aquecimento além do esperado para o valor RMS da forma de onda, devido ao efeito skin e o efeito proximidade. Estes efeitos variam de acordo com a frequência, tamanho e espaçamento do condutor. Em equipamentos pode ocorrer operação indevida devido as distorções harmônicas. A distorção harmônica pode ocasionar deslocamento do cruzamento do zero de tensão ou ponto em que uma tensão fase-fase vira maior que outra tensão fase-fase. Os equipamentos medidores e de instrumentação são afetados em condições ressonantes devido ao EMI causado pelos altos valores de harmônicas e correntes. O controle de correntes harmônicas é realizado através de alguns métodos como: filtros de derivação, multiplicação de fases e compensação ou injeção de harmônicos (Guerreiro, Pomilio, José Antenor e Busarello, 2013).

#### 2.2.1 Características de Energia CA – MIL STD-704F

O sistema elétrico de uma aeronave consiste em uma fonte de energia principal, fontes de emergência, dispositivos de conversão de energia, dispositivos de controle e proteção e uma rede de interconexão. A fonte de energia principal é acionada através das turbinas de propulsão. As fontes de emergência são baterias, geradores acionados pelo fluxo de ar e por sistemas hidráulicos, fontes auxiliares independentes e escapes de ar das turbinas. A atuação do SEP da aeronave depende das condições de operação impostas, podendo ser operação normal, operação anormal ou operação emergencial (of Defense e Defense, 2004).

Verifica-se a operação normal quando o sistema opera na ausência de falhas ou defeitos que afetam o desempenho da aeronave. Este modo de operação inclui todas as funções necessárias pela aeronave, com exceção das condições de partida. Dessa maneira, são incluídas a comutação dos equipamentos, as mudanças de velocidade do motor primário, a sincronização e paralelismo de fontes de potência e a operação de fontes de energia externa. A operação de transferência é uma operação normal, mas na norma ela é tratada separadamente devido a interrupção de energia que produz (of Defense e Defense, 2004).

A condição de partida é uma situação normal de alimentação, associada ao funcionamento inicial do sistema. Nessa condição, os limites operacionais podem ser excedidos se forem verificadas as seguintes condições: partida elétrica das turbinas ou partida de uma unidade auxiliar de potência, através de uma bateria (of Defense e Defense, 2004).

A operação anormal do sistema ocorre quando há um defeito ou uma falha no sistema elétrico da aeronave. Dessa maneira, dispositivos de proteção operam para remover os defeitos e falhas do restante do sistema, antes que os níveis de operação anormal sejam excedidos. A fonte de energia pode operar em modo degradado, fora das condições normais de operação, mas mantendo os equipamentos no limite de operação anormal (of Defense e Defense, 2004).

Por fim, tem-se a operação de emergência. Este modo de operação é verificado após a perda do equipamento de geração principal. Neste caso, uma fonte elétrica limitada, que é independente do sistema principal, energiza um conjunto especifico de sistemas e equipamentos, para manter voo e segurança pessoal (of Defense e Defense, 2004).

Os modos de operação normal e anormal possuem alguns limites para as características de estado estacionário e características com transitórios, que podem ser vistos nas figuras 8 e 9 abaixo.

Figura 8 - Características CA de operação normal - 400 Hz

Características de regime permanente	Limites
Tensão de regime permanente	108,0 a 118,0 Volts, RMS
Desbalanço de tensão	3,0 Volts, RMSmáximo
Modulação de tensão	2,5 Volts, RMSmáximo
Diferença de fase da tensão	116° a 124°
Fator de distorção	0,05 máximo
Espectro de distorção	Figura 10
Fator de crista	1,31a1,51
Componente CC	+ 0,10 a -0,10 Volts
Frequência de regime permanente	393 a 407 Hz
Modulação de frequência	4 Hz
Características com transitório	Limites
Pico de tensão	±271,8 Volts
Transitório de tensão	Figura 11
Transitório de frequência	Figura 12

Fonte: Adaptado de (of Defense e Defense, 2004)

Figura 9 - Características CA de operação normal - frequência variável

Características de regime permanente	Limites
Tensão de regime permanente	108,0 a 118,0 Volts, RMS
Desbalanço de tensão	3,0 Volts, RMS máximo
Modulação de tensão	2,5 Volts, RMS máximo
Diferença de fase da tensão	116° a 124°
Fator de distorção	0,05 máximo
Espectro de distorção	Figura 10
Fator de crista	1,31 a 1,51
Componente CC	+0,10 a -0,10 Volts
Frequência de regime permanente	360 a 800 Hz
Modulação de frequência	4 Hz
Características com transitório	Limites
Pico de tensão	±271,8 Volts
Transitório de tensão	Figura 11
Transitório de freguência	Não exceder os valores de estado estacionário
•	de 360 a 800 Hz.
Taxa máxima de variação de frequência	250 Hz/seg

Fonte: Adaptado de (of Defense e Defense, 2004)

A tensão de estado estacionário é definida na norma, como a média do tempo da tensão RMS, em um intervalo de tempo que não ultrapasse um segundo. Já o desbalanço de tensão é a diferença máxima entre as amplitudes da tensão de fase RMS e os terminais dos dispositivos utilizados. A modulação de tensão é a variação da tensão CA em estado estacionário. As causas da modulação de tensão podem incluir variações de carga, variações de velocidade dos geradores e sistema de regulação de tensão. A amplitude da modulação de tensão é a diferença entre os valores máximo e mínimo em um período de um segundo, em condições de regime permanente. A diferença de fase da tensão é a diferença, em graus elétricos, entre as componentes fundamentais de duas fases tomadas nos cruzamentos sucessivos por zero (of Defense e Defense, 2004).

Ainda tratando-se das características em regime permanente, são parâmetros da Figura 8, a componente CC, o fator de distorção, o espectro de distorção, o fator de crista, a frequência de regime permanente e a modulação de frequência. A componente CC da tensão CA é o valor médio da tensão. O fator de distorção pode ser CA ou CC. O primeiro é a relação entre a distorção CA e o valor eficaz da componente fundamental. Já o fator de distorção CC é a relação entre a distorção CC e o valor médio no estado estacionário. O espectro de distorção quantifica a distorção CA ou CC, em termos da amplitude de cada componente espectral. Inclui as componentes da modulação de amplitude e frequência, e as componentes harmônicas (e não harmônicas) da forma de onda (of Defense e Defense, 2004). Da Figura 9, tem-se que o máximo fator de distorção admissível é de 5%.

$$FD = \sqrt{\frac{I_{RMS}^2}{{I_1}^2} - 1}$$
(1)

O espectro de distorção pode ser visto na Figura 10 abaixo. No eixo vertical direito, estão dispostos os valores eficazes equivalentes aos valores dBV (na base de 1 V – valor eficaz), que estão dispostos no eixo esquerdo. O fator de crista é o valor absoluto da razão entre o valor de pico e o valor eficaz para cada meio ciclo da forma de onda da tensão. A frequência em regime permanente é a média de tempo da frequência em um intervalo que não exceda um segundo. Por fim, a modulação de frequência é a diferença entre os valores máximos e mínimos de frequência que ocorrem em um intervalo de um minuto, nas condições de regime permanente. É uma medida da estabilidade do sistema de regulação de frequência (of Defense e Defense, 2004).



Figura 10: Espectro de distorção de tensão CA para regime permanente e variação de frequência

Fonte: Adaptado de (of Defense e Defense, 2004)

Observa-se da Figura 10 que são englobadas as componentes não harmônicas, e componentes abaixo da frequência fundamental, denominadas subharmônicas. As componentes de baixa frequência podem estar relacionadas a efeitos de regulação da amplitude fundamental, ou cargas cíclicas que perturbam a tensão.

Em relação às características com transitórios, são especificados os transitórios da tensão e da frequência. O transitório é a variação de uma grandeza elétrica que decorre de um distúrbio. Este distúrbio pode ser uma variação de carga, mudança da velocidade da turbina, ou uma interrupção na alimentação. Os transitórios podem ser menores, normais ou anormais. Os transitórios menores não excedem os limites de regime permanente. Já os transitórios normais, excedem os limites de regime permanente, mas se mantém nos limites do transitório normal. Por fim, os transitórios anormais, excedem os limites de transientes normais, em virtude de um distúrbio anormal, mas eventualmente, retornam aos limites de regime permanente. Por conseguinte, o transitório da tensão é um surto de tensão que ocorre em um intervalo de tempo muito pequeno. E o transitório da frequência é um surto de frequência que se dá em um período de tempo muito pequeno (of Defense e Defense, 2004).

Os transitórios de tensão e frequência, para o caso de regime permanente, podem ser vistos nas figuras 11 e 12 abaixo.



Figura 11: Envelope de transitório normal de tensão para a condição de regime permanente

Fonte: Adaptado de (of Defense e Defense, 2004)



Figura 12: Envelope de transitório normal de frequência para a condição de regime permanente

Fonte: Adaptado de (of Defense e Defense, 2004)

Em relação as características das carga, quando o sistema opera em condições normais ou anormais, o desbalanço de carga do equipamento, cuja potência exceda 30kVA não deve exceder 3.33% do total da carga trifásica (of Defense e Defense, 2004).

O Fator de Potência (FP) de equipamentos com mais de 500 VA deve possuir valor entre 0.85 atrasado e unitário, operando em uma taxa de corrente de carga em condição de estado estacionário de 50% ou mais (of Defense e Defense, 2004).

