FUNDAÇÃO UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS
MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS

ANA CLÁUDIA WRASSE SALAZART

ATIVIDADES PARA ASSOCIAR MCU AO MHS USANDO O MÉTODO INSTRUÇÃO PELOS COLEGAS E AS LUAS DE JÚPITER

Bagé
2016

ANA CLÁUDIA WRASSE SALAZART

ATIVIDADES PARA ASSOCIAR MCU AO MHS USANDO O MÉTODO INSTRUÇÃO PELOS COLEGAS E AS LUAS DE JÚPITER

Produção educacional apresentado ao Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Ensino de Ciências da Universidade Federal do Pampa como requisito parcial para a obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências.

Orientador: Guilherme Frederico Marranghello

Bagé
2016

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Neste produto educacional constam as atividades desenvolvidas sobre o Movimento circular uniforme associado ao movimento harmônico simples durante a aplicação da proposta de mestrado intitulada “Utilizando Luas do Sistema Solar para Associar o Movimento Circular Uniforme e o Movimento Harmônico Simples Através do Método Instrução Pelos Colegas”.

Inicialmente há uma revisão dos conceitos do movimento circular uniforme, em seguida uma introdução sobre os conceitos de movimento oscilatório vibratório e harmônico simples, e, por fim, materiais dos movimentos circular e harmônico simples como sendo um a projeção do outro.

Para o desenvolvimento das aulas constam questões teóricas para aplicar o método Instrução pelos Colegas, método este desenvolvido por Eric Mazur desde os anos 90, que procura promover a aprendizagem com foco no questionamento para que os alunos passem mais tempo em classe pensando e discutindo ideias sobre o conteúdo, do que passivamente assistindo exposições orais por parte do professor.

Para avaliação foram estruturadas atividades para serem realizadas e aula, a fim de buscar indícios da compreensão dos alunos acerca dos dois movimentos associados.

2 DESCRIÇÃO DAS ATIVIDADES

Para trabalhar com o método Instrução pelos Colegas (IpC) utilizando os *clickers* foi essencial encontrar e produzir um material para as tarefas de leituras, pois, segundo Mazur (2015), as tarefas de leitura introduzem o material que será abordado em aula.

As aulas foram organizadas de acordo com a Tabela 1:

Tabela 1- Sequência de aulas para a aplicação da proposta

Aula 1	Revisão do Movimento Circular Uniforme – período, frequência, velocidades (angular e linear).
Aula 2	Movimento oscilatório e vibratório.
Aula 3	Movimento harmônico simples - sistema massa mola.
Aula 4	Retomada da aula 1 decompondo o movimento circular em x e y.
Aula 5	Atividade com sombras para relacionar MCU e MHS e discutir gráficos.
Aula 6	Exercícios do MHS e MCU.
Aula 7	Atividade demonstrativa com Stellarium (Terra – Lua).
Aula 8	Atividade com Stellarium (Luas de Júpiter).
Aula 9	Visita ao planetário.
Aula 10	Avaliação de questões envolvendo os movimentos associados.

Para a Aula 1 - Revisão do Movimento Circular Uniforme – período, frequência, velocidades (angular e linear)

Deve ser distribuído um material aos alunos para que eles leiam, que segundo o IpC chamamos de Tarefa de Leitura, na tentativa que eles relembrem do conteúdo de Movimento Circular Uniforme (MCU). O texto está descrito no Apêndice A deste trabalho.

No início da aula, após os alunos receberem instruções de como a metodologia funciona, responde-se o Teste de Leitura, que devem ser questões conceituais retiradas do material lido pelos alunos antes da aula. Para a Testes de Leitura 1 pode-se utilizar as seguintes questões:

Teste de Leitura -

Questão 1: O movimento circular uniforme (MCU):

A. É um movimento periódico;
B. Não é um movimento periódico;
C. É um movimento periódico, mas sua velocidade escalar varia.

Teste de Leitura -

Questão 2: O menor intervalo de tempo que deve decorrer para que um móvel repita suas características cinemáticas recebe o nome de:

A. Frequência;
B. Período;
C. Velocidade;
D. Aceleração.

Não há discussões nos Testes de Leituras.

Após a tarefa de leitura ocorre a explicação do professor. Inicialmente deve-se definir o que é um MCU, dizendo que é, segundo Stefanovits (2013), um movimento cuja trajetória é uma circunferência ou um arco de circunferência onde se percorre espaços iguais em intervalos de tempos iguais. Exemplos que se pode citar: Roda gigante após o início do movimento, balanço, ponteiros de um relógio.

Em seguida define-se período T como sendo o intervalo de tempo para que um fenômeno que se repete regularmente complete um ciclo, sendo sua unidade no Sistema Internacional (SI) o segundo (s) e a frequência f como sendo o números de ciclos de um fenômeno periódico completado em um certo intervalo de tempo, sua unidade no SI é o Hz ($\frac{1}{s}$). Para exemplos de período podemos citar que o período de rotação da Terra é de 24h e o de translação é de aproximadamente 365 dias, e exemplos de frequência pode-se citar que a Terra faz uma volta ao redor do Sol por ano ($\frac{\text{num de voltas}}{\text{unidade de tempo}}$).

Após estas duas definições, relacionamos as duas grandezas falando do pêndulo de um relógio que descreve um arco de circunferência realizando um movimento circular e periódico, no qual o período é tempo necessário para uma oscilação completa. Quanto maior o período, menor será a quantidade de oscilações em certo intervalo de tempo, ou seja, menor será a frequência. Assim, podemos definir a relação inversa que existe entre T e f e podemos expressá-la por:

$\mathrm{T} = \frac{1}{\mathrm{f}}$ e podemos escrever também $\mathrm{f} = \frac{1}{\mathrm{T}}$.

Se o período de oscilação do pêndulo for de 0,5 s, a frequência será:

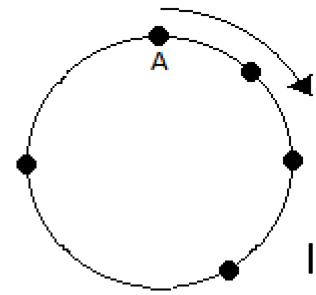
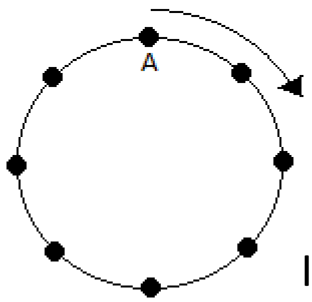
$$T = \frac{1}{f} \quad 0{,}5 = \frac{1}{f} \quad f = \frac{1}{0{,}5} = 2Hz$$

Em 1 segundo o pêndulo realiza 2 oscilações.

Terminada a explicação realizamos um teste conceitual. Devemos lembrar que, segundo Mazur, os testes conceituais:

> devem no mínimo satisfazer alguns critérios básicos. Especificamente eles:
>
> - devem focar um único conceito,
> - não devem depender de equações para serem resolvidos,
> - devem conter respostas adequadas de múltiplas escolhas,
> - devem estar redigidos de forma não ambígua e
> - não devem ser fáceis demais nem difíceis demais. (MAZUR, 2015, p. 42).

Teste conceitual:

<u>Questão 3:</u> Na circunferência a seguir, cada ponto representa a posição de uma partícula que descreve uma trajetória circular, a cada segundo, a partir do ponto A, em sentido horário. Em qual situação está representado um MCU? A. Imagem 1; B. Imagem 2; C. As duas imagens apresentam MCU.	 Imagem 1  Imagem 2

O professor apresenta a questão, lendo-a de forma clara assegurando que não há mal entendidos a seu respeito, sem mencionar a resposta correta. Em seu livro, Mazur dá algumas sugestões de questões e permite que possam ser usadas desde que se use o IpC. O aluno tem um tempo de dois minutos para pensar individualmente na resposta correta e em argumentos para mantê-la e, em seguida, é aberta a votação para mapeamento das respostas dos alunos.

A partir daí, o professor deverá utilizar uma das formas de coletar as respostas de seus alunos, com *flaschcards*, formulários ou *clickers*, para que possa ter o *feedback* da compreensão dos alunos sobre o conteúdo lido e apresentado. Sabendo a quantidade de alunos presentes na aula e com base nas respostas informadas o professor calcula o percentual de acertos e sem falar a resposta correta, ele deve decidir se vai:

a) explicar a questão, reiniciar o processo de explicação dialogada e apresenta uma nova questão sobre um novo tópico. Normalmente age- se assim se mais de 70% dos alunos votaram na resposta correta, ou

b) agrupar os alunos em grupos (2 a 5 pessoas), que tenham escolhido questões diferentes, pedindo para que eles argumentem tentando convencer o colega usando a justificativa pensada para responder a questão do início do processo. Após cinco minutos, o professor reabre a votação, explica a questão. Se achar necessário, o apresenta- se uma nova pergunta, ou passa para um novo tópico do conteúdo reiniciando o processo. Esta etapa é aconselhado para se na primeira votação o percentual de acerto estiver ente 30% e 70%, ou

c) voltar ao conceito já abordado e fazer uma nova explicação procurando esclarecê-la, apresentando uma nova questão conceitual no final da explanação recomeçando o processo. Indicada para se menos que 30% dos alunos acertarem as respostas.

Quando mais de 70% dos alunos acertarem a questão 3, projeta- se a questão 4, e depois a questão 5, e assim por diante.

Teste Conceitual –

<u>Questão 4:</u> Nas alternativas descritas selecione a que NÃO apresenta um MCU:

A. Carrossel com velocidade angular constante
B. Movimento de rotação da Terra
C. Movimento de translação da Terra
D. Hélices de um avião em pleno voo
E. Giro da maçaneta de uma porta

Teste Conceitual –

<u>Questão 5</u>: Qual o período do ponteiro das horas de um relógio?

A. 60 minutos
B. 24 horas

C. 3600 segundos

D. 12 horas.

Teste Conceitual –

Teste Conceitual -

Questão 6: Quando relacionamos Período (T) e Frequência (f) percebemos que:

A. Eles tem uma relação direta, ou seja, quando T aumenta f também aumenta;

B. Eles tem uma relação inversa, ou seja, quando T aumenta f diminui;

C. Não há relação entre período e frequência.

Terminado o teste conceitual, começamos a falar sobre velocidades do MCU, ressaltando que existem duas velocidades, a linear e a angular.

Uma maneira de abordarmos a velocidade linear v é iniciar um comparativo com a velocidade no movimento retilíneo uniforme (MRU), que a descreve como sendo a variação da posição s pela variação do tempo t, ou seja: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$, assim, no SI, a unidade é m/s. Como no MCU a trajetória é circular e Δs será o comprimento da circunferência C, e $C = 2\pi R$. Já foi dito anteriormente que o tempo para que um fenômeno complete um ciclo é chamado de período, representado pela letra T. Substituindo estas informações na fórmula do MRU, ficamos com:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \rightarrow v = \frac{2\pi R}{T}$$

Como $$f = \frac{1}{T}$$

também podemos escrever $$v = 2\pi R f.$$

A unidade da velocidade linear continua sendo m/s e ela é sempre tangente à trajetória, tem módulo constante, mas sua direção e sentido variam.

A velocidade angular ω depende do ângulo. Quando uma partícula está em MCU, ela está varrendo um ângulo em uma certa unidade de tempo. Uma volta completa equivale a 2π, e o tempo necessário para percorrer uma volta completa chamamos de período T. Com estas informações escrevemos:

$$\omega = \frac{2\pi}{T},$$

Como $$f = \frac{1}{T}$$

também podemos escrever $$\omega = 2\pi f.$$

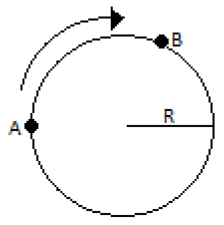
No SI, a unidade de velocidade angular é rad/s, e ela não depende do raio R.

Podemos relacionar as duas velocidades em uma única equação.

$$v = \omega R$$

Para a melhor compreensão dos conceitos das duas velocidades foi usado um exemplo:

Uma partícula percorre, em 10s, o arco de circunferência AB. Sabendo que AB mede 60 cm e R=30 cm, determine, no percurso A até B:



a) A velocidade escalar média linear

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{60}{10} = 6\ \frac{cm}{s}$$

b) A velocidade escalar média angular

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{6}{30} = 0{,}2\ \frac{Rad}{s}$$

Exemplo: Dois corredores treinam numa pista circular. O corredor A corre pela pista mais interna, enquanto o B corre pela externa. Sabendo que ambos corredores completam uma volta no mesmo intervalo de tempo, compare: a) ω; b) v.

Resposta: a) Como os dois corredores completam uma volta no mesmo intervalo de tempo e a velocidade angular só depende de T, então $\omega_A = \omega_{B.}$ b) No mesmo intervalo de tempo Δt, decorrido uma volta, o deslocamento linear ΔS é maior para o corredor B, uma vez que a circunferência externa tem perímetro maior que a interna. Assim, no mesmo Δt, temos: $\Delta S_B > \Delta S_{A,}$ então $V_B > V_A$. Ainda podemos responder conforme a equação $V_m = \omega_m \times R$, ω é igual para o corredor a e B, mas R do corredor B é maior que do corredor A, por isso V_m de B é maior que de A.

Novo teste conceitual:

Teste Conceitual –

<u>Questão 7 -</u> Imagine o movimento das pás de um ventilador em MCU. Em uma delas há uma marcação a 5 cm do centro e a outra a 10 cm do centro da trajetória. Em qual deles a velocidade angular (ω) é maior?

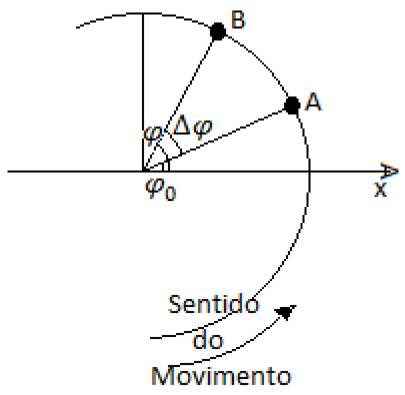
No ponto A;

No ponto B;

A velocidade angular é a mesma para os dois pontos;

Não há velocidade angular.

Equação horário do MCU:



$$\omega = \omega_{med} = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = \frac{\varphi - \varphi_0}{t - t_0}$$

$$\varphi - \varphi_0 = \omega(t - t_0)$$

Considerando $t_0 = 0$

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t$$

Exemplo 3: Um corpo em trajetória circular tem velocidade angular constante de $\frac{\pi}{18}\frac{Rad}{s}$. No instante inicial o ângulo de fase era $\frac{\pi}{6}Rad$. Determine o ângulo de fase φ quando t = 3s.

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t$$

$$\varphi = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{18}t$$

Como: $t = 3$

$$\varphi = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{18}3$$

Simplificando:

$$\varphi = \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{6}$$

$$\varphi = \frac{2\pi}{6} = \frac{\pi}{3}rad$$

Sobre os gráficos do MCU:

O MCU pode ser representado por meio de gráficos (ω x t) e (φ x t).

Convencionou-se associar à velocidade angular um sinal positivo quando o movimento ocorre no sentido anti-horário, e negativo no sentido horário. Na Figura 1 no gráfico I e II está representada a velocidade angular em função do tempo (ω x t) quando temos ω > 0 (sentido anti-horário) a reta paralela ao eixo t é acima de zero, pois a velocidade angular no MCU é constante, no gráfico II, temos ω < 0 (sentido horário), temos uma reta paralela ao eixo do tempo, desta vez abaixo do zero, representando que o sentido desta vez é o horário. Já os gráficos III e IV representam o ângulo fase em função do tempo (φ x t), quando temos ω > 0 (sentido anti horário) a reta é crescente, como vemos no gráfico III, pois inicialmente o ângulo é zero, e vai aumentando até 2π, e reinicia do zero, quando temos ω < 0 (sentido horário) a reta é decrescente, como vemos no gráfico IV, pois inicialmente o ângulo é 2π e vai diminuído até chegar em zero.

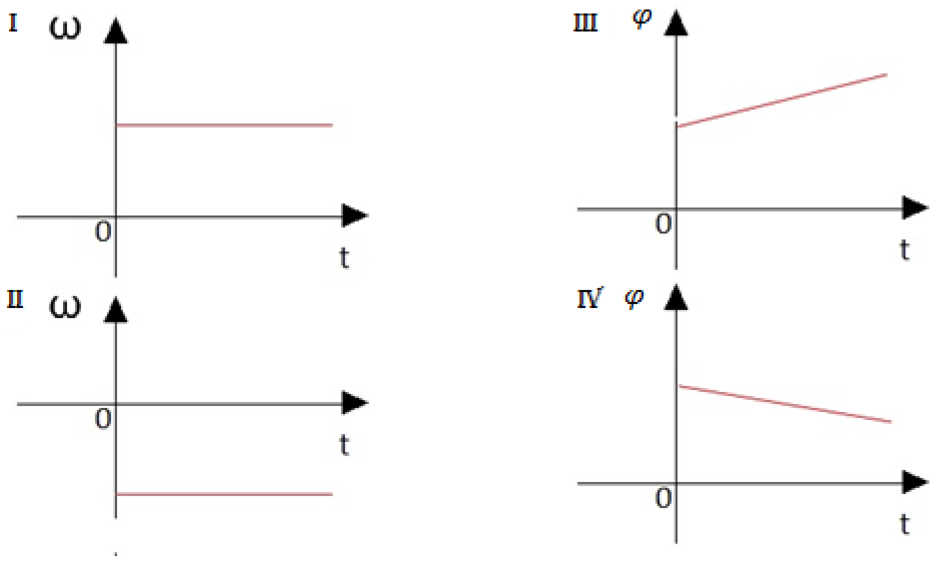


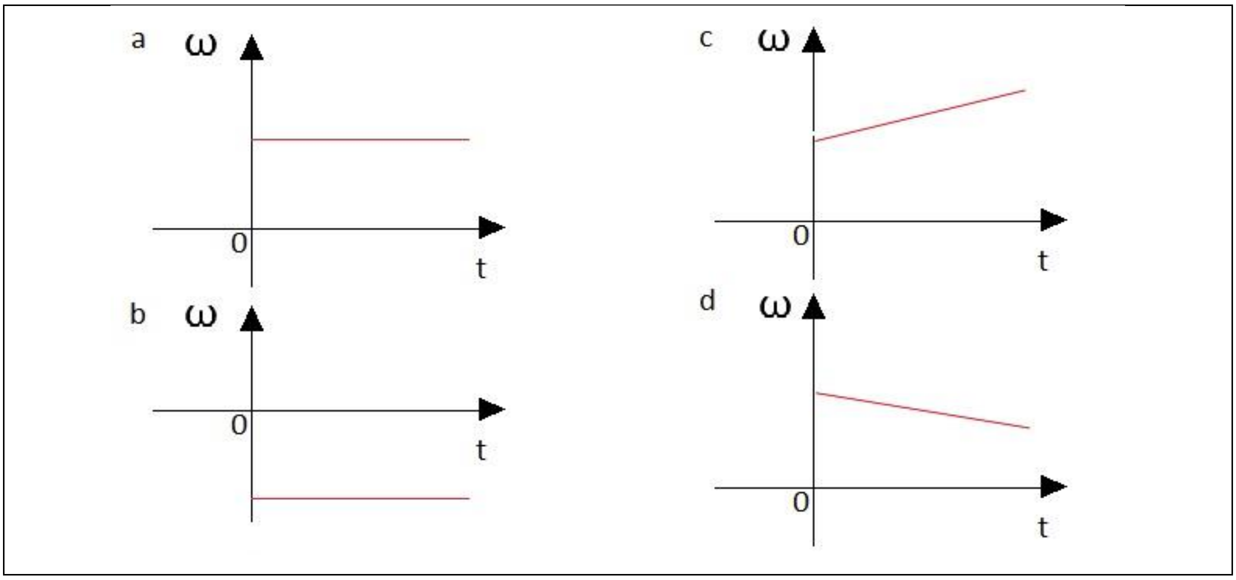
Figura 1 - Gráficos da velocidade angular x tempo e ângulo fase x tempo

Novo teste conceitual:

Teste Conceitual –

Questão 8 - Analise os gráficos abaixo e escolha a alternativa que representa a velocidade angular em função do tempo em um MCU, considerando ω>o (sentido anti-horário):

A. Gráfico a;
B. Gráfico b;
C. Gráfico c;
D. Gráfico d;
E. Nenhuma das alternativas.



Para a aula 2: Movimento Vibratório Oscilatório.

