

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA

RAQUEL CAROLINE ZYDECK

**ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DE CONCRETO SUBMETIDO A
ESFORÇOS DE COMPRESSÃO**

**Alegrete
2017**

RAQUEL CAROLINE ZYDECK

**ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DE CONCRETO SUBMETIDO A
ESFORÇOS DE COMPRESSÃO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Civil da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Civil.

Orientador: Luís Eduardo Kostascki

**Alegrete
2017**

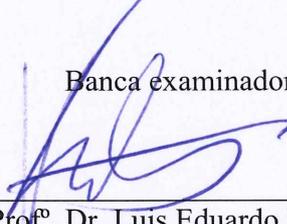
RAQUEL CAROLINE ZYDECK

**ANÁLISE NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DE CONCRETO SUBMETIDO A
ESFORÇOS DE COMPRESSÃO**

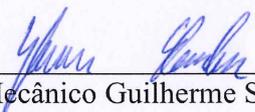
Trabalho de Conclusão de Curso
apresentado ao Curso de Engenharia
Civil da Universidade Federal do Pampa,
como requisito parcial para obtenção do
Título de Bacharel em Engenharia Civil.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 27 de Novembro de 2017.

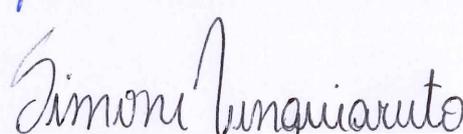
Banca examinadora:



Prof.^o. Dr. Luis Eduardo Kostascki
Orientador
(UNIPAMPA)



Eng. Mecânico Guilherme Schumacher da Silva



Prof.^a. Dra. Simone Dornelles Venquiaruto
(UNIPAMPA)

AGRADECIMENTO

Primeiramente agradeço ao meu orientador Luis Eduardo Kostascki por toda a paciência e competência na orientação deste trabalho.

Agradeço ao meu noivo Jaelson Budny que esteve sempre presente me ajudando e me apoiando em todos os momentos, estes fáceis ou difíceis.

Aos meus pais Ernesto Zydeck e Lúcia Maria Roiek Zydeck, ao meu irmão Rafael Zydeck, que mesmo com a distância me aconselhavam e me apoiavam em todas as minhas decisões.

Agradeço a Deus por ter me guiado e protegido nesta caminhada.

A todos os amigos que fiz, nesta caminhada, em especial a Diovana Patias Della Flora, Francisco Keche e Mayara Delonzek, que em várias e várias manhãs estavam me ajudando no laboratório. A Carla Driely Morsch Santos que me ajudou nas simulações numéricas.

Também a todos os outros professores que contribuíram ao longo desta caminhada para minha formação.

A todos vocês meu muito Obrigada!

RESUMO

A literatura mostra que para materiais com o comportamento quase frágil, como o concreto, o ensaio à compressão simples em prismas terá uma menor resistência quanto maior a altura. Este trabalho apresenta um estudo sobre a influência da altura em prismas de concreto e da restrição nas condições de contorno na resistência a compressão axial. Primeiramente foi realizado um estudo experimental no qual foram moldados e rompidos prismas de concreto com lados de 10 cm e alturas variáveis (5, 10, 20 e 40 cm), para a realização deste trabalho foi utilizado concreto com resistência de 50 MPa. Os ensaios foram conduzidos em duas situações, uma com as faces do carregamento restringindo por meio da colagem de uma chapa metálica de 2 mm de espessura e outra com as faces do corpo de prova livres por meio da aplicação de graxa na face do carregamento aplicado. O rompimento dos corpos de prova se deu por compressão simples, onde foi observado o mapeamento das fissuras em cada configuração de ensaio e também se obteve as cargas e deformações, através de correlação de imagens. Na segunda etapa do trabalho foram realizadas simulações numéricas destes ensaios realizados experimentalmente, utilizando as mesmas configurações, empregando-as no método dos elementos finitos (FEM) e no método dos elementos finitos discretos formados por barras (LDEM), aplicado no software comercial Abaqus/Explicit. Para analisar todos os resultados foi realizado uma análise estatística, para melhor compreensão dos resultados. Após a análises dos resultados observa-se que para o corpo de prova de 40 cm de altura a resistência é bem menor, quando comparado com o corpo de prova de 50 cm de altura, isto para as duas condições de contorno. Também verificou-se que quando a correlação de imagens é feita de forma correta, se obtém bons resultados, assim pode-se medir a deformação da amostra sem entrar em contato com ela e pode-se medir em qualquer lugar do corpo de prova.

Palavras-chave: Método dos elementos finitos, Método dos elementos discretos formado por barras, Resistência à compressão axial, Variação da restrição.

ABSTRACT

The literature shows that for materials with almost brittle behavior, such as concrete, the simple compression test on prisms will have a lower resistance than higher the height. This work presents a study of the influence of height on concrete prisms and the restriction in the boundary conditions on resistance to axial compression. First, an experimental study was carried out in which concrete prisms with 10 cm sides and variable heights (5, 10, 20 and 40 cm) were molded and ruptured. The tests were conducted in two situations, one with the loading faces restricted by the bonding of a 2 mm thick metal plate and another with the faces the of free specimen by the application of grease on the loading face. The rupture of the test specimens occurred by simple compression, where the cracks were mapped in each test configuration and the loads and deformations were also obtained, through correlation of images. In the second stage of the work, numerical simulations were carried out using the same configurations using the finite element method (FEM) and the discrete lattice element method (LDEM), applied in the commercial software Abaqus / Explicit. To analyze all the results, a statistical analysis was performed for better understanding of results. After the analysis of the results, it is observed that for the test specimen of 40 cm in height the resistance is much smaller, when compared with the test body of 50 cm of height, this for the two conditions of contour. It has also been found that when image correlation is performed correctly, good results are obtained, so that the deformation of the sample can be measured without coming into contact with it and can be measured anywhere on the specimen.

Keywords: Finite element method, Discrete element method formed by bars, Resistance to axial compression, Restriction variation.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Ruptura típica do concreto sob o carregamento a compressão	17
Figura 2 - A influência da altura do corpo de prova em relação a compressão uniaxial.....	18
Figura 3 - Amostras de concreto sob o carregamento de compressão uniaxial.....	19
Figura 4 - Padrões macroscópicos de fissuras para diferentes tamanhos de amostras	20
Figura 5 – Curvas de tensão versus deformação	20
Figura 6 – Tipos de ruptura em corpos de prova cilíndricos.....	22
Figura 7 – Tipos de ruptura em prismas de concreto	22
Figura 8 - Curvas de tensão versus deformação, para o concreto confinado e não confinado	23
Figura 9 – Modelo de simulação D-P modificado.....	26
Figura 10 – Gráfico de tensão versus deformação para vários níveis de confinamento, para concreto de 60 MPa	27
Figura 11 – Fissuras na argamassa, com aumento de carga	28
Figura 12 – Fissuras em concreto normal, com aumento de carga.....	28
Figura 13 – Fissuras em concreto de alta resistência, com aumento de carga	29
Figura 14 – Fissuras em concreto leve, com aumento de carga	29
Figura 15 – Sequência dos procedimentos metodológicos.....	31
Figura 16 – Brita 1 utilizada no presente estudo	32
Figura 17 – Curva Granulométrica da Brita 1	32
Figura 18 – Areia utilizada	33
Figura 19 – Curva Granulométrica da areia	34
Figura 20 – Mistura dos constituintes do concreto.....	36
Figura 21 – Ensaio slump test	37
Figura 22 – Moldagem dos corpos de provas.....	37
Figura 23 – Corpos de provas presos nas faces do carregamento	38
Figura 24 – Corpos de provas livres nas faces do carregamento	38
Figura 25 – Esquema simplificado da instalação dos equipamentos.....	39
Figura 26 – Superfície da amostra ensaiada	39
Figura 27 – Resolução de uma imagem no software.....	40
Figura 28 - Discretização utilizada no DEM. a) modelo cúbico básico, b) geração do corpo prismático	41
Figura 29 - a) sólidos cúbicos de dimensão $L \times L \times L$, b) módulo do DEM de dimensões $L \times L \times L$	43

Figura 30 - Relações construtivas elementares utilizadas no DEM, Modelo de Hillerborg ...	43
Figura 31 - Esquema da incorporação da aleatoriedade no DEM	45
Figura 32 - Cubo do LDEM mostrando as diferentes seções modeladas no Abaqus/Explicit	46
Figura 33 - Cubo modelado com o LDEM mostrando as massas discretizadas.....	47
Figura 34 – Modelo de tensão pós-falha vs deslocamento vinculada à energia de fratura utilizado no Abaqus/Explicit	48
Figura 35 – Função de densidade de probabilidade	48
Figura 36 – Tensão versus deformação, para os corpos de prova cilíndricos	51
Figura 37 – Resistência a compressão dos corpos de prova cilíndricos experimentalmente ..	52
Figura 38 – Resistência a compressão dos corpos de prova prismáticos colados. A) 1ª dia de ruptura e B) 2º dia de ruptura	55
Figura 39 – Resistência a compressão dos corpos de prova prismáticos com graxa. A) 1ª dia de ruptura e B) 2º dia de ruptura	56
Figura 40 – Deformação versus tempo corpo de prova prismático, 40 cm colado	58
Figura 41 – Deformação versus tempo corpo de prova prismático, 40 cm com graxa	58
Figura 42 – Gráfico deformação versus tempo corpo de prova prismático, 20 cm com graxa	59
Figura 43 – Tensão de Compressão versus deformação, dos corpos de prova prismáticos. A) corpo de prova de 5 cm de altura, B) corpo de prova de 10 cm de altura, C) corpo de prova de 20 cm de altura e D) corpo de prova de 40 cm de altura	60
Figura 44 – Modelo numérico usado	61
Figura 45 – Tensão de compressão versus Deformação, corpos de prova cilíndricos	62
Figura 46 – Corpos de prova com atrito (colado).....	63
Figura 47 – Corpos de prova sem atrito (graxa).....	63
Figura 48 – Corpos de prova simulados com o LDEM.....	64
Figura 49 – Resistência a compressão dos corpos de prova prismáticos através das simulações numéricas. A) corpos de prova colados e B) corpos de prova com graxa.....	65
Figura 50 – Tensão de Compressão versus deformação, dos corpos de prova prismáticos. A) 5 cm de altura, B) 10 cm de altura, C) 20 cm de altura, D) 40 cm de altura	66
Figura 51 – Corpos de prova de 5cm de altura após a ruptura do ensaio experimental. A) amostra com atrito, B) amostra sem atrito	68
Figura 52 – Corpos de prova de 5cm de altura durante a ruptura das simulações numéricas. C) amostra com atrito, D) amostra sem atrito	68
Figura 53 – Corpos de prova de 10cm de altura após a ruptura do ensaio experimental. A) amostra com atrito, B) amostra sem atrito.....	69

Figura 54 – Corpos de prova de 10cm de altura durante a ruptura das simulações numéricas. C) amostra com atrito, D) amostra sem atrito	69
Figura 55 – Corpos de prova de 20cm de altura, amostras com atrito. A) amostra experimental, B) amostra durante a simulação numérica.....	70
Figura 56 – Corpos de prova de 20cm de altura, amostras sem atrito. A) amostra experimental, B) amostra durante a simulação numérica.....	71
Figura 57 – Corpos de prova de 40cm de altura, amostras com atrito. A) amostra experimental, B) amostra durante a simulação numérica.....	72
Figura 58 – Corpos de prova de 40cm de altura, amostras sem atrito. A) amostra experimental, B) amostra durante a simulação numérica.....	73
Figura 59 – Faces dos corpos de prova após o carregamento	74

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Caracterização da brita 1	33
Tabela 2 – Caracterização da areia	34
Tabela 3 – Resultados da resistência à compressão axial nos corpos de prova cilíndricos.....	50
Tabela 4 – Resultados do módulo de elasticidade dos corpos de prova cilíndricos.....	51
Tabela 5 – Resultados de resistência a compressão nos corpos de prova prismáticos experimentalmente.....	54
Tabela 6 – Resultados encontrados e adotados	61
Tabela 7 – Resultados dos cilindros, através das simulações numéricas	62
Tabela 8 – Resultados da resistência a compressão, numericamente.....	64

LISTA DE SÍMBOLOS

A_l – Área da seção transversal do elemento longitudinal

A_d – Área dos elementos diagonais

f'_c – Resistência máxima do concreto não confinado

f'_{cc} – Resistência máxima do concreto confinado

f_u – Resistência final do concreto não confinado

L – Comprimento do módulo cúbico do LDEM

ν – Coeficiente de Poisson do sólido

ε_c – Deformação máxima do concreto não confinado

ε_{cc} – Deformação máxima do concreto confinado

ε_u – Deformação final do concreto não confinado

ε_{cu} – Deformação final do concreto confinado

$\alpha f'_{cc}$ – Resistência residual do concreto confinado

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ABNT – Associação Brasileira de Normas Técnicas

CP – Corpo de Prova

CP's – Corpos de Prova

DIC – Correlação de Imagem Digital

FEM ou DEM – Métodos dos Elementos Finitos

LDEM – Método dos Elementos discretos formado por barras

RCE – Relação Construtiva Elementar

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	15
1.1 Objetivos.....	15
1.1.1 Objetivo Geral	15
1.1.2 Objetivos Específicos	15
1.2 Estruturação do trabalho	16
2 CONCEITOS GERAIS E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	17
2.1 Efeito da resistência à compressão e fatores intervenientes para o concreto	17
2.2 Efeito da compressão uniaxial no concreto para diferentes alturas dos corpos de prova... 18	
2.3 Variação da tensão versus deformação para o concreto confinado e não confinado em ensaios experimentais	23
2.4 Breve histórico de simulações numéricas.....	24
2.5 Variação da tensão versus deformação para o concreto confinado e não confinado em simulações numéricas	25
2.6 Correlação de imagens.....	29
3 MATERIAIS E MÉTODOS.....	31
3.1 Primeira etapa	31
3.1.1 Brita 1	31
3.1.2 Areia	33
3.1.3 Cimento	35
3.1.4 Aditivo Superplastificante	35
3.1.5 Água	35
3.2 Correlação de imagens.....	38
3.3 Segunda etapa	40
3.3.1 Simulações Numéricas	40
3.3.2 Método dos elementos discretos formado por barras	41
3.3.3 Modelo construtivo não-linear para dano de material	42

3.3.4 Lei bilinear ou modelo Hillerborg	43
3.3.5 Inclusão do caráter aleatório	44
3.3.6 Implementação do DEM no ambiente Abaqus/Explicit	45
3.3.7 Modelagem da treliça espacial	46
3.3.8 Discretização das massas	46
3.3.9 Introdução do modelo construtivo no Abaqus/Explicit	47
3.3.10 Inclusão do caráter aleatório	48
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES	50
4.1 Ensaio Experimentais	50
4.2 Correlação de Imagens	57
4.3 Simulações Numéricas	60
5 CONCLUSÃO	75
5.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	76
REFERÊNCIAS	77

1 INTRODUÇÃO

A mecânica da fratura é um campo da ciência pouco desenvolvido. Este fato deve-se a dificuldade e a grande complexidade do assunto, principalmente quando se trata de materiais frágeis, os quais apresentam a característica da falha brusca.

O efeito de escala é um fenômeno existente em todos os materiais de natureza frágil e é responsável por grandes variações no comportamento mecânico. Callister e Rethwish (2013) comentam que a fratura frágil ocorre sempre de forma repentina e catastrófica sem nenhum aviso prévio, pois as trincas se propagam rapidamente.

Visto isso, deve-se levar em conta um aspecto importante na prática da engenharia onde os ensaios realizados experimentalmente são produzidos em tamanhos extremamente reduzidos se comparado às estruturas reais. E estes ensaios são essenciais para avaliar o comportamento das estruturas ou até mesmo dos materiais que estas estruturas são compostas.

Neste contexto para permitir que grandes estruturas sejam analisadas previamente e com a dificuldade de realizar o ensaio em escala real, as simulações assumem um papel importante na Engenharia, com as condições de contorno implementadas de maneira adequada pode-se prever o comportamento da estrutura através de métodos numéricos.

Existem diversos métodos numéricos que podem ser usados para verificar o comportamento da estrutura. Neste trabalho será empregado o uso do método dos elementos discretos formados por barras (LDEM) e o método dos elementos finitos (FEM) para realizar ensaios de compressão direta para diferentes tamanhos de corpos de prova e com diferentes condições de restrições.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo Geral

O objetivo geral deste trabalho é analisar, tanto de forma experimental como numérica, a influência da resistência à compressão em prismas de concreto com as variações de tamanho e de restrição nas faces do carregamento aplicado.

1.1.2 Objetivos Específicos

Como objetivos específicos deste trabalho, podem-se citar:

- Avaliar a resistência à compressão uniaxial, em prismas com seção transversal de 10 x 10 cm, e com alturas de: 5, 10, 20 e 40 cm. Sem restrição nas faces do carregamento, apenas colocando graxa nas faces do carregamento aplicado;

- Avaliar a resistência à compressão uniaxial, em prismas com seção transversal de 10 x 10 cm, com alturas de: 5, 10, 20 e 40 cm. Com restrição nas faces de carregamento, colando uma placa de aço na face superior e inferior do prisma;
- Analisar as deformações dos corpos de provas, por correlação de imagens digitais;
- Simular a influência na resistência à compressão uniaxial utilizando o método dos elementos finitos discretos formado por barras;
- Comparar os resultados experimentais e numéricos, para verificar se ocorre uma coerência entre eles.

1.2 Estruturação do trabalho

O trabalho desenvolvido foi organizado em cinco capítulos para alcançar os objetivos estabelecidos. No primeiro capítulo contém a introdução com a justificativa, objetivos e a estrutura proposta.

Uma revisão bibliográfica é feita no capítulo dois, abordando conceitos necessários à aquisição do embasamento teórico para o desenvolvimento do trabalho. Neste capítulo é feita a apresentação sobre os resultados encontrados por diversos autores em relação a ensaios experimentais e numéricos para concreto sob a compressão simples, compressão uniaxial, o efeito da altura sob estes carregamentos.

No terceiro capítulo é apresentado os materiais e métodos propostos para a realização da pesquisa. No quarto capítulo apresenta-se os resultados e algumas conclusões obtidas com a presente pesquisa e no último capítulo as conclusões realizadas.

2 CONCEITOS GERAIS E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

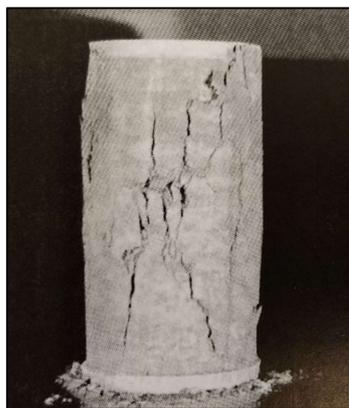
Neste capítulo encontram-se os tópicos dos conceitos gerais e da revisão bibliográfica realizada, para assimilar o tema abordado. No decorrer da revisão é realizada uma contextualização sobre; o efeito da resistência à compressão, a influência da restrição transversal na resistência à compressão em cubos e prismas de concreto em diferentes alturas, mudando as condições de contorno e estudos de diferentes tipos de simulações numéricas. Também é realizada uma breve revisão sobre correlação de imagens digital.

2.1 Efeito da resistência à compressão e fatores intervenientes para o concreto

Mehta e Monteiro (2008) explicam que o modo de ruptura do concreto sob um carregamento a compressão é menos frágil em comparação a um concreto submetido a um carregamento a tração uniaxial, isso ocorre porque para a compressão é necessária uma energia consideravelmente maior, para que as fissuras se formem e se desenvolvam na matriz.

Normalmente, admite-se que em um ensaio de compressão uniaxial em concreto de baixa ou média resistência, as fissuras não se iniciam na matriz até cerca de 50% da tensão de ruptura. Nesse estágio, ocorre um sistema estável de fissuras, chamado fissuras de cisalhamento, já existentes nas proximidades do agregado graúdo. Em níveis mais elevados de tensão, as fissuras se iniciam na matriz, aumentando assim sua quantidade e tamanho com o aumento do nível de tensão. As fissuras na matriz e zona de transição na interface acabam por se agrupar, normalmente, uma superfície de ruptura se desenvolve cerca de 20° a 30° a partir da direção da carga, o que pode ser observado na Figura 1.

Figura 1 – Ruptura típica do concreto sob o carregamento a compressão



Fonte: Mehta e Monteiro (2008, p.53).

Os fatores que podem afetar a resistência do concreto estão relacionados com as propriedades e proporções dos materiais que formam o traço do concreto, o grau de compactação e também as condições de cura, porém, sem dúvida o que mais afeta a resistência do concreto é a relação água/cimento e porosidade. Independente dos outros fatores, a porosidade afeta a matriz da argamassa de cimento e na zona de transição da interface entre a matriz e o agregado graúdo.

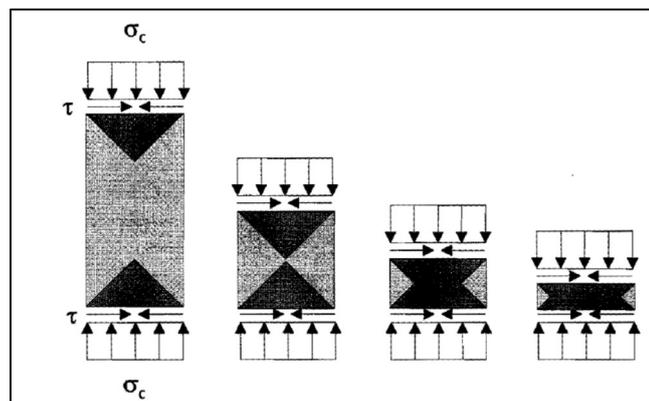
O efeito de escala também é um fenômeno caracterizado pela mudança no comportamento estrutural quando ocorrem variações dimensionais. Este fenômeno pode causar mudanças nas tensões, deformações e resistência à fadiga do material, assumindo assim que esses parâmetros diminuem com o aumento do tamanho da estrutura.

