

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

CARLA DRIELY MORSCH VIDAL

**AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO ANISOTRÓPICO DO MATERIAL COM
MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS FORMADO POR BARRAS**

**Alegrete
2019**

CARLA DRIELY MORSCH VIDAL

**AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO ANISOTRÓPICO DO MATERIAL COM
MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS FORMADO POR BARRAS**

Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação Stricto sensu em Engenharia (PPEng) da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia.

Orientador: Luis Eduardo Kostaschi

**Alegrete
2019**

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

V648a Vidal, Carla Driely Morsch

Avaliação do comportamento anisotrópico do material com
método dos elementos discretos formado por barras / Carla
Driely Morsch Vidal.

69 p.

Dissertação(Mestrado)-- Universidade Federal do Pampa,
MESTRADO EM ENGENHARIAS, 2019.

"Orientação: Luis Eduardo Kostaski".

1. Método dos elementos discreto formado por barras. 2.
Anisotropia. 3. Concreto. 4. Resistência à compressão. I.
Título.

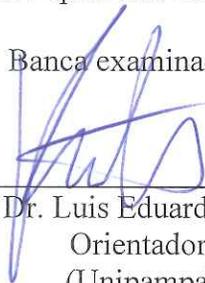
CARLA DRIELY MORSCH VIDAL

**AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO ANISOTRÓPICO DO MATERIAL COM
MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS FORMADO POR BARRAS**

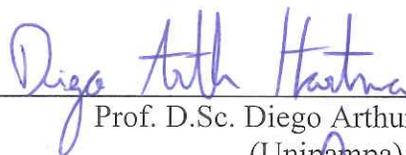
Dissertação apresentada ao programa de Pós-Graduação Stricto sensu em Programa de Pós-Graduação em Engenharia da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Mestre em Engenharia.

Dissertação defendida e aprovada em: 20, de fevereiro de 2019.

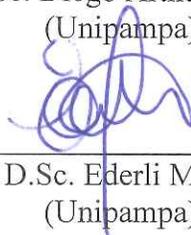
Banca examinadora:



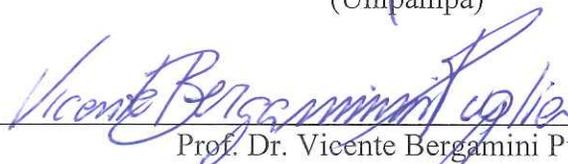
Prof. Dr. Luis Eduardo Kostaski
Orientador
(Unipampa)



Prof. D.Sc. Diego Arthur Hartmann
(Unipampa)



Prof. D.Sc. Ederli Marangon
(Unipampa)



Prof. Dr. Vicente Bergamini Puglia
(Unipampa)

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me concedido persistência e sabedoria para realizar esta etapa.

Ao professor Luis Eduardo Kostaski pelo incentivo em permanecer no mestrado. Por sua dedicação e orientação ao longo da elaboração deste trabalho.

Ao meu esposo Ezequiel pelo incentivo, companheirismo e compreensão.

A minha família por me apoiar em minhas decisões.

Aos amigos que fiz em Alegrete, os quais me trouxeram acolhimento e se tornaram uma nova família para mim.

As minhas chefias na Unipampa que me apoiaram durante o período do mestrado, tornando possível a realização deste trabalho.

Por fim, agradeço aos professores pelos ensinamentos.

“Tenho a impressão de ter sido uma criança brincando à beira-mar, divertindo-me em descobrir uma pedrinha mais lisa ou uma concha mais bonita que as outras, enquanto o imenso oceano da verdade continua misterioso diante de meus olhos.”

Isaac Newton

RESUMO

A literatura mostra que a resistência à compressão do concreto pode variar de acordo com a direção de solicitação, apresentando um comportamento diferente quando solicitado na direção paralela ou na direção normal ao lançamento do concreto. Outro fator que exerce influência na resposta à compressão do concreto é o confinamento ou as restrições nas condições de contorno, que são observados experimentalmente no atrito existente na interface amostra-prato da prensa, sendo que a resistência à compressão do concreto aumenta com o acréscimo do mesmo. Este trabalho apresenta um estudo numérico sobre a anisotropia no concreto, criada pelas interfaces entre o agregado e a matriz e a mudança do seu comportamento com as condições de contorno. Para isto, é proposta uma forma de simular esse tipo de anisotropia através do método dos elementos discretos formados por barras (do inglês LDEM). Nesta versão do LDEM o contínuo é representado por intermédio de uma treliça espacial de barras com a massa concentrada nas suas pontas, na qual barras em uma direção têm sua resistência à tração diminuída, gerando assim um certo grau de anisotropia no corpo de prova simulado. Foram simulados corpos de prova cúbicos, submetidos à compressão pelo contato de placas de aço elaboradas com o método dos elementos finitos (MEF), sob duas condições de contorno, engastado e sem atrito. Este modelo misto foi implementado no software comercial Abaqus/Explicit. Foram analisadas três variações da aleatoriedade do material no LDEM, permitindo verificar sua influência sobre a resposta obtida. Os resultados mostraram a influência da condição de contorno na resposta do material em função da direção de solicitação, sendo encontrado uma menor variação da resistência entre as direções de solicitação para o ensaio na condição engastado. A solicitação na direção considerada paralela ao lançamento do concreto foi a que apresentou maior resistência em comparação a solicitação na direção normal. Com o aumento da aleatoriedade do material verificou-se que a variação da resistência em função da direção de solicitação tende a diminuir. Também foi possível observar a diferença na forma da ruptura, para o ensaio engastado a ruptura se deu em formato bi-cônico e no caso sem atrito as fissuras se propagam paralelamente ao lançamento apresentando forma colunar.

Palavras-chave: Método dos elementos discretos formado por barras, Anisotropia, Concreto, Resistência à compressão.

ABSTRACT

The literature shows that the compressive strength of the concrete can vary according to the direction of application, presenting a different behavior when requested in the parallel direction or in the direction normal to the concrete launch. Another factor influencing the compression response of the concrete is the confinement or the restrictions in the boundary conditions, which are observed experimentally in the friction at the interface sample-plate of the press, being that compressive strength of the concrete increases with the addition of same. This work presents a numerical study on the anisotropy in the concrete, created by the interfaces between the aggregate and the matrix and the change of its behavior with the boundary conditions. For this, it is proposed a way to simulate this type of anisotropy through the Lattice Discrete Element Method (LDEM). In this version of the LDEM the continuum is represented by a space bar lattice with the mass concentrated at its ends, in which bars in one direction have their tensile strength decreased, thus generating a certain degree of anisotropy of the simulated sample. Cubic test specimens were submitted to compression by the contact of steel plates made with the finite element method (MEF), under two boundary conditions, set and frictionless. This mixed model was implemented in comercial software Abaqus / Explicit. Three variations of the randomness of the material in the LDEM were analyzed, allowing to verify their influence on the obtained response. The results showed the influence of the boundary condition on the response of the material as a function of the direction of the request and a lower variation of the resistance between the directions of request for the test in the set condition was found. The request in the direction considered parallel to the casting of the concrete was the one that presented greater resistance compared to the request in the normal direction. With the increase of randomness of the material it was verified that the variation of the resistance as a function of the direction of loading tends to decrease. It was also possible to observe the difference in the shape of the rupture, for the test embedded the rupture occurred in a bi-conical format and in the case without friction the cracks propagate parallel to the launching presenting a columnar shape.

Keywords: Lattice Discrete Element Method, Anisotropy, Concrete, Compressive strength.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Esquema da direção de carregamento e lançamento do concreto.....	4
Figura 2 - Propagação de fissuras quando o carregamento é aplicado paralelamente (a) e perpendicularmente (b) ao lançamento do concreto.....	6
Figura 3 - Efeito da direção de carregamento na resistência à compressão de cubos e prismas.	7
Figura 4 - Modo de falha da amostra de acordo com as condições de contorno: (a) Ensaio com fricção; (b) Ensaio sem fricção.....	10
Figura 5 - Efeito da esbeltez na compressão uniaxial (a) com atrito, (b) atrito reduzido.....	11
Figura 6 - Zonas de confinamento para amostras com diferentes tamanhos.....	12
Figura 7 - Tipos de ruptura em corpos de prova cilíndricos.....	13
Figura 8 - Resistências à compressão do cilindro (a) e do cubo (b) numericamente computadas versus coeficiente de atrito.	14
Figura 9 - Discretização do LDEM: (a) Módulo cúbico básico, (b) Geração de um corpo prismático.	17
Figura 10 - a) sólido cúbico de dimensões $L \times L \times L$, b) módulo do LDEM de dimensões $L \times L \times L$	19
Figura 11 - Relação constitutiva elementar utilizada no LDEM, Modelo de Hillerborg.	21
Figura 12 - Esquema da incorporação da aleatoriedade no LDEM.....	23
Figura 13 - Cubo do LDEM mostrando as diferentes seções modeladas no Abaqus/Explicit.	25
Figura 14 - Cubo modelado com o LDEM onde se mostram as massas discretizadas.	26
Figura 15 - Modelo de tensão pós-falha versus deslocamento vinculada à energia de fratura utilizado no Abaqus/Explicit.	27
Figura 16 - Função de densidade de probabilidade.	28
Figura 17 - Barras com a resistência à tração diminuída.....	31
Figura 18 - Fluxograma para inclusão da anisotropia.	32
Figura 19 - Esquema das condições nas simulações	33
Figura 20 - Condições de contorno nas simulações.	34
Figura 21 - Esquema representando as simulações realizadas	35
Figura 22 - Solicitações impostas (a) paralela, (b) perpendicular ao lançamento.....	36
Figura 23 - Anisotropia através da pré-tração	37
Figura 24 - Condições de contorno nas simulações com anisotropia induzida por pré-tração.....	38
Figura 25 - Aquisição dos deslocamentos e força de reação.....	39

Figura 26 - Relação para o material em função da porcentagem de barras modificadas	41
Figura 27 - Curvas tensão versus deformação para CV _x de 0% e 100%	43
Figura 28 - Variação da resistência a compressão para solicitação paralela ao lançamento com CVG _f de 0%, 50% e 100%	45
Figura 29 - Variação da resistência a compressão para solicitação perpendicular ao lançamento com CVG _f de 0%, 50% e 100%	45
Figura 30 – Configuração de ruptura material aleatório com CVG _f = 50% ensaio sem atrito	46
Figura 31 - Configuração de ruptura material aleatório com CVG _f = 50% ensaio engastado	47
Figura 32 - Ruptura do cubo de concreto no ensaio experimental.	48
Figura 33 - Distribuição das tensões para o cubo com a fissura central inicial e solicitação paralela ao lançamento	49
Figura 34 - Fissura para solicitação paralela ao lançamento	50
Figura 35 - Distribuição das tensões para o cubo com a fissura central inicial e solicitação perpendicular ao lançamento	51
Figura 36 - Curvas tensão versus deformação paralelo e perpendicular ao lançamento	52
Figura 37 - Tensão versus deformação para o cubo com fissura e CVG _f 50%	54
Figura 38 - Propagação da fissura	55
Figura 39 - Dano inicial gerado pela tração	56
Figura 40 - Ciclo de carregamento, a) tração, b) compressão e c) tração mais compressão. ...	56
Figura 41 - Tensão versus deformação mostrando a tração e compressão, a) CVG _f de 50% b) CVG _f de 100%	57
Figura 42 - Relação em função do CVG _f	57
Figura 43 - Configuração de ruptura para anisotropia gerada por pré-tração.	58

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Propriedades para o material aleatório	33
---	----

LISTA DE SÍMBOLOS

$f_{c,\perp}$ - Resistência à compressão dos corpos de prova carregados perpendicularmente ao lançamento do concreto

$f_{c,\parallel}$ - Resistência à compressão dos corpos de prova carregados paralelamente ao lançamento do concreto

A_l - Área da seção transversal do elemento longitudinal

L - Comprimento do módulo cúbico do LDEM

A_d - Área dos elementos diagonais

ν - Coeficiente de Poisson do sólido

x - Vetor deslocamento nodal

\dot{x} - Vetor velocidade nodal

\ddot{x} - Vetor aceleração nodal

M - Matriz de massa

C - Matriz de amortecimento

$F(t)$ - Vetor que contém as forças internas que atuam nas massas nodais

$P(t)$ - Vetor que contém as forças externas que atuam nas massas nodais

Δt - Incremento de tempo

C_p - Velocidade de propagação da onda longitudinal

ρ - Densidade do material

E - Módulo de elasticidade do material

Γ - Energia dissipada pela fratura de uma amostra contínua de material devido a uma ruptura paralela a uma de suas faces

G_f - Energia específica de fratura

Λ - Área de fratura atual

c_A - Parâmetro de escala

Γ_{DEM} - Energia dissipada quando o módulo do LDEM de dimensões $L \times L \times L$ quebra em duas partes

A_i^f - Área de fratura equivalente

ε_p - Deformação crítica de falha

ε_r - Deformação limite

R_f - Fator de falha

Y - Parâmetro adimensional que depende tanto da amostra e da geometria da fissura

K_r - Coeficiente que relaciona ε_p com ε_r

A_i - Área de seção transversal do elemento

L_{cr} - Comprimento de elemento crítico

β - Parâmetro de escala

γ - Parâmetro de forma

t - Espessura do corpo de prova

CV - Coeficiente de variação

CVG_f - Coeficiente de variação da energia específica de fratura

CV_x - Coeficiente de variação da porcentagem de barras com a resistência modificada

CV_p - Coeficiente de variação posição da malha

σ - Tensão

L_{cor} - Comprimento de correlação

Δt - Passo de tempo

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Objetivos	2
1.2	Estruturação do trabalho	2
2	ESTADO DA ARTE	4
2.1	Variação da resistência mecânica com a direção de carregamento	4
2.2	Influência das condições de contorno	9
2.3	Modelos matemáticos	15
3	MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS FORMADO POR BARRAS	17
3.1	Fratura equivalente	18
3.2	Lei bilinear ou modelo de Hillerborg	20
3.3	Inclusão do caráter aleatório	23
3.3.1	Aleatoriedade nas propriedades de material simulado	23
3.3.2	Aleatoriedade perturbando a malha	24
3.4	Comprimento de correlação do campo aleatório gerado	24
3.5	LDEM no ambiente <i>Abaqus/Explicit</i>	24
3.5.1	Modelagem da treliça espacial	25
3.5.2	Discretização das massas	26
3.5.3	Introdução do modelo constitutivo no <i>Abaqus/Explicit</i>	27
3.5.4	Inclusão do caráter aleatório	28
3.5.4.1	Aleatoriedade nas propriedades do material	28
3.5.4.2	Perturbações no arranjo cúbico do LDEM	29
4	IMPLEMENTAÇÕES NO LDEM - ABAQUS	30
4.1	Introdução da anisotropia no LDEM	30
4.2	Simulações	32
4.2.1	Micro influência da direção de carregamento	35
4.2.2	Anisotropia induzida por tração uniaxial	36
4.3	Obtenção dos resultados	38
5	ANÁLISE DOS RESULTADOS	40
5.1	Carregamento do LDEM com barras modificadas	40
5.2	Micro influência da falha inicial	48
5.3	Anisotropia através da pré-tração	55
6	CONCLUSÕES	60

6.1 Trabalhos futuros.....	61
REFERÊNCIAS	62
APÊNDICE A – ANÁLISE DAS CONDIÇÕES DE CONTORNO	67

1 INTRODUÇÃO

A resistência de cálculo para estruturas de concreto é determinada principalmente através de ensaios de compressão de cilindros padrão, normatizado no Brasil pela NBR 5738 – 2015. Neste caso, as amostras moldadas sempre são submetidas ao carregamento na mesma direção do lançamento do concreto. No entanto, sabe-se que a resistência à compressão do concreto depende da direção de carregamento em relação ao lançamento (ver por exemplo Leshchinsky (1990)). Sendo assim, em estruturas onde a direção de carregamento é diferente da direção de lançamento, como em pilares pré-moldados, a resistência estimada do concreto pode ser potencialmente enganosa.

O concreto apresenta um comportamento anisotrópico, pois a solicitação na direção paralela ao carregamento tem um comportamento diferente da solicitação na direção perpendicular. Segundo Vieira (2008) esse comportamento tem origem em sua microestrutura interna que está associado à direção de lançamento do concreto, moldagem e exsudação interna. Assim, lâminas de água se acumulam sob os agregados, gerando um fator água/cimento elevado nessa região, acarretando em zonas fracas nas interfaces entre pasta e agregado, sujeitas facilmente a micro fissuração. Estas zonas localizadas sob os agregados podem ser consideradas como planos de clivagem situados perpendicularmente ao lançamento do concreto, e dependendo da direção em que o elemento é solicitado, estas microrregiões podem agravar a perda de resistência.

Outro fator que influencia o comportamento à compressão do concreto durante os ensaios de amostras em escalas reduzidas, é a condição de contato existente entre a amostra e os pratos da prensa. Baykov e Sigalov (1986) mostram que a condição de contato gera influência na forma de ruptura da amostra. Além disso, a resistência aumenta com o aumento do atrito na interface prensa/amostra, como o verificado nos estudos de Van Mier et al. (1997).

Os métodos numéricos são de grande importância na prática da engenharia, pois permitem que as estruturas sejam analisadas previamente, o que muitas vezes se torna inviável em ensaios experimentais para a escala real da estrutura. Entre os métodos mais difundidos para análise, está o método dos elementos finitos, porém ele possui limitações na simulação de fratura e fragmentação dos sólidos. Apesar de possuir maior volume computacional, os métodos de elementos discretos são estratégias viáveis para a análise da fratura nos materiais.

Neste trabalho, é introduzido em uma versão do método dos elementos discretos formado por barras (do inglês LDEM) uma nova variável, com o objetivo de permitir simulações de materiais com comportamento diferente em duas direções sem grandes mudanças no modelo. Para simular este comportamento, realiza-se a inserção de elementos de barra pré-danificados de modo aleatório, o que equivale as zonas fracas formadas na interface matriz agregado. Variações de porcentagem de zonas fracas iniciais são analisadas, assim como a variação da porcentagem de aleatoriedade do material de modo geral, permitindo uma análise da influência do novo parâmetro proposto. Para analisar o método, as amostras simuladas computacionalmente são avaliadas sob duas condições de contato, engastada e sem atrito nas interfaces prato da prensa amostra.

1.1 Objetivos

O objetivo geral deste trabalho é representar o comportamento anisotrópico do material assim como a resposta com diferentes condições de contorno, através de simulações numéricas utilizando o método dos elementos discretos formado por barras.

Como objetivos específicos, podem-se citar:

- a) Analisar a influência de um novo parâmetro introduzido no LDEM para reproduzir a anisotropia no material.
- b) Avaliar a razão entre a resistência a compressão na direção de carregamento paralela e perpendicular ao lançamento do concreto, verificando as diferenças no comportamento em função da direção de solicitação.
- c) Investigar a influência da condição de contato entre a amostra e as placas de aço no ensaio de compressão.
- d) Observar a forma da ruptura, analisando os mecanismos de propagação e comportamento da fissura.

1.2 Estruturação do trabalho

O trabalho desenvolvido é composto por seis capítulos, complementados no final pelas referências bibliográficas e apêndice. No primeiro capítulo, a introdução, apresenta-se uma contextualização abordando o problema de pesquisa deste estudo, bem como os objetivos deste trabalho. O estado da arte, segundo capítulo, exhibe os conceitos necessários à aquisição de embasamento teórico para o desenvolvimento do trabalho, sendo realizada uma contextualização sobre os resultados encontrados por diversos autores. No terceiro capítulo

são apresentadas as características do método dos elementos discretos formado por barras e a sua implementação no ambiente *Abaqus/Explicit*.

O quarto capítulo explica as implementações que foram realizadas no LDEM, mostrando também a forma que foram realizadas as simulações no ambiente *Abaqus/Explicit* e aquisição dos dados. No quinto capítulo, são apresentados os resultados e discussões das simulações realizadas. No sexto capítulo são mostradas as conclusões obtidas neste trabalho e sugestões para trabalhos futuros. Por fim, são apresentadas as referências bibliográficas e o apêndice contendo a avaliação da influência das condições de contorno impostas diretamente nos nós.

2 ESTADO DA ARTE

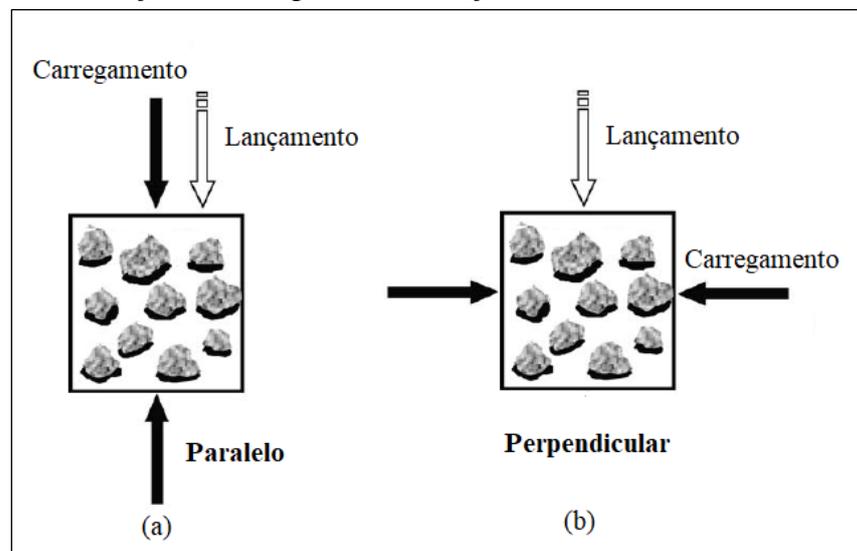
Neste capítulo é apresentada uma contextualização sobre os resultados encontrados por diversos autores em relação ao comportamento anisotrópico de materiais de engenharia. A influência das condições de contato em ensaios de compressão também é discutida. Por fim, a importância de métodos numéricos para a previsão do comportamento dos materiais é ressaltada, buscando sempre o melhor ajuste do modelo que possibilite a semelhança com os resultados experimentais.

2.1 Variação da resistência mecânica com a direção de carregamento

Um material é considerado anisotrópico quando as suas propriedades mecânicas variam com a direção. O concreto pode ser considerado um material anisotrópico à compressão quando apresenta comportamento diferente se solicitado na direção paralela ou perpendicular ao lançamento. Este assunto já foi estudado por Hughes e Ash (1970), Van Mier (1984), Leshchinsky (1990), Yi *et al.* (2006), Hansen *et al.* (2018), Kostaski *et al.* (2018), entre outros.

A Figura 1 indica um esquema da direção de carregamento e direção de lançamento. Mais especificamente, a Figura 1(a) apresenta o caso em que a direção de lançamento é paralela à direção de carregamento. Enquanto isso, a Figura 1(b) mostra o caso em que o lançamento é perpendicular a direção de carregamento.

Figura 1 - Esquema da direção de carregamento e lançamento do concreto.



Fonte: Elaboração própria

Hughes e Ash (1970) estudaram o efeito da anisotropia do concreto tanto à tração como à compressão. Para os ensaios de tração utilizaram um concreto contendo agregado graúdo de basalto. Os resultados mostraram que o teste perpendicular apresenta um aumento na tensão máxima de aproximadamente 130%. Já para a compressão foi utilizado um concreto de baixa resistência contendo agregado graúdo de calcário. Neste caso o aumento na resistência para os testes perpendicular sobre os testes paralelos foi de cerca de 50%.

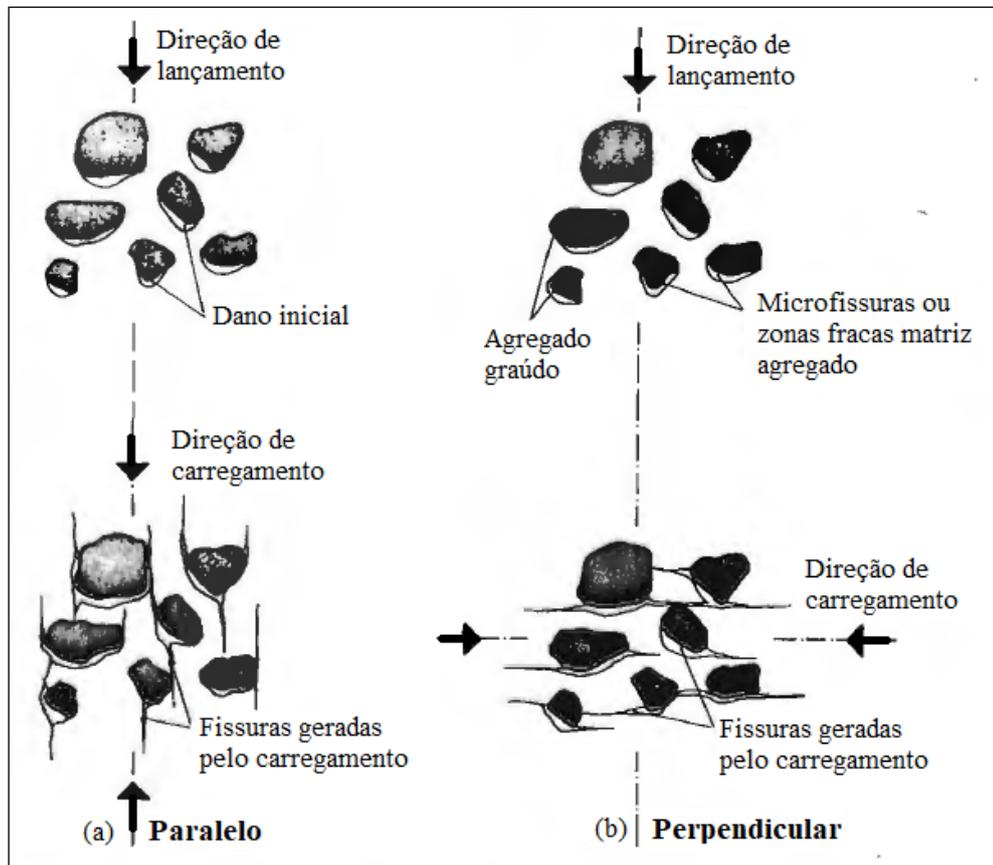
Van Mier (1984) encontrou que para a curva tensão versus deformação a inclinação é menor quando a carga é aplicada paralelamente. Eventualmente quando o pico de tensão é atingido, a deformação para a tensão de pico é maior no caso de carregamento paralelo. Segundo Hughes e Ash (1970) e Van Mier (1984) devido à retração, gradiente de temperatura e exsudação durante o processo de endurecimento do concreto, vazios ou zonas de material matriz mais fracas se desenvolvem sob os agregados graúdos. Quando o carregamento é aplicado em paralelo, as microrregiões frágeis encontradas nas zonas de transição argamassa/agregado, estão em uma direção menos favorável para sua propagação. As microfissuras têm que contornar o agregado, e as curvas tensão-deformação indicam que uma deformação maior é necessária para se chegar a capacidade máxima de carga. Esse efeito é demonstrado na Figura 2(a).

Entretanto, quando a carga é aplicada perpendicularmente em relação à direção de lançamento, as microrregiões frágeis são orientadas na mesma direção em que a carga compressiva é aplicada, como mostrado na Figura 2(b). Neste caso a orientação é muito favorável para propagação das fissuras, as quais ocorrerão para deslocamentos relativamente baixos. Assim parâmetros da mistura e compactação do concreto quando moldado são responsáveis pelo efeito da anisotropia inicial.