Imagine uma lâmina flexível presa perpendicularmente a um suporte. Todos os pontos que constituem a lâmina estão em posição de equilíbrio (lâmina parada). Se inclinarmos a extremidade livre e a soltarmos, todos os pontos passam a realizar um movimento oscilatório em torno da mesma posição de equilíbrio. Então, um movimento é oscilatório quando ocorre periodicamente, em torno de uma posição central, conhecida como posição de equilíbrio.

Há muitos exemplos de fenômenos oscilatórios, como uma corda de violão vibrando, o pêndulo de um relógio funcionando, os batimentos das asas de um beija flor.

Além do período e da frequência, a amplitude é uma grandeza importante no estudo dos movimentos vibratórios.

A amplitude de um movimento oscilatório é a medida da maior distância do corpo em relação à posição de equilíbrio.

O comprimento da trajetória do movimento vibratório é sempre o dobro de sua amplitude.

Exemplo: Um corpo em repouso em um plano horizontal sem atrito está preso a uma mola em posição de equilíbrio (sem deformações) Um agente externo desloca o corpo, esticando (deformando) a mola em 20 cm, a começar de sua posição de equilíbrio, e o solta.

Identifique as seguintes grandezas:

a) Amplitude; R = 20cm.

b) O comprimento da trajetória R = 40 cm.

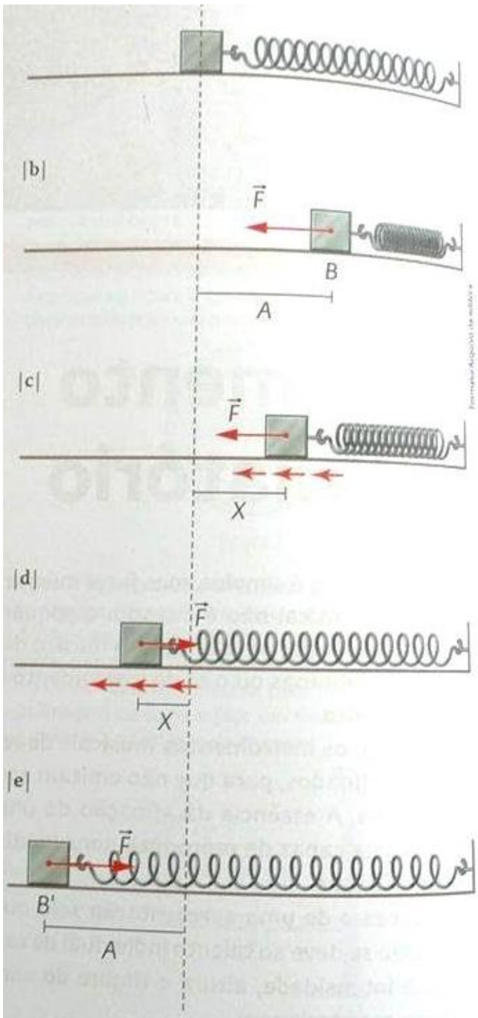
Para a aula 3: Movimento Harmônico Simples

Iniciamos a aula com o Teste de Leitura referente ao Anexo B.

Teste de Leitura -

Questão 9 **-** A imagem da abaixo representa:

A. Um Movimento Retilíneo Uniforme;
B. Um Movimento Retilíneo Uniformemente Acelerado;
C. Um Movimento Circular Uniforme;
D. Um Movimento Harmônico Simples.



Teste de Leitura –

<u>Questão 10</u> - É exemplo de um movimento vibratório:

A. A extremidade de uma lâmina em vibração;
B. Um ponto de uma corda esticada posta a oscilar;
C. Um pêndulo de um relógio;
D. Todas as alternativas descritas.

Um exemplo de MHS é o sistema massa mola. Ele é formado por um corpo preso a uma mola, oscilando periodicamente em torno de uma posição de equilíbrio. Consideramos um plano horizontal e sem atrito. Exemplificamos usando o sistema massa mola construído no Modellus, podendo ser utilizado o mesmo através do link: https://www.dropbox.com/home/Public/Material%20para%20Produto%20Educacional e de recortes deste para explicarmos como agem a força e a velocidade no sistema.

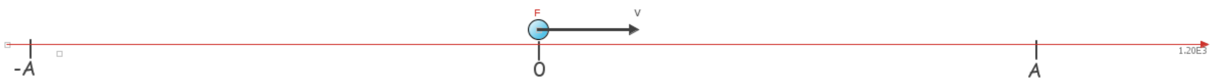


Figura I - posição de equilíbrio, x = 0:

- A mola está na posição de equilíbrio (nem esticada e nem comprimida).
- A força elástica (força restauradora) é nula, pois a mola está relaxada, porém o corpo tem velocidade, o que acarreta na distensão da mola.

Figura II - Distensão máxima, x = A:

- A mola apresenta distensão máxima.
- A força elástica é máxima, e a velocidade é nula.

Figura III - Posição de equilíbrio, x = 0:

- A mola está na posição de equilíbrio.
- A força elástica é nula, porém o corpo ainda tem velocidade.
- Por inércia, ocorre a compressão da mola.

Figura IV – Compressão, -A < x < 0:

- A mola está sendo comprimida.
- A força elástica volta a atuar, mas no sentido contrário ao da velocidade.

Figura V – Compressão máxima, x = - A:

- A mola sofre compressão máxima.
- A força elástica é máxima e a velocidade é nula.

Por ser elástica, a mola, quando comprimida ou esticada, faz surgir uma força elástica. Para deslocar o corpo da posição inicial de equilíbrio é necessário esticar ou comprimir a mola, que, ao ser solta, tende a voltar à posição de equilíbrio – esse movimento se dá no sentido contrário ao do deslocamento inicial, que ocasionou a deformação da mola. Nas figuras, percebemos que a deformação corresponde ao deslocamento x do corpo. Assim, a força elástica F, atua como uma força restauradora, responsável pelo fato de o corpo oscilar em torno de uma posição de equilíbrio.

Então o MHS é o movimento periódico de um corpo em torno de um ponto de equilíbrio quando o corpo é submetido a uma força restauradora. Após sair de o, ir para A, retornar para o, chegar em – A e voltar para o novamente, dizemos que o corpo completou um ciclo.

Período do sistema massa mola

Uma das variáveis mais importantes no MHS é o período. Isso porque sua característica mais marcante é a regularidade, muito útil nas medições do tempo. O período pode ser calculado pela seguinte expressão:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Onde T depende da massa do corpo e da constante elástica da mola (no SI). Com esta expressão podemos chegar às seguintes conclusões:

- Quanto maior m, maior T do movimento, o que está de acordo com o conceito de que a massa de um corpo é a medida da sua inércia.

- Quanto menor for k da mola, mais flexível (frouxa) ela será. Se k for pequeno a mola será bem flexível e a oscilação ocorrerá em um tempo maior.

- Como T só depende de m e k, a oscilação de um sistema massa mola ideal apresenta o mesmo período tanto em um plano horizontal, quanto no plano vertical ou um plano inclinado.

- Como T de um sistema massa mola ideal não depende nem de A nem da gravidade local, o movimento de um sistema massa mola na Terra ou em qualquer outro planeta terá o mesmo período.

Exemplo: Um corpo de 4 kg, em repouso na Terra em um plano horizontal sem atrito, está preso a uma mola cuja constante elástica k = 100N/m. Afastando o corpo a 10 cm de sua posição inicial, ele começará a oscilar. Considere π = 3.

a) Calcule o período do movimento de oscilação.

R: $\mathrm{T} = 2\pi\sqrt{\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{k}}}$

$$\mathrm{T} = 2.3\sqrt{\frac{4}{100}}$$

$$\mathrm{T} = 6.\frac{2}{10} = 1{,}2\ s$$

b) Explique o que aconteceria com o período se o sistema fosse transportado para a Lua, ode o campo gravitacional é menor do que o da Terra?

O período depende apenas de k e m, não depende de g, por isso T = 1,2 s.

c) Suponha que o corpo fosse afastado 50 cm de sua posição inicial. Responda, justificando, se o período do movimento aumentaria, diminuiria ou permaneceria o mesmo?

O período não depende da amplitude do movimento. Nesta situação o período permanece constante.

Após a explicação projetar as questões conceituais 12 e 13 para que os alunos as respondam, utilizando os *clickers*.

Teste Conceitual –

Questão 11 - Analise as seguintes afirmações:

I- quando um objeto oscila ao ser afastado de sua posição de equilíbrio, fica sujeito a ação de uma força que tende a trazê-lo de volta para essa posição. Esta força é chamada de Força Restauradora;

II- a distância entre a posição de equilíbrio e a posição extrema ocupada por um objeto que oscila é denominada amplitude, A do movimento;

III- o tempo que o objeto demora para efetuar uma vibração completa é denominado período do movimento.

Analise quais afirmações estão corretas:

A. Apenas a I
B. Apenas a II
C. Apenas II e III
D. Todas as alternativas.

Teste Conceitual –

Questão 12 - Suponha que o bloco da figura, em um dado intervalo de tempo, passasse por "o", dirigindo-se para B, voltando a B' e retornando a "o". Poderíamos afirmar que o bloco efetuou:

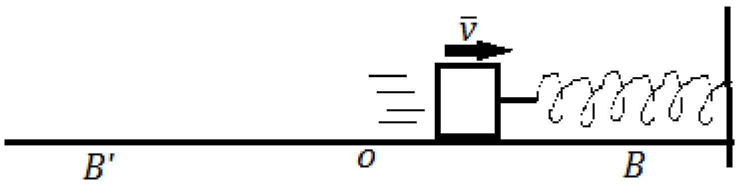


Figura 2 - sistema massa mola

A. uma oscilação completa;
B. O equivalente ao valor do dobro da amplitude;
C. As duas alternativas anteriores estão corretas.

Teste Conceitual –

<u>Questão 13</u> - Suponha que uma lâmina oscile entre dois pontos B e B', e a distância entre estes dois pontos seja igual a 10 cm. Qual é o valor da amplitude de vibração da extremidade da lâmina?

A. 10 cm
B. 20 cm
C. 5 cm
D. 15 cm

Teste Conceitual –

Questão 14 - Sobre amplitude de um movimento é correto afirmar que ela é a distância entre a posição de equilíbrio e a posição extrema ocupada por um objeto que oscila. Se um objeto que oscila tem A = 5 cm o comprimento da trajetória é:

A. 5 cm;
B. 10 cm;
C. 2,5 cm;
D. 10 m.

Aula 4: Decompondo o movimento circular em x e y

Os alunos devem ler as páginas 289 a 293 do texto, de Máximo e Alvarenga (2013), que encontra-se no Anexo B como sendo a Tarefa de Leitura. No início da aula responder o Teste de Leitura, questões 16 e 17.

Teste de Leitura –

Questão 15 - A projeção do MCU sobre um diâmetro é:

A. Um movimento retilíneo;
B. Um movimento oscilatório;
C. Um movimento curvilíneo.

Teste de Leitura –

Questão 16 - A amplitude de um MCU sobre um diâmetro:

A. Equivale a metade do raio R da trajetória circular;
B. Equivale ao dobro do raio R da trajetória circular;
C. É igual ao raio R da trajetória circular.

Em seguida apresentar o vídeo de uma bolinha percorrendo um movimento circular em um disco visto de perfil, pergunte qual movimento a bola faz. Os alunos percebem que se trata de um MCU, mas pode-se dizer que pode ser um movimento de sobe e desce da bolinha. Depois mostrar o vídeo da bolinha visto de frente, os dois vídeos desta aula estão constam no link : https://www.dropbox.com/home/Public/Material%20para%20Produto%20Educacional

Os vídeos são importantes para que os alunos percebam que o MCU e o MHS estão presentes na mesma filmagem, mas visto de ângulos diferentes. Explicamos que podemos decompor um MCU em um diâmetro, assim como eles puderam ler no material da leitura prévia, que descrevia essa decomposição.

A Figura 3 pode ser projetada ou desenhada no quadro, ela representa um dos pontos da trajetória (A, B, C e D) de cada vez, fazendo a sua projeção no diâmetro da circunferência e relacionando a direção da trajetória com a direção do movimento de vai e vem (MHS) sobre o diâmetro. Buscamos demonstrar que o raio da circunferência coincide com a amplitude A do movimento harmônico simples, e, a partir dessas relações descrevemos as equações da posição, velocidade e aceleração do MCU sobre o eixo x do diâmetro.

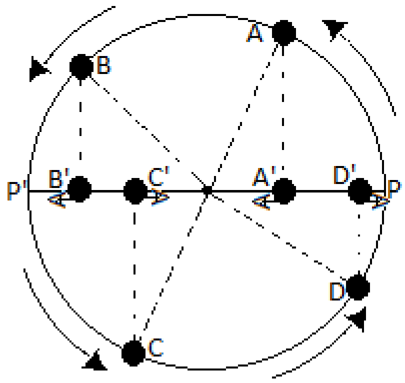


Figura 3 - Projeção de um MCU sobre um diâmetro desenhado em sala de aula

Para acharmos a equação da aceleração sobre o eixo x em função do tempo, desenhar, ou projetar, a circunferência da Figura 4- a. Na imagem temos, em um tempo qualquer, uma projeção de uma partícula que realiza um MCU, no sentido anti horário, sobre um diâmetro. Este diâmetro da circunferência é chamado de eixo x. Esta partícula que realiza um movimento de vai e vem sobre este eixo está realizando um MHS, e possui uma aceleração apontando para o sentido negativo do eixo. A bolinha, por ter uma velocidade que varia na direção e sentido, faz surgir uma aceleração que chamamos de centrípeta, esta sempre aponta para o centro da trajetória. O ângulo ϴ entre e origem e o eixo x é o mesmo que está entre os vetores a_x e a_c. Destacamos a Imagem 4- b para definirmos a equação de $a_{x.}$ No segundo ano do ensino médio, normalmente na ementa da componente curricular de Matemática o ano inicia com o conteúdo com funções trigonométricas. Estas funções foram retomadas para descobrirmos as funções que nos interessavam. Então, como o ângulo está entre o cateto adjacente e a hipotenusa, os alunos devem saber que utilizamos a função cosseno.

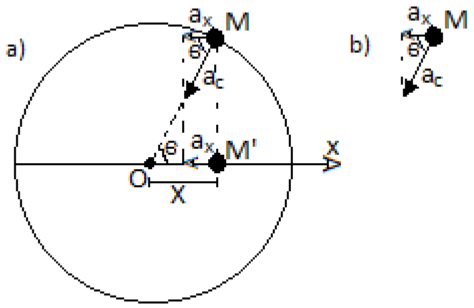


Figura 4

Descrevemos, então:

$$\cos\theta = \frac{cateto\ adjacente}{hipotenusa} = \frac{a_x}{a_c}$$

Isolando a_x, temos:

$$a_x = a_c \cos\theta$$

mas,

$$a_c = \frac{v^2}{R} \quad , \quad R = A \quad e \quad v = \omega A$$

Então:

$$a_c = \frac{\omega^2 A^2}{A}, \quad a_c = \omega^2 A$$

$$e \quad \theta = \theta_0 + \omega t$$

Substituindo:

$$a_x = -\omega^2 A \cos(\theta_0 + \omega t)$$

Para encontrarmos a equação que descreve o movimento de uma partícula que está em MCU sobre um diâmetro, realizamos uma discussão análoga àquela feita quando falamos sobre a aceleração, só que separamos uma outra parte da Figura 3, já analisada antes. Na Figura 5, destacamos que, conforme a partícula percorre o movimento circular, o ângulo θ varia e a distância x da partícula sobre o eixo também muda. A distância entre a origem e a partícula é igual ao raio da circunferência e este coincide com a amplitude do MHS. Considerando todos os fatores citados, escrevemos:

$$\cos\theta = \frac{X}{A}$$

Como queremos isolar x :

$X = A\cos\theta$

$X = A\cos(\theta_0 + \omega t)$

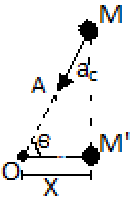


Figura 5

Depois disso, encontramos a equação da velocidade da partícula no eixo x em função do tempo. Agora tínhamos o ângulo oposto ao termo, Figura 6, que gostaríamos de achar e os alunos sabiam que deveríamos usar a função seno. O procedimento para demonstrar como chegamos na fórmula que indica qual a velocidade da bola em cima do eixo, V_x, foi descrito assim:

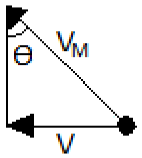


Figura 6

$$sen\,\theta = \frac{cateto\ oposto}{hipotenusa} \rightarrow sen\,\theta = \frac{V}{V_M}$$

Isolando V :

$V = V_M\, sen\,\theta$

Sendo $V = \omega A$

$V_x = -\omega A sen\,\theta$

$e \quad \theta = \theta_0 + \omega t$

Então:

$V_x = -\omega A sen(\theta_0 + \omega t)$

Os alunos assustam-se com a ideia de ter que usar trigonometria para encontrar as equações da posição, velocidade e aceleração sobre o eixo x em função do tempo, mas é importante explicar que o desenvolvimento para encontrar a função estava sendo exposto para que eles soubessem de onde vem as funções que serão usadas nas próximas atividades.

Teste Conceitual –

Questão 17 - Olhando um Movimento Circular Uniforme podemos decompô-lo em um eixo x, onde percebemos o Movimento Harmônico Simples.

Nesta decomposição podemos afirmar que:

I- A amplitude do MHS é igual ao raio do MCU;

II- O módulo da velocidade é constante;

III- A aceleração centrípeta aponta para o centro da trajetória;

Estão corretas as alternativas:

A. Somente I;

B. I e II;

C. II e III;

D. Somente III;

E. Todas as alternativas.

Para a aula 5 - Atividade com vídeo para relacionar MCU e MHS e discutir gráficos utilizando o software Tracker

Novamente os vídeos mostrados na aula 4 podem ser discutidos, mas, desta vez utilizando o software Tracker, que nos permite, a partir de marcações feitas na vídeo análise, ver gráficos sendo construídos em tempo real. A atividade é demonstrativa e com ela procuramos que os alunos percebessem que quando um movimento é periódico, seu gráfico será uma senóide. As Imagens 7, 8, 9, 10 e 11 demonstram o vídeo no programa e os gráficos após a realização da vídeo análise. O tutorial de como usar o software Tracker encontra-se no Apêndice D deste material.

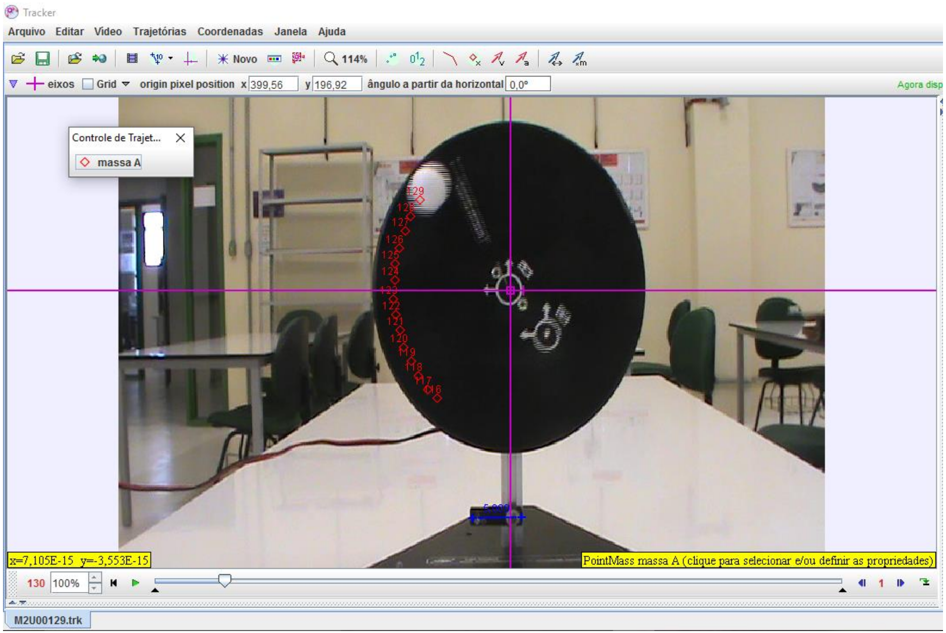
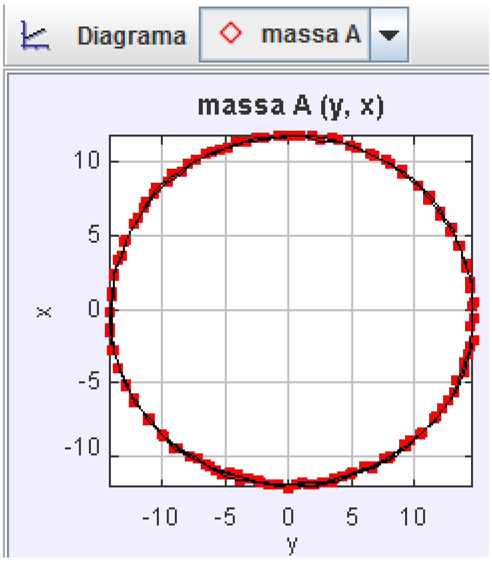
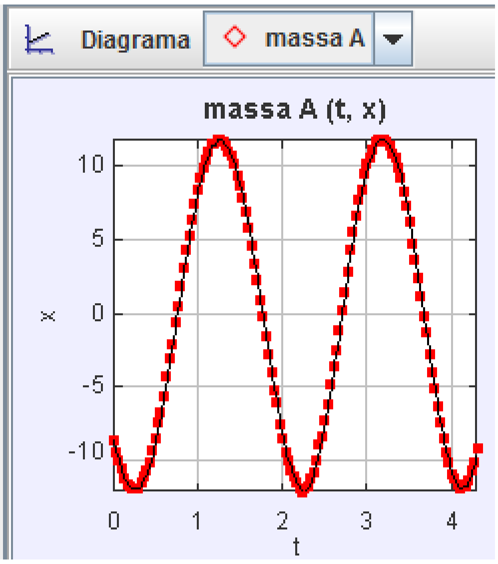


Figura 7 Imagens da Filmagem da bolinha vista de frente no Tracker

 Figura 8 - Gráfico x X y formado no programa Tracker durante a vídeo análise	O gráfico x *x* y deve resultar em uma circunferência, assim como podemos ver na Imagem 15, do gráfico retirado do software Tracker.
 Figura 9 – Dados da Vídeo Análise, recorte do Software Tracker	Discutimos que como a bolinha fazia um movimento periódico teríamos gráfico que se repetiria com o passar do tempo, percebemos, analisando a Figura 16, que a amplitude do movimento era um pouco maior que 10 cm e analisamos seu período.

