



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO PAMPA**

**ALYSSON PEREIRA DA SILVA**

**AVALIAÇÃO DE RISCO E RETORNO DE UMA CARTEIRA  
DE AÇÕES DA IBrX50 PELA VISÃO DE MARKOWITZ E SHARPE**

**Alegrete  
2016**

**ALYSSON PEREIRA DA SILVA**

**AVALIAÇÃO DE RISCO E RETORNO DE UMA CARTEIRA  
DE AÇÕES DA IBrX50 PELA VISÃO DE MARKOWITZ E SHARPE**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado ao Curso de Engenharia  
Econômica da Universidade Federal do  
Pampa.

Orientador: Prof. Dr. Alexandre Silva de  
Oliveira

**Alegrete  
2016**

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais).

Trabalho de Conclusão de Curso (Pós Graduação) -- Universidade Federal do Pampa, ESPECIALIZAÇÃO EM ENGENHARIA ECONÔMICA, 2016.  
Orientador: Prof. Dr. Alexandre Silva de Oliveira

**ALYSSON PEREIRA DA SILVA**

**AVALIAÇÃO DE RISCO E RETORNO DE UMA CARTEIRA  
DE AÇÕES DA IBrX50 PELA VISÃO DE MARKOWITZ E SHARPE**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado ao Curso de Engenharia  
Econômica da Universidade Federal do  
Pampa.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 13/07/2016.

Banca examinadora:

---

Prof. Dr. Alexandre Silva de Oliveira  
Orientador  
Unipampa

---

Prof. Dr. João Plínio Juchem Neto  
Unipampa

---

Prof. Dr. Fladimir Fernandes dos Santos  
Unipampa

“Não é preciso ter olhos abertos para ver o sol, nem é preciso ter ouvidos afiados para ouvir o trovão. Para ser vitorioso você precisa ver o que não está visível”.

Sun Tzu

## RESUMO

O presente trabalho pretende avaliar o risco e o retorno de uma carteira de ações oriunda das 23 empresas mais líquidas do Índice IBrX50, utilizando-se a taxa SELIC como parâmetro livre de risco do mercado, onde é necessário usar dados mensais, passando-os de anual para mensal, e também o chamado risco sistemático, definido como beta das ações, acompanhado também do risco não sistemático, representado pelo excedente de retorno do beta sobre os ativos. Para isso, as séries históricas mensais de janeiro de 2010 a março de 2016 foram coletadas e tratadas sob o método descrito pela teoria das carteiras de Markowitz e em seguida, passaram pela análise do Modelo de Índice Único, proposto por Sharpe, passando pela taxa de corte na escolha das ações mais rentáveis, na qual, resultou em duas carteiras distintas, uma que apresenta o resultado do modelo de corte, que ficou em 1,085%, e outra, na qual foi feita uma carteira baseada no excedente retorno positivo das ações, em que resultou em um retorno de 1,127%, sendo que a proporção do investimento da carteira das ações ficou 60% com as Lojas Renner, 31% com a Raia Drogasil e 9% com a Ambev.

**Palavras-chave:** Risco – Índice – Retorno – Markowitz – Ibrx50.

## **ABSTRACT**

This study aims to evaluate the risk and return of a portfolio of shares originating from the 23 most liquid companies IBrX50 Index, using the SELIC rate as a free parameter of market risk, where it is necessary to use monthly data, passing the annual to monthly, and also the so-called systematic risk, defined as beta of the shares, also accompanied by the unsystematic risk, represented by the beta return surplus on assets. For this, the January monthly historical series from 2010 to March 2016 were collected and treated in the method described by the theory of Markowitz portfolios and then passed by reviewing the single index model proposed by Sharpe, through rate cut in choosing the most profitable stocks, which resulted in two separate portfolios, one that shows the result of cutting model, which stood at 1.085%, and one in which it was made a portfolio based on overly positive stock returns, which resulted in a return of 1.127%, and the proportion of the equity portfolio investment was 60% with Lojas Renner, 31% with Drogasil Raia and 9% with Ambev.

**Keywords:** Risk - Index - Feedback - Markowitz -Ibrx 50.

## LISTA DE QUADROS

Quadro 1. Quadro dos principais autores sobre a Teoria de MARKOWITZ e o Modelo de índice único .....	18
Quadro 2. Quadro da taxa de corte .....	24



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Relação do Ibrx50 em relação aos outros índices.....	14
Figura 2. Relação da fronteira eficiente com o risco.....	16
Figura 3. Delineamento da pesquisa.....	20
Figura 4. Relação do retorno dos ativos e o seu desvio padrão.....	34
Figura 5. Relação dos retornos dos ativos em relação ao BETA.....	35

## LISTA DE EQUAÇÕES

Equação 1. Retorno sobre a carteira.....	4
Equação 2. Variância .....	5
Equação 3 Cálculo da taxa de retorno mensal de um título: .....	21
Equação 4. Fórmula da média aritmética .....	21
Equação 5. Fórmula da variância.....	21
Equação 6. Fórmula da covariância amostral .....	21
Equação 7. Fórmula da covariância populacional.....	21
Equação 8. Fórmula do desvio padrão populacional.....	22
Equação 9. Desvio padrão amostral .....	22
Equação 10. Cálculo do Beta .....	22
Equação 11. Cálculo de taxas equivalentes.....	23
Equação 12. Excedente de retorno .....	23
Equação 13. Cálculo da taxa de corte.....	24
Equação 14. Normalização dos pesos dos ativos .....	24
Equação 15. Percentual de divisão da carteira .....	24
Equação 16. Equação de retorno da carteira.....	24
Equação 17. Equação da variância do risco da carteira. ....	25
Equação 18: Equação do retorno da carteira.....	33
Equação 19: Equação da fórmula da variância do risco da carteira.....	34

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Ações de maior participação do IBrx50 .....	26
Tabela 2. Tabela das médias dos retornos .....	27
Tabela 3. Tabela do desvio padrão das ações.....	27
Tabela 4. Tabela da variância das ações.....	28
Tabela 5. Tabela do excedente de retorno.....	28
Tabela 6. Tabela da taxa de corte.....	29
Tabela 7. Tabela da separação da taxa de corte .....	30
Tabela 8. Distribuição da tabela da taxa de corte .....	31
Tabela 9. Retorno da carteira após a taxa de corte .....	31
Tabela 10. Carteira ótima com o cálculo do excedente de retorno .....	31
Tabela 11. Beta dos ativos.....	32
Tabela 12. Tabela da taxa livre de risco, a Selic, de 2010 até 2016 .....	32

## LISTA DE SÍMBOLOS E ABREVIações

ABEV3 - AMBEV S/A

BBDC4 - BRADESCO

PETR4 - PETROBRAS

UGPA3 - ULTRAPAR

BRFS3 - BRF S.A

CIEL3 - CIELO

BVMF3 - BMFBOVESPA

ITSA4 - ITAUSA

VALE5 - VALE

BBAS3 - BRASIL

VALE3 - VALE

BBDC3 - BRADESCO

VIVT4 - TELEF BRASIL

BBSE3 - BBSEGURIDADE

ITUB4 - ITAUUNIBANCO

JBSS3 - JBS

CCRO3 - CCR SA

EMBR3 - EMBRAER

LREN3 - LOJAS RENNER

*HYPE3* - HYPERMARCAS

RADL3 - RAIADROGASIL

CTIP3 - CETIP

SBSP3 - SABESP

IBrx50 - Índice brasil 50

SELIC - Sistema Especial de Liquidação e Custódia

$\bar{X}$  - Média Amostral

$S^2$  - Variância Amostral

$\sigma$  - Sigma do Desvio-Padrão

$\beta$  - Beta – Parâmetro do risco sistemático

$\Sigma$  - Soma

$\mu$  - Média Populacional

$\sigma_{ei}^2$  - Risco não sistemático

$\bar{R}$  - Retorno médio de uma ação

$C^*$  - Taxa de corte

$\sigma_m^2$  - Variância do índice de mercado

$X_i$  - Porcentagem de cada título de cada título

$Z_i$  - Aplicação relativa de cada título para a taxa de corte

$Q$  - Questionamentos

$O$  - Objetivos

$H$  - Hipóteses

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	1
1.1 Delimitação do tema .....	1
1.2 Problema de pesquisa .....	2
1.2.1 Objetivos .....	2
1.3 Objetivo Geral .....	2
1.3.1 Objetivos Específicos .....	2
1.4 Hipóteses iniciais.....	2
1.5 Justificativa.....	3
<b>2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA</b> .....	4
<b>3 REVISÃO DE LITERATURA</b> .....	8
3.1 Gestão do risco .....	10
3.2 Avaliações de ações .....	11
3.3 Modelos de índice único.....	12
3.4 Índice IBrx 50 .....	13
3.5 Índice Beta .....	14
3.6 Fronteira Eficiente .....	15
3.7 Taxa SELIC .....	16
<b>4 METODOLOGIA</b> .....	19
4.1 Caracterização da pesquisa .....	19
4.2 Questionamentos da pesquisa .....	19
4.3 Delineamentos da pesquisa .....	20
4.4 Tratamento dos dados.....	20
4.5 Forma de coleta de dados.....	25
4.6 Validação.....	25
<b>5 RESULTADOS</b> .....	26
5.1 Avaliações das ações selecionadas.....	26
5.2 Aplicação do modelo .....	27
5.3 Risco sistemático .....	32
5.4 Taxa livre de risco .....	32
5.5 Validação para avaliação do modelo.....	33

<b>6 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	36
6.1 Autocrítica .....	36
6.2 Sugestões para trabalhos futuros.....	37
6.3 Contribuições acadêmicas para a comunidade.....	37

## 1 INTRODUÇÃO

O presente trabalho tem como objetivo analisar o risco e retorno de uma carteira de ações utilizando as técnicas de Markowitz no software Excel e descobrir o retorno das ações usando cálculos estatísticos e solucionar a questão que envolve a aplicação de investimento na carteira da IBrx50.