Ao analisar os resultados encontrados por diversos pesquisadores Leshchinsky (1990) afirma que em alguns casos, a resistência à compressão dos corpos de prova carregados perpendicular ao lançamento do concreto ($f_{c,\perp}$), é maior do que para aqueles carregados paralelamente ($f_{c,\parallel}$), em outros casos, é mais baixo. Assim é proposto que, quando a anisotropia é causada pela segregação "interna" da mistura, temos que $f_{c,\perp} / f_{c,\parallel} > 1$; quando a causa está na segregação "externa", o resultado é $f_{c,\perp} / f_{c,\parallel} < 1$. A segregação "interna", acarreta um contato fraco entre as superfícies inferiores dos agregados graúdos e a argamassa, gerando um aumento da porosidade nesta zona. Já a segregação "externa" da mistura consiste na redistribuição de água e agregado graúdo na direção da altura de um elemento de concreto,

isso resulta em uma diferença sistemática de resistência do concreto em relação a altura do elemento.

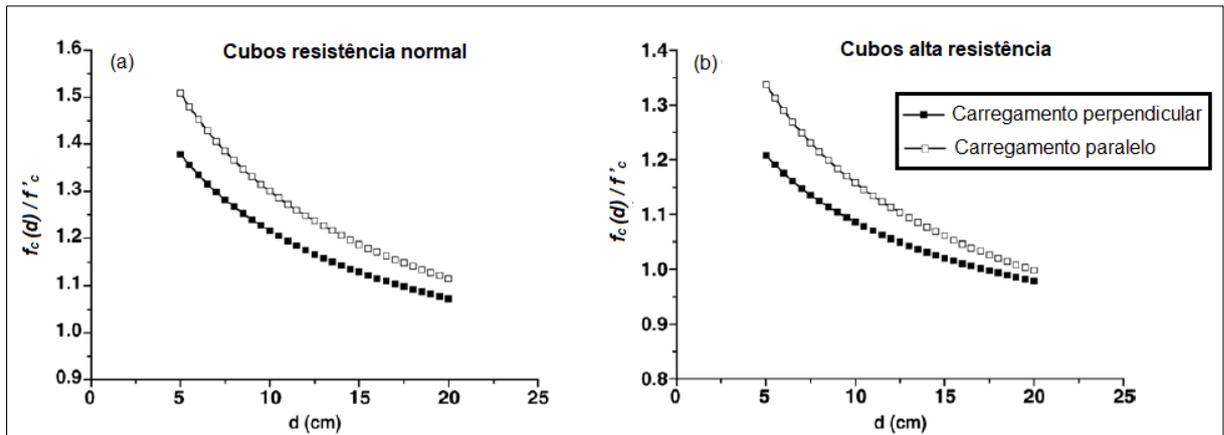
Figura 2 - Propagação de fissuras quando o carregamento é aplicado paralelamente (a) e perpendicularmente (b) ao lançamento do concreto.



Fonte: Adaptado de Van Mier (1984)

Yi *et al.* (2006) estudaram experimentalmente o efeito da direção de carregamento à compressão de amostras com diferentes tamanhos, formas e resistências. Para os cubos, quando a direção de lançamento do concreto é paralela à direção de carregamento, a resistência à compressão é maior do que o caso perpendicular. Conforme o tamanho do cubo aumenta a diferença de resistência entre as direções de carregamento diminuem, como pode ser observado na Figura 3(a) e (b), esse comportamento ocorre para os dois tipos de concreto analisado, sendo mais evidente para os concretos de alta resistência. Na Figura 3, d representa o tamanho da aresta do cubo, o qual está em função de uma normalização da resistência, dada pela razão entre a resistência encontrada em cada caso pela resistência de um cilindro padrão.

Figura 3 - Efeito da direção de carregamento na resistência à compressão de cubos e prismas.



Fonte: Yi *et al.* (2006, p. 122)

Segundo Yi *et al.* (2006) a divergência de comportamento com o tipo de concreto ocorre pois, para os concretos de resistência normal, quando a direção de lançamento é paralela à direção de carregamento, ocorrem ligações fracas e vazios ao longo da superfície inferior do agregado graúdo. É devido às diferenças quanto ao tipo e teor dos produtos de hidratação formados no concreto, tipo de agregado, quantidade e qualidade da zona interfacial formada entre a fase de hidrato e agregado, migração de água, etc. Essas zonas praticamente não resistem as deformações e falhas de cisalhamento local, assim a falha acontece ao longo da superfície circundante do agregado graúdo. Para concretos de alta resistência, no entanto, as causas do mecanismo de fratura, que ocorrem para concretos de resistência normal, são reduzidas devido à relação relativamente baixa de água/cimento, bem como à presença de aditivos minerais usados na produção do concreto. Conseqüentemente, quando a direção de lançamento é paralela à direção de carregamento, a resistência é maior do que na direção perpendicular.

Hansen *et al.* (2018) fazem uma ampla investigação experimental analisando a influência de vários parâmetros sobre a anisotropia do concreto. Os parâmetros analisados foram, influência da armadura, relação água/cimento, tempo de cura, histórico de carga e geometria estrutural. O trabalho consistiu em moldar vigas e lajes das quais, os corpos de prova com forma cilíndrica foram extraídos. A extração das amostras se deu em duas direções, paralela e perpendicular ao lançamento do concreto. Nesse estudo a anisotropia foi discutida com base na diferença entre a força de compressão paralela e normal.

Os resultados mostraram que a presença de armadura não tem influência significativa sobre a anisotropia em lajes sem histórico de carga. Igualmente como o tempo de cura não tem influência significativa na anisotropia absoluta em vigas sem histórico de carga. Em

membros estruturais sem histórico de carga, interfaces fracas devido à segregação dinâmica e estática podem explicar a anisotropia. Já em membros estruturais com histórico de carga, interfaces fracas devido a rachaduras induzidas por carga podem explicar a anisotropia. A diferença de resistência entre as duas direções solicitadas foi encontrada como sendo menor que 5 MPa para elementos estruturais sem histórico de carga. Já para os elementos estruturais que foram carregados até a falha a diferença foi de aproximadamente 10 MPa. Assim para estruturas existentes em serviço a anisotropia pode variar entre 5 e 10 MPa.

É interessante notar que a diferença de 5 MPa na resistência à compressão entre as duas direções de solicitação foi encontrada para os dois tipos de concreto analisados, resistência normal e alta resistência. Para o concreto normal com resistência a compressão do cilindro padrão de 43,50 MPa, a diferença de 5 MPa representa 11,50% da resistência da amostra. Entretanto para o concreto de alta resistência com 68,20 MPa de resistência a compressão a anisotropia corresponde a 7,33% da resistência da amostra. Assim a proposta de Hansen *et al.* (2018) ao analisar a anisotropia pela diferença entre as resistências ao invés da razão, é minimizar a variação do resultado em função das diferenças na composição do concreto.

Kosteski *et al.* (2018) realizaram estudos experimentais para quantificar o grau de anisotropia esperado em estruturas de concreto. No estudo foram analisadas duas classes de concreto C30 e C50, sendo as amostras cubos de 10 cm. As amostras foram submetidas à compressão uniaxial sendo estudado os casos de compressão paralela e perpendicular ao lançamento do concreto. A relação entre a tensão média de compressão perpendicular e paralela foi de 0,98 para o concreto C30 e 0,84 para o C50. Os resultados sugerem que o efeito pode resultar em erros de até 10% na capacidade de carga estimada.

Computacionalmente a anisotropia no concreto foi estudada por Riera *et al.* (2017) utilizando o LDEM. Amostras globalmente isotrópicas foram submetidas a uma tensão de tração uniaxial na direção horizontal, até 80% da resistência à tração uniaxial da amostra. Este procedimento tem o propósito de simular a presença de pequenas fraturas horizontais iniciais. Após o elemento pré fissurado foi então aplicado uma tensão compressiva uniaxial na orientação vertical. Um total de seis simulações foram realizadas, o modelo LDEM previu uma redução da resistência à compressão dos cubos na orientação normal à orientação do lançamento do concreto. A redução média resultante foi cerca de 3,5%, entretanto em cerca de metade das amostras não houve redução, enquanto na outra metade a redução média encontrada foi superior a 7%.

Várias técnicas de modelagem computacional são utilizadas para estudar o comportamento anisotrópico de massas rochosas. Enquanto no concreto a anisotropia está relacionada a direção de lançamento, em massas rochosas o comportamento é dominado pelos planos de clivagem, o qual torna o material laminar. Assim a resposta a compressão de amostras de rocha variam com a orientação do plano de clivagem. Riahi e Curran (2008), Karampinos *et al.* (2015) utilizam técnicas de modelagem descontinuada, as quais, simulam explicitamente as juntas e descontinuidades dentro de uma massa rochosa anisotrópica. No entanto, devido à intensidade computacional dessas técnicas numéricas, não é prático simular explicitamente o tecido conjunto de uma massa rochosa inteira para análises de rotina de escavações em larga escala. Para superar essas limitações computacionais Board *et al.* (1996), Clark (2006), Leitner *et al.* (2006), Sainsbury e Sainsbury (2017) utilizaram o modelo constitutivo da Articulação Ubíqua baseado no contínuo.

Para a variação da resistência em função da direção para a análise da tração temos o estudo realizado por Castillo *et al.* (2018). Onde foram realizados ensaios em concreto reforçado com fibra de aço, sendo os testes realizados na direção paralela e normal ao lançamento. Um elevado nível de anisotropia na resposta residual de tração foi observado, devido à orientação preferencial da fibra dependendo da direção de lançamento. As amostras carregadas paralelamente à direção de lançamento exibiram cargas residuais cerca de 3,5 vezes maiores do que aquelas carregadas perpendicularmente.

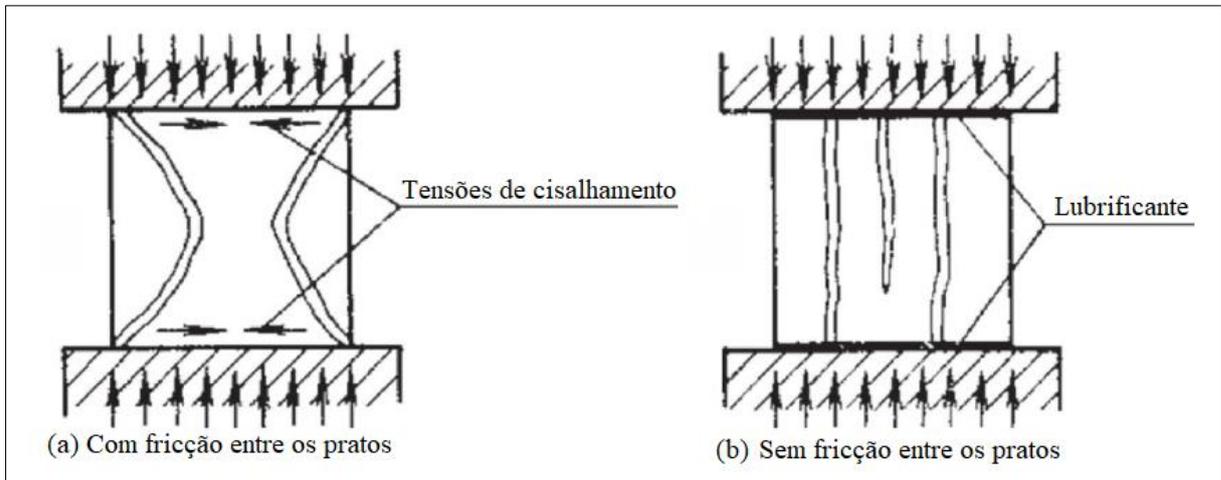
2.2 Influência das condições de contorno

Conforme Van Geel (1998), ao aumentar o coeficiente de atrito das superfícies das placas de carregamento em contato com a amostra, o deslizamento entre a amostra e a placa é restringido devido às tensões de fricção nas extremidades da amostra. No caso de compressão uniaxial, isto leva à ocorrência de estados de tensão triaxial em regiões próximas às placas de carregamento e, por isso, à formação do conhecido modo de falha de ampulheta. Além da mudança na forma de ruptura também ocorrem alterações nas curvas tensão *versus* deformação, sendo que, tanto o pico de tensão como os deslocamentos são muito maiores no caso de um coeficiente de atrito elevado e o comportamento pós-pico é mais dúctil devido à formação do modo de falha de ampulheta. Entretanto em geral, as deformações laterais apresentam a mesma ordem de grandeza.

A Figura 4 ilustra os modos de ruptura encontrados por Baykov e Sigalov (1986), para amostras submetidas à compressão uniaxial em dois estados, com fricção (a) e sem fricção (b)

nas faces através da utilização de lubrificante. Logo, verifica-se que a distribuição de tensões e modos de ruptura são distintos. No caso (a) é possível notar que a ruptura ocorre em forma de ampulheta, apresentado a forma característica bi cônica, já para o caso (b) a ruptura ocorre através de aberturas de fissuras paralelas ao carregamento.

Figura 4 - Modo de falha da amostra de acordo com as condições de contorno: (a) Ensaio com fricção; (b) Ensaio sem fricção.



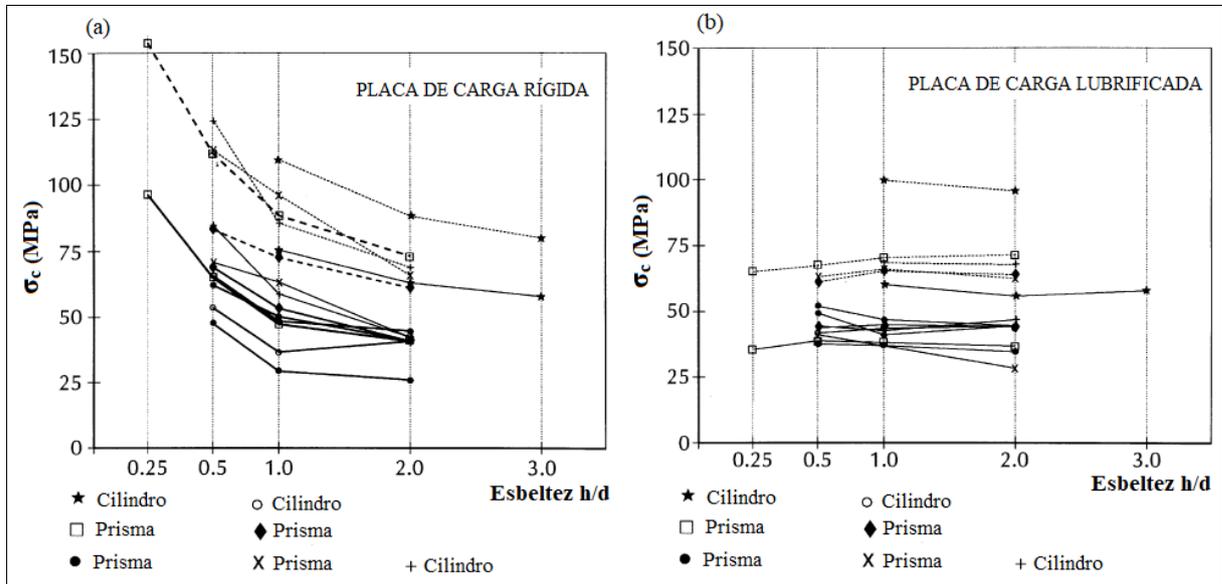
Fonte: Adaptado de Baykov e Sigalov (1986)

Van Mier *et al.* (1997) estudaram os efeitos da restrição das extremidades de corpos de prova cilíndricos e prismáticos em contato com a prensa, variando a altura dos mesmos e o atrito na interface amostra/prensa. Para o caso de análise com atrito a amostra foi carregada diretamente pela placa rígida de mesmo tamanho da amostra, já para o caso de atrito reduzido foi utilizado teflon ou lubrificante, sendo verificado diferentes espessuras da folha de teflon. A Figura 5 mostra a esbeltez em função da resistência a compressão, para as variações de prismas e cilindros analisados. Na Figura 5(a) é apresentado o resultado para o ensaio realizado com a placa de carga rígida e na parte (b) para a placa de carga lubrificada.

Os resultados mostraram que quando placas rígidas de aço são usadas, a resistência da amostra, aumenta quando a esbeltez diminui. Sendo que para razão altura diâmetro (h/d) maior que 2-2,5 a diminuição da força é interrompida. Quando placas de carga lubrificadas são usadas, o aumento da resistência da amostra em função da esbeltez não ocorre, sendo a força medida constante. Assim, tanto para os cilindros como para os prismas, a diferença de resistência entre os ensaios com atrito e com redução do atrito, aumenta com a diminuição da esbeltez. O comportamento pré-pico da curva tensão-deformação se mostrou independente da esbeltez quando foram usadas placas de carga de baixo atrito. Entretanto, no regime pós-pico

um aumento de ductilidade com diminuição da esbeltez da amostra foi encontrado em todos os experimentos.

Figura 5 - Efeito da esbeltez na compressão uniaxial (a) com atrito, (b) atrito reduzido.

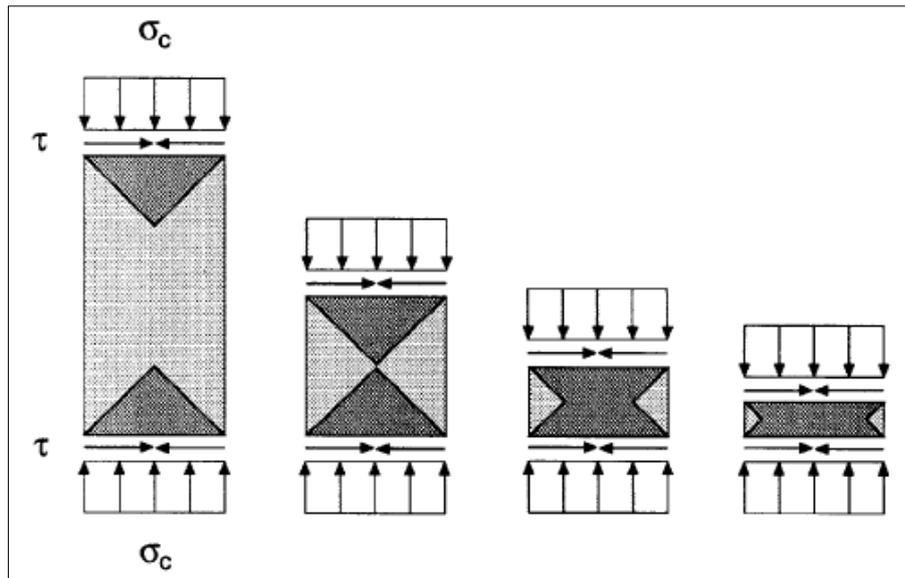


Fonte: Adaptado de Van Mier *et al.* (1997)

A explicação de Van Mier *et al.* (1997) para o aumento da força está na restrição de atrito que se acumulará durante um teste quando forem utilizadas placas de carga rígidas. As tensões de cisalhamento entre a placa de carregamento e a amostra são causadas por um desajuste na expansão lateral, e rigidez da placa de carregamento e da amostra. Como consequência, as regiões confinadas triaxialmente se desenvolvem nos espécimes, como mostrado esquematicamente na Figura 6. As zonas restringidas incluem a maior parte da amostra com esbeltez pequena, enquanto áreas não restringidas relativamente grandes se desenvolvem a medida que a altura da amostra aumenta. Assim, uma maior resistência deve ser obtida para índices de esbeltez baixos, porque a resistência à compressão triaxial é normalmente assumida como sendo maior do que a resistência à compressão uniaxial.

Choi *et al.* (1996) testaram três diferentes condições de contato entre os pratos da máquina e as amostras de concreto submetidas à compressão. Sendo estas, prato seco (PS): quando a amostra estava diretamente em contato com os pratos de aço; prato teflon (PT): quando uma folha de politetrafluoretileno de 0,05mm de espessura foi colocada entre os pratos e a amostra, pois o teflon funciona como um lubrificante sólido; prato lubrificado (PL): quando um lubrificante foi aplicado formando um filme entre as placas e a amostra.

Figura 6 - Zonas de confinamento para amostras com diferentes tamanhos.



Fonte: Van Mier et al. (1997, p. 202)

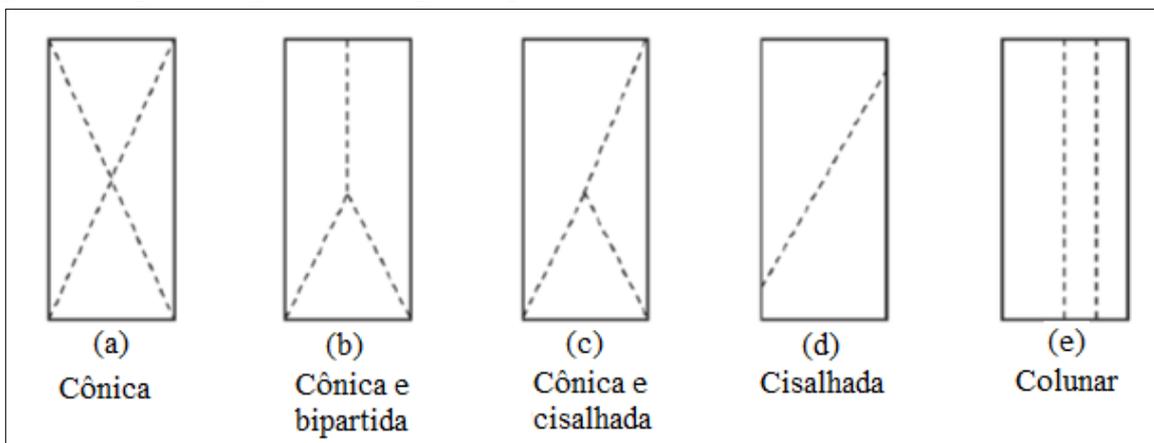
Os resultados mostraram que para $h/d = 2$, tanto a tensão como a deformação de pico não foram significativamente afetadas pelas diferentes condições de atrito. Entretanto a curva pós pico é consideravelmente mais inclinada com o atrito reduzido (PT e PL), do que em amostras testadas sem tal material. O confinamento devido ao atrito pode ser notado pois após o pico de carregamento ocorre uma pequena expansão lateral nas extremidades e uma grande expansão lateral no centro da amostra. Quando o atrito é reduzido a expansão lateral no meio da amostra não é dominante em relação ao das extremidades. Assim a redução do atrito diminui o confinamento nas extremidades e muda a localização da falha em comparação ao caso com atrito (PS).

Zisopoulos *et al.* (2000) analisaram amostras cilíndricas de 150 mm de altura e 75 mm de diâmetro, submetidas a vários graus de restrição por atrito. Encontraram que à medida que as forças de atrito diminuem, o concreto sofre uma perda mais rápida de sua capacidade de carga. Já Shah *et al.* (1996) analisaram amostras cilíndricas de concreto com h/d variando de 2 a 5,5, verificando que as curvas tensão-deformação não são afetadas pelo comprimento da amostra na parte pré-pico, uma vez que suas deformações são proporcionais aos seus comprimentos. No entanto, a porção pós-pico das curvas torna-se mais íngreme à medida que o comprimento se torna maior. O aumento da fragilidade com o comprimento é diretamente devido à localização; o comprimento da zona de falha não muda e a quantidade de resposta elástica aumenta. Pois o tamanho aproximado e a forma da zona de falha permanecem os mesmos, independentemente do comprimento da amostra.

De acordo, com a norma brasileira NBR 5739 - 2007, espera-se que amostras cilíndricas possam falhar de pelo menos cinco maneiras possíveis, como mostra a Figura 7. Nesses modos, é possível notar que as fissuras geralmente passam pelas faces de contato com apenas uma exceção (Figura 7 (d)). Assim Bezerra *et al.* (2016) afirma que isso pode corroborar a visão de que a distribuição de força pode ser muito afetada por fatores de contato.

Bezerra *et al.* (2016) em seus estudos compararam os resultados obtidos com corpos de prova moldados em forma de ampulheta e cilíndrica, submetidos à compressão uniaxial. Os ensaios mostraram que ocorreram diferentes modos de ruptura nas amostras cilíndricas, enquanto que nas amostras moldadas em forma de ampulheta um único modo de ruptura foi observado. Além disso, enquanto as amostras cilíndricas apresentaram distribuições de Gauss bimodais para as frequências dos resultados, podendo demonstrar a influência da propriedade do material e a influência dos pratos da máquina de ensaio, as amostras na forma de ampulheta apresentaram sempre distribuições de Gauss unimodais para os resultados. Concluindo que, a forma da ampulheta é uma geometria de amostra interessante para avaliar a resistência à compressão de materiais cimentícios, pois elimina a interferência dos pratos da máquina no ensaio.

Figura 7 - Tipos de ruptura em corpos de prova cilíndricos.



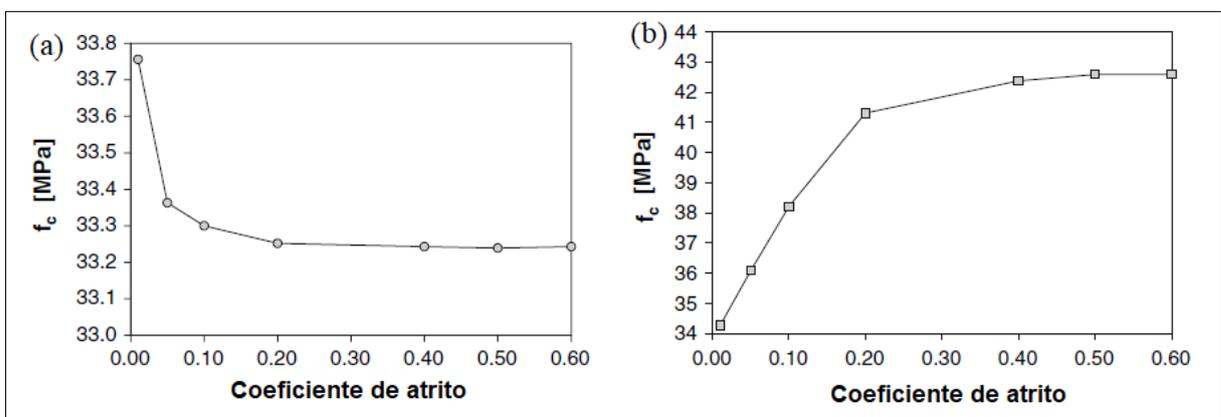
Fonte: Adaptado ABNT NBR 5739 (2007)

Indelicato e Paggi (2008) utilizaram um modelo numérico não linear baseado no método dos elementos finitos, para simular numericamente ensaios de compressão. Afim de simplificar o problema tridimensional real, foi proposto um modelo bidimensional, assumindo um estado de tensão plano para os cubos com 15 cm de lado e um estado de tensão axialmente simétrico para os cilindros com 15 cm de diâmetro e 30 cm de comprimento. O coeficiente de

atrito variou de 0,01, simulando a presença de Teflon, para 0,60, típico de interfaces de aço-concreto. Obtendo que, para as amostras cilíndricas com relação altura diâmetro $h/d = 2$, a resistência à compressão variou de 33,8 MPa a 33,2 MPa, demonstrando assim uma fraca influência do coeficiente de atrito, como mostrado na Figura 8 (a). Pelo contrário, a resistência à compressão calculada para as amostras cúbicas, tendo $h/d = 1$, é significativamente dependente do coeficiente de atrito. Nesse caso, quanto maior o coeficiente de atrito, maior a resistência à compressão (Figura 8 (b)). Assim a conversão entre as resistências dos cilindros e dos cubos em função do coeficiente de atrito varia de aproximadamente 1 para um coeficiente de atrito próximo de 0,01, e se aproxima assintoticamente de 0,78 para $f = 0,60$.