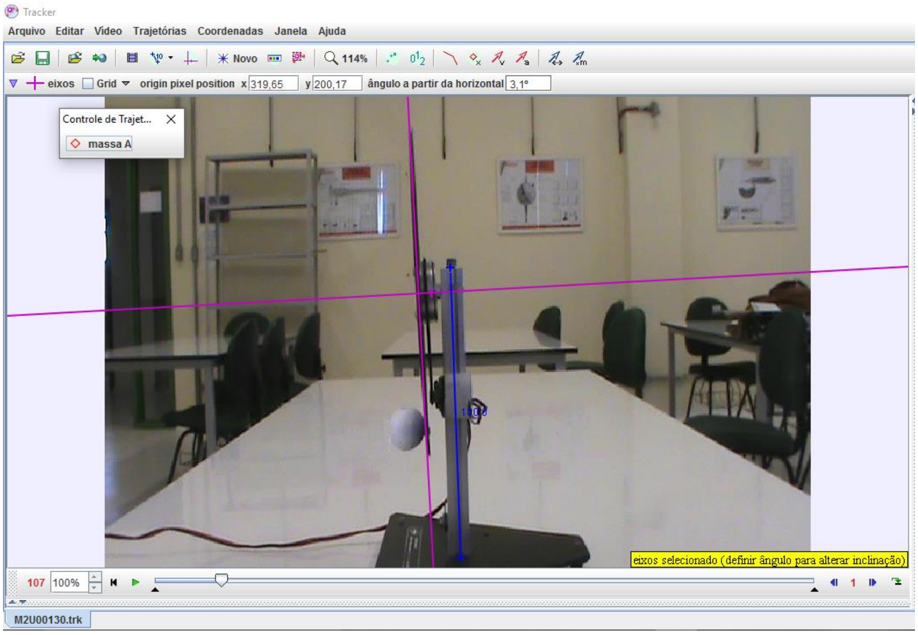


Figura 10 – Imagens da Filmagem da bolinha vista de perfil no Tracker

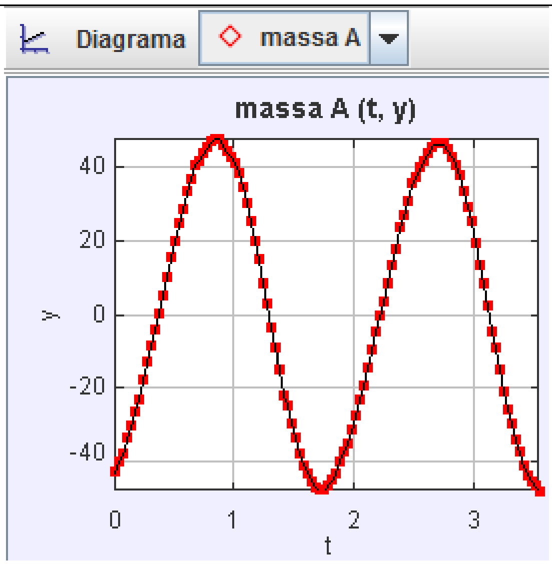


Figura 11 – Dados da Vídeo Análise, recorte do Software Tracker

Quando o aparato é visto (filmado) de perfil, enxergamos um movimento de sobe e desce da bolinha, este movimento é um MHS. Ao realizarmos a vídeo análise do movimento da bolinha também encontramos uma senóide, Figura 18, por ser um movimento periódico. Novamente pudemos falar sobre amplitude, período e frequência.

Após a discussão sobre os gráficos aplicam-se novos Testes de Leitura:

Teste Conceitual –

Questão 18 - O gráfico da **Figura 60** mostra a posição de um ponto em função do tempo. A amplitude e o período valem, respetivamente:

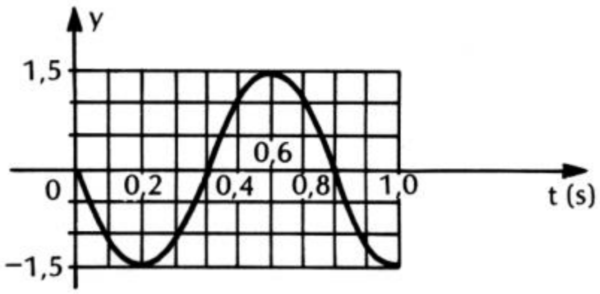


Figura 12 - Imagem projetada durante a aula

A. 1,5 cm e 1 s;
B. 1,5 cm e 0,8 s;
C. 3 cm e 1 s;
D. 0 cm e 1 s.

Teste Conceitual –

Questão 19 - Os gráficos da posição, velocidade e aceleração em função do tempo do MHS são:

A. Sempre retas crescentes;
B. Sempre retas decrescentes;
C. Uma parábola;
D. Senóides;
E. Isoterma.

Aula 6 - Exercícios do MHS e MCU

Sugere-se que os alunos façam os exercícios 1 ao 5 da página 245 do Anexo A e, exercícios 1 ao 6 da página 293 do Anexo B.

Aula 7 - Atividade demonstrativa com Stellarium (Terra – Lua).

Esta aula é demonstrativa, servindo de base para a aula 8, em que são os alunos que colocam a mão na massa.

Mostramos aos alunos o Software Stellarium. Com este programa podemos observar o céu de qualquer lugar do Universo, podemos “ver”, dando zoom, Marte, o Sol, outras estrelas com a opção de estar na Terra, Júpiter ou Saturno, por exemplo. Em uma demonstração nos transportamos para Vênus dando zoom na Terra e observamos a Lua movimentando-se em torno da dela fazendo um movimento de vai e vem com a Terra no centro, como se fosse um sistema massa- mola, um MHS. Mas sabemos que o movimento é circular. Com isto podemos mostrar um exemplo na Astronomia em que podemos associar estes movimentos.

Após divagar um pouco no *Stellarium* mostrar Figura 13, com a montagem de capturas de telas diárias da Lua, na localidade de Bagé, entre os dias 28 de julho de 2016 e 28 de agosto de 2016, sempre 0 hora.

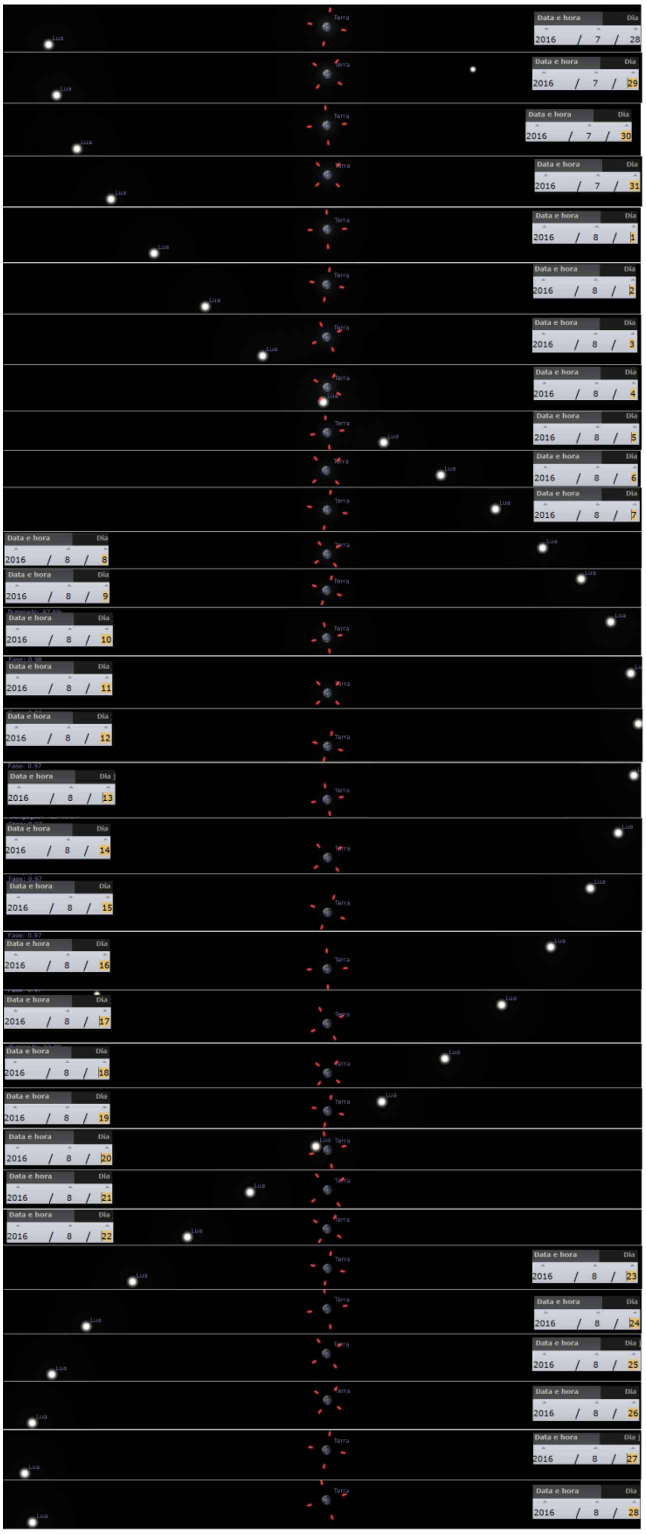


Figura 13 - Montagem de imagens do programa *Stellarium* em capturas de telas de 15 dias seguidos as 0h da Lua ao redor da Terra.

A partir da Figura 13, foram feitas medidas na tela da distância entre o centro da Terra e o centro da Lua originando a seguinte tabela:

Tabela 2- Dados das distâncias Terra- Lua retirada de recortes do Software *Stellarium*

Dia	Nº	Distância (cm)
28	1	-13,3
29	2	-12,9
30	3	-12
31	4	-10,4
1	5	-8,3
2	6	-5,9
3	7	-3,2
4	8	-0,7
5	9	2,3
6	10	5,5
7	11	8
8	12	10,3
9	13	12,1
10	14	13,5
11	15	14,4
12	16	14,8
13	17	14,7
14	18	13,9
15	19	12,5
16	20	10,7
17	21	8,4
18	22	5,6
19	23	2,6
20	24	-0,6
21	25	-3,7
22	26	-6,7
23	27	-9,3
24	28	-11,5
25	29	-13,1
26	30	-14,1
27	31	-14,4
28	32	-14

Dados do autor

Com os dados da Tabela 2 construímos o gráfico da Figura 14, que representa a distância versus tempo do movimento da Lua ao redor da Terra.

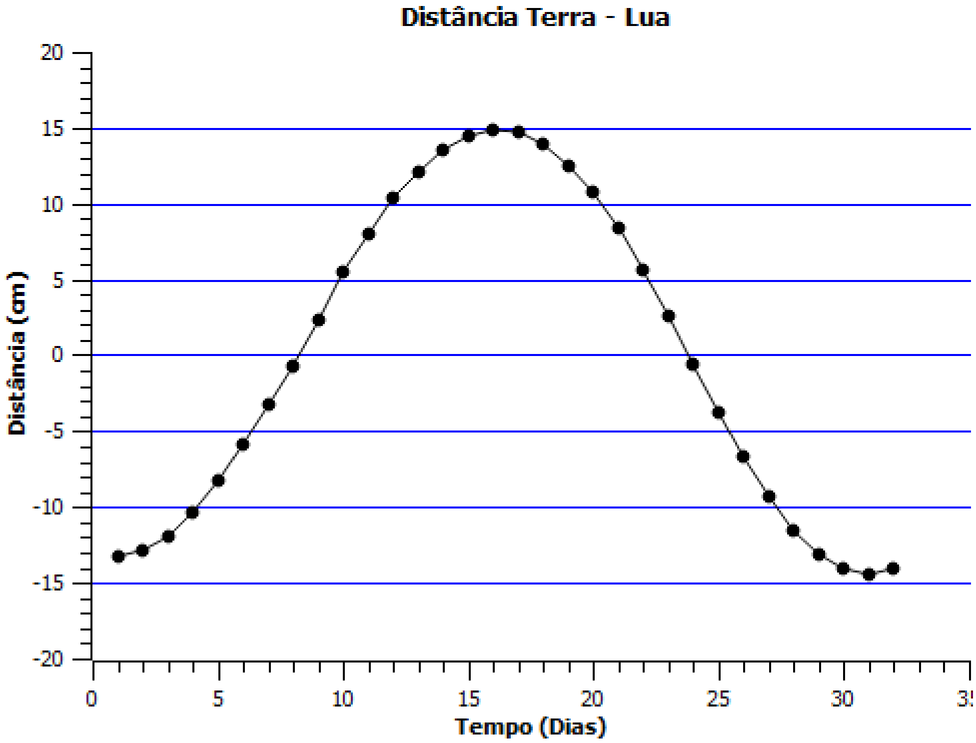
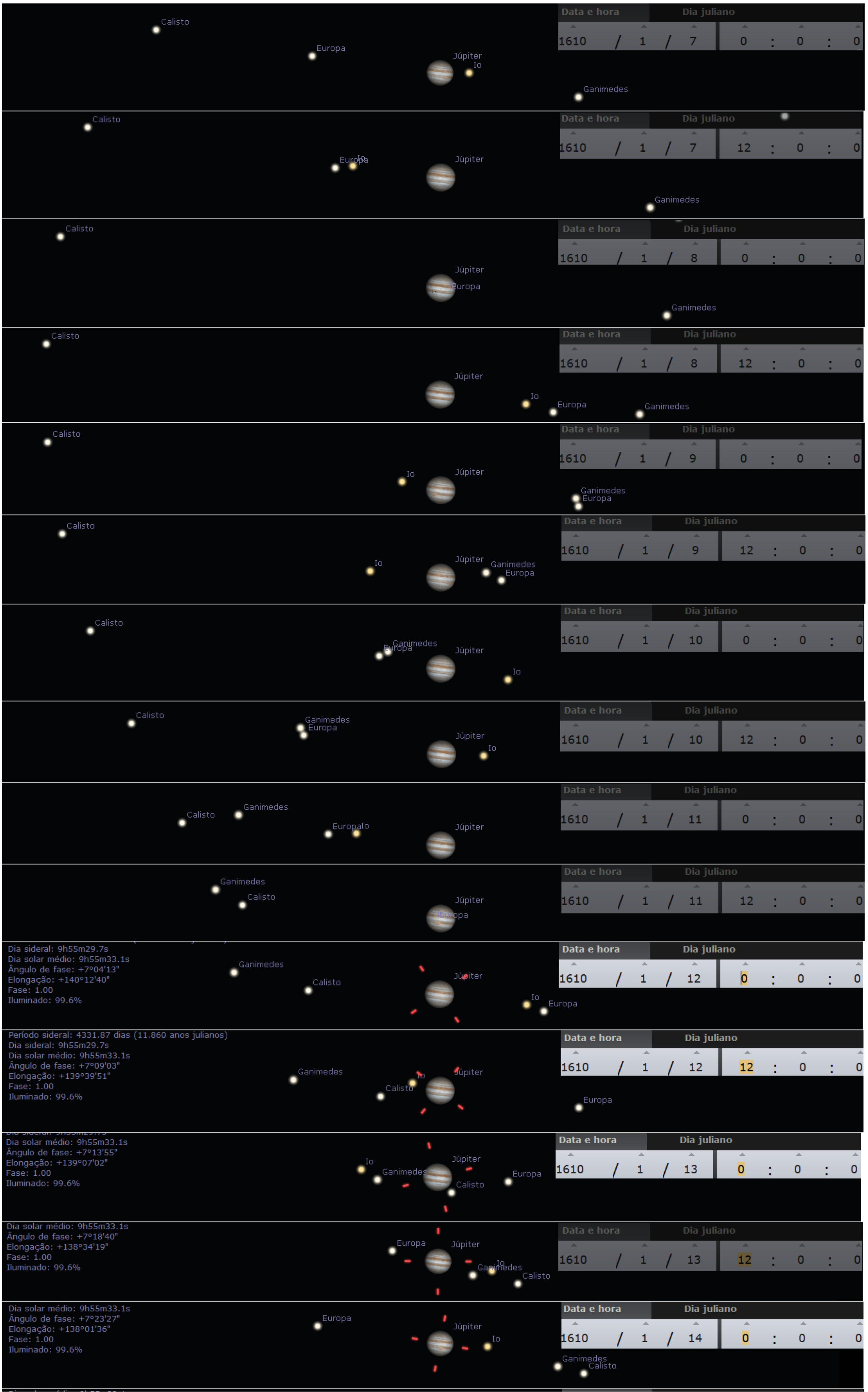


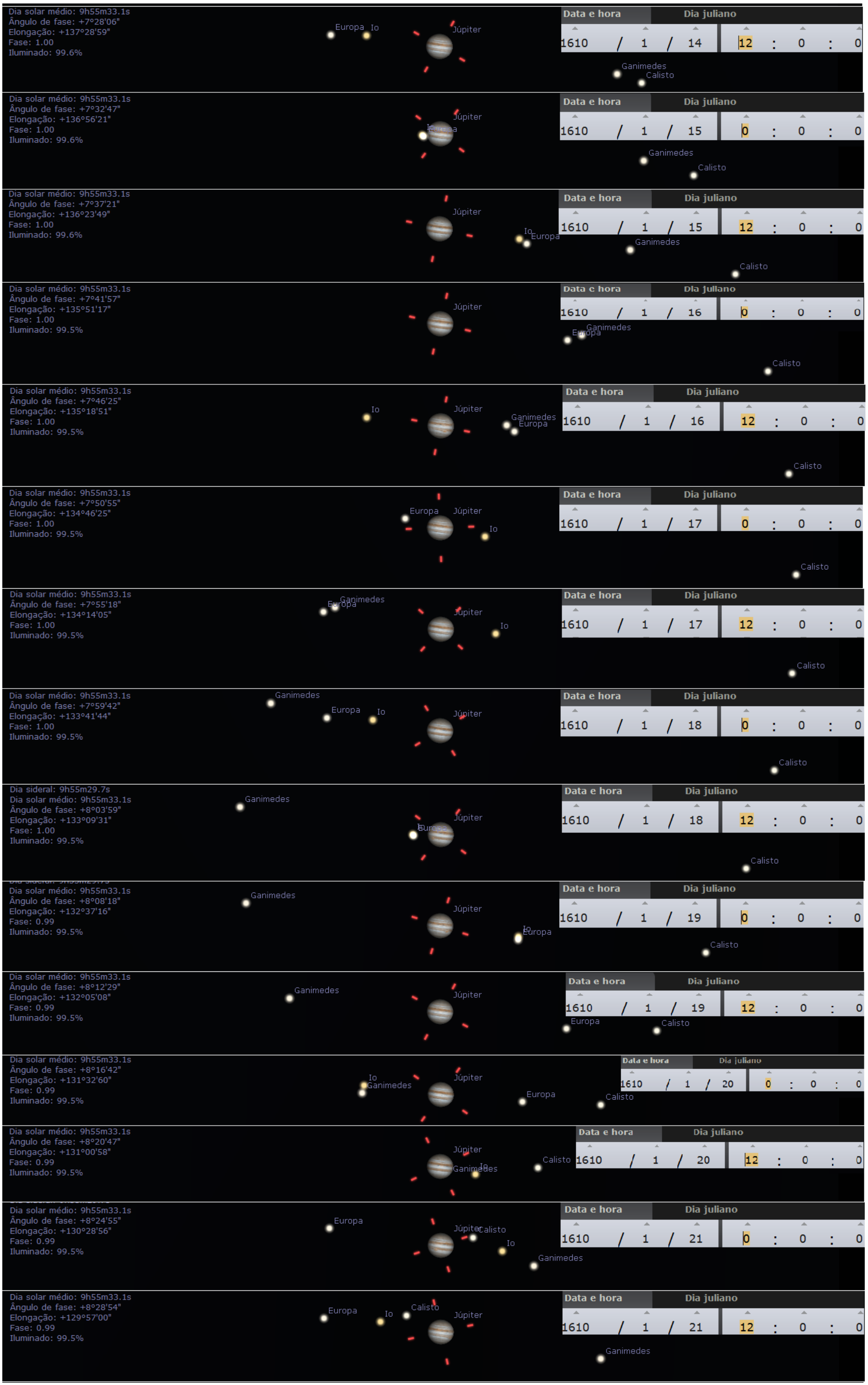
Figura 14 - Gráfico do movimento da Lua ao redor da Terra visto de Vênus. Distâncias retiradas de recortes do software *Stellarium*

Mostrando a Figura 14, que representa o gráfico a distância do centro da Terra até Lua, na tela do computador, em 30 dias, discutimos que, para aquelas imagens, a amplitude é de aproximadamente 15 cm, período é de 30 dias, frequência é de uma volta completa a cada 30 dias.