Para Filho e Ishikawa (2012, p. 279) “O modelo de precificação de ativos de Markowitz e Sharpe é considerado um dos mais rigorosos e fundamentais para a análise de investimentos”.

Visto isso, percebe-se que é impossível prever o futuro, mas é possível, com base no passado, preparar-se para ele, e no mercado de capitais, hoje em dia, investir em uma única ação é um erro considerado amador, pois o mais coerente é diversificar seus investimentos, da velha máxima de não colocar todos os ovos em uma única cesta. O risco sempre esteve presente na história da humanidade, desde a implantação da agricultura em que se precisava avaliar o risco de perda da colheita, até os riscos do mercado de capitais na bolsa de valores hoje em dia, o risco da perda sempre esteve presente, mas não quer dizer que não seja possível mensurá-lo e avaliar o seu grau de intensidade.

As pessoas geralmente sempre são avessas ao risco, preferindo ficar em uma zona de segurança, mas algumas pessoas vão, além disso, na certeza de ganhos maiores, pois a velha máxima que se tem é a de que quanto maior o risco, maior é a recompensa, visto que, o mercado de capitais sempre esteve presente nesse contexto de risco, houve a necessidade de estudar e avaliar o risco e o retorno desse mercado, pois sendo uma renda variável sempre está propenso a mudanças, altas e baixas por motivos diversos como inflação, política, mídia, etc.

A diversificação consiste em possuir uma quantidade diferente de ativos. (CARMONA, 2009, p. 181).

### 1.1 Delimitação do tema

O tema dessa monografia se concentra em aplicar os modelos de Markowitz e o modelo de Sharp, aplicando o modelo de índice único, e usando-os em 23 ações da IBrx50.



## 1.2 Problema de pesquisa

Como mensurar o risco e o retorno de uma carteira de ações da IBRx50?

### 1.2.1 Objetivos

Os Objetivos apresentados abaixo são:

### 1.3 Objetivo Geral

O objetivo geral é apresentado abaixo:

- Mensurar o risco e o retorno de uma carteira de ações da IBRx50 utilizando a teoria de Markowitz e Sharpe.

#### 1.3.1 Objetivos Específicos

Os objetivos Específicos apresentados baixo são:

- 1) Identificar o risco sistemático das ações mais líquidas da IBRx50;
- 2) Identificar o risco não sistemático das ações mais líquidas da IBRx50;
- 3) Calcular o ponto de corte na carteira da IBRx50;
- 4) Mensurar o potencial de investimento nas ações da carteira da IBRx50;
- 5) Mensurar o risco na qual a carteira está exposta.

#### 1.4 Hipóteses iniciais

As hipóteses iniciais a elencar são as seguintes:

- 1) O modelo pode ser aplicado, se descoberto o risco sistemático no mercado acionário brasileiro, a fim de se obter uma esperança de retorno satisfatória;
- 2) O modelo pode ser aplicado se descoberto o risco não sistemático no mercado acionário brasileiro, a fim de se obter uma esperança de retorno satisfatória;

- 3) O índice IBrx50 possui ações que poderiam passar em um taxa de corte acima da taxa SELIC;
- 4) Existem ações da carteira da IBrx50 com retorno superior ao mercado com um bom potencial de investimento;
- 5) Existem ações da carteira da IBrx50 com risco inferior ao retorno.

### 1.5 Justificativa

O presente trabalho demonstra que a área do conhecimento acionário, mesmo passando por muito estudo, é extremamente ampla, passando por inúmeros modelos e teorias, tanto para evitar o risco de perda, como para maximizar os investimentos de curto e de longo prazo em ações, dentre elas, para este trabalho, foi escolhida a teoria das carteiras de Markowitz e o modelo de índice único proposto por Sharpe, para servir como método de investimentos que visa diminuir os riscos de uma carteira e ao mesmo tempo escolher as ações de maior eficiência que passarão pelo gráfico da linha da fronteira eficiente.

Comumente, na análise de investimentos, os ativos são caracterizados por seu retorno esperado e pela variabilidade de seus retornos possíveis em relação ao retorno esperado. O retorno esperado de um ativo com risco é o seu retorno mais provável. É a média ou tendência central da distribuição probabilística dos retornos desse ativo. Pode ser estimado calculando-se a soma dos produtos dos retornos possíveis vezes as respectivas probabilidades de ocorrência. (Samanez, 2010, p. 180).

E com isso surgiu diversas teorias de como diversificar, aperfeiçoar e diminuir o risco de investimento, dentre elas esta a teoria dos portfólios de Markowitz.

Já Allen (2008, p. 159) “Afirma que o que torna um investimento arriscado é a dispersão de seus resultados, sendo medido normalmente pelo desvio padrão, e ou a variância”.

Já o modelo de índice único é uma variação do modelo de Markowitz, buscando selecionar ações rentáveis e excluir de um portfólio ações deficitárias.

De acordo com Elton, Et al. (2004, p. 169) “O modelo de índice único permite a construção de uma carteira de maneira simples de cálculo de composição que nem é necessário o uso de computadores, pois é feito em cálculos simples”.

## 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Em 1952, Harry Markowitz publicou o artigo *Portfolio Selection*, na qual formulou em sua pesquisa que permite calcular o risco de uma carteira, em que acarretou em um prêmio Nobel em 1990.

Ele acreditava que podia buscar uma nova formulação na compreensão de risco e retorno nas carteiras de investimentos estando elas em conjunto e não apenas apostar em ativos isolados.

O processo de seleção de uma carteira pode ser dividido em duas fases. A primeira etapa começa com a observação e experiência e termina com crenças sobre os desempenhos futuros de títulos disponíveis. O segunda etapa começa com as crenças relevantes sobre desempenhos futuros e termina com a escolha de uma carteira. (Markowitz, 1952, p. 77).

Para ele o ponto principal é de que as escolhas não deveriam ser a esmo, mas sim a partir do planejamento calculado dos retornos das ações que iriam compor a carteira, sendo que diversificação é a palavra chave.

Uma das ideias mais fantásticas do artigo de Markowitz, é o princípio da diversificação dos investimentos. O ditado “não coloque todos os ovos numa cesta só”, expressa essa ideia, este princípio mostra que a combinação de duas ações arriscadas podem gerar uma carteira de risco menor do que apenas cada ação individual. (Lima, Lima e Pimentel, p. 557, 2010).

Nessa época começou a se utilizar grande quantidade de dados, o que na década de 50 e 60 os computadores dificilmente conseguiam resolver os cálculos estatísticos, sendo que o retorno que compõe uma carteira deve-se primeiramente calcular a média do retorno e a variância.

O retorno (R) sobre a carteira como um todo é uma soma ponderada de forma aleatórias variáveis (na qual o investidor pode escolher os pesos). Sobre quais somas ponderadas podemos ver o retorno esperado E da carteira como um todo é: Equação 1. Retorno sobre a carteira

$$E = \sum_{i=1}^N X_i \mu_i \quad (1)$$

Na qual  $E$  é o Retorno esperado de uma carteira,  $X_i$  é o Retorno esperado de uma ação e  $\mu_i$  é a Porcentagem do valor da carteira aplicado no ativo  $i$ .

E sua variância é: Equação 2. Variância

$$\sigma_c^2 = \sum_{i=1}^N X_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_{ij} \quad (2)$$

Na qual  $\sigma_i^2$  é a Variância do ativo  $i$ ,  $\sigma_{ij}$  é a Covariância entre os ativos  $i$  e  $j$ . (Markowitz, 1952, p.80).

Sendo que é de vital importância que os retornos sejam positivos, para se poder montar uma carteira eficiente. Pois a partir de uma série de cálculos são medidas a escolha da carteira ideal. Sendo que um conceito importante no mercado brasileiro, por exemplo, seria o investimento em renda variada e fixa, na qual, a diversificação protege o investimento no caso de um cair, o outro se manterá estável.

Por várias razões recomendamos o uso do retorno e da variância, tanto como uma hipótese para explicar o investimento bem estabelecido como comportamento e como máxima para orientar a própria ação. A regra serve como uma explicação e guia para "investimento" e distinguido de comportamento especulativo. (Markowitz, p.87, 1952).

A publicação de Markowitz na época ajudou a formar várias teorias adjacentes, dentre elas o MIU – Modelo de Índice Único, na qual será visto adiante.

O modelo admite que os investidores sejam avessos ao risco e que, ao escolherem entre carteiras, preocupem-se apenas com a média e a variância do retorno de seu investimento de um período. Com isso, os investidores escolhem carteiras “eficientes em média-variância” desde que as carteiras 1) minimizem a variância do retorno da carteira dado o retorno esperado e 2) maximizem o retorno esperado dado a variância. Assim, a abordagem de Markowitz é frequentemente chamado de “modelo de média-variância. (Fama e French, 2003, p. 64)

Para Castellano (2008, p. 38) “As hipóteses de Markowitz se baseiam em que os investidores preocupam-se apenas com o valor esperado, a variância, um retorno

maior em troca de um risco menor, um grande retorno com um mínimo risco e melhor atenção quanto a taxa de retornos dos ativos.”