No entendimento de Indelicato e Paggi (2008) o comportamento diferente entre o cubo e o cilindro pode ser atribuída à evolução diferente do domínio plástico durante o progresso da simulação. A plastificação nas amostras cilíndricas começou a partir do núcleo, e sucessivamente se estende até alcançar as chapas de aço. Este comportamento foi observado independentemente do valor do coeficiente de atrito. Nos espécimes de cubo, a evolução do domínio plástico foi completamente diferente. Nestes casos, os primeiros elementos finitos plastificados foram aqueles localizados na borda da superfície de contato, onde uma alta concentração de tensão se desenvolve devido à incompatibilidade elástica entre o aço e o concreto.

Figura 8 - Resistências à compressão do cilindro (a) e do cubo (b) numericamente computadas *versus* coeficiente de atrito.



Fonte: Indelicato e Paggi (2008, p. 437)

Outro trabalho que utilizou experimentos numéricos para estudar o efeito do atrito na extremidade em amostras submetidas a compressão é o de Xu e Cai (2015). Os autores realizaram experimentos numéricos de amostras rochosas com diferentes geometrias sob

compressão uniaxial em 3D, utilizando a ferramenta de elementos finitos Abaqus. Analisaram cilindros com diâmetro de 50 mm e prismas de base quadrada com lado de 44 mm, com alturas variadas. Na ausência de atrito no contato amostra-placa, não foi observado efeito da geometria na intensidade do pico, o que significa que a influência da esbeltez e da forma da seção transversal no pico de resistência das rochas é insignificante. No entanto, a esbeltez afeta o comportamento pós-pico das rochas, mesmo se não houver restrição final. Entretanto para o ensaio com atrito, zonas confinadas são ativadas perto das extremidades da amostra e as tensões de tração podem ser induzidas na amostra em locais onde a expansão é menos restrita. Então, a força máxima de um espécime baixo é maior que a de um espécime alto, observando que era a esbeltez e não a forma transversal de um espécime de rocha que estava intimamente relacionado à distribuição de tensões e, portanto, dominava o efeito da geometria.

2.3 Modelos matemáticos

Os modelos matemáticos são ferramentas úteis para descrever e prever o comportamento de fenômenos físicos. Em problemas com maior complexidade não é possível a obtenção de uma solução exata sendo necessário o uso de técnicas de aproximação. Além disso, permite prever o comportamento de materiais sem a construção do modelo real, o que muitas vezes tornaria a análise mais onerosa ou até a inviabilizaria. O uso de métodos numéricos para a solução de problemas vem aumentando, em parte, pela maior disponibilidade de softwares específicos, e também pela disponibilidade de equipamentos computacionais com maior capacidade de processamento.

Existe uma variedade de técnicas disponíveis na literatura para o cálculo de soluções aproximadas. Entre eles o método dos elementos finitos vem sendo amplamente difundido, entretanto existem outros métodos numéricos com função similar, em meio a estes pode-se citar: método das diferenças finitas, que é o método mais antigo de resolução de Equações Diferenciais Parciais, o qual se acredita haver sido introduzido por Euler no século XVIII; método dos volumes finito, onde o domínio de solução é dividido num número finito de volumes de controle contíguos, e a equação da conservação é aplicada a cada volume de controle, tendo evoluído do método das diferenças finitas (GONÇALVES, 2007).

Conforme Lotti *et al.* (2006) o método dos elementos finitos (MEF) foi desenvolvido no final do século XVIII por Gauss que propôs a utilização de funções de aproximação para a solução de problemas matemáticos. Em 1956, Turner, Clough, Martins e Topp, propuseram

um método de análise estrutural, similar ao MEF quando trabalhavam em um projeto de aeronaves para a Boeing. Posteriormente, em 1960, estes autores utilizaram pela primeira vez o nome de método dos elementos finitos. A partir de então, seu uso foi amplamente difundido sendo aplicado em diversas áreas da engenharia.

Segundo Gonçalves (2007) uma vantagem importante do MEF é a capacidade para analisar geometrias arbitrárias, sendo que as malhas são facilmente refinadas em regiões de interesse, pois cada elemento pode ser facilmente dividido em vários. Entretanto o MEF tem dificuldades na simulação de fratura e fragmentação dos sólidos.

Nesta perspectiva, é necessário buscar outros métodos com ferramentas alternativas para modelar estruturas que se fraturam, entre eles, temos o método dos elementos discretos. Existem diferentes modelos de abordagem discreta, entre eles, um se baseia na relação tensão *versus* deformação de um arranjo regular de esferas (3D) ou cilindros (2D). Duffy e Mindlin (1957) estudaram o módulo elástico de um pacote regular de esferas para uma estrutura centrada cúbica, Deresiewicz (1958) para uma rede cúbica simples e Duffy (1959) para um arranjo compacto hexagonal. O modelo passou a ser amplamente utilizado na área geotécnica, entre outros por Cundall (1971) para estudos com rocha na mecânica dos solos.

O método dos elementos discretos formado por barras utilizado no presente trabalho, consiste em representar o contínuo usando um arranjo de vigas ou de barras. Riera e Rocha (1991) e Rocha *et al.* (1991) estenderam o LDEM para analisar problemas de fratura frágil em corpos de concreto. Entre outros, Schlangen e Garboczi (1997), e Chiaia *et al.* (1997), utilizaram arranjos de vigas para estudar os diferentes aspectos da fratura quase frágil dos materiais cimentícios; Rinaldi e Lai (2007), para estimar os danos e propriedades mecânicas efetivas da microestrutura desordenada. Porém, no método existe limitação em representar formas complexas de maneira precisa.

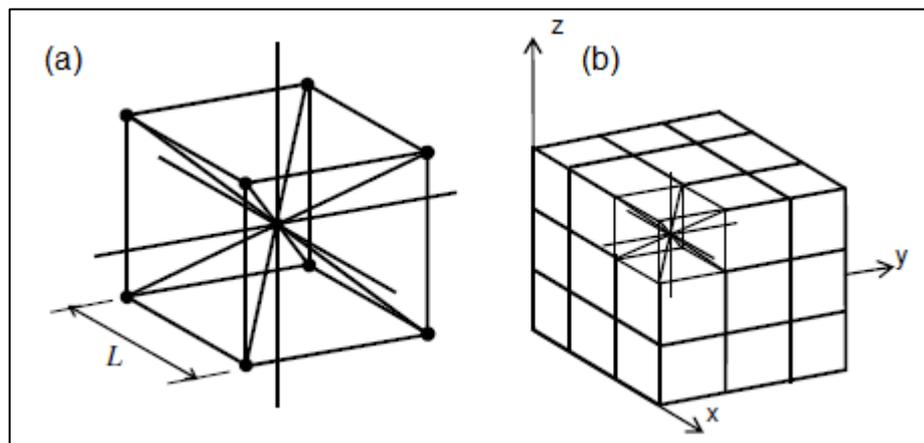
Assim para ganhar flexibilidade na simulação de problemas com geometrias e condições de contorno mais complexas, criar modelos mistos LDEM e MEF pode ser uma solução vantajosa. Esta solução foi empregada por Kostaski *et al.* (2011) para modelar um cilindro de contenção, um dos painéis cilíndricos onde se espera que ocorra a falha é modelada com o LDEM. O painel é inserido em um modelo MEF de toda a contenção para fornecer condições de contorno aproximadamente corretas. Assim é possível diminuir os graus de liberdade, reduzindo o custo computacional do modelo. Colpo (2016) também analisa o uso do LDEM + MEF para ensaios de tração, onde o centro do corpo de prova foi modelado com o LDEM e as extremidades com o MEF, pois os corpos de prova possuem uma diminuição da seção transversal no centro, sendo a ruptura esperada neste local.

3 MÉTODO DOS ELEMENTOS DISCRETOS FORMADO POR BARRAS

Neste capítulo é apresentado o método dos elementos discretos formado por barras, sendo exposta toda a fundamentação teórica do método, bem como a lei constitutiva clássica utilizada, o modelo bilinear ou de Hillerborg. Posteriormente é apresentada a implementação do método dentro do ambiente do *software* comercial *Abaqus*.

A formulação do LDEM utilizada neste trabalho foi proposta por Riera (1984) para determinar a resposta dinâmica de placas e elementos de parede fina sob carga de impacto, quando a falha ocorre principalmente por cisalhamento ou tração, que é geralmente o caso em estruturas de concreto. O LDEM consiste em representar o contínuo por intermédio de um arranjo espacial de barras, com as massas concentradas nos nós. A massa de cada nó depende do volume de influência do mesmo. O módulo cúbico básico é composto por 20 elementos de barra e nove nós interconectados, conforme mostra a Figura 9. Cada nó possui três graus de liberdade correspondentes aos três componentes do vetor deslocamento num sistema de referência global.

Figura 9 - Discretização do LDEM: (a) Módulo cúbico básico, (b) Geração de um corpo prismático.



Fonte: Kostaski (2012, p.37)

Para um material elástico isotrópico, a área transversal A_l do elemento longitudinal é representada pela equação 1.

$$A_l = \phi L^2 \quad \dots(1)$$

sendo L o comprimento do lado do módulo cubico considerado. De modo semelhante a área dos elementos da diagonal A_d , é:

$$A_d = \frac{2}{\sqrt{3}} \phi L^2 \quad \dots(2)$$

Para sólidos isotrópicos, $\phi = (9 + 8\delta) / (18 + 24\delta)$ e $\delta = 9\nu / (4 - 8\nu)$, onde ν é o coeficiente de Poisson do sólido. Convém notar que para $\nu = 0,25$ existe uma equivalência completa entre o modelo discreto e o contínuo isotrópico. Já para $\nu \neq 0,25$ aparecem diferenças nos termos de cisalhamento. Os detalhes do cálculo da seção transversal equivalente por unidade de comprimento das barras longitudinais e diagonais das equações (1) e (2) podem ser encontradas nos trabalhos de Nayfeh e Hefzy (1978), e Dalguer *et al.* (2001).

O sistema de equações resultante de aplicar a segunda lei de Newton em cada nó tem a forma:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{F}(t) - \mathbf{P}(t) = 0 \quad \dots(3)$$

onde \mathbf{x} , $\dot{\mathbf{x}}$ e $\ddot{\mathbf{x}}$ são os vetores deslocamentos, velocidade e aceleração nodais, respectivamente, \mathbf{M} é a matriz de massas nodais e \mathbf{C} é uma matriz de amortecimento, ambas consideradas matrizes diagonais. Os vetores $\mathbf{F}(t)$ e $\mathbf{P}(t)$ contêm as forças internas e externas, respectivamente que atuam nas massas nodais. Assim é utilizado um esquema de integração explícita de diferenças finitas para integrar a equação 3 no domínio do tempo.

Conforme o critério de Courant-Friedrichs-Lewy, Bathe (1996) afirma que a estabilidade do esquema de integração é assegurada limitando o incremento de tempo. Na presente implementação, os elementos em piores condições (isto é, aqueles que requerem um Δt menor) são os diagonais. Logo, considerando a relação entre os comprimentos dos dois tipos de barras, a limitação do incremento de tempo é:

$$\Delta t \leq \frac{0,6L}{C_p} \quad \dots(4)$$

onde C_p é a velocidade de propagação da onda longitudinal.

$$C_p = \sqrt{E / \rho} \quad \dots(5)$$

sendo E o módulo de elasticidade e ρ a densidade do material. A convergência de soluções utilizando o LDEM para elasticidade linear e instabilidade elástica foi verificada por Hayashi (1982).

3.1 Fratura equivalente

Para levar em conta a energia de fratura dissipada no processo de ruptura, impõe-se que a energia dissipada pela fratura do material contínuo e sua representação discreta sejam equivalentes. Assim, quando uma barra da treliça espacial rompe, a energia de fratura

equivalente é liberada. Esta energia é dependente da área de fratura e da equação constitutiva do material. Riera (1984) e Riera e Rocha (1991) seguiram a lei proposta por Hillerborg (1978) para materiais quase frágeis como relação constitutiva elementar (RCE), expandindo assim o LDEM para problemas de fratura frágil.

Para um espécime cúbico de dimensões $L \times L \times L$ como o mostrado na Figura 10(a), a energia dissipada pela fratura de uma amostra contínua de material devido a uma ruptura paralela a uma de suas faces é dado por:

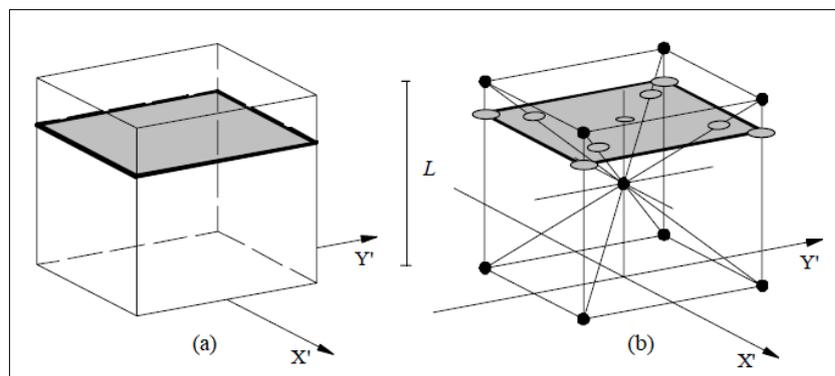
$$\Gamma = G_f \Lambda = G_f L^2 \quad \dots(6)$$

sendo Λ a área de fratura atual. Entretanto, a energia dissipada quando o módulo do LDEM de dimensões $L \times L \times L$ é dividido em duas partes leva em conta a contribuição de cinco elementos longitudinais (quatro coincidentes com os eixos do módulo e um interno) e quatro elementos diagonais, (Figura 10(b)). Desse modo, a energia dissipada pelo módulo do LDEM pode ser escrita como:

$$\Gamma_{DEM} = G_f \left(4 \cdot 0,25 \cdot c_A + c_A + 4 \cdot c_A \cdot \left(\frac{2}{\sqrt{3}} \right)^2 \right) L^2 \quad \dots(7)$$

onde o primeiro termo na soma considera os quatro elementos dos eixos (o coeficiente 0,25 é devido ao fato de que cada elemento é compartilhado por quatro módulos), o segundo termo considera o elemento longitudinal interno, e o terceiro termo considera a contribuição dos quatro elementos diagonais.

Figura 10 - a) sólido cúbico de dimensões $L \times L \times L$, b) módulo do LDEM de dimensões $L \times L \times L$.



Fonte: Kostaski (2012, p.39)

O coeficiente c_A é um parâmetro de escala utilizado para fazer cumprir a equivalência entre Γ e Γ_{DEM} . Pelas equações 6 e 7 temos que:

$$G_f L^2 = G_f \left(\frac{22}{3} c_A \right) L^2 \quad \dots(8)$$

da equação 8 pode se deduzir que $c_A = 3/22$ para que haja equivalência entre Γ e Γ_{DEM} . Logo a área de fratura equivalente $A_i^f = c_A L_i^2$, para os longitudinais e diagonais é, respectivamente:

$$A_l^f = (3/22)L^2, \quad A_d^f = (4/22)L^2 \quad \dots(9)$$

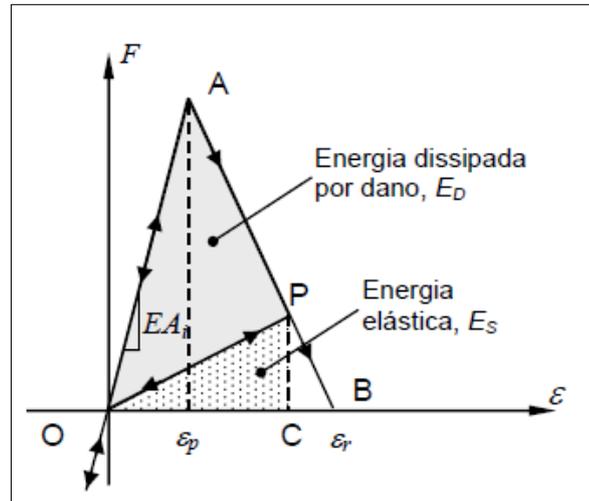
3.2 Lei bilinear ou modelo de Hillerborg

A lei de amolecimento para materiais quase frágeis proposta por Hillerborg (1978) foi adotada para tratar o comportamento desse tipo de material por meio da relação constitutiva elementar triangular, apresentada na Figura 11. Esta leva em conta a fratura frágil e também permite capturar os efeitos irreversíveis da nucleação e propagação das fissuras, portanto, prevê a redução na capacidade de carregamento do elemento.

No modelo de Hillerborg (Figura 11), a área do triângulo OAB, ou seja, a área debaixo da curva força-deformação, equivale a densidade de energia necessária para fraturar a área de influência do elemento. Assim considerando um ponto P na curva força-deformação, a área do triângulo OPC representa a densidade de energia elástica armazenada no elemento. Enquanto, a área do triângulo OAP é a densidade de energia dissipada por fratura. Quando a densidade de energia dissipada por dano é igual à energia de fratura, o elemento falha e perde sua capacidade de carga. Entretanto, na compressão, o comportamento do elemento permanece linear elástico. Dessa forma, o defeito em compressão é induzido por tração indireta.

Os parâmetros constitutivos e símbolos utilizados na definição do modelo são definidos como: F é força axial no elemento; ε é a deformação específica sendo ε_p e ε_r as deformações crítica de falha e limite respectivamente; EA é a rigidez do elemento o qual é dado pelo produto entre o módulo de elasticidade do material e área da seção transversal; L é o comprimento do módulo do LDEM; A_l e A_d são as áreas dos elementos longitudinais e diagonais respectivamente obtidos através das equações 1 e 2.

Figura 11 - Relação constitutiva elementar utilizada no LDEM, Modelo de Hillerborg.



Fonte: Adaptado de Kostaski (2012)

A relação entre ε_p e a energia específica de fratura G_f é dada em termos da Mecânica de Fratura Elástica Linear como:

$$\varepsilon_p = R_f \sqrt{\frac{G_f}{E}} \quad \dots(10)$$

onde R_f é chamado de fator de falha, o qual leva em conta a presença de um defeito intrínseco de tamanho a , expresso como:

$$R_f = \frac{1}{Y\sqrt{a}} \quad \dots(11)$$

sendo Y um parâmetro adimensional, o qual depende tanto das dimensões do espécime quanto da trinca, pode-se entender também como função de forma intrínseca que estabelece como esta trinca de tamanho a está distribuída dentro no elemento de tamanho L . É importante notar que o tamanho do defeito intrínseco a é pré-determinado, portanto pode ser considerado como uma propriedade do material.

O elemento perde sua capacidade de carregamento quando a deformação limite ε_r é atingida (ponto B na Figura 11). Esta deformação limite pode ser relacionada com a deformação crítica de falha por intermédio da constante K_r a qual é apresentada na equação 12.

$$\varepsilon_r = K_r \varepsilon_p \quad \dots(12)$$

Cada elemento é caracterizado por duas áreas, uma relacionada à sua rigidez e outra a área de fratura equivalente. Estas duas áreas são funções exclusivas da discretização, isto é, da forma do módulo básico do LDEM e do seu comprimento L . A energia específica de fratura, G_f , assim como o módulo de Elasticidade (E), são características do material. O limite de

deformação deve ser ajustado para satisfazer a condição de que, após a falha do elemento, a densidade de energia dissipada seja igual ao produto da área de influência do elemento, vezes a energia específica de fratura, G_f , dividida pelo comprimento do elemento, ou seja:

$$\int_0^{\varepsilon_r} F(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{G_f A_i^f}{L_i} = \frac{\varepsilon_r \varepsilon_p EA_i}{2} = \frac{K_r \varepsilon_p^2 EA_i}{2} \quad \dots(13)$$

onde os sub índices i têm que ser substituídos por l ou d , dependendo se o elemento em causa é longitudinal ou diagonal, respectivamente. O coeficiente K_r é uma função das propriedades do material e do comprimento do elemento, L_i , dado por:

$$K_r = \left(\frac{G_f}{E \varepsilon_p^2} \right) \left(\frac{A_i^f}{A_i} \right) \left(\frac{2}{L_i} \right) \quad \dots(14)$$

A fim de garantir a estabilidade do algoritmo deve-se cumprir a condição que $K_r > 1$ (Riera e Rocha, 1991). Nesse contexto, convém definir o comprimento de elemento crítico:

$$L_{cr} = 2 \left(\frac{G_f}{E \varepsilon_p^2} \right) \left(\frac{A_i^f}{A_i} \right) \quad \dots(15)$$

Os elementos longitudinais e diagonais são respectivamente, $(A_l^f/A_l) = 3/22\phi$ e $(A_d^f/A_d) = \sqrt{3}/11\delta\phi$ (ver equações 1,2 e 9). Para o caso especial de um contínuo isotrópico com $\nu=0,25$, resulta que $(A_l^f/A_l) \approx (A_d^f/A_d) \approx 0,34$. Assim sendo, para fins práticos, um único valor de comprimento crítico do elemento é utilizado tanto para elementos longitudinais como para diagonais. Sendo assim, a condição de estabilidade antes apresentada pode ser expressa como:

$$K_r = \frac{L_{cr}}{L_i} \geq 1 \quad \rightarrow \quad L_i \leq L_{cr} \quad \dots(16)$$

Consequentemente existe um comprimento máximo de elemento que preserva a estabilidade da RCE.

Cabe salientar que os parâmetros utilizados para definir a RCE são propriedades que dependem: somente do material (ε_p , E , R_{fc} e G_f), da discretização do modelo (A_i^f e L), ou tanto da discretização como material (E_i^A e ε_r). Além disso, é importante notar que, embora o LDEM use uma lei escalar de dano para descrever o comportamento uniaxial dos elementos, o modelo global é responsável por danos anisotrópicos, pois possui elementos orientados em diferentes direções espaciais.

3.3 Inclusão do caráter aleatório

É possível introduzir o campo aleatório no LDEM através de duas maneiras. Na primeira, as propriedades do material podem ser definidas como campo aleatório no qual a distribuição da densidade de Weibull é considerada, sendo que o comprimento de correlação do campo espacial também é levado em conta. Já na segunda definição é introduzida uma desordem aleatória na malha com distribuição normal.

3.3.1 Aleatoriedade nas propriedades de material simulado

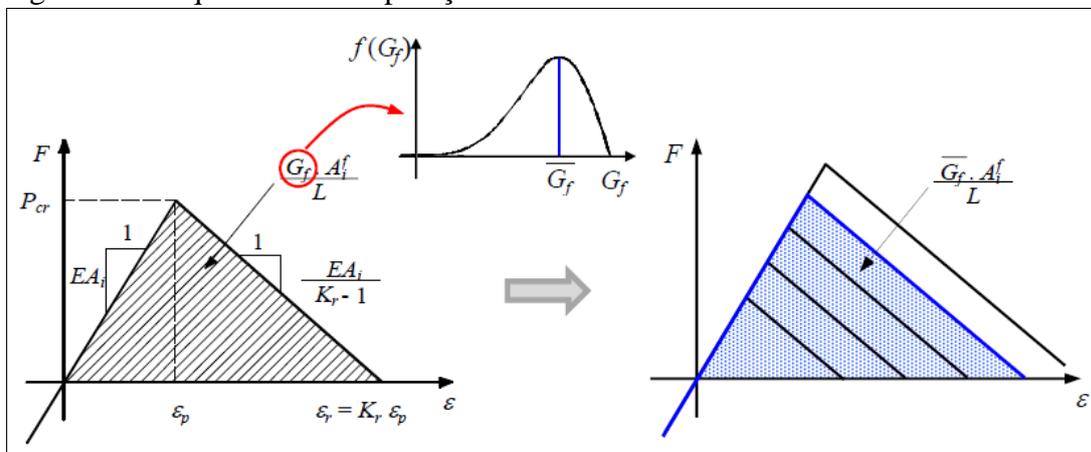
A aleatoriedade foi incluída nas propriedades do material, como é feito desde 1989 por Rocha. Esta forma leva em conta as imperfeições ou heterogeneidades de escala inferior ao tamanho do cubo elementar e representa uma homogeneização de micro a macro ou meso escala. Rocha (1989) introduziu o aspecto aleatório considerando a tenacidade do material G_f , como uma variável aleatória, admitindo para a mesma uma distribuição de probabilidades (função de probabilidade acumulada) tipo Weibull de dois parâmetros,

$$F(G_f) = 1 - e^{-(G_f/\beta)^\gamma} \quad \dots(17)$$

onde β e γ são respectivamente os parâmetros de escala e de forma.

O processo de incorporação da aleatoriedade na energia específica de fratura G_f é mostrado na Figura 12. Essa energia, relacionada com a área da relação constitutiva elementar (RCE), tem uma variação espacial segundo uma distribuição tipo Weibull mostrada na parte superior da figura. Logo, diferentes elementos terão diferentes RCE, com forma similar, como mostrado no gráfico força *versus* deformação no lado direito da Figura 12.

Figura 12 - Esquema da incorporação da aleatoriedade no LDEM.



Fonte: Kostas (2012, p.54)

3.3.2 Aleatoriedade perturbando a malha

A perturbação da malha é dada introduzindo pequenas perturbações no arranjo cúbico através da geração de pequenos deslocamentos iniciais dos pontos nodais. Estes deslocamentos resultam em pequenas mudanças na rigidez dos elementos. Riera et al. (2014a) analisou a influência da perturbação da malha explicando que no LDEM com uma malha perfeitamente cúbica as melhores correlações com resultados experimentais são obtidas com parâmetros de material que diferem em tração e compressão. Os resultados mostraram que a introdução de pequenas perturbações da malha regular do LDEM melhora significativamente a capacidade de previsão do modelo, além disso, permite a adoção de um conjunto único de propriedades de material, que são independentes da carga aplicada. Encontrando que, para coeficiente de variação da malha na faixa entre 2,5% e 2,8% são encontradas as melhores correlações com evidências experimentais.

3.4 Comprimento de correlação do campo aleatório gerado

Puglia et al. (2010) propõem, um esquema para simular campos aleatórios 3D caracterizados por distribuições de probabilidade arbitrárias. Isso é importante porque, quando uma malha densa é necessária em modelos discretos de materiais não homogêneos, as propriedades dos elementos vizinhos podem ser altamente correlacionadas. A proposta consiste em dividir o domínio formado pelas barras do método dos elementos discretos em regiões prismáticas que tenham como lados os comprimentos de correlação, os quais podem ser diferentes nas três direções cartesianas (l_{cx} , l_{cy} , l_{cz}). Nos vértices destes prismas se situam os polos, aos quais, se atribuem valores aleatórios com distribuições de probabilidades não correlacionadas. Posteriormente se realiza uma interpolação tridimensional para determinar o valor do campo aleatório correspondente a cada ponto no interior do prisma.