#### 2.2.2 Limites Harmônicos Recomendados – IEEE 519

Os limites de harmônicos são realizados para corrente e tensão. Os níveis recomendados pela norma IEEE-519 devem ser aplicados no PCC e não em partes individuais do equipamento, uma vez que as harmônicas de corrente e tensão nesses locais podem apresentar um valor mais elevado (IEEE Power and Energy Society, 2014).

A Tabela 1 abaixo mostra os valores aplicados as harmônicas de tensão, onde as frequências são integrais múltiplas da frequência fundamental.

Tensão no PCC (kV)	Harmônica Individual (%)	THD (%)
V ≤ 1kV	5.0	8.0
1 kV < V ≤ 69 kV	3.0	5.0
69 kV < V ≤ 161 kV	1.5	2.5
161 kV < V	1.0	1.5

Tabela 1 – Limites de distorção de tensão

Fonte: Elaborado pelo autor

A Tabela 2 abaixo é aplicada a usuários conectados no sistema, cuja tensão avaliada no PCC é de 120V a 69 kV.

Distorção de corrente máxima em relação a IL						
Ordem harmônica individual						
Isc/IL	3≤ <i>h</i> <11	11≤ <i>h</i> <17	17≤ <i>h&lt;</i> 23	23≤ <i>h</i> <35	35≤ <i>h</i> <50	TDD
<20	4.0	2.0	1.5	0.6	0.3	5.0
20<50	7.0	3.5	2.5	1.0	0.5	8.0
50<100	10.0	4.5	4.0	1.5	0.7	12.0
1000<1000	12.0	5.5	5.0	2.0	1.0	15.0
>1000	15.0	7.0	6.0	2.5	1.4	20.0

Tabela 2 – Limites de distorção de corrente para sistemas entre 120 V e 69 kV

Onde:

*lsc* é a corrente de curto-circuito máxima no PCC;

*ÎL* é a corrente de carga demandada máxima (componente da frequência fundamental) no PCC em condição de operação de carga normal.

### 2.3 Filtros Ativos de Potência

Filtros ativos são usados para compensação de problemas de qualidade de energia (Akagi, Watanabe e Aredes, 2006). Existem basicamente duas topologias principais: a série e a paralela.

Os FAPs do tipo série são usados para compensação de distorção de tensão. Cargas do tipo fonte de tensão, como por exemplo retificadores com filtro capacitivo, são melhor compensadas do que cargas com perfil indutivo (Akagi, Watanabe e Aredes, 2006). A Figura 13 mostra a configuração de um filtro ativo série.



Onde:

vF é a tensão do filtro;

vL a tensão no ponto de conexão das cargas.

Os FAPs do tipo paralelo são usados para compensação de harmônicas de corrente. Cargas com perfil indutivo do tipo fonte de corrente são melhor compensadas com esta configuração de filtro. A configuração do filtro paralelo pode ser vista na Figura 14.

Um filtro ativo paralelo (FAP) é basicamente um inversor de fonte de tensão (do inglês *Voltage-Source Inverter VSI*), cujo lado CC é conectado a um banco de capacitores enquanto o seu lado CA é conectado à rede através de um filtro adequado, incluindo indutores em série. Esta configuração permite que o filtro opere como um gerador de corrente controlada, injetando na rede um conjunto de formas de onda de corrente de soma nula. O FAP é capaz de prover as componentes harmônicas, reativas e desbalanceadas das correntes drenadas pela carga (Biagini *et al.*, 2010).



Onde:

iG é a corrente da rede;

iF é a corrente do filtro;

iL é a corrente de carga.

Existem topologias híbridas tanto para os FAPs série como para os FAPs paralelo, que incluem filtros passivos além dos ativos numa mesma configuração. Existem ainda FAPs que combinam as topologias série e paralelo. A configuração série paralelo pode ser vista na Figura 15 abaixo:



Fonte: Elaborado pelo autor

#### 2.3.1 Aplicação de FAPs em MEAS

O crescente emprego de cargas não lineares tem se tornado um desafio para a distribuição de energia da aeronave. Correntes harmônicas, produzidas pelas cargas não lineares acarretam problemas para a operação segura do SEP da aeronave. Dessa maneira, a fim de melhorar a qualidade de energia e confiabilidade do SEP tem-se optado pela utilização de filtros ativos de potência. A aplicação destes filtros apresenta problemas, principalmente relacionados a frequência fundamental de 400 Hz, quando a aeronave se encontra parada. O sistema de potência das aeronaves que utilizam geração VSVF, possui variação da frequência fundamental de 360 Hz a 800 Hz devido as variações da velocidade da turbina. Um FAP é considerado um dispositivo adequado para compensar desvios de qualidade de redes de energia. Nos sistemas de energia CA da aeronave, as harmônicas entre todas as faixas de frequência devem ser compensadas (Chen *et al.*, 2010).

Na teoria clássica do FAP, o desempenho de compensação depende de dois módulos de função principais: o módulo de geração de referência de corrente e o módulo de rastreamento da referência. A geração de referência consiste em um algoritmo de geração de referências, de controle da tensão do elo CC implementado geralmente por meio de um controlador PI. O rastreamento de corrente consiste em uma malha de controle. As ações de controle são implementadas em um conversor PWM (Chen *et al.*, 2010).

A seguir são apresentadas algumas topologias de FAPs reportadas na literatura.

Em Chen et al. (2010) é proposto um FAP para resolver os problemas harmônicos do SEP de um MEA. Neste trabalho há a análise de dois módulos de função principais: módulo de geração de referência e módulo de rastreamento de referência. Com isso, a estratégia de controle direto da fonte de corrente e a topologia em inversor em cascata são aplicadas no FAP (Chen *et al.*, 2010). A estrutura proposta pode ser vista na Figura 16.
Figura 16 - Diagrama do FAP



Fonte: Adaptado de (Chen et al., 2010)

O sistema proposto apresentou bom desempenho de compensação, contudo, a taxa harmônica de distorção (THD) da fonte de corrente decresceu de 167% a 6%, o que não está de acordo com o padrão militar MIL-STD 704F (Guerreiro, Pomilio, José Antenor e Busarello, 2013).

Em Odavic, Zanchetta e Sumner (2007) é proposto um filtro ativo de potência paralelo de cinco níveis com controlador de corrente preditivo e sistema de frequência variável (360 Hz a 800 Hz). Este filtro é capaz de rastrear harmônicos de corrente com baixa frequência de comutação (Guerreiro, Pomilio, José Antenor e Busarello, 2013).

O sistema proposto foi simulado para a compensação das componentes de corrente harmônica fundamental, quinta e sétima. Contudo, como o sistema não filtra harmônicas de ordem maior, o SEP não está de acordo com o padrão MIL-STD

704F (Guerreiro, Pomilio, José Antenor e Busarello, 2013). A estratégia de controle proposta pode ser vista na Figura 17.





Fonte: Adaptado de (Biagini et al., 2010)

Onde:

i(k) é a corrente é a corrente no instante k;

e(k) é a tensão de fornecimento;

v(k+1) é a tensão de fase de referência de saída.

Em Guerreiro et al. (2013) foi proposto um FAP paralelo para sistemas com velocidade e frequência variável. A variação de frequência é de 400 Hz a 800 Hz. O propósito do filtro é mitigar harmônicos de correntes, melhorar o fator de potência e reduzir os efeitos de cargas não lineares. A topologia utiliza um inversor multinível assimétrico, cuja estratégia de controle emprega a teoria de potência conservativa (do inglês, *Control Power Theory*, ou CPT). O sincronismo é realizado através de um Filtro de Kalman. Analisando os resultados de simulação, foi concluído que o filtro proposto por Guerreiro é efetivo para redução dos harmônicos de corrente, alcançando dinâmicas boas com a variação de frequência. Além disso, o SEP está

de acordo com os padrões MIL-STD-704F. A Figura 18 mostra o diagrama do filtro proposto por Guerreiro.



Figura 18 - Diagrama do filtro

Fonte: Adaptado de (Guerreiro, Pomilio, José Antenor e Busarello, 2013)

### 3. METODOLOGIA

Para o emprego do FAP paralelo é necessário a geração das referências para as correntes de compensação. Para tal, é utilizado o filtro de Kalman, uma vez que ele apresenta bom desempenho para geração da referência em sistemas robustos. A fim de sintetizar as correntes para o filtro de Kalman, é utilizado um controlador adaptativo. A Figura 19 abaixo mostra o diagrama do circuito.



Fonte: Elaborado pelo autor

A Figura 20 mostra o esquema da geração de referência, que entra no controlador.



Figura 20 – Esquema da geração de referência

Fonte: Elaborado pelo autor

Onde:

 $\dot{l}_{f}$  é a corrente no filtro.

- $i_{f}^{*}$  é a corrente de referência.
- $l_L$  é a corrente de carga.
- VL é a tensão da carga.

#### 3.1 Filtro de Kalman

As equações do filtro de Kalman foram obtidas com base no desenvolvimento apresentado em Brown e Hwang (1997) e o desenvolvimento matemático dessas equações se encontram no ANEXO A. As referências foram geradas em coordenadas trifásicas. A seguir serão apresentadas as equações mais relevantes.