Segundo Sharpe (1995, p. 262), Markowitz em sua teoria fundamentou que:

- As carteiras são avaliadas pelo retorno e o desvio padrão.
- Investidores são, em grande parte, avessos ao risco, nas quais, sempre escolhem por segurança a carteira de maior retorno e que oferece o menor risco.
- Os ativos individuais podem ser comprados em frações, pois podem ser divididos.
- Há uma taxa livre de risco na qual pode ser tomada emprestada ou se emprestar para os investidores.

Qual portfólio é o melhor? Esta questão é provavelmente tão antiga como a própria bolsa de valores. No entanto, quando Markowitz publicou seu artigo sobre a seleção de carteiras em 1952, ele forneceu a base para a teoria moderna de portfólio como um problema matemático. (Marling e Emanuelson, 2012, p.2).

Markowitz, em 1952, criou a teoria dos portfólios, que buscava a minimização dos riscos de uma carteira de investimentos, visando à maximização dos retornos a um nível de risco aceitável.

Segundo Castellano (2008, p.38), pode-se definir a teoria de Markowitz em quatro hipóteses:

1. Os investidores preocupam-se em apenas com o valor esperado, e com a variância da taxa de retorno.
2. Os investidores tem preferência por retorno maior e risco menor.
3. Os investidores desejam ter carteiras eficientes, dentre as quais aquelas que dão o máximo retorno esperado, dado o risco, ou o mínimo risco, dado o retorno esperado.
4. Os investidores então de acordo quanto as distribuições de probabilidades das taxas de retorno ativas, o que assegura a existência de um único conjunto de carteiras eficientes.

Uma carteira somente pode ser considerada eficiente se for fixada por uma taxa de retorno, caso não exista outra de menor risco, ou seja, para um desvio

padrão, nenhuma carteira pode existir com maior taxa de retorno do que a oferecida pela carteira eficiente (Markowitz, 1952, p. 87).

Uma carteira pode conter uma vasta gama de investimentos de renda variável como commodities, ações, títulos de liquidez imediata, etc. Por isso seu risco essencialmente menor, pois se uma porção de um determinado mercado vai mal, outra pode continuar intacta ou obter ganhos expressivos com o tempo, diferente do investimento em um único ativo.

Já para Zopounidis, Doumpos e Fabozzi (2013, p. 343):

Em seu papel de Markowitz esclarece este erro comum enfatizando que uma escolha cuidadosa desde a fronteira eficiente aproximadamente maximiza a utilidade esperada para uma ampla classe de funções de utilidades côncavas. Markowitz fornece uma análise crítica da literatura sobre este assunto que abrange ambos os relatórios positivos e negativos e discute esta questão em relação aos medidas de risco populares e critérios de seleção carteira.

Em termos de probabilidade e estatística, o risco está relacionado a distribuição de probabilidades, variância, desvio padrão e correlação entre dois títulos. (Motta e Calôba, 2010, p. 248).

### 3 REVISÃO DE LITERATURA

A escolha de ativos sempre foi controversa no mercado acionário, visto que, é necessário aprofundar-se e dedicar-se muito para obter ferramentas que podem auxiliar no desenvolvimento e na gestão de investimentos em determinados ativos.

A exposição de um ativo ou de uma transação não pode ser avaliada isoladamente ou de forma abstrata, quando se fala em exposição ao risco, devemos considerar o perfil de risco do investidor, isto é, se é avesso ao risco, neutro ao risco ou amante do risco, isso definirá sua posição dentro do mercado como hedge, especulador ou como arbitrador. (Carmona, 2009, p.178).

Para Castellano (2008, p. 193) “o mercado acionário, por meio da bolsa de valores permite que empresas levantem seu capital para negociação, que investidores possam aplicar seu capital e pessoas possam manter suas aplicações em empresas lá listadas.”

Não basta apenas escolher ações, mas sim saber em qual carteira certa investir, pois há vários índices a se escolher nesse contexto.

O risco origina-se de nossa incapacidade de prever o futuro, indicando um grau de incerteza, que é bastante significativo para se tornar. Pois essa definição um tanto vaga ganhará maior consistência se forem mencionadas algumas características de risco. (Motta e Calôba, 2010, p. 246)

Para Fortuna (2010, p. 739) “O índice de preços de um determinado ativo ou produto serve, de modo geral, para nos indicar o comportamento histórico destes preços em um intervalo de tempo em que estiverem sendo observados”.

Segundo Motta e Calôba (2010, p. 248) “risco é a possibilidade de danos físicos ou materiais, a perda, a probabilidade de perda, o valor de perda possível e incerteza é a qualidade ou estado de ser incerto falta de certeza, dúvida”.

O risco de perda é inerente a qualquer pessoa que queira entrar no mercado de renda variável, por isso, surgiram diversas teorias a respeito dela, nas quais, servem tanto como guia tanto para começar um investimento, quanto para obter retornos a longo prazo.

De acordo com Pardalos, Sandstrom e Zopounidis (1994, p.2):

A formulação da média e variância de Markowitz de uma carteira se resume a  $N =$  número de títulos,  $x_i =$  quantidade relativa investida em segurança,  $R_i =$  Retorno real de segurança onde a expectativa de retorno é  $\bar{r} = E(r_i)$ , matriz de variância e covariância pressuposto que todos são positivos,  $\bar{R} =$  retorno esperado de portfólio,  $V =$  Variância de um portfólio.

Para isso surgiu a necessidade da diversificação de investimentos nos ativos de interesse da pessoa que quer investir nesse mercado.

Para Neto (2002, p.218) “o estudo da diversificação o risco de um ativo é totalmente avaliado em relação a toda carteira aos demais ativos, assim, elevando a diversificação, é possível diminuir o risco de um portfólio.”

Já Allen (2008, p. 163) “diz que ao combinar as ações em diferentes proporções, obtém-se uma seleção mais ampla e diversificada com maior risco e retornos esperados, o que Markowitz nomeia de carteira eficiente.”

Em determinado período de tempo, uma ação pode conceder aos acionistas vários benefícios, tais como, bonificações, dividendos, desdobramento de ações(Split), e direitos de subscrição, Neste caso podemos estimar o retorno da ação, observando a variabilidade de um índice composto por uma quantidade teórica de ações, (Samanez,2007, p. 179)

Assim, não basta apenas investir em qualquer tipo de ativo, mas sim, procurar se aprofundar em estudos de caso e tentar conseguir o máximo de informações sobre os ativos das carteiras que se deseja investir.

Para Levy e Levy (2013, p.1):

A teoria das carteiras é provavelmente a regra do investimento mais comumente empregado por ambos acadêmicos e investidores profissionais, daí a intensa pesquisa sobre as implicações teóricas e práticas do paradigma. E se se assume normalidade dos retornos e aversão ao risco.

Segundo Zopounidis, Doumpos e Fabozzi (2013, p. 343):

O Professor Markowitz introduziu um quadro de otimização de carteiras baseado em um risco e retorno (média e variância) no contexto bi-criterial. Os princípios introduzidos através deste modelo ainda estão no cerne de muitas abordagens modernas para a alocação de ativos, análise de



investimentos, gestão de riscos, orçamento de capital, e tomada de decisão sobre a incerteza. No entanto, como a complexidade, vulnerabilidade e as incertezas envolvidas nos negócios globalizados e nos ambientes financeiros, o quadro apresentado pelo Professor Markowitz continua a ser altamente relevante. Claro, diferentes extensões, variantes e novas descobertas têm entrado em jogo.

### 3.1 Gestão do risco

O risco sempre esteve presente na história humana, passando por diversos períodos, e hoje em dia não é diferente, tanto que risco, para a maioria de nós refere-se a que na probabilidade de perder em um jogo ou em qualquer atividade, como por exemplo, o risco de dirigir muito rápido e sofrer um acidente ou apostar em um cassino e pôr tudo a perder.

Segundo Benjamin Graham (2003, P. 150) “O conceito de risco, é com frequência, ampliado a forma de ser aplicado a uma eventual queda no preço de um título, muito embora essa queda pode ser de natureza cíclica e passageira.”

Já para Brito (2013, p. 245) “Risco é a movimentação adversa de preços e valores das variáveis que compõe o valor e a posição de um portfólio”.

A gestão do risco depende não somente do conhecimento do investidor, mas sim de outras variáveis, que nesse caso, se classificam como risco sistemático e risco não sistemático.

O conceito de risco pode ser entendido de diversas maneiras, dependendo do contexto da pessoa que a está avaliando. Exemplos: Risco aéreo, para uma companhia seguradora; risco de contrair uma doença, para uma pessoa qualquer; o risco do insucesso de um negócio, para o empresário; e assim por diante. Em verdade, o risco é interpretado pelo nível de incerteza associada a um acontecimento (ASSAF, 2011, p.238).

De acordo com Salazar (2010, p.116): “o risco de um ativo de capital é definido em termos da variação de seus retornos. Em termos formais, o risco de um investimento é a percepção da variação de seus fluxos de caixa. Quanto maior a variação, maior é o risco”.

Para Graham (2015, pag. 406):

“A escolha dos melhores ativos é altamente controversa. Nosso conselho ao investidor defensivo é que a deixe de lado. Deixe-o enfatizar a diversificação mais do que a seleção individual, incidentalmente, a ideia universalmente aceita da diversificação é, em pelo menos parte, é a negação das pretensões ambiciosas da seletividade”.