3.5 LDEM no ambiente *Abaqus/Explicit*

O software comercial *Abaqus* permite implementar as características do LDEM, podendo ser analisados modelos conjuntos LDEM+MEF. O *software Abaqus* é um dos programas comerciais de análise de elementos finitos mais completo e flexível. Proporcionando soluções precisas, robustas e de alto desempenho para problemas não-lineares complexos, aplicações dinâmicas em grande escala e simulação de design de rotina. *Abaqus/Explicit* é um produto do ambiente *Abaqus* de análise de elementos finitos, que é particularmente bem adaptado para análise não-linear, transiente e dinâmico de sólidos ou de

estruturas, utilizando integração explícita. A capacidade de *Abaqus/Explicit* para agir, com eficiência, em problemas acentuadamente não-lineares o torna eficaz para aplicações também quase estáticas, como explica Kostaski (2012).

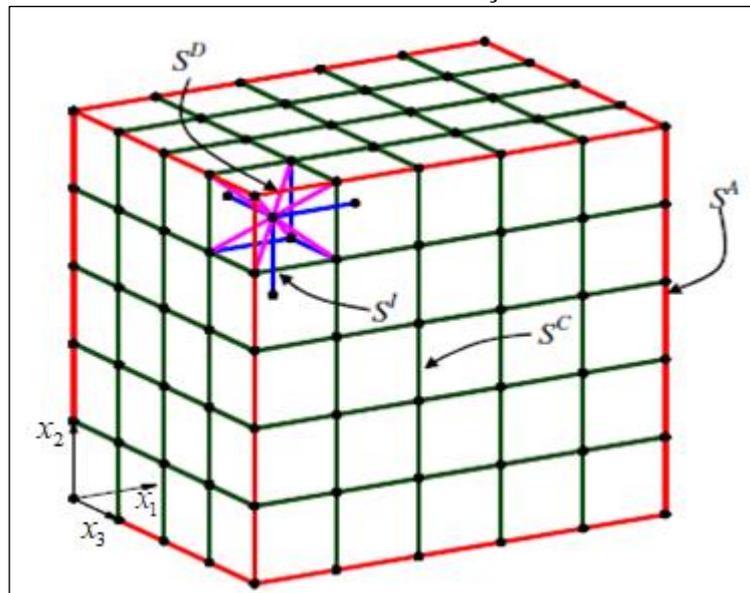
3.5.1 Modelagem da treliça espacial

No LDEM o corpo contínuo é reproduzido como uma treliça espacial, assim no *Abaqus/Explicit* é feita a superposição de módulos básicos utilizando elementos finitos de barra tridimensional com 2 nós (T3D2) para gerar a treliça. Cada elemento é associado a uma seção e, para cada seção, atribui-se um tipo de material. A disposição cúbica estudada possui quatro tipos diferentes de seções, correspondentes a elementos colocados nas arestas (S^A), faces (S^C), internos (S^I) e diagonais (S^D), do modelo global (ver na Figura 13, barras vermelhas, verdes, azuis e roxas, respectivamente). As áreas dos elementos pertencentes a cada seção são:

$$S^A = A_l/4, S^C = A_l/2, S^I = A_l \text{ e } S^D = A_d \quad \dots(18)$$

onde A_l e A_d foram definidas nas equações 1 e 2.

Figura 13 - Cubo do LDEM mostrando as diferentes seções modeladas no *Abaqus/Explicit*



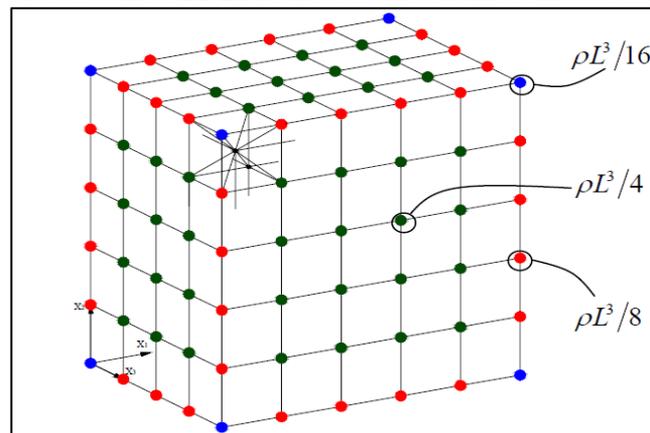
Fonte: Kostaski (2012, p. 98)

3.5.2 Discretização das massas

A massa do corpo simulado com o LDEM é discretizada e concentrada nos nós da treliça, sendo que o valor da mesma depende do volume de influência do nó. Tendo como base, o módulo cúbico básico da Figura 9(a), pode-se observar que no volume do módulo (L^3) está contido o nó central mais o somatório da oitava parte dos nós dos vértices do módulo.

Em cada módulo cúbico a massa deve ser igual a (ρL^3) , sendo ρ a massa específica do material. Deste modo, para formar a massa de um módulo cúbico colaboram um nó central que aportará toda sua massa ($\rho L^3/2$), e oito oitavos devidos aos nós dos vértices ($8\rho L^3/16$). Portanto, os nós dos vértices em azul, das arestas em vermelho e das faces em verde, possuem um oitavo, um quarto e metade da massa do nó completo, respectivamente. O modelo é representado na Figura 14.

Figura 14 - Cubo modelado com o LDEM onde se mostram as massas discretizadas.



Fonte: Kostaski (2012, p.99)

No *Abaqus/Explicit* não é possível colocar as massas concentradas unicamente nos nós, pois geraria erros nos cálculos devido as barras sem massas. Desta forma, optou-se por colocar uma densidade de massa nas barras que seja equivalente as massas nodais do LDEM. Foram consideradas duas densidades de massa equivalentes, uma para as barras longitudinais e outra para as barras diagonais, ρ_l e ρ_d respectivamente, se estabelece duas restrições, que os nós do centro do modelo global tenham uma massa de $\rho L^3/2$ e os nós dos vértices do modelo global $\rho L^3/16$.

Pela multiplicação do volume de cada barra por sua densidade de massa temos:

$$\frac{\rho L^3}{2} = \frac{6\rho_l \phi L^3}{2} + \frac{16\rho_d \delta \phi L^3}{2\sqrt{3}} \quad \dots(19)$$

$$\frac{\rho L^3}{16} = \frac{3\rho_l \phi L^3}{8} + \frac{2\rho_d \delta \phi L^3}{2\sqrt{3}} \quad \dots(20)$$

No caso especial de um contínuo isotrópico $\nu = 0,25$, pelas equações 19 e 20 as densidades de massa das barras longitudinais e diagonais são $\rho_l = \rho/7.8$ e $\rho_d = \rho/5.2$, respectivamente.

Contudo, alguns nós ainda não tem a massa que deveriam, são estes os nós internos dos módulos cúbicos externos do modelo global. Assim, optou-se por colocar elementos de massa concentrada nestes nós que, somados as massas provenientes das barras, atingissem o valor definido pelo método. Este déficit de massa se deve à falta de uma ou mais barras longitudinais dentre as seis que chegam normalmente a estes nós.

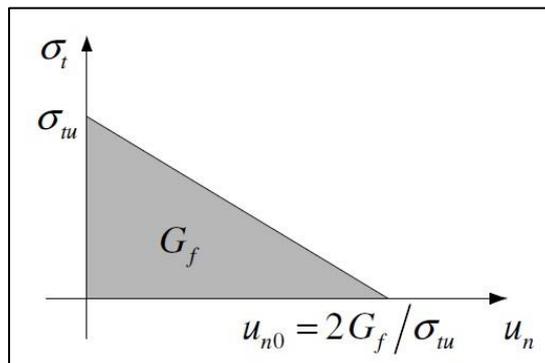
3.5.3 Introdução do modelo constitutivo no *Abaqus/Explicit*

O modelo de ruptura para concreto no *Abaqus/Explicit* possui características similares a da lei constitutiva bilinear do LDEM. Entre elas pode-se destacar:

- O comportamento à compressão é sempre elástico linear.
- O comportamento antes de começar o dano é elástico linear.
- Podem-se remover os elementos quando eles forem totalmente danificados.

No *software* o modelo de fissuras distribuídas (*smearred crack model*) é utilizado para representar discontinuidades no comportamento frágil do material. O critério de fratura se baseia no modelo de Hillerborg (1976). A Figura 15 mostra a relação constitutiva após atingir a tensão máxima.

Figura 15 - Modelo de tensão pós-falha versus deslocamento vinculada à energia de fratura utilizado no *Abaqus/Explicit*.



Fonte: Kostascki (2012, p.101)

A tensão de falha é definida por:

$$\sigma_{tu} = E\varepsilon_p \quad \dots (21)$$

Sendo que o deslocamento para o qual não se transmite mais tensões é $u_{n0} = 2G_f / \sigma_{tu}$ estando diretamente relacionado a deformação limite ε_p . Pois no software se utiliza o valor da deformação crítica (ε_p) no lugar do deslocamento.

3.5.4 Inclusão do caráter aleatório

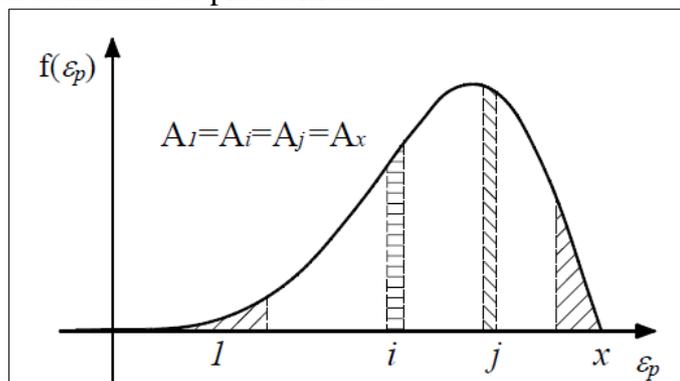
Como descrito na seção 3.3 a aleatoriedade é introduzida no modelo de duas formas, nas propriedades do material e através de uma perturbação no arranjo cúbico da treliça. Assim a seguir é descrito as duas formas de inclusão de aleatoriedade para o LDEM no ambiente *Abaqus/Explicit*.

3.5.4.1 Aleatoriedade nas propriedades do material

Para definir a aleatoriedade do material na implementação no *Abaqus/Explicit* optou-se por definir x conjuntos de propriedades associadas ao material, e para cada conjunto quatro tipos de seções (seções correspondentes a elementos colocados nas arestas (S^A), nas faces (S^C), internos (S^I) e diagonais (S^D)), gerando assim 4 vezes x tipos de seções.

A partir daí se divide a função de densidade de probabilidade de ε_p em x intervalos, associados aos conjuntos de propriedades antes definidos, de modo que a probabilidade dentro destes seja a mesma, ou seja, que a área atribuída nestes intervalos seja constante e igual a $1/x$. A Figura 16 mostra a função de densidade de probabilidade onde foram definidos x intervalos com a mesma probabilidade de ocorrência.

Figura 16 - Função de densidade de probabilidade.



Fonte: Kostas (2012, p.104)

Em cada conjunto de propriedades associadas ao material se atribui o valor de ε_p médio de cada intervalo correspondente. A probabilidade que um valor de ε_p caia nestes intervalos é constante, pois todas as probabilidades (áreas na distribuição) são iguais. Assim, basta sortear um número pertencente ao intervalo $[1; x]$ com distribuição de probabilidade uniforme e atribuir esse material ao elemento, fazendo com que o elemento tenha propriedade aleatória. Desta maneira a quantidade de elementos em cada conjunto de propriedades associadas ao material é similar, logo a distribuição global de ε_p e G_f é do tipo Weibull.

3.5.4.2 Perturbações no arranjo cúbico do LDEM

A perturbação do arranjo cúbico do LDEM é introduzida através de pequenos deslocamentos iniciais de pontos nodais, o qual também deve resultar em pequenas mudanças na rigidez dos elementos, as quais tendem a zero à medida que os deslocamentos nodais iniciais desaparecem. Portanto, é assumido que os coeficientes de rigidez do modelo LDEM permanecem inalterados. Assim, assume-se que os nós no modelo perturbado são deslocados de sua posição num arranjo cúbico perfeito, definido por coordenadas nodais (x_n, y_n, z_n) , como indicado na equação 22.

$$(x_n + r_x L, y_n + r_y L, z_n + r_z L) \quad \dots(22)$$

Em que r_x , r_y e r_z são números aleatórios com uma distribuição normal com média zero e coeficiente de variação CV_p e L denota o comprimento dos elementos longitudinais na célula cúbica. Para manter a geometria externa do elemento sem distorção, os nós dos quatro vertesses do elemento global não são deslocados, os nós nas arestas são deslocados apenas na direção longitudinal em relação a aresta e os nós das faces são deslocados apenas no plano da face pertencente.

4 IMPLEMENTAÇÕES NO LDEM - ABAQUS

Este capítulo apresenta a metodologia utilizada para inserir a um tipo de anisotropia em materiais modelados com o LDEM, assim como a proposta de implementação utilizada. Diversas variações do modelo são analisadas para corpos de prova submetidos à compressão, sendo verificadas duas condições de contato com implementação no *software* Abaqus.

É proposta também uma metodologia para estudar a influência das fissuras iniciais pré-existentes através das simulações numéricas. Um segundo método para introduzir o dano inicial de modo aleatório na amostra também é apresentado. Mostra-se também, a forma de aquisição e tratamentos dos dados.

4.1 Introdução da anisotropia no LDEM

Originalmente o LDEM permite avaliar a fratura apenas em materiais isotrópicos, deste modo, quando se simula um corpo de prova cúbico submetido a tensões uniaxiais nas três direções separadamente, os resultados obtidos são similares. A metodologia proposta a seguir permite introduzir no método o comportamento anisotrópico dos materiais, obtendo assim respostas diferentes em função da direção de sollicitação.

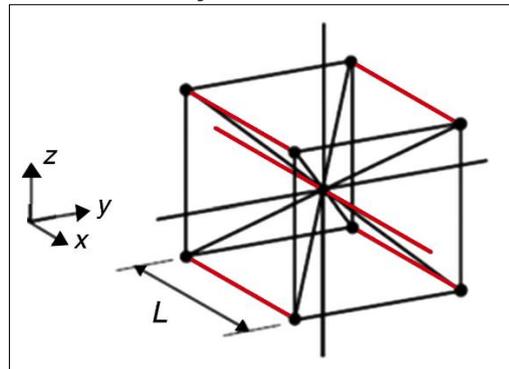
Para inserir a anisotropia no modelo do LDEM, a resistência à tração de parte das barras da treliça espacial foi alterada. Assim a tensão de falha destas barras foi reduzida para 1% da tensão adotada nas barras sem modificação. Logo a tensão de falha para as barras modificadas é dada por:

$$\sigma_m = 0,01E\varepsilon_p \quad \dots (23)$$

Sendo que, na compressão, o comportamento do elemento permanece linear elástico.

As barras com possibilidade de redução na resistência à tração são as posicionadas longitudinalmente na direção x (barras mostradas em vermelho na Figura 17). A porcentagem de barras longitudinais na direção x que terão sua resistência diminuída pode variar de zero a 100%. Sendo 0% quando a resistência à tração foi mantida em todas as barras, ou seja, modelo LDEM original isotrópico e 100% o caso em que a resistência à tração foi diminuída em todas as barras na direção x.

Figura 17 - Barras com a resistência à tração diminuída.

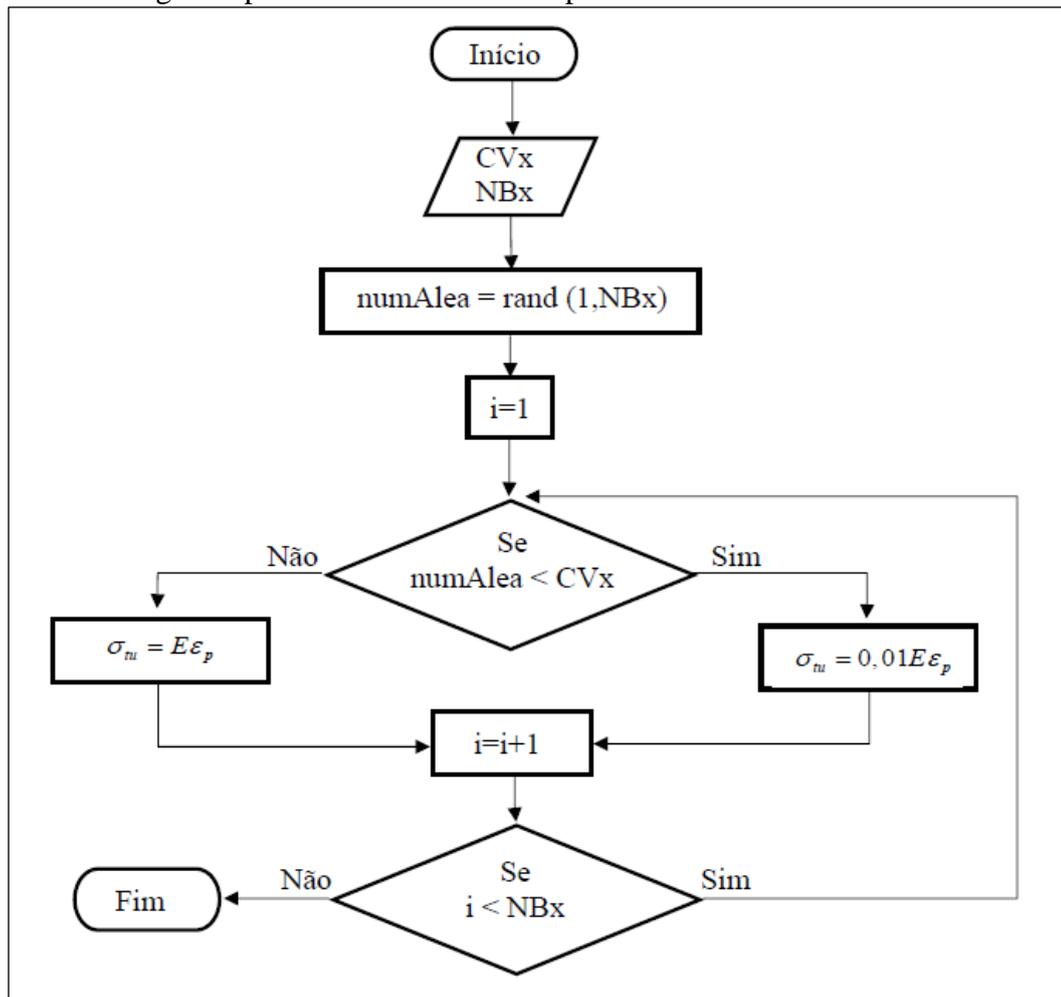


Fonte: Elaboração própria

Para gerar a treliça espacial do LDEM no *software* Abaqus é utilizado um arquivo gerado a partir de um código elaborado na linguagem de programação Matlab. O código foi desenvolvido inicialmente por Kosteski (2012) e para inserir a aleatoriedade no LDEM foram realizadas implementações adicionais no código. O fluxograma da Figura 18 apresenta a implementação realizada para inserir a anisotropia no modelo. No fluxograma, CVx indica a porcentagem de barras que terão a resistência diminuída e NBx o número total de barras longitudinais na direção x, o qual depende da quantidade de módulos cúbicos da treliça espacial. Através da função *rand* é gerado um vetor linha de números aleatórios, sendo o número de elementos igual ao número total de barras longitudinais na direção x. Os números aleatórios gerados pertencem ao intervalo [0 ; 1] com distribuição de probabilidade uniforme, assim a determinação das barras que terão a resistência reduzida segue uma distribuição normal de probabilidade. O número aleatório é associado a cada barra e é realizado um teste verificando se ele é menor que a porcentagem inicialmente definida. Quando o teste é verdadeiro a resistência à tração associada a barra é de 1% da atribuída ao material, caso contrário não é realizada alteração na resistência da barra.

Assim quando o corpo de prova gerado desta forma é submetido a solicitação na direção x, representa solicitação na direção de lançamento do concreto, ou seja, solicitação paralela. Já quando a solicitação ocorre na direção y ou z representa a solicitação na direção perpendicular ao lançamento do concreto.

Figura 18 - Fluxograma para inclusão da anisotropia.

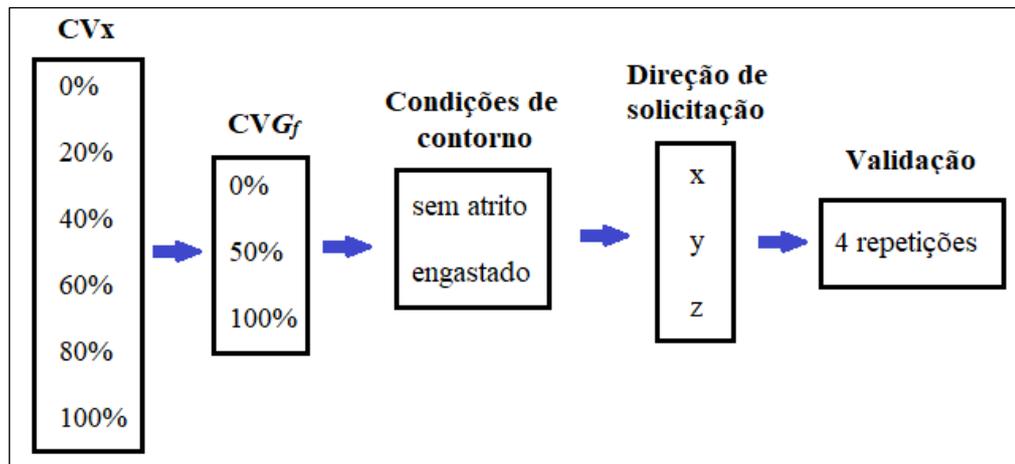


Fonte: Elaboração própria

4.2 Simulações

Para testar a influência da modificação proposta, vários casos de teste foram analisados variando a porcentagem de barras modificadas. Os valores de CVx variaram de 0% a 100% em intervalos de 20%. Essas variações foram realizadas para três coeficientes de variação da energia específica de fratura do material, sendo estes, 0%, 50% e 100%. Cada uma das simulações foi realizada para duas condições de contorno, solicitado nas três direções separadamente, sendo realizadas 4 repetições. A Figura 19 mostra o esquema das variações realizadas nas simulações.

Figura 19 - Esquema das condições nas simulações



Fonte: Elaboração própria

Foram analisados corpos de prova cúbicos de concreto com lado de 15 cm. Cada corpo de prova foi submetido a compressão pelo contato com placas de aço com dimensão de 17 x 17 x 2,5 cm, onde foram aplicados os deslocamentos prescritos. As propriedades dos materiais simulados estão apresentadas na Tabela 1. Estes dados são os mesmos que foram implementados por Riera *et al.* (2014b) para reproduzir as características do concreto no LDEM, onde através de ensaios experimentais confirmaram a validade dos parâmetros de entrada para a representação adequada do modelo. Ressaltando que no trabalho de Riera *et al.* (2014b) foi utilizado CVG_f igual a 50%.

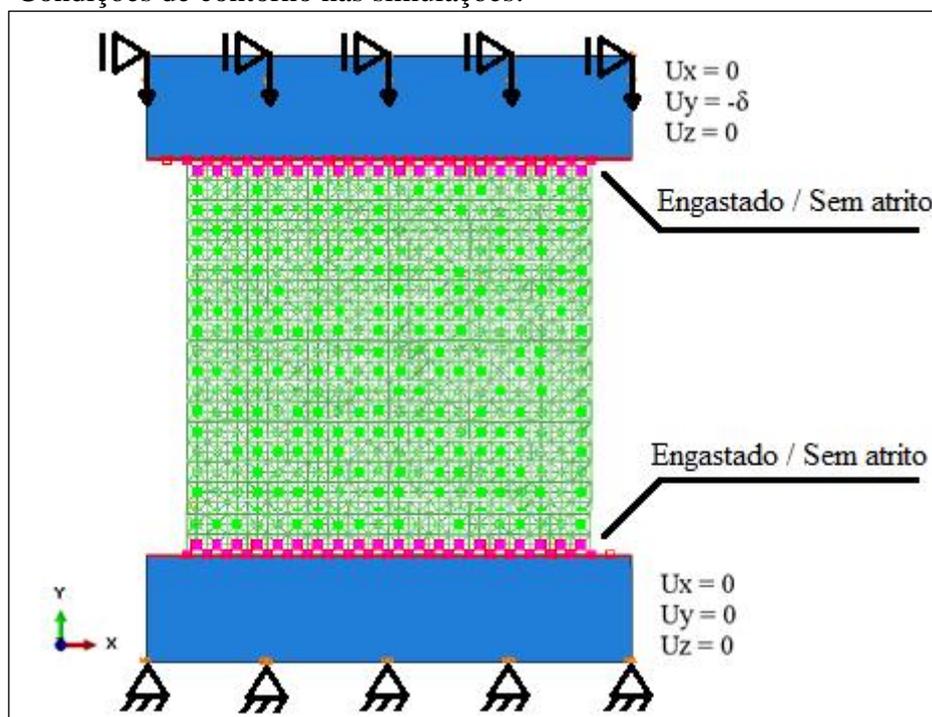
Tabela 1 - Propriedades para o material aleatório

Propriedades	Concreto	Aço
E [GPa]	29,43	200
ρ [kg/m ³]	2266,7	7850
ν	0,25	0,30
G_f [N/m]	130	
R_f [m ^{1/2}]	3	
ε_p	2,06e-4	
k_r	9,62	
L [m]	7,5E-3	
L_{cor}	4L	
Dt [s]	4,47E-7	
CV_p [%]	2,75	

A Figura 20 apresenta o modelo numérico utilizado, onde o LDEM representa o material de análise, o concreto e o método dos elementos finitos (em azul) é empregado para representar as placas de aço. O uso conjunto dos dois métodos permite reduzir os graus de liberdade do problema, diminuindo assim o custo computacional. Esta combinação é possível pois o local de análise da fratura é somente no concreto, ou seja, na estrutura elaborada com o LDEM. Para cada simulação realizada foram analisadas duas condições de contorno extremas, uma delas considerando o contato entre a placa de aço e o cubo de concreto engastado, e outra considerando o contato sem atrito. Assim na implementação no *software* Abaqus utilizou-se a opção de contato “*surface-to-surface contact*”, com a lei de contato “*rough*” e “*frictionless*”, para simular as condições engastado e sem atrito, respectivamente. Essas condições são mostradas na Figura 20, assim como as restrições impostas na placa de aço.

Foi realizada uma comparação entre os resultados obtidos para as condições de contorno mostradas na Figura 20 e as condições de contorno sendo aplicadas diretamente nos nós do LDEM. Quatro casos foram analisados, sendo esta análise detalhada no Apêndice A.

Figura 20 - Condições de contorno nas simulações.