Conforme Di Luzio et al. (2009) o problema do efeito de escala é de extrema importância para materiais quase frágeis, já que estes possuem uma microestrutura desordenada exibindo assim uma localização de dano, os quais são incapazes de apresentar deformações plásticas e por possuírem um processo de zona de fratura não negligenciável em comparação com o tamanho da estrutura característica.

2.2 Efeito da compressão uniaxial no concreto para diferentes alturas dos corpos de prova

Diversos autores citados por Van Geel (1998) têm estudado o efeito da compressão uniaxial do concreto. Entre eles Vonk (1992), Mansur et al. (1995), Choi et al. (1996) e Van Mier et al. (1997), comprovam que, a resistência à compressão uniaxial, diminui com o aumento da altura do corpo de prova. Na Figura 2 é apresentado um esquema da influência da altura do corpo de prova em relação à compressão uniaxial.

Figura 2 - A influência da altura do corpo de prova em relação a compressão uniaxial



Fonte: Van Mier e Van Vliet (1996, p.202).

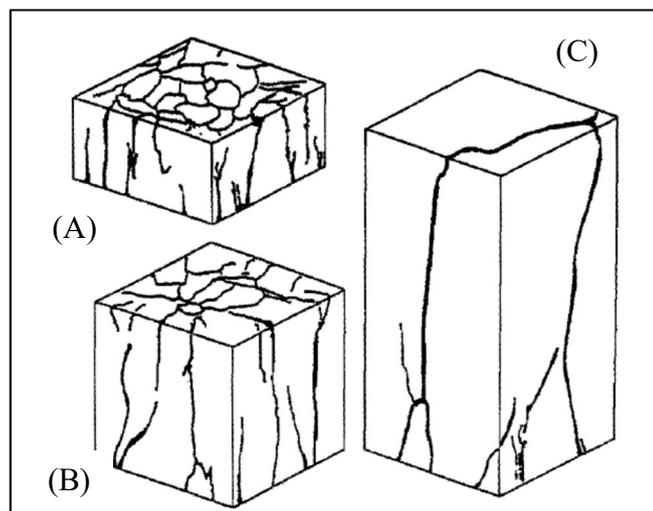
Van Mier et al. (1997) cita que o comportamento do concreto é dependente do histórico de danos, ou seja, aquilo que já está presente nele, como as rachaduras que podem ser vistas a olho nu. Isto se dá pela direção da tensão principal, pois com o primeiro carregamento as rachaduras, que estão situadas em qualquer direção se propagaram facilmente, até a ruptura, percebendo assim que a tensão principal chegou ao seu máximo. Já em conjunto, pode-se dizer que o concreto sofreu grandes variações com o aumento da carga, pois assim há vários caminhos que dão a ruptura de forma acelerada, conseqüentemente o concreto irá se deformar mais.

Van Geel (1998) realizou ensaios de compressão uniaxial para verificar o critério de falha do concreto. Para obter satisfatoriamente os resultados, optou-se em realizar experimentalmente e usar o programa de elementos finitos, conhecido como FEMMMASSE.

Primeiramente definiu-se que os concretos atingissem resistências de 55 MPa e de 80 MPa, ambos com tamanho máximo de agregado de 8 mm. Foram realizados ensaios com CP's de três alturas diferente, sendo estes de 50 mm (Figura 3 A), 100 mm (Figura 3 B) e 200 mm (Figura 3 C), todos os CP's tinham formato prismático.

Na Figura 3 A, percebe-se que o cubo de 50mm é o mais deformado e conforme aumenta a altura, ocorre uma deformação localizada, ou seja, deforma-se apenas em alguns pontos. Isto ocorre devido a energia de fratura, pois assim se está aumentando a área do CP.

Figura 3 - Amostras de concreto sob o carregamento de compressão uniaxial

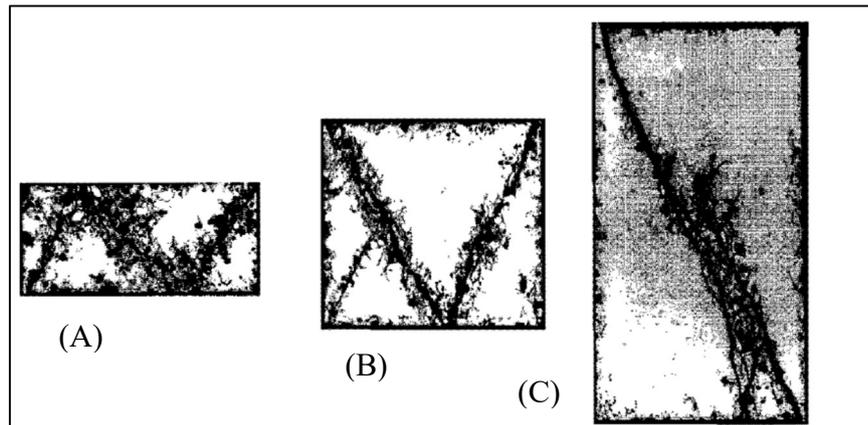


Fonte: Adaptado de Van Geel (1998, p.38).

Van Geel (1998) concluiu que o comportamento macroscópico do concreto de 80 MPa, para o concreto de 55MPa, não mudou significativamente, embora tenha-se uma grande variação nas curvas de tensão *versus* deformação, não houve diferença na forma de ruptura dos CP's de concreto. Já na Figura 4, observa-se que as amostras de 50 mm (Figura 4 A) e 100 mm

(Figura 4 B), rompem-se em blocos menores, os quais se formaram por fissuras de cisalhamento, tendo uma ou mais direção principal, enquanto para a amostra de 200 mm (Figura 4 C) de altura percebeu-se apenas uma fissura de cisalhamento, a qual obteve uma forma diagonal.

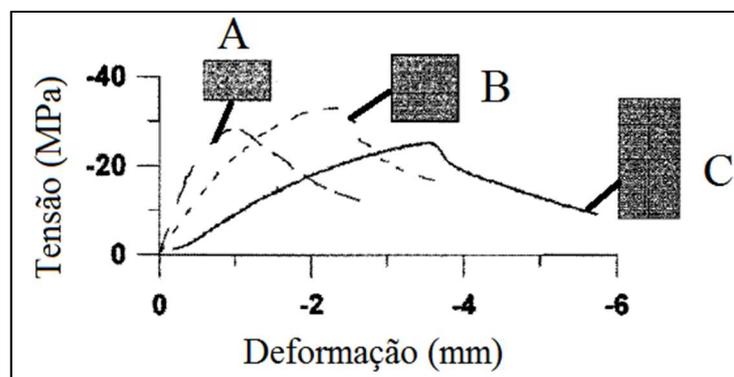
Figura 4 - Padrões macroscópicos de fissuras para diferentes tamanhos de amostras



Fonte: Adaptado de Van Geel (1998, p.50).

Percebeu-se também que nas amostras de 50 e 100 mm, a curva de tensão *versus* deformação (Figura 5 A e Figura 5 B) é menos acentuada durante o processo de ruptura, concluindo assim que várias fissuras macroscópicas são formadas e estas fissuras se dão em torno dos agregados, proporcionando assim um deslocamento lateral maior. Já para a amostra de 200 mm (Figura 5 C), as fissuras se dão através dos agregados, tornando assim um deslocamento lateral menor, desta maneira conclui-se que quanto menor a altura do CP, mais fissuras macroscópicas tendem a surgir.

Figura 5 – Curvas de tensão *versus* deformação



Fonte: Adaptado de Geel (1998, p.51).

Além disso, para os ensaios de compressão uniaxiais e multiaxiais com placas de teflon ou de aço sobre o carregamento do CP, a tensão máxima e a deformação aumentaram com o aumento do limite lateral, e a curva de tensão *versus* deformação se tornou menos acentuada. Isto ocorre pela influência da tensão triaxial nos CP's, pois o atrito entre o CP e o tipo de placa diminui no estado de tensão multiaxial.

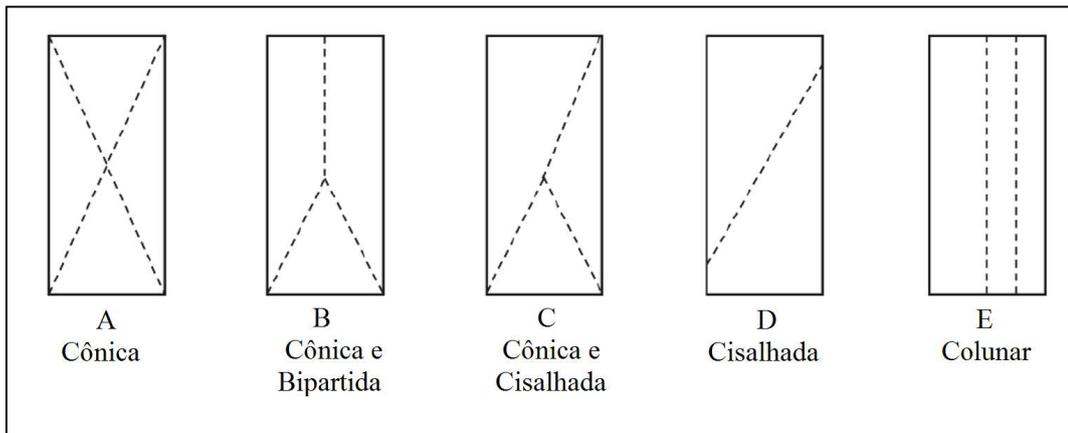
Van Geel (1998) também verificou que para a compressão multiaxial há uma deformação localizada, gerando assim várias fissuras macroscópicas. Estas fissuras macroscópicas começam a se formar rapidamente nos cantos dos CP's, assim que este atingir a tensão máxima. Todas as conclusões por Van Geel (1998) foram encontradas experimentalmente e numericamente, resultando assim em resultados aceitáveis.

Van Mier et al. (1997), verificou o efeito da restrição nas extremidades de corpos de prova prismáticos e cilíndricos, variando também a altura dos corpos de prova prismáticos para analisar a relação do comportamento mecânico. Para esta verificação o autor realizou ensaios com lubrificante nas interfaces entre a amostra e a prensa, com o objetivo de comparar os resultados dos corpos de prova que possuíssem fricção. Com este estudo Van Mier et al. (1997), conclui que quando utiliza-se lubrificante nas interfaces entre a amostra e a prensa, com uma variação de esbeltez nos corpos de prova a resistência a compressão final não muda significativamente. Já considerando uma fricção, ou seja, uma placa de aço colada nas extremidades do corpo de prova a resistência a compressão aumenta significativamente com a diminuição da esbeltez do corpo de prova.

Segundo Bezerra (2016) existem vários fatores importantes que afetam a avaliação da resistência que o material pode suportar, como: taxa de estresse; relação altura-base; defeitos relacionados à superfície dos espécimes, tais como: planeza, paralelismo e horizontalidade das faces de contato; também defeitos relacionados ao contato, como: fricção e rugosidade entre espécimes e superfícies da máquina.

Leonhardt e Mönnig (1977) verificaram que para carregamento a compressão axial em corpos de prova cilíndricos a falha ocorre em forma de ampulheta, devido a propagação direta de rachaduras orientadas a 45° em relação à direção da carga. Sabe-se que este tipo de falha ocorre apenas em cilindros, quando se muda a geometria da amostra em análise o comportamento é totalmente diferente. Na NBR 5739 (2007) pode-se verificar cinco maneiras de falha em corpos de prova cilíndricos, os quais encontram-se na Figura 6. Leonhardt e Mönnig (1977) concluíram que tanto para os ensaios estrangeiros como os brasileiros a forma de ruptura em corpos de prova cilíndricos é praticamente a mesma.

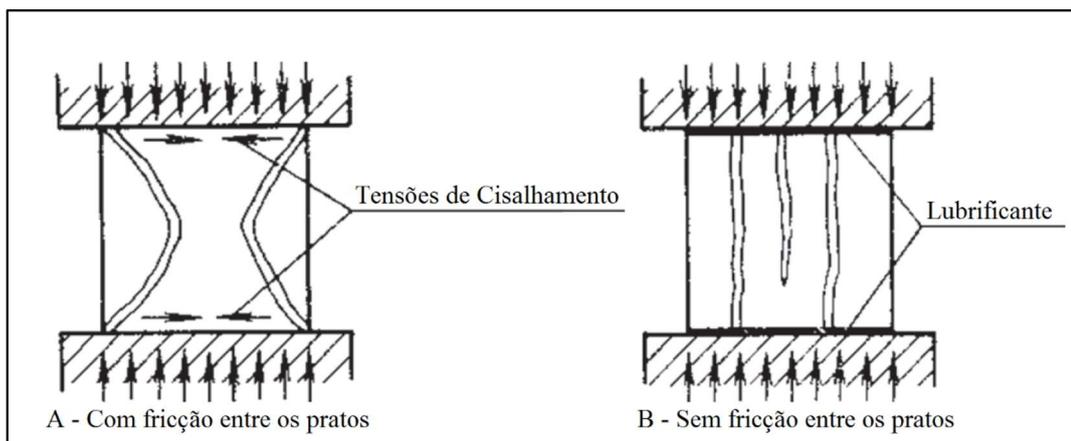
Figura 6 – Tipos de ruptura em corpos de prova cilíndricos



Fonte: Adaptado norma NBR 5739 (2007)

Sigalov e Baykov (1986), analisaram em prismas de concreto a ruptura dos corpos de prova submetidos aos esforços de compressão, considerando apenas fricção entre o prato da máquina e a amostra e também com a utilização de lubrificante entre o corpo de prova e os pratos da máquina. Os modos de ruptura encontrados por eles estão apresentados na Figura 7. Os autores concluíram que a forma de ruptura do corpo de prova se justifica pelo atrito entre o corpo de prova e a prensa. As tensões de cisalhamento que surgem na interface entre os corpos de prova e prensa influenciam diretamente na resistência máxima. Na Figura 7 A, pode-se observar a distribuição de tensão e o modo de ruptura com fricção entre os pratos, enquanto na Figura 7 B, encontra-se também o modo de ruptura, porém através de lubrificante.

Figura 7 – Tipos de ruptura em prismas de concreto

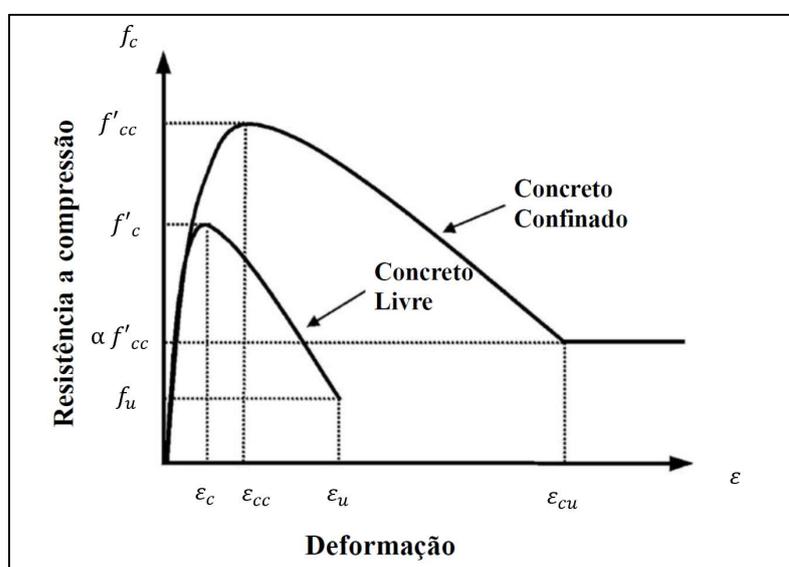


Fonte: Adaptado de Sigalov e Baykov (1986)

2.3 Variação da tensão versus deformação para o concreto confinado e não confinado em ensaios experimentais

De acordo com Susantha et al. (2001) foi Popovics (1973) que definiu o comportamento do concreto confinado e não confinado, o qual foi atualizado por Mander (1988). Através da Figura 8, observa-se o comportamento das curvas de tensão versus deformação para o concreto confinado e não confinado. Para este caso o concreto está confinado triaxialmente por um cilindro de aço.

Figura 8 - Curvas de tensão versus deformação, para o concreto confinado e não confinado



Fonte: Adaptado de Susantha et al. (2001).

Para as abreviaturas da Figura 8 tem-se que: f'_c é a resistência máxima do concreto não confinado, f'_{cc} é a resistência máxima do concreto confinado; ϵ_c é a deformação máxima do concreto não confinado, ϵ_{cc} é deformação máxima do concreto confinado, ϵ_u é a deformação final do concreto não confinado, f_u é a resistência final do concreto não confinado, ϵ_{cu} é a deformação final do concreto confinado e $\alpha f'_{cc}$ é a resistência residual do concreto confinado a uma tensão muito alta.

Susantha et al. (2001) verificaram para diferentes tipos de formas o confinamento e o não confinamento do concreto. Estes tipos eram circulares, caixas e octogonais. Identificou-se que o confinamento mais alto foi encontrado nas formas circulares, enquanto o mais baixo estava nas formas quadradas. Também se verificou que o comportamento pós-pico é dependente de vários parâmetros, como: relação da largura e espessura do corpo de prova, raio e espessura, e resistência do concreto e aço usados no ensaio.

Imaran e Pantazopoulou (1996) caracterizaram o comportamento do concreto em estados multiaxiais de carregamento, verificaram também o efeito dos vazios sobre o comportamento mecânico do concreto, também foi considerado o teor de água do concreto no momento do ensaio, o nível de pressão de confinamento lateral e o tipo de carregamento aplicado sobre o corpo de prova.

Com base nas evidências experimentais Imaran e Pantazopoulou (1996) concluíram que:

- A falha dos corpos de provas submetidos ao carregamento uniaxial, foi marcada por expansão volumétrica, ou seja, a taxa de aumento da deformação foi maior para concretos de maior resistência;

- Observaram que para os corpos de prova de concreto saturado, apresentam-se menor resistência do que os corpos de prova secos do mesmo lote. Isto é devido ao desenvolvimento da pressão de poros no concreto saturado, o que reduz a eficácia do confinamento da tensão lateral aplicada. Quanto menor o teor de umidade, maior será a resistência do concreto, este efeito de teor de umidade foi muito significativo para o concreto com maior relação água cimento;

- Comparando-se os resultados dos ensaios cíclicos e monotônicos, verificaram que o comportamento de deformação do concreto era dependente do caminho. Também se observaram que em níveis semelhantes de deformação axial impostos, os corpos de prova submetidos a carregamento cíclico tiveram expansão volumétrica maior dos que foram submetidos a carregamentos monotônicos. Isto indica que a natureza cíclica da carga promove acúmulo de danos em taxas mais rápidas do que a carga monotônica.

2.4 Breve histórico de simulações numéricas

De acordo com Lotti et al. (2006), foi Gauss que propôs o método dos elementos finitos, o qual teve sua origem no final do século XVIII, para solucionar problemas matemáticos. Durante mais de um século, diversos matemáticos desenvolveram teorias e técnicas analíticas, porém não se teve muito sucesso, devido às restrições algébricas daquela época. Por volta de 1950, com o surgimento da computação, conseguiu-se ter um avanço na tecnologia que permitiu a formação e resolução de sistemas de equações bem mais complexas.

Turne et al. (1956) apud Lotti et al. (2006) trabalharam em um projeto de aeronaves para a Boeing, ao qual usaram o método dos elementos finitos bem similar ao de Gauss. Em 1960, estes autores utilizaram o MEF, aplicando a diversas áreas, como: Engenharias, Medicina,

Odontologia e áreas semelhantes. Assim definiu-se o MEF como um método matemático, no qual um meio é capaz de se subdividir em elementos menores que mantêm as propriedades de quem os originou. E estes elementos são reproduzidos por equações diferenciais as quais são resolvidas por iteração numérica para que sejam obtidos os resultados desejados.

2.5 Variação da tensão versus deformação para o concreto confinado e não confinado em simulações numéricas

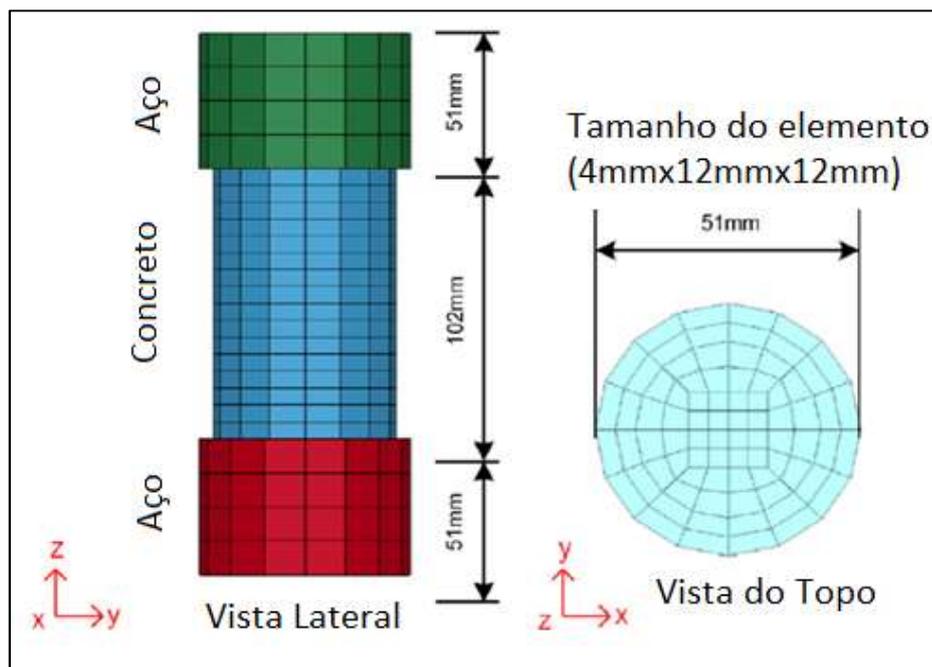
Donzé et al. (1999) salienta que o atrito entre a amostra e a cabeça da carga, bem como as dimensões longitudinais e transversais da amostra analisada são fatores influentes na taxa de deformação do concreto. Com base em estudos numéricos, Li e Meng (2003) mostraram que o atrito, não se reduz significativamente usando um lubrificante entre a amostra e a cabeça da carga, podendo assim causar aumentos substanciais de força que poderiam ser confundidos com os efeitos da taxa de deformação. Usando o mesmo modelo, eles também perceberam que a sensibilidade à taxa de deformação depende fortemente do efeito de confinamento introduzido pelos efeitos laterais da amostra analisada.