Para a aula 8: Atividade com *Stellarium* (Luas de Júpiter)

Nesta aula, os alunos recebem a mesma atividade demonstrada na aula 7, mas, desta vez, com as Luas de Júpiter. Nesta atividade formam-se grupos, e cada grupo recebe uma das Luas: Io, Europa, Ganimedes ou Calisto, encontradas no Apêndice B. Com réguas e a montagem de recortes de capturas do *Stellarium* das Luas de Júpiter vistas da Terra, assim como na Figura 15, no modo *"Alternar entre montagem equatorial e azimutal",* eles devem fazer medidas de suas Luas, anotar em uma tabela dada, falar de movimento, amplitude, gráficos e equação da posição do MHS.


Calisto
Europa
Júpiter
Io
Ganimedes
Data e hora
Dia juliano
1610 / 1 / 7
0 : 0 : 0
1610 / 1 / 7
12 : 0 : 0
1610 / 1 / 8
0 : 0 : 0
1610 / 1 / 8
12 : 0 : 0
1610 / 1 / 9
0 : 0 : 0
1610 / 1 / 9
12 : 0 : 0
1610 / 1 / 10
0 : 0 : 0
1610 / 1 / 10
12 : 0 : 0
1610 / 1 / 11
0 : 0 : 0
1610 / 1 / 11
12 : 0 : 0
Dia sideral: 9h55m29.7s
Dia solar médio: 9h55m33.1s
Ângulo de fase: +7°04'13"
Elongação: +140°12'40"
Fase: 1.00
Iluminado: 99.6%
1610 / 1 / 12
0 : 0 : 0
Período sideral: 4331.87 dias (11.860 anos julianos)
Dia sideral: 9h55m29.7s
Dia solar médio: 9h55m33.1s
Ângulo de fase: +7°09'03"
Elongação: +139°39'51"
Fase: 1.00
Iluminado: 99.6%
1610 / 1 / 12
12 : 0 : 0
Dia solar médio: 9h55m33.1s
Ângulo de fase: +7°13'55"
Elongação: +139°07'02"
Fase: 1.00
Iluminado: 99.6%
1610 / 1 / 13
0 : 0 : 0
Dia solar médio: 9h55m33.1s
Ângulo de fase: +7°18'40"
Elongação: +138°34'19"
Fase: 1.00
Iluminado: 99.6%
1610 / 1 / 13
12 : 0 : 0
Dia solar médio: 9h55m33.1s
Ângulo de fase: +7°23'27"
Elongação: +138°01'36"
Fase: 1.00
Iluminado: 99.6%
1610 / 1 / 14
0 : 0 : 0



Dia solar médio: 9h55m33.1s
Ângulo de fase: +7°28'06"
Elongação: +137°28'59"
Fase: 1.00
Iluminado: 99.6%
Europa
Io
Júpiter
Data e hora
Dia juliano
1610 / 1 / 14 12 : 0 : 0
Ganimedes
Calisto
Dia solar médio: 9h55m33.1s
Ângulo de fase: +7°32'47"
Elongação: +136°56'21"
Fase: 1.00
Iluminado: 99.6%
Júpiter
Data e hora
Dia juliano
1610 / 1 / 15 0 : 0 : 0
Ganimedes
Calisto
Dia solar médio: 9h55m33.1s
Ângulo de fase: +7°37'21"
Elongação: +136°23'49"
Fase: 1.00
Iluminado: 99.6%
Júpiter
Io
Europa
Data e hora
Dia juliano
1610 / 1 / 15 12 : 0 : 0
Ganimedes
Calisto
Dia solar médio: 9h55m33.1s
Ângulo de fase: +7°41'57"
Elongação: +135°51'17"
Fase: 1.00
Iluminado: 99.5%
Júpiter
Data e hora
Dia juliano
1610 / 1 / 16 0 : 0 : 0
Ganimedes
Calisto
Dia solar médio: 9h55m33.1s
Ângulo de fase: +7°46'25"
Elongação: +135°18'51"
Fase: 1.00
Iluminado: 99.5%
Io
Júpiter
Ganimedes
Europa
Data e hora
Dia juliano
1610 / 1 / 16 12 : 0 : 0
Calisto
Dia solar médio: 9h55m33.1s
Ângulo de fase: +7°50'55"
Elongação: +134°46'25"
Fase: 1.00
Iluminado: 99.5%
Europa
Júpiter
Io
Data e hora
Dia juliano
1610 / 1 / 17 0 : 0 : 0
Calisto
Dia solar médio: 9h55m33.1s
Ângulo de fase: +7°55'18"
Elongação: +134°14'05"
Fase: 1.00
Iluminado: 99.5%
Ganimedes
Júpiter
Io
Data e hora
Dia juliano
1610 / 1 / 17 12 : 0 : 0
Calisto
Dia solar médio: 9h55m33.1s
Ângulo de fase: +7°59'42"
Elongação: +133°41'44"
Fase: 1.00
Iluminado: 99.5%
Ganimedes
Europa
Io
Júpiter
Data e hora
Dia juliano
1610 / 1 / 18 0 : 0 : 0
Calisto
Dia sideral: 9h55m29.7s
Dia solar médio: 9h55m33.1s
Ângulo de fase: +8°03'59"
Elongação: +133°09'31"
Fase: 1.00
Iluminado: 99.5%
Ganimedes
Júpiter
Data e hora
Dia juliano
1610 / 1 / 18 12 : 0 : 0
Calisto
Dia solar médio: 9h55m33.1s
Ângulo de fase: +8°08'18"
Elongação: +132°37'16"
Fase: 0.99
Iluminado: 99.5%
Ganimedes
Júpiter
Europa
Data e hora
Dia juliano
1610 / 1 / 19 0 : 0 : 0
Calisto
Dia solar médio: 9h55m33.1s
Ângulo de fase: +8°12'29"
Elongação: +132°05'08"
Fase: 0.99
Iluminado: 99.5%
Ganimedes
Júpiter
Data e hora
Dia juliano
1610 / 1 / 19 12 : 0 : 0
Europa
Calisto
Dia solar médio: 9h55m33.1s
Ângulo de fase: +8°16'42"
Elongação: +131°32'60"
Fase: 0.99
Iluminado: 99.5%
Io
Ganimedes
Júpiter
Europa
Calisto
Data e hora
Dia juliano
1610 / 1 / 20 0 : 0 : 0
Dia solar médio: 9h55m33.1s
Ângulo de fase: +8°20'47"
Elongação: +131°00'58"
Fase: 0.99
Iluminado: 99.5%
Júpiter
Ganimedes
Calisto
Data e hora
Dia juliano
1610 / 1 / 20 12 : 0 : 0
Dia solar médio: 9h55m33.1s
Ângulo de fase: +8°24'55"
Elongação: +130°28'56"
Fase: 0.99
Iluminado: 99.5%
Europa
Júpiter
Calisto
Io
Ganimedes
Data e hora
Dia juliano
1610 / 1 / 21 0 : 0 : 0
Dia solar médio: 9h55m33.1s
Ângulo de fase: +8°28'54"
Elongação: +129°57'00"
Fase: 0.99
Iluminado: 99.5%
Europa
Io
Calisto
Júpiter
Data e hora
Dia juliano
1610 / 1 / 21 12 : 0 : 0
Ganimedes

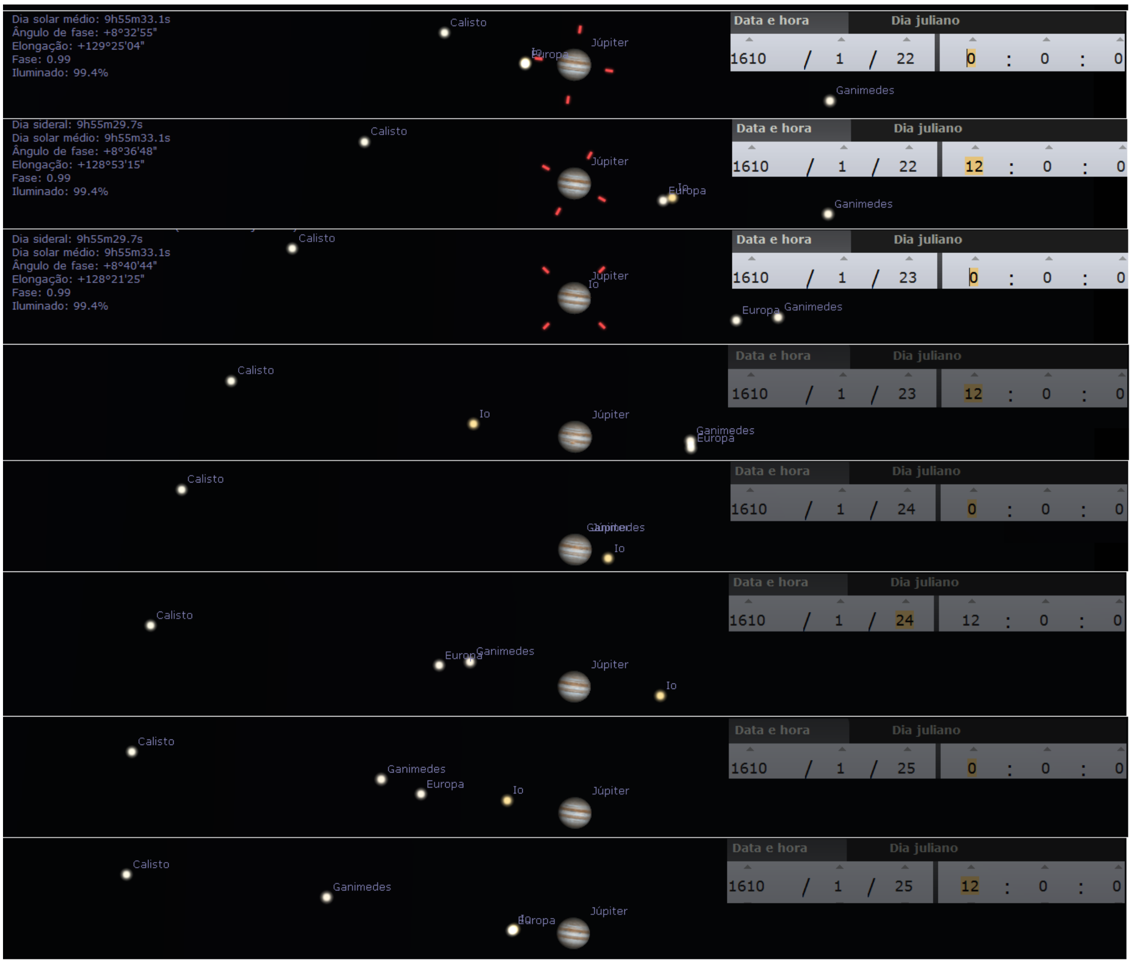


Figura 15 - Recorte da imagem da atividade 8 das luas de Júpiter, retirada do Software *Stellarium*

Os recortes, como o da Figura 15, foram feitos usando sempre a mesma aproximação. As distâncias medidas em centímetro foram feitas do centro de Júpiter até o centro da Lua. A data de 07 de janeiro de 1610 foi escolhida, pois, segundo o artigo de CUZINATTO (2014), por volta desta data que Galileu Galilei fez suas primeiras anotações sobre a descoberta de quatro “estrelas companheiras” de Júpiter, estas que hoje sabemos ser suas Luas. Também escolhemos imagens de 12 em 12h por percebermos que a Lua mais próxima, Io, se comportaria de forma que pudéssemos analisá-la com dados mais precisos. Io realiza uma volta completa ao redor de Júpiter em 1,769 dias terrestres, segundo dados de IACHEL (2009). O satélite mais distante é Calisto, e este leva em torno de 16,689 dias terrestres para dar uma volta ao redor daquele planeta, por este motivo selecionamos 38 imagens que representam 19 dias.

Foram feitas médias das medidas dos grupos e construído um único gráfico para as quatro Luas. O gráfico esperado deverá ser bem próximo da Imagem 16 a baixo, das medidas já realizadas que constam na Tabela 3.

Tabela 3 - Medidas da Júpiter até o centro de suas quatro principais luas

Medida	Horas	Io	Europa	Ganimedes	Calisto
1	0	0,5	-2,2	2,4	-5
2	12	-1,6	-1,8	3,7	-6,2
3	24	0	0	3,9	-6,7
4	36	1,5	2	3,5	-6,9
5	48	-0,7	2,3	2,3	-6,9
6	60	-1,2	1	0,8	-6,6
7	72	1,2	-1,1	-1	-6,1
8	84	0,7	-2,4	-2,5	-5,4
9	96	-1,5	-2	-3,5	-4,5
10	108	0	0	-3,9	-3,5
11	120	1,5	1,8	-3,6	-2,3
12	132	-0,5	2,4	-2,6	-1
13	144	-1,3	1,2	-1	0,3
14	156	1	-0,8	0,6	1,4
15	168	0,8	-2,2	2,1	2,5
16	180	-1,3	-1,9	3,1	3,5
17	192	-0,3	-0,3	3,5	4,4
18	204	1,4	1,5	3,3	5,2
19	216	0	2,2	2,5	5,7
20	228	-1,3	1,3	1,1	6
21	240	0,8	-0,6	0	6,2
22	252	1	-2,1	-1,9	6,1
23	264	-1,2	-2	-3	5,8
24	276	-0,5	-0,5	-3,5	5,3
25	288	1,3	1,4	-3,4	4,6
26	300	0	2,2	-2,6	3,7
27	312	-1,3	1,9	-1,4	2,7
28	324	0,6	0	0,6	1,2
29	336	1,1	-1,9	1,6	0,5
30	348	-1,1	-2	2,8	-0,7
31	360	-0,7	-0,7	3,4	-1,8
32	372	1,3	1,2	3,4	-2,8
33	384	0	2,2	2,7	-3,8
34	396	-1,4	1,5	1,5	-4,6
35	408	0,4	0	0	-5,3
36	420	1,1	-1,8	-1,4	-5,7
37	432	-0,9	-2,1	-2,6	-5,9
38	444	-0,8	-0,8	-3,3	-6

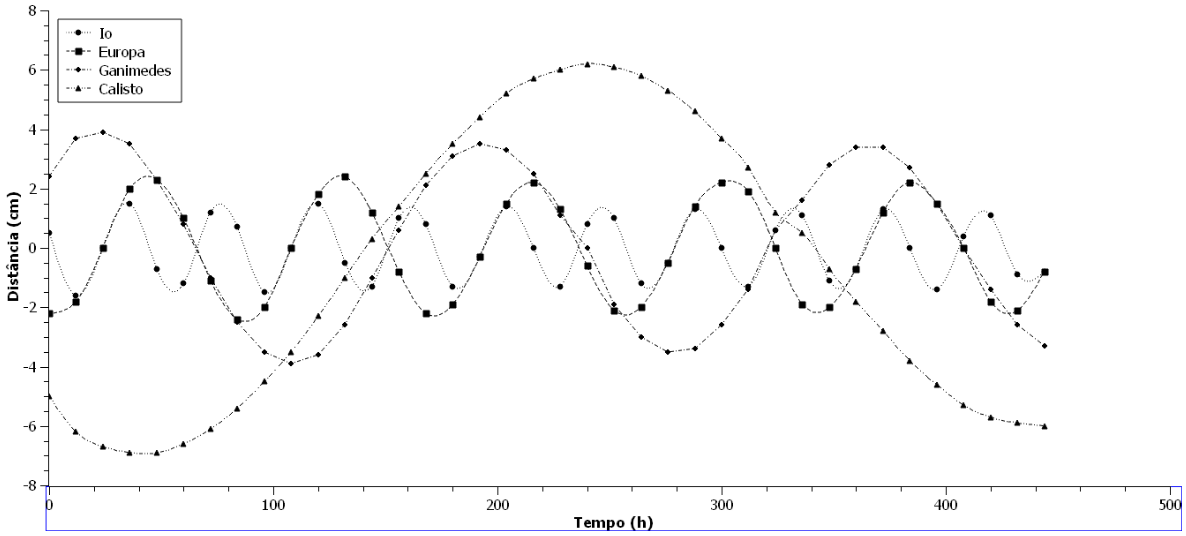


Figura 16- Gráfico esperado após coleta de distâncias da atividade das Luas de Júpiter

Para a aula 9 – Visita ao Planetário

A visita é importante para que os alunos façam uma atividade diferente, onde eles enxergam Júpiter e suas luas com o passar dos dias. Em anexo seguem o roteiro da sessão planejada para esta aula. O Código do Nightshade encontra-se no Apêndice E deste trabalho.

Para a aula 10 – Atividade Final Avaliativa

A atividade final encontra- se no Apêndice C. Com ela os alunos devem fazer a transposição do MHS para um MCU, de acordo com os dados retirados da atividade 8.

REFERÊNCIAS

ARAUJO, Ives Solano; MAZUR, Eric. Instrução pelos Colegas e Ensino sob Medida: Uma Proposta Para o Engajamento dos Alunos no Processo de Ensino-aprendizagem de Física. **Caderno Brasileiro de Ensino de Física**, Florianópolis, v. 30, n. 2: p. 362-384, ago. 2013.

BRASIL, **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN+). Ciências da Natureza e Matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC, 2006.

CUZINATTO, R. R.; MORAIS, E. M. de; SOUZA, C. Naldoni de. As observações galileanas dos planetas mediceanos de Júpiter e a equivalência do MHS e do MCU. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, v. 36, n. 2, 3306 (2014).

IACHEL, Gustavo. Evidenciando as Órbitas das Luas Galileanas Através da Astrofotografia. **Revista Latino-Americana de Educação em Astronomia – RELEA**, n.8, p. 37-49, 2009.

LUZ, Antônio Máximo Ribeiro da; ALVARES, Beatriz Alvarenga. **Física contextos & aplicações** : ensino médio. 1. ed. – São Paulo: Scipione, 2013.

MAZUR, Eric. **Peer Instruction:** A Revolução da Aprendizagem Ativa. Porto Alegre: Penso, 2015.

MOREIRA, Marco Antônio. A Teoria da Aprendizagem Significativa. **Subsídios Teóricos para o Professor Pesquisador em Ensino de Ciências.** Instituto de Física, UFRGS, Porto Alegre, 2009 (1ª edição), 2016 (2ª edição revisada).

MOREIRA, Sandra M. Couto; PINHEIRO, Ronaldo L. Neves; ALVARENGA, Luiz Carlos de. Dispositivo Didático – Movimento Harmônico Simples Versus Movimento Circular Uniforme. **Caderno Catarinense de Ensino de Física,** Florianópolis, v. 8, n. 3: 227-231, dez. 1991.

SCARANO Jr, Sergio; PORTO, João Fábio. **Luas Galileanas e a Massa de Júpiter.** Telescópio na Escola. Disponível em : <http://www.telescopiosnaescola.pro.br/atividades/LuasJupiter.pdf>. Acesso em 29 out. 2016, 16:48.