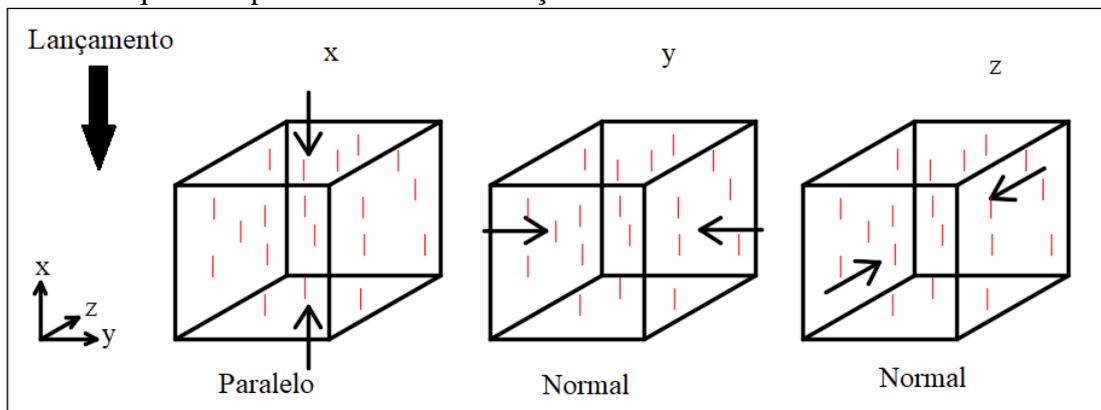
Fonte: Elaboração própria

Para avaliar a influência da porcentagem de barras longitudinais modificadas na direção x, os corpos de prova foram submetidos a compressão uniaxial nas direções x, y, z. A Figura 21 apresenta o esquema representando as simulações realizadas, onde as barras em

vermelho representam o dano inicial introduzido de modo aleatório. As amostras idênticas foram submetidas a compressão uniaxial em cada direção respectivamente. Mesmo no caso do material homogêneo, pelo fato das barras que terão a resistência à tração modificada serem determinadas de modo aleatório, ocorre uma variação no resultado que depende da distribuição das barras inicialmente danificadas. Assim em todos os casos foram realizadas quatro repetições para a validação do modelo.

Quando se faz o lançamento do concreto se geram fissuras sob os agregados graúdos, formando superfícies de falha perpendiculares a direção de lançamento. Desta forma, se for eliminada uma barra vertical (na direção x) no modelo do LDEM é porque ela foi quebrada com uma trinca ou fissura perpendicular a barra. Deste modo, eliminando barras verticais, são geradas superfícies de falha ou fissuras horizontais. Logo a direção de lançamento do concreto simulado segue a direção das barras eliminadas. Quando o carregamento é realizado na direção x (direção em que as barras foram eliminadas) considere-se o carregamento paralelo à “direção de lançamento virtual”, e caso contrário, normal, como mostrado na Figura 21.

Figura 21 - Esquema representando as simulações realizadas



Fonte: Elaboração própria

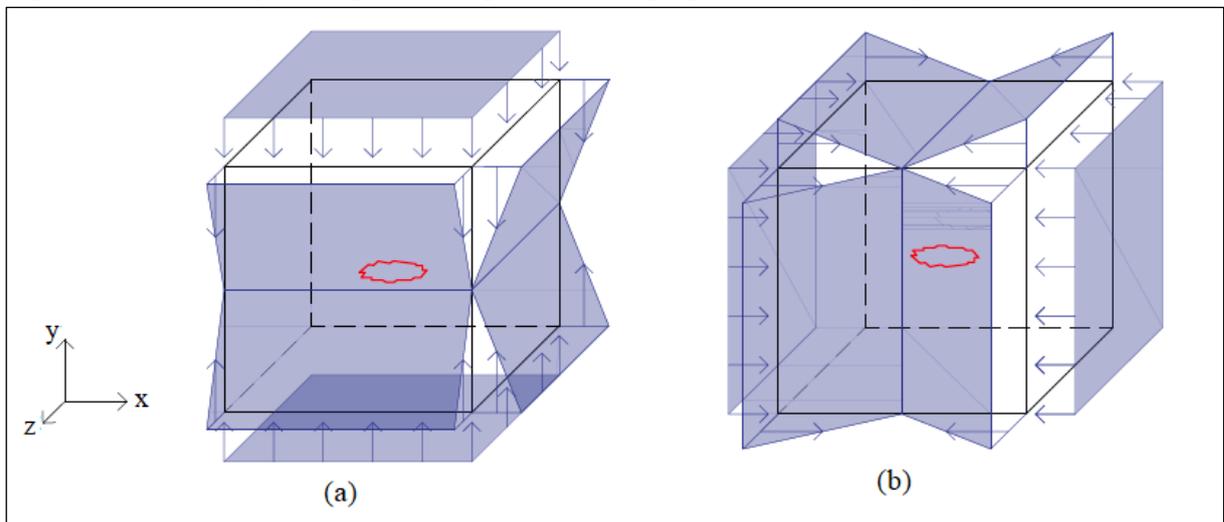
4.2.1 Micro influência da direção de carregamento

Para simular o que ocorre nos vazios formados sob os agregados graúdos no concreto, foi implementado no LDEM um modelo de um cubo com material homogêneo (CVG_f igual a zero) contendo uma falha aproximadamente circular no centro. As propriedades do material são as mesmas apresentadas na Tabela 1, exceto pelo valor de CV_p , o qual é igual a zero. O cubo é composto por 31 módulos cúbicos do LDEM em cada direção. A falha central possui um módulo de espessura na direção y e diâmetro de 11 módulos no plano xz, o que analogamente simula que o concreto foi lançado na direção y.

Afim de representar o que ocorre com as falhas iniciais dentro da massa de concreto, o corpo de prova é submetido a tensões em todas as suas faces. Logo, em duas faces opostas foram aplicados deslocamentos de maneira uniforme em toda superfície. Nas faces restantes foram aplicados deslocamento em sollicitação triangular, com maior módulo nas extremidades e zero na parte central como mostrado na Figura 22.

Na Figura 22(a) é simulado a sollicitação de um elemento na massa de concreto com sollicitação paralela ao lançamento. Já na Figura 22(b) representa um elemento com sollicitação perpendicular ao lançamento. Desta forma pretende-se verificar o comportamento gerado por cada vazio presente no interior do concreto.

Figura 22 - Sollicitações impostas (a) paralela, (b) perpendicular ao lançamento



Fonte: Elaboração própria

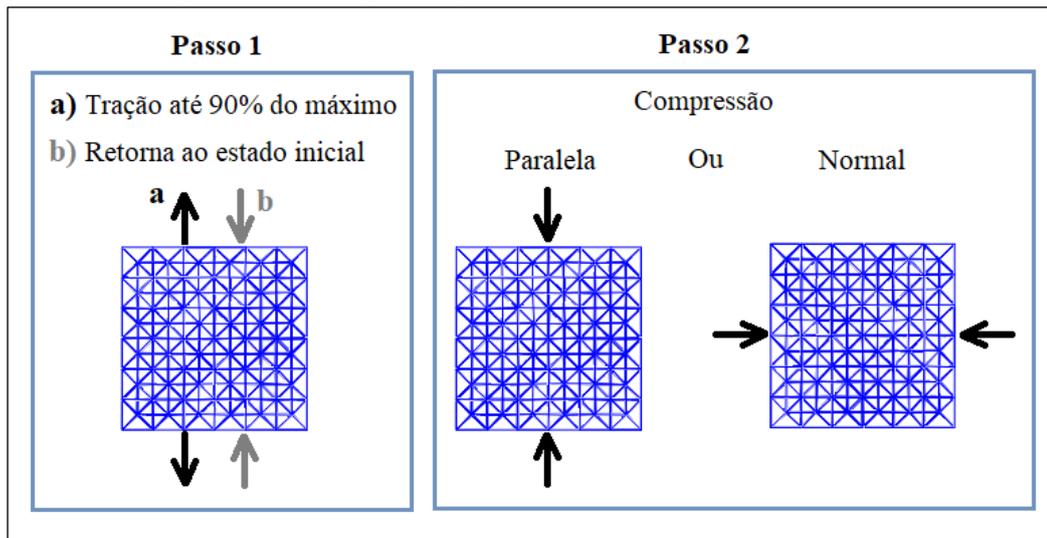
4.2.2 Anisotropia induzida por tração uniaxial

Outro método utilizado para introduzir a anisotropia no LDEM foi semelhante ao proposto por Riera *et al.* (2017). Primeiramente o corpo de prova foi submetido a uma carga de tração uniaxial até 90% da sua resistência máxima à tração. Desta forma foi gerado um dano de modo aleatório em parte das barras do LDEM, representado assim as microfissuras iniciais pré-existentes internamente no concreto. Posteriormente a amostra pré-danificada foi sollicitada à compressão. Realizou-se então uma simulação para a compressão paralela ao lançamento e outra para a compressão normal ao lançamento.

Pela tendência de abertura e posterior fechamento da fissura, a direção paralela ao lançamento é considerada a mesma da aplicação da pré-tração. A Figura 23 apresenta um

esquema da metodologia para a realização das simulações com a anisotropia gerada pela carga de tração uniaxial. As propriedades do material são as apresentadas na Tabela 1, e os corpos de prova são cubos de concreto com lado de 15 cm, mesma dimensão utilizada na análise para o CVx. Foram analisados dois coeficientes de variação das propriedades do material, CVG_f igual a 50% e 100% com 4 repetições das simulações.

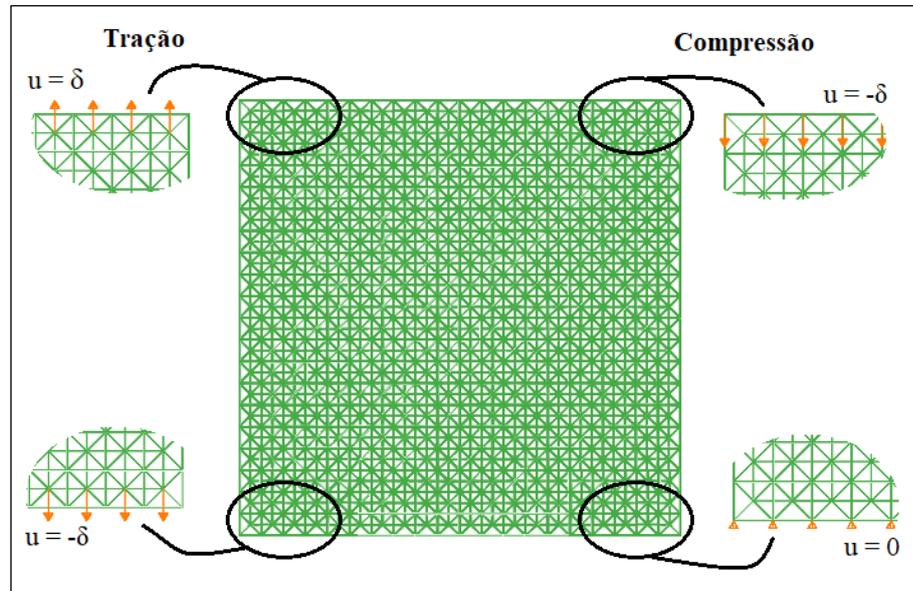
Figura 23 - Anisotropia através da pré-tração



Fonte: Elaboração própria

As condições de contorno utilizadas nas simulações são mostradas na Figura 24. Para a carga de pré-tração os deslocamentos são aplicados nos nós centrais do módulo cúbico mais externo. Deste modo, consegue-se distribuir as tensões em todo corpo de prova, evitando que a ruptura ocorra junta a aplicação das restrições. Já para o passo 2, onde o corpo de prova é submetido a compressão, em uma face é impedido o deslocamento, enquanto na outra é aplicado o deslocamento. As restrições são aplicadas apenas nos nós externos do módulo cúbico, fazendo com que o resultado obtido seja comparável com o caso sem atrito na interface amostra-prato como o explicado no Apêndice A. Tanto na tração como na compressão a restrição é imposta apenas em uma direção, ficando as outras livres.

Figura 24 - Condições de contorno nas simulações com anisotropia induzida por pré-tração.



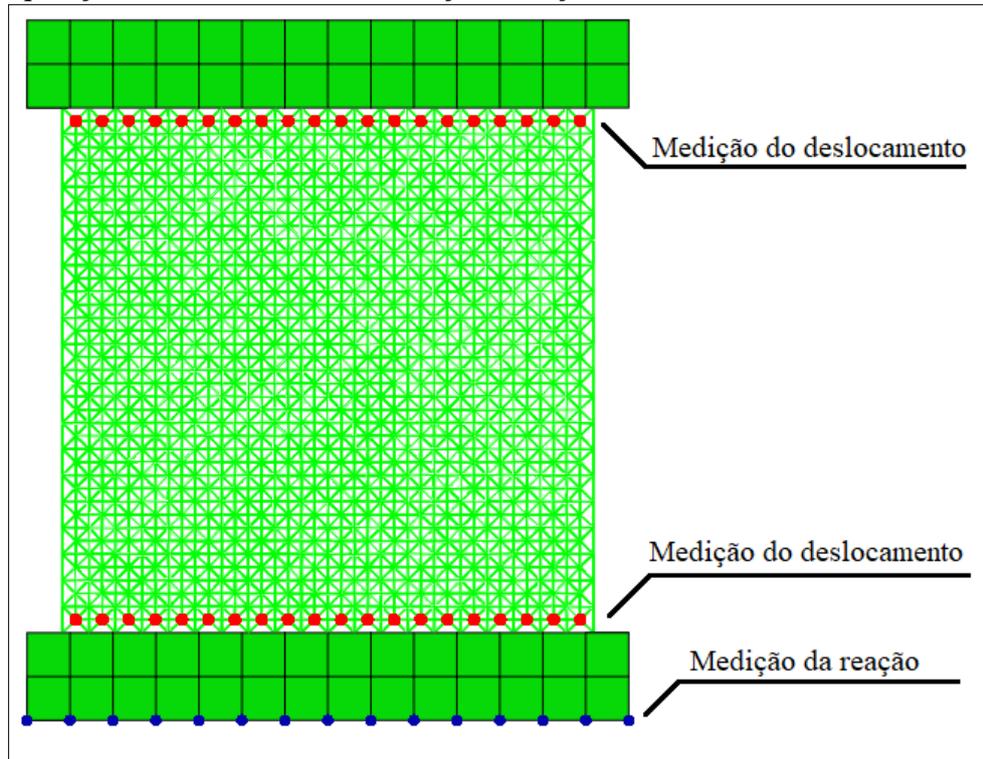
Fonte: Elaboração própria

4.3 Obtenção dos resultados

Para avaliar o comportamento do material é fundamental mensurar a tensão e deformação do corpo de prova. De tal modo para se obter a tensão basta conhecer a força resistida pelo elemento, pois a área já é conhecida. Para a obtenção da força foi realizado o somatório da reação de cada nó (nós destacados em azul na Figura 25) da extremidade externa da placa de aço inferior. Para calcular a deformação, dois deslocamentos foram medidos, deslocamento inferior, medido nos nós internos do módulo cúbico inferior mais externo; e deslocamento superior, medido de forma semelhante nos nós dos módulos cúbicos superiores (nós destacados em vermelho na Figura 25).

Antes de se realizar a média dos deslocamentos nos nós, foi realizado um tratamento nos dados de cada nó evitando que deslocamentos excessivos fossem considerados no cálculo da média. Como o LDEM trata-se de uma treliça espacial, quando as barras no entorno do nó se rompem pode ocorrer neste nó um deslocamento excessivo, o qual não representa o elemento como um todo, introduzindo assim erros nos resultados. Desta forma, foi elaborada uma rotina em Matlab para tratar os resultados de deslocamento e calcular a média. Assim a variação de deslocamento em cada passo de tempo é comparada com um deslocamento limite, se a variação for maior que o limite a deformação a partir deste ponto é desconsiderada no cálculo da média. O deslocamento limite imposto foi de 1,5 vezes o deslocamento aplicado.

Figura 25 - Aquisição dos deslocamentos e força de reação.



Fonte: Elaboração própria

5 ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados das simulações realizadas com as diversas variações do CVx, em duas condições de contorno, engastado e sem atrito. É apresentada a variação do grau de anisotropia em função dos parâmetros de entrada. Também é destacada a diferença de comportamento existente entre a sollicitação de compressão paralela e normal ao lançamento. Além disso, analisa-se a propagação da fissura a partir de uma fissura única para as duas direções de sollicitação. Também são apresentados os resultados obtidos para a anisotropia inserida através da carga de pré-tração.

5.1 Carregamento do LDEM com barras modificadas

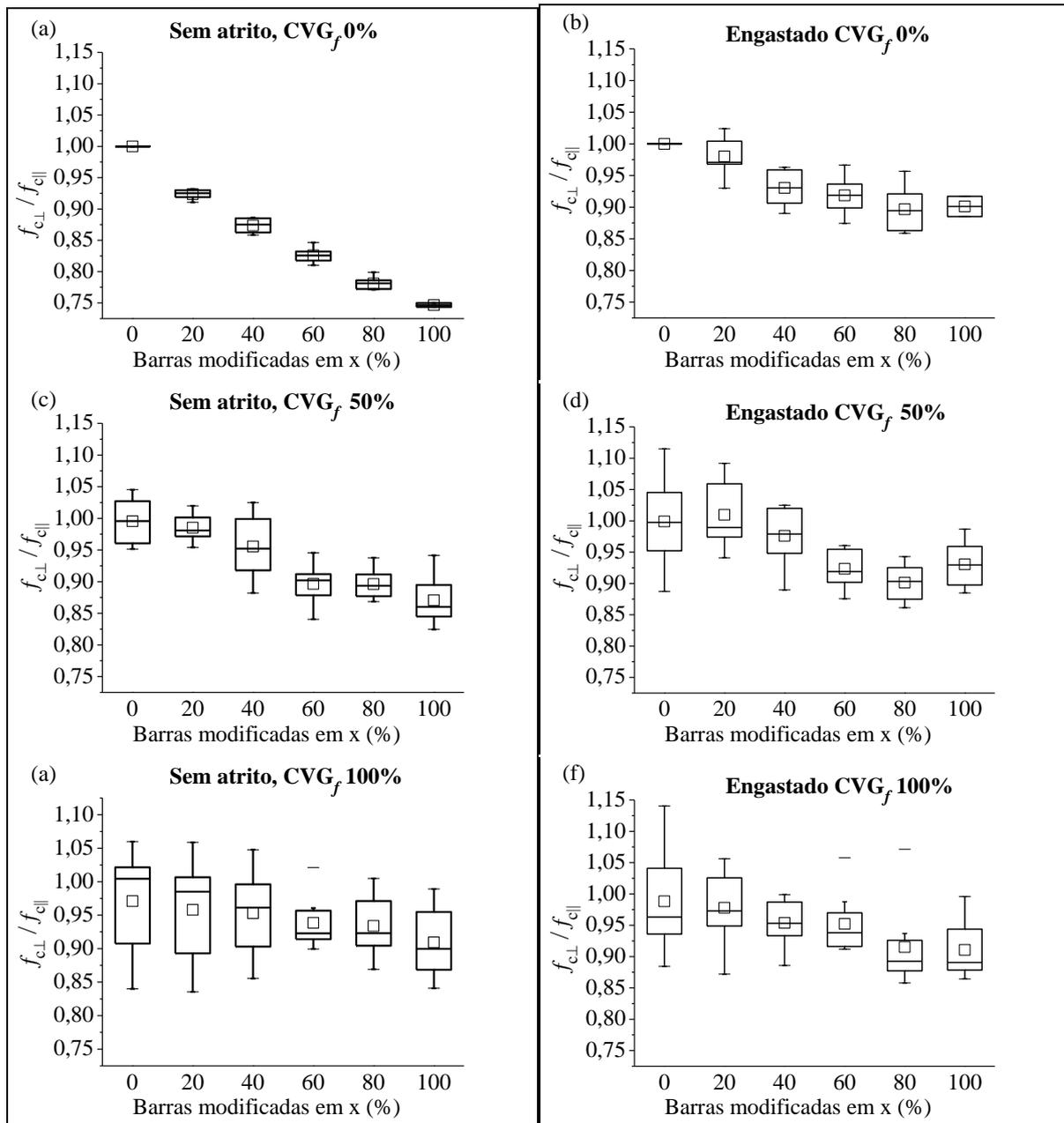
Para analisar a influência do dano inicial inserido nas barras na direção x os resultados são avaliados pela razão entre sollicitação na direção normal e paralela ao lançamento, ou seja:

$$f_{c\perp} / f_{c\parallel} \quad \dots(24)$$

sendo f_c a resistência à compressão do corpo de prova na respectiva direção.

A Figura 26 mostra a porcentagem de barras modificadas em função da razão entre as resistências, sendo apresentados os dados das quatro repetições realizadas, totalizando oito pontos de análise em cada porcentagem. Os resultados são apresentados através do *plot box*, fornecendo um tratamento estatístico dos dados em cada ponto. São retratadas as duas condições de contorno, sem atrito e engastada, para cada porcentagem de coeficiente de variação da energia de fratura do material analisada, 0%, 50% e 100%.

Figura 26 - Relação para o material em função da porcentagem de barras modificadas



Fonte: Elaboração própria

No caso do ensaio sem atrito, com o CVG_f de 0% a razão entre a resistência perpendicular e paralela, tende a diminuir com o aumento da porcentagem de barras modificadas em x. Essa relação média apresenta o valor mínimo igual a 0,75 obtida em 100% de barras modificadas. Com o aumento da aleatoriedade do material a tendência de diminuição da relação com o aumento do CVx passa não ser tão significativo, apesar disso, nos três casos a relação média mínima foi obtida para CVx igual a 100%, sendo de 0,87 para CVG_f de 50% e 0,91 para CVG_f de 100%.

Para o material homogêneo a variação dos resultados no momento da falha é influenciada apenas pela variação da porcentagem de barras com resistência à tração modificadas, sendo este o caso mais explícito da mudança gerada pelo novo parâmetro CV_x . Com o aumento do CV_{G_f} , devido a maior variabilidade das propriedades do material, este passa a influenciar na falha da amostra conjuntamente com o CV_x , tornando menos preponderante a influência exercida pelo CV_x , o que fica evidente para CV_{G_f} igual a 100%, onde a média dos resultados tende a ser aproximadamente constante. O aumento do CV_{G_f} também acarreta em uma maior dispersão dos resultados em cada ponto.

Já para o ensaio na condição engastado a relação média mínima foi de 0,90 com CV_x igual a 80%, para CV_{G_f} de 0% e 50%, e 0,92 para CV_{G_f} de 100% com CV_x igual a 100%. Há uma leve tendência na diminuição da relação, entretanto, menos evidente do que no caso sem atrito. A dispersão dos resultados nos pontos foi observada em todos os casos. Um dos fatores que pode fazer a diminuição da resistência na direção perpendicular não ser tão significativa para o caso de ensaio engastado, é o confinamento triaxial gerado próximo ao contato. Onde a influência do confinamento na ruptura do material pode ser superior a influência exercida pelo CV_x .

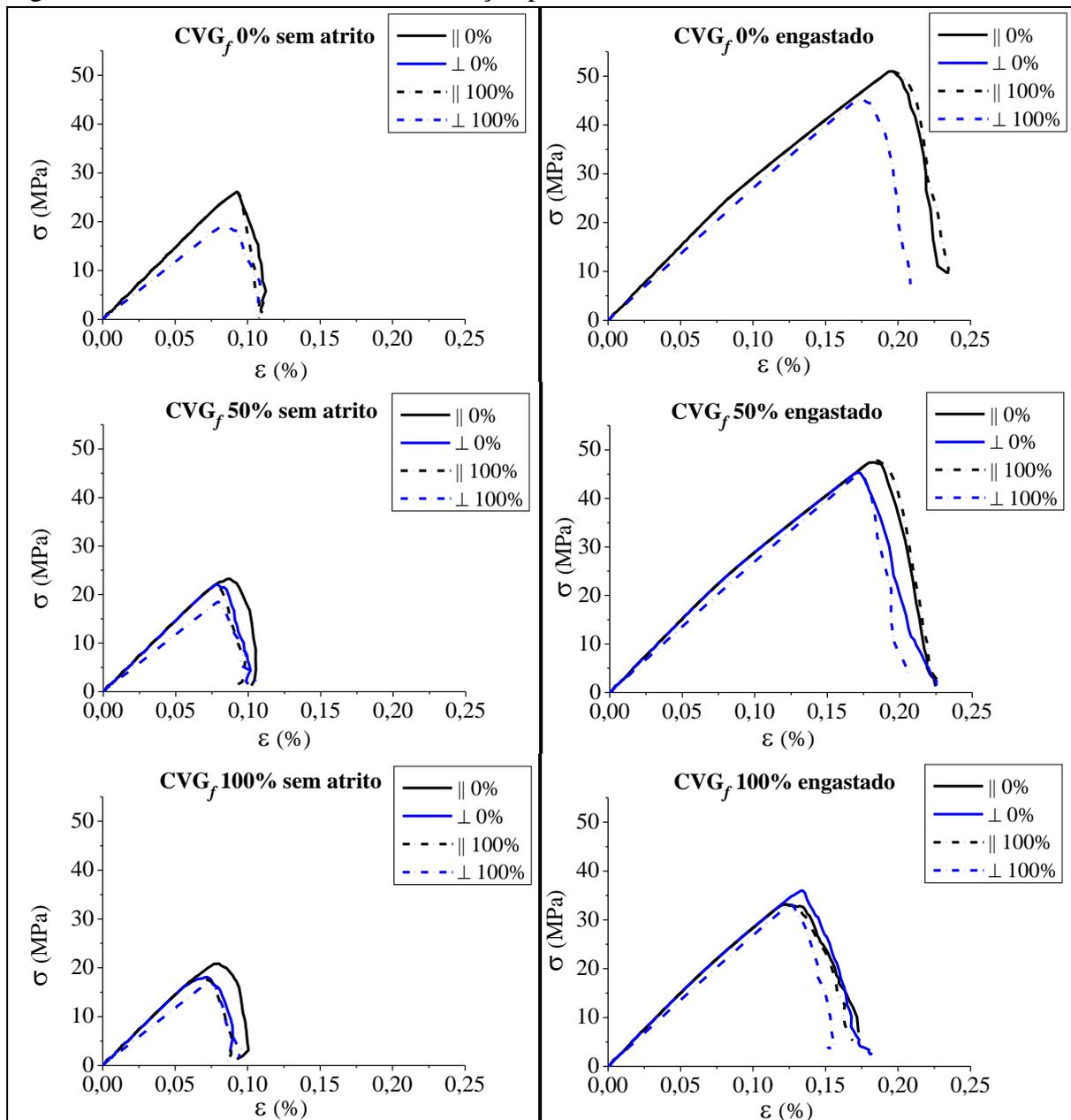
Ao comparar os resultados para as duas condições de contorno nota-se que no caso sem atrito com o aumento da aleatoriedade do material a tendência é a relação se tornar constante. Já no caso engastado com CV_{G_f} de 50% e 100% o comportamento da relação é praticamente igual, mostrando que na simulação engastada a aleatoriedade do material não exerce grande influência.

Nos dados experimentais apresentados na literatura temos por exemplo os resultados encontrados por Kostas *et al.* (2018) onde a razão entre a resistência normal e paralela foi de 0,84 para concreto da classe C50. Ao comparar com os resultados das simulações em que a razão mínima obtida foi de 0,75, fica evidente que é possível ajustar os parâmetros de entrada do LDEM para representar materiais com anisotropia com valores como o apresentado na literatura.