Logo Cotsovos e Pavlovic (2005) através de simulações numéricas, sugerem que o efeito da taxa de deformação do concreto é realmente dependente dos efeitos longitudinais e transversais produzidos na amostra ensaiada. Donzé et al. (1999) encontrou resultados parecidos com Cotsovos e Pavlovic (2005), através de simulações numéricas por meio de elementos discretos.

Para validar o modelo D-P modificado, Kim et al. (2010) realizaram simulações numéricas em cilindros de concreto, aplicando várias pressões de confinamento a uma carga de compressão. O modelo de simulação que eles utilizaram para o teste está apresentado na Figura 9. Os dispositivos de carregamento são simulados usando placas de aço, que são colocados na parte superior e inferior do concreto. Kim et al. (2010) selecionaram dados experimentais de Candappa et al. (1999, 2001) para fins de comparação de resultados.

Sabe-se que a diferença mais importante no comportamento do concreto ou da argamassa em comparação com o metal é a sua dependência da pressão lateral, pois a força e a tenacidade do concreto e da argamassa aumentam com a pressão de confinamento lateral.

Figura 9 – Modelo de simulação D-P modificado



Fonte: Adaptado de Kim et al. (2010)

Comparando os resultados obtidos simulados com os resultados experimentais de Candappa et al. (1999, 2001) Kim et al. (2010) perceberam que as curvas de tensão versus deformação existem algumas diferenças, especialmente no pós-pico, os níveis de confinamento são mais altos, para as simulações. No entanto, concluiu-se que o modelo usado para as simulações precisa ser razoavelmente aprimorado, em relação à força associada ao confinamento. Na Figura 10 a) estão apresentados os resultados experimentais encontrados por Candappa et al. (1999, 2001) e na Figura 10 b) os resultados encontrados por simulações numéricas por Kim et al. (2010).

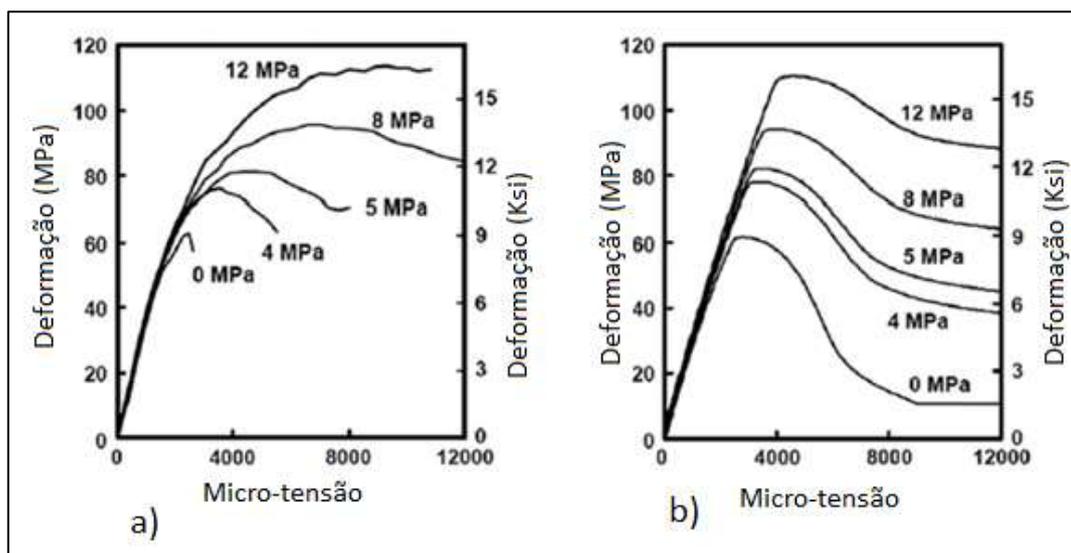
Kim et al. (2010) aprimoraram as simulações computacionais de duas configurações de Split Hopkinson Pressure Bar (SHPB) do inglês, que significa ensaio de tração por compressão diametral dinâmico com a barra de Hopkinson, onde foram criados e exercitados para criticar a técnica SHPB e investigar o efeito dos vários parâmetros influentes na alta taxa de deformação do concreto sob ao carregamento de compressão. Com os dois modelos aprimorados os autores perceberam que:

- Para os resultados numéricos com as restrições nas faces do carregamento houve uma grande influência na taxa de deformação, para as amostras consideradas.

- Também quando comparando os métodos de D-P que depende da pressão confinante perceberam que o alto carregamento da taxa de deformação nas amostras de concreto, cria um efeito significativo de intensidade dinâmica que pode ser atribuído a dois fatores, os quais são:

primeiro que as restrições nas faces do carregamento e os efeitos de confinamentos laterais, criam efeitos de confinamento em toda a amostra ensaiada. E em segundo, a natureza da pressão que se está carregando na argamassa ou concreto gera o efeito de confinamento, como um aumento na resistência a compressão.

Figura 10 – Gráfico de tensão versus deformação para vários níveis de confinamento, para concreto de 60 MPa



Fonte: Adaptado de Kim et al. (2010)

Hsu (1963) e Shah e Chandra (1968) já analisaram e perceberam que um número considerável de fissuras pode ser observado em uma amostra de concreto não ensaiada. Estas fissuras estão introduzidas principalmente pelo encolhimento do concreto e se concentram mais nas interfaces da amostra, entre a pasta de cimento endurecida e do agregado.

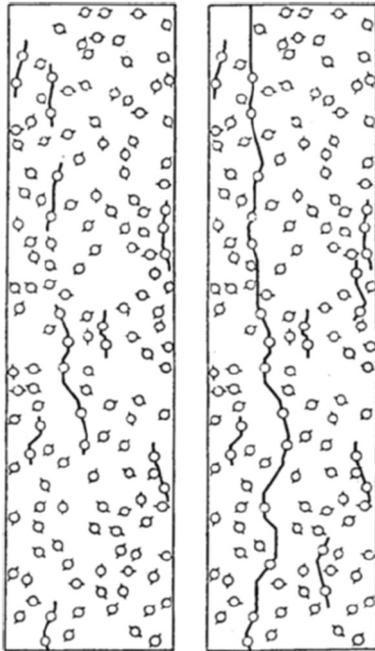
Hus et al. (1963) apresentam que as fissuras maiores começam a acontecer quando 70% da carga máxima é aplicada sobre a amostra. Essas fissuras tendem a se espalhar na direção paralela da carga aplicada ou podem ocorrer de forma inclinada, esta diferença de forma ocorre pelo material analisado, pela altura da amostra ou também se a amostra está restrita nas faces do carregamento.

Zaitsev e Wittmann (1981) simularam modelos bidimensionais usando o método de Monte-Carlo para investigar a estrutura do concreto com a inclusão de poros distribuídos aleatoriamente, para assim conseguir entender melhor o caminho das fissuras, foi realizado simulações para três diferentes tipos de concreto.

Nas Figuras 11, 12, 13 e 14, estão apresentados os resultados que os autores encontraram para os seus experimentos. A Figura 11 corresponde a uma simulação de uma argamassa de

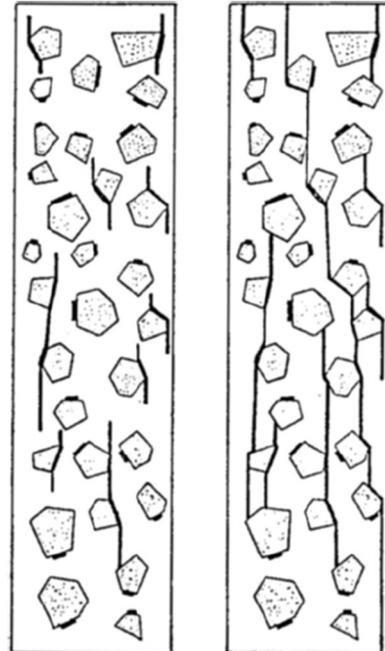
cimento endurecida, com um aumento uniforme da carga. Na Figura 12 são apresentadas as fissuras para um concreto normal, com níveis de carga diferente, percebendo que as fissuras se dão em torno dos agregados. Já na Figura 13 são apresentadas as fissuras para um concreto de alta resistência, com níveis de carga diferente, percebendo que algumas fissuras penetraram em alguns agregados. Na Figura 14 são apresentadas as fissuras para um concreto com agregado leve e com níveis de carga diferente. Verifica-se que as fissuras penetram em todos os agregados leves.

Figura 11 – Fissuras na argamassa, com aumento de carga



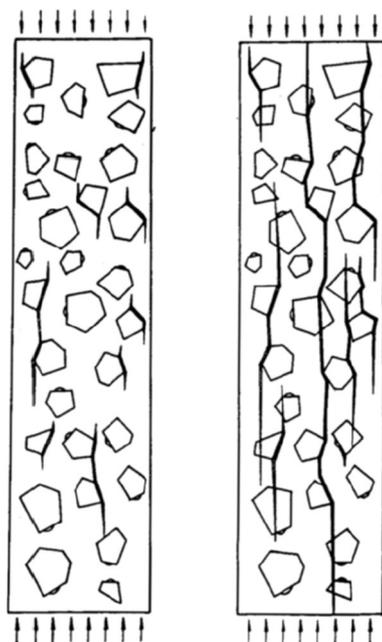
Fonte: Zaitsev e Wittmann (1981, p. 362)

Figura 12 – Fissuras em concreto normal, com aumento de carga



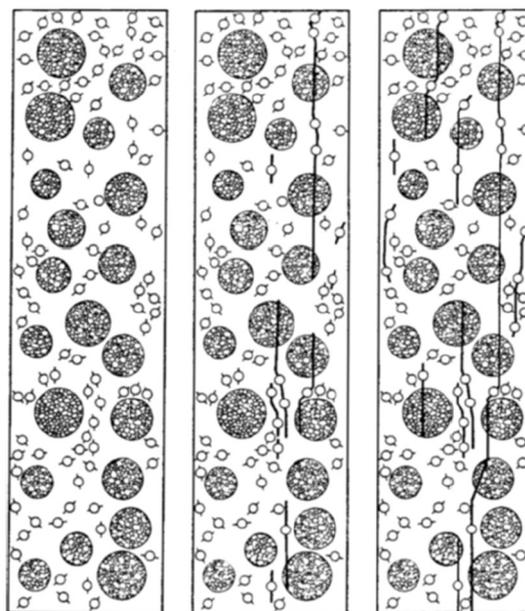
Fonte: Zaitsev e Wittmann (1981, p. 362)

Figura 13 – Fissuras em concreto de alta resistência, com aumento de carga



Fonte: Zaitsev e Wittmann (1981, p. 362)

Figura 14 – Fissuras em concreto leve, com aumento de carga



Fonte: Zaitsev e Wittmann (1981, p. 363)

Zaitsev e Wittmann (1981) concluíram que: na medida em que a carga é aumentada as fissuras mais críticas se propagam mais facilmente, o que já era sabido e também perceberam que para o concreto normal as fissuras não penetram os agregados e tornam-se fissuras inclinadas.

2.6 Correlação de imagens

Correlação de imagem digital (DIC) é uma técnica sem contato direto com o objeto a ser estudado o qual permite uma análise de deslocamentos e tensões através de um algoritmo de correlação de imagem. Este método foi desenvolvido e aplicado por Sutton (1988) e Bruck et al. (1998). As aplicações incluem medidas de deformação microscópica em embalagens eletrônicas, como avaliação da tensão térmica nas junta de solda (LU, YEH & WYATT, 1998).

Para realizar as correlações de imagem digital, é utilizado o software Gom Correlate, por possuir a vantagem de ser uma técnica simples e possuir detecção direta. De acordo com Hung e Volosuhin (2003) o método de correlação digital, oferece indicações quantitativas e qualitativas de informações sobre o movimento no campo completo de deformação, ou seja, este método baseia-se no princípio da comparação da imagem de referência e imagens deformadas gravadas por uma câmera, as quais são digitalizadas e armazenadas em um disco rígido do computador para análises.

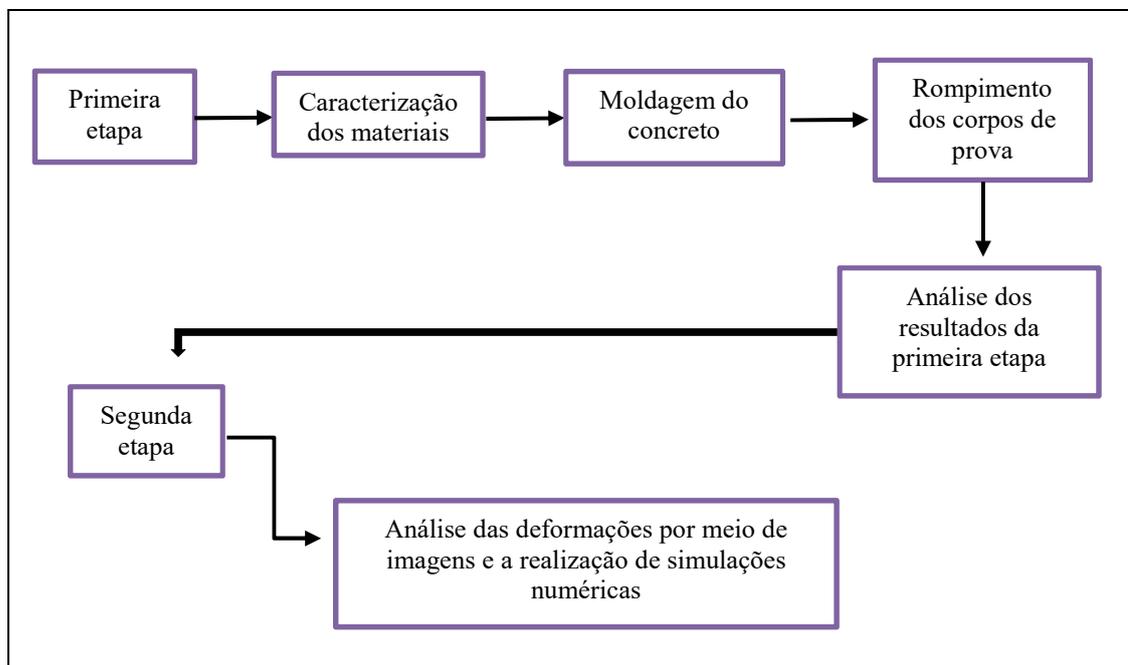
Segundo Yoneyama e Murasawa (2009), ainda existem muitos obstáculos inerentes à esta técnica, como em regiões de borda e em regiões de deformações excessivas após o surgimento de fissuras.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

Neste capítulo serão apresentados todos os materiais e métodos a serem realizados para o andamento deste trabalho. Este estudo consiste em duas etapas sequentes: a primeira etapa em laboratório com moldagens e rompimento dos corpos de prova, juntamente com a correlação de imagem digital e a segunda etapa em simulações numéricas.

A Figura 15 indica a esquematização dos procedimentos metodológicos que serão realizados para atingir os objetivos propostos.

Figura 15 – Sequência dos procedimentos metodológicos



Fonte: Elaboração própria.

3.1 Primeira etapa

Os materiais utilizados para a obtenção do concreto foram: brita 1, areia, cimento CPV ARI, aditivo superplastificante e água.

Os ensaios realizados neste trabalho, tem o intuito de analisar as propriedades dos materiais citados acima. A moldagem e cura do concreto, foram desenvolvidos de acordo com os procedimentos normativos da Associação Brasileira de Normas Técnicas (ABNT).

3.1.1 Brita 1

A brita 1 apresentada na Figura 16, foi utilizada nessa pesquisa a mesma foi obtida de doação da Pedreira Pedra Rosada, localizada próxima a BR-290, no município de Alegrete- RS.

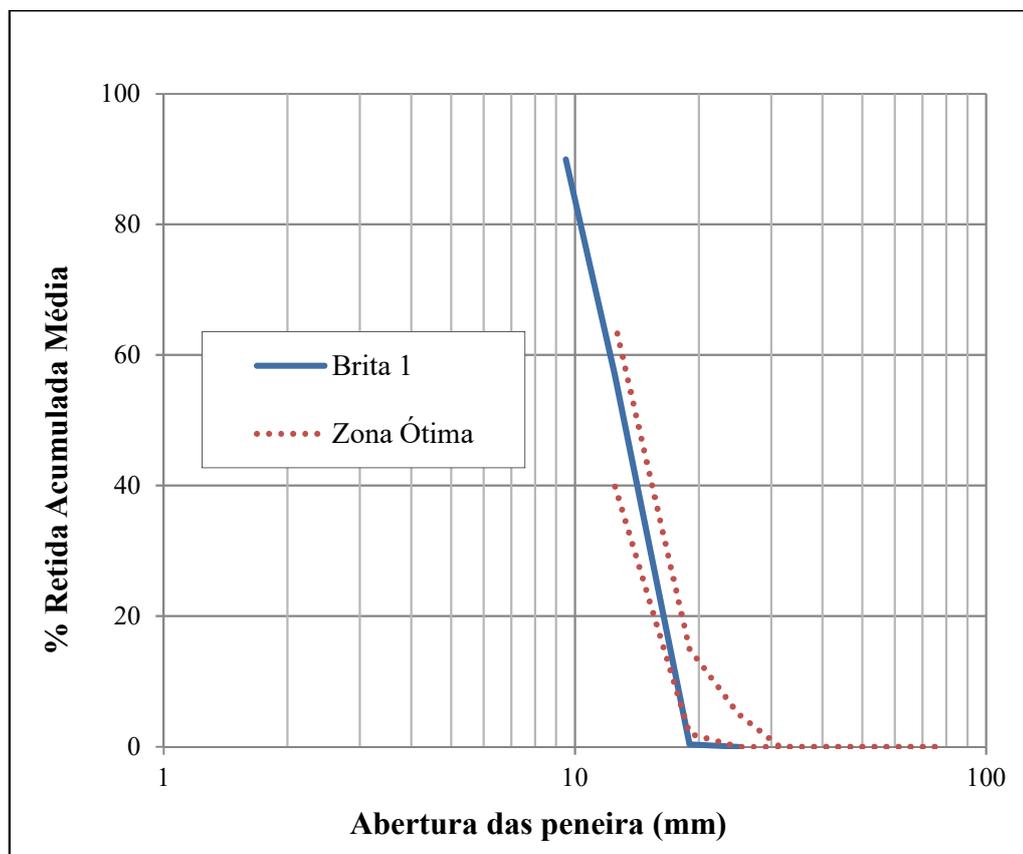
Figura 16 – Brita 1 utilizada no presente estudo



Fonte: Elaboração própria.

Através do ensaio granulométrico da NBR NM 248:2001, obteve-se a curva granulométrica da brita 1, com os dados encontrados e com a NBR 7211:2009, foi feita a curva granulométrica com os limites. Na Figura 17 pode-se observar os resultados encontrados.

Figura 17 – Curva Granulométrica da Brita 1



Fonte: Elaboração própria.

Através da NBR 53:2006 e da NBR NM 45:2006, obteve-se a massa específica, massa específica aparente, absorção de água, massa unitária solta, massa unitária compactada e o índice de vazios. Para cada verificação, foi realizado três ensaios e gerado a média. Os resultados dos ensaios podem ser observados na Tabela 1.

Tabela 1 – Caracterização da brita 1

Massa específica (g/cm ³)	2,77
Massa específica aparente (g/cm ³)	2,87
Absorção de água (%)	1,94
Massa unitária compactada (g/cm ³)	1,54
Índice do volume de vazios no estado compactado (%)	44,48
Massa unitária solta (g/cm ³)	1,47
Índice do volume de vazios no estado solto (%)	46,82
Dimensão máxima característica (mm)	19
Módulo de finura (%)	6,98

Fonte: Elaboração própria.

3.1.2 Areia

A areia, utilizada nesta pesquisa foi obtida da cidade de Manoel Viana-RS. Na Figura 18 pode-se observar a areia usada para a realização dos ensaios.

Figura 18 – Areia utilizada

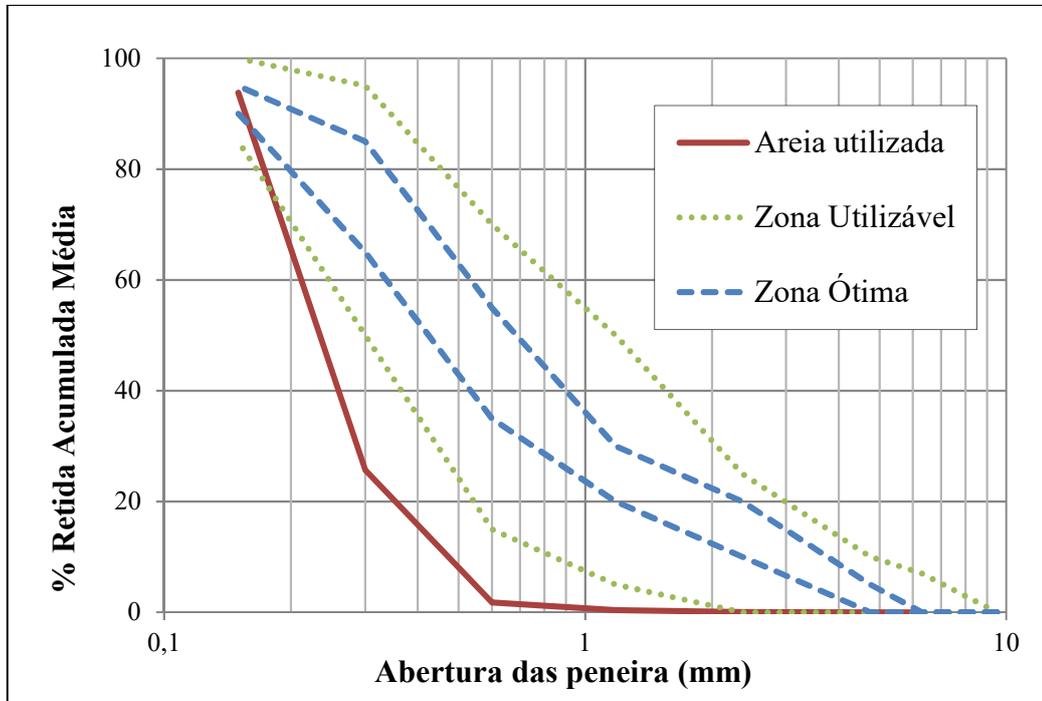


Fonte: Elaboração própria

Da mesma forma que foi realizada a granulometria para a brita 1, foi realizada para a areia. Na Figura 19, pode ser observado a curva granulométrica encontrada com os limites

estabelecidos pela NBR 7211:2009. Com os limites estabelecidos para areia, observou-se que a areia se enquadrou muito abaixo dos limites, concluindo assim que é uma areia muito fina.