STEFANOVITS, Angelo. **Ser Protagonista** : Física 1º e 2º ano : Ensino Médio. 2ª ed. São Paulo, 2013.

APÊNDICE A – Tarefa de Leitura 1
TAREFA DE LEITURA – 1

Leia o seguinte texto:

MOVIMENTO CIRCULAR UNFORME

Considere o movimento do ponteiro dos segundos de um relógio. Suponha que, em determinado momento, o ponteiro passe pelo traço correspondente ao 12. Exatamente 60 segundos depois, o ponteiro passará novamente pelo traço do 12; neste momento, o ponteiro não somente ocupará a mesma posição que ocupava na passagem anterior, mas também apresenta a mesma velocidade e a mesma aceleração como da vez anterior; e este fato se repetirá a cada 60 segundos. De 60 em 60 segundos o ponteiro repete suas características cinemáticas. Um movimento que apresenta estas características é chamado de *movimento periódico*.

Um movimento é dito periódico quando, em intervalos de tempos iguais e sucessivos, o móvel repete suas características cinemáticas.

O menor intervalo de tempo que deve decorrer para que um móvel repita suas características cinemáticas recebe o nome de *período.* É representado pela letra T e seu valor é expresso em segundos.

O número de repetições ocorridas por unidade de tempo recebe o nome de *frequência*. É designada pela letra f e seu valor é expresso em hertz (Hz). O nome hertz é equivalente a um ciclo por segundo. Se um móvel, por exemplo, repete suas características cinemáticas 20 vezes por segundo, sua frequência será de 20 Hz. Também é usual a unidade Rotação Por Minuto (rpm).

A frequência é o inverso do período e vice e versa. $T = \frac{1}{f} \quad f = \frac{1}{T}$

Um corpo em movimento circular uniforme, por ter o módulo da velocidade (escalar) constante, percorre espaços iguais em tempos iguais. Assim sendo, este corpo a cada intervalo de tempo T efetua uma volta completa, caracterizando, portanto, o movimento periódico. O movimento circular uniforme é um movimento periódico.

Como o movimento é periódico podemos escrever para a *velocidade linear* v:

$|\vec{v}\ | = v = v_m = \frac{\Delta S}{\Delta t}$ Para dar uma volta completa: ➡ $\Delta S = 2\pi R$ e $\Delta t = T$ Então: $v = \frac{2\pi R}{T}$ *ou* $v = 2\pi R f$

A velocidade escalar sempre é tangencial a trajetória e sua unidade no SI é m/s.

A velocidade angular ω tem sua unidade no SI em Rad/s e com ela podemos calcular o ângulo que se está varrendo. Como uma volta completa equivale a 2π, e o tempo para dar uma volta é o período T – tempo para completar um ciclo, então: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ *ou* $\omega = 2\ \pi\ f$.

Analisando as equações da velocidade linear e da angular, percebemos que v depende de R e ω não. Mas podemos relacionar estas duas grandezas da seguinte maneira:

$v = \frac{2\pi R}{T}$ Mas ➤ $\omega = \frac{2\pi}{T}$ Então podemos reescrever ➤ $v = \omega R$

O movimento circular uniforme é <u>*acelerado*</u>, pois apesar de o módulo da velocidade manter-se constante, a velocidade vetorial está variando em direção. A aceleração é sempre perpendicular à velocidade e é chamada de aceleração centrípeta. A aceleração centrípeta é dada como $a_c = \frac{v^2}{R}$.

Veja também: http://goo.gl/wiO8B0

APÊNDICE B – Atividade da aula 8

Sua Lua é: Io

Io é o satélite mais interno (mais próximo de Júpiter) dentre os galileanos. Tem um raio de *1.821 km* que é um pouco maior que o raio da Lua (*1738 km*). *A atividade vulcânica de Io*, com suas "caldeiras" (vulcões sem montanhas), é muito maior que a atividade atual da Terra. O material fundido em seu interior eleva-se até alturas de *250 km*. Esta atividade vulcânica é produzida pela força de maré de Júpiter e, em menor escala, de Europa e Ganimedes. As marés geram atrito no interior de *Io*, que se transforma em calor e mantém os compostos de enxofre fundidos debaixo da superfície. Não se vêem crateras de impacto, indicando que a superfície de Io é nova. Ela é renovada pelas erupções.

A temperatura na superfície é de cerca de *-143°C*, no entanto, mediu-se uma grande mancha quente associada a uma formação vulcânica com uma temperatura de cerca de *17°C*. Os cientistas acreditam que esta mancha poderia ser um grande lago de lava vulcânica, apesar de a temperatura indicar que a superfície não está fundida. Texto de SCARANO e PORTO.

medida	Tempo (h)	distância (cm)	medida	Tempo (h)	distância (cm)
1	0		20	228	
2	12		21	240	
3	24		22	252	
4	36		23	264	
5	48		24	276	
6	60		25	288	
7	72		26	300	
8	84		27	312	
9	96		28	324	
10	108		29	336	
11	120		30	348	
12	132		31	360	
13	144		32	372	
14	156		33	384	
15	168		34	396	
16	180		35	408	
17	192		36	420	
18	204		37	432	
19	216		38	444	

Junto com este material encontra-se um catálogo com 38 imagens retiradas do software Stellarium das quatro principais Luas de Júpiter. Sua Lua é Io. Você deverá fazer as 38 medidas, utilizando uma régua da distância do centro de Júpiter até o centro da Lua e anotá-las na tabela ao lado (não esqueça que quando estiver a esquerda a posição deverá ser negativa):

Após a realização das medidas responda as seguintes questões:

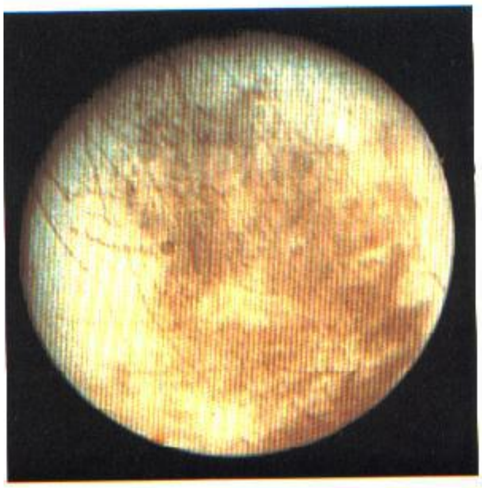
1. Este movimento é MHS, MCU ou os dois movimentos?

2. Como você imagina que será o gráfico deste movimento?

3. Qual é a amplitude do movimento?

4. Qual é a equação da posição em função do tempo?

Sua Lua é: Europa



Europa é o segundo em distância com relação a Júpiter e o menor dos satélites galileanos, sendo ligeiramente menor do que a Lua. Sua superfície está coberta de gelo e seu albedo (indicador da fração de luz solar refletida) é bem alto.

A foto em detalhe de Europa mostra uma parte da superfície que foi muito modificada por fraturas e cordilheiras. Cordilheiras simétricas nas faixas escuras sugerem que a crosta da superfície foi separada e preenchida com material mais escuro, algo parecido com a expansão que acontece nas depressões oceânicas na Terra. Apesar de serem visíveis algumas crateras de impacto, a sua ausência generalizada indica uma superfície jovem, sendo permanentemente renovada pela água dos oceanos por baixo do gelo na superfície.

O raio de Europa tem *1.565 km*, não muito menor do que o raio da nossa Lua. Europa tem um núcleo metálico (ferro e níquel) e uma camada rochosa rodeada por uma camada de água no estado líquido ou congelado. As imagens de Europa, obtidas pela sonda espacial Galileo da *NASA*, sugerem que um oceano de água líquida pode estar por baixo de uma camada superficial de gelo com uma espessura de quase dez quilômetros. Texto de SCARANO e PORTO.

medida	Tempo (h)	distância (cm)
1	0	
2	12	
3	24	
4	36	
5	48	
6	60	
7	72	
8	84	
9	96	
10	108	
11	120	
12	132	
13	144	
14	156	
15	168	
16	180	
17	192	
18	204	
19	216	

medida	Tempo (h)	distância (cm)
20	228	
21	240	
22	252	
23	264	
24	276	
25	288	
26	300	
27	312	
28	324	
29	336	
30	348	
31	360	
32	372	
33	384	
34	396	
35	408	
36	420	
37	432	
38	444	

Junto com este material encontra-se um catálogo com 38 imagens retiradas do software Stellarium das quatro principais luas de Júpiter. Sua lua é Europa. Você deverá fazer as 38 medidas, utilizando uma régua da distância do centro de Júpiter até o centro da lua e anotá-las na tabela ao lado (não esqueça que quando estiver a esquerda a posição deverá ser negativa):

Após a realização das medidas responda as seguintes questões:

1- Este movimento é MHS, MCU ou os dois movimentos?

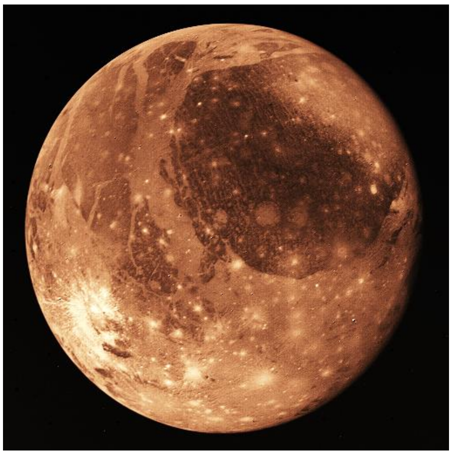
2- Como você imagina que será o gráfico deste movimento?

3- Qual é a amplitude do movimento?

4- Qual é a equação da posição em função do tempo?

Sua Lua é: Ganimedes

Ganimedes é o terceiro satélite mais afastado de Júpiter e é a maior lua no nosso sistema solar, com um diâmetro de *5.262 km* Se orbitasse o Sol ao em vez de Júpiter, poderia ser classificado como um planeta. Recentemente o *Telescópio Espacial Hubble* detectou ozônio em sua superfície. A quantidade de ozônio é pequena, quando comparada com a da Terra, e é produzida quando as partículas carregadas são capturadas pelo campo magnético de Júpiter e caem na superfície de Ganimedes. À medida que as partículas carregadas penetram na superfície gelada, as moléculas de água são dissociadas, produzindo o ozônio. O processo químico indica que Ganimedes provavelmente tem uma atmosfera de oxigênio fina e tênue idêntica a detectada em Europa.



Ganimedes teve uma história geológica complexa. Tem montanhas, vales, crateras e correntes de lava. O satélite está manchado por regiões claras e escuras. Apresenta um grande número de crateras, especialmente nas regiões escuras, o que mostra uma origem antiga. As regiões brilhantes mostram uma espécie de terreno diferente - está corrugado por gargantas e cordilheiras. Estas formações apresentam padrões complexos e têm um relevo vertical com poucas centenas de metros e uma extensão de milhares de quilômetros. Texto de SCARANO e PORTO.

medida	Tempo (h)	distância (cm)
1	0	
2	12	
3	24	
4	36	
5	48	
6	60	
7	72	
8	84	
9	96	
10	108	
11	120	
12	132	
13	144	
14	156	
15	168	
16	180	
17	192	
18	204	
19	216	

medida	Tempo (h)	distância (cm)
20	228	
21	240	
22	252	
23	264	
24	276	
25	288	
26	300	
27	312	
28	324	
29	336	
30	348	
31	360	
32	372	
33	384	
34	396	
35	408	
36	420	
37	432	
38	444	

Junto com este material encontra-se um catálogo com 38 imagens retiradas do software Stellarium das quatro principais Luas de Júpiter. Sua Lua é Ganimedes. Você deverá fazer as 38 medidas, utilizando uma régua da distância do centro de Júpiter até o centro da Lua e anotá-las na tabela ao lado (não esqueça que quando estiver a esquerda a posição deverá ser negativa):

Após a realização das medidas responda as seguintes questões:

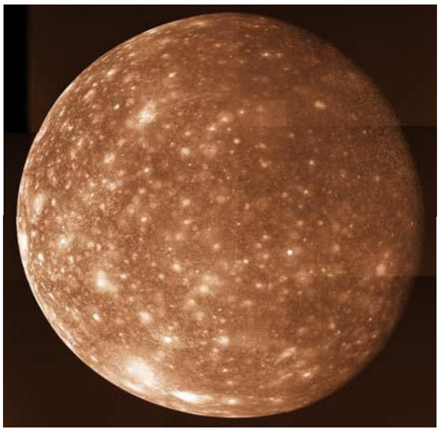
1. Este movimento é MHS, MCU ou os dois movimentos?

2. Como você imagina que será o gráfico deste movimento?

3. Qual é a amplitude do movimento?

4. Qual é a equação da posição em função do tempo?

Sua Lua é: Calisto



É o satélite mais externo dos galileanos e tem um raio de *2.400 km*. Ele é escuro, seu albedo é menor que *0,2*. A superfície está coberta de crateras meteóricas. É o corpo mais craterizado do sistema solar, indicando que a sua superfície é antiga. A presença de gelo na superfície atinge uma proporção de *20%*. É a terceira lua mais massiva do sistema solar, após Ganimedes e Titã. Não apresenta sinais de atividade geológica. Calisto possui um campo magnético, possivelmente gerado por correntes convectivas de gelo fundido (água salgada). O mesmo fenômeno foi detectado em Europa. Texto de SCARANO e PORTO.

Junto com este material encontra-se um catálogo com 38 imagens retiradas do software Stellarium das quatro principais luas de Júpiter. Sua Lua é Calisto. Você deverá fazer as 38 medidas, utilizando uma régua, da distância do centro de Júpiter até o centro da lua e anotá-las na tabela a seguir (não esqueça que quando estiver a esquerda a posição deverá ser negativa):

medida	Tempo (h)	posição (cm)
1	0	
2	12	
3	24	
4	36	
5	48	
6	60	
7	72	
8	84	
9	96	
10	108	
11	120	
12	132	
13	144	
14	156	
15	168	
16	180	
17	192	
18	204	
19	216	

medida	Tempo (h)	posição (cm)
20	228	
21	240	
22	252	
23	264	
24	276	
25	288	
26	300	
27	312	
28	324	
29	336	
30	348	
31	360	
32	372	
33	384	
34	396	
35	408	
36	420	
37	432	
38	444	

Após a realização das medidas responda as seguintes questões:

1. Este movimento é MHS, MCU ou os dois movimentos?

2. Como você imagina que será o gráfico deste movimento?

3. Qual é a amplitude do movimento?

4. Qual é a equação da posição em função do tempo?

APÊNDICE C – Material da atividade avaliativa 10

Atividade final

Na atividade anterior sobre as Luas de Júpiter trabalhamos com o Movimento Harmônico Simples, por termos uma visão do movimento de suas Luas a partir da Terra. Se observarmos esse sistema acima das órbitas das Luas, observaremos um movimento quase circular ao redor de Júpiter. Represente este movimento, considerando a amplitude do MHS, como sendo o raio do MCU:

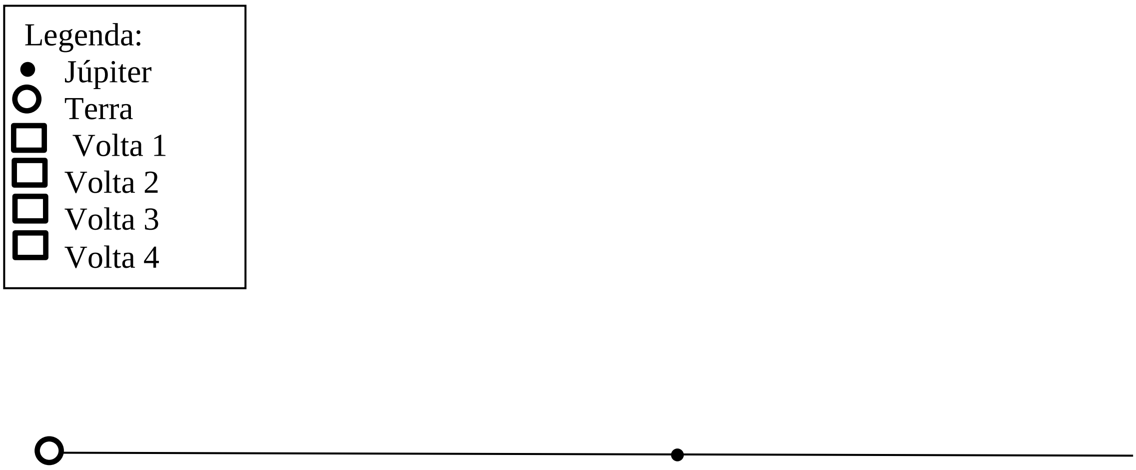
Para **Caslisto**: desenhe a órbita e faça 1 volta marcando os pontos.

Para **Ganimedes**: desenhe a órbita e faça 1 volta marcando os pontos.

Para **Europa:** desenhe a órbita e faça 2 voltas uma de cada cor) marcando os pontos.

Após realizar esta atividade todos os alunos representam o MCU da Lua **Io**.

Sua Lua : ______________________________

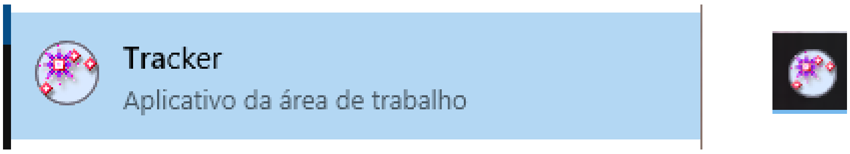


Considere que o Movimento Circular está sendo visto da Terra, conforme as imagens recebidas anteriormente.