### 3.2 Avaliações de ações

Para se avaliar alternativas de investimentos, é usual a utilização de duas medidas: o retorno e o risco de um investimento. Um investidor sempre buscará minimizar a probabilidade de perdas, maximizando, simultaneamente, o retorno do capital investido (Motta Júnior, Oliveira E Gutierrez, 2007).

Avaliar ações não é uma tarefa fácil, pois engloba um estudo em torno de cálculos estatísticos e médias históricas de acordo com o tipo de investidor que quer adentrar esse meio.

Para se avaliar os riscos do mercado de capitais são usados métodos estatísticos para definir e mensurar riscos possíveis.

De acordo com Levy e Levy (2014) “otimização de média-variância produz o portfólio que maximiza a média para um determinado desvio padrão, ou dito de outra maneira, a carteira com a relação máxima. Na básica aplicação deste método são empregados os parâmetros de amostras como as estimativas dos parâmetros ex ante”.

O objetivo de qualquer investidor é obter o maior retorno com o menor risco possível, sendo que a importância disso é saber a relação entre uma ação e o portfólio do mercado.

Para melhor classificar o risco, ele é dividido em dois, risco sistemático e risco não sistemático.

Para Assaf (2010, p. 200) “Risco sistemático é determinado por eventos de natureza política, econômica e social, inerentes as ações, e o risco não sistemático se refere as características do próprio ativo, não interferindo nos demais.”

### 3.3 Modelos de índice único

Foi criado por Sharpe na qual, é uma simplificação do modelo apresentado por Markowitz.

Para Sharpe (1964, p. 425) “Um dos problemas para quem lida na área do mercado de capitais, é a confiança de um modelo útil de cálculo, pois embora os modelos tradicionais sejam, os mais utilizados, não oferecem condições de segurança nas transações financeiras”.

Segundo Zanini e Figueira (2005, p. 43) “Um trabalho de Sharpe em 1961 de cem ativos levava cerca de 30 minutos para ser otimizado no melhor computador da época, a um custo de US\$300,00 dólares, o que encarecia e inviabilizava o uso contínuo de otimizações de carteiras”.

A próxima contribuição para a teoria da carteira foi de uma maneira simplificada de efetuar este cálculo. William Sharpe era um estudante de doutorado na Universidade da Califórnia, um dos primeiros alunos a fazer os cursos de economia e finanças. Quando chegou a hora de escrever uma tese, Fred Weston sugeriu para ele falar com Harry Markowitz.

Markowitz tornou-se o orientador de Sharpe, e o fez trabalhar a tentar simplificar os aspectos computacionais da teoria da carteira. E na edição 164 do *Journal of Economic Perspectives*, Sharpe explorou uma abordagem agora conhecido como o "modelo de mercado", ou o modelo de "único fator". Assume-se que o retorno em cada segurança é linearmente relacionado a um único índice, geralmente considerado como sendo o retorno em algum mercado de ações. (Varian, 1993, p.163).

Para o modelo de Markowitz, se exigia um grande esforço computacional para a época e grande equipe de analistas financeiros. Este utiliza, ao invés da correlação entre as diferentes ações, uma correlação (Beta) entre cada ação e um índice que represente o retorno médio das ações no mercado (SANTOS, COROA E BANDEIRA, 2008).

Para Elton, et al (2004, p. 171) "seria muito facilitado para os analistas e investidores se fosse adotado o modelo de índice único, como descrição da variação conjunta entre títulos.”

Sob certas condições, a abordagem da variância média pode ser mostrado para levar a previsões insatisfatórias de comportamento. Markowitz sugere que um modelo com base na semi-variância (a média dos desvios quadrados abaixo da média) seria preferível; tendo em conta os formidáveis problemas computacionais, no entanto, ele baseia sua análise sobre a variância e desvio padrão, (Sharpe, 1964, p. 427).

Especificamente ele serve para medir o grau de investimento de uma carteira e eliminar as demais que estão abaixo do grau de risco.

De acordo com Carmona (2009, p. 1991). “Antigamente era avaliada apenas a taxa de retorno de uma carteira, pois os investidores não sabiam mensurar o risco, sendo que o desenvolvimento da teoria das carteiras da década de 50 e 60 permitiu a diversificação do risco”.

Segundo Elton, *et al* (2004, p. 171). “Para determinar uma carteira ótima, deve-se calcular o quociente de excedente de retorno do Beta de cada ação que esta sendo analisada de alto para baixo e aplicar na carteira ótima todas as ações para qual  $(\bar{R}_i - R_F) / \beta_i$  é maior que certo valor de  $C^*$ .”

O  $C^*$  é que vai determinar a taxa de corte dos ativos a serem cortados na formação da carteira eficiente.

. A observação do mercado de ações revela que a maioria das ações pode aumentar quando o mercado sobe e diminuir quando ele vai para baixo. Isto sugere que os títulos são correlacionados através de uma resposta comum às flutuações do mercado. É claro que cada título também move-se de uma maneira única, de modo a que o retorno pode ser dividido em duas partes, uma que depende do mercado, e uma que é independente. (PARDALOS, SANDSTROM, ZOPOUNIDIS, 1994, p.6)

Para Elton, *et al* (2004, p. 173). “O  $Z_i$  representa a aplicação percentual em cada título e o  $X_i$  representa a normalização do peso em cada título”.

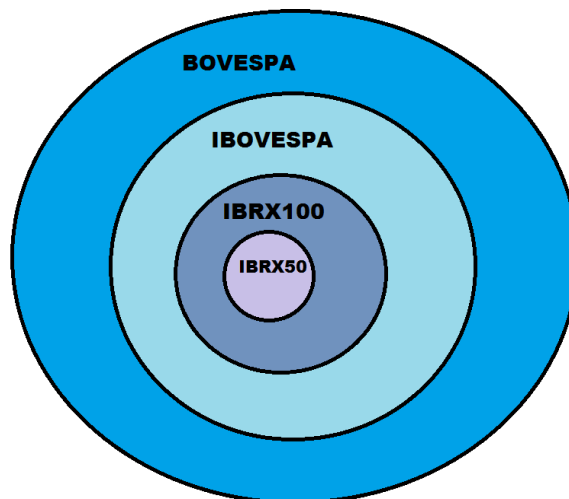
### 3.4 Índice IBrx50

É um índice similar ao índice Bovespa, mas com a diferença de ser mais rigoroso em seus critérios de avaliação.

“O IBrx50 é um índice de retorno total ponderado pela capitalização das empresas que a possuem, selecionadas segundo sua liquidez. Ele apresenta a vantagem de ser mais facilmente reproduzida pelo mercado possibilitando o lançamento de produtos derivativos. (Fortuna, 2010, p. 742)”

O IBrx50 tem praticamente as mesmas características do IBrx100, sendo que a diferença é o menor número de ativos em sua carteira de investimento, facilitando assim, a análise de quem quer participar desse mercado, sendo que começou a ser divulgado em 2003, e tem a mesma periodicidade do índice Bovespa.

Figura 1. Relação do Ibrx50 em relação aos outros índices. Fonte: Próprio autor.



### 3.5 Índice Beta

O índice Beta é o risco sistemático das ações, sendo que o Beta é uma regressão linear, sendo que é um coeficiente que aponta o quanto uma variável oscila em função de outras.

Nas carteiras muito bem diversificadas, o Beta se torna medida correta do risco dos investimentos. Nesse caso riscos não sistemáticos tende a zero, e o único risco relevante torna-se o risco medido pelo Beta, ou risco de mercado. (Salazar, 2010, p. 129).

Já para Allen (2008, p. 146) “O Beta serve para medir a sensibilidade do risco de mercado em relação aos títulos de uma carteira e não apenas a ação isolada.”

Sendo assim, o Beta serve como parâmetro para a carteira de qualquer investidor.

O retorno esperado sobre qualquer ativo  $a$  é a taxa livre de risco, mais o prêmio de risco. O prêmio de risco é o "beta" do ativo vezes o esperado excesso de retorno da carteira de mercado. O "beta" de um ativo passa a ser a covariância de retorno que do ativo com o retorno de mercado dividido pela variância do retorno do mercado. Isto é simplesmente o coeficiente de regressão teórica entre o retorno sobre o ativo de um e o retorno de mercado, um resultado notavelmente consistente com o modelo de índice único proposto na tese de Sharpe. (Varian, 1993, p. 165).

### 3.6 Fronteira Eficiente

A fronteira eficiente é a separação dos ativos para cada peso em que cada um se apresenta.

De acordo com Salazar (2010, p. 131). “Na comparação de dois ativos de etas diferentes, quanto maior o Beta de um ativo, maior é o retorno esperado e quanto menor o Beta, menor é o retorno”.

Segundo Debastiani e Russo (2008, p. 133). “A diversificação não é capaz de eliminar o risco da fronteira eficiente, visto que, os ativos estão expostos as variáveis do mercado”.