Figura 19 – Curva Granulométrica da areia



Fonte: Elaboração própria

Através da NBR 52:2006 e da NBR NM 45:2006, obteve-se a massa específica, massa unitária solta, massa unitária compactada e o índice de vazios. Para cada tipo de ensaio foi realizado três ensaios e gerado a média. Os resultados dos ensaios da areia podem ser observados na Tabela 2.

Tabela 2 – Caracterização da areia

Massa específica (g/cm ³)	2,65
Massa unitária compactada (g/cm ³)	1,61
Índice do volume de vazios no estado compactado (%)	39,18
Massa unitária solta (g/cm ³)	1,49
Índice do volume de vazios no estado solto (%)	43,83
Dimensão máxima característica (mm)	0,60
Módulo de finura (%)	2,15

Fonte: Elaboração própria

3.1.3 Cimento

Para a confecção do concreto foi utilizado o cimento CP IV ARI, doado da empresa Pré-Moldados, da cidade de Rosário do Sul-RS. Os dados de caracterização e composição do cimento não foram fornecidos pela empresa.

3.1.4 Aditivo Superplastificante

Foi utilizado aditivo superplastificante da empresa MC - Bauchemie Brasil Indústria e Comercio Ltda, da cidade de Tijuco Preto-SP. O superplastificante usado para a dosagem do concreto é do lote 144, sendo a base de polímeros policarboxilatos, com densidade de 1,05 (g/cm³) e teores de cloretos e álcalis menor que 0,1. Estes dados foram fornecidos pelo fabricante.

3.1.5 Água

A água utilizada para a produção do concreto na presente pesquisa, foi obtida pela rede pública através da concessionária local, sendo a mesma potável e tratada, sem agentes agressivos ou contaminações.

3.1.6 Moldagem do concreto

O estudo proposto se deu com o intuito de utilizar um concreto com resistência a compressão de 50 MPa.

Para atingir a resistência de 50MPa, utilizou-se o fator água/cimento de 0,44, com o traço de: 46,18 % de brita, 15,22% de areia do tipo 1, 18,60% de areia do tipo 2 e 20% de cimento, e, ainda foi adicionado 0,05% de superplastificante. Este traço foi obtido de uma construção de um edifício localizado no município de Santa Maria RS.

Para confeccionar os prismas e cilindros foram necessárias três moldagens em três dias diferentes, devido ao número reduzido de moldes. Os corpos de prova cilíndricos possuem dimensões de 10x20 para o ensaio de compressão simples e os corpos de prova prismas dimensões de 10x10x40.

Conforme a NBR 5738:2016, foi realizado a moldagem e cura dos corpos de prova cilíndricos e prismáticos do concreto. Nas Figura 20, pode ser observada a mistura dos constituintes do concreto usada para a presente pesquisa.

Figura 20 – Mistura dos constituintes do concreto



Fonte: Elaboração própria

Durante a produção do concreto foi verificado o seu abatimento por meio do ensaio slump test, o valor obtido foi de 8 a 10cm. Na Figura 21 pode ser observado o ensaio do slump test, já na Figura 22 pode ser observado a moldagem dos corpos de prova.

Figura 21 – Ensaio slump test



Fonte: Elaboração própria

Figura 22 – Moldagem dos corpos de provas



Fonte: Elaboração própria

Após um dia da moldagem, foram desmoldados os corpos de prova e os mesmos permaneceram em câmara úmida. Decorrido 14 dias de cura os corpos de prova foram cortados e lixados nas alturas necessárias para realizar o ensaio a compressão. Aos 28 dias foram realizados os ensaios de compressão dos corpos de provas.

Estes prismas foram cortados e lixados para permitir os ensaios nas seguintes condições:

- Faces do carregamento presa: 5x10x10 cm, 10x10x10 cm, 20x10x10 cm e 40x10x10 cm.

- Face do carregamento livre: 5x10x10 cm, 10x10x10 cm, 20x10x10 cm e 40x10x10 cm.

Ensaaiaram-se de 8 a 9 prismas de concreto em cada situação para os três dias de moldagem. Para as faces do carregamento presa coloca-se uma placa de aço de 2 mm de espessura (Figura 23), já para as faces do carregamento livre foi colocado graxa nas faces dos corpos de prova (Figura 24).

Figura 23 – Corpos de provas presos nas faces do carregamento



Fonte: Elaboração própria

Figura 24 – Corpos de provas livres nas faces do carregamento



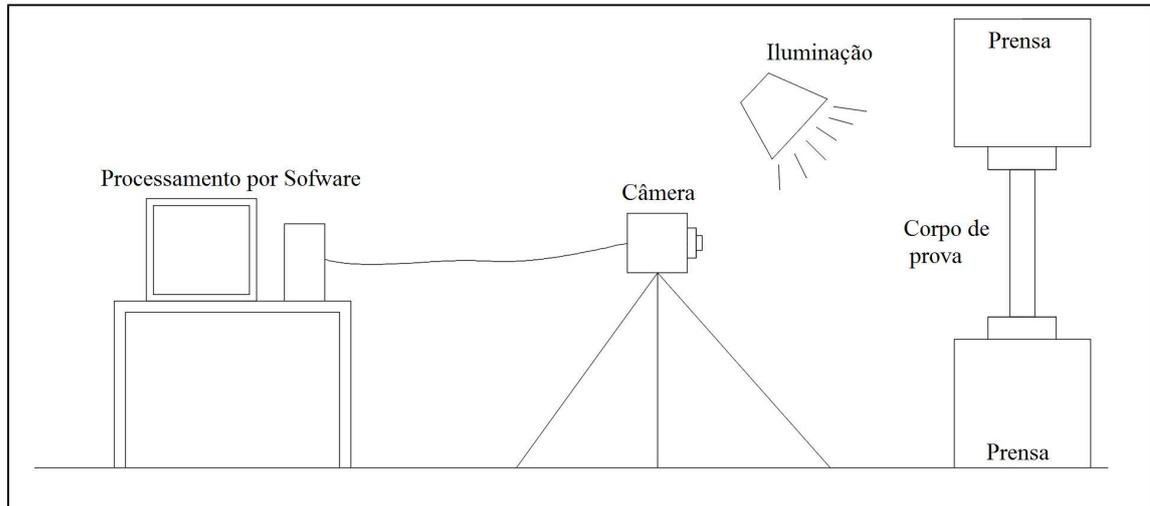
Fonte: Elaboração própria

3.2 Correlação de imagens

Para o método de correlação de imagens digital (DIC) deve-se primeiramente captar imagens em forma de vídeo ou fotografia do material estudado através do uso de uma câmera

fotográfica com alta resolução, para conseguir uma maior quantidade de pixels. Na Figura 25 pode-se observar um esquema simplificado da instalação dos equipamentos os quais, utilizam-se para a captação das imagens.

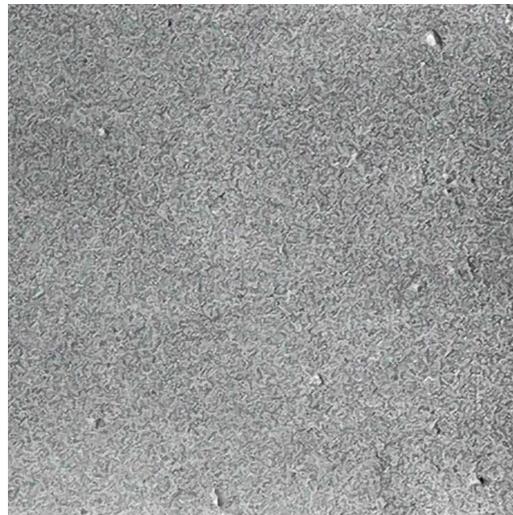
Figura 25 – Esquema simplificado da instalação dos equipamentos



Fonte: Elaboração própria

Para não ocorrer variação na luminosidade do ambiente no corpo de prova durante o ensaio, é essencial utilizar uma iluminação com direção direta ao corpo de prova. Para conseguir uma boa resolução é necessário que a face do objeto a ser analisada esteja lisa e de cor fosca. Por isso é necessário passar uma de mão de tinta branca, por exemplo, e criar pontos preto com spray fosco, como é mostrado na Figura 26.

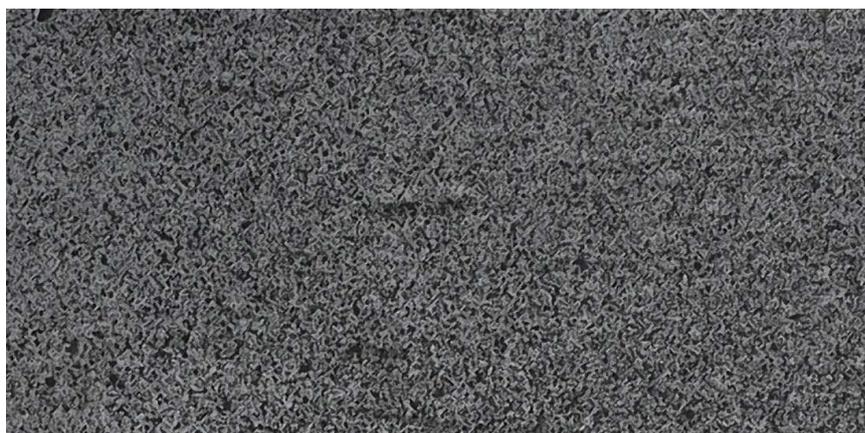
Figura 26 – Superfície da amostra ensaiada



Fonte: Elaboração própria

Após a filmagem foi separado em frames por meio do software “FreeVideotoJPG converter” e as imagens foram importadas no software “Gom Correlate”. Na Figura 27, pode-se observar a resolução de uma imagem no software.

Figura 27 – Resolução de uma imagem no software



Fonte: Elaboração própria

As imagens foram importadas no “Gom Correlate”, através de imagens de deformação, em seguida foram criadas componentes de superfície em relação ao corpo de prova ensaiado, também foi definida uma escala ao desenho para após serem construídas distâncias entre dois pontos dos corpos de prova. Estas distâncias foram obtidas captando pontos exatamente nas extremidades dos corpos de prova na vertical, onde possuíam os LVDTs, para obter os dados de deformação no plano de carregamento a compressão da amostra. Em seguida comparam-se os resultados encontrados pela correlação de imagens com os LVDTs.

3.3 Segunda etapa

3.3.1 Simulações Numéricas

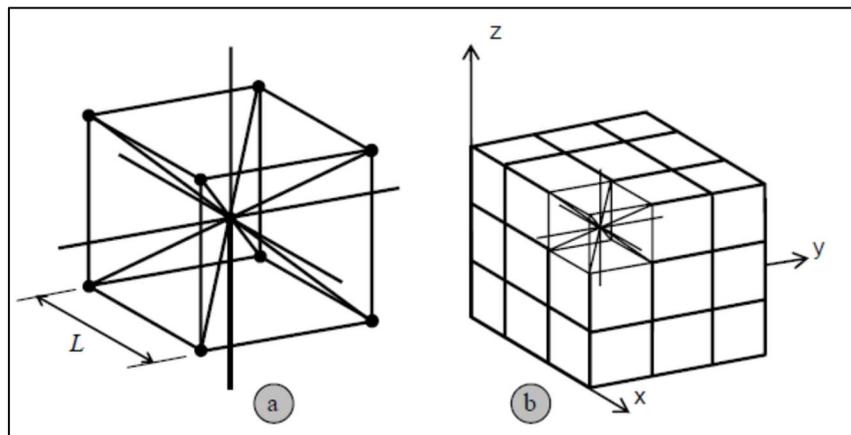
Com as propriedades do concreto encontradas através da primeira etapa, realiza-se a simulação numérica. Neste item do trabalho aborda-se o método da simulação que é utilizado na presente pesquisa.

3.3.2 Método dos elementos discretos formado por barras

O Método dos Elementos Discretos formado por barras (LDEM) representa um contínuo por intermédio de um arranjo espacial de barras com as massas concentradas nas pontas. (KOSTESKI, 2012).

Em 1978, Narfeh e Hezfy desenvolveram o Método dos elementos discretos, este método consiste em representar um sólido contínuo por meio de um módulo cúbico básico, o qual é composto por 20 elementos de barra e nove nós. Cada nó possui três graus de liberdade, os quais correspondem ao vetor de deslocamento referido a coordenadas cartesianas. Na Figura 28 é apresentada a configuração adotada para o presente trabalho.

Figura 28 - Discretização utilizada no DEM. a) modelo cúbico básico, b) geração do corpo prismático



Fonte: Kostascki (2012, p.37)

Para um material elástico isotrópico, a área da seção transversal do elemento longitudinal no modelo discreto equivalente, A_l , é representada pela equação 1.

$$A_l = \phi L^2 \quad \dots(1)$$

Onde L é o comprimento do lado, do módulo cúbico analisado. Aproximando este, a área dos elementos diagonais, A_d , a qual está apresentado na equação 2.

$$A_d = \frac{2}{3} \delta \phi L^2 \quad \dots(2)$$

Considerando um sólido isotrópico, o coeficiente ϕ está apresentado na equação 3 e o coeficiente δ na equação 4.

$$\phi = \frac{(9+8\delta)}{(18+24\delta)} \quad \dots(3)$$

$$\delta = 9\nu(4 - 8\nu) \quad \dots(4)$$

Em que ν é o coeficiente de Poisson do sólido. É importante observar que para $\nu = 0,25$ existe uma equivalência completa entre o modelo discreto e o contínuo isotrópico. Já para $\nu \neq 0,25$, aparecem pequenas diferenças nos termos de cisalhamento. Nos trabalhos de Nayfeh e Hefzy (1978) e Dalguer et al. (2001) podem ser encontrados todos os detalhes de cálculo da seção transversal equivalente por unidade de comprimento das barras longitudinais e diagonais das equações (1) e (2).

3.3.3 Modelo construtivo não-linear para dano de material

Maders et al. (2012) explica que este método leva em conta que a energia de fratura dissipada no processo de ruptura, estabelece como condição que a energia dissipada pela fratura do material contínuo e sua representação discreta sejam equivalentes. Desta forma a fratura de um modelo cúbico de dimensões $LxLxL$ (o qual é mostrado na Figura 29 a), terá uma ruptura paralela a uma de suas faces.

Já aplicando no módulo do DEM de dimensões $LxLxL$ a energia dissipada é dividida em duas partes, levando em conta a contribuição de cinco elementos longitudinais (quatro coincidentes com os eixos do módulo e um interno) e quatro elementos diagonais, Figura 29 b). Quando um elemento se quebra, geram-se áreas de fratura equivalentes, liberando assim energia de fratura, esta energia de fratura depende da área da fratura e da equação construtiva do material usado para a simulação.

definido como o módulo de elasticidade do material; A é a área da seção transversal desse elemento; L é o comprimento do módulo do DEM; A_l e A_d são as áreas dos elementos longitudinais e diagonais respectivamente obtidos através das equações 1 e 2. Estas áreas citadas estão relacionadas com a rigidez e a fratura equivalente em cada elemento. Estas duas áreas são funções da forma do módulo básico do DEM e do seu comprimento L . Mais detalhes sobre a energia de fratura e deformação limite podem ser encontrados no trabalho de Kosteski (2012).

Resumindo, para a área debaixo da curva força-deformação da Figura 30, o triângulo OAB representa a densidade de energia necessária para ocorrer fratura na barra do elemento. Para o ponto P na curva força-deformação a área do triângulo OPC representa a densidade de energia elástica armazenada no elemento. Enquanto, a área do triângulo OAP é a densidade de energia dissipada por fratura. Quando a densidade de energia dissipada por dano é igual à energia de fratura, o elemento vai ao colapso e perde sua capacidade de carga.

Na definição do DEM apresentada admite-se que a falha ocorrerá unicamente por tração. A premissa fundamental para levar em conta a fratura é que a área debaixo da curva força-deformação deve ser igual à densidade de energia necessária para fraturar barra. Quando o elemento for submetido a tensões de compressão o material se comporta como elástico linear, assim a falha sob compressão é induzida a tração indireta. Esta suposição é razoável para materiais quase frágeis para os quais a tensão última sob compressão uniaxial é usualmente de cinco a dez vezes maior que sob tração uniaxial, mais detalhes podem ser encontrados nos trabalhos de Kupfer e Gerstle (1973).

3.3.5 Inclusão do caráter aleatório

Conforme Rocha (1989), a aleatoriedade foi incluída nas propriedades do material. Pois assim é levado em conta as imperfeições ao tamanho do cubo elementar, em escala real.

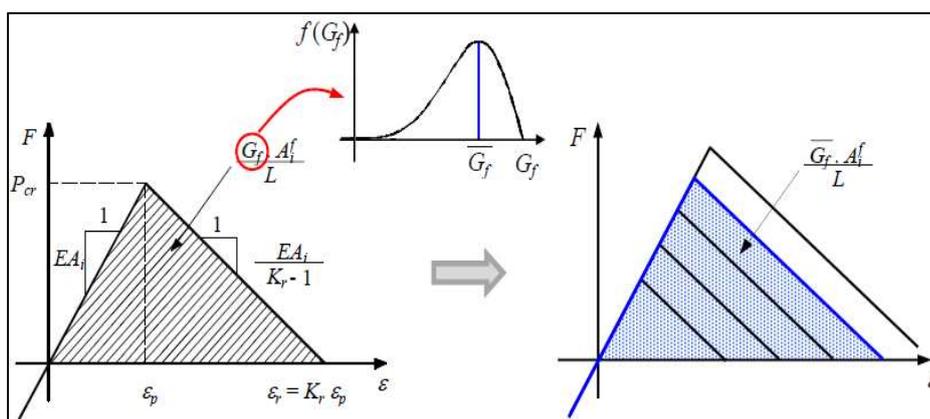
Rocha (1989) introduziu o aspecto aleatório considerando a tenacidade do material Gf , como uma variável aleatória, a qual é apresentada na equação 5, esta equação que admite para a mesma uma distribuição de probabilidades tipo Weibull.

$$W(Gf) = 1 - e^{-\left(\frac{Gf}{\beta}\right)^\gamma} \quad \dots(5)$$

onde β e γ são os parâmetros de escala e de forma, respectivamente.

O método de incorporação da aleatoriedade na energia específica de fratura G_f é mostrado na Figura 31. Essa energia, está relacionada com a área da RCE a qual tem uma variação espacial segundo uma distribuição tipo Weibull, o qual é mostrada na parte superior da figura. Logo, diferentes elementos terão diferentes RCE com forma similar, como mostrado também na Figura 31.

Figura 31 - Esquema da incorporação da aleatoriedade no DEM



Fonte: Adaptado de Kostaski (2012, p.54)

3.3.6 Implementação do DEM no ambiente *Abaqus/Explicit*

Para proporcionar flexibilidade na simulação de problemas com geometria e condições de contorno mais complexas, criar modelos mistos MED e o Método dos elementos finitos (MEF) pode ser uma solução vantajosa. Conforme Kostaski (2012) o software comercial *Abaqus* permite fazer o uso conjunto dos dois métodos, podendo implementar as características do DEM no ambiente *Abaqus*.

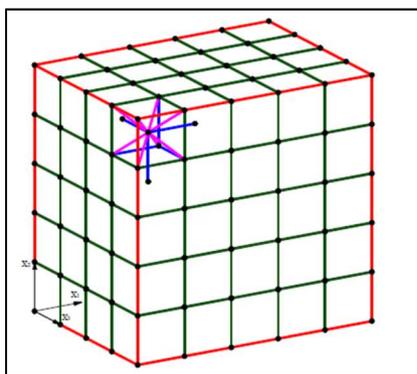
Quando se conhece a região crítica do material o uso de elementos formados em partes pelo MED e em partes pelo MEF é extremamente vantajoso, pois juntando os dois diminui-se assim os recursos computacionais reduzindo ainda mais o tempo necessário para rodar as simulações. Além disso, o MEF possibilita reproduzir elementos com geometrias variadas e complexas, o que com o MED não é possível devido a sua forma de contração dos modelos.

O software *Abaqus* é um dos programas comerciais de análise de elementos finitos, possibilitando soluções precisas. *Abaqus/Explicit* é um produto do ambiente *Abaqus* de análise de elementos finitos, que é particularmente bem adaptado para análise não-linear, transiente e dinâmico de sólidos ou de estruturas, utilizando integração explícita.

3.3.7 Modelagem da treliça espacial

A treliça espacial no Abaqus/Explicit é formada pela superposição de módulos básicos, utilizando elementos finitos de barras tridimensional com 2 nós (T3D2). No qual cada elemento encontra-se associado a uma seção e, a cada seção, atribui-se um tipo de material. Na disposição cúbica, implementada na presente formulação do DEM, podem ser identificados quatro tipos de seções diferentes, correspondentes a elementos colocados nas arestas (S^A), nas faces (S^C), internos (S^I) e diagonais (S^D), do modelo global, este esquema pode ser observado na Figura 32, onde as barras vermelhas são a representação das arestas, as verdes são as faces, as azuis são os elementos internos e já as roxas são os elementos diagonais, encontrados dentro do elemento.