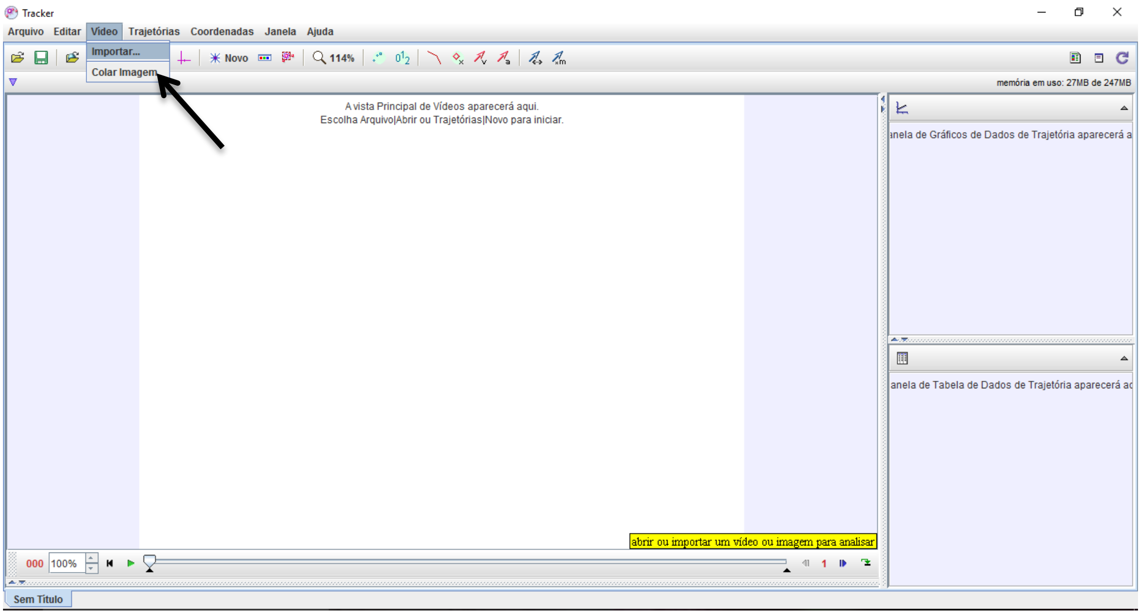
APÊNDICE D – Tutorial para utilizar o software Tracker

Passo a passo de como realizar uma vídeo análise com o software Tracker de um MCU e de um MHS:

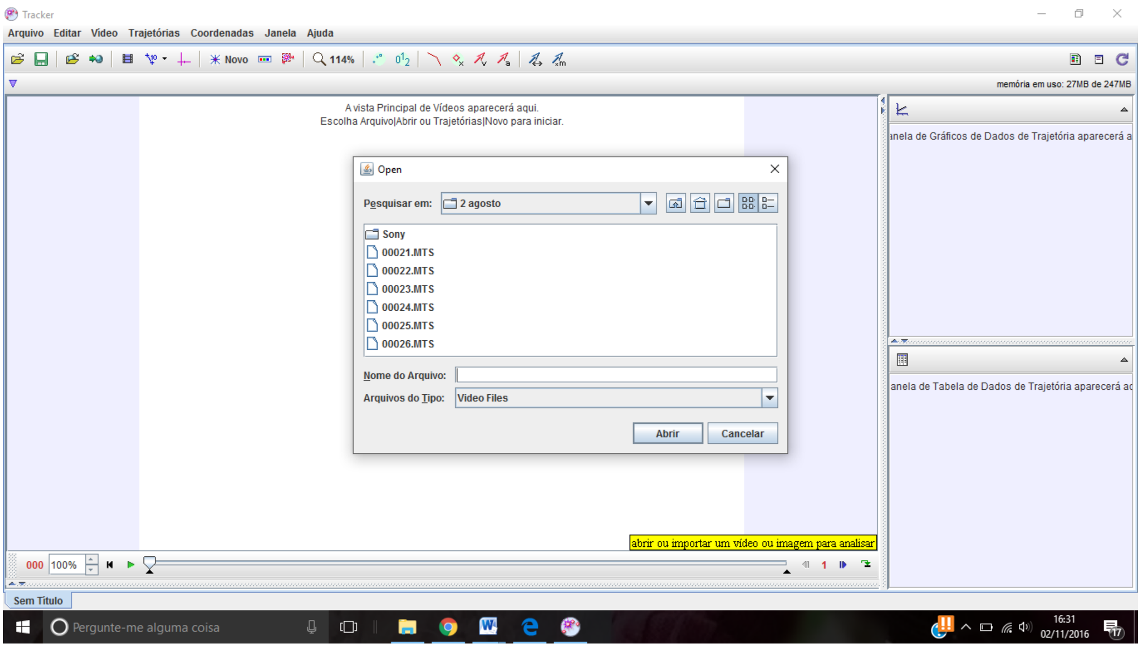
Passo 1: Abra o programa



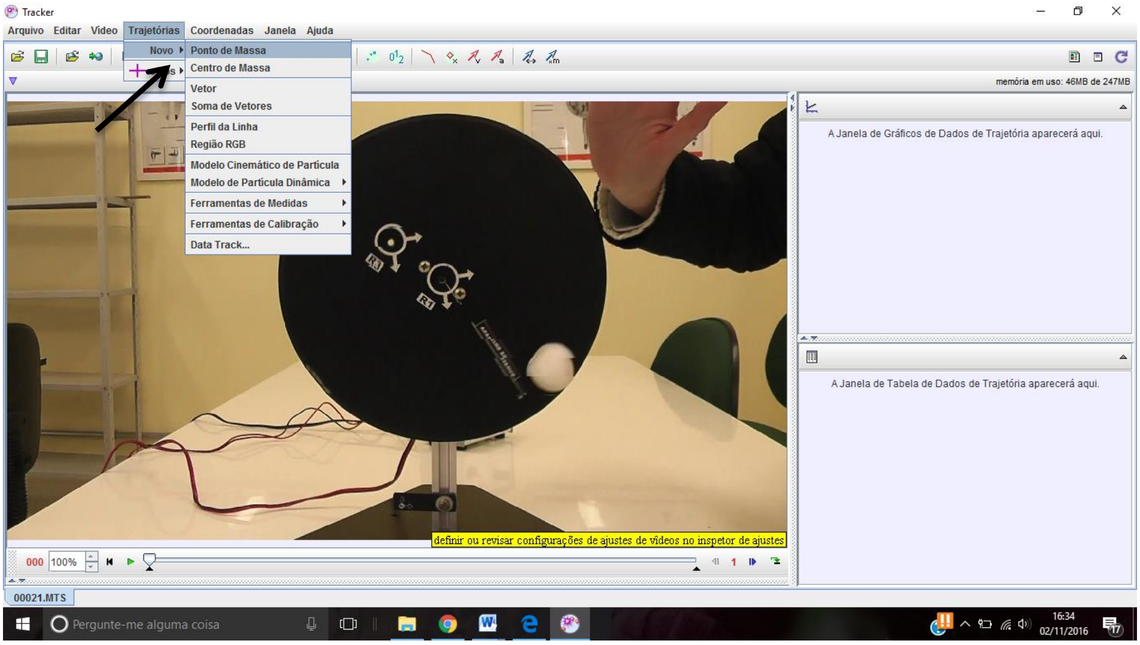
Passo 2: Importar vídeo



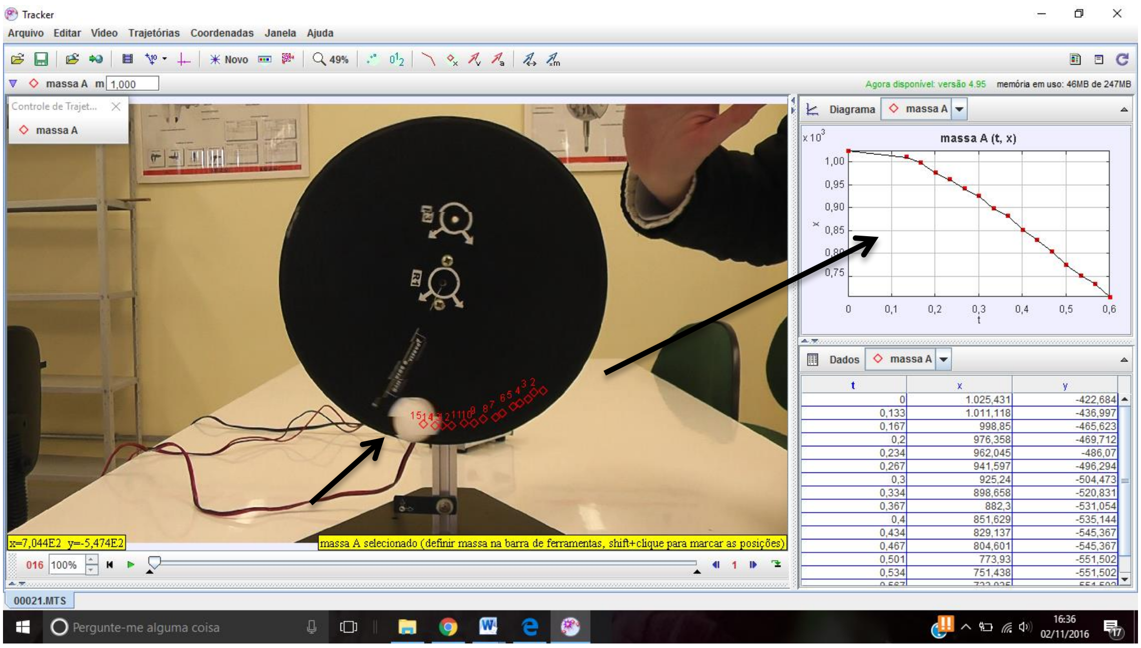
Passo 3: Selecionar vídeo desejado

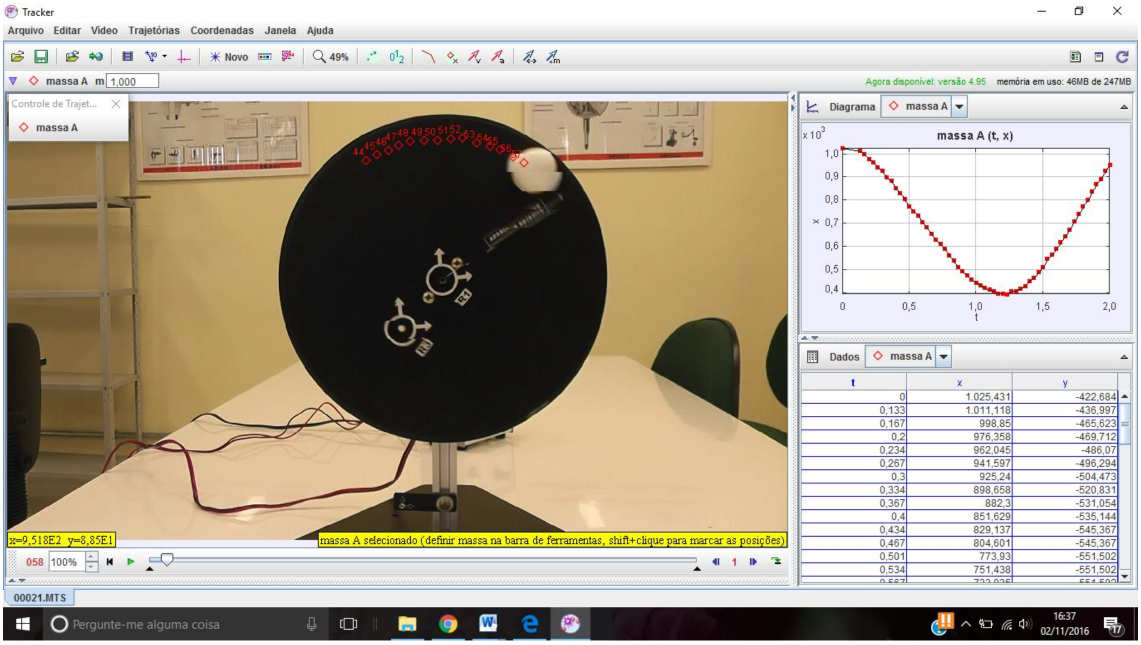


Passo 4: Inserir “Ponto de Massa” selecionando o ícone “Trajetória” e em seguida “Novo”

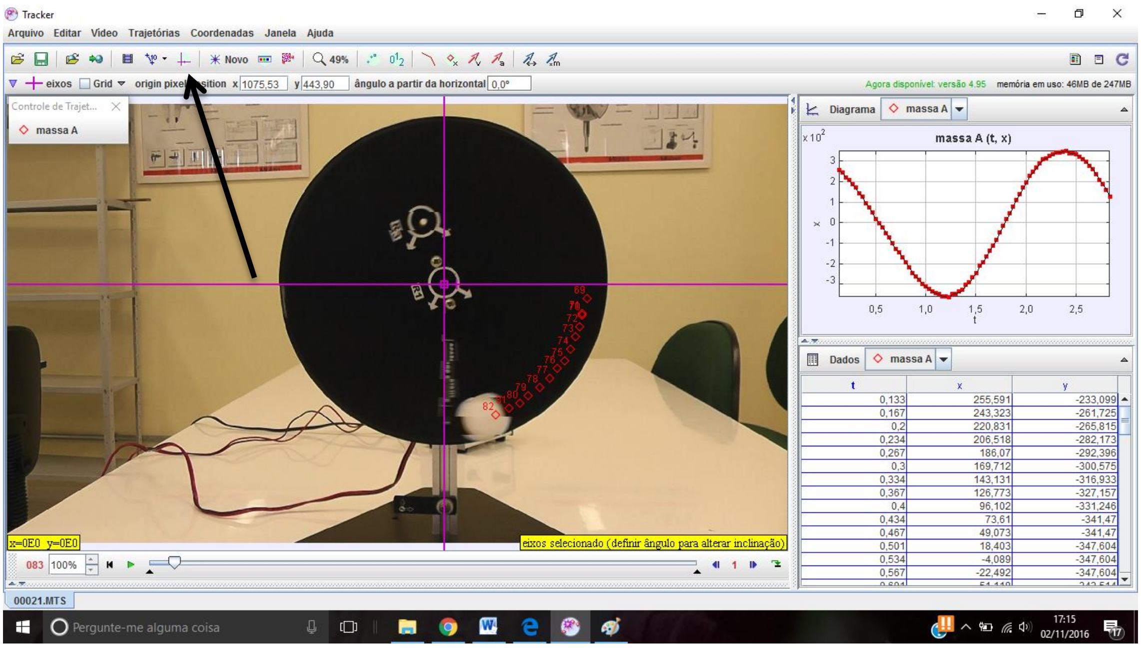


Passo 5: Combinando as teclas Shift + alt selecionamos o ponto de massa da bolinha que realiza um MCU em cada quadro. Vemos que conforme vamos selecionando os pontos ao lado superior direito um gráfico x x t vai se formando.

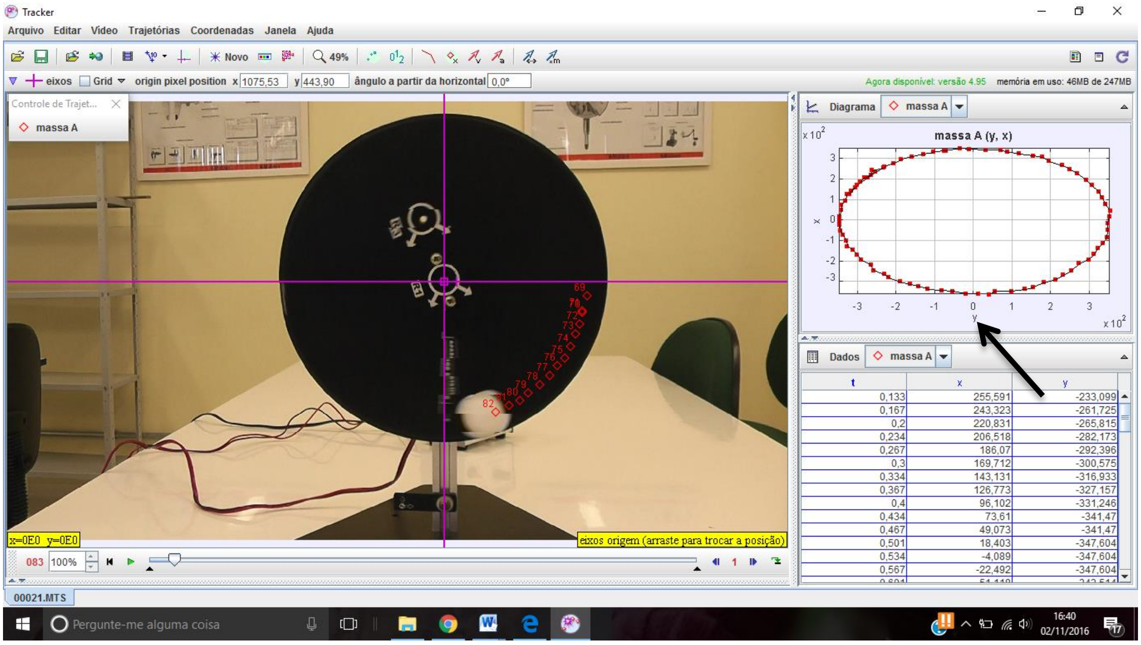




Passo 6: Após completar uma volta vemos que o gráfico ficou uma senóide, podemos inserir um eixo de coordenadas para vermos a ampliude.



Passo 7: No gráfico há a opção de mudarmos as grandezas envolvidas paa discutirmos outros temas, agora vemos um gráfico x *x* y



O mesmo procedimento pode ser feito para realizar a vídeo análise do aparato filmado de perfil, sendo assim um MHS.

APÊNDICE E - Código do Nightshade

```
############################################
# Script para NightShade Legacy criado por #
#         Guilherme Frederico Marranghello  e#
#      Ana Cláudia Wrasse Salazart         #
############################################
#                                                                    #
#     Este script traz uma viagem pelo       #
#Sistema Solar com o roteiro "A Viagem de Galileu".
#Começa olhando para as Fases de Vênus, as Luas de Júpiter
#e os anéis de Saturno. Depois viaja até estes planetas,
#complementando com informações sobre a possibilidade
#de vida em Europa e Titã.
###########################################
clear state natural
set home_planet Earth #viagem começa na Terra
landscape action load type spherical texture paisajes/StaCruz-dia.png
night_texture paisajes/StaCruz-noche.png #paisagem para dia e noite
flag landscape on #insere a paisagem

moveto lat -32 lon -54 #define as coordenadas de início
date utc 2015-02-05T17:20:00 #define o horário de início

timerate rate 0
image filename planetario.png name planetario action load alpha 1
coordinate_system dome altitude 70 azimuth 0 scale 30 rotation 0
image filename unipampa.png name unipampa action load alpha 1
coordinate_system dome altitude 70 azimuth 180 scale 30 rotation 0
script action pause
image name planetario duration 30 azimuth 360 alpha 0
image name unipampa duration 30 azimuth 540 alpha 0
wait duration 40
timerate rate 1
image filename galileutitulo.png name bemvindos action load alpha 1
coordinate_system dome altitude 0 azimuth 90 scale 60
image filename galileutitulo.png name bemvindos2 action load alpha 1
coordinate_system dome altitude 0 azimuth 270 scale 60

image name bemvindos duration 5 alpha 1 coordinate_system dome altitude
45 azimuth 90 scale 60
image name bemvindos2 duration 5 alpha 1 coordinate_system dome
altitude 45 azimuth 270 scale 60
wait duration 5
image name bemvindos duration 5 alpha 0 coordinate_system dome altitude
45 azimuth 180 scale 20
image name bemvindos2 duration 5 alpha 0 coordinate_system dome
altitude 45 azimuth 360 scale 20

timerate rate 100
landscape action load type spherical texture paisajes/StaCruz-dia.png
#desligo as luzes da cidade deixando de usar a paisagem dia-e-noite e
ficando apenas com a de dia
set light_pollution_limiting_magnitude 4 #definimos um céu poluido para
o início da sessão
set light_pollution_limiting_magnitude 4.2
wait duration 0.2
set light_pollution_limiting_magnitude 4.40
```

```
wait duration 0.2
set light_pollution_limiting_magnitude 4.60
wait duration 0.2
set light_pollution_limiting_magnitude 4.80
wait duration 0.2
set light_pollution_limiting_magnitude 5.00
wait duration 0.2
set light_pollution_limiting_magnitude 5.20
wait duration 0.2
set light_pollution_limiting_magnitude 5.40
wait duration 0.2
set light_pollution_limiting_magnitude 5.60
wait duration 0.2
set light_pollution_limiting_magnitude 5.80
wait duration 0.2
set light_pollution_limiting_magnitude 6.00
wait duration 0.2
set light_pollution_limiting_magnitude 6.20
wait duration 0.2
set light_pollution_limiting_magnitude 6.40
wait duration 0.2
set light_pollution_limiting_magnitude 6.60
wait duration 0.2
set light_pollution_limiting_magnitude 6.80
wait duration 0.2
set light_pollution_limiting_magnitude 7.00
wait duration 0.2

wait duration 5
image filename galileu.png name gal1 action load alpha 1
coordinate_system dome altitude 30 azimuth 90 scale 40
image filename galileuluneta.png name gal2 action load alpha 1
coordinate_system dome altitude 30 azimuth 270 scale 40
wait duration 8
image name gal1 duration 2 alpha 0
image name gal2 duration 2 alpha 0
wait duration 10

flag atmosphere off
flag landscape off
flag planet_name on

select pointer off planet Venus
flag track_object on
zoom fov 15 duration 10

image filename galileuvenus.png name venus1 action load alpha 1
coordinate_system dome altitude 30 azimuth 90 scale 40
image filename galileuvenus.png name venus2 action load alpha 1
coordinate_system dome altitude 30 azimuth 270 scale 40
wait duration 8
image name venus1 duration 2 alpha 0
image name venus2 duration 2 alpha 0
wait duration 2

wait duration 15
zoom fov 0.05 duration 10
wait duration 15
```

```
zoom fov 0.06
date utc 2015-03-05T17:20:00
wait duration 1
zoom fov 0.07
date utc 2015-04-05T17:20:00
wait duration 1
zoom fov 0.08
date utc 2015-05-05T17:20:00
wait duration 1
zoom fov 0.09
date utc 2015-06-05T17:20:00
wait duration 1
zoom fov 0.1
date utc 2015-07-05T17:20:00
wait duration 1
zoom fov 0.11
date utc 2015-08-05T17:20:00
wait duration 1
zoom fov 0.11
date utc 2015-09-05T17:20:00
wait duration 1
zoom fov 0.1
date utc 2015-10-05T17:20:00
wait duration 1
zoom fov 0.09
date utc 2015-11-08T17:20:00
wait duration 1
zoom fov 180 duration 10
wait duration 20

select pointer off planet Saturn
flag track_object on
zoom fov 5 duration 5
wait duration 5
zoom fov 0.1 duration 5
wait duration 5

image filename galileusaturn.png name saturn1 action load alpha 1
coordinate_system dome altitude 30 azimuth 90 scale 40
image filename galileusaturn.png name saturn2 action load alpha 1
coordinate_system dome altitude 30 azimuth 270 scale 40
wait duration 8
image name saturn1 duration 2 alpha 0
image name saturn2 duration 2 alpha 0
wait duration 2

zoom fov 180 duration 5
wait duration 5
select track_object off

wait duration 10
select pointer off planet Moon
flag track_object on
moveto alt 10000 lat 0 duration 4
wait duration 3
moveto alt 1000000 lon 0 duration 4
wait duration 3
moveto alt 200000000 duration 7
```

```
wait duration 7
set home_planet Moon duration 1
wait duration 3
timerate rate 65000
wait duration 10

image filename galileumoon.png name moon1 action load alpha 1
coordinate_system dome altitude 30 azimuth 90 scale 40
image filename galileumoon.png name moon2 action load alpha 1
coordinate_system dome altitude 30 azimuth 270 scale 40
wait duration 8
image name moon1 duration 2 alpha 0
image name moon2 duration 2 alpha 0
wait duration 12

timerate rate 1

select pointer off planet Sun
flag track_object on
zoom fov 2 duration 4
wait duration 5

image filename galileusun.png name sun1 action load alpha 1
coordinate_system dome altitude 30 azimuth 90 scale 40
image filename galileusun.png name sun2 action load alpha 1
coordinate_system dome altitude 30 azimuth 270 scale 40
wait duration 8
image name sun1 duration 2 alpha 0
image name sun2 duration 2 alpha 0
wait duration 2

select pointer off planet Jupiter
flag track_object on
zoom fov 0.5 duration 14
wait duration 15
timerate rate 0
date utc 2015-11-08T17:20:00
wait duration 2
date utc 2015-11-09T03:20:00
wait duration 2
date utc 2015-11-09T13:20:00
wait duration 2
date utc 2015-11-09T23:20:00
wait duration 2

image filename galileujupiter.png name jupiter1 action load alpha 1
coordinate_system dome altitude 40 azimuth 0 scale 40
image filename galileujupiter.png name jupiter2 action load alpha 1
coordinate_system dome altitude 40 azimuth 180 scale 40
date utc 2015-11-10T09:20:00
wait duration 2
date utc 2015-11-10T19:20:00
wait duration 2
image name jupiter1 duration 2 alpha 0
image name jupiter2 duration 2 alpha 0

date utc 2015-11-11T07:20:00
wait duration 2
```

```
date utc 2015-11-11T17:20:00
wait duration 2

zoom fov 0.1 duration 1
wait duration 2

timerate rate 5000
wait duration 20
zoom fov 180 duration 5
wait duration 15
flag track_object off

select pointer off planet Earth
flag track_object on
wait duration 10
set home_planet Earth duration 40
flag landscape off
moveto alt 300000 lon -70 lat -10 duration 10
wait duration 10
moveto alt 100000 lon -60 lat -20 duration 10
wait duration 10

select pointer off planet Sun
flag track_object on

moveto alt 10000 lon -55 lat -30 duration 10
wait duration 10

moveto alt 10 lon -52 lat -31 duration 10
wait duration 10

flag atmosphere on
set home_planet Earth
flag landscape on
timerate rate 10
wait duration 1
script action pause

set home_planet "Solar_System_Observer"
select planet Sun
flag track_object on
flag planet_orbits on
zoom fov 180.0 duration 4
set atmosphere off
wait duration 4
moveto lat 30 lon 120 duration 4
wait duration 4
```