Assumimos que temos uma estimativa inicial do processo em algum ponto no tempo  $t_k$  e que esta estimativa é baseada em todo o conhecimento anterior a  $t_k$ . Esta estimativa anterior será denotada por  $\hat{x}_{k-1|k}$ . Dessa maneira, a equação de filtragem é dada por Brown e Hwang (1997):

$$\hat{x}_{k+1|k} = \phi_k \hat{x}_{k|k-1} + K_k (y_k - F_k \hat{x}_{k|k-1})$$
(2)

Onde,

$$K_{k} = \phi_{k} P_{k|k-1} F_{k}^{T} (F_{k} P_{k|k-1} F_{k}^{T} + R_{k})^{-1}$$
(3)

 $K_k$  é denominado ganho de Kalman e minimiza o erro estimado médio quadrático. E a matriz de covariância dos erros de estimação do vetor  $x_{k+1}$ , calculada no instante de tempo  $t_k$ .

$$P_{k+1|k} = \phi_k P_{k|k-1} \phi_k^{T} - K_k F_k P_{k|k-1} \phi_k^{T} + \Gamma_k Q_k \Gamma_k^{T}$$
(4)

$$P_{k+1|k} \triangleq E\{(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k})(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k})^T\}$$
(5)

As condições iniciais são  $\, \hat{x}_{0|-1} \, \, \mathrm{e} \, \, P_{0|-1} \, .$ 

### 3.2 Sinal com Harmônicos

O desenvolvimento das equações do sinal com harmônicos se encontra no ANEXO B. A estrutura do filtro de Kalman está representada na Figura 21. O filtro de Kalman da tensão sintetiza a frequência da tensão no ponto de acoplamento comum (do inglês *point of common coupling* ou PCC). Já o filtro de Kalman da corrente usa a informação da frequência, que foi obtida através do filtro de Kalman da tensão, para extrair a componente fundamental da corrente de carga. A corrente de referência,  $if^*$  é dada por:

$$if^* = i_L - i_1 \tag{6}$$



Fonte: Elaborado pelo autor

Sendo vPCC a tensão no ponto comum,  $FK_{\nu}$  o filtro de Kalman da tensão, a tensão da frequência fundamental,  $\omega^*$  a frequência estimada de Kalman,  $i_L$  a corrente de carga,  $FK_i$  o filtro de Kalman da corrente,  $i_1$  a componente fundamental em fase com a tensão no PCC e  $i_f^*$  a corrente de referência, a carga subtraída da fundamental, ou seja, a corrente com harmônicos e ruído.

Para o emprego do filtro de Kalman é necessário um modelo do sistema dinâmico,  $M_i$ .

$$M_{i} = \begin{bmatrix} \cos(i\omega_{k}T_{s}) & \sin(i\omega_{k}T_{s}) \\ -\sin(i\omega_{k}T_{s}) & \cos(i\omega_{k}T_{s}) \end{bmatrix}$$
(7)

O modelo dinâmico foi feito para a fundamental e as harmônicas ímpares (3ª, 5ª, 7ª, 9ª, 11 ª e 15ª), da seguinte maneira:

$$M_{1} = \begin{bmatrix} \cos(i\omega_{1}T_{s}) & \sin(i\omega_{1}T_{s}) \\ -\sin(i\omega_{1}T_{s}) & \cos(i\omega_{1}T_{s}) \end{bmatrix}$$
(8)

$$M_{3} = \begin{bmatrix} \cos(i3\omega_{1}T_{s}) & \sin(i3\omega_{1}T_{s}) \\ -\sin(i3\omega_{1}T_{s}) & \cos(i3\omega_{1}T_{s}) \end{bmatrix}$$
(9)

•••

$$M_{15} = \begin{bmatrix} \cos(i15\omega_{1}T_{s}) & \sin(i15\omega_{1}T_{s}) \\ -\sin(i15\omega_{1}T_{s}) & \cos(i15\omega_{1}T_{s}) \end{bmatrix}$$
(10)

# 3.3 Identificação da Frequência

A frequência é atualizada constantemente, logo é necessário identificá-la. O desenvolvimento das equações pode ser obtido no ANEXO C. O modelo interno, em espaço de estados, pode ser visto abaixo.

$$\begin{bmatrix} x_{\omega 1} \\ x_{\omega 2} \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2\cos(\omega_k T_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{\omega 1} \\ x_{\omega 2} \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ K_{\omega} \end{bmatrix} e_k$$
(11)

$$y_{wk} = \begin{bmatrix} -1 & \cos(\omega_k T_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{w1} \\ x_{w2} \end{bmatrix}_k + K_w e_k$$
(12)

A implementação do modelo interno foi realizada para a fase A:

$$x\omega a = \begin{bmatrix} 0 & 1\\ -1 & 2\cos(\omega a \times Ts) \end{bmatrix} \times x\omega a + \begin{bmatrix} 0 & K_w \end{bmatrix} \times e_a$$
(13)

$$y\omega a = \begin{bmatrix} -1 & \cos(\omega a \times Ts) \end{bmatrix} \times x\omega a + K_w \times e_a$$
(14)

O cálculo do erro  $\mathcal{E}_k$  pode ser visto abaixo.

$$\varepsilon_{k} = \frac{K_{w} \operatorname{sen}(\omega_{k} T_{s}) x_{w2k} e_{k}}{[\operatorname{sen}(\omega_{k} T_{s}) x_{w2k}]^{2} + [y_{wk}]^{2}}$$
(15)

Foi implementado na simulação:

$$e_a = x_{estimva}(1) - y\omega a \tag{16}$$

Onde:

$$x_{estimva} = Phi^* x_{estimva} + Kv^* (y_{va} - x_{estimva(1)} - x_{estimva(3)} - \dots - x_{estimva(15)})$$
(17)

E a frequência é atualizada através de:

$$\omega_{k+1} = \omega_k - K_\mu \varepsilon_k \tag{18}$$

$$\omega a = \omega a - K_u (K_w sen(\omega a T s) x \omega a + \begin{bmatrix} 0 & K_w \end{bmatrix} e_a$$
<sup>(19)</sup>

Os ganhos  $K_w$  e  $K_u$  são fundamentais para a identificação da frequência. O ganho  $K_w$  tem relação com o coeficiente de amortecimento, enquanto o ganho  $K_u$  atua na taxa de convergência do identificador de frequência (Cardoso *et al.*, 2006).

A equação (19) é o modelo de um integrador e  $K_u$  é um ganho escalar. O modelo dado por (13) e (14) é atualizado através de (19). A estrutura do identificador de frequência é vista na Figura 22.





Fonte: Adaptado de (Cardoso et al., 2006)

Para um bom rastreamento da referência, é necessário sintetizar as correntes através de uma malha de controle. O sistema de controle para esta aplicação deve possuir boa capacidade de rastreamento de referências independentemente de erros de modelagem e dos distúrbios presentes no sistema. Para esta primeira etapa do trabalho foi utilizado um controlador adaptativo, pois dada a baixa ordem do sistema (primeira ordem), pode-se projetar um sistema de controle com rápida resposta transitória.

### 3.4 Modelagem da planta

A modelagem da planta foi realizada considerando que o controlador foi implementado em  $\alpha\beta0$ . Dessa maneira, foi possível modelar um sistema monofásico. A Figura 23 abaixo mostra o sistema monofásico, que é idêntico para as

fases a e b. Também é assumido que a componente O é zero, ou seja, assume-se tensões e correntes balanceadas.





Fonte: Elaborado pelo autor

Onde:

 $v_g$  é a tensão do gerador;

 $L_g$  é a indutância do gerador;

 $\mathcal{V}_{\mathcal{S}}$  é a resistência do gerador;

 $i_g$  é a corrente do gerador;

*Vf* é a tensão do filtro;

 $L_f$  é a indutância do filtro;

r f é a resistência do filtro;

 $\dot{l}_{f}$  é a corrente do filtro

 $l_L$  é a corrente de carga;

C é a capacitância do circuito.

A tensão do filtro,  $\mathcal{V}_{f}$  é a ação de controle u(k) modelada pelo conversor PWM.

O desenvolvimento das equações pode ser visto no ANEXO D. A equação da planta é da forma.

$$G(s) = \frac{if(s)}{u(s)} = \frac{b}{s+a}$$
(20)

Cuja discretização usando um amostrador retentor de ordem zero ou ZOH (do inglês zero order hold) resulta em:

$$G(z) = \frac{\frac{b}{a}\left(1 - e^{-aT}\right)}{z - e^{-aT}}$$
(21)

Onde T é o período de amostragem. A equação (21) é da forma abaixo:

$$\frac{if(z)}{u(z)} = \frac{K_p}{z - p}$$
(22)

De onde é possível encontrar o modelo em forma equação diferença:

$$if(k+1) = pif(k) + K_{p}u(k)$$
(23)

#### 3.5 Projeto do Controlador

O objetivo do controlador é fazer com que a saída da planta rastreie a saída de um modelo de referência. O modelo de referência é escolhido a fim de gerar a trajetória desejada  $if_m$ , que a saída da planta precisa seguir. O erro rastreado representa o desvio entre o valor da saída da planta e a trajetória desejada. A planta de malha fechada é produzida de uma lei de controle de realimentação comum que contém a planta, o controlador e um mecanismo de ajuste que gera as estimativas dos parâmetros do controlador (Tao, 2003). A Figura 24 abaixo mostra o esquema geral de um controle adaptativo por modelo de referência.





Para garantir o objetivo do controlador é necessário que  $if = if_m$ .