Figura 32 - Cubo do LDEM mostrando as diferentes seções modeladas no *Abaqus/Explicit*



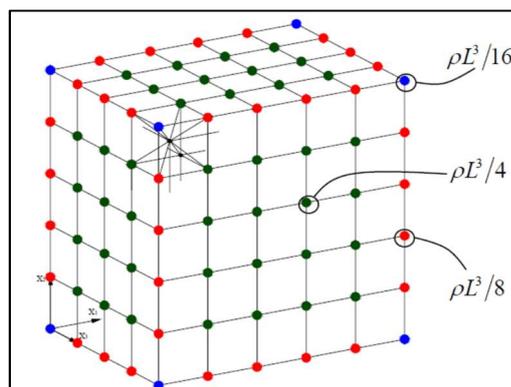
Fonte: Kostascki (2012, p.98)

3.3.8 Discretização das massas

A massa do corpo simulado no LDEM é discretizada e concentrada nos nós da treliça, onde o valor da mesma depende do volume de influência do nó, sendo que cada treliça possui um volume diferente. Considerando-se o modelo cúbico básico da Figura 28 a), observa-se que o volume do módulo (L^3) está contido ao nó central e o somatório da oitava parte dos nós dos vértices do módulo.

Para o módulo cúbico a massa deve ser igual a (ρL^3) , sendo que ρ é a massa específica do material. Desta maneira, para formar a massa de um módulo cúbico colaboram um nó central que aportará toda sua massa $(\rho L^3/2)$, e oitavas devidos aos nós dos vértices a $(8 \times \rho L^3/16)$. Conseqüentemente, os nós dos vértices azuis, das arestas em vermelho e das faces em verde, possuem um oitavo, um quarto e metade da massa do nó completo, respectivamente. O modelo é representado na Figura 33.

Figura 33 - Cubo modelado com o LDEM mostrando as massas discretizadas



Fonte: Kostaski (2012, p.99)

No entanto no *Abaqus/Explicit* não se pode colocar as massas unicamente concentradas nos nós, porque se teriam barras sem massas, o que geraria erros nos cálculos. Assim optou-se por colocar uma densidade de massas nas barras que sejam equivalentes as massas nodais do LDEM. Mais detalhes sobre este implemento, deduções e conclusões da discretização das massas podem ser encontrados em Kostaski (2012).

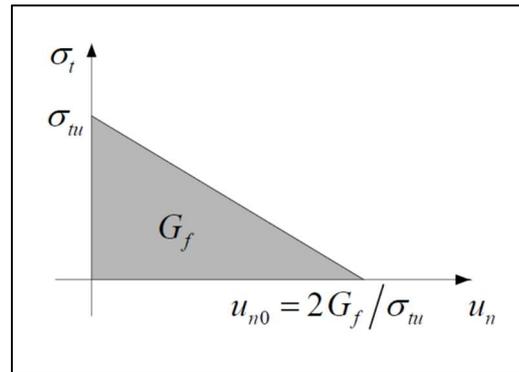
3.3.9 Introdução do modelo construtivo no *Abaqus/Explicit*

O modelo de ruptura para o concreto no *Abaqus/Explicit*, tem características similares a da lei constitutiva bilinear do LDEM. Podendo se destacar:

- O comportamento à compressão é sempre elástico linear;
- O comportamento antes de começar o dano é elástico linear;
- Podem-se remover os elementos quando eles forem totalmente danificados.

No *Abaqus/Explicit* é utilizado o modelo de fissuras distribuídas (smeared crack model) para representar descontinuidades do comportamento frágil no concreto. O critério de fratura se baseia no modelo de Hillerborg (1976), o qual usa a taxa de liberação de energia em Modo I, Gf como parâmetro de fratura. Na Figura 34, é mostrada a relação construtiva após a tensão máxima.

Figura 34 – Modelo de tensão pós-falha vs deslocamento vinculada à energia de fratura utilizado no *Abaqus/Explicit*



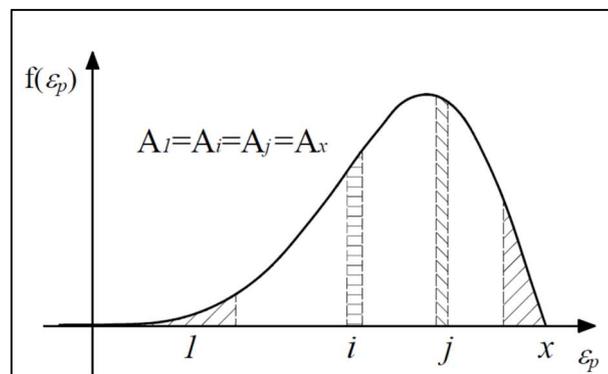
Fonte: Kostascki (2012, p.101)

3.3.10 Inclusão do caráter aleatório

Para definir aleatoriedade do material na implementação no *Abaqus/Explicit* optou-se por definir x conjuntos de propriedades associadas ao material, sendo que para cada conjunto serão quatro tipos de seções (seções correspondentes a elementos colocados nas arestas (S^A), nas faces (S^C), internos (S^I) e diagonais (S^D)).

Em seguida se divide a função de densidade de probabilidade de ε_p em x associados aos conjuntos de propriedades antes definidos, de modo que a probabilidade dentro destes seja a mesma, ou seja, que a área encerrada nestes intervalos seja constante e igual a $1/x$. Na Figura 35 é mostrada a função de densidade de probabilidade onde foram definidos intervalos com a mesma probabilidade de ocorrência x .

Figura 35 – Função de densidade de probabilidade



Fonte: Kostascki (2012, p.104)

A cada conjunto de propriedades associadas ao material se atribui o valor de ε_p médio de cada intervalo correspondente. A probabilidade que um valor de ε_p caia nestes intervalos é constante, já que todas as probabilidades (áreas na distribuição) são iguais. Para que um

elemento tenha uma propriedade aleatória basta sortear um número pertencente ao intervalo $[1; x]$ com distribuição de probabilidade uniforme, e atribuir esse material ao elemento.

4 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Neste capítulo são apresentados os resultados encontrados experimentalmente com uma breve análise estatística, correlação de imagem digital e a caracterização do modelo numérico utilizado para as simulações numéricas.

4.1 Ensaios Experimentais

No decorrer deste tópico são apresentados os resultados encontrados experimentalmente, através do ensaio de compressão axial para os corpos de prova cilíndricos e para os corpos de prova prismáticos de 5, 10, 20 e 40 cm de altura, com as diferentes condições de contorno aplicadas.

4.1.1 Resistência a compressão axial dos cilindros

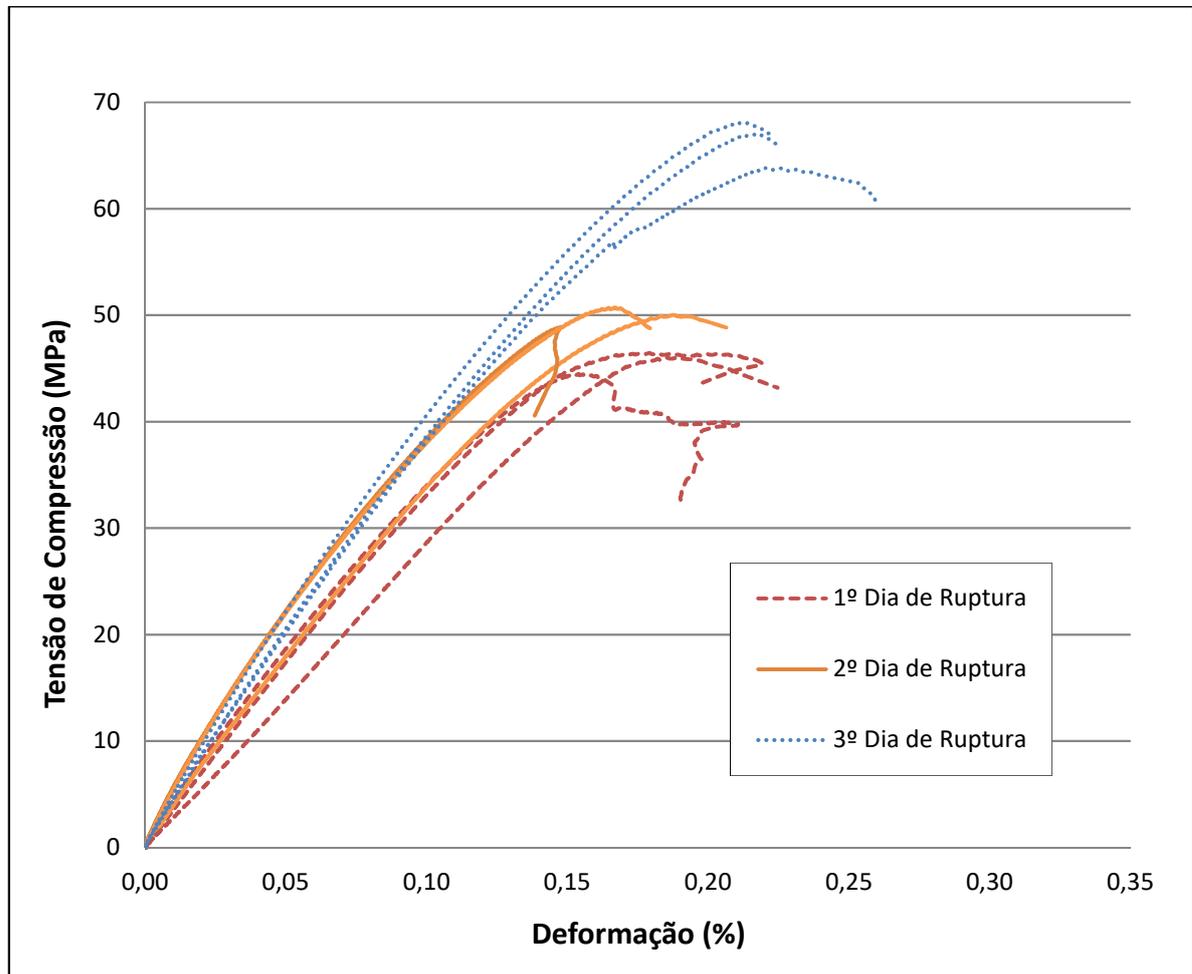
Na Tabela 3, estão apresentados os resultados obtidos para a resistência a compressão axial aos 28 dias de cura, dos corpos de prova cilíndricos (10x20) cm, onde foram moldados 3 corpos de prova para cada dia de moldagem.

Tabela 3 – Resultados da resistência a compressão axial aos 28 dias para os corpos de prova cilíndricos

Misturas	1ª Mistura (MPa)	2ª Mistura (MPa)	3ª Mistura (MPa)
CP			
Cilíndricos	46,46	48,89	63,88
	44,48	50,03	67,09
	46,05	50,73	68,09
Média (MPa)	45,66	49,88	66,35

Fonte: Elaboração própria

Na Figura 36, está apresentado a curva tensão de compressão *versus* deformação, encontrada para os corpos de prova cilíndricos de todas as misturas, e na Tabela 4, os módulos de elasticidade encontrados para cada curva.

Figura 36 – Tensão *versus* deformação, para os corpos de prova cilíndricos

Fonte: Elaboração própria

Tabela 4 – Resultados do módulo de elasticidade aos 28 dias, dos corpos de prova cilíndricos

Misturas	1ª Mistura (MPa)	2ª Mistura (MPa)	3ª Mistura (MPa)
CP			
Cilíndricos	31,88	33,07	35,43
	35,24	32,52	34,73
	28,62	34,25	36,06
Média	31,92	33,28	35,40

Fonte: Elaboração própria

Com a resistência e o módulo encontrado para os corpos de prova cilíndricos de cada dia de moldagem, foi realizada uma análise estatística para verificar se ocorreu alguma variação

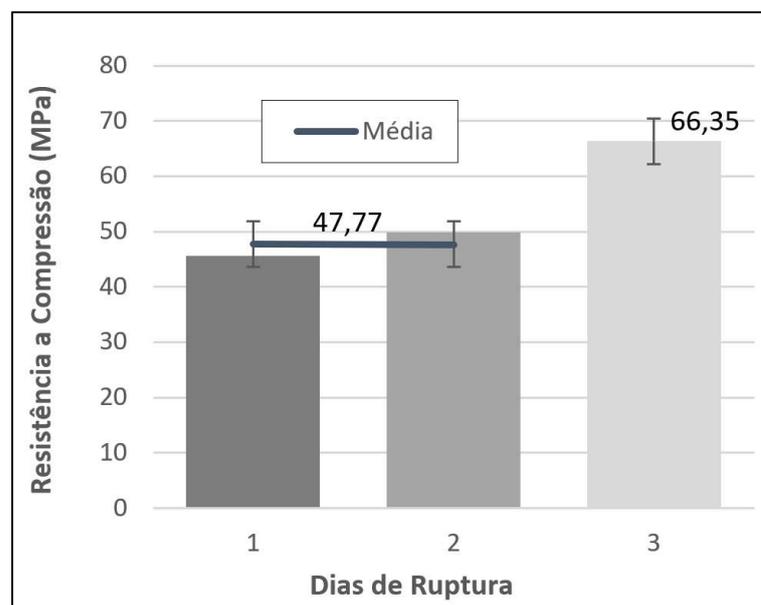
significativa entre os diferentes dias de moldagem. A análise de variância (ANOVA) foi realizada com o auxílio do *software* Origin 9.0.

Nesta análise estatística percebe-se que não há diferença significativa, com 95% de segurança, entre os módulos de elasticidade obtidos nos diferentes dias de ensaio. Assim se considerará no decorrer deste trabalho que o módulo de elasticidade do concreto é a média dos módulos de elasticidade encontrados nos ensaios, isto é 33,53 MPa.

Quando a variável é a resistência a compressão máxima obtida nos diferentes dias de moldagem, não existe diferença significativa entre os resultados obtidos nos dias de primeira e segunda moldagem, porém esses dois dias são significativamente diferentes dos resultados do terceiro dia, o que é perceptível na Figura 36. Como entre os dias de primeira e segunda moldagem não ocorreu nenhuma diferença significativa entre os resultados de resistência à compressão máxima, é possível fazer a média dos resultados do primeiro dia com o segundo dia.

Na Figura 37 pode-se observar o limite de decisão utilizado para a comparação múltipla de médias. Neste trabalho foi utilizado um limite de decisão de três vezes o desvio padrão das médias ($3 \frac{\sqrt{MQR}}{\sqrt{nc}}$) segundo Ribeiro e ten Caten (2011). Assim com a barra de decisão acrescentada na Figura 37 fica fácil de perceber que o concreto moldado no terceiro dia é totalmente diferente dos outros dias, porque os valores médios do terceiro dia menos o limite de decisão, não alcançam os valores médios do primeiro e segundo dia de moldagem.

Figura 37 – Resistência a compressão dos corpos de prova cilíndricos experimentalmente



Fonte: Elaboração própria

Através dessas análises, foi desconsiderado os resultados referentes ao terceiro dia de moldagem por este apresentar um concreto totalmente diferente dos dois primeiros dias de moldagem e foi realizado a média apenas com os resultados encontrados na primeira e segunda moldagem. O coeficiente de variação deu em torno de 5,18%, para a resistência média a compressão dos dois dias de moldagem.

Por ter chegado a uma resistência tão diferente dos outros dias de moldagem foi verificado que durante a etapa de moldagem do terceiro dia ocorreu um problema na betoneira. No momento da mistura do concreto a betoneira se desligou e o concreto permaneceu semi misturado dentro da mesma por 10 a 15 minutos sem misturar. Quando se solucionou o problema foi verificado que o abatimento estava baixo, de maneira a corrigir este problema sem mudar a relação água cimento, foi adicionado o dobro de aditivo, para não perder todo o material que estava na betoneira. Provavelmente este pode ter sido o fato de causa de tanta diferença na resistência do terceiro dia de moldagem.

4.1.2 Resistencia a compressão dos corpos de prova prismáticos

Na Tabela 5, são mostrados todos os resultados da resistência à compressão obtidos experimentalmente para os corpos de prova prismáticos.

Como explicado anteriormente, e com base na análise estatística realizada, o terceiro dia do ensaio experimental para os corpos de prova prismáticos foi desconsiderado, pois se verificou uma mudança significativa na resistência máxima desse concreto.

Tabela 5 – Resultados de resistência a compressão nos corpos de prova prismáticos experimentalmente aos 28 dias

Misturas	Dia da 1ª Mistura (MPa)		Dia da 2ª Mistura (MPa)		Dia da 3ª Mistura (MPa)	
	Colado	Graxa	Colado	Graxa	Colado	Graxa
5 cm	103,50	31,74	72,74	57,89	105,92	48,44
	94,10	43,85	107,54	52,10	101,91	46,09
	86,40	-	84,55	45,06	79,18	63,13
10 cm	39,50	21,95	30,13	40,28	53,92	41,21
	55,70	34,92	36,35	37,93	42,65	42,75
	48,21	28,68	40,18	32,98	38,91	49,03
20 cm	39,20	26,50	28,94	23,10	61,27	35,62
	41,90	19,80	33,80	31,30	39,35	25,76
	43,90	23,30	-	27,03	39,17	37,39
40 cm	36,86	33,83	32,32	35,36	60,27	35,90
	45,90	32,28	27,28	41,15	54,89	46,05
	-	21,80	34,13	-	-	47,80

Fonte: Elaboração própria

Com a Tabela 5 pode-se verificar que algumas variáveis ficaram com menos ensaios que outras. O projeto do experimento contemplava que seriam feitas as mesmas repetições para a variação de cada variável. Porém alguns corpos de prova se romperam de forma inesperada e esses resultados tiveram que ser descartados.

Como não se conseguiu ter a mesma quantidade de repetições para todas as variáveis não será possível fazer uma análise de variância multivariada (ANOVA multivariada), como planejado, com três fatores: Altura do corpo de prova (5, 10, 20 ou 40cm); restrição (colado ou com graxa) e dia de moldagem. Assim foi decidido realizar uma análise de variância de duas variáveis (*two way* ANOVA) para verificar, primeiro, se o dia de concretagem influenciava nos resultados e depois se a restrição também exerce algum efeito na resposta.

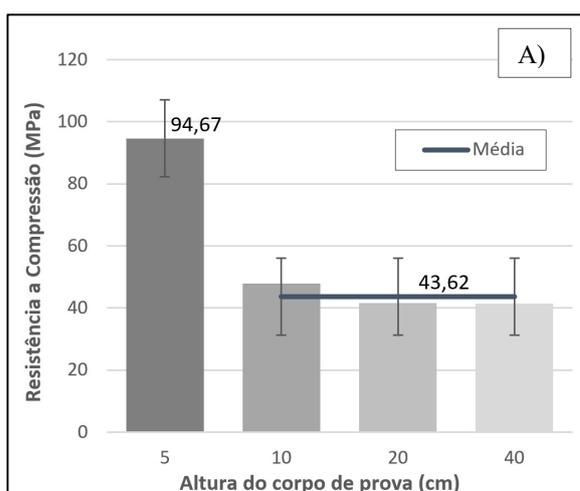
Inicialmente foi verificado se ocorreu uma variação entre os corpos de prova colados do primeiro dia com os corpos de prova colados do segundo dia e também para os corpos de prova

com graxa. Com a realização desta análise percebeu-se que tanto para os corpos de prova colados como os com graxa ocorreu significância entre os resultados, ou seja, analisando os resultados referentes aos distintos dias de moldagem se encontrou que há diferença significativa, com 95% de segurança, entre os dias em que foram moldados os corpos de prova. Desta forma não se pode realizar a média entre os dias de moldagem e a análise foi realizada separadamente para os dias de moldagem.

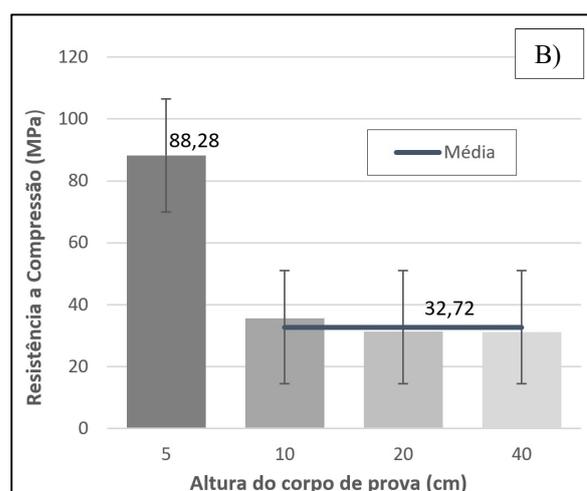
Na Figura 38 A), pode-se observar a resistência média a compressão, encontrada para os corpos de prova prismáticos colados do primeiro dia de moldagem. Através da análise estatística verificou-se que para o tamanho de 5 cm de altura, os resultados da resistência a compressão axial são diferentes com uma precisão de 95% quando comparado com todos os outros tamanhos. Enquanto que para os outros tamanhos não ocorreu diferença significativa entre os resultados. Sendo assim foi realizado a média dos corpos de prova de 10, 20 e 40 cm de altura já que não há diferença entre eles.

Na Figura 38 B), pode-se observar os resultados encontrados da resistência média dos corpos de prova prismáticos colados, para o segundo dia de moldagem. Os resultados encontrados para o segundo dia de moldagem, foram bem parecidos com os do primeiro dia de moldagem, ocorreu as mesmas variações de significância entre as alturas, comparado com a resistência a compressão encontrou-se que a média é menor que o primeiro dia de moldagem.

Figura 38 – Resistência a compressão dos corpos de prova prismáticos colados. A) 1ª dia de ruptura e B) 2º dia de ruptura



Fonte: Elaboração própria



Fonte: Elaboração própria

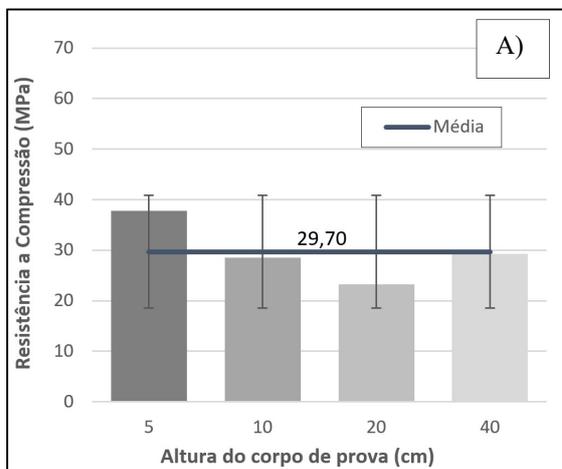
Desta forma pode se concluir que quando as faces são coladas, para alturas de prismas maiores que 10cm não tem mudança na resistência a compressão máxima observada (até 40cm

de altura). Este mesmo comportamento foi observado nos dois dias, porém ocorreu diferença significativa entre os dois dias analisados.