Outro ponto importante a ser observado na análise com o material homogêneo, é que no caso sem atrito a distribuição das barras com resistência à tração modificada não exerce influência no resultado, pois a variação gerada pela repetibilidade da simulação é mínima. Entretanto ao realizar a simulação engastada nota-se que há uma maior variação dos resultados ao repetir a simulação. Isto mostra que neste caso a distribuição das barras com resistência modificada na malha do LDEM está gerando certa influência nos resultados.

A Figura 27 apresenta as curvas tensão deformação típicas encontradas para CV_x igual a 0% e 100% nas duas direções de análise para cada CVG_f . Em CV_x igual a 0% temos o LDEM original, sem a modificação proposta no trabalho, logo ao realizar a solicitação no material homogêneo a tensão de pico é a mesma nas duas direções. Para CVG_f de 50% e 100%, a variação da tensão de pico para CV_x de 0% é devido apenas a variabilidade do material, mostrando que para a repetibilidade do ensaio em uma mesma amostra apenas mudando a direção de solicitação o resultado é semelhante, mas não idêntico, por causa da distribuição aleatória das propriedades do material.

Figura 27 - Curvas tensão versus deformação para CV_x de 0% e 100%



Fonte: Elaboração própria

Em CV_x igual a 100%, em ambas as condições de contorno verificadas há uma mudança na inclinação da curva pré-pico para a solitação normal, sendo que na direção de solitação paralela a inclinação na curva permanece igual ao LDEM sem modificação. Isto ocorre para as três variações de CVG_f analisadas, ficando mais evidente para o caso do ensaio sem atrito.

Em concordância com os dados da literatura como o de Van Mier *et al.* (1997), a resistência no ensaio realizado na condição engastado é significativamente maior do que no ensaio sem atrito, sendo este comportamento verificado tanto para o LDEM original como após a modificação proposta. No ensaio engastado o corpo de prova resiste a maiores deformações ao atingir sua tensão de pico.

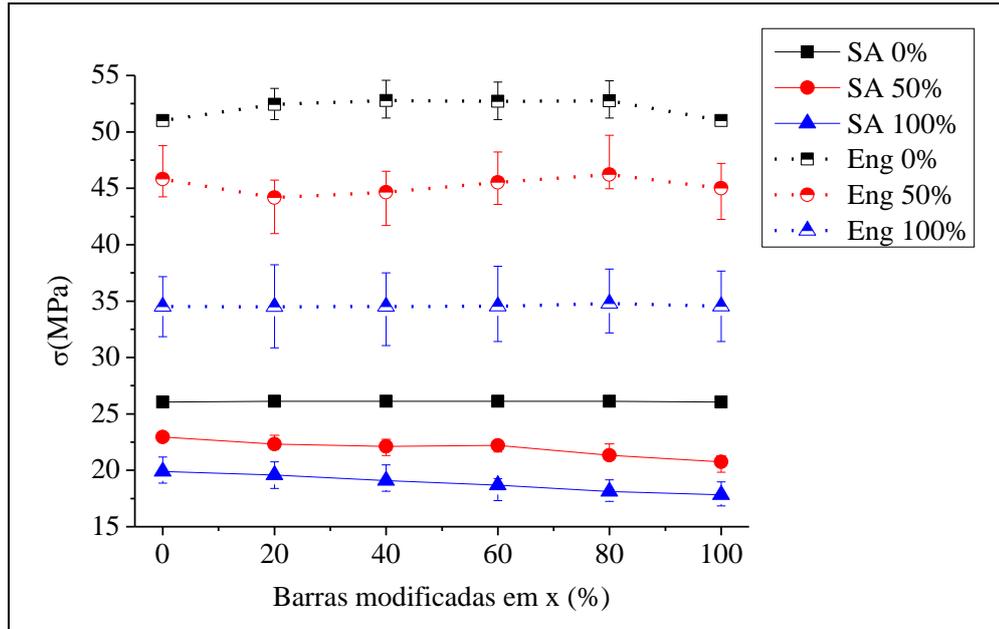
Pelas simulações com o LDEM obteve-se que a resistência de pico, no caso sem atrito, é cerca 50% menor do que o caso engastado. Entretanto os resultados para os ensaios experimentais, como os realizados por Choi *et al.* (1996) mostram uma redução da resistência de aproximadamente 20% para o caso sem atrito. Esta discrepância entre os resultados numéricos e experimentais pode estar associada ao fato que na simulação numérica as condições extremas do ensaio, sem atrito e engastado são obtidas de forma plena. Já nos ensaios experimentais o atrito é reduzido com o uso de um lubrificante, mas não se consegue atingir a situação de atrito zero, resultando em uma resistência maior do que a obtida na simulação. O mesmo é válido para o ensaio engastado onde pode não se conseguir garantir o engastamento perfeito entre a amostra e o prato da prensa, obtendo uma resistência menor do que a encontrada na simulação.

É interessante notar que em todas as variações de CV_x a curva tensão *versus* deformação para a solitação paralela é semelhante ao encontrado para a simulação de referência (CV_x igual a 0%). A Figura 28 mostra a resistência à compressão na direção de solitação paralela (direção x) em função da porcentagem de barras modificadas para todos os casos de CVG_f analisados. SA representa os ensaios sem atrito e Eng os ensaios engastados. É apresentada a resistência média juntamente com a variação, para cada porcentagem de barras modificadas. Assim pode-se notar que conforme a aleatoriedade do material aumenta a resistência de pico diminui, sendo este efeito observado nas duas condições de ensaio. Entretanto quando se observa apenas a variação de CV_x em todos os casos a resistência de pico se mantém praticamente constante.

Na Figura 29 é mostrado a resistência à compressão na direção de solitação perpendicular em função da porcentagem de barras modificadas para todos os casos de CVG_f analisados, apresentando a resistência média juntamente com a variação. Pode-se notar que no

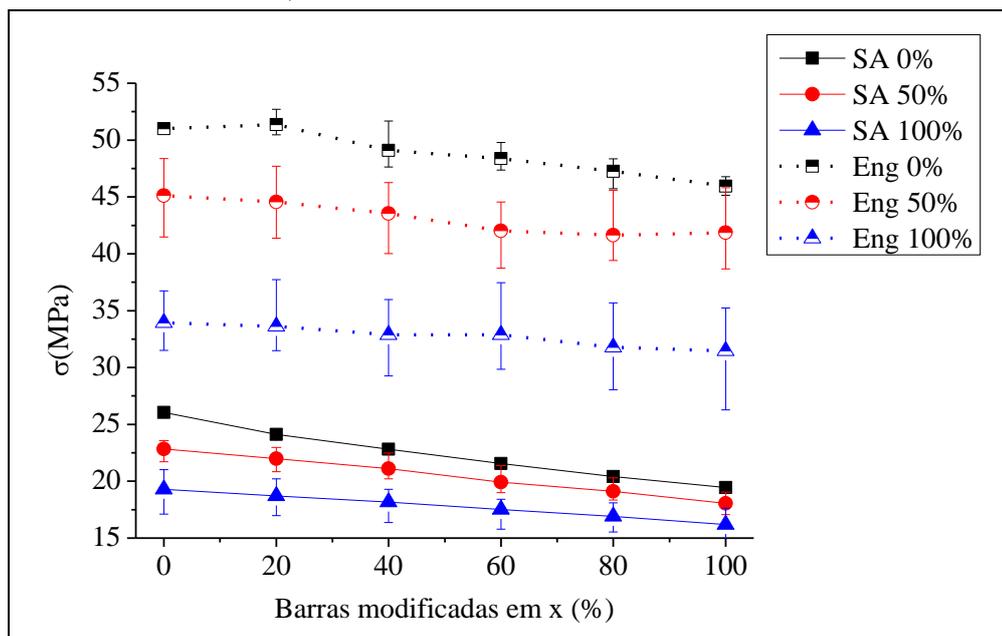
caso da resistência à compressão na direção perpendicular conforme o valor do CV_x aumenta há uma tendência de diminuição na resistência em todos os casos, sendo mais evidente no caso da simulação sem atrito. Logo a razão entre as resistências mostradas nas Figura 28 e 29 são as apresentadas anteriormente na Figura 26.

Figura 28 - Variação da resistência a compressão para solicitação paralela ao lançamento com CVG_f de 0%, 50% e 100%



Fonte: Elaboração própria

Figura 29 - Variação da resistência a compressão para solicitação perpendicular ao lançamento com CVG_f de 0%, 50% e 100%

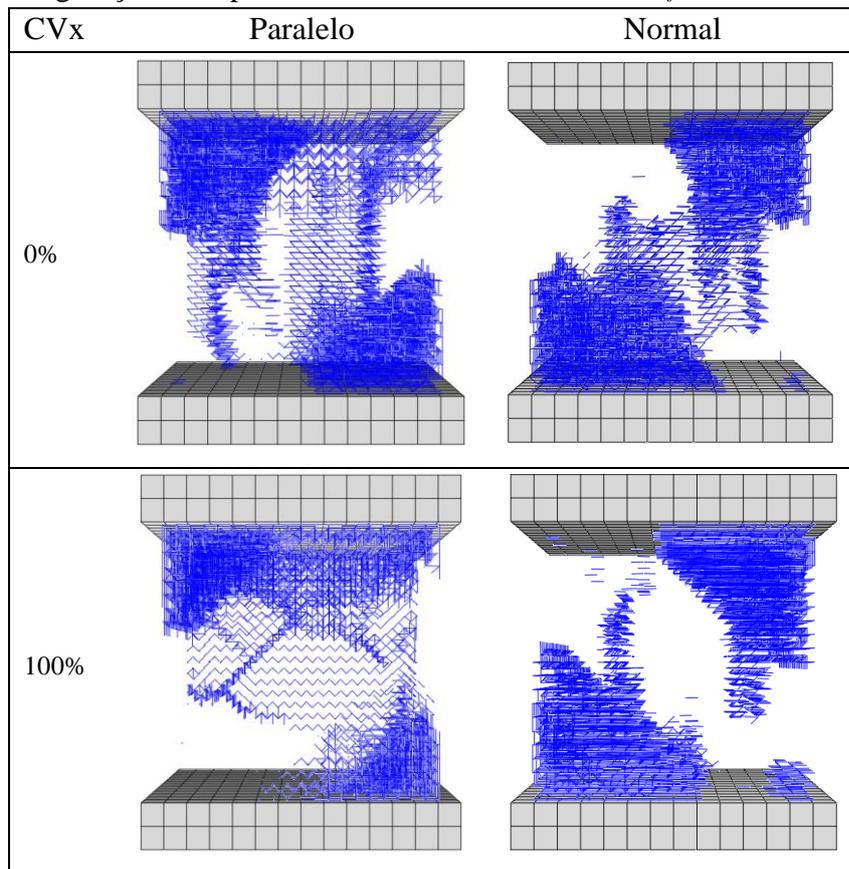


Fonte: Elaboração própria

A diferença entre a simulação sem atrito e engastado também é claramente vista na forma da ruptura, como mostrado nas Figura 30 e 31, respectivamente. São apresentadas duas condições extremas, CV_x igual a 0% e 100% nas duas direções de sollicitação para uma mesma amostra. É apresentado apenas o caso de CV_{G_f} igual a 50%, pois os outros dois casos apresentam ruptura semelhante. As barras mostradas são as que já perderam sua capacidade de carga.

Para o caso sem atrito exibido na Figura 30 o dano ocorre primeiramente nas extremidades e se propaga paralelamente a sollicitação. Já na Figura 31 pode-se observar claramente que em ambos os casos (0% e 100%) ocorre a ruptura em forma de ampulheta, o que caracteriza o confinamento triaxial nas extremidades do corpo de prova, como o explicado por Van Mier et al. (1997). Como o corpo de prova analisado possui $h/d=1$, grande parte da amostra está sobre o confinamento triaxial como mostrado na Figura 6 (pág. 12), logo esse confinamento exerce grande influência na ruptura.

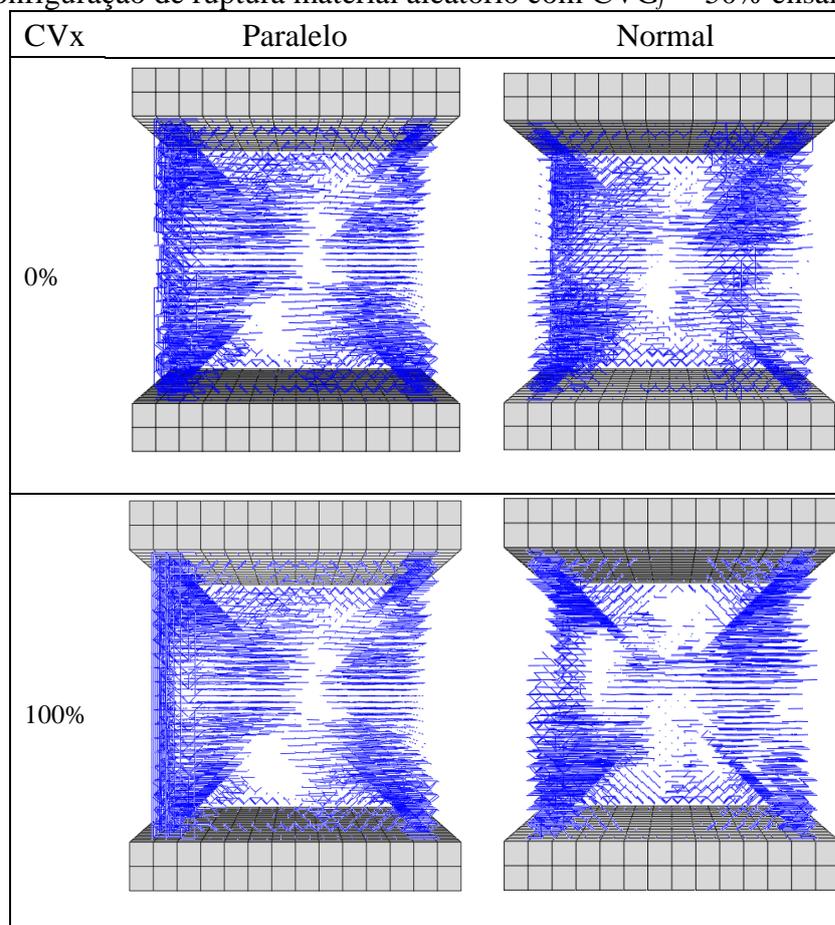
Figura 30 – Configuração de ruptura material aleatório com $CV_{G_f} = 50\%$ ensaio sem atrito



Fonte: Elaboração própria

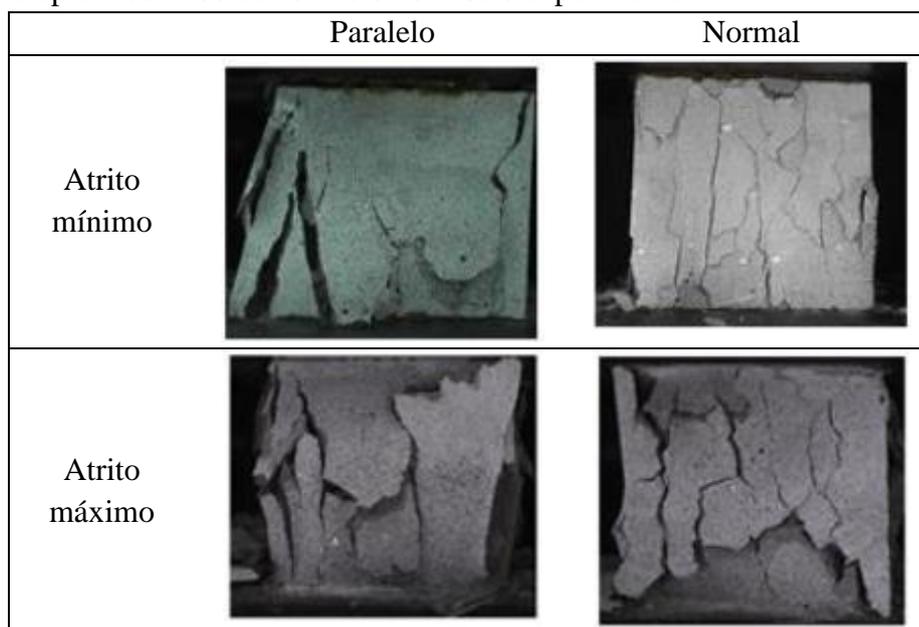
A Figura 32 apresenta a forma de ruptura para cubos de concreto ensaiados experimentalmente a compressão por Bandeira (2017). Nela são mostrados os resultados para as solicitações paralela e normal ao lançamento do concreto, para as duas condições de ensaio, atrito mínimo e atrito máximo. Para o ensaio na condição de atrito mínimo foi utilizado a aplicação de graxa nas faces do corpo de prova em contato com os pratos da presa e no caso de atrito máximo as faces dos corpos de prova foram coladas em chapas metálicas, as quais estavam em contato direto com a máquina de ensaio. Pode-se notar que para o ensaio com atrito mínimo as fissuras tendem a se propagar paralelamente a direção de carregamento, sendo que no caso normal há uma quantidade maior de fissuras menores distribuídas no corpo de prova. Os resultados numéricos mostrados na Figura 30 se assemelham aos experimentais. Assim também ao se comparar o caso de atrito máximo é possível notar que, nos resultados experimentais há uma tendência de deslocamento maior na parte central o que pode ser comparado a ruptura em forma de ampulheta encontrada nas simulações numéricas e apresentadas na Figura 31.

Figura 31 - Configuração de ruptura material aleatório com $CVG_f = 50\%$ ensaio engastado



Fonte: Elaboração própria

Figura 32 - Ruptura do cubo de concreto no ensaio experimental.



Fonte: Adaptado de Bandeira (2017)

5.2 Micro influência da falha inicial

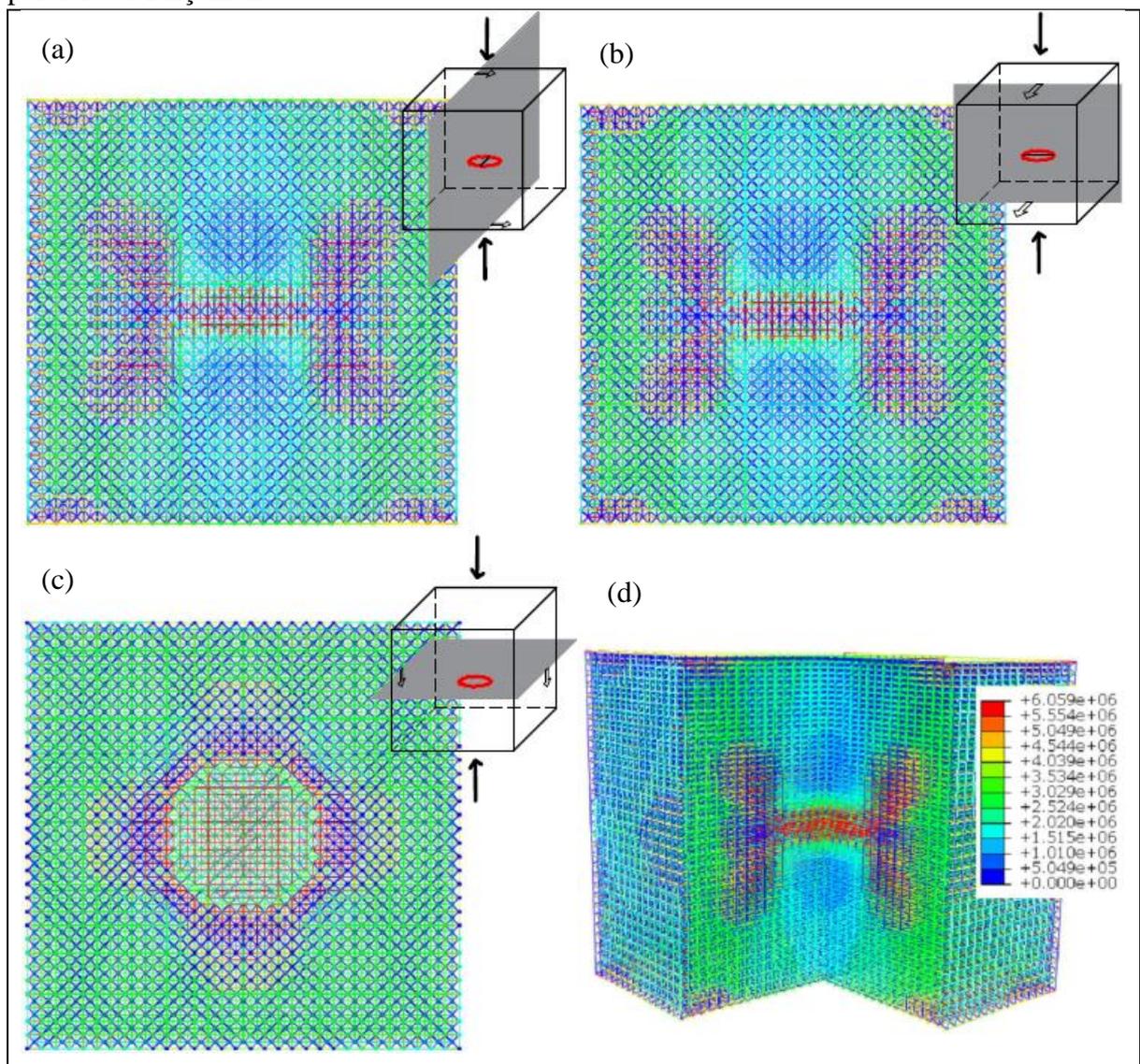
O cubo do material com propriedade homogênea e fissura circular inicial foi submetido à compressão através de restrições em todas as suas faces, sendo que em duas faces opostas foram aplicados deslocamentos de maneira uniforme em toda superfície. Nas faces restantes foram aplicados deslocamento em sollicitação triangular, com maior módulo nas extremidades e zero na parte central como descrito no item 4.2.1. A fissura circular inicial foi modelada eliminando os módulos cúbicos da região da fissura. Deste modo, simula-se o que ocorre dentro da massa de concreto em cada um dos vazios iniciais ao ser submetido a sollicitação na direção paralela e normal ao lançamento.

A Figura 33 mostra a distribuição da tensão máxima principal para o caso da sollicitação paralela ao lançamento. São mostrados dois cortes perpendiculares a fissura (Figura 33 (a) e (b)), um corte coincidindo com o plano da fissura (Figura 33 (c)) e um corte mostrando o resultado de forma tridimensional (Figura 33 (d)). Pode-se notar que os cortes perpendiculares a fissura inicial são idênticos, apesar disto ao analisar o corte no plano da fissura percebe-se que a distribuição de tensão não é exatamente a mesma em todas as direções. Isto ocorre, pois, a fissura não tem uma seção perfeitamente circular, pois se modela a fissura através de módulos cúbicos de seção quadrada, o que cria irregularidades que geram concentradores de tensão. Entretanto para o modelo de uma fissura de forma circular perfeita,

sobre esta solicitação, as tensões se distribuiriam de forma uniforme ao redor da fissura inicial.

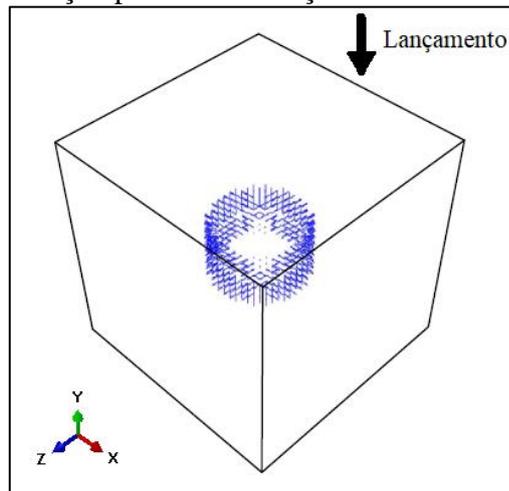
No caso da solicitação paralela ao lançamento, a trinca começa a propagar a partir da extremidade da fissura circular inicial, se propagando na direção paralela ao carregamento, formando uma fissura em forma tubular dentro do cubo, como mostrado na Figura 34. Isto evidencia o apresentado por Kostascki (2008) que coincide com a literatura (ver por exemplo Anderson 2005), onde as tensões máximas estão distribuídas de forma uniforme nas extremidades da trinca, acarretando a ruptura inicialmente neste ponto. Sendo que a forma de propagação da trinca está em consonância ao mostrado na Figura 2 conforme explicado por Van Mier (1984) para o carregamento paralelo ao lançamento.

Figura 33 - Distribuição das tensões para o cubo com a fissura central inicial e solicitação paralela ao lançamento



Fonte: Elaboração própria

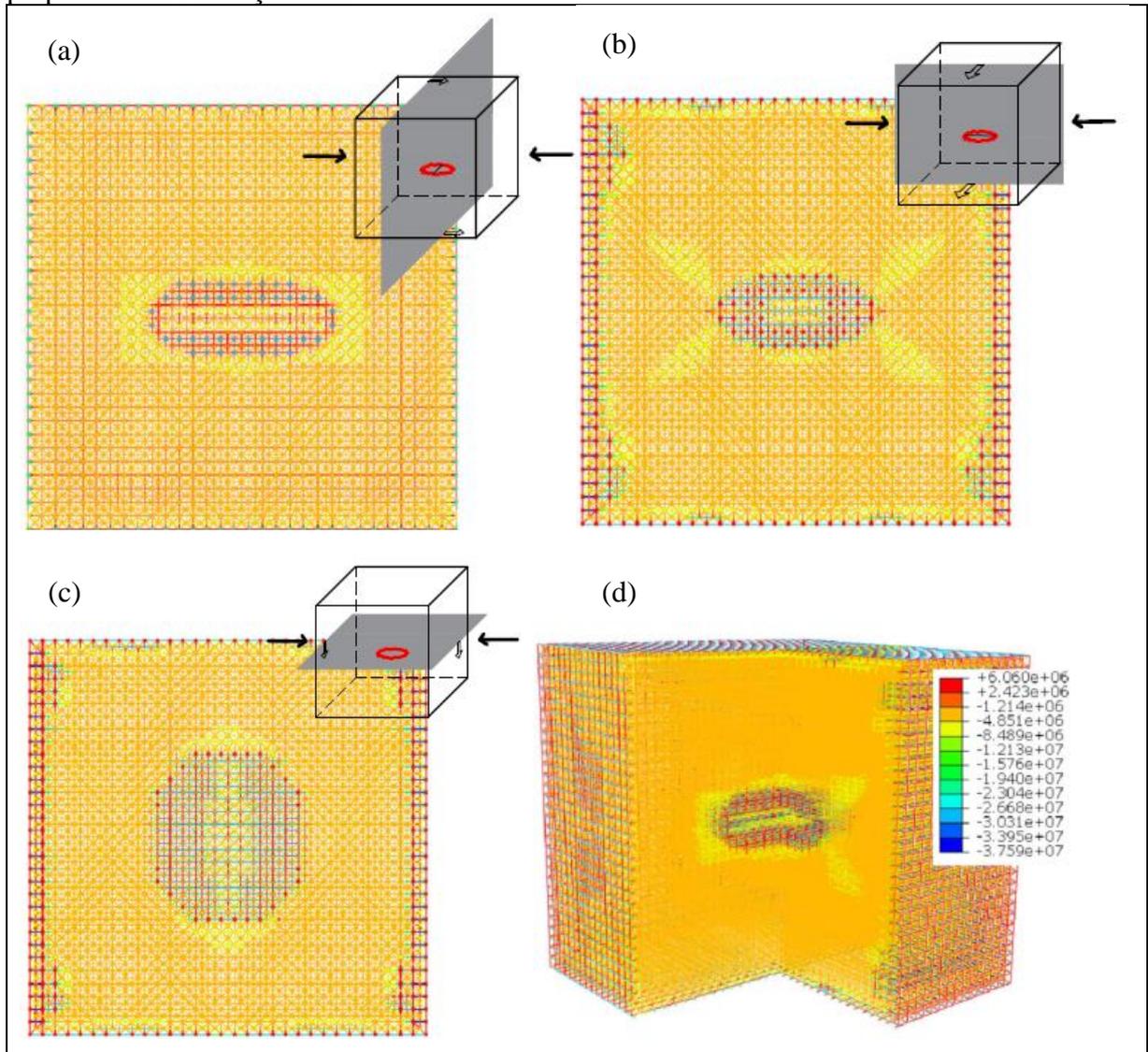
Figura 34 - Fissura para solicitação paralela ao lançamento



Fonte: Elaboração própria

Na Figura 35 é apresentada a distribuição da tensão máxima principal absoluta com solicitação normal ao lançamento, pode-se notar que os dois cortes perpendiculares ao plano da fissura apresentam distribuições de tensões diferentes, isto se deve ao apresentado na Figura 35 (a) estar perpendicular à solicitação e o outro, mostrado na Figura 35 (b) apresentar o corte paralelo à solicitação. A heterogeneidade na distribuição de tensões no entorno da trinca, pode ser visto de forma clara pela observação do corte no plano coincidente com o plano da fissura (ver Figura 35 (c)). É possível notar que as maiores tensões possuem uma forma elíptica, com o menor diâmetro na direção comprimida, tendendo a se alongar na outra direção. A variação na distribuição das tensões na ponta da trinca não ocorre de forma uniforme em todas as direções, devido à forma de carregamento como mostrado no corte do cubo apresentado tridimensionalmente (Figura 35 (d)).