Caso a planta seja perfeitamente conhecida, pode-se calcular valores ideais para os parâmetros  $\theta_1$  e  $\theta_2$  dados por  $\theta_1^*$  e  $\theta_2^*$  de acordo com a equação (24).

$$\boldsymbol{\theta}^* = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\theta}_1^* & \boldsymbol{\theta}_2^* \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{-p}{K_p} & \frac{1}{K_p} \end{bmatrix}^T$$
(24)

A equação (5) revela a condição de casamento da planta em malha fechada com o modelo de referência para o qual  $if(k) = if_m(k)$  para todo  $k \ge 0$ .

Dada a ação de controle  $u(k) = \theta^T(k)\omega(k)$ . Define-se:

$$\theta(k) = \begin{bmatrix} \theta_1(k) & \theta_2(k) \end{bmatrix}^T$$
<sup>(25)</sup>

$$\omega(k) = \begin{bmatrix} if(k) & if^{*}(k) \end{bmatrix}^{T}$$
<sup>(26)</sup>

Onde if(k) é a saída da medida e  $if^{*}(k)$  é a referência. Como a planta tem grau 1, o parâmetro  $\omega(k)$  depende apenas de  $if^{*}(k)$  e if(k). O vetor sinal filtrado depende do modelo de referência e do parâmetro  $\omega(k)$ , como mostra a equação abaixo.

$$\zeta(k) = W_m(z)\omega(k) \tag{27}$$

O erro de rastreamento da planta e modelo de referência é mostrado na equação abaixo.

$$e_t = if(k) - if_m(k) \tag{28}$$

Porém com essa equação não é possível realizar as provas matemáticas, então utiliza-se o erro aumentado, mostrado abaixo:

$$e(k) = (if(k) - if_m(k)) + \rho(k)\xi(k)$$
(29)

Sendo:

ρ.

$$\xi(k) = \theta^{T}(k)\zeta(k) - W_{m}(z)\{\theta^{T}(k)\omega(k)\}$$
(30)

São definidas de (Tao, 2003) as leis adaptativas do tipo Gradiente para heta e

$$\theta(k+1) = \theta(k) - \frac{\operatorname{sign}(\rho^*)\gamma_{\theta}\zeta(k)e(k)}{m^2(k)}$$
(31)

O parâmetro  $\gamma_{\theta}$  é um grau de liberdade utilizado para controlar a velocidade de adaptação, de maneira que quanto maior o valor de  $\theta$  mais rápido é a adaptação. Assim, quanto maior o ganho, maior o peso do erro na resposta do  $\theta$ . Contudo, existe um limite para o quanto o ganho pode aumentar, pois grandes valores de ganho podem tornar o sistema instável. Considerando  $0 < \gamma_{\theta} < \frac{2}{K_p^0}$ , tem-se  $K_p^0 = \max K_p$ . O parâmetro  $\rho(k+1)$  é utilizado para estimar o ganho da planta, e é calculado através de:

$$\rho(k+1) = \rho(k) - \frac{\gamma_p \xi(k) e(k)}{m^2(k)}, \quad 0 < \gamma_p < 2$$
(32)

O intervalo de  $\gamma_p$  de 0 a 2 é obtido da prova de estabilidade.

A equação abaixo mostra o normalizador, m(k). Ele garante a limitação da saída de  $\theta$  e  $\rho$ .

$$m(k) = \sqrt{1 + \zeta^{k}(k) \cdot \zeta(k) + \xi^{2}(k)}$$
(33)

#### 4. RESULTADOS

Foi realizada uma simulação no *software* MATLAB/Simulink de um circuito de um MEA com geração e distribuição de energia. O SEP da aeronave é composto de um gerador trifásico ideal e o subsistema 11 que representa a TRU com as cargas não-lineares. A Figura 25 mostra a composição do SEP e a Figura 26 mostra o circuito do subsistema 11.

Foi alocado um filtro ativo de potência paralelo após o gerador, para compensação das harmônicas do sistema. O FAP pode ser visto na Figura 27. Para geração das correntes de referência foi utilizado o filtro de Kalman, para sintetizar as correntes foi utilizado um controlador adaptativo. A Figura 28 mostra o bloco do controlador e geração de referência.



Figura 25 – Esquema do circuito

Fonte: Elaborado pelo autor



Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 27 – Filtro ativo de potência



Fonte: Elaborado pelo autor.



Figura 28 - Filtro de Kalman e algoritmo para geração de referência

A arquitetura utilizada é VSVF, com variação de frequência de 360 a 800 Hz. A Tabela 3 dispõe os valores dos parâmetros do gerador trifásico, e a Tabela 4 dispõe o valor das cargas não lineares CC. A Figura 29 mostra o esquemático da TRU.

Tabela 3 –	Parâmetros	do	gerador
			0

Parâmetro Gerador	Valor
Potência Nominal	50 kVa
Tensão de Linha	230 V RMS
Frequência Nominal	360 Hz

Fonte: Elaborado pelo autor



Tabela 4 – Parâmetros das cargas

Para um melhor desempenho, foi utilizada uma frequência de amostragem de *fs=160kHz*. Como a corrente do filtro tem um valor baixo, é possível chavear com um elevado valor de frequência. A Figura 30 mostra o rastreamento da frequência do sistema, através do algoritmo de Kalman.



Figura 30 - Desempenho de rastreamento do estimador de frequência

A corrente no gerador pode ser vista na Figura 31 abaixo. Nela é mostrada também o momento que o FAP é ativado no circuito, em t=0,2 s.



Figura 31 – Corrente do gerador

Fonte: Elaborado pelo autor

Existe um transitório logo que o filtro é alocado no circuito. Este comportamento está relacionado com a acomodação do controlador adaptativo. Como pode ser observado, o FAP atenua as distorções da corrente do gerador. A Figura 32 abaixo mostra a corrente compensada.



A Figura 33 mostra a corrente de referência, e a corrente na saída do filtro.



Figura 33 - Corrente de referência e corrente na saída do FAP.

As harmônicas são compensadas com a geração das correntes de compensação do filtro de Kalman. Pode ser observado que rastreamento da frequência não é perfeito, provavelmente devido a problemas na rejeição do distúrbio.

As Figuras 34 e 35 abaixo mostram a acomodação dos ganhos. Foi utilizado um valor de 0.1601 para  $\gamma_{\theta}$ . A simulação foi realizada para *t*=20 s, a fim de verificar a acomodação dos ganhos. Existem infinitas possibilidades que podem levar o erro à zero, dessa maneira é possível que os ganhos estejam variando e o erro seja nulo. Contudo, o ideal é que esses ganhos convirjam para algum valor, no caso dos ganhos  $\theta_1$  e  $\theta_2$  isso está acontecendo de maneira muito lenta. Para  $\theta_3$  e  $\theta_4$  a convergência foi obtida mais rapidamente.

Figura 34: Acomodação dos ganhos,  $\theta 1$  e  $\theta 2$ 



Figura 35 – Acomodação dos ganhos,  $\theta 3 e \theta 4$ 



Fonte: Elaborado pelo autor

As Figuras 36 e 37 abaixo, mostram a Transformada rápida de Fourier (FFT) da corrente, considerando uma frequência de 360 Hz, antes da entrada do filtro, e após a entrada do filtro, com compensação.



Figura 36 – Espectro de corrente antes da filtragem, para *f*=360 Hz





Fonte: Elaborado pelo autor

Pode ser observado que o FAP reduz a taxa de distorção harmônica (THD) da corrente de 13,75% para 4,5%.

Foi adicionado um indutor na saída do gerador, para uma representação mais real. Dessa maneira, há uma pequena distorção na tensão no ponto de conexão, devido a conexão do filtro ativo. As Figuras 38 e 39 abaixo, mostram a FFT da tensão no ponto de conexão, antes da entrada do filtro, e após, com compensação.



Figura 38 – Espectro da tensão antes da filtragem, para f=360 Hz

Fonte: Elaborado pelo autor





Fonte: Elaborado pelo autor

Pode ser observado que há uma redução da THD de 0,98% para 0,42%.

As Figuras 40 e 41 abaixo, mostram a FFT da corrente, considerando uma frequência de 400 Hz.



Figura 40 – Espectro da corrente antes da filtragem, para *f=400 Hz* 





Fonte: Elaborado pelo autor

Pode ser observado que o FAP reduz a taxa de distorção harmônica (THD) da corrente de 13,60% para 4,60%. Devido a pequena distorção na tensão do ponto de conexão, em função da conexão do FAP, também foi realizada a FFT da tensão para f=400 Hz, como mostram as Figuras 42 e 43.



Figura 42 – Espectro de tensão antes da filtragem, para f=400 Hz

Fonte: Elaborado pelo autor.

Figura 43 – Espectro da tensão após a filtragem, para f=400 Hz



Fonte: Elaborado pelo autor.

O FAP reduz a THD da tensão de 1,07% para 0,46%. Por fim, foi tirada a FFT considerando uma frequência de 800 Hz. As Figuras 44 e 45 mostram a FFT da corrente, e as Figuras 46 e 47 mostram a FFT da tensão, considerando uma frequência de 800 Hz.