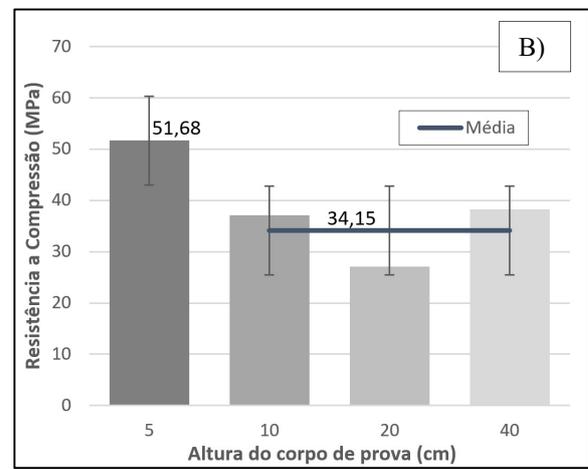
Se forem incluídos os resultados do terceiro dia de moldagem nas análises (o qual possui um concreto totalmente diferente) se obteria a mesma conclusão. Os resultados com o tamanho de 5cm são diferentes dos obtidos com os outros tamanhos e para alturas do prisma maiores ou iguais a 10cm não se observou variação significativa dos resultados quando as faces são coladas. Assim o comportamento é o mesmo independente do “tipo” ou “classe” do concreto, porém mudam os valores obtidos.

Na Figura 39 estão apresentados os resultados encontrados para a resistência média a compressão axial para cada tamanho do corpo de prova prismático com graxa, do primeiro dia de ruptura (Figura 39 A) e do segundo dia de ruptura (Figura 39 B). Ao analisar os resultados, pode-se verificar que para o primeiro dia de ruptura com graxa não ocorreu nenhuma significância entre as alturas, enquanto que para o segundo dia ocorreu significância entre o corpo de prova de 5 cm de altura.

Figura 39 – Resistência a compressão dos corpos de prova prismáticos com graxa. A) 1ª dia de ruptura e B) 2º dia de ruptura



Fonte: Elaboração própria



Fonte: Elaboração própria

Analisando a Figura 39, verificou-se que no segundo dia de moldagem, ocorreu uma variação entre a resistência média dos corpos de prova de 5 cm de altura comparado com os corpos de prova de 10, 20 e 40 cm de altura. Porém entre o prisma de 5 cm de altura e o de 40 cm de altura (maior e menor) são quase insignificantes, utilizando outro método para tomar o limite de decisão em vez de três vezes o desvio padrão das médias ($3 \frac{\sqrt{MQR}}{\sqrt{nc}}$) como o teste de Tukey estes resultados não seriam significativos.

Se forem considerados os resultados do terceiro dia de moldagem este comportamento causa pouca variação entre os resultados, ou seja, para as alturas diferentes dos prismas o comportamento seria o mesmo.

Analisando a variação na restrição pode-se verificar que os corpos de prova moldados no primeiro dia resistem mais quando estão colados (43,62 MPa) comparando quando é colocada graxa (29,70 MPa), ou seja, conclui-se que a graxa influencia nos resultados com o tamanho do prisma utilizado.

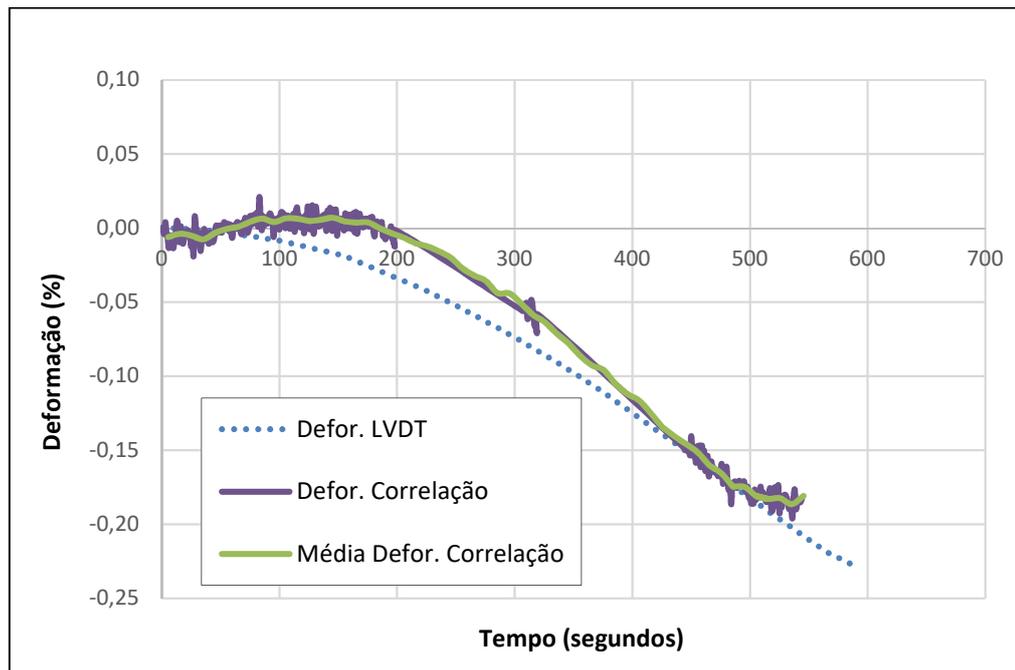
Para os corpos de prova moldados no segundo dia, o comportamento mudou totalmente. Não houve diferença entre os corpos de prova colados com os corpos de prova com graxa para as alturas de 10, 20 e 40 cm. Também encontrou-se para a graxa um valor médio de compressão axial maior que para os prismas colados do segundo dia. Já para os prismas menores (5 cm de altura) o comportamento seguiu o mesmo que o encontrado nos corpos de prova moldados no primeiro dia.

Já para o terceiro dia de moldagem os corpos de prova apresentaram um comportamento mais parecido com os corpos de prova do primeiro dia, sendo que a média dos valores dos corpos de prova colados deu maior que para os corpos de prova com graxa, porém os valores foram mais próximos entre eles.

4.2 Correlação de Imagens

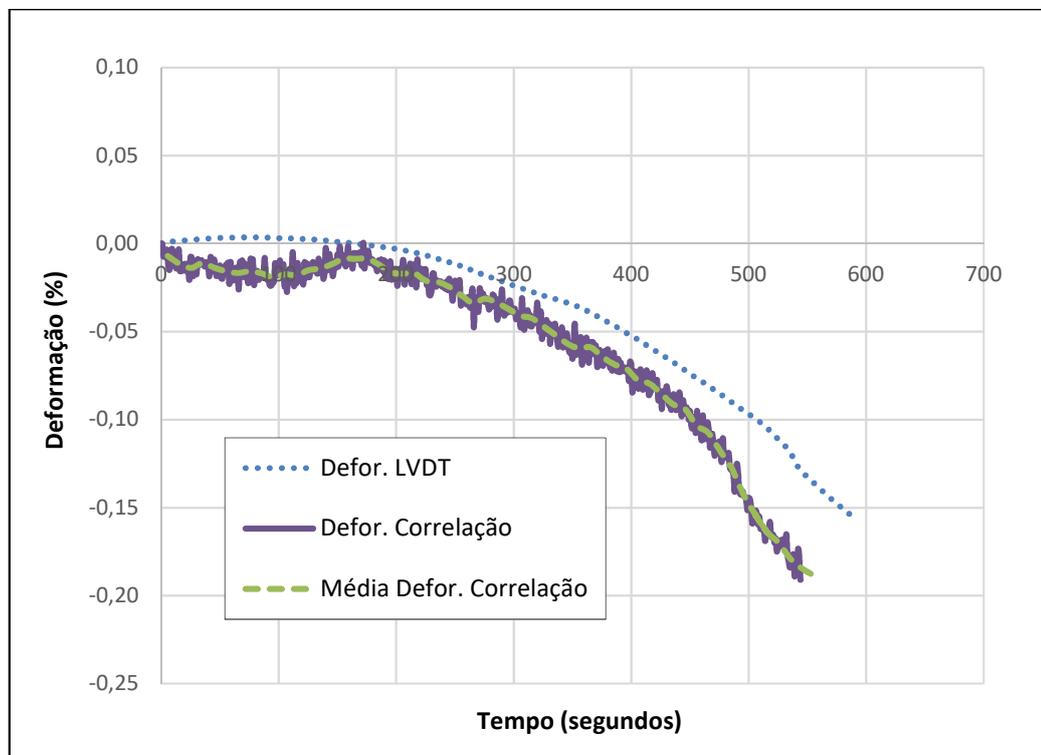
A correlação de imagem digital foi realizada na face do corpo de prova. Em alguns corpos de prova foram utilizados LVDTs fixados nas laterais para medir o deslocamento que o corpo de prova sofria, em seguida foram analisadas as curvas encontradas através da correlação de imagem e dos LVDTs para verificar se ocorre uma coerência entre os resultados. Os resultados obtidos podem ser observados nas Figuras 40, 41 e 42.

Figura 40 – Deformação *versus* tempo corpo de prova prismático, 40 cm colado



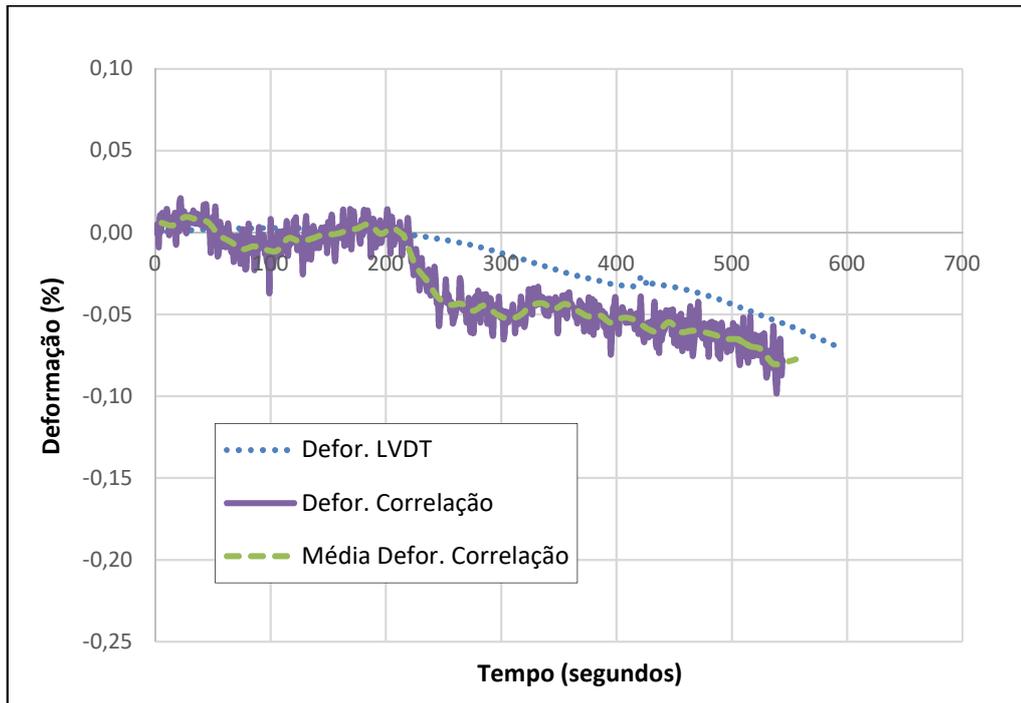
Fonte: Elaboração própria

Figura 41 – Deformação *versus* tempo corpo de prova prismático, 40 cm com graxa



Fonte: Elaboração própria

Figura 42 – Gráfico deformação *versus* tempo corpo de prova prismático, 20 cm com graxa

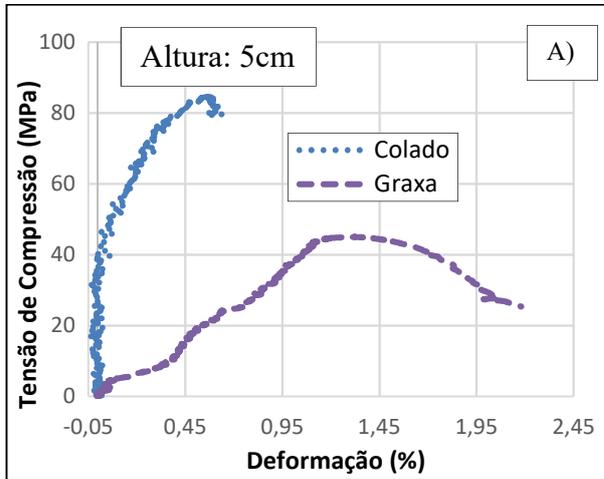


Fonte: Elaboração própria

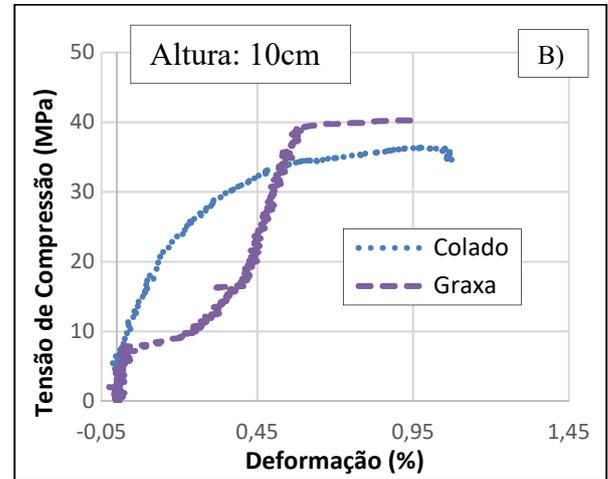
Analisando as Figuras 40, 41 e 42, percebeu-se que ocorreu uma variação entre as curvas obtidas por correlação de imagem com as curvas dos LVDTs, essa variação pode ter ocorrido devido ao fato das leituras terem sido obtidas em faces diferentes, entretanto como as curvas apresentam a mesma forma conclui-se que a correlação de imagem digital é válida. Devido á isso, pode-se fazer algumas curvas tensão *versus* deformação dos corpos de prova prismáticos, as quais estão apresentadas na Figura 43, onde a Figura 43 A) representa os corpos de prova prismáticos colados e com graxa de 5cm de altura, na Figura 43 B) estão apresentados os corpos de prova prismáticos de 10 cm de altura, enquanto na Figura 43 C) os corpos de prova prismáticos de 20 cm de altura e na Figura 43 D) os corpos de prova prismáticos de 40 cm de altura.

Entretanto, durante o processo de aquisição de imagens, alguns problemas foram observados, o que resultou em uma correlação de imagens insatisfatória, como pode-se observar na Figura 43 B) na amostra com graxa.

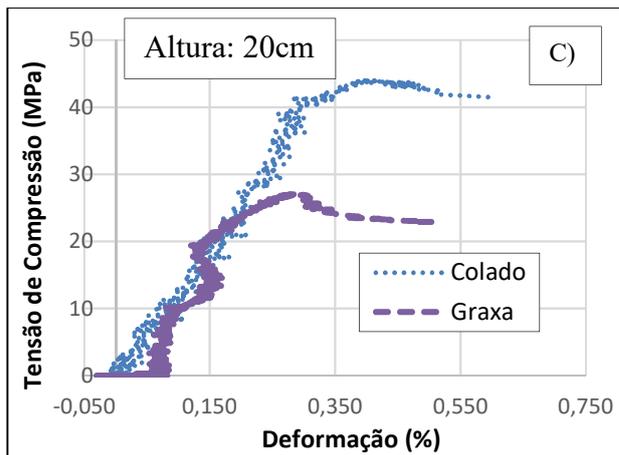
Figura 43 – Tensão de Compressão *versus* deformação, dos corpos de prova prismáticos. A) corpo de prova de 5 cm de altura, B) corpo de prova de 10 cm de altura, C) corpo de prova de 20 cm de altura e D) corpo de prova de 40 cm de altura



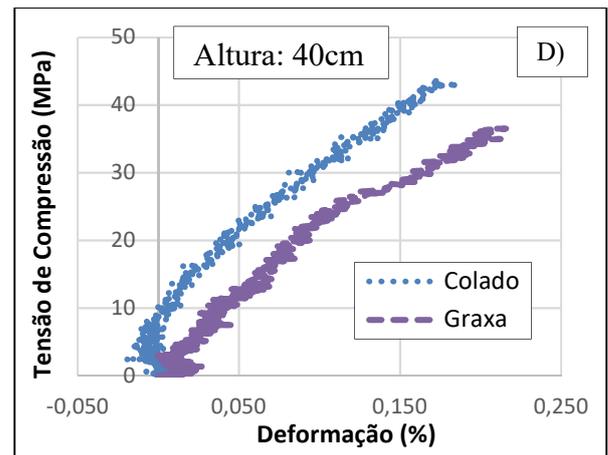
Fonte: Elaboração própria



Fonte: Elaboração própria



Fonte: Elaboração própria



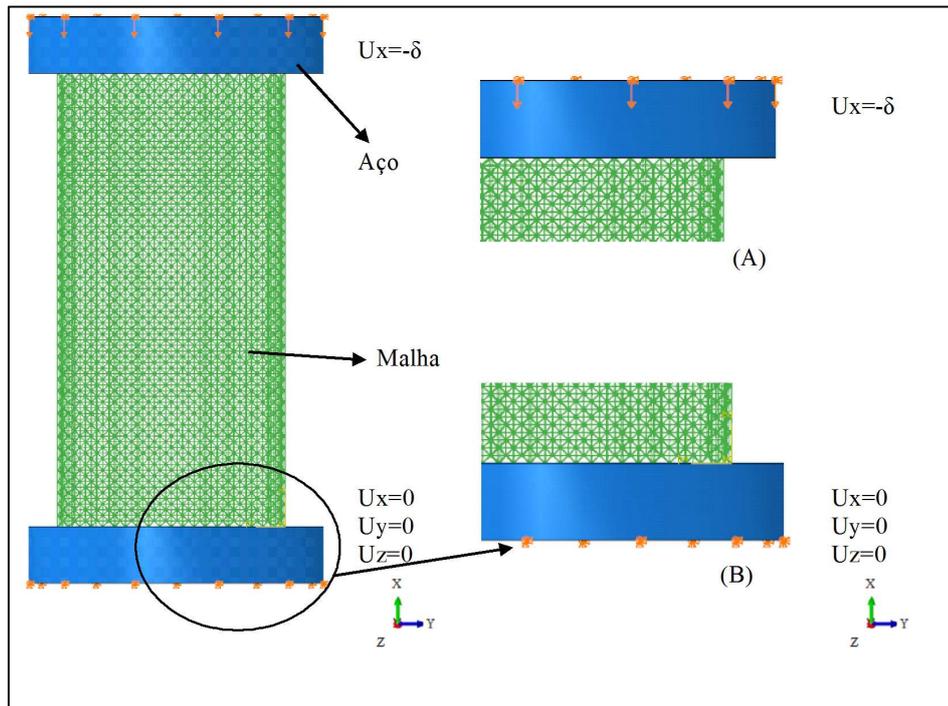
Fonte: Elaboração própria

4.3 Simulações Numéricas

Conhecendo a resistência média dos dois dias do ensaio experimental e o módulo de elasticidade para os corpos de prova cilíndricos criou-se um modelo do ensaio de compressão axial com corpos de prova cilíndricos. Este modelo foi feito no software ABAQUS, onde as placas de apoio de aço foram simuladas utilizando elementos finitos já o concreto utilizando o LDEM. Entre os dois foi utilizada uma lei de contato, sem atrito.

Na Figura 44, pode-se verificar o modelo numérico usado para as simulações com as condições de contorno utilizadas.

Figura 44 – Modelo numérico usado



Fonte: Elaboração própria

Na Tabela 6, estão apresentadas as propriedades ajustadas e as utilizadas para o modelo numérico. O valor de G_f foi alterado para 450 N/m devido a discretização do modelo. Quando uma barra do LDEM se quebra, supõe-se que serão formadas no mínimo três fissuras e não somente uma como conjectura a teoria do método (Figura 28). Assim a energia de fratura do concreto (na ordem de 150 N/m) é incrementada para levar em conta este efeito. Deve-se considerar uma aleatoriedade no campo de energia de fratura, o qual foi usado 40% como coeficiente de variação e comprimento de correlação de $\frac{1}{4}$ de L_c (tamanho do módulo cúbico).

Tabela 6 – Resultados encontrados e adotados

Propriedades	Concreto	Aço
E [GPa]	33	200
ρ [Kg/m ³]	2000	7850
ν	0,25	0,30
G_f [N/m]	450	-
CVG_f [%]	40	-
R_f [m ^{1/2}]	8,93	-
L_c	0,005	-

Fonte: Elaboração própria

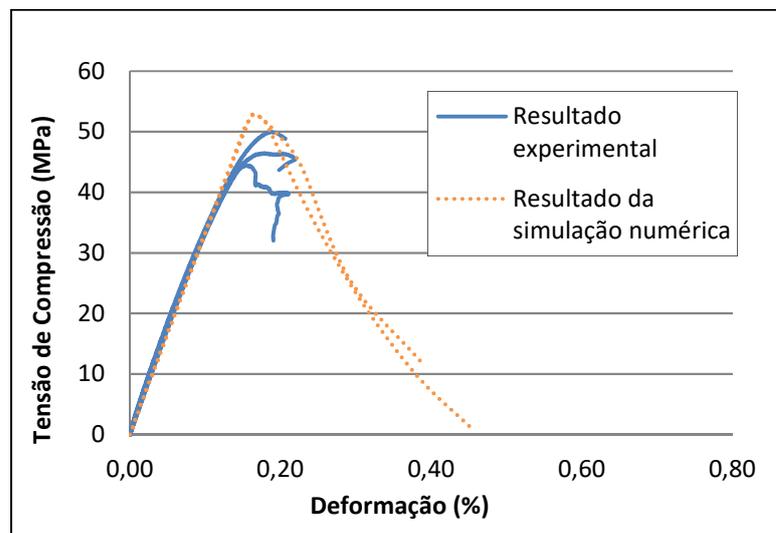
Na Tabela 7, estão apresentados os resultados da resistência a compressão e o módulo de elasticidade, encontrados para as simulações numéricas dos corpos de prova cilíndricos.