Figura 35 - Distribuição das tensões para o cubo com a fissura central inicial e solicitação perpendicular ao lançamento



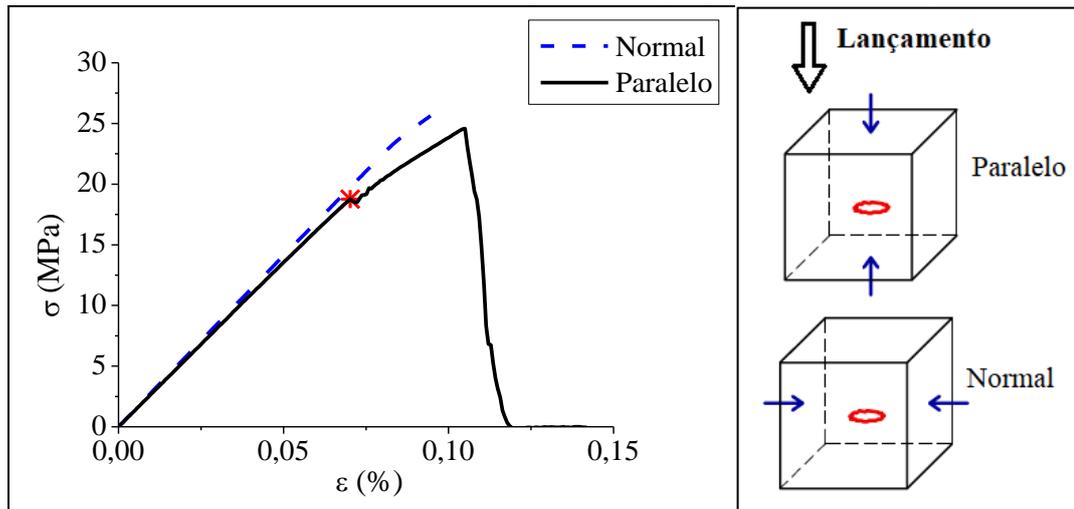
Fonte: Elaboração própria

No caso da solicitação normal ao lançamento não foi possível obter a forma da ruptura, pois a simulação parava antes da amostra conter barras com capacidade de carga ultrapassada. A interrupção na simulação pode estar ocorrendo devido a trinca tender a se propagar de forma oposta ao carregamento, logo este deslocamento imposto pode estar impedindo que as tensões continuem se propagando, gerando uma instabilidade e interrompendo a simulação. Outro fator que pode estar causando a interrupção da simulação é o deslocamento excessivo de algumas ou várias barras do LDEM no intervalo de tempo no qual a simulação para.

A Figura 36 mostra as curvas tensão *versus* deformação para os dois casos de solicitação, paralelo e normal ao lançamento, na amostra com a fissura circular inicial. O

asterisco em vermelho na curva indica o ponto onde a trinca começa a propagar, como mostrado na Figura 34. É possível notar que a inclinação da curva tensão deformação para a sollicitação normal ao lançamento é maior do que para a sollicitação paralela, diferentemente do que foi encontrado com a modificação da resistência das barras na direção x. Como mostrado na Figura 27 onde a inclinação da curva é maior para a sollicitação paralela ao lançamento.

Figura 36 - Curvas tensão versus deformação paralelo e perpendicular ao lançamento



Fonte: Elaboração própria

Entretanto para verificar a influência do tamanho da fissura inicial em relação ao tamanho do cubo, manteve-se o tamanho da fissura e aumentou-se o tamanho do cubo, permitindo analisar se esta mudança exerceria alguma alteração no resultado. O lado do novo cubo analisado é de 47 módulos, sendo este 1,50 vezes maior do que o analisado anteriormente. As restrições também foram aplicadas em todas as faces do cubo como mostrado na Figura 22 (pág. 36). Para a sollicitação paralela ao lançamento não houve alteração na resistência tanto no instante da propagação da fissura como no pico, porém a deformação de pico é 9,52% menor. A propagação da fissura ocorreu da mesma forma observada anteriormente.

Para a sollicitação normal ao lançamento, como o obtido para o cubo de dimensão menor a fissura não propagou, e houve uma redução na resistência máxima. A resistência máxima passou de 25,64 MPa para 22,67 MPa. Como a resistência para a sollicitação paralela ao lançamento se manteve entrono de 25,00 MPa, a razão entre a resistência normal e paralela passou de 1,04 para 0,90.

Ao tentar reproduzir o que ocorre com as fissuras iniciais dentro da massa de concreto, o resultado encontrado foi satisfatório para a sollicitação paralela ao lançamento, onde não houve variação da resistência em função do tamanho do cubo e pode-se observar a forma da fissura condizendo com o apresentado por Van Mier (1984). Entretanto, ao avaliar a sollicitação normal ao lançamento, apesar de conseguir observar a concentração de tensões na ponta da trinca, não foi possível obter a propagação da fissura. Outro fator que gera incertezas ao avaliar o resultado da sollicitação normal, é que a resistência apresentou variação em função do tamanho do cubo.

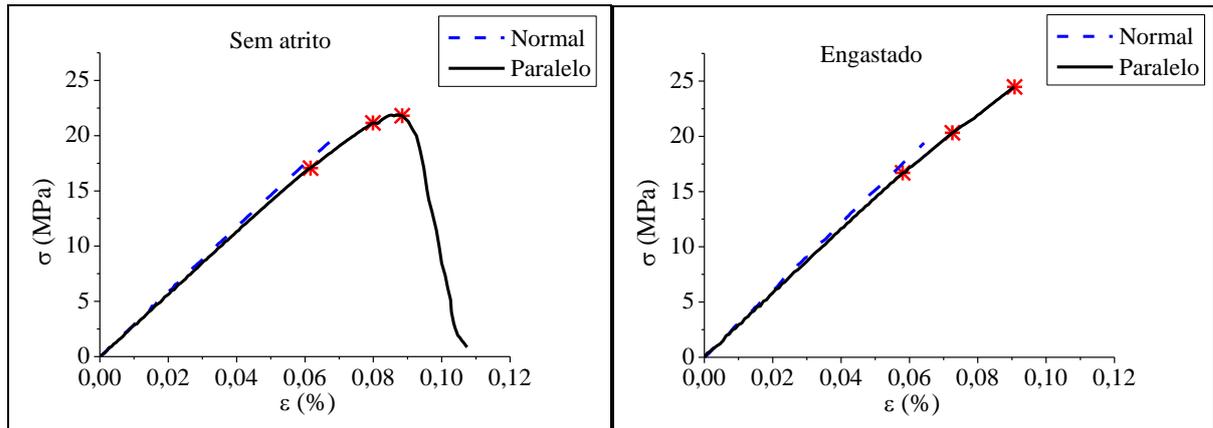
Assim com esta análise se pode ter a configuração de como as tensões estão distribuídas em função da fissura inicial e do carregamento. No entanto, não foi possível avaliar com precisão o fator entre as resistências normal e paralelo devido à incerteza do valor obtido para a resistência no caso normal.

Foi analisado também o comportamento gerado pela fissura inicial para o cubo com aleatoriedade nas propriedades do material com CVG_f de 50%, para verificar se ao introduzir a aleatoriedade no material a trinca propagaria no caso de sollicitação normal ao lançamento. O cubo possui 31 módulos cúbicos do LDEM e o diâmetro da fissura é de 11 módulos, sendo que cada módulo cúbico do LDEM possui 7,5 mm. Este foi submetido à compressão pelo contato das placas de aço com duas condições de contorno engastado e sem atrito, como o explicado no item 4.2.

No caso do carregamento normal nas duas condições de contorno, a simulação parou a execução antes do cubo ter barras com capacidade de carga ultrapassadas, igualmente ao que ocorreu para a simulação no material sem aleatoriedade. Para a sollicitação paralela ao lançamento, no interior do cubo ocorre a propagação da fissura de forma tubular, entretanto a simulação foi abortada antes do cubo perder a sua resistência por completo.

A Figura 37 mostra o gráfico tensão *versus* deformação para o cubo com a fissura circular inicial e coeficiente de variação da aleatoriedade do material igual a 50%. Para as duas condições de contorno, a sollicitação paralela ao lançamento apresenta uma resistência maior do que a sollicitação normal, mesmo resultado encontrado ao eliminar as barras horizontais em uma direção, como apresentado no item 5.1.

Figura 37 - Tensão versus deformação para o cubo com fissura e CVGf 50%



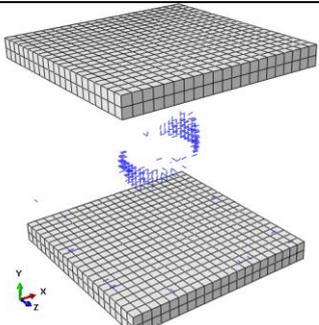
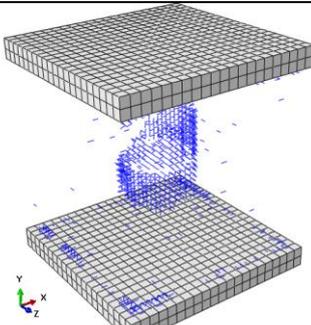
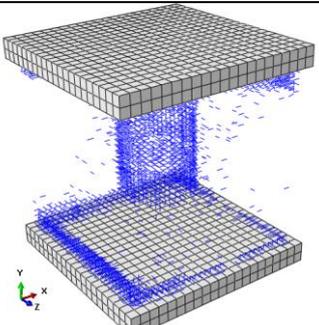
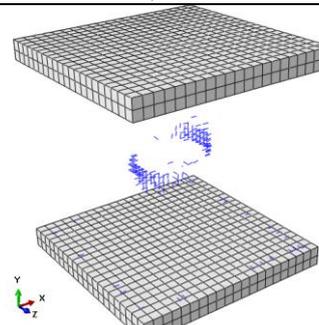
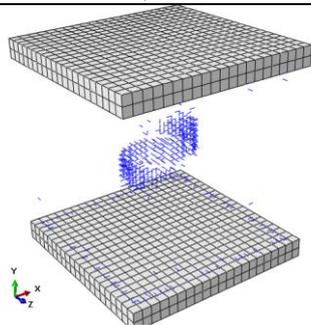
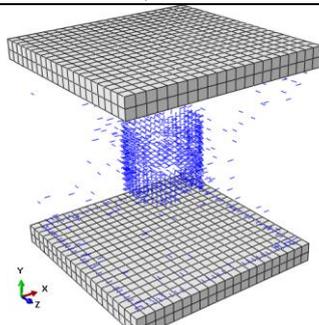
Fonte: Elaboração própria

A razão entre a sollicitação paralela e normal foi de 0,91 para a condição sem atrito e 0,79 para engastado. Entretanto, estes valores podem apresentar variação devido a sollicitação normal ao lançamento sofrer influência do tamanho do cubo em relação à fissura inicial. Para a sollicitação paralela ao lançamento os pontos em vermelho da Figura 37 indicam o instante na curva tensão versus deformação onde são capturadas as imagens mostradas na Figura 38. Assim é possível notar que a forma inicial de propagação da fissura é igual para as duas condições de contorno, no entanto os mecanismos de distribuições de tensões são distintos.

No caso engastado, o início da propagação da fissura pode estar associado à forma de concentração de tensões devido a condição de contorno. Para a amostra engastada, ocorre um confinamento triaxial em parte da amostra como explicado por Van Mier *et al.* (1997) e ilustrado na Figura 6. Sendo que parte desta concentração de tensões ocorre junto ou próximo a fissura inicial, fazendo com que esta se propague com menores deformações. No caso sem atrito o início da propagação da fissura depende apenas do caminho crítico de distribuição de tensões, ou seja, o caminho com menor resistência devido a falha inicial e a aleatoriedade do material.

Na Figura 38 é mostrada uma sequência de imagens com a propagação da fissura para as duas condições de contorno, onde SA indica sem atrito e Eng engastado, juntamente com a deformação no instante da captura. O segundo instante mostra como a fissura vai adquirindo a forma tubular. E por fim na última imagem mostrada é capturado o ponto com tensão máxima.

Figura 38 - Propagação da fissura

	Início da fissura	Propagação	Fissura em forma tubular
SA			
$\varepsilon(\%)$	0,062	0,080	0,088
Eng			
$\varepsilon(\%)$	0,058	0,073	0,091

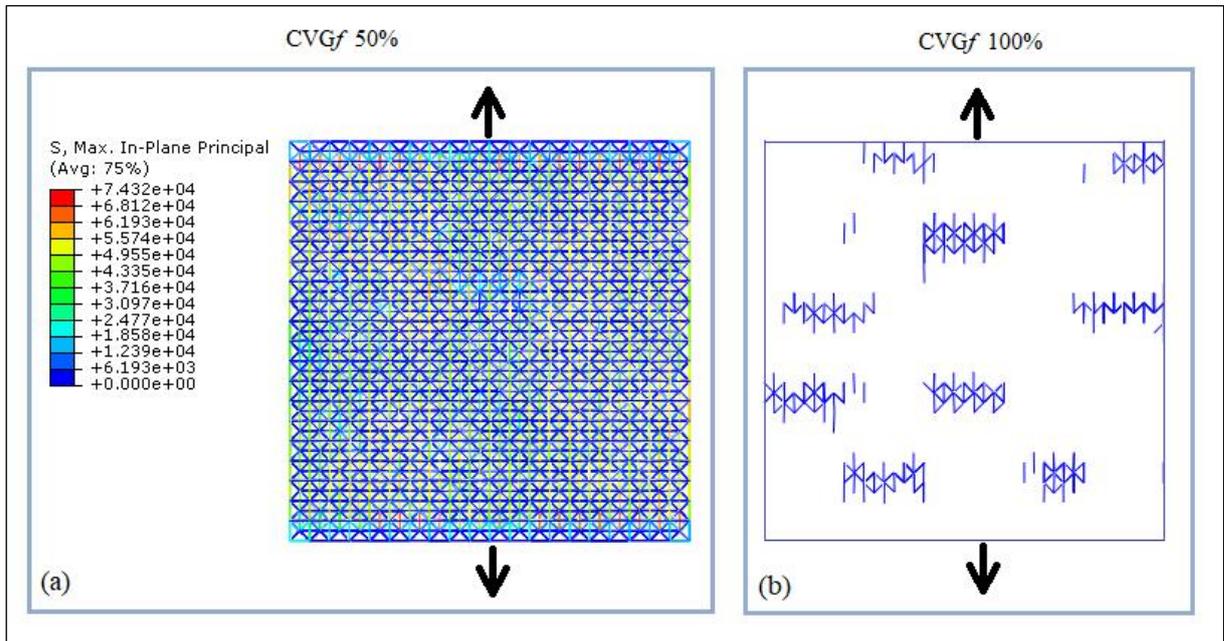
Fonte: Elaboração própria

Para a condição sem atrito é possível notar que a seção tubular formada pela fissura é ligeiramente mais comprida do que a formada no caso engastado. Também é possível notar que na solicitação sem atrito existem várias barras danificadas concentradas tanto na parte inferior como na superior, as quais, posteriormente geram uma fissura paralela a solicitação. A deformação máxima também é maior no caso engastado, condizendo com o apresentado na literatura e também com as simulações realizadas eliminando barras horizontais no LDEM.

5.3 Anisotropia através da pré-tração

Os corpos de prova foram tracionados até 90% de sua resistência máxima à tração, gerando um dano inicial. Nos corpos de prova com CVG_f igual a 50% a carga de pré-tração não gerou elementos de barra rompidos. No entanto, para CVG_f igual a 100% algumas barras tiveram a capacidade de carga ultrapassada, gerando assim a falha de algumas barras. A Figura 39 (a) mostra a distribuição de tensões na malha do LDEM após a pré-tração para o material com CVG_f igual a 50%. É possível notar que as barras com as maiores tensões são as paralelas a solicitação. Na Figura 39 (b) é mostrada a distribuição das barras rompidas devido a solicitação de tração, para o material com CVG_f igual a 100%.

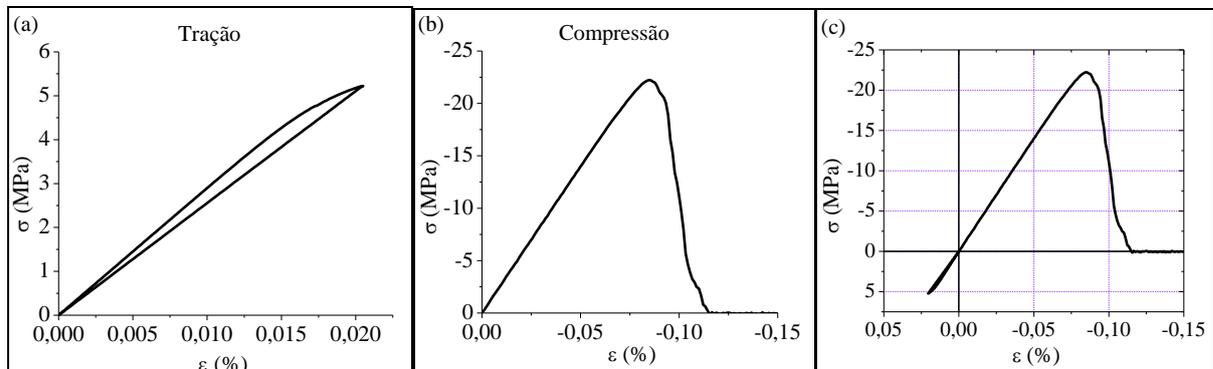
Figura 39 - Dano inicial gerado pela tração



Fonte: Elaboração própria

Na Figura 40 (a) é mostrado o gráfico tensão *versus* deformação para a parte de tração, onde o corpo de prova é primeiramente tracionado e depois volta ao estágio inicial. Após a pré-tração o corpo de prova é então comprimido, sendo realizada separadamente uma simulação para a compressão paralela e outra para a compressão normal, como explicado no item 4.2.2. A Figura 40 (b) apresenta o gráfico tensão *versus* deformação para a parte de compressão e na parte (c) mostra-se juntamente a parte de tração e compressão, sendo esta formada pela junção da Figura 40 (a) e (b).

Figura 40 - Ciclo de carregamento, a) tração, b) compressão e c) tração mais compressão.

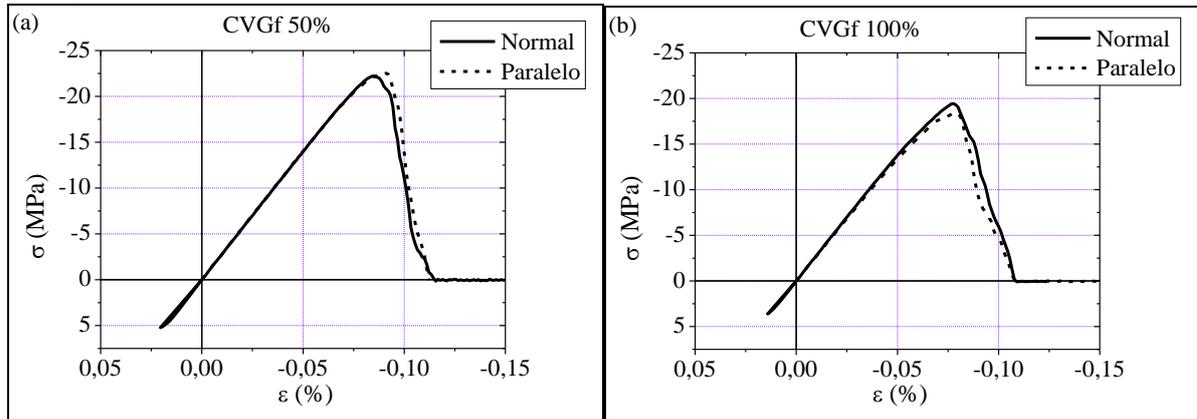


Fonte: Elaboração própria

As curvas tensão *versus* deformação de uma das repetições realizadas é apresentada na Figura 41. Na parte (a) é mostrado o comportamento típico encontrado para a simulação com CVG_f igual a 50%. Pode-se notar que não há variação do módulo de elasticidade em função

da direção de solicitação. E a resistência à compressão foi ligeiramente maior no caso de solicitação paralela. Por outro lado, com CVG_f igual a 100% a direção que apresentou a maior resistência à compressão foi a normal ao lançamento.

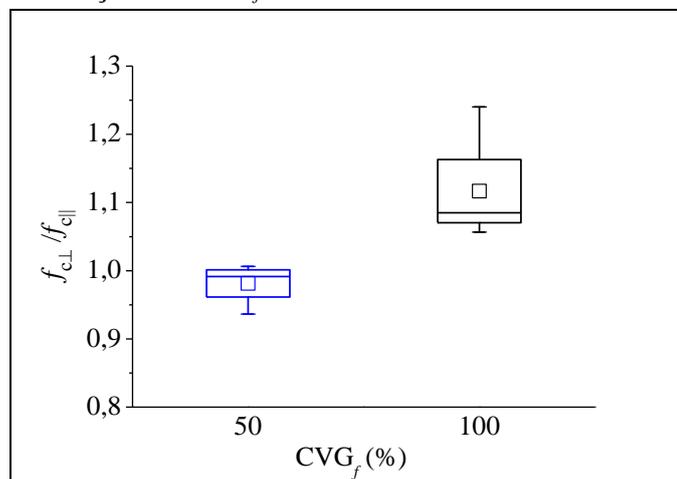
Figura 41 - Tensão versus deformação mostrando a tração e compressão, a) CVG_f de 50% b) CVG_f de 100%



Fonte: Elaboração própria

Logo fazendo a razão entre a tensão normal e paralela, obtemos o valor médio de 0,98 para CVG_f igual a 50% e 1,12 para CVG_f igual 100%. A Figura 42 mostra o *plot box* das razões entre a solicitação normal e paralela, desse modo é possível notar que a variação dos resultados é maior para o material com maior aleatoriedade. A mudança gerada na compressão em função da direção de solicitação foi maior no caso de CVG_f igual 100%, onde a pré-tração gerou a falha em algumas das barras do LDEM. Sendo que no caso onde as barras foram danificadas, mas sem chegar a falhar, a diferença na resistência em função da direção foi insignificante.

Figura 42 - Relação em função do CVG_f

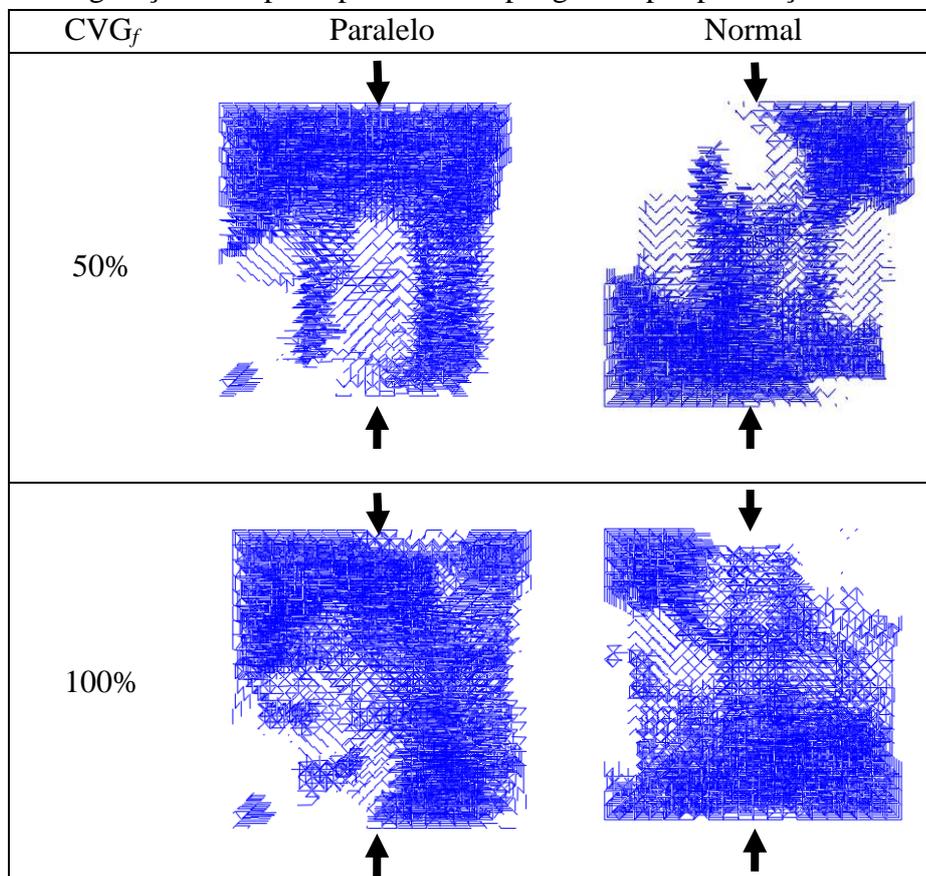


Fonte: Elaboração própria

Assim nota-se que a variação da resistência à compressão entre as duas direções de carregamento está diretamente relacionada a quantidade e distribuição das barras sem capacidade de carga no momento da compressão. Entretanto devido as características do material para CVG_f de 50% as barras só perdiam sua capacidade de carga aproximadamente no instante da resistência máxima à tração, não sendo possível ter barras sem resistência no momento da compressão sem o corpo de prova já ter perdido sua resistência à tração.