Figura 44 – Espectro da corrente antes da filtragem, para f=800 Hz





Fonte: Elaborado pelo autor



Figura 46 – Espectro da tensão antes da filtragem, para f=800 Hz

Fonte: Elaborado pelo autor

Figura 47 – Espectro da tensão após a filtragem, para f=800 Hz



Fonte: Elaborado pelo autor

De acordo com as normas MIL STD-704F, e como foi mencionado na seção 2.2, a THD da deve possuir um valor abaixo de 5%. Esse resultado foi obtido para os níveis de frequência de 360 Hz e 400 Hz. Para *f=800 Hz*, a THD foi de 5,13%. Este valor poderia ser melhorado através de um controlador tal como o Repetitivo, uma vez que estes controladores se mostram eficazes na rejeição de distúrbios em inversores modulados por largura de pulso com distúrbios cíclicos. Em (Michels et al.

(2009) é proposto um algoritmo de modificação para controladores repetitivos, melhorando o desempenho desses controladores nos casos em que há variação de frequência. A utilização do controlador repetitivo, com bom desempenho para variações de frequência melhoraria a resposta da THD para frequência de 800Hz.

A Figura 48 abaixo, mostra o histograma da corrente para as frequências de teste.



Figura 48 – Histograma dos harmônicos da corrente.

Fonte: Elaborado pelo autor.

O fator de potência do sistema se manteve estável com valores próximos de 1 durante a simulação, com variação de frequência, o que está de acordo com o previsto nas normas. Segundo a norma IEEE 519 STD as harmônicas individuais devem estar abaixo de 5%. Foi verificado em simulação que as harmônicas individuais para as frequências de 360 Hz, 400 Hz e 800 Hz estão dentro da norma.

## CONCLUSÃO

A utilização do MEA faz com que aumentam as cargas não lineares no sistema. Isto afeta a operação segura do SEP. Além disso, as harmônicas que surgem são múltiplas da frequência do sistema, que varia de 360 a 800 Hz. A fim de mitigar as correntes harmônicas e os problemas relacionados a energia reativa, é empregado um FAP paralelo. Dessa maneira é possível melhorar a qualidade de energia e aumentar a confiabilidade do sistema.

As harmônicas entre todas as faixas de frequência devem ser compensadas, assim, a geração das referências do FAP se torna um desafio uma vez que a frequência do sistema apresenta elevada variação. Dessa maneira, foi empregado um filtro de Kalman para geração de referência, que apresenta boa aplicação em sistemas robustos. A fim de sintetizar as correntes de referência, é utilizado um controlador adaptativo de grau 1, que apresenta bom desempenho para aplicação.

Analisando os resultados da simulação, pode-se concluir que o filtro ativo paralelo proposto apresenta bom desempenho na compensação de harmônicas de corrente no SEP aeronáutico, mantendo a THD dentro da norma para a maioria das frequências na faixa de 360 a 800 Hz. Em 800 Hz a THD apresentou valor um pouco acima do aceitável pela norma. Esse problema pode ser solucionado através da utilização de um controlador repetitivo.

Existem desafios tecnológicos relacionados ao inversor, ao processamento do algoritmo de Kalman e o controlador aplicado, pois há necessidade de processamento rápido e melhor instrumentação. Além disso, o sistema deve apresentar desempenho alto e requisitos de confiabilidade

## REFERÊNCIAS

AKAGI, H.; WATANABE, E. H.; AREDES, M. Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning. [s.l: s.n.].

BIAGINI, V. *et al.* **Improved dead beat control of a shunt active filter for aircraft power systems**IEEE International Symposium on Industrial Electronics. **Anais**...2010

BROMBACH, J. *et al.* **Comparison of different electrical HVDC-architectures for aircraft application**Electrical Systems for Aircraft, Railway and Ship Propulsion, ESARS. **Anais**...2012

BROWN, R. G.; HWANG, P. Y. C. Introduction to Random Signals and Applied Kalman Filtering. [s.l: s.n.].

BUTICCHI, G.; COSTA, L.; LISERRE, M. Improving System Efficiency for the More Electric Aircraft. **IEEE Industrial Electronics Magazine**, 2017.

CARDOSO, R. *et al.* Estruturas de sincronismo monofásica e trifásica baseadas no filtro de Kalman. **Controle y Automacao**, 2006.

CHEN, JIAWEI; WANG, C.; CHEN, JIE. Investigation on the selection of electric power system architecture for future more electric aircraft. **IEEE Transactions on Transportation Electrification**, v. 4, n. 2, p. 563–576, 2018.

CHEN, Z. *et al.* **Design and implementation of a high performance aeronautical active power filter**IECON Proceedings (Industrial Electronics Conference). **Anais**...2010

CHEN, Z.; LUO, Y.; CHEN, M. Control and performance of a cascaded shunt active power filter for aircraft electric power system. **IEEE Transactions on Industrial Electronics**, 2012.

FRANCIS, B. A.; WONHAM, W. M. The internal model principle of control theory. **Automatica**, 1976.

GUERREIRO, J. F.; POMILIO, JOSÉ ANTENOR; BUSARELLO, T. D. C. Design and implementation of a multilevel active power filter for more electric aircraft variable frequency systems 2013 Brazilian Power Electronics Conference, COBEP 2013 - Proceedings. Anais...2013

GUERREIRO, J. F.; POMILIO, JOSE ANTENOR; BUSARELLO, T. D. C. Design of a multilevel Active Power Filter for More Electrical Airplane variable frequency systemsIEEE Aerospace Conference Proceedings. Anais...2013

IEEE POWER AND ENERGY SOCIETY. IEEE Recommended Practice and Requirements for Harmonic Control in Electric Power SystemsIEEE Std. 519-

**2014**, 2014.

LEE, J. C. Aircraft transformer-rectifier units. **Students Quarterly Journal**, 1972. MADONNA, V.; GIANGRANDE, P.; GALEA, M. Electrical Power Generation in Aircraft: Review, Challenges, and Opportunities. **IEEE Transactions on Transportation Electrification**, v. 4, n. 3, p. 646–659, 2018.

MICHELS, L.; STEFANELLO, M.; GRÜNDLING, H. A. Controlador repetitivo para inversores pwm com referência de freqüência variável. **Controle y Automacao**, 2009.

ODAVIC, M.; ZANCHETTA, P.; SUMNER, M. A low switching frequency high bandwidth current control for active shunt power filter in aircrafts power networksIECON Proceedings (Industrial Electronics Conference). Anais...2007

OF DEFENSE, D.; DEFENSE, D. OF. MIL-STD-704F Aircraft Electric Power CharacteristicsDepartment of Defense Interface Standard. [s.l: s.n.].

ROSERO, J. A. *et al.* Moving towards a more electric aircraft. **IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine**, v. 22, n. 3, p. 3–9, 2007.

SOOD, V. K. HVDC and FACTS Controllers: Applications of Static Converters in **Power Systems**. [s.l: s.n.].

TAO, G. Adaptive Control Design and Analysis. [s.l: s.n.]. WHEELER, P.; BOZHKO, S. The more electric aircraft: Technology and challenges. IEEE Electrification Magazine, v. 2, n. 4, p. 6–12, 2014.

#### ANEXOS

### ANEXO A – EQUAÇÕES DO ALGORITMO DE KALMAN

As equações do Filtro de Kalman foram obtidas com base no desenvolvimento apresentado em (Brown e Hwang, 1997). O critério de otimização utilizado é a minimização do erro de estimativa do quadrado médio da variável aleatória x. O processo aleatório a ser estimado é modelado por:

$$x_{k+1} = \phi_k x_k + T_k$$

A medida do processo é feita no tempo discreto, de acordo com a relação linear vista na equação abaixo.

 $y_k = F_k x_k + v_k$ 

E assumido que se conhece  $\phi_k$ ,  $F_k$  e as covariâncias descrevendo  $y_k$  e  $v_k$ . As notações utilizadas são as seguintes:

 $x_k = (nx1)$  vetor de estado do processo no tempo  $t_k$ 

 $\phi_k$ =(nxn) matriz relacionando  $X_k$  para  $X_{k+1}$  na ausência de uma função forçantese  $x_k$  é uma amostra de processo contínuo,  $\phi_k$  é matriz de transição de estado usual  $\phi(t_{k+1}, t_k)$ 

 $T_k$  = vetor (nx1) - é assumido como uma sequência branca com estrutura de covariância conhecida. É a contribuição ao vetor de estado no intervalo ( $t_{k+1}, t_k$ ) (Brown e Hwang, 1997).

 $y_k$  = vetor (mx1) de medida no tempo  $t_k$ 

 $F_k$  = matriz (mxn) dando a conexão ideal (sem ruído) entre a medição e o vetor de estado no tempo  $t_k$  (Brown e Hwang, 1997)

 $v_k$  = (mx1) erro de medida – é assumido como uma sequência branca com estrutura de covariância conhecida e tendo correlação cruzada zero com a sequência  $T_k$ .

As matrizes de covariância dos vetores  $T_k$  e  $v_k$  são dadas por:

 $E\{\gamma_i\}=0, E\{\gamma_i\gamma_i^T\}=Q_i\delta_{ii}$ 

 $E\{\nu_{i}\}=0, \ E\{\nu_{i}\nu_{j}^{T}\}=R_{i}\delta_{ij}$  $E\{\gamma_{i}\nu_{j}^{T}\}=0, \ E\{\gamma_{i}x_{j}^{T}\}=0, \ E\{\nu_{i}x_{j}^{T}\}=0, \ \forall_{i,j,j}$ 

Onde  $E\{\cdot\}$  representa o operador matemático esperança e  $\gamma_{ij}$  denota a função delta de Kronecker. A matriz Q é a matriz de covariância do ruído de estado e a matriz R é a matriz de covariância do ruído de medida. Elas determinam a dinâmica do filtro de Kalman (Cardoso *et al.*, 2006).