Tabela 7 – Resultados dos cilindros, através das simulações numéricas

	Resistência a Compressão (MPa)	Módulo de Elasticidade (MPa)
Cilindros	52,74	32,94
	55,69	33,35
	56,97	33,27
	53,66	33,34
Média (MPa)	53,76	33,23
Coefficiente de variação (%)	2,16	-

Fonte: Elaboração própria

Na Figura 45, estão apresentados alguns resultados da tensão *versus* deformação dos ensaios experimentais com as simulações numéricas, para os corpos de prova cilíndricos.

Figura 45 – Tensão de compressão *versus* Deformação, corpos de prova cilíndricos

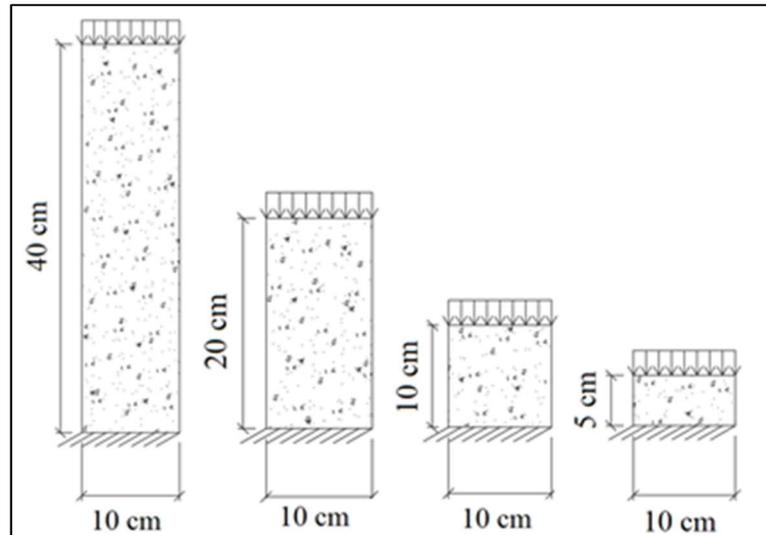
Fonte: Elaboração própria

Pode-se verificar que essa aleatoriedade implementada no modelo $Gf = 40\%$ não foi suficiente para representar a dispersão dos resultados experimentais dos ensaios a compressão axial mostrado na Figura 45, porém usando valores maiores de aleatoriedade verificou-se que esta aleatoriedade reduz consideravelmente o valor médio da resistência a compressão.

As simulações para os corpos de prova prismáticos se deram de duas formas: uma delas considerando engastado entre o corpo de prova e as placas de distribuição de carregamento (colado), cujo esquema está apresentado na Figura 46, e outra sem atrito entre eles, (com graxa),

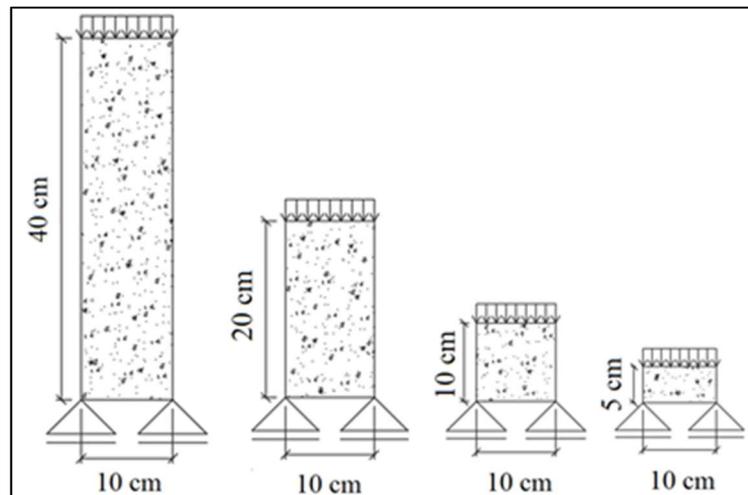
como o esquema mostrado na Figura 47. As propriedades utilizadas nas simulações estão especificadas na Tabela 6.

Figura 46 – Corpos de prova com atrito (colado)



Fonte: Elaboração própria

Figura 47 – Corpos de prova sem atrito (graxa)

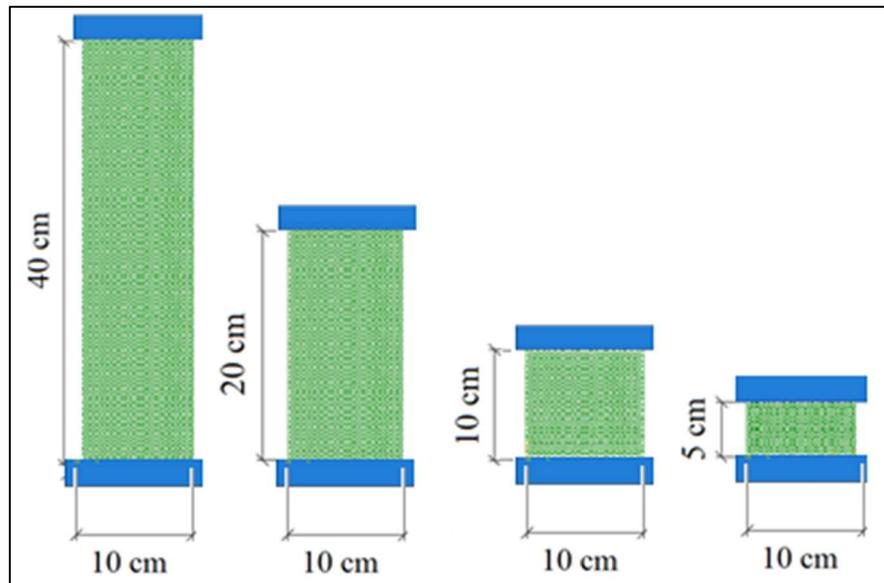


Fonte: Elaboração própria

Na Figura 48 tem-se os corpos de prova simulados com o LDEM. Com as dimensões dos corpos de prova e o tamanho do módulo básico de LDEM adotado, onde se tem que o modelo menor tem 26500 graus de liberdade somente no LDEM. Os outros corpos de prova têm 51800; 102200 e 203300 graus de liberdade, respectivamente pelo aumento da altura do corpo de prova prismático, considerando sempre as placas de aço simuladas com elementos finitos de 1600 graus de liberdade cada uma.

No Abaqus o contato se deu por “*surface-to-surface contact*” entre os cubos de concreto e as placas de aço foi simulada com uma lei de contato sem atrito, “*frictionless*”, para simular a graxa e “*rough*” para simular a cola entre estes materiais.

Figura 48 – Corpos de prova simulados com o LDEM



Fonte: Elaboração própria

Na Tabela 8, pode-se observar os resultados encontrados da resistência a compressão para as simulações numéricas.

Tabela 8 – Resultados da resistência a compressão, numericamente

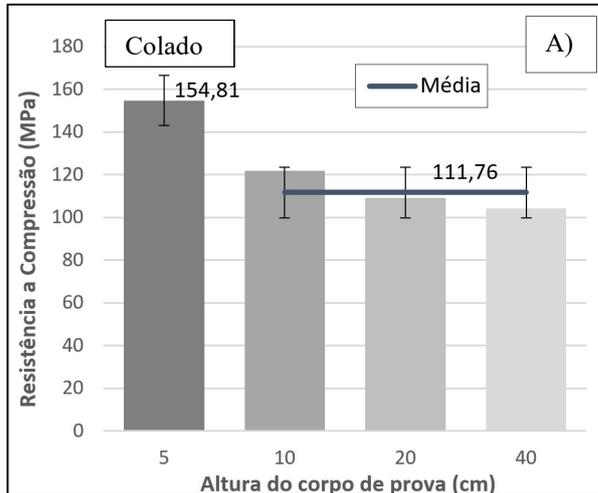
Alturas	5 cm		10 cm		20 cm		40 cm	
	Colado	Graxa	Colado	Graxa	Colado	Graxa	Colado	Graxa
Resistência a Compressão (MPa)	142,23	67,79	128,68	69,68	107,79	59,52	103,92	62,52
	157,15	70,87	111,18	63,35	107,44	58,96	103,96	61,80
	164,13	62,52	132,20	63,14	101,74	49,42	108,21	64,95
	155,74	65,60	115,46	65,93	119,40	62,65	101,11	66,50
Média (MPa)	154,81	66,70	121,88	65,53	109,09	57,64	104,30	63,94

Fonte: Elaboração própria

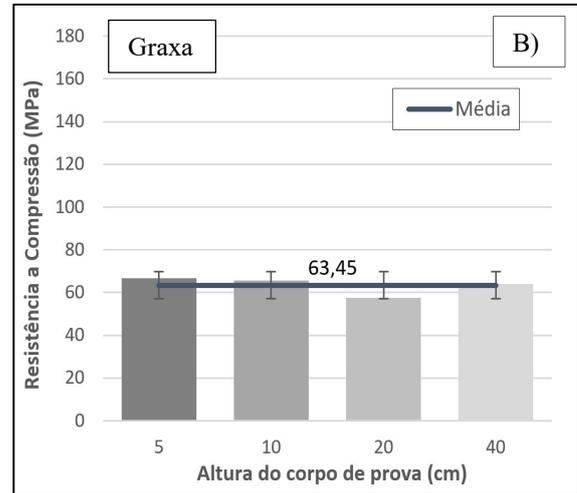
Da mesma forma que foi realizado a análise estatística para os resultados encontrados experimentalmente (limite de decisão), para as simulações numéricas também foi efetuado. Os

resultados encontrados estão apresentados na Figura 49, onde a Figura 49 A, são os corpos de prova colados e na Figura 49 B os corpos de prova com graxa.

Figura 49 – Resistência a compressão dos corpos de prova prismáticos através das simulações numéricas. A) corpos de prova colados e B) corpos de prova com graxa



Fonte: Elaboração própria



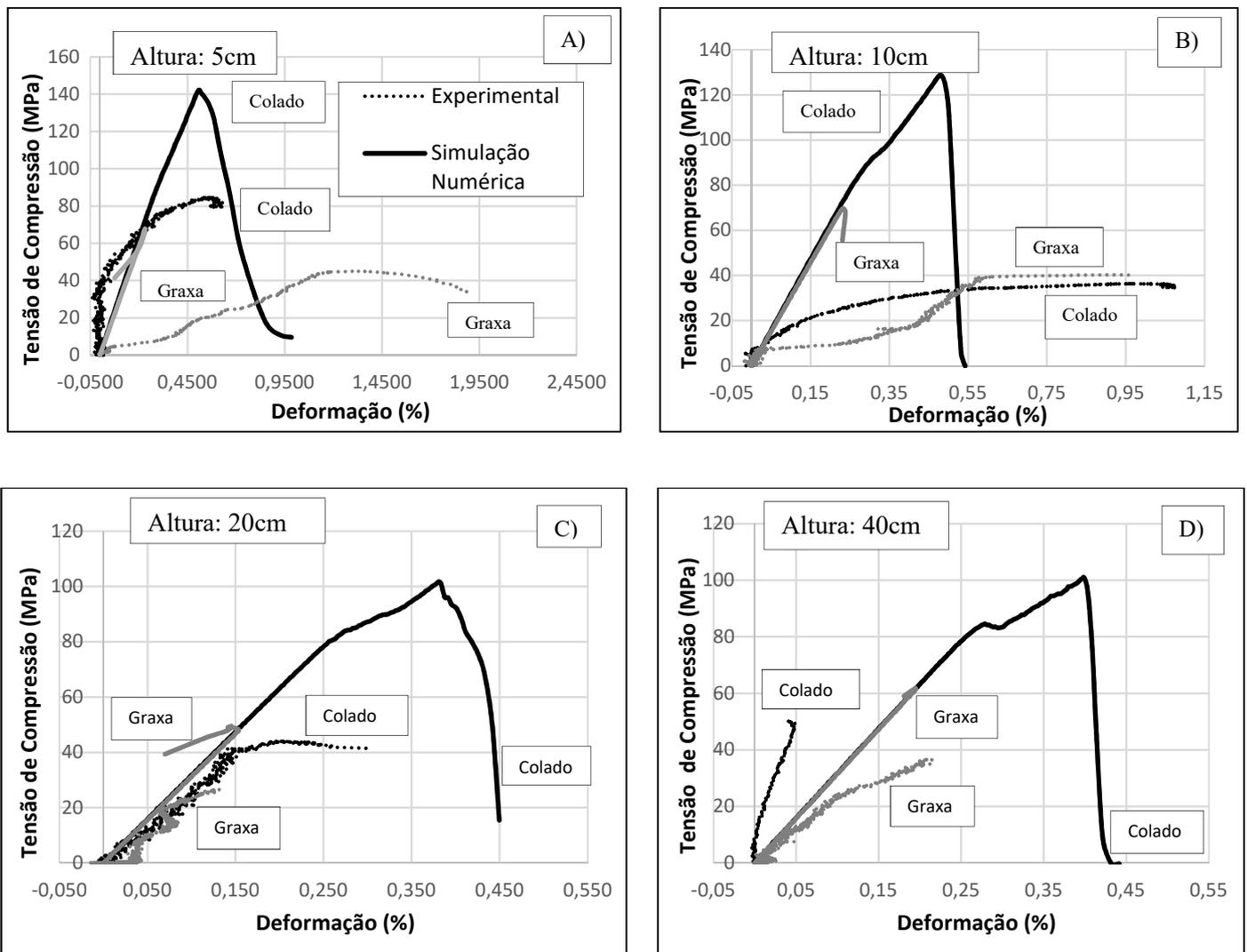
Fonte: Elaboração própria

Através da Figura 49, pode-se verificar que com as simulações numéricas os resultados de moldagem para os corpos de prova prismáticos colados, dos dois dias de moldagem apresentaram o mesmo comportamento, ocorreu apenas significância entre a altura de 5 cm se comparada com as demais. Enquanto que, para os corpos de prova prismáticos com graxa o resultado foi bem similar com os resultados encontrados no primeiro dia de moldagem, ou seja, não ocorreu significância entre nenhuma altura.

Pode-se verificar que a resistência a compressão para os corpos de provas com graxa para a altura de 20 cm foi menor que para a altura de 40 cm, está análise foi encontrada experimentalmente e também através das simulações.

Na Figura 50, são apresentadas as curvas de tensão de compressão *versus* deformação, para todos os corpos de prova prismáticos. É apresentado os resultados da simulação numérica com a correlação de imagem digital, sendo que a legenda é igual para todas as Figuras.

Figura 50 – Tensão de Compressão *versus* deformação, dos corpos de prova prismáticos. A) 5 cm de altura, B) 10 cm de altura, C) 20 cm de altura, D) 40 cm de altura



Fonte: Elaboração própria

Analisando a Figura 50 pode-se perceber e comprovar que os resultados dos prismas pelo ensaio experimental e através das simulações numéricas, os corpos de prova colados apresentam resistência maior do que das amostras em que se utilizou graxa. Este fato está coerente com a bibliográfica, porque os elementos colados têm uma restrição transversal que geram um confinamento triaxial de tensões, o que não acontece quando se coloca graxa pois o carregamento tende a ser mais uniaxial.

Porém percebe-se que ocorreu uma variação considerável entre os resultados obtidos de maneira experimental e através das simulações numéricas. Isto acontece em razão de que quando se trata de simulações numéricas, os modelos implementados representam corpo de prova ideais, ou seja, não correspondem 100% aos que são ensaiados experimentalmente. Assim a resistência à compressão axial sem atrito obtida de forma numérica deveria ser menor

que a resistência encontrada experimentalmente, já que a graxa diminui o atrito, porém não o anula totalmente. Desta forma, se observa o material simulado é muito mais resistente que o material real, pelo que se poderia aumentar mais a variabilidade colocada ao modelo que indiretamente diminui a resistência máxima encontrada.

A relação entre os resultados com atrito e sem atrito é muito maior na simulação numérica que a obtida experimentalmente, o que já era esperável, já que, no experimental não se tem o caso sem atrito nem engastado como idealmente se consegue numericamente.

Foi realizada a análise de flambagem dos corpos de prova, está verificação se deu: igualando o P de ruptura com o P crítico, para assim verificar qual seria o comprimento necessário para ocorrer flambagem, utilizou-se o módulo de elasticidade de 33 GPa, seção de 10x10cm e ficou constatado que para ocorrência desse fenômeno as amostras necessitariam um comprimento na ordem de 2 m, concluindo assim que para os corpos de prova ensaiados para este trabalho não ocorreu nenhum tipo de flambagem.

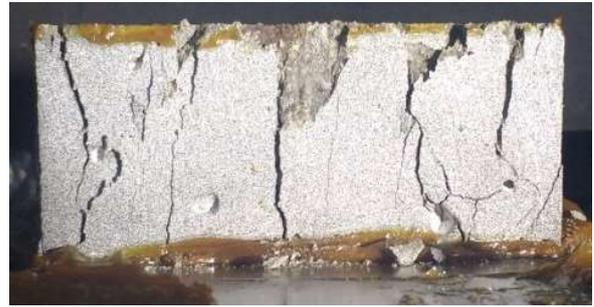
Nas Figuras 51, 52, 53, 54, 55, 56, 57 e 58 podem-se observar as formas de rupturas de todos os prismas, encontrados tanto de forma experimental, quanto através de simulações numéricas, procedimentos os quais ambos foram realizados alternando as condições de contorno dos corpos de prova com a utilização de graxa (sem atrito) e com cola (com atrito). Nos modelos numéricos são deixadas somente as barras quebradas com coloração azul para poder identificar a forma de falha, todas as outras barras foram eliminadas para facilitar a interpretação. Estas figuras mostram as falhas representativas encontradas, tanto experimental como numericamente, já que foram realizados 4 testes para cada tamanho e condições de contorno para as simulações.

Figura 51 – Corpos de prova de 5cm de altura após a ruptura do ensaio experimental. A) amostra com atrito, B) amostra sem atrito



A)

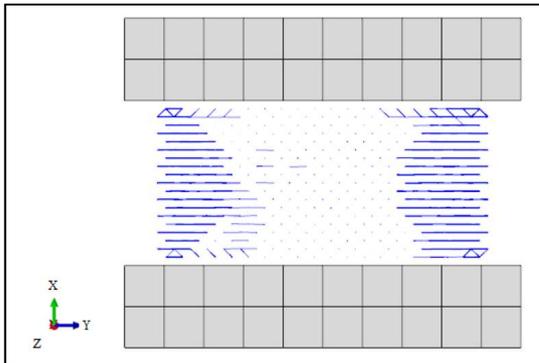
Fonte: Elaboração própria



B)

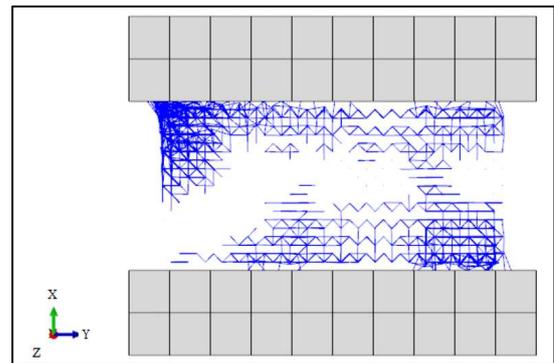
Fonte: Elaboração própria

Figura 52 – Corpos de prova de 5cm de altura durante a ruptura das simulações numéricas. C) amostra com atrito, D) amostra sem atrito



C)

Fonte: Elaboração própria



D)

Fonte: Elaboração própria

Figura 53 – Corpos de prova de 10cm de altura após a ruptura do ensaio experimental. A) amostra com atrito, B) amostra sem atrito

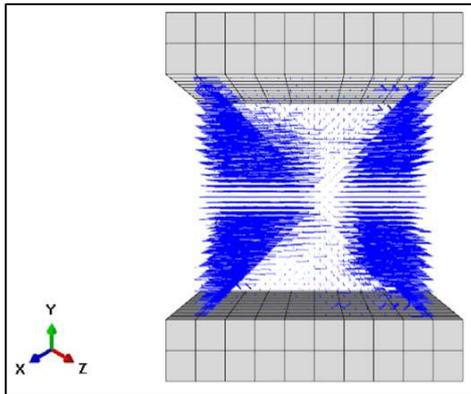


A)
Fonte: Elaboração própria

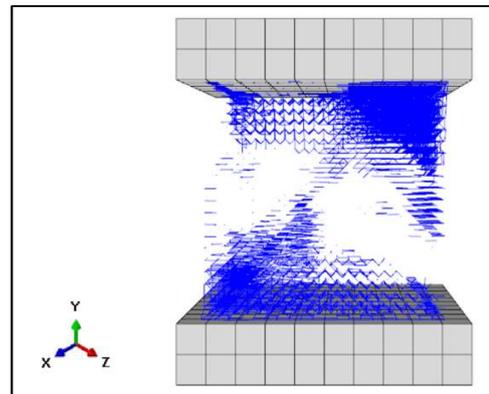


B)
Fonte: Elaboração própria

Figura 54 – Corpos de prova de 10cm de altura durante a ruptura das simulações numéricas. C) amostra com atrito, D) amostra sem atrito