ANEXO A – Texto do livro para Tarefa de Leitura 2.

editora scipione

Diretoria editorial: Angélica Pizzutto Pozzani
Gerência de produção editorial: Hélia de Jesus Gonsaga
Editoria de Matemática, Ciências da Natureza e suas Tecnologias: Cármen Matricardi
Assistente editorial: Danilo Claro Zanardi; Letícia Mancini Martins e Luiz Paulo Gati de Cerqueira César (estags.)
Supervisão de arte e produção: Sérgio Yutaka Suwaki
Editor de arte: Edson Haruo Toyota
Diagramação: Formato Comunicação e KLN (editoração eletrônica)
Supervisão de criação: Didier Moraes
Design gráfico: Imageria Estúdio (capa e miolo)
Revisão: Rosângela Muricy (coord.), Ana Paula Chabaribery Malfa, Arnaldo R. Arruda, Luís Maurício Bôa Nova e Gabriela Macedo de Andrade (estag.)
Supervisão de iconografia: Sílvio Kligin
Pesquisadores iconográficos: Josiane Laurentino; Claudia Balista (assist.)
Cartografia: Mário Yoshida
Tratamento de imagem: Cesar Wolf e Fernanda Crevin
Foto da capa: Fogo – Jag_cz/Shutterstock/Glow Images
Ilustrações: Antonio Robson, Artur Kenji Ogawa, Daniel Rosini, Formato, João Xavier de Campos, Maria Teresa Nunes Costa, Osni de Oliveira, Paulo César Pereira, Paulo Manzi

Direitos desta edição cedidos à Editora Scipione S.A.
Av. Otaviano Alves de Lima, 4400
6º andar e andar intermediário ala B
Freguesia do Ó – CEP 02909-900 – São Paulo – SP
Tel.: 4003-3061
www.scipione.com.br/atendimento@scipione.com.br

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Luz, Antônio Máximo Ribeiro da
Física contexto & aplicações : ensino médio / Antônio Máximo Ribeiro da Luz, Beatriz Alvarenga Álvares. – 1. ed. – São Paulo: Scipione, 2013.

Obra em 3 v.

1. Física (Ensino médio) I. Álvares, Beatriz Alvarenga. II. Título.

13-02529 CDD-530.07

Índice para catálogo sistemático:
1. Física : Ensino médio 530.07

2014
ISBN 978 85262 9108-9 (AL)
ISBN 978 85262 9109-6 (PR)
Código da obra CL 712654
1ª edição
1ª impressão

ABDR
EDITORA AFILIADA

Impressão e acabamento: São Francisco Gráfica e Editora

Uma publicação Abril EDUCAÇÃO

Orquestra sinfônica em apresentação. No detalhe, músicos tocando violinos e violoncelos.

CAPÍTULO 7

Movimento ondulatório

Produzir som é simples, mas fazer música não é tão fácil. Uma nota musical não é um som qualquer. Para produzir som instrumental, por exemplo, o músico deve fazer as cordas, as membranas ou o ar do instrumento vibrar de forma bem específica.

Por isso, os instrumentos musicais devem ser constantemente afinados, para que não emitam sons que destoem da melodia. A essência da afinação de um instrumento é que ele seja capaz de reproduzir sons iguais ao padrão das notas musicais.

O sucesso de uma apresentação solo ou de uma grande orquestra se deve ao talento individual de cada músico, associado a intensidade, altura e timbre do som que os instrumentos proporcionam.

PARA INICIAR A CONVERSA

Identifique no texto que acabou de ler palavras que se relacionam com o tema "ondas".

A audição humana está limitada a ouvir sons em quais valores de frequência?

Por que, na afinação de um violão, para tornar o som mais agudo, devemos apertar a tarraxa, aumentando assim a força tensora da corda?

7.1 Movimento harmônico simples

É comum observarmos fenômenos naturais ou situações do cotidiano em que objetos ficam oscilando ou balançando de um lado para o outro, como o movimento de um balanço no parque de diversões, galhos de árvores ou o vaivém do pêndulo de um relógio. Instrumentos musicais produzem sons pela vibração de cordas – como o violão e o violino –, de membranas ou lâminas e colunas ar – como o tambor e a flauta. Neste capítulo, vamos nos dedicar a estudar esses fenômenos, caracterizando-os a partir de suas propriedades gerais.

O que é um movimento harmônico simples

Vamos imaginar que um objeto, apoiado sobre uma superfície horizontal, sem atrito, esteja preso na extremidade de uma mola, como mostra a FIGURA 7.1.A. A outra extremidade da mola está fixada em uma parede, e o ponto O representa a posição de equilíbrio do objeto, isto é, nessa posição a mola não exerce força sobre ele, pois ela não está deformada (comprimida ou esticada).

Ao começarmos a empurrar o objeto, comprimindo a mola de uma distância *A* até a posição *B* [FIGURA 7.1.B], a mola passará a exercer sobre o objeto uma força $\vec{F}$, dirigida para a posição de equilíbrio. Abandonando-se o objeto, ele será acelerado por essa força, e sua velocidade crescerá à medida que ele se aproximar do ponto *O* [FIGURA 7.1.C]. A força $\vec{F}$, como vimos no capítulo 7 do volume 1, é proporcional à deformação, *X*, da mola e dada por $F = kX$, em que *k* é a constante elástica da mola. Assim, à medida que o objeto se afasta de *B*, o valor de $\vec{F}$ diminui, anulando-se quando ele atinge o ponto *O*.

Em virtude da velocidade adquirida, o objeto ultrapassa a posição de equilíbrio, e a mola, estando agora esticada, passa a exercer uma força ainda dirigida para o ponto *O* e, portanto, de sentido contrário à velocidade do objeto [FIGURA 7.1.D]. O movimento é, então, retardado e, no ponto *B'*, simétrico a *B*, a velocidade do objeto se anula [FIGURA 7.1.E]. Partindo de *B'*, o objeto é novamente acelerado para *O*, ultrapassa esse ponto, sendo, então, retardado pela mola até alcançar o ponto *B*. Como não há atrito nem resistência do ar, esse movimento de vaivém, entre os pontos *B* e *B'*, continua indefinidamente.

Quando um objeto executa um movimento como esse, indo e voltando sobre uma mesma trajetória, dizemos que ele está **vibrando** ou **oscilando** entre os pontos *B* e *B'*. No caso mostrado na FIGURA 7.1, no qual a força que atua no objeto é proporcional a sua distância até a posição de equilíbrio ($F = kX$), o movimento vibratório é denominado **movimento harmônico simples**.

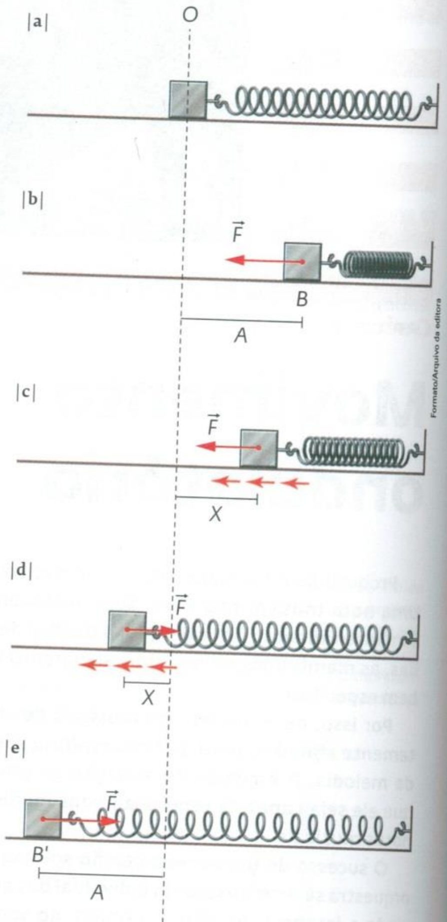


FIGURA 7.1. Um objeto, preso à extremidade de uma mola, oscila executando um movimento harmônico simples.

Amplitude, frequência e período

Além do exemplo analisado na figura 7.1, podemos encontrar, no nosso dia a dia, várias outras situações em que um objeto executa um movimento vibratório (ou oscilatório): a extremidade de uma lâmina em vibração [figura 7.2.b], um ponto de uma corda esticada posta a oscilar [figura 7.2.a], um pêndulo de relógio em movimento [figura 7.2.c], etc. Em todos esses casos, o objeto que oscila, ao ser afastado de sua posição de equilíbrio, fica sujeito à ação de uma força que tende a trazê-lo de volta para essa posição. Por esse motivo, essa força que faz o objeto oscilar é denominada **força restauradora**.

A distância entre a posição de equilíbrio e a posição extrema ocupada por um objeto que oscila é denominada amplitude, *A*, do movimento.

Na figura 7.1, mostramos a amplitude, *A*, do objeto que oscila preso à mola. Observe, na figura 7.2, a amplitude de cada um dos objetos em oscilação. Quando não há atrito, a amplitude do movimento oscilatório se mantém constante. Mas se o atrito não é desprezível, a amplitude diminui gradativamente até que o objeto pare. Nessas condições, o movimento é denominado **movimento harmônico amortecido**.

Quando o objeto vai de uma posição extrema a outra e retorna à posição inicial, dizemos que ele efetuou uma **vibração completa** ou um **ciclo**.

O tempo que o objeto demora para efetuar uma vibração completa é denominado período, *T*, do movimento. O número de vibrações completas que o objeto efetua por unidade de tempo é denominado frequência, *f*, do movimento.

Por exemplo, se a extremidade da lâmina da figura 7.2.b vai de *B* a *B'* e retorna a *B* 5 vezes em 1 segundo, a frequência desse movimento é

$$f = 5 \text{ vibrações/s} \quad \text{ou} \quad f = 5 \text{ ciclos/s}$$

A unidade 1 vibração/s ou 1 ciclo/s é denominada 1 hertz, em homenagem a Heinrich Hertz, físico alemão do século XIX. Assim, dizemos que a frequência da lâmina é $f = 5$ hertz. Note que, se a lâmina executa 5 vibrações em 1 segundo, o tempo que ela gasta para efetuar 1 vibração é de 0,2 s, ou seja, o seu período *T* é:

$$T = \frac{1\,\text{s}}{5} \text{ ou } T = 0{,}2\,\text{s}$$

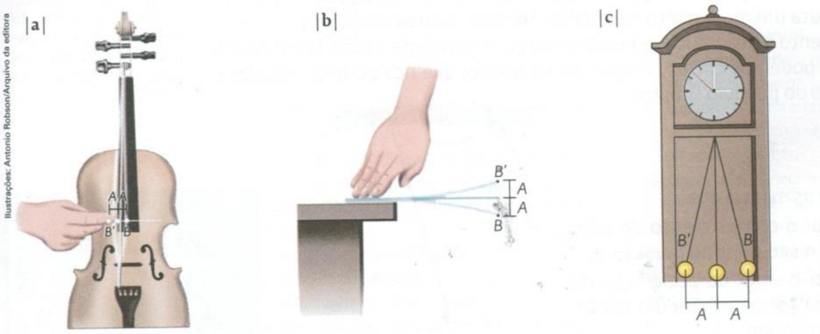


figura 7.2. É comum encontrarmos situações em que um objeto executa movimento vibratório.

Generalizando, podemos dizer que:

Se um objeto oscila com uma frequência *f*, o seu período de vibração, *T*, é dado por:

$$T = \frac{1}{f}$$

Dessa relação, podemos concluir que, quanto maior for a frequência com que um objeto oscila, menor será o seu período e vice-versa.

Cálculo do período do movimento harmônico simples

Aplicando-se a 2ª lei de Newton a um objeto que executa movimento harmônico simples, do tipo massa-mola, como o da figura 7.1, é possível estabelecer uma relação entre o período T, do movimento, a massa m, do objeto, e a constante elástica k, da mola. Por meio de cálculos matemáticos (os quais não vamos nos preocupar em desenvolver aqui), podemos chegar à seguinte relação:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Essa equação nos permite calcular o período T do movimento harmônico simples quando conhecemos os valores de m e k. Analisando essa expressão, vemos que:

1) Quanto maior for a massa do objeto, maior será o seu período de oscilação, isto é, um objeto de maior massa oscila com menor frequência (mais lentamente).
2) Quanto maior for a constante da mola (mola mais dura), menor será o período de oscilação, ou seja, maior será a frequência com que o objeto oscila.
3) A amplitude A não aparece na expressão $T = 2\pi\sqrt{m/k}$. Logo, o período **não** depende da amplitude. Apesar de ser um resultado anti-intuitivo, ele pode ser verificado experimentalmente. Por exemplo, se prendermos um objeto em uma mola e colocarmos o sistema para oscilar com uma amplitude de $A = 5$ cm e, em seguida, com uma amplitude de $A = 10$ cm, verificaremos que o período de oscilação é o mesmo em ambos os casos.

figura 7.3. **Fotografia de exposição múltipla de um pêndulo simples em oscilação.**

O pêndulo simples

Suponha que um pequeno objeto, de massa m, esteja preso na extremidade de um fio de peso desprezível, cujo comprimento é L, oscilando em um plano vertical, como mostra a figura 7.3. Esse dispositivo constitui um **pêndulo simples** em oscilação. A força restauradora que mantém o objeto em oscilação é a componente de seu peso tangente à trajetória [figura 7.4].

Se a amplitude do movimento do pêndulo não for muito grande, a trajetória curva, BB', descrita pelo objeto que oscila, pode ser considerada um segmento de reta horizontal. Com essa simplificação, é possível demonstrar que a força restauradora é proporcional à distância do objeto à posição de equilíbrio, isto é, para pequenas amplitudes o pêndulo executa um movimento harmônico simples. Nessas condições, por meio de um desenvolvimento matemático semelhante ao que é feito para o caso de um objeto preso a uma mola, podemos chegar à seguinte expressão, que nos permite calcular o período de oscilação do pêndulo simples:

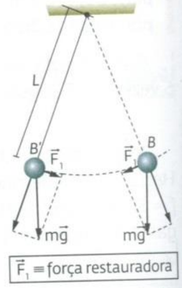


figura 7.4. **Um pêndulo simples, oscilando com pequena amplitude, executa um movimento harmônico simples.**

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Essa expressão nos mostra que:

1) Quanto maior for o comprimento do pêndulo, maior será o seu período [figura 7.5].
2) Quanto maior for o valor da aceleração da gravidade no local onde o pêndulo oscila, menor será o seu período.
3) O período do pêndulo **não** depende nem de sua massa nem da amplitude de oscilação (desde que ela seja pequena), por isso essas grandezas não aparecem na expressão de T [figura 7.6].

Construindo um pêndulo simples e medindo o seu período, você poderá facilmente comprovar esses resultados.

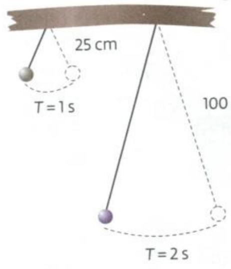


figura 7.5. **O período de um pêndulo é tanto maior quanto maior for seu comprimento. Na realidade, T é proporcional à raiz quadrada de L: quando o comprimento é multiplicado por 4, o período torna-se apenas 2 vezes maior (pois $\sqrt{4} = 2$).**

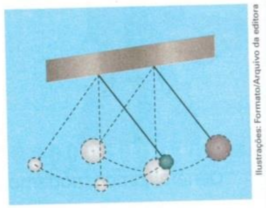


figura 7.6. **Os dois pêndulos da figura têm o mesmo comprimento, mas suas massas são diferentes. Procura-se ilustrar que, partindo juntos da mesma altura, eles oscilam juntos, isto é, ambos têm o mesmo período.**

Exemplo

Em uma experiência com um pêndulo simples, como o das figuras 7.3 e 7.4, verificou-se que o objeto suspenso, saindo de *B*, deslocava-se até *B'* e retornava a *B* 20 vezes em 10 s.

a) Qual é o período desse pêndulo?

Como sabemos, o período do pêndulo é o tempo que ele leva para ir de *B* a *B'* e retornar a *B*, isto é, o tempo necessário para executar uma vibração completa. Como o pêndulo executou 20 vibrações completas em 10 s, seu período vale:

$$T = \frac{10\ \text{s}}{20} \text{ ou } T = 0{,}50\ \text{s}$$

b) Qual é a frequência de oscilação do pêndulo?

Tendo o pêndulo executado 20 vibrações em 10 s, o número de vibrações que ele executa em 1 s, ou seja, a sua frequência, será:

$$f = \frac{20\ \text{vibrações}}{10\ \text{s}} = 2{,}0\ \text{vibrações/s} \quad \text{ou} \quad f = 2{,}0\ \text{hertz}$$

Esse mesmo resultado pode ser obtido a partir da relação $T = 1/f$, da qual tiramos:

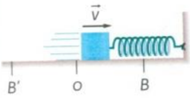
$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0{,}50} \quad \text{ou} \quad f = 2{,}0\ \text{hertz}$$

c) Se a experiência fosse realizada com um pêndulo de comprimento 4 vezes maior, qual seria o seu período?