Assumimos que temos uma estimativa inicial do processo em algum ponto no tempo  $t_k$  e que esta estimativa é baseada em todo o conhecimento anterior a  $t_k$ . Esta estimativa anterior será denotada por  $\hat{x}_{k+1|k}$ . Dessa maneira, a equação de filtragem é dada por Brown et al. (1997):

$$\hat{x}_{k+1|k} = \phi_k \hat{x}_{k|k-1} + K_k (y_k - F_k \hat{x}_{k|k-1})$$

Onde

$$K_{k} = \phi_{k} P_{k|k-1} F_{k}^{T} (F_{k} P_{k|k-1} F_{k}^{T} + R_{k})^{-1}$$

 $K_k$  é denominado ganho de Kalman e minimiza o erro estimado médio quadrático.

E a matriz de covariância dos erros de estimação do vetor  $x_{k+1}$ , calculada no instante de tempo  $t_k$ .

$$P_{k+1|k} = \phi_k P_{k|k-1} \phi_k^{T} - K_k F_k P_{k|k-1} \phi_k^{T} + \Gamma_k Q_k \Gamma_k^{T}$$
$$P_{k+1|k} \triangleq E\{(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k})(x_{k+1} - \hat{x}_{k+1|k})^{T}\}$$

As condições iniciais são  $\, \hat{x}_{_{0|-1}}$  e  $\, P_{_{0|-1}}$ 

## ANEXO B – EQUAÇÕES DO SINAL COM HARMÔNICOS

Para o emprego do filtro de Kalman é necessário um modelo do sistema dinâmico. Para tal é realizado um modelo matemático, em que inicialmente, contém apenas a componente fundamental e, em seguida, são incluídas as componentes harmônicas. Considerando um sinal com amplitude  $A_{\!_k}$  , frequência angular  $\omega_{\!_k}$  e fase  $\theta_{\!_k}$  .

$$S_k = A_k \operatorname{sen}(\omega_k t_k + \theta_k)$$

Tem-se

 $x_{1k} = A_k \operatorname{sen}(\omega_k t_k + \theta_k)$  $x_{2k} = A_k \cos(\omega_k t_k + \theta_k)$ 

Consideramos inicialmente que  $A_{k+1} \approx A_k$ ,  $\omega_{k+1} \approx \omega_k$ ,  $\theta_{k+1} \approx \theta_k$ . Assim, em  $t_{k+1} = t_k + T_s$ , o sinal S pode ser expresso como:

$$S_{k+1} = A_{k+1} \operatorname{sen}(\omega_k t_k + \omega_k T_s + \theta_{k+1}) = x_{1k+1} = x_{1k} \cos(\omega_k T_s) + x_{2k} \operatorname{sen}(\omega_k T_s)$$

Sendo  $T_s$  o período de amostragem.

Tem-se,

$$x_{2k+1} = A_{k+1}\cos(\omega_k t_k + \omega_k T_s + \theta_{k+1}) = -x_{1k}\sin(\omega_k T_s) + x_{2k}\cos(\omega_k T_s)$$

Para modelar variações de amplitude ou fase no sinal, será considerado um vetor de perturbação  $\begin{bmatrix} \gamma_1 & \gamma_2 \end{bmatrix}_k^T$  nos estados do sistema. Assim, a representação do sinal em variáveis de estado se torna:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} \cos(\omega_k \mathbf{T}_s) & \sin(\omega_k \mathbf{T}_s) \\ -\sin(\omega_k \mathbf{T}_s) & \cos(\omega_k \mathbf{T}_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \end{bmatrix}_k$$
$$y_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}_k + v_k$$

Sendo  $v_{\mathbf{k}}$  o ruído de medida.

Caso o sinal  $S_k$  seja constituído por n frequências, ou seja,

$$S_k = \sum_{i=1}^n A_{ik} \operatorname{sen}(i\omega_k t_k + \theta_{ik})$$

A representação em variáveis de estado fica da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{2n-1} \\ x_{2n} \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} M_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & M_n \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{2n-1} \\ x_{2n} \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} \gamma_1 \\ \gamma_2 \\ \vdots \\ \gamma_{2n-1} \\ \gamma_{2n} \end{bmatrix}_k$$
$$M_i = \begin{bmatrix} \cos(i\omega_k T_s) & \sin(i\omega_k T_s) \\ -\sin(i\omega_k T_s) & \cos(i\omega_k T_s) \end{bmatrix}$$

## ANEXO C – EQUAÇÕES DA IDENTIFICAÇÃO DA FREQUÊNCIA

O método para identificação da frequência é baseado no do Princípio do Modelo Interno de Francis e Wonham (1976). O desenvolvimento das equações é baseado em Cardoso et al. (2006) e utiliza um sistema dinâmico estável em malha fechada, de acordo com a Figura 49 abaixo:



Fonte: Elaborado pelo autor

A função de transferência (FT) é

$$G(z) = \frac{N(z)}{D(z)}$$

O sinal de entrada  $R_w(z)$  é um sinal senoidal, a tensão, que pode ser visto abaixo:

$$R_{w}(z) = \frac{N_{R}(z)}{D_{R}(z)} = \frac{z^{2} \operatorname{sen}(\omega_{w} \operatorname{T}_{s})}{z^{2} - 2 \cos(\omega_{w} \operatorname{T}_{s})z + 1}$$

Sendo  $T_s$  o tempo de amostragem e k o índice associado ao tempo discreto  $kT_s$ . De acordo com a Teoria de Controle do Princípio do Modelo Interno, para o erro do sistema ser zero, a frequência de entrada deve ser igual a frequência de
G(z). Logo os polos não amortecidos de  $R_w(z)$  devem ser reproduzidos por G(z), ou seja  $D(z) = D_R(z)$ . Assim, aplicando o teorema do valor final (TVF):

$$\lim_{k \to \infty} e(kT_s) = \lim_{k \to \infty} [r_w(kT_s) - y_m(kT_s)] = 0$$

A função de transferência é da forma

$$G(z) = K_{\omega} \frac{z^2 - \cos(\omega T_s)}{z^2 - 2\cos(\omega T_s z + 1)}$$

Obtendo o modelo em espaço de estados a partir da função de transferência:

$$\begin{bmatrix} x_{\omega 1} \\ x_{\omega 2} \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2\cos(\omega_k T_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{\omega 1} \\ x_{\omega 2} \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} 0 \\ K_{\omega} \end{bmatrix} e_k$$
$$y_{wk} = \begin{bmatrix} -1 & \cos(\omega_k T_s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{w1} \\ x_{w2} \end{bmatrix}_k + K_w e_k$$

Considerando uma referência senoidal  $r_{wk}$  com amplitude  $A_{wk}$ , frequência angular  $\omega_{wk}$  e fase  $\theta_{wk}$ , no instante  $t_k$  tem-se:

$$r_{wk} = A_{wk} \operatorname{sen}(\omega_{wk} t_k + \theta_{wk})$$

Considerar uma referência com valores constantes para  $A_{_{wk}}$ ,  $arnothing_{_{wk}}$  e  $heta_{_{wk}}$ .

$$A_{wk+1} = A_{wk} = A_{w}$$
$$\omega_{wk+1} = \omega_{wk} = \omega_{w}$$
$$\theta_{wk+1} = \theta_{wk} = \theta_{w}$$

Para valores de  $\omega$  e  $\omega_{w}$  constantes, através do TVF obtém-se as equações a seguir:

$$y_{wk} = A_{yw} \operatorname{sen}(\omega_w t_k + \theta_w + \varphi_{yw})$$
$$A_{ww}$$

$$x_{w2k} = \frac{1}{\sqrt{a^2 + b^2}} \operatorname{sen}(\omega_w t_k + \theta_w + \varphi_{xw2})$$

$$e_k = A_e \operatorname{sen}(\omega_w t_k + \theta_w + \varphi_{xw2})$$

Os valores de  $\varphi_{_{yw}}$ e  $\varphi_{_{xw2}}$  são obtidos através de

$$\varphi_{yw} = \arctan\left(\frac{2ab}{(2+K_w)a^2 + K_wb^2}\right)$$
$$\varphi_{xw2} = -\arctan\left(\frac{K_wb}{(2+K_wa)}\right)$$

Quando  $\omega_w = \omega$ ,  $y_{wk}$  rastreará o sinal de entrada  $r_{wk}$  com erro nulo. Em regime permanente  $e_k = 0$ , assim, o erro é uma informação útil para a identificação de  $\omega_w$ .