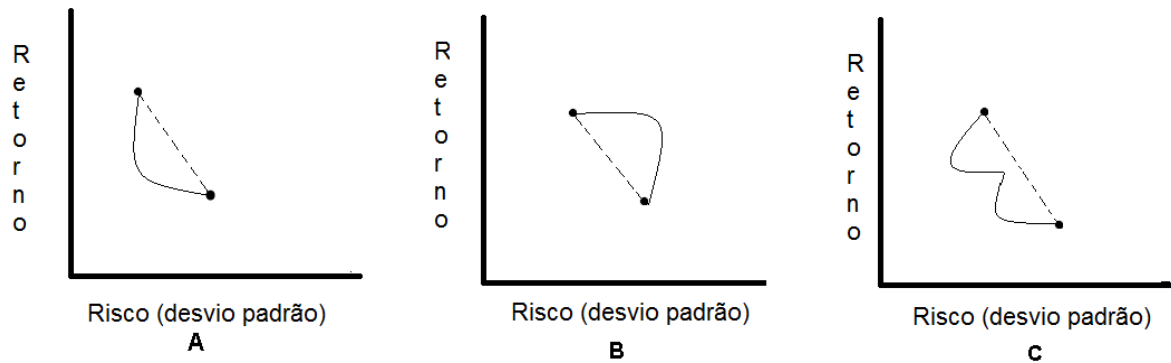
Mas mesmo assim, a formação da fronteira eficiente serve como indicador de como devemos separar as ações de acordo com o seu risco e seu retorno.

Para Motta e Calôba (2010, p. 261) “A fronteira eficiente de uma carteira fornece um alto grau de retorno para certo grau de risco especificado e o menor risco para dado nível de retorno especificado sendo o conjunto de todos os portfólios percebidos pelo investidor”.

Para Elton, *et al* (2004, p. 86). “Algumas carteiras na fronteira eficiente não são possíveis, pois não podem ter mais risco do que as encontradas numa linha reta que as liga.”

Sendo que os gráficos da figura 2 mostram as relações entre o retorno esperado e o desvio padrão.

Figura 2. Relação da fronteira eficiente com o risco.



Fonte: Próprio autor

Sendo que o gráfico da figura A demonstra a carteira otimizada, o gráfico B mostra a carteira não otimizada, com um risco maior e o gráfico C demonstra a união das duas carteiras. As carteiras B e C não são combinações possíveis, pois não são otimizadas e são de alto risco.

Para Shing e Nagasawa (1999) “foram propostas como a base do modelo de Markowitz modelo para melhorar a eficiência de cálculo gerando a chamada “fronteira eficiente”. Nesses modelos, os investidores são todos assumidos como avessos ao risco”.

### 3.7 Taxa SELIC

O Sistema Especial de Liquidação e de Custódia (**SELIC**), sempre esteve presente na economia brasileira, criado em 1979, somente as instituições credenciadas tem acesso direto a ele.

Uma grande dúvida para os investidores iniciais é a de que importância a taxa Selic tem no mercado de ações. Na verdade ela influencia em tudo. Em geral ela serve como medida de valorização ou desvalorização da moeda, e afetam diretamente os índices da bolsa de valores, pois serve como um forte instrumento de controle inflacionário.

Para servir de parâmetro neste trabalho, será usada a taxa de juros SELIC que segundo o site do Banco do Brasil, está aproximadamente em 14,25%, sendo que, quanto maior os juros, menos compra haverá, por conta do aumento de preço, mas conseqüentemente, quanto maior a Selic, mais vantagem tem quem investe em renda fixa.

A SELIC é ajustada pela reunião do Comitê de Política Monetária do Banco Central do Brasil (COPOM), para um melhor ajuste da economia, em períodos regulares.

“Determinados títulos federais rendem taxas que representam a média das taxas operadas em transações em um dia de vencimento, por meio de títulos públicos. Essas taxas formam a taxa SELIC, que se constitui como a taxa básica da economia. (Brito, 2013, p. 79).”

E neste trabalho a taxa SELIC será feita ao mês, usando a fórmula de taxas equivalentes, para depois utilizar a média para medir como grau de risco nas ações.

Para Castellano (2008, p. 63). “A taxa SELIC é a grande balizadora da taxa livre de risco no Brasil, sendo que elas possuem liquidação financeira no mesmo dia.”



Quadro 1. Quadro dos principais autores sobre a Teoria de MARKOWITZ e o Modelo de índice único

Ano	Autor	Tema	Método	Resultados
1952	Harry Markowitz.	Teoria das carteiras.	Uso da variância, covariância e desvio padrão.	Minimização do risco ou/e retorno.
1966	William Sharpe	Modelo de índice único.	Razão entre o prêmio de risco e o risco total da carteira.	Categoriza o desempenho de uma ação em relação ao seu risco
1995	Edwin Elton e Martin Gruber.	Aplicação do modelo de índice único.	Aplicação do modelo de índice único.	Otimização de portfólio e separação de ações entre rentáveis e não rentáveis.
1999	Chue Shing, Hiroyuki Nagasawa	Sistema de decisão interativa e estocástica na seleção de carteiras	Análise da média-variância de Markowitz	Construção da média variância na exemplificação de modelos.
2003	Hal Varian	A Portfolio of Nobel Laureates: Markowitz, Miller and Sharpe	Análise dos modelos de Markowitz e Sharpe.	Estudo das teorias e aplicações de ambos.
2003	Eugene F. Fama and Kenneth R. French	Capital Asset Pricing Model: Teoria e Evidência	Hipóteses e aplicações do CAPM	Redução do risco com o uso do CAPM.
2005	Francisco Zanini e Antonio Figueiredo.	A teoria de Markowitz: Aplicação no mercado brasileiro entre junho de 95 e junho de 2000	Comparação entre a teoria de Markowitz e Sharpe no mercado brasileiro.	Não há evidência de superioridade entre o método de Sharpe e Markowitz no artigo, apesar dos dois apresentarem resultados semelhantes.
2008	Brealey Myers Allen	Harry Markowitz e o nascimento da teoria da carteira	Teoria das carteiras e do retorno esperado.	Análise da teoria de Markowitz e formação da carteira eficiente.
2010	Alexandre Assaf Neto.	Risco de uma carteira.	Análise dos títulos, análise das carteiras e seleção das carteiras.	Diminuição do risco e seleção da carteira eficiente.
2010	Carlos Samanez.	Risco, retorno e equilíbrio no mercado de capitais.	Diversificação e otimização de carteiras de investimentos.	Cálculo de vários modelos de índices de investimentos com resultados diferentes.
2012	Armando Filho e Sérgio Ishikawa	Risco, retorno e correlação de ações.	Risco sistemático e precificação de ações.	Calculo e teoria do beta e de medidas de risco de mercado.

## 4 METODOLOGIA

A metodologia desta monografia é de pesquisa quantitativa, buscando resultados na comparação da análise de dados e estatística de dados abertos, e com base nos objetivos deste trabalho, classifica-se como uma pesquisa exploratória, pois o presente trabalho procura buscar uma otimização de uma carteira de investimento, sendo que o período escolhido foi de janeiro de 2010 até março de 2016.

A IBrx50 conta por prioridade a liquidez, e foi criado unicamente como referência para ajudar os administradores de fundos e investidores com seu índice de negociabilidade medida rigorosamente nos últimos 12 meses e devem também estar entre as 50 mais bem avaliadas nos últimos 12 meses anteriores a reavaliação, sendo que as empresas que estiverem com processo de falência ou outro problema financeiro ou jurídico não pode integrar o IBrx50.

### 4.1 Caracterização da pesquisa

A presente monografia é um estudo de caso, onde se utilizam dados abertos, para se formular a hipótese acerca da aplicação da teoria de Markowitz e do modelo, nas ações selecionadas, e os dados coletados passaram por uma série de cálculos estatísticos para se selecionar os ativos ideais para se compor a carteira.