A expressão $T = 2\pi\sqrt{L/g}$ nos mostra que *T* é proporcional à raiz quadrada de *L*. Então, multiplicando *L* por 4, *T* fica multiplicado por $\sqrt{4} = 2$. Assim, o período desse pêndulo será 2 vezes maior do que o do pêndulo da primeira experiência, isto é:

$$T = 2 \times 0{,}50\ \text{s} \quad \text{ou} \quad T = 1{,}0\ \text{s}$$

VERIFIQUE O QUE APRENDEU



Formato/Arquivo da editora

1. Um bloco, preso a uma mola, oscila (sem atrito) entre os pontos *B* e *B'* mostrados na figura ao lado. O ponto *O* representa a posição de equilíbrio do bloco. Para o instante em que ele passa pela posição indicada na figura, deslocando-se para a direita, responda:
   a) Qual é o sentido da força restauradora que a mola exerce no bloco?
   b) Então, qual é o sentido da aceleração que o bloco possui?
   c) O movimento do bloco é acelerado ou retardado?
2. Considerando o movimento do bloco do exercício anterior, diga em que ponto (ou quais pontos):
   a) O módulo da força que atua no bloco é máximo.
   b) A força que atua no bloco é nula.
   c) O módulo da velocidade do bloco é máximo.
   d) A velocidade do bloco é nula.
   e) A força que atua no bloco muda de sentido.
3. a) Suponha que o bloco do exercício 1, em um dado instante, passasse por *O* dirigindo-se para *B*, voltasse a *B'* e retornasse a *O*. Poderíamos dizer que o bloco efetuou uma vibração completa (1 ciclo)?
   b) Um estudante, observando o movimento do bloco, verificou que ele, após passar pelo ponto *O*, em certo instante, tornou a passar 100 vezes consecutivas por esse mesmo ponto. Quantos ciclos o bloco completou?
   c) Considerando que o bloco tivesse gasto 100 s para efetuar os ciclos mencionados na questão anterior, qual seria a frequência desse movimento?
   d) Então, qual seria o valor do período do movimento do bloco?
4. a) Suponha que, na figura 7.2.b, a distância *BB'* seja igual a 10 cm. Então, qual é o valor da amplitude de vibração da extremidade da lâmina?
   b) Qual é a distância que a extremidade da lâmina percorre durante um intervalo de tempo igual a 2 períodos?
5. Um objeto executa um movimento harmônico simples, preso à extremidade de uma mola. Diga se o tempo que o objeto leva para efetuar uma vibração completa aumentará, diminuirá ou não sofrerá alteração em cada um dos seguintes casos:
   a) O objeto é substituído por outro, de massa menor.
   b) A mola é substituída por outra, mais macia.
   c) O objeto é colocado em vibração com uma amplitude menor.

ANEXO B – Tarefa de leitura 3.

APÊNDICE

E.1 As equações do movimento harmônico simples

Ao abordarmos, na seção 7.1, o movimento harmônico simples de uma partícula, sua descrição foi feita de maneira qualitativa, sem a preocupação de estabelecer as equações que fornecem a posição, a velocidade e a aceleração dessa partícula em cada instante. Nesta seção, faremos o estudo quantitativo desse movimento e estabeleceremos aquelas equações.

Para tanto, consideremos na FIGURA E.1 uma partícula, de massa m, executando um movimento harmônico simples (que abreviaremos como MHS) entre os pontos B e B', com centro no ponto O. Tomemos um eixo orientado Ox, como mostra a FIGURA E.1, coincidente com a direção do movimento. Nesse eixo, a distância X, de m a O, fornece a posição (ou elongação) da partícula em um dado instante. Sendo o eixo Ox orientado, quando a partícula estiver à direita de O, o valor de X será positivo; e quando m estiver à esquerda de O, X será negativo.

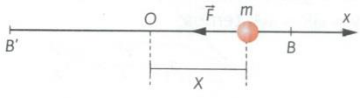


FIGURA E.1. Uma partícula, sob a ação de uma força restauradora $F \propto X$, executa um MHS.

Já sabemos que a força $\vec{F}$, que atua na partícula, está sempre dirigida para O e que seu módulo é proporcional a X, isto é, $F = kX$. Levando em consideração a orientação de Ox, podemos sintetizar esses fatos escrevendo:

$$F = -kX$$

De fato, nessa equação, se $X > 0$ (partícula à direita de 0), temos $F < 0$ (força dirigida para a esquerda); e se $X < 0$ (partícula à esquerda de 0), temos $F > 0$ (força dirigida para a direita).

Pela 2ª lei de Newton, a aceleração da partícula será dada por:

$$a = \frac{F}{m} = \frac{-kX}{m} \text{ ou } a = -\left(\frac{k}{m}\right)X$$

Então, em um movimento harmônico simples, a aceleração também é diretamente proporcional a X e está dirigida para o ponto O.

Projeção do movimento circular uniforme sobre um diâmetro

Consideremos uma partícula descrevendo um movimento circular uniforme, de raio R e velocidade angular ω constante. Quando a partícula passa por uma posição A qualquer (veja a FIGURA E.2), podemos projetar sua posição sobre um diâmetro qualquer PP', obtendo assim o ponto A'. Enquanto a partícula se desloca sobre a circunferência, a projeção de sua posição vai se deslocando sobre o diâmetro: por exemplo, quando a partícula está em B, a projeção está em B'; quando ela está em C, a projeção está em C' etc.

Vemos então que, à medida que a partícula descreve sua trajetória circular, a projeção de sua posição percorre o diâmetro PP', indo de P para P', voltando de P' para P, e assim sucessivamente. Em outras palavras, a projeção executa um **movimento oscilatório** sobre o diâmetro. É evidente que a amplitude, A, desse movimento oscilatório, é igual ao raio, R, da trajetória circular e o seu período será igual ao período, T, do movimento circular uniforme da partícula.

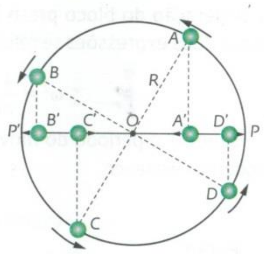


FIGURA E.2. Projeção de um movimento circular uniforme sobre um diâmetro da circunferência.

O movimento oscilatório da projeção é harmônico simples

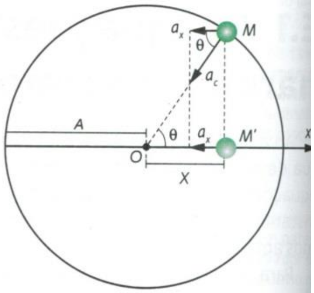


FIGURA E.3. **A projeção M', de M sobre um diâmetro, executa um MHS.**

Sabemos que a partícula em movimento circular uniforme possui uma aceleração centrípeta $\vec{a}_c$, dirigida para o centro O, como está mostrado na FIGURA E.3 para o ponto M, ocupado pela partícula em dado instante. A aceleração do movimento oscilatório da projeção M' sobre o diâmetro Ox será $\vec{a}_x$, que é a projeção de $\vec{a}_c$ sobre esse diâmetro. Sendo θ o ângulo de OM com Ox [FIGURA E.3], vemos que o ângulo de $\vec{a}_c$ com $\vec{a}_x$ é, também, igual a θ. Logo, o módulo de $\vec{a}_x$ será:

$$|\vec{a}_x| = a_c \cos\theta$$

Sabemos que $a_c = v^2/R = v^2/A$, porque o raio, R, da trajetória circular é igual à amplitude, A, do movimento oscilatório. Além disso, como $v = \omega R = \omega A$, temos:

$$a_c = \frac{v^2}{A} = \frac{\omega^2 A^2}{A} \quad \therefore \quad a_c = \omega^2 A$$

Portanto:

$$|\vec{a}_x| = \omega^2 A \cos\theta$$

No triângulo OMM', vemos que $A\cos\theta = X$ e, como $\vec{a}_x$ está sempre apontando para o ponto O (tem sinal contrário a X), podemos escrever:

$$a_x = -\omega^2 X$$

Mas ω^2 é constante, porque o movimento é circular uniforme. Logo, a aceleração $\vec{a}_x$ é diretamente proporcional a X. Como vimos, essa é uma característica do MHS e, assim, podemos concluir que:

A cos θ

A projeção de um movimento circular uniforme sobre um diâmetro da circunferência executa um movimento harmônico simples.

Cálculo do período do MHS

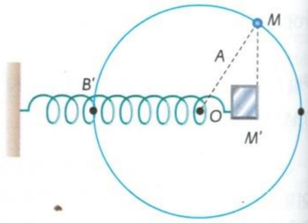


FIGURA E.4. **É sempre possível imaginar um movimento circular uniforme cuja projeção acompanha uma partícula que executa um MHS.**

Suponhamos um bloco de massa m descrevendo um MHS, preso à extremidade de uma mola de constante elástica k. Como vimos, é sempre possível imaginar um movimento circular uniforme (MCU), acoplado ao MHS, tal que sua projeção sobre um diâmetro oscile acompanhando exatamente as posições do bloco em seu movimento (na FIGURA E.4, a projeção M' acompanha a oscilação do bloco preso à mola). Vimos que a aceleração da projeção é dada por $a_x = -\omega^2 X$ e que a aceleração do bloco preso à mola, em MHS, é $a = -(k/m)X$. Como essas duas expressões se referem à mesma aceleração, temos:

$$\omega^2 = \frac{k}{m} \quad \text{ou} \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Sendo T o período do movimento circular, que é igual ao do MHS, podemos escrever:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \therefore \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Então:

$$\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}}$$

Esse resultado já havia sido apresentado, sem demonstração, na seção 7.1. A relação $\omega = 2\pi/T$ nos fornece:

$$\omega = 2\pi\left(\frac{1}{T}\right) \quad \therefore \quad \omega = 2\pi f$$

A velocidade angular ω do movimento circular está, então, diretamente ligada à frequência f do MHS a ele acoplado. Por esse motivo, quando ω aparece nas equações do MHS, essa grandeza é usualmente denominada **frequência angular** (costuma-se também usar, para denominar ω, o termo **pulsação**).

Cálculo da posição em função do tempo

Na FIGURA E.5 mostramos uma partícula M em movimento circular uniforme, com velocidade angular ω, e a projeção, M', de sua posição sobre o eixo Ox, que, como acabamos de mostrar, executa um MHS sobre esse diâmetro. Vamos considerar $t = 0$ no instante em que a partícula está em P, isto é, quando a posição de M' é $X = A$. Em um instante t qualquer, M terá descrito um ângulo $\theta = \omega t$, e a posição X de M' será dada por (veja o triângulo OMM', na FIGURA E.5):

$$X = A\cos\theta \quad \text{ou} \quad \boxed{X = A\cos\omega t}$$

Com essa equação podemos calcular a posição X de uma partícula em MHS, em qualquer instante t, se conhecermos os valores de ω e A.

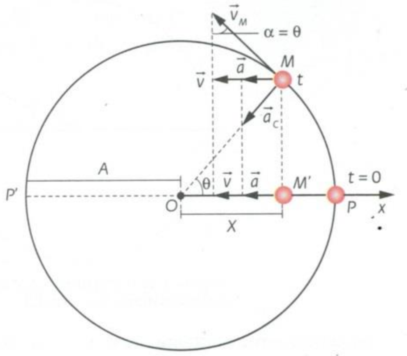


FIGURA E.5. **Posição, velocidade e aceleração de uma partícula em MHS.**

Cálculo da velocidade em função do tempo

Ainda na FIGURA E.5, mostramos a velocidade $\vec{v}_M$ da partícula M, no instante t. A velocidade $\vec{v}$, do MHS de M', será obtida projetando-se $\vec{v}_M$ sobre Ox. Observe que o ângulo α mostrado nessa figura é igual a θ (seus lados são respectivamente perpendiculares) e que, no instante considerado, v é negativo, enquanto sen θ é positivo. Assim, no triângulo que tem $\vec{v}_M$ e $\vec{v}$ como lados, obtemos:

$$v = -v_M \operatorname{sen}\theta \quad \text{ou} \quad v = -v_M \operatorname{sen}\omega t$$

Lembrando que para o MCU $\omega = \dfrac{v}{r}$, neste caso teremos $v_M = \omega A$, o que nos leva a:

$$\boxed{v = -\omega A \operatorname{sen}\omega t}$$

Cálculo da aceleração em função do tempo

Já mostramos que a projeção $\vec{a}_x$ da aceleração centrípeta em um movimento circular uniforme é dada por $a_x = -\omega^2 X$, e essa é a própria aceleração $\vec{a}$ do MHS. Logo:

$$a = -\omega^2 X \quad \text{ou} \quad \boxed{a = -\omega^2 A\cos\omega t}$$

Comentários

1) As expressões

$$X = A\cos\omega t,\quad v = -\omega A \operatorname{sen}\omega t \quad \text{e} \quad a = -\omega^2 A\cos\omega t$$

nos permitem construir os gráficos $X \times t$, $v \times t$ e $a \times t$ para um MHS. Esses gráficos estão mostrados na FIGURA E.6.

Naturalmente, eles têm formas senoidais (ou cossenoidais) em virtude das equações citadas. Examine os gráficos, observando onde cada uma das grandezas atinge seu valor máximo, onde ela se anula e onde ela muda de sinal.

2) Suponhamos uma situação em que o início da contagem de tempo, isto é, instante $t = 0$, não coincida com a posição P da partícula, ou seja, com o instante em que $X = A$.

Na FIGURA E.7 mostramos uma situação como essa: o raio que acompanha a partícula no movimento circular, no instante $t = 0$, forma um ângulo θ_0 com o eixo Ox.

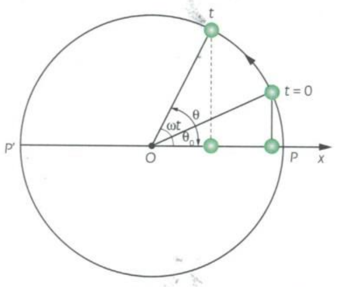


FIGURA E.7. **O ângulo θ é a fase do MHS e θ_0 é denominado fase inicial.**

Nesse caso, em um instante t qualquer, o ângulo θ é dado por $\theta = \omega t + \theta_0$. Então, as equações que fornecem X, v e a tomam as seguintes formas:

$$X = A\cos(\omega t + \theta_0),\ v = -\omega A \operatorname{sen}(\omega t + \theta_0) \quad \text{e} \quad a = -\omega^2 A\cos(\omega t + \theta_0)$$

O ângulo $\theta = \omega t + \theta_0$ costuma ser denominado **fase do movimento**, e θ_0 é a **fase inicial**. Entretanto, como nesta obra vamos trabalhar apenas com uma partícula em MHS, poderemos, sem perda de generalidade, supor sempre o instante $t = 0$ coincidindo com a partícula na posição $X = A$.

Em outras palavras, vamos considerar sempre a fase inicial nula, isto é, $\theta_0 = 0$, e as equações aqui deduzidas tomarão as formas estabelecidas anteriormente:

$$X = A\cos\omega t,\quad v = -\omega A \operatorname{sen}\omega t \quad \text{e} \quad a = -\omega^2 A\cos\omega t.$$

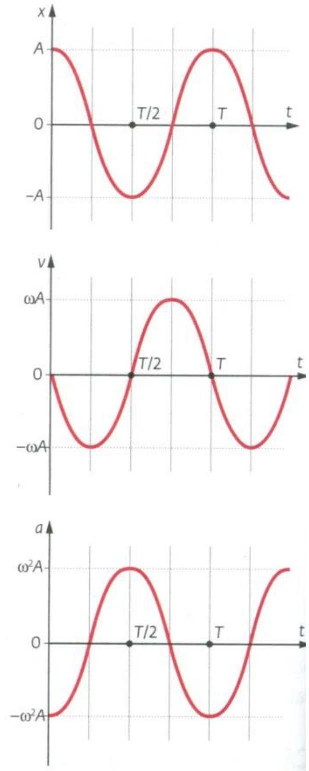


FIGURA E.6. **Gráficos $X \times t$, $v \times t$ e $a \times$ para o MHS.**

Exemplo 1

Na FIGURA E.4, suponha que a mola tenha uma constante elástica $k = 80$ N/m e que o objeto oscilando, preso à sua extremidade, tenha massa $m = 200$ g.

a) Qual é a velocidade angular do movimento circular uniforme cuja projeção coincide com o movimento oscilatório do objeto de massa m?

Essa velocidade angular é a frequência angular (ou pulsação) do MHS executado por m.

Vimos que $\omega = \sqrt{k/m}$; logo:

$$\omega = \sqrt{\frac{80}{0{,}200}} \quad \therefore \quad \omega = 20 \text{ rad/s}$$

b) Qual é o período do MHS?

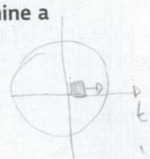
Já sabemos que $\omega = 2\pi/T$; logo:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10} \text{ ou } T = 0{,}314 \text{ s}$$

c) **Para dar início às oscilações, suponha que o objeto preso à mola tenha sido deslocado, a partir da posição de equilíbrio, de 15 cm para a direita, e abandonado dessa posição no instante $t = 0$. Qual é a amplitude do MHS que o objeto passa a descrever?**
Ao ser abandonado o objeto passará a oscilar em torno da posição de equilíbrio, afastando-se dela 15 cm para a direita e 15 cm para a esquerda. Então, a amplitude do movimento é $A = 15$ cm.

d) **Considerando, na FIGURA E.4, um eixo OX, orientado para a direita, determine a posição (ou elongação) do objeto no instante $t = (\pi/15)$ s.**
A posição é dada por $X = A \cos \omega t$; logo,

$$X = 15 \cos 20 \cdot \frac{\pi}{15} = 15 \cos \frac{4\pi}{3}$$



Como $\cos 4\pi/3 = -\text{sen}\,\pi/6 = -0{,}50$, vem:

$$X = 15(-0{,}50) \quad \therefore \quad X = -7{,}5 \text{ cm}$$

Isso significa que o objeto se encontrava, naquele instante, 7,5 cm à esquerda de O.

e) **Calcule a velocidade e a aceleração do objeto, no instante considerado na questão anterior.**
Temos:

$$v = -\omega A \,\text{sen}\, \omega t = -20 \times 15 \,\text{sen}\, 20 \times \frac{\pi}{15} = -300 \,\text{sen}\, \frac{4\pi}{3}$$

Como $\text{sen}\, 4\pi/3 = -\text{sen}\,\pi/3 = -0{,}866$, vem:

$$v = -300 \times (-0{,}866) \quad \therefore \quad v = 260 \text{ cm/s}$$

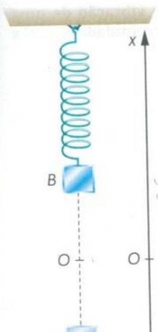
Para a aceleração, teremos:

$$a = -\omega^2 X = -20^2 \times (-7{,}5) \quad \therefore \quad a = 3{,}0 \times 10^3 \text{ cm/s}^2$$

Observe que tanto v quanto a são positivas, isto é, estão ambas voltadas para a direita, na FIGURA E.4.

$\theta = \theta_0 + \omega t$

VERIFIQUE O QUE APRENDEU



1. Um bloco é preso à extremidade de uma mola vertical, como mostra a figura ao lado. Uma pessoa sustenta o bloco na posição B, na qual a mola não está deformada. Deixando o bloco baixar lentamente, verifica que sua posição de equilíbrio, após abandonado, é o ponto O, onde a mola apresenta uma deformação de 10 cm. Fazendo o objeto voltar à posição B e abandonando-o em seguida, ele passa a oscilar verticalmente, entre os pontos B e B'.
   a) Qual é a amplitude do movimento do bloco? 10 cm
   b) Observa-se experimentalmente que o bloco executa 20 vibrações completas em 10 s. Qual é a frequência angular (ou pulsação) desse movimento? $\omega = 2\pi f$
2. Sabe-se que a constante elástica da mola do exercício anterior é $k = 40$ N/m. Qual é o valor da massa do bloco preso a ela? (Considere $\pi^2 = 10$.)
3. Considere a situação descrita na figura do exercício 1, um eixo Ox orientado verticalmente para cima. Suponha que o início da contagem do tempo ($t = 0$) seja o instante em que o bloco foi abandonado em B. No instante $t = 0{,}25$ s:
   a) Qual é a fase do movimento? $\theta = \theta_0 + \omega t$
   b) Qual é a posição do objeto? $X = A \cos \theta$
   c) Indique, em uma cópia da figura, a posição que o objeto estará ocupando.
4. No exercício 1, deseja-se determinar quanto tempo, t, decorre entre o instante em que o bloco é abandonado de B até o momento em que ele passa, pela primeira vez, pela posição de equilíbrio.
   a) Determine o valor de t usando a equação $X = A \cos \omega t$.
   b) Calcule o período do movimento do bloco e determine t a partir dele.
   c) Verifique se as respostas das questões **a** e **b** são coincidentes.
5. a) Calcule a velocidade do bloco no instante determinado no exercício anterior.
   b) Explique o significado do sinal negativo encontrado na questão anterior.
6. a) Usando a equação $a = -\omega^2 A \cos \omega t$, determine o valor da aceleração do bloco no instante obtido no exercício 4.
   b) Lembrando-se das forças que atuam sobre o bloco em oscilação, você esperava a resposta obtida em **a**? Explique.

$k = 40$ N/m $\quad \pi^2 = 10 \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad 0{,}5 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{40}}$