Para o modelo discreto proposto, em regime permanente e considerando  $\omega_{\rm w} \approx \omega$ , obtém-se os seguintes sinais ortogonais:

$$y_{wk} \approx A_{w} \operatorname{sen}(\omega_{w} t_{k} + \theta_{w})$$
$$x_{w2k} \approx -\frac{A_{w}}{\operatorname{sen}(\omega_{w} T_{s})} \cos(\omega_{w} t_{k} + \theta_{w})$$

Define-se  $\phi_k$ 

$$\phi_k = \omega_w t_k + \theta_w$$

E a frequência  $\omega_{_{\!W}}$  é obtida através de

$$\omega_w = \frac{\phi_{k+1} - \phi_k}{T_s}$$

Através de  $\varphi_{_{yw}}$  e  $\varphi_{_{xw2}}$ 

$$\tan(\phi_k) = \frac{\operatorname{sen}(\omega_w t_k + \theta_w)}{\cos(\omega_w t_k + \theta_w)} = \frac{y_{wk}}{\operatorname{sen}(\omega_w T_s) x_{w2k}}$$

 $\phi_k$  é expresso como

 $\phi_k = \arctan(\tan(\phi_k))$ 

Para obtenção de  $tan(\phi_k)$ , da equação acima é necessário saber  $\omega_w$ , que é um valor desconhecido. Aproximando  $\omega_w \approx \omega$ , tem-se:

$$\tan(\phi_k) \approx \frac{y_{wk}}{\operatorname{sen}(\omega T_s) x_{w2k}}$$
  
E  $\phi_k$  é obtido através de:

$$\phi_k \approx \arctan\left(\frac{y_{wk}}{\operatorname{sen}(\omega T_s)x_{w2k}}\right)$$

Para obtenção da derivada de  $\phi_k$  será utilizada a equação  $\omega_w$  e a derivada contínua do arctan, com os valores contínuos requeridos pelos valores discretos sendo substituídos nos instantes de tempo  $t_k$ , e aproximando as derivadas contínuas por:

$$\frac{d}{dt}(\bullet) \approx \frac{(\bullet)_{k+1} - (\bullet)_k}{T_s}$$

A derivada do arctan é obtida através de,

$$\frac{d}{dt}\arctan\left[\tan(\phi(t))\right] = \frac{1}{1+\tan(\phi(t))^2}\frac{d}{dt}\tan(\phi(t))$$

Substituindo  $tan(\phi(t))$  por seu valor no instante de tempo  $t_k$ , dado em (42), utilizando (25) e (26) e retornando o índice k, obtém-se uma frequência estimada  $\omega_{wk}$ .

$$\omega_{wk} \approx \omega_k - \frac{1}{T_s} \frac{K_w \operatorname{sen}(\omega_k T_s) x_{w2k} e_k}{[\operatorname{sen}(\omega_k T_s) x_{w2k}]^2 + [y_{wk}]^2}$$

Que fornece o erro  $\omega_{wk} - \omega_k$ .

$$\omega_{wk} - \omega_k \approx -\frac{1}{T_s} \frac{K_w \operatorname{sen}(\omega_k T_s) x_{w2k} e_k}{[\operatorname{sen}(\omega_k T_s) x_{w2k}]^2 + [y_{wk}]^2} = -\frac{1}{T_s} \varepsilon_k$$

 $\boldsymbol{\varepsilon}_{\boldsymbol{k}}$  é obtido através de

$$\varepsilon_k = \frac{K_w \operatorname{sen}(\omega_k T_s) x_{w2k} e_k}{[\operatorname{sen}(\omega_k T_s) x_{w2k}]^2 + [y_{wk}]^2}$$

Assim,  $\omega_{\!\scriptscriptstyle k}$  pode ser atualizado através de

$$\frac{\omega_{k+1}-\omega_k}{T_s}=-K_u\frac{1}{T_s}\varepsilon_k$$

Rearranjando a equação acima,  $\omega_{k+1}$  é obtido através de

$$\omega_{k+1} = \omega_k - K_u \varepsilon_k$$

## ANEXO D – EQUAÇÕES DA PLANTA

$$-v_f + L_f \frac{di_f}{dt} + r_f i_f + v = 0$$
$$-i_g + C \frac{dv}{dt} + i_L = 0$$

Que pode ser escrito como

$$\begin{bmatrix} \frac{di_f}{dy} \\ \frac{dv}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-r_f}{L_f} & \frac{-1}{L_f} \\ \frac{-1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_f} \\ 0 \end{bmatrix} v_f + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{C} \end{bmatrix} i_g$$

Substituindo v

$$-v_{f} + L_{f} \frac{di_{f}}{dt} + r_{f}i_{f} - r_{g}i_{g} - L_{g}\frac{di_{g}}{dt} + v_{g} = 0$$

O capacitor foi desconsiderado, pois em filtros ativos paralelos são utilizados elementos de filtragem predominantemente indutivos. Na simulação é utilizado um capacitor com valor extremamente baixo, apenas para reduzir ripple de alta frequência. Substituindo  $i_g$ .

$$i_{g} = i_{f} - i_{L}$$

$$-v_{f} + (L_{f} + L_{g})\frac{di_{f}}{dt} + (r_{f} + r_{g})i_{f} - r_{g}i_{L} - L_{g}\frac{di_{L}}{dt} + v_{g} = 0$$

$$\frac{di_{f}}{dt} = -\frac{r_{f} + r_{g}}{L_{f} + L_{g}}i_{f} + \frac{1}{L_{f} + L_{g}}v_{f} + \frac{1}{L_{f} + L_{g}}\left(r_{g}i_{L} + L_{g}\frac{di_{L}}{d_{t}} - v_{g}\right)$$

A equação é da forma

$$\frac{dif}{dt} = -aif + bu + d$$

A implementação é discreta, logo, toda a teoria será desenvolvida para o caso discreto. Fazendo a transformada de Laplace, tem-se:

$$sif(s) = -aif(s) + bu(s) + d(s)$$

Rearranjando

$$if(s) = \frac{b}{s+a}u(s) + \frac{1}{s+a}d(s)$$

A discretização é realizada usando  $Z_{OH}$ . A discretização é para fins de projeto, e não se tem conhecimento da variável d(s), logo, esta é desprezada.

A função de transferência G(s), desprezando a variável d(s), pode ser vista na equação abaixo

$$G(s) = \frac{if(s)}{u(s)} = \frac{b}{s+a}$$

A FT do  $Z_{\rm OH}$  é da forma

$$G_{ZOH}(s) = \frac{1 - e^{-st}}{s}$$
$$G(z) = Z \left\{ G_{ZOH}(s) G(s) \right\} = Z \left\{ \frac{1 - e^{-st}}{s} \frac{b}{s + a} \right\}$$

$$z$$
 é definido como

$$z = e^{st}$$

$$G(z) = (1 - z^{-1})Z\left\{\frac{b}{s(s+a)}\right\}$$

Que pode ser escrito da forma:

$$G(z) = \frac{b}{a} (1 - z^{-1}) Z \left\{ \frac{a}{s(s+a)} \right\}$$

$$G(z) = \frac{b}{a} (1 - z^{-1}) \frac{(1 - e^{-at}) z^{-1}}{(1 - z^{-1})(1 - e^{at} z^{-1})}$$

$$G(z) = \frac{\frac{b}{a} (1 - e^{-at})}{z - e^{-at}}$$

$$G(z) \text{ é da forma}$$

$$G(z) = \frac{K_p}{z - p}, K_p > 0$$
Assim,  

$$\frac{if(z)}{u(z)} = \frac{K_p}{z - p}$$

$$zif(z) - pif(z) = K_p u(z)$$
Fazendo  $Z^{-1}\{\cdot\}$  de (8)

$$if(k+1) = pif(k) + K_p u(k)$$

## ANEXO E – EQUAÇÕES DO CONTROLADOR

O modelo de referência escolhido é um atraso, para garantir que o grau do modelo de referência será o mesmo da planta.

$$W_m(z)=\frac{1}{z}$$

A ação de controle para garantir o objetivo do controlador é

$$if = if_m$$

Assim, tem-se:

$$if_m(k+1) = p_m if_m(k) + K_m if^*(k)$$

Para o design no tempo discreto, é comum estabelecer  $p_m = 0$  e  $K_m = 1$ , e assim a equação (10) torna-se:

$$if_m(k+1) = if^*(k)$$

Que pode ser escrito da forma:

$$if_m(k) = if * (k-1)$$

No caso em que os parâmetros da planta são desconhecidos, utiliza-se a versão adaptativa do controlador, vista na equação

$$u(k) = \theta_1(k)if(k) + \theta_2if^*(k)$$

Substituindo u(k) na equação da planta, obtém-se:

$$if(k+1) = pif(k) + K_p(\theta_1(k)if(k) + \theta_2(k)if^*(k))$$

Rearranjando a equação

$$if(k+1) = (p + K_p \theta_1(k))if(k) + K_p \theta_2(k)if^*(k)$$

Para que o modelo da planta em MF seja igual ao modelo de referência, é necessário que

$$p + K_p \theta_1(k) = 0$$

 $K_p \theta_2(k) = 1$ 

Caso a planta seja perfeitamente conhecida, pode-se calcular valores ideais para os parâmetros  $\theta_1$  e  $\theta_2$  dados por  $\theta_1^*$  e  $\theta_2^*$  de acordo com a equação abaixo:

$$\theta^* = \begin{bmatrix} \theta_1^* & \theta_2^* \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \frac{-p}{K_p} & \frac{1}{K_p} \end{bmatrix}^T$$

Dada a ação de controle  $u(k) = \theta^T(k)\omega(k)$ . Define-se:

$$\theta(k) = \begin{bmatrix} \theta_1(k) & \theta_2(k) \end{bmatrix}^T$$
$$\omega(k) = \begin{bmatrix} if(k) & if^*(k) \end{bmatrix}^T$$

Como a planta tem grau 1, o parâmetro  $\omega(k)$  depende apenas de *if* \*(*k*) e *if* (*k*). O vetor sinal filtrado depende do modelo de referência e do parâmetro  $\omega(k)$ , como mostra a equação abaixo:

$$\zeta(k) = W_m(z)\omega(k)$$

O erro de rastreamento da planta e modelo de referência é  $e_t = if(k) - if_m(k)$ . Porém com essa forma de equação não é possível realizar as provas matemáticas, então utiliza-se o erro aumentado, e(k).