### 4.2 Questionamentos da pesquisa

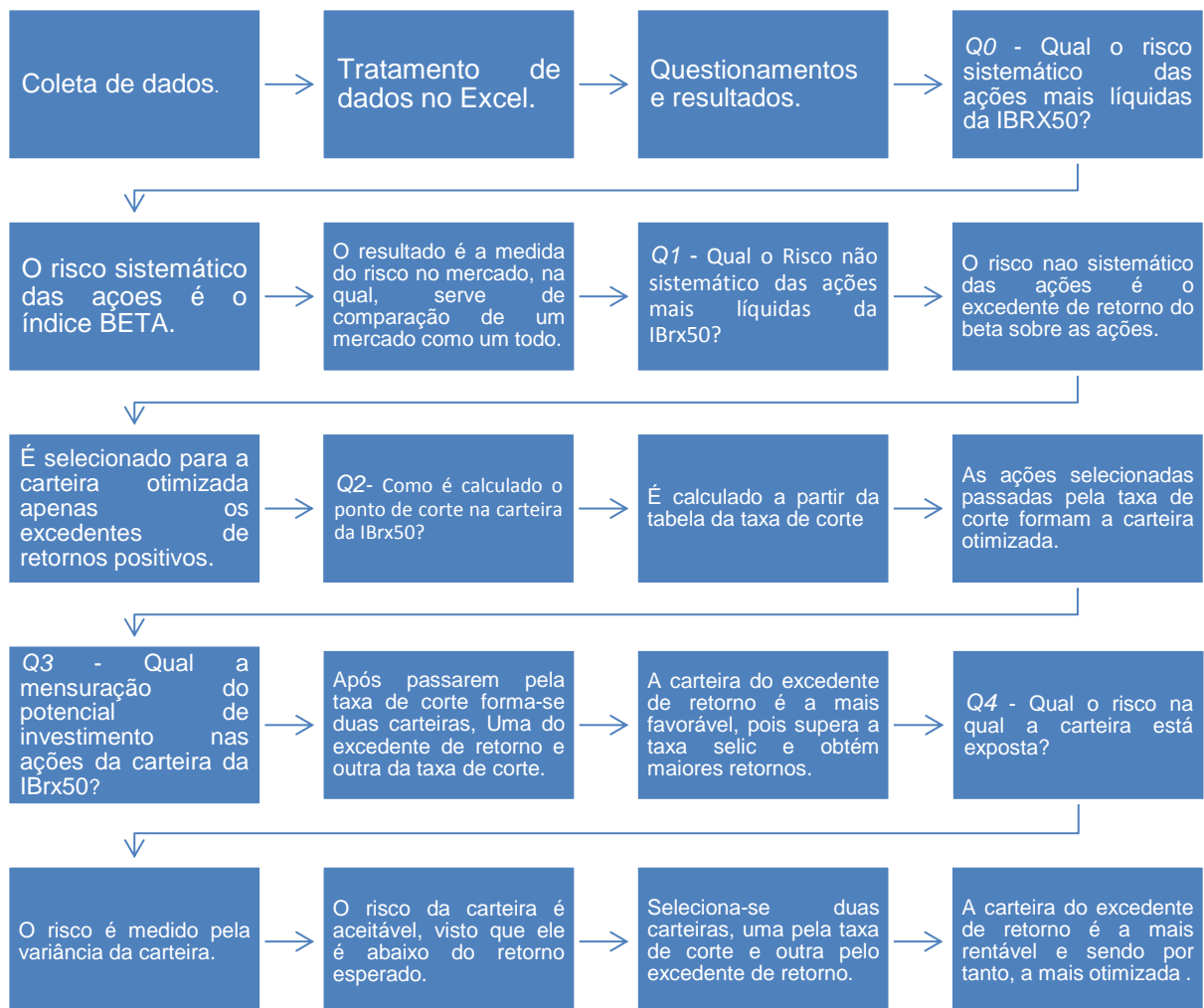
Quanto a monografia, é levantado alguns questionamentos mediante as hipóteses levantadas, dentre eles estão.

- *Q0*) Qual o risco sistemático das ações mais líquidas da IBRX50?
- *Q1*) Qual o Risco não sistemático das ações mais líquidas da IBrx50?
- *Q2*) Como é calculado o ponto de corte na carteira da IBrx50?
- *Q3*) Qual a mensuração do potencial de investimento nas ações da carteira da IBrx50?
- *Q4*) Qual o risco que a carteira está exposta?

### 4.3 Delineamentos da pesquisa

A pesquisa foi segmentada usando referências bibliográficas de livros e artigos, e em seguida usado os métodos da teoria de Markowitz e o uso do modelo de índice único, na qual foi projetado o seguinte fluxograma na figura 3:

Figura 3. Delineamento da pesquisa



### 4.4 Tratamento dos dados

Os dados utilizados nessa monografia foram retirados do site da Ibovespa [www.bmfbovespa.com.br/](http://www.bmfbovespa.com.br/), onde se retirou o fechamento mensal de cada ação, no período de 01 de janeiro de 2010 até 31 de março de 2016. Depois foi tirada a média

de retorno das ações e foram utilizados cálculos estatísticos de média dos retornos, desvio padrão, variância e covariância.

O cálculo do retorno mensal é feito a partir da seguinte equação, que reflete o fechamento de cada mês no período de 6 anos da pesquisa. A Equação (3) apresenta a forma de cálculo da taxa de retorno mensal de um título:

$$\frac{(\text{Mês atual} - \text{mês anterior})}{\text{Mês anterior}} \quad (3)$$

Após segue-se uma linha de cálculos estatísticos propostos por Markowitz para determinação de índices e análise de dados.

**Média aritmética:** A Média aritmética serve para ver a média de dados quantitativos aproximadamente parecidos. Equação (4). Fórmula da média aritmética:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \quad (4)$$

No qual  $\bar{X}$  é a média,  $X_1$  e  $X_2$  é a quantidade de dados na amostra,  $n =$  número de períodos.

**Variância:** Equação (5). Fórmula da Variância:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{N - 1} \quad (5)$$

Na qual  $S^2$  é a variância,  $X_i$  é o retorno do ativo e  $\bar{X}$  é a média dos retornos dos ativos.

**Covariância:** Serve para medir a medida linear entre duas variáveis. Equação (6). Para uma amostra, na qual será usada no trabalho.

Fórmula da covariância:

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^m \frac{(R_{ij} - \bar{R}_i)^2}{M} \quad (6)$$

E para uma população:

$$\sigma_i^2 = \sum_{j=1}^m \frac{(R_{ij} - \bar{R}_i)^2}{M - 1} \quad (7)$$

Na qual  $R$  é o ativo em questão,  $M$  é o número de períodos.

**Desvio padrão:** É a medida de dispersão, e demonstra o quanto de dispersão existe em relação a média calculada, e serve para ver a volatilidade de um ativo em relação a outros. A Equação 8 da Fórmula do desvio padrão para uma população e para uma amostra e a Equação 9 para o Desvio padrão amostral e população, na qual será usada neste trabalho a populacional.

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2}{n}} \quad (8)$$

Para uma amostra é a equação (9), e

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2}{n - 1}} \quad (9)$$

para uma população a equação (8), na qual  $\sum$  é a Soma,  $R_i$  é ação individual,  $\bar{R}$  é a média das ações,  $n$  é o número de períodos.

O índice IBrx50 foi utilizado como proxy para se avaliar as ações no mercado acionário.

No risco sistemático foi utilizado o índice BETA. Equação (10). Cálculo do Beta:

$$\beta_i = \frac{\sigma_{im}}{\sigma_m^2} = \frac{COV(R_i, R_m)}{VAR(R_m)} \quad (10)$$

No qual  $\beta_i$  é o Beta de um ativo,  $\sigma_{im}$  é a Covariância,  $\sigma_m^2$  é a Variância.

E como a taxa livre de risco foi usado a taxa SELIC, que atualmente está em 14,25%, mas nesse estudo, será usada a média mensal da taxa Selic, após isso usará a fórmula de conversão de taxas equivalentes, para cada período mensal, usando dados abertos do Site do Banco Central [www.bcb.gov.br/](http://www.bcb.gov.br/). Equação (11). Cálculo de taxas equivalentes:

$$i_n = [(1 + i_x)^{\frac{n}{x}} - 1].100 \quad (11)$$

Na qual tem-se  $i$  é a taxa,  $n$  é o período de tempo,  $x$  é a taxa de conversão equivalente a dias, meses ou anos.

Após usados esses cálculos, foi utilizado o modelo de índice único, para passar os dados.

Foi necessário achar o excedente de retorno por Beta, na qual ele é o risco não sistemático, passando pela fórmula a seguir. Equação 12. Excedente de retorno:

$$\frac{(\bar{R}_i - R_f)}{\beta} \quad (12)$$

Na qual  $\bar{R}_i$  é a Média das ações,  $R_f$  é o Retorno de um ativo sem risco,  $\beta$  é o Beta.

Após achar o excedente de retorno em cada uma das ações foi necessário passar os dados pelo Quadro de taxa de corte, Quadro 2, que contém as seguintes equações:

Quadro 2. Quadro da taxa de corte

$(R_i - R_f) / \beta_i$	$(R_i - R_f) \beta_i / \sigma_{ei}^2$	$\frac{\beta_i^2}{\sigma_i^2}$	$\sum \left( \frac{(R_i - R_f) \beta_i}{Var} \right)$	$\sum \left( \frac{\beta_i^2}{Var} \right)$	$C^*$
-------------------------	---------------------------------------	--------------------------------	---	---	-------

Após achar o excedente, é necessário passar por uma série de dados estatísticos usando o modelo de índice único: Equação (13). Cálculo da taxa de corte:

$$C1 = \frac{\sigma_m^2 \sum \frac{(\bar{R}_j - R_f) \beta_j}{\sigma_{ej}^2}}{1 + \sigma_m^2 \sum \left( \frac{\beta_j^2}{\sigma_{ej}^2} \right)} \quad (13)$$

No qual  $C1$  é o título a ser cortado ou não,  $\sigma_m^2$  é a variância do índice de mercado,  $\sigma_{ej}^2$  é a variância da ação que não é submetida ao índice de mercado.

Logo após calculou-se o investimento em cada portfólio da carteira pela equação (14). Normalização dos pesos dos ativos:

$$X_i = \frac{Z_i}{\sum Z_j} \quad (14)$$

Na qual, para se achar o  $Z_i$ , deve-se seguir a seguinte equação (15). Percentual de divisão da carteira

$$Z_i = \frac{\beta_i}{\sigma_{ei}^2} \left( \frac{\bar{R}_i - R_f}{\beta_i} - C^* \right) \quad (15)$$

Na qual  $Z_i$  é a aplicação relativa de cada título,  $X_i$  é a porcentagem relativa de cada título.

Para se calcular o retorno da carteira foi utilizado o cálculo peça equação 16. Equação de retorno da carteira.

$$R = R_1 w_1 + R_2 w_2 + \dots + R_n w_n \quad (16)$$

Onde:  $R$  é o retorno esperado da carteira,  $R_i$  é o Retorno esperado do ativo  $i$ ,  $w_i$  é a fração do valor da carteira aplicado no ativo  $i$ .