Ao analisar a configuração de ruptura para o ensaio com a carga de pré-tração, como mostrado na Figura 43, pode se notar que tanto no caso de solicitação normal quanto paralela, para CVG_f de 50% a ruptura iniciou nas bordas do corpo de prova e se distribuiu danificando uma grande quantidade de barras inicialmente próximo as bordas e posteriormente se propagando paralelamente ao carregamento. Já para CVG_f de 100% como já existiam regiões com barras sem capacidade de carga no momento da compressão, a ruptura se dá pelo aumento das regiões iniciais danificadas. Posteriormente começa a danificar as bordas e a fissura se propaga paralelamente a aplicação do carregamento interligando as regiões já danificadas.

Figura 43 - Configuração de ruptura para anisotropia gerada por pré-tração.



Fonte: Elaboração própria

Ao comparar os resultados obtidos através da simulação com a carga de pré-tração e os com a introdução do CV_x , percebe-se que a forma de ruptura para o ensaio com pré-tração, devido a forma de aplicação das condições de contorno é similar ao ensaio sem atrito realizado para a variação do CV_x , como explicado no Apêndice A. Ao comparar os valores da razão entre as duas direções de carregamento nota-se que no caso da pré-tração com CV_{G_f} de 50% a variação da resistência à compressão entre as duas direções é insignificante, já para CV_{G_f} de 100% a razão é maior do que 1, diferente do que foi encontrado para a variação do CV_x onde no caso sem atrito, onde a resistência média é menor do que 1, tendo seu valor mínimo de 0,75 encontrado no caso de CV_x de 100% para o material com propriedades homogêneas.

Assim pode-se notar que a distribuição das barras inicialmente rompidas de forma agrupada em regiões, como é o caso do ensaio com a pré-tração gera um comportamento do material diferente do obtido quando as barras sem capacidade de carga são distribuídas isoladamente em todo o corpo de prova, como no caso da utilização do CV_x .

6 CONCLUSÕES

Neste trabalho através da implementação realizada foi possível captar o comportamento anisotrópico do material com o LDEM. Verificou-se que o comportamento durante a simulação sofreu influência da condição de contorno, sendo que, o maior grau de anisotropia obtido foi encontrado ao realizar a simulação sem atrito.

A anisotropia do material tende a aumentar com o aumento do número de barras com resistência à tração diminuída. Nas simulações realizadas na condição sem atrito, ficou evidente que com o aumento da aleatoriedade nas propriedades do material o grau de anisotropia tende a se tornar constante em relação a porcentagem de barras com tração modificada.

Ocorreu também a diminuição na inclinação pré-pico da curva tensão *versus* deformação para o caso de solicitação normal ao lançamento. Além disso, a tensão e deformação de pico são menores para a solicitação normal ao lançamento.

No caso de gerar a anisotropia através de uma carga de pré-tração, os resultados só são satisfatórios para simulações com elevado valor do coeficiente de aleatoriedade do material. Pois para a simulação com CVG_f de 50% onde não existiam barras quebradas no momento da compressão a anisotropia é praticamente nula, sendo que a razão entre a resistência nas duas direções foi de aproximadamente um. Com CVG_f de 100% houve diferença na resposta em função da direção de solicitação, entretanto a direção normal ao lançamento apresentou maior resistência, diferente do encontrado ao realizar a simulação com o CVx.

A diferença entre o resultado encontrado com a aplicação da pré-tração e a variação do CVx pode estar associada a forma da distribuição das barras sem capacidade de carga na malha do LDEM. Sendo que com a aplicação da pré-tração as barras danificadas estão distribuídas em grupos espalhadas pelo corpo de prova, enquanto que com a variação do CVx as barras danificadas estão isoladas.

A carga de pré-tração teve de ser alta, 90% da carga máxima de tração, pois com uma carga menor não foi possível gerar dano no corpo de prova que afetasse a resistência à compressão entre as direções de solicitação. Entretanto mesmo com a elevada carga de pré-tração com CVG_f de 50% o dano inicial não foi suficiente para gerar influência sob a direção de carregamento à compressão, porém para cargas de pré-tração maior o corpo de prova rompia a tração.

Também foi possível captar através das simulações a mudança de comportamento gerada pela condição de atrito no ensaio de compressão. Em consonância com a literatura o

ensaio sem atrito apresentou a ruptura em forma colunar paralela a sollicitação e no ensaio engastado a ruptura ocorreu no formato de ampulheta. A resistência à compressão foi maior para o ensaio engastado, devido ao confinamento triaxial gerado.

Foi possível também verificar a concentração de tensões gerada no entorno da trinca. Foi obtido a propagação da fissura para o caso de sollicitação paralela ao lançamento. Neste caso a fissura propagou de forma tubular a partir das bordas da fissura inicial.

Pela análise dos resultados encontrados, pode-se verificar que as implementações propostas através da variável CV_x , estão gerando resultados que condizem com os dados experimentais, onde o comportamento do concreto pode variar em função da direção de sollicitação, paralela ou normal.

6.1 Trabalhos futuros

Possíveis sugestões para trabalhos futuros que ficam em aberto ou que foram detectados durante o desenvolvimento deste trabalho são:

- Realizar um estudo experimental da anisotropia no concreto e comparar os dados experimentais com as simulações, realizando os ajustes necessários dos parâmetros de entrada do LDEM.
- Utilizar um comprimento de correlação ao inserir as barras com resistência à tração diminuída. Pois ao utilizar a correlação, supõe-se que ao realizar o ensaio sem atrito os resultados permaneçam semelhantes, apenas diminuindo a variação na repetibilidade dos resultados. No entanto, ao simular o ensaio engastado acredita-se que este apresente uma melhor resposta, pois os resultados se mostraram dependentes da distribuição das barras com tração modificada dentro da malha do LDEM.
- Analisar a influência do CV_x no LDEM mudando os parâmetros de material, verificando o seu comportamento com a mudança das características do material.
- Ajustar os parâmetros do LDEM afim de determinar o valor do CV_x para representar um concreto estudado experimentalmente, sendo este caracterizado na direção paralela e perpendicular ao lançamento.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5738: Moldagem e cura de corpos de prova cilíndricos ou prismáticos de concreto.** Rio de Janeiro, 2016.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 5739: Concreto – Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos.** Rio de Janeiro, 2007.

ANDERSON, T. L.. **Fracture Mechanics: Fundamentals and Applications.** 3. ed. [S. L.]: Crc Press, 2005. 610 p.

BANDEIRA, Matthews Vargas Vaucher. **Análise da variação da resistência à compressão axial do concreto com a direção da aplicação de carregamento e com as condições de contorno.** 2017. 75 f. TCC (Graduação) - Curso de Engenharia Civil, Universidade Federal do Pampa, Alegrete, 2017.

BATHE, J., **Finite element procedures,** Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1996.

BAYKOV, V. N.; SIGALOV, E. E. **Estructuras de hormigón armado: curso general.** Mir, 1986.

BEZERRA, U. T. et al. Hourglass-shaped specimen: compressive strength of concrete and mortar (numerical and experimental analyses). **Revista Ibracon de Estruturas e materiais,** v. 9, n. 4, p. 510-524, 2016.

BOARD, M. et al. Comparative analysis of toppling behaviour at Chuquicamata open-pit mine, Chile. **Transactions of the Institution of Mining and Metallurgy. Section A. Mining Industry,** v. 105, 1996.

CASTILLO, L. S.; CAVALARO, S. H.; GOODIER, C.; AGUADO, A.; AUSTIN, S. Fibre distribution and tensile response anisotropy in sprayed fibre reinforced concrete. **Materials and Structures,** v. 51, n. 1, p. 29, 2018.

CHIAIA B. et al. **Lattice model evaluation of progressive failure in disordered particle composites,** Engineering Fracture Mechanics, v. 57, n°. 2/3, p. 301-318, 1997.

CHOI, S.; THIENEL, K. C.; SHAH, S. P. Strain softening of concrete in compression under. **Magazine of Concrete Research,** v. 48, n. 175, p. 103-115, 1996.

CLARK, I. H. Simulation of rock mass strength using ubiquitous joints. In: **Numerical Modelling in Geomechanics—Proceedings 4th International FLAC Symposium, Paper.** 2006.

COLPO, A.B. **Análise numérica e experimental do efeito de escala em materiais quase frágeis.** 2016. 122 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Programa de Pós Graduação em Engenharia, Alegrete, 2016.

CUNDALL, P. A., **A computer model for simulating progressive, large-scale movements in block rock systems.** Proc. Symp. Int. Sot. Rock Mech., Nancy II, v. 8, 1971.

DALGUER, L.A.; IRIKURA, K.; RIERA, J.D.; CHIU, H.C. The importance of the dynamic source effects on strong ground motion during the 1999 Chi-Chi, Taiwan, earthquake: Brief interpretation of the damage distribution on buildings. **Bull. Seismol. Soc. Am.**, v. 91, p. 1112-1127, 2001.

DERESIEWICZ, H., Mechanics of granular matter. **Advances Appl. Mech.** v.5, p.233-306, 1958.

DUFFY, J., A differential stress-strain relation for the hexagonal close packed array. **Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME**, v. 7, p.88-94, 1959.

DUFFY, J.; MINDLIN, R. D., **Stress-strain relations and vibrations of a granular medium.** Trans. ASME, J. Appl. Mech. v. 25, p.585-593, 1957.

GONÇALVES, N. D. F., **Método dos Volumes Finitos em Malhas Não-Estruturadas.** 2007. 71 f. Dissertação (Mestrado) - Curso da Faculdade de Ciências da Universidade do Porto, 2007.

HANSEN, S. G.; LAURIDSEN, J. T.; HOANG, L. C., Experimental and statistical investigation of the compressive strength anisotropy in structural concrete. **Cement and Concrete Research**, v. 107, p. 304-316, 2018.

HAYASHI, Y., **Sobre uma representação discreta de meios contínuos em dinâmica não-linear.** Tese (Mestrado), CPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 1982.

HILLERBORG, A. A model for fracture analysis. **Cod LUTVDG/TV BM-3005**, p.1-8, 1978.

HUGHES, B. P.; ASH, J. E. Anisotropy and failure criteria for concrete. **Matériaux et Construction**, v. 3, n. 6, p. 371-374, 1970.

INDELICATO, F.; PAGGI, M., Specimen shape and the problem of contact in the assessment of concrete compressive strength. **Materials and Structures**, v. 41, n. 2, p. 431, 2008.

KARAMPINOS, E. et al. Discrete element modelling of the buckling phenomenon in deep hard rock mines. **International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences**, v. 80, p. 346-356, 2015.

KOSTESKI, L. E.; MARANGON, E.; RIERA, J. D.; SANTOS, F. J. K.; BANDEIRA, M. V. V., Assessment of concrete anisotropy in relation to the direction of casting. **Revista sul-americana de engenharia estrutural** (online), v. 15, p. 37-45, 2018.

KOSTESKI, L. E.; RIERA, J. D.; ITURRIOZ, I. Ultimate load analysis of BARCOM test model employing the discrete element method. In: **Int Conf and Structural Mechanics in Reactor Technology**. 2011.

KOSTESKI, L.E. **Aplicação do Método dos Elementos Discretos formado por barras no estudo do colapso de estruturas**. 2012. 177 f. Tese (Doutorado) - Curso de Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

KOSTESKI, L.E. **Aplicaciones del Método de Elementos Discretos en mecánica de fractura estática y dinámica**. 2008. 139 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Maestría En Ciencias de la Ingeniería, Departamento de Mecánica Aplicada, Universidad Nacional del Nordeste, 2008.

LEITNER, R.; PÖTSCH, M.; SCHUBERT, W.. Aspects on the numerical modelling of rock mass anisotropy in tunnelling. **Felsbau**, v. 24, n. 2, p. 59-65, 2006.

LESHCHINSKY, A. M. Anisotropy of concrete strength. **Cement, Concrete and Aggregates**, v. 12, n. 2, p. 117-119, 1990.

LOTTI, R. S. et al., Aplicabilidade científica do método dos elementos finitos. **R Dental Press Ortodon Ortop Facial**, v. 11, n.º. 2, p. 35-43, 2006.

NAYFEH, A.H.; HEFZY, M.S. Continuum modeling of three-dimensional truss-like space structures. **AIAA Journal**, v. 16(8), p. 779-787, 1978.

PUGLIA, V. B. et al. Random field generation of the material properties in the truss-like discrete element method. **Mecânica Computacional, Cilamce-Mecom**, v. 29, p. 6793-6807, 2010.

RIAHI, A.; CURRAN, J. H. Application of Cosserat Continuum approach in the finite element shear strength reduction analysis of jointed rock slopes. In: **Geomechanics in the emerging social & technological age (CD proceedings, 12th IACMAG conference, Goa, India)**. 2008.

RIERA, J. D.; MIGUEL, L. F. F.; ITURRIOZ, I. . Material models for concrete in discrete element method (DEM) applications. In: 24th. **International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology (SMiRT 24)**, 2017, Busan, Coréia do Sul. Transactions, SMiRT 24, 2017. v. U.

RIERA, J.D., **Local Effects In Impact Problems In Concrete Structures**. Em: proceedings, Conf. on Structural Analysis and Design of Nuclear Power Plants, UFRGS, 1984. Porto Alegre, Rs, Brasil. p. 0-0. 1984.

RIERA, J.D.; ROCHA, M.M., A note on velocity of crack propagation in tensile fracture. **Revista Brasileira de Ciências Mecânicas**, v. XII/3, p. 217-240, 1991.

RIERA, J.D.; MIGUEL, L.F.F.; ITURRIOZ, I. Study of imperfections in the cubic mesh of the truss-like discrete element method. **International Journal of Damage Mechanics**, v. 23, n. 6, p. 819-838, 2014a.

RIERA, J.D.; MIGUEL, L.F.F.; ITURRIOZ, I., Assessment of Brazilian tensile test by means of the truss-like Discrete Element Method (DEM) with imperfect mesh. **Engineering Structures**, v. 81, p. 10-21, 2014b.

RINALDI A. E LAI Y.C. Statistical damage theory of 2D lattices: Energetics and physical foundations of damage parameter, **International Journal of Plasticity**, v. 23, p.1769-1825, 2007.

ROCHA, M.M. **Ruptura e Efeitos de Escala em Materiais não Homogêneos**. Tese (Maestruiã), CPGE, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brazil, 1989.

ROCHA, M.M.; Riera, J.D.; Krutzik N.J. **Extension of a model that aptly describes fracture of plain concrete to the impact analysis of reinforced concrete**. Int. Conf. And Structural Mechanics in Reactor Technology, SMiRT 11, Trans. Vol. J., Tokyo, Japan. 1991.

SAINSBURY, B. L.; SAINSBURY, D. P. Practical use of the ubiquitous-joint constitutive model for the simulation of anisotropic rock masses. **Rock Mechanics and Rock Engineering**, v. 50, n. 6, p. 1507-1528, 2017.

SCHLANGEN E.; GARBOCZI E.J. **Fracture simulations of concrete using lattice models: computational aspects**, Engineering Fracture Mechanics, v. 57, p. 319-332, 1997.

SHAH, S.P.; CHOI, S.; JANSEN, D.C. Strain softening of concrete in compression. **Proceedings of Fracture Mechanics of Concrete Structures (ed. FH Wittmann)**. AEDIFICATIO Publishers, Freiburg, v. 3, p. 1827-1841, 1996.

VAN GEEL, E. **Concrete Behaviour in Multiaxial Compression: Experimental Research**. 1998. 178 p. Tese (Doutorado em Engenharia) - Faculdade de Arquitetura da Universidade de Tecnologia de Eindhoven, Departamento de Design Estrutural, Eindhoven, 1998.

VAN MIER, J. G. M. et al. Strain-softening of concrete in uniaxial compression. **Materials and Structures**, v. 30, n. 4, p. 195-209, 1997.

VAN MIER, J.G.M. **Strain-softening of concrete under multiaxial loading conditions**. Technische Hogeschool Eindhoven, 1984.

VIEIRA G.L. **Influência da microfissuração causada por carregamento precoce nas propriedades mecânicas de concretos produzidos com diferentes tipos de cimento**. 2008. 189 p. Tese (Doutorado em Engenharia) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós-Graduação em Engenharia Civil. Porto Alegre, BR-RS, 2008.

XU, Y. et al. Numerical simulation of end constraint effect on post-peak behaviors of rocks in uniaxial compression. In: **49th US Rock Mechanics/Geomechanics Symposium**. American Rock Mechanics Association, 2015.

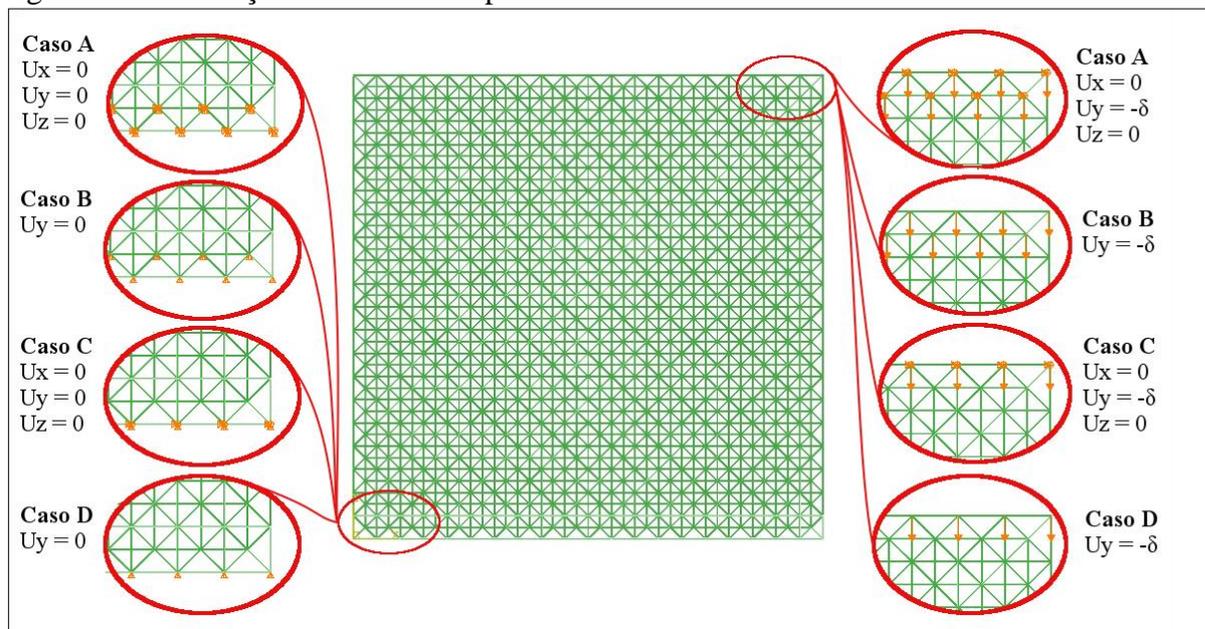
YI, S.T.; YANG, E.I.; CHOI, J.C. Effect of specimen sizes, specimen shapes, and placement directions on compressive strength of concrete. **Nuclear Engineering and Design**, v. 236, n. 2, p. 115-127, 2006.

ZISOPOULOS, P. M.; KOTSOVOS, M. D.; PAVLOVIC, M. N. Deformational behaviour of concrete specimens in uniaxial compression under different boundary conditions. **Cement and concrete research**, v. 30, n. 1, p. 153-159, 2000.

APÊNDICE A – Análise das condições de contorno

Foram analisados quatro casos para a aplicação das condições de contorno diretamente nos nós, como mostrados na Figura 1.A. Sendo estes: caso A, restrições impostas nas três direções x, y e z nos nós externos e internos dos módulos cúbicos da extremidade do corpo de prova; caso B, restrições impostas apenas em uma direção nos nós externos e internos dos módulos cúbicos da extremidade do corpo de prova; caso C, restrições impostas nas três direções nos nós externos dos módulos cúbicos da extremidade do corpo de prova; e caso D, restrições impostas apenas em uma direção nos nós externos dos módulos cúbicos da extremidade do corpo de prova.

Figura 1.A - Condições de contorno aplicadas diretamente na malha do LDEM.



Fonte: Elaboração própria

Os casos apresentados foram comparados com as simulações onde os deslocamentos foram aplicados através do contato da placa de aço moldada em elementos finitos, sendo comparado tanto para o caso engastado quanto para o sem atrito. A Tabela 1.A apresenta as propriedades do material. Os corpos de prova são cubos de lado 10 cm e as chapas de aço possui a dimensão de 12 x 12 x 2,5 cm.

Tabela 1.A - Propriedades para o material Homogêneo

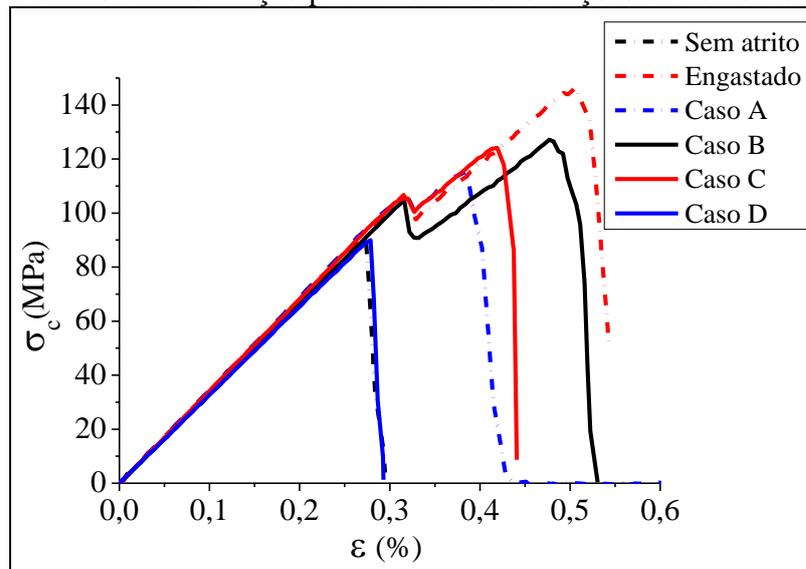
Propriedades	Concreto	Aço
E [GPa]	33	200
ρ [kg/m ³]	2000	7850
ν	0,25	0,30
G_f [N/m]	450	
CVG_f [%]	0	
R_f [m ^{1/2}]	8,93	
ϵ_p	0,0011	
k_r	1.63	
L_c [m]	0,005	
L_{cor}	$4L_c$	

A Figura 2.A mostra a curva tensão *versus* deformação para os diferentes caso de análise. Pode-se observar que aplicando a restrição apenas nos nós superiores do cubo e somente na direção y (caso D) o resultado é semelhante ao das simulações com a amostra em contato com as placas de aço sem atrito. Já para o caso de contato da amostra engastada com as placas de aço, os casos A e C foram os que mais se aproximaram, entretanto, a resistência última foi significativamente menor do que para a amostra engastada nas placas.

Pode-se observar que para os casos A, B, C e Engastado há uma diminuição da resistência para a deformação de aproximadamente 0,34%, sendo que após essa redução a resistência passa a aumentar novamente. Como já mencionado, essa análise foi realizada para o material com propriedades homogêneas, nesse ponto as barras das laterais estão danificadas formando um V em ambos os lados do CP e a partir deste ponto começam a romper mais barras no centro. A diminuição abrupta na resistência pode-se dar pelo dano nas barras das laterais, sendo que, posteriormente há um rearranjo na distribuição das tensões e o corpo de prova passa a aumentar a capacidade de carga resistida novamente.

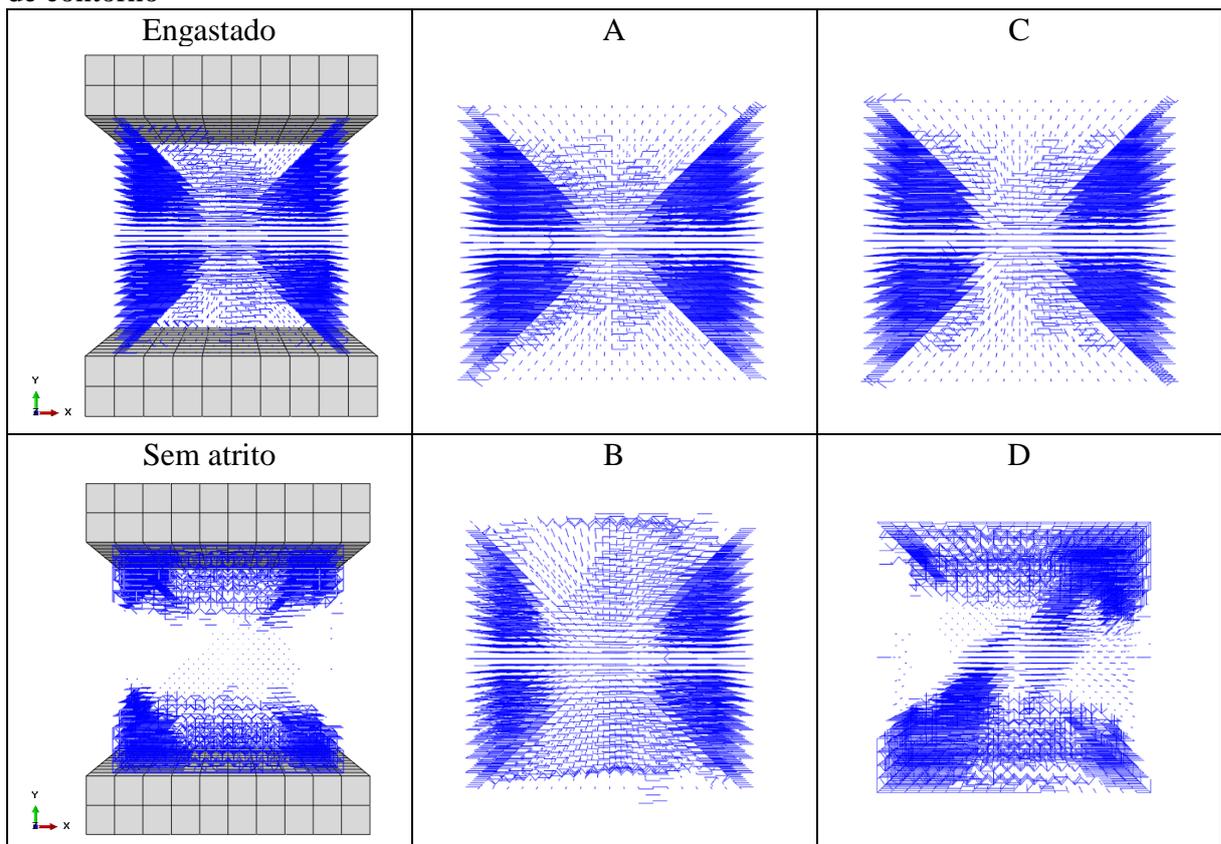
Na Figura 3.A são apresentadas as configurações de ruptura, onde as barras exibidas são as danificadas, desta forma na ruptura ocorre o característico bicone para os casos A, B, C e Engastado. Isso caracteriza que nesses casos existe um confinamento triaxial na extremidade da amostra, o qual foi imposto pelas condições de contorno. Já para o caso D e Sem atrito o dano na amostra começa primeiramente nas extremidades, apresentando ambos os casos configurações semelhantes.

Figura 2.A - Curva tensão deformação para diferentes condições de contorno.



Fonte: Elaboração própria

Figura 3.A - Configurações de ruptura para o material homogêneo com diferentes condições de contorno



Fonte: Elaboração própria