$$e(k) = (if(k) - if_m(k)) + \rho(k)\xi(k)$$

Sendo

$$\xi(k) = \theta^{T}(k)\zeta(k) - W_{m}(z)\{\theta^{T}(k)\omega(k)\}$$

São definidas de (Tao, 2003) as leis adaptativas de  $\theta$  e  $\rho$ .

$$\theta(k+1) = \theta(k) - \frac{\operatorname{sign}(\rho^*)\gamma_{\theta}\zeta(k)e(k)}{m^2(k)}$$
  
Considerando  $0 < \gamma_{\theta} < \frac{2}{K_p^0}$ .  
$$K_p^0 = \max K_p$$
  
$$\rho(k+1) = \rho(k) - \frac{\gamma_p \xi(k)e(k)}{m^2(k)}, \ 0 < \gamma_p < 2$$
  
$$m(k) = \sqrt{1 + \zeta^k(k).\zeta(k) + \xi^2(k)}$$

## ANEXO F – REJEIÇÃO DO DISTÚRBIO DO GERADOR

Considerando uma planta linear de acordo com:  $x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + B_d d_u(k)$  $y(k) = Cx(k) + d_y(k), k \in \{0, 1, 2, ...\}$ 

Onde,  $B_d \in \mathbb{R}^n$  é um vetor constante desconhecido,  $d_u(k) \in \mathbb{R}$  representa o distúrbio,  $d_y(k) \in \mathbb{R}$  representa a saída do distúrbio e  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B \in \mathbb{R}^{n \times 1}$  e  $C \in \mathbb{R}^{1 \times n}$ , com n > 0 são matrizes constantes desconhecidas. O objetivo de controlador é produzir uma lei de controle adaptativa com modelo de referência u(k) para garantir um sinal de malha fechada limitado e o rastreio do sinal de referência escolhido  $y_m(k)$ . A planta do sistema é grau 1, sistema de primeira ordem, assim, o estado corresponde a própria planta, ou seja:

$$y(k+1) = ay(k) + bu(k) + b_d d_u(k)$$

A lei de controle é

$$u(k) = \theta \mathbf{1}(k)^{\mathrm{T}} y(k) + \theta \mathbf{2}(k)r(k) + \theta \mathbf{3}(k)$$

O último termo da equação,  $\theta^{3}(k)$ , é uma compensação adaptativa, para cancelar o efeito do distúrbio  $b_{d}d_{u}$  no rastreamento do erro  $e(t) = y(t) - y_{m}(t)$ .

 $\theta I(k)$  e  $\theta 2(k)$  são ganhos adaptativos, cujos valores ideais,  $\theta I^*$  e  $\theta 2^*$  foram definidos acima.

O distúrbio injetado pelo gerador é um sinal senoidal, logo será desenvolvido a dedução matemática considerando este tipo de distúrbio. Considerando os distúrbios senoidais  $d_u(k)$  e  $d_y(k)$ :

$$d_u(k) = d_{u0} + \sum_{j=1}^{q_u} (\alpha_{uj} \operatorname{sen} \omega_{uj} k + \beta_{uj} \cos \omega_{uj} k)$$
$$d_y(k) = d_{y0} + \sum_{j=1}^{q_y} (\alpha_{yj} \operatorname{sen} \omega_{yj} k + \beta_{yj} \cos \omega_{yj} k)$$

Onde,  $d_{u0}, \alpha_{uj}, \beta_{uj}, j = 1, 2, ..., q_u, d_{y0}, \alpha_{yj}, \beta_{yj}, j = 1, 2, ..., q_y$  são constantes desconhecidas e  $\omega_{uj}, j = 1, 2, ..., q_u, \omega_{yj}, j = 1, 2, ..., q_y$  são constantes conhecidas, e é assumido que as frequências dos distúrbios são conhecidas.

Para a rejeição do distúrbio, é utilizada a ação de controle da equação com,

$$\theta 3(k) = \theta 3_0(k) + \sum_{j=1}^{qu} (\theta 3_{\alpha j}(k) \operatorname{sen} \omega_{uj} k + \theta 3_{\beta j}(k) \cos \omega_{uj} k)$$
$$+ \sum_{j=1}^{qu} (\theta 3_{\alpha (qu+j)}(k) \operatorname{sen} \omega_{yj} k + \theta 3_{\beta (qu+j)}(k) \cos \omega_{yj} k)$$

Onde  $\theta 3_0(k)$ ,  $\theta 3_{\alpha j}(k)$  e  $\theta 3_{\beta j}$ ,  $j = 1, 2, ..., q_u + q_y$ , são estimativas adaptadas dos parâmetros ideais  $\theta 3_0^*$ ,  $\theta 3^* \alpha j$  e  $\theta 3^* \beta j$ . Para derivar os valores ideais, é utilizado a versão ideal de  $\theta 3$ :

$$\theta 3^{*}(k) = \theta 3^{*}_{0}(k) + \sum_{j=1}^{qu} (\theta 3^{*} \alpha_{j}(k) \operatorname{sen} \omega_{uj} k + \theta 3^{*} \beta_{j}(k) \cos \omega_{uj} k)$$
$$+ \sum_{j=1}^{qu} (\theta 3^{*} \alpha_{(qu+j)}(k) \operatorname{sen} \omega_{yj} k + \theta 3^{*} \beta_{(qu+j)}(k) \cos \omega_{yj} k)$$

É aplicado a versão ideal da ação de controle, u(k) na planta, com os distúrbios du e dy.

$$u(k) = \theta 1^{*T} y(k) + \theta 2 * r(k) + \theta 3(k)$$

Dessa maneira é possível obter o sistema em malha fechada, na frequência  $\boldsymbol{z}$ .

$$\Delta(z) = C(zI - A - B\theta^{*T})^{-1}B\theta^{*T}(z) + C(zI - A - B\theta^{*T})^{-1}B_dd_u(z) + d_y(z)$$

Os zeros e polos de  $C(zI - A - B\theta^{*T})^{-1}B$  estão dentro de um círculo unitário do z-plano complexo: |z|<1. Dada as formas senoidais dos distúrbios e  $\theta 3$ , é verificado, que existem parâmetros constantes  $\theta 3_{0}^{*}, \theta 3_{\alpha j}^{*}$  e  $\theta 3_{\beta j}^{*}$  tal que  $(z-1)\Delta(z)$  não tem polos em  $|z| \ge 1$  e  $\lim_{z \to 1} (z-1)\Delta(z) = 0$ .

Do teorema do valor final da transformada z,

 $\lim_{k\to\infty}(y(k)-y_m(k))=\lim_{k\to\infty}\delta(k)=0$ 

A função  $\delta(k)$  de  $\Delta(z)$  converge para zero exponencialmente rápido enquanto k tende ao infinito.

Para a lei de controle adaptativa (equação 15) com  $\theta$ 3, o sistema em malha fechada fica

$$x(k+1) = (A + B\theta 1^{*T})x(k) + B\theta 2^{*}r(k) + B\theta 3^{*}(k) + B_{d}d_{u}(k)$$
$$+B((\theta 1^{T}(k) - \theta 1^{*T})x(k) + (\theta 2^{T}(k) - \theta 2^{*})r(k) + (\theta 3(k) - \theta 3^{*}(k)))$$
$$y(k) = Cx(k) + d_{y}(k)$$

O erro de rastreamento é obtido através das equações através de,

$$e(k) = y(k) - y_m(k) = \rho^* W_m(z) [(\theta^{\mathrm{T}} - \theta^{\mathrm{*T}})\omega]$$

O parâmetro  $\theta(k)$  é calculado através de

$$\theta(k) = [\theta 1^{\mathrm{T}}(k), \theta 2(k), \theta 3_{\alpha 1}(k), ..., \theta 3_{\alpha q u}(k), \theta 3_{\beta 1}(k), ..., \theta 3_{\beta q u}(k),$$

$$\theta \mathcal{B}_{(qu+qy)}(k), \theta \mathcal{B}_{\beta(qu+1)}(k), \dots \theta \mathcal{B}_{\beta(qu+qy)}(k)]^{\mathrm{T}}$$

O parâmetro  $\theta^*$  é calculado através de

$$\boldsymbol{\theta}^* = [\boldsymbol{\theta}1^{*\mathrm{T}}, \boldsymbol{\theta}2^*, \boldsymbol{\theta}3^*\alpha_1, ..., \boldsymbol{\theta}3^*\alpha_{qu}, \boldsymbol{\theta}3^*\beta_1, ..., \boldsymbol{\theta}3^*\beta_{qu},$$

$$\theta 3^* \alpha (qu+1), \dots, \theta 3^* \beta (qu+1), \dots \theta 3^* \beta (qu+qy)$$

E  $\omega(k)$  é calculado através de

$$\omega(k) = [y^{\mathrm{T}}(k), r(k), 1, \operatorname{sen} \omega_{u1}, \dots, \operatorname{sen} \omega_{uqu}, \cos \omega_{u1}, \dots, \cos \omega_{uqu},$$

$$\operatorname{sen} \omega_{y1}, \dots, \operatorname{sen} \omega_{yqy}, \cos \omega_{y1}, \dots \cos \omega_{yqy}]^{1}$$