E o cálculo do risco da carteira é usado a fórmula da variância para 3 ativos. Equação 17. Equação da variância do risco da carteira.

$$\sigma_p^2 = [X_1^2(R_{1j} - \bar{R})^2 + X_2^2E(R_{2j} - \bar{R}_2)^2 + X_3^2E(R_{3j} - \bar{R}_3)^2 + 2X_1X_2E[(R_{1j} - \bar{R}_1)(R_{2j} - \bar{R}_2)] + 2X_1X_3E[(R_{1j} - \bar{R}_1)(R_{3j} - \bar{R}_3)] + 2X_2X_3E[(R_{2j} - \bar{R}_2)(R_{3j} - \bar{R}_3)]] \quad (17)$$

Onde temos:  $X$  é o peso aplicado em cada ativo,  $R$  é o retorno de cada ativo,  $\bar{R}$  é a média dos retornos de cada ativo.

#### 4.5 Forma de coleta de dados

Os dados de fechamento das ações foram retirados do Site da Bovespa [www.bmfbovespa.com.br/](http://www.bmfbovespa.com.br/), que compreende o período de 01 de janeiro de 2010 até 31 de março de 2016, a taxa SELIC foi retirado do Site do Banco Central [www.bcb.gov.br/](http://www.bcb.gov.br/).

#### 4.6 Validação

A validação dos modelos propostos por Markowitz e o modelo de índice único sugerem que, são muito utilizados para cálculos estatísticos por vários analistas e investidores no mercado de ações. Para chegar até lá, os dados passaram por uma série de estudos sobre o assunto e de estudos de casos, procurando sempre coincidir com o assunto, para achar os títulos mais rentáveis da carteira da IBrx50.



## 5 RESULTADOS

Após a apresentação das teorias de Markowitz e Sharpe, os resultados obtidos foram os seguintes:

### 5.1 Avaliações das ações selecionadas

Foi selecionada uma carteira de 23 ações de empresas que possuem maior participação no índice IBRX50, que na qual compõe as 50 ações de maior liquidez do índice da IBRX50, sendo que as 23 ações são apresentadas na tabela 1.

Tabela 1. Ações de maior participação do IBRX50

<b>Ações de maior participação da carteira da IBRX50</b>				
<b>Código</b>	<b>Ação</b>	<b>Tipo</b>	<b>Qtde. Teórica</b>	<b>Part. (%)</b>
<b>ABEV3</b>	AMBEV S/A	ON	4.394.000.710	9,428
<b>BBDC4</b>	BRADESCO	PN EJ N1	2.674.462.364	8,182
<b>PETR4</b>	PETROBRAS	PN	4.037.695.282	4,708
<b>UGPA3</b>	ULTRAPAR	ON NM	542.593.819	4,494
<b>BRFS3</b>	BRF SA	ON NM	770.759.970	4,141
<b>CIEL3</b>	CIELO	ON NM	928.681.888	3,657
<b>BVMF3</b>	BMFBOVESPA	ON NM	1.781.453.186	3,563
<b>ITSA4</b>	ITAUSA	PN N1	3.799.580.605	3,35
<b>VALE5</b>	VALE	PNA N1	1.945.837.689	2,882
<b>BBAS3</b>	BRASIL	ON NM	1.209.901.143	2,819
<b>VALE3</b>	VALE	ON N1	1.469.201.955	2,664
<b>BBDC3</b>	BRADESCO	ON EJ N1	730.354.061	2,368
<b>VIVT4</b>	TELEF BRASIL	PN	473.532.117	2,306
<b>BBSE3</b>	BBSEGURIDADE	ON NM	674.972.311	2,164
<b>ITUB4</b>	ITAUUNIBANCO	PN N1	2.882.711.804	10,596
<b>JBSS3</b>	JBS	ON NM	1.676.252.804	1,661
<b>CCRO3</b>	CCR SA	ON NM	861.253.436	1,623
<b>EMBR3</b>	EMBRAER	ON NM	737.068.254	1,608
<b>LREN3</b>	LOJAS RENNER	ON NM	631.852.470	1,531
<b>HYPE3</b>	HYPERMARCAS	ON ED NM	374.534.626	1,341
<b>RADL3</b>	RAIADROGASIL	ON NM	198.046.365	1,253
<b>CTIP3</b>	CETIP	ON ED NM	252.173.097	1,203
<b>SBSP3</b>	SABESP	ON NM	339.985.584	1,043

## 5.2 Aplicação do modelo

Primeiramente foram-se utilizados os fechamentos e se calculou os retornos mensais de cada título utilizando o cálculo para o retorno para cada mês que gerou a tabela 2 abaixo:

Tabela 2. Tabela das médias dos retornos

Ações	Média dos retornos	Ações	Média dos retornos	Ações	Média dos retornos	Ações	Média dos retornos
<b>ABEV3</b>	0,029245581	<b>VIVT4</b>	0,002521775	<b>BVMF3</b>	0,006729612	<b>LREN3</b>	0,018958961
<b>BBDC4</b>	-0,000248686	<b>BBSE3</b>	0,006536681	<b>ITSA4</b>	0,000935482	<b>HYPE3</b>	0,003638711
<b>PETR4</b>	-0,010521364	<b>ITUB4</b>	0,001608915	<b>VALE5</b>	-0,011146993	<b>RADL3</b>	0,018404955
<b>UGPA3</b>	0,03559286	<b>JBSS3</b>	0,008081114	<b>BBAS3</b>	-0,005473591	<b>CTIP3</b>	0,015495113
<b>BRFS3</b>	0,00675047	<b>CCRO3</b>	-0,003188992	<b>VALE3</b>	-0,011146993	<b>SBSP3</b>	0,005377041
<b>CIEL3</b>	0,020466761	<b>EMBR3</b>	0,01510884	<b>BBDC3</b>	0,003579737	<b>IBRX50</b>	-0,000207137

Apesar do IBrX50 apresentar uma carteira de ações bem restrita e bem rigorosa quanto à liquidez, mesmo assim, alguns títulos da tabela 2 apresentaram retornos negativos nesse período de 6 anos.

Depois de tiradas as médias foram calculadas o desvio padrão dos retornos. Onde temos a tabela 3:

Tabela 3. Tabela do desvio padrão das ações

Ações	Desvio Padrão	Ações	Desvio Padrão	Ações	Desvio Padrão	Ações	Desvio Padrão
<b>ABEV3</b>	0,114138299	<b>VIVT4</b>	0,059403108	<b>BVMF3</b>	0,085308	<b>LREN3</b>	0,082715584
<b>BBDC4</b>	0,085038209	<b>BBSE3</b>	0,115290184	<b>ITSA4</b>	0,080597	<b>HYPE3</b>	0,119250521
<b>PETR4</b>	0,13107955	<b>ITUB4</b>	0,080232535	<b>VALE5</b>	0,093856	<b>RADL3</b>	0,117732773
<b>UGPA3</b>	0,280558233	<b>JBSS3</b>	0,11319937	<b>BBAS3</b>	0,126825	<b>CTIP3</b>	0,059975583
<b>BRFS3</b>	0,086369284	<b>CCRO3</b>	0,105055051	<b>VALE3</b>	0,093856	<b>SBSP3</b>	0,115792246
<b>CIEL3</b>	0,214372182	<b>EMBR3</b>	0,075387069	<b>BBDC3</b>	0,081665	<b>IBRX50</b>	0,055886228

O desvio padrão é um importante indicador a ser usado na análise dos dados, pois mede a dispersão em torno do resultado esperado das médias, pois quanto maior o desvio padrão de uma ação, maior é o seu risco.

Tabela 4. Tabela da variância das ações

Ações	Variância	Ações	Variância	Ações	Variância	Ações	Variância
<b>ABEV3</b>	0,013028	<b>VALE3</b>	0,008809	<b>CIEL3</b>	0,045955	<b>EMBR3</b>	0,005683
<b>BBDC4</b>	0,007231	<b>BBSE3</b>	0,013292	<b>BVMF3</b>	0,007277	<b>LREN3</b>	0,006842
<b>PETR4</b>	0,017182	<b>ITUB4</b>	0,006437	<b>ITSA4</b>	0,006496	<b>HYPE3</b>	0,014221
<b>UGPA3</b>	0,078713	<b>JBSS3</b>	0,012814	<b>VALE5</b>	0,008809	<b>RADL3</b>	0,013861
<b>BRFS3</b>	0,00746	<b>CCRO3</b>	0,011037	<b>BBAS3</b>	0,016085	<b>CTIP3</b>	0,003597
<b>BBDC3</b>	0,006669	<b>SBSP3</b>	0,013408	<b>VIVT4</b>	0,003529	<b>IBRX50</b>	0,003123

O cálculo da variância é usado apenas para saber se há muita dispersão entre os resultados entre si, pois quanto mais dispersão entre os ativos, maior é o risco dele.

Segundo Salazar (2010, p. 129). “Nas carteiras muito bem diversificadas, o Beta se torna medida correta do risco dos investimentos. Nesses casos, risco não sistemático tende a ser zero, e o único risco relevante torna-se o risco medido pelo Beta, ou o risco de mercado”. Sendo que depois o índice a ser calculado é o Beta de cada ativo, sendo que o Beta é o indicador de um ativo em relação ao mercado.

Após saber os cálculos básicos, segue-se para a construção da tabela do modelo de índice único na tabela 5.