C)
Fonte: Elaboração própria



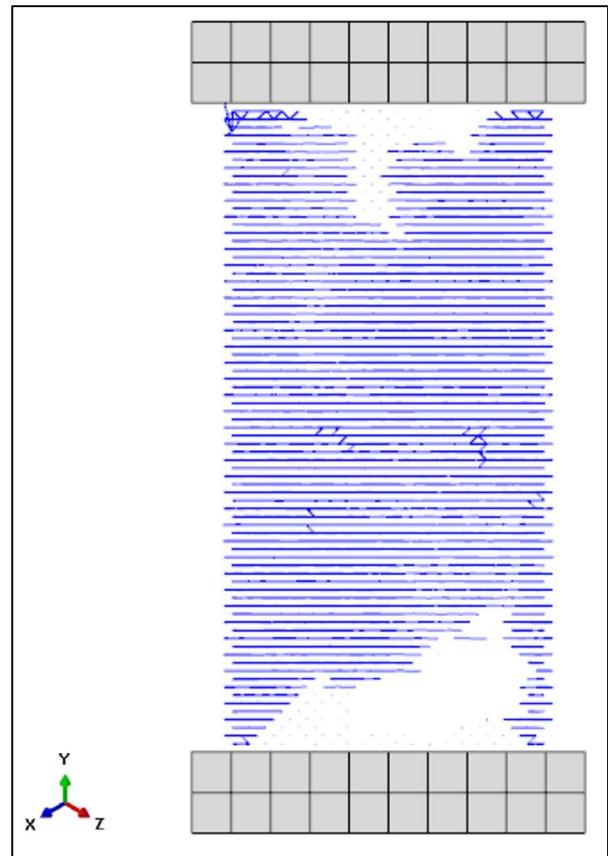
D)
Fonte: Elaboração própria

Figura 55 – Corpos de prova de 20cm de altura, amostras com atrito. A) amostra experimental, B) amostra durante a simulação numérica



A)

Fonte: Elaboração própria



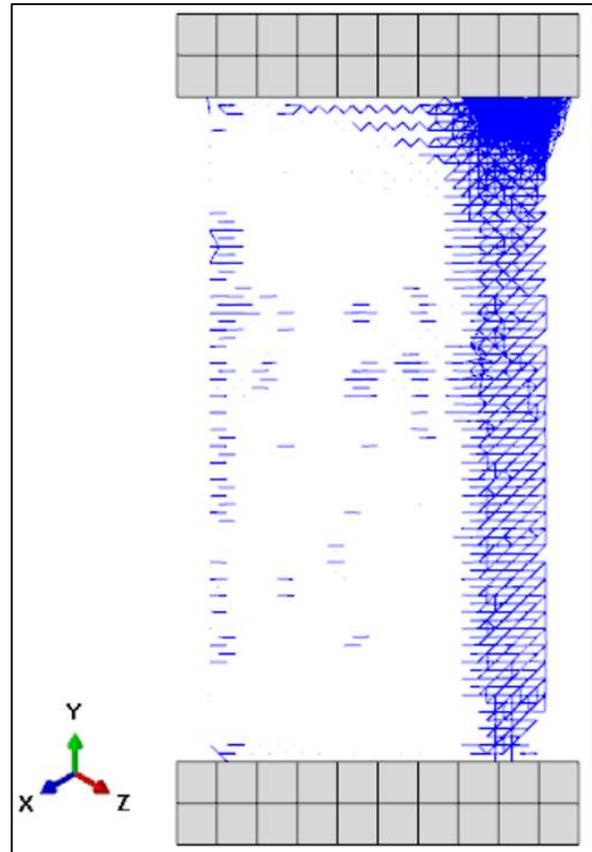
B)

Fonte: Elaboração própria

Figura 56 – Corpos de prova de 20cm de altura, amostras sem atrito. A) amostra experimental, B) amostra durante a simulação numérica



A)
Fonte: Elaboração própria

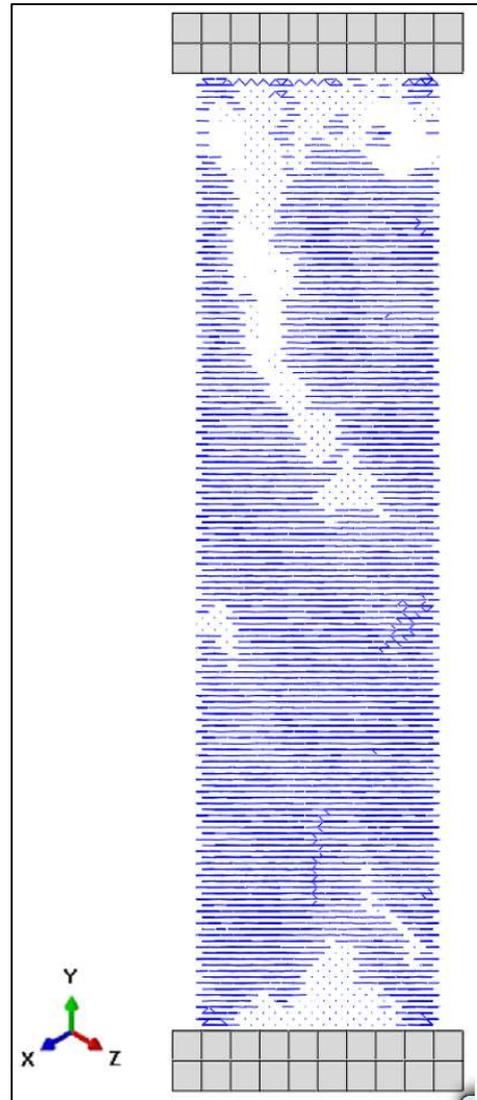


B)
Fonte: Elaboração própria

Figura 57 – Corpos de prova de 40cm de altura, amostras com atrito. A) amostra experimental, B) amostra durante a simulação numérica

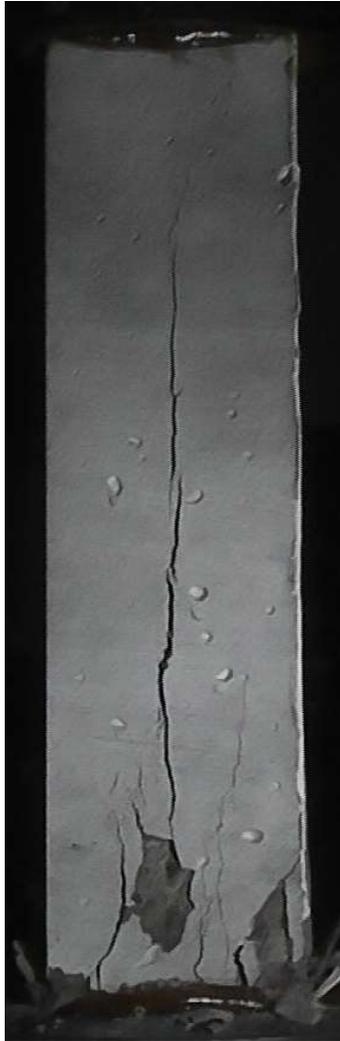


A)
Fonte: Elaboração própria



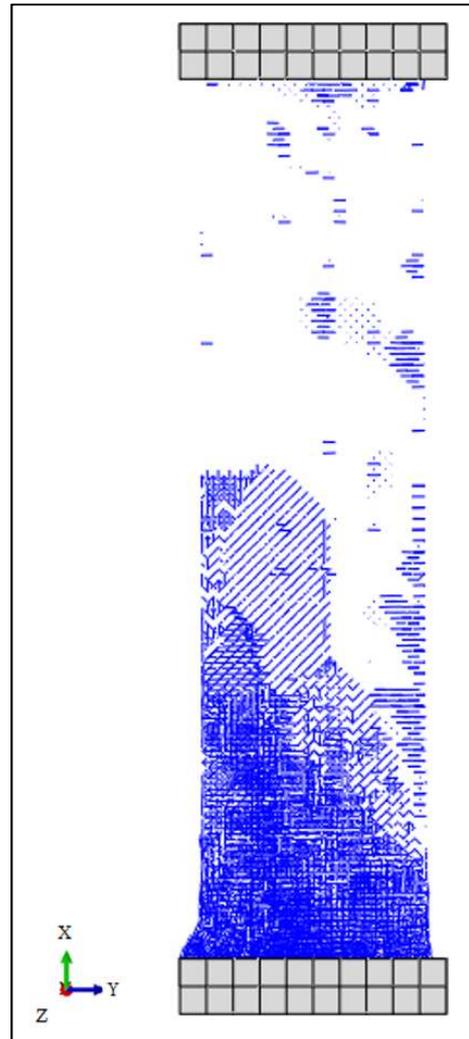
B)
Fonte: Elaboração própria

Figura 58 – Corpos de prova de 40cm de altura, amostras sem atrito. A) amostra experimental, B) amostra durante a simulação numérica



A)

Fonte: Elaboração própria



B)

Fonte: Elaboração própria

Como se pôde observar nas figuras anteriores, quando se aumenta o coeficiente de atrito nas extremidades dos prismas, o deslocamento entre o elemento e máquina torna-se restrito em virtude das tensões de fricção nas extremidades da amostra, gerando tensões triaxiais de confinamento que forçam a um modo de falha padrão, com formato de ampulheta devido ao cone de tensões gerado na interface entre amostra e máquina de ensaio. Isto é mais visível nos prismas de menor esbeltez, que é o caso dos corpos de prova de 5 cm de altura, Figura 51 e de 10 cm de altura, Figura 52.

Em relação aos corpos de prova ensaiados com aplicação de graxa (sem atrito), observa-se que ocorre tanto nos elementos numéricos quanto nos práticos uma formação de trincas verticais paralelas, as quais se justificam pela dissipação das tensões internas devido a deslocabilidade entre o elemento de concreto e a máquina de ensaio.

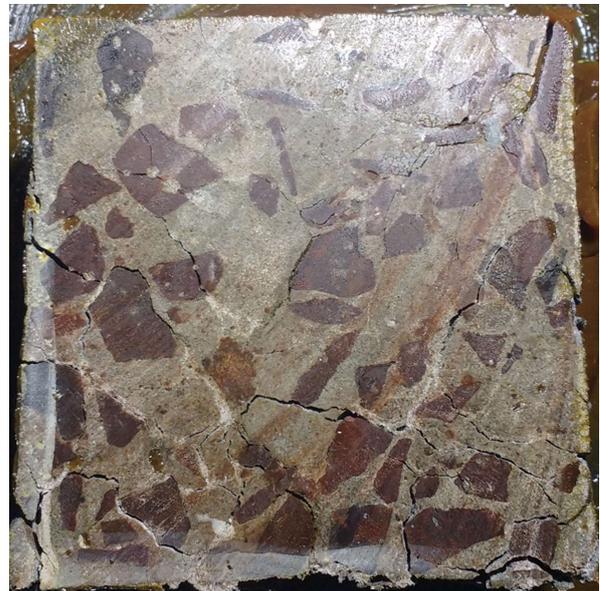
Na Figura 59, pode-se observar as trincas que se formam no topo do corpo de prova após a sua ruptura máxima. Na Figura 59 A, é uma amostra colada, pode-se verificar que não ocorreu nenhuma trinca na cola, já na Figura 59 B, que é uma amostra com graxa, a maioria das trincas ocorreu em torno dos agregados.

Figura 59 – Faces dos corpos de prova após o carregamento



A) Amostra com atrito

Fonte: Elaboração própria



B) Amostra sem atrito

Fonte: Elaboração própria

5 CONCLUSÃO

Por meio da moldagem e simulação numérica, o objetivo geral deste trabalho foi alcançado, pois verificou-se tanto experimentalmente como numericamente, que a medida em que se aumentava a altura dos corpos de prova prismáticos, a resistência a compressão dos mesmos é reduzida, tendência essa observada também nas bibliografias consultadas.

Comparando os resultados encontrados experimentalmente e através das simulações numéricas, observou-se que os mesmos apresentaram uma relação aceitável, visto que tanto para os resultados experimentais quanto para os numéricos, os prismas restringidos (com atrito) nas suas extremidades apresentaram resistência superiores as encontradas nas amostras sem restrição (sem atrito).

Quanto a correlação de imagem pode-se concluir que, se é realizada de forma correta é possível medir a deformação da amostra de forma satisfatória, sem estar em contato com ela, tendo a vantagem de poder realizar medições em qualquer ponto da superfície do corpo de prova após o ensaio ter sido executado, porém para se obter os resultados de forma representativa, sem nenhuma variação, deve-se ter alguns cuidados, como:

- Cuidar para a câmera não mexer;
- Cuidar para a câmera não mudar o foco durante a filmagem;
- Cuidar para não mudar a intensidade de luz durante a filmagem;
- Garantir que a superfície a ser analisada tenha um bom padrão estocástico;

Foi observado que quando adicionado o dobro de aditivo na mistura do concreto do terceiro dia, aumentou significativamente a resistência do mesmo, esse fato não poderia acontecer pois não foi mudado o fator água cimento.

Importante observar que para ensaios com variações diversas, com o uso do mesmo traço de concreto, deve ser realizada uma única batelada de concreto, pois podem ocorrer pequenas mudanças que podem não ser perceptíveis no momento da moldagem e resultar em mudanças nos resultados mecânicos, dificultado a identificação das variáveis mais influentes.

5.1 Sugestões para trabalhos futuros

A seguir são apresentadas algumas sugestões para trabalhos futuros:

- Moldar os corpos de prova nas dimensões necessárias para os ensaios, sem necessidade de cortar as amostras;
- Realizar ensaios com diferentes alturas, até o limite de altura quanto há flambagem;
- Realizar ensaios com diferentes f_{ck} 's de concreto, para verificar se o comportamento é o mesmo;
- Realizar misturas com diferentes teores de aditivos melhoradores de trabalhabilidade e realizar ensaios mecânicos para avaliar a sua influência.

REFERÊNCIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS: **NBR NM 45: Agregados – Determinação da massa unitária e do volume de vazios**. Rio de Janeiro, 2006.

_____: **NBR NM 52: Agregado miúdo – Determinação da massa específica e massa específica aparente**. Rio de Janeiro, 2009.

_____: **NBR NM 53: Agregado graúdo – Determinação da massa específica, massa específica aparente e absorção de água**. Rio de Janeiro, 2009.

_____: **NBR NM 248: Agregados – Determinação da composição granulométrica**. Rio de Janeiro, 2003.

_____: **NBR 5738: Moldagem e cura de corpos de prova cilíndricos ou prismáticos de concreto**. Rio de Janeiro, 2016.

_____: **NBR 5739: Concreto – Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos**. Rio de Janeiro, 2007.

_____: **NBR 7211: Agregados para concreto – Especificações**. Rio de Janeiro, 2009.

ANIL, O.; DURUCAN, C.; ERDEM R.T.; YORGANCILAR, M.A. **Experimental and numerical investigation of reinforced concrete beams with variable material properties under impact loading**. Construction and Building Materials, p. 94-104, 2016.

BAYKOV V.N. and SIGALOV E.E. **Estructuras de hormigon armado**. 2ª edição, Moscou, 1986.

BEZERRA, U.T.; ALVES, S.M.S.; BARBOSA, N.P.; TORRES, S.M. **Hourglass-shaped specimen: compressive strength of concrete and mortar (numerical and experimental analyses)**. Revista Ibracon de estruturas e materiais – Ibracon structures and materials journal. v.9, p. 510-524, ISSN 1983-4195, August 2016.

BRUCK H.; MCNELL S.; SUTTON M. and PETTERS W. **Digital image correlation using newton-raphson method of partial differential correction**. Experimental mechanics, p 261-267, 1989.

CALLISTER, W. D.; RETHWISCH, D. G. **Ciência e Engenharia de Materiais**, uma introdução. 8ª edição. Rio de Janeiro: LCT, 2013.

COTSOVOS, D.M.; PAVLOVIC, M.N. **Numerical investigation of RC structural walls subjected to cyclic loading**. Comput Concrete. p. 215-238, 2005.

DALGUER, L.A.; IRIKURA, K.; RIERA, J.D.; CHIU, H.C. The importance of the dynamic source effects on strong ground motion during the 1999 Chi-Chi, Taiwan, earthquake: Brief

interpretation of the damage distribution on buildings. **Bull. Seismol. Soc. Am.**, v. 91, p. 1112-1127, 2001.

DI LUZIO, G.; MUCIACCIA, G.; BIOLZI, L. **Size effect in thermally damaged concrete.** International Journal of Damage Mechanics, p. 631-656, 2009.

DONZÉ, F.V.; MAGNIER, S. A.; MARIOTTI, C.; DAVENNE, L. **Numerical Study of Compressive Behavior of Concrete at High Strain Rates.** Journal of Engineering Mechanics, p. 1154-1163, 1999.

HILLERBORG, A. A model for fracture analysis. **Cod LUTVDG/TV BM-3005**, p.1-8, 1978.

HUNG P.C. and VOLOSHIN A.S. **In-plane Strain Measurement by Digital Image Correlation**, Vol XXV, 2003.

HSU, T.C. **Mathematical Analysis of Shrinkage Stresses in a Model of Hardened Concrete.** Journal Proceedings, Vol. 60, p. 371-390, 1963.

HSU, T. C.; SLATE, F.O.; STURMAN, G. H.; WINTER, G. **Microcacking of Plain Concrete and the Shape of the Stress-Strain Curve.** Journal Proceedings, Vol. 60, p.209-224, 1963.

IMRAN, I.; PANTAZOPOULOU S.J, **Experimental Study of Plain Concrete under Triaxial Stress.** ACI, Materials Journal. p. 589-601, 1996.

KIM, D.J.; SIRIJARONCHAI, K.; EL-TAWIL, S.; NAAMAN, A. E. **Numerical simulation of the Split Hopkinson Pressure Bar test technique for concrete under compression.** International Journal of Impact Engineering, p. 141-149, 2010.

KOSTESKI, L.E. **Aplicação do Método dos Elementos Discretos formado por barras no estudo do colapso de estruturas.** 177 f. Tese (Doutorado) - Curso de Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2012.

LEONHARDT F. e MONNIG E. **Construções de concreto.** 1ª edição, Rio de Janeiro, Vol 1-6, 1977.

LI, Q.M.; MENG, H. **About the dynamic strength enhancement of concrete-like materials in a split Hopkinson pressure bar test.** International Journal of Solids and Structures. p. 343-360, 2003.

LOTTI, R.S.; MACHADO, A.W.; MAZZIEIRO, Ê.T.; JÚNIOR; J.L. **Aplicabilidade científica do método dos elementos finitos.** Revista Dental Press de Ortodontia e Ortopedia Facial, Maringá, v. 11, n. 2, p. 35-43, 2006.

LU H.; YEH C. and WYATT K. **Experimental evaluation of solder joint thermal strain in a CSP using digital speckle correlation.** Thermomechanical Phenomena in Electronic Systems-Proceedings of the Intersociety Conference, IEEE, Piscataway, USA, p 241-245, 1998.

MADERS, L.; KOSTESKI, L.E.; ITURRIOZ I. **Estudo do efeito de escala no método dos elementos discretos formado por barras.** Mecânica Computacional, v. XXXI, p. 1857-1876, 2012.

MEHTA, P. K.; MONTEIRO, P. J. M. **Concreto: microestrutura, propriedades e materiais.** 3º ed. São Paulo: Instituto Brasileiro do Concreto-IBRACON, 2008.

NAYFEH, A.H.; HEFZY, M.S. **Continuum modeling of three-dimensional truss-like space structures.** AIAA Journal, v. 16(8), p. 779-787, 1978.

ROCHA, M. M. **Ruptura e Efeitos da Escala em Materiais não Homogêneos.** Tese – CPGEC, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, Brasil, 1989.

RIERA, J.D., **Local Effects In Impact Problems In Concrete Structures.** Em: proceedings, Conf. on Structural Analysis and Design of Nuclear Power Plants, UFRGS, 1984. Porto Alegre, Rs, Brasil, 1984.

RIBEIRO J.L.D.; CATEN C.S. **Série Monográfica Qualidade, projeto de experimentos.** Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Escola de Engenharia, Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção, Porto Alegre, 2011.

RIERA, J.D.; ROCHA, M.M., A note on velocity of crack propagation in tensile fracture. **Revista Brasileira de Ciências Mecânicas**, v. XII/3, p. 217-240, 1991.

SHAH, S.P.; CHANDRA, S. **Critical Stress, Volume Change, and Microcracking of Concrete.** Journal Proceedings, Vol. 65, p. 770-780, 1968.

SUSANTHA, K.A.S; GE, H.; USAMI, T. **Uniaxial stress–strain relationship of concrete confined by various shaped steel tubes.** Engineering Structures, p. 1331-1347, 2001.

SUTTON M. and CHAO Y. **Measurement of strains in a paper tensile specimen using computer vision digital image correlation.** TAPPI Journal, p 153-156, 1986.

VAN GEEL, E. **Concrete Behaviour in Multiaxial Compression.** Experimental Research. Tese – Doutorado em Engenharia. Faculdade de Arquitetura da Universidade de Tecnologia de Eindhoven, Departamento de Design Estrutural, Eindhoven, ISBN 90-6814-548-7,1998.

VAN MIER J.G.M.; SHAH S.P.; ARNAUD M.; BALAYSSAC J.P.; BASCOUL A.; CHOI S.; DASENBROCK D.; FERRARA G., FRENCH C., GOBBI M.E.; KARIHOLLO B.L.; KONIG G.; KOTSAVOS M.D.; LABUZ J.; LANGE-KORNBAL D.; MARKESSET G.; PAVLOVIC M.N.; SIMSCH G.; TURATSINZE A.; ULMER M.; VAN GEEL H.J.G.M.; VAN VLIET M.R.A.; ZISSOPOULOS D. **Strain-softening of concrete in uniaxial compression.** Materials and Structures/Matériaux et Constructions, Vol. 30, p 195-209, May 1997.

YONEYAMA, S.; MURASAWA, G. Digital Image Correlation. **Experimental Mechanics.** Sample Chapters, In: Encyclopedia of Life Support Systems. [s.l.] 2009. Não paginado. Disponível em: <<http://www.eolss.net/Sample-Chapters/C05/E6-194-04.pdf>> Acesso em: 25 outubro 2017, 00:32.

ZAITSEV, Y.B.; WITTMANN, F.H. **Simulation of crack propagation and failure of concrete.** Vol. 14 – Nº 83. Matériaux et Constructions, p. 357-365, 1981.