Tabela 5. Tabela do excedente de retorno

Ações	Retornos médios $R_i$	(SELIC) $R_f$	Excedente de retorno $R_i - R_f$	Beta $\beta$	Risco não sistemático $\sigma_{ei}^2$	Excedente de retorno por beta $\left( \frac{R_i - R_f}{\beta i} \right)$
<b>ABEV3</b>	0,02925	0,00842	0,02083	0,01303	0,22879	1,59870
<b>BBDC4</b>	-0,00025	0,00842	-0,00867	0,00723	0,84557	-1,19852
<b>PETR4</b>	-0,01052	0,00842	-0,01894	0,01718	1,53156	-1,10231
<b>UGPA3</b>	0,03559	0,00842	0,02717	0,07871	-0,47899	0,34523
<b>BRFS3</b>	0,00675	0,00842	-0,00167	0,00746	0,19173	-0,22359
<b>CIEL3</b>	0,02047	0,00842	0,01205	0,04596	-0,15691	0,26217 (Continua)

(Continua) Ações	Retornos médios $R_i$	(SELIC) $R_f$	Excedente de retorno $R_i - R_f$	Beta $\beta$	Risco não sistemático $\sigma_{ei}^2$	Excedente de retorno por beta $\left(\frac{R_i - R_f}{\beta i}\right)$
<b>BVMF3</b>	0,00673	0,00842	-0,00169	0,00728	0,74348	-0,23206
<b>ITSA4</b>	0,00094	0,00842	-0,00748	0,00650	0,59815	-1,15195
<b>VALE5</b>	-0,01115	0,00842	-0,01957	0,00881	0,72641	-2,22109
<b>BBAS3</b>	-0,00547	0,00842	-0,01389	0,01608	1,24164	-0,86368
<b>VALE3</b>	-0,01115	0,00842	-0,01957	0,00881	0,72641	-2,22109
<b>BBDC3</b>	0,00358	0,00842	-0,00484	0,00667	0,81036	-0,72553
<b>VIVT4</b>	0,00252	0,00842	-0,00590	0,00353	0,34771	-1,67104
<b>BBSE3</b>	0,00654	0,00842	-0,00188	0,01329	0,49550	-0,14157
<b>ITUB4</b>	0,00161	0,00842	-0,00681	0,00644	0,70137	-1,05783
<b>JBSS3</b>	0,00808	0,00842	-0,00034	0,01281	0,28413	-0,02632
<b>CCRO3</b>	-0,00319	0,00842	-0,01161	0,01104	0,26588	-1,05172
<b>EMBR3</b>	0,01511	0,00842	0,00669	0,00568	-0,14099	1,17723
<b>LREN3</b>	0,01896	0,00842	0,01054	0,00684	0,32008	1,54060
<b>HYPE3</b>	0,00364	0,00842	-0,00478	0,01422	0,59588	-0,33611
<b>RADL3</b>	0,01840	0,00842	0,00999	0,01386	0,60611	0,72048
<b>CTIP3</b>	0,01550	0,00842	0,00708	0,00360	0,42568	1,96735
<b>SBSP3</b>	0,00538	0,00842	-0,00304	0,01341	0,49116	-0,22684

Onde percebe-se que apenas 4 ativos possuem um excedente de retorno positivo em relação ao resto da carteira.

Após isso, segue os cálculos da tabela de corte, para saber quais ativos passariam numa seleção que considera retornos mais significativos.

Tabela 6. Tabela da taxa de corte

Ações	$(R_i - R_f) / \beta_i$	$\frac{(R_i - R_f)\beta}{\sigma_{ei}}$	$\frac{\beta_i^2}{\sigma_i^2}$	$\sum\left(\frac{(R_i - R_f)\beta_i}{Var}\right)$	$\sum\left(\frac{\beta_i^2}{Var}\right)$	$C^*$	Coluna de aceitação
<b>ABEV3</b>	0,09103	28,07855	308,44693	28,07855	308,44693	0,04467	<b>Aceita</b>
<b>BBDC4</b>	-0,01025	-140,41146	13698,59426	-112,33290	14007,04119	-0,00784	<b>Não</b>
<b>PETR4</b>	-0,01237	-98,52034	7966,81031	-210,85325	21973,85150	-0,00946	<b>Não</b>
<b>UGPA3</b>	-0,05673	-2,10098	37,03292	-212,95422	22010,88442	-0,00954	<b>Não</b>
<b>BRFS3</b>	-0,00870	-5,74736	660,64889	-218,70158	22671,53331	-0,00951	<b>Aceita</b>
<b>CIEL3</b>	-0,07679	-0,89517	11,65808	-219,59675	22683,19139	-0,00955	<b>Não</b>
<b>VALE5</b>	-0,02693	-183,37251	6808,16498	-532,90004	48432,25735	-0,01093	<b>Não</b> (continua)

(Continua) Ações	$(R_i - R_f) / \beta_i$	$\frac{(R_i - R_f)\beta}{\sigma_{ei}}$	$\frac{\beta_i^2}{\sigma_i^2}$	$\sum \left( \frac{(R_i - R_f)\beta_i}{Var} \right)$	$\sum \left( \frac{\beta_i^2}{Var} \right)$	$C^*$	Coluna de aceitação
ITSA4	-0,01251	-106,18767	8488,20469	-349,52753	41624,09237	-0,00833	Não
BBAS3	-0,01119	-66,79668	5970,16789	-599,69672	54402,42524	-0,01096	Não
VALE3	-0,02693	-183,37251	6808,16498	-783,06923	61210,59022	-0,01273	Não
BBDC3	-0,00597	-88,32815	14792,80480	-871,39738	76003,39502	-0,01142	Aceita
VIVT4	-0,01696	-164,77099	9716,26087	-1036,16837	85719,65589	-0,01204	Não
BBSE3	-0,00380	-5,27948	1390,21247	-1041,44785	87109,86837	-0,01191	Aceita
ITUB4	-0,00971	-115,42653	11888,73612	-1156,87438	98998,60448	-0,01165	Aceita
JBSS3	-0,00119	-0,58372	491,70271	-1157,45810	99490,30719	-0,01160	Aceita
CCRO3	-0,04366	-25,33970	580,42507	-1182,79780	100070,73226	-0,01178	Não
EMBR3	-0,04745	-29,20597	615,45064	-1212,00377	100686,18290	-0,01200	Não
LREN3	0,03293	72,09357	2189,21825	-1139,91020	102875,40115	-0,01105	Aceita
HYPE3	-0,00802	-14,09051	1756,63681	-1154,00071	104632,03797	-0,01100	Aceita
RADL3	0,01648	31,52133	1913,12657	-1122,47938	106545,16454	-0,01050	Aceita
CTIP3	0,01662	233,04617	14018,22874	-889,43320	120563,39328	0,11596	Não
SBSP3	-0,00619	-8,31236	1342,38097	-897,74557	121905,77425	-0,00734	Aceita

Destes ativos, passou-se a taxa de corte  $c^*$  em comparação a coluna de excedente de retorno, na qual 11 ações foram consideradas apropriadas para montar uma carteira eficiente e otimizada, pelo corte em relação ao excedente de retorno segue-se a tabela dos ativos que passaram pelo corte na tabela 7.

De acordo com Elton, *et al* (2004, p. 171). “Todos os títulos cujos quocientes entre excedente de retorno e Beta estão acima desse nível são selecionados e incluídos na carteira, e aqueles cujo quociente estão abaixo dele são rejeitados.”

Tabela 7. Tabela da separação da taxa de corte

Ações	Média dos Retornos $\bar{R}$	Carteira ótima $C^*$	$Z_i$	$X_i = \frac{Z_i}{Z_j}$	$\sum Z_j$
ABEV3	0,029245581	0,04466668	14,30125267	4,184%	14,30125267
BRFS3	0,00675047	-0,009512193	0,536860773	0,157%	14,83811344
BVMF3	0,006729612	-0,007273415	52,28370013	15,296%	67,12181357
BBDC3	-0,000248686	-0,011417146	80,56346754	23,570%	147,6852811
BBSE3	0,006536681	-0,011911784	11,28042693	3,300%	158,965708
ITUB4	0,001608915	-0,011648093	23,05456837	6,745%	182,0202764
JBSS3	0,008081114	-0,011596558	5,118341793	1,497%	187,1386182
LREN3	0,018958961	-0,011046115	96,27592967	28,167%	283,4145479
HYPE3	0,003638711	-0,010995487	5,224562618	1,529%	288,6391105
RADL3	0,018404955	-0,01050368	51,61620456	15,101%	340,2553151
SBSP3	0,005377041	-0,007344967	1,547382376	0,453%	341,8026974
		Total do Xi	1	100%	

E pela tabela de corte pelos ativos mais rentáveis, tem-se a seguinte tabela 8, que mostra a ordem de investimentos:

Tabela 8. Distribuição da tabela da taxa de corte

Distribuição de investimentos da carteira otimizada	%	Distribuição de investimentos da carteira otimizada	%
LREN3	28,17%	ABEV3	4,18%
BBDC3	23,57%	BBSE3	3,30%
BVMF3	15,30%	HYPE3	1,53%
RADL3	15,10%	JBSS3	1,50%
ITUB4	6,75%	SBSP3	0,45%
		BRFS3	0,16%
		<b>Total</b>	<b>100,00%</b>

E o retorno da carteira pode ser visto na tabela 9:

Tabela 9. Retorno da carteira após a taxa de corte

Ativos	$\bar{R} \cdot XI$ Cálculo do retorno da carteira	Ativos	$\bar{R} \cdot XI$ Cálculo do retorno da carteira
LREN3	0,001223655	ABEV3	0,000108521
BBDC3	1,06E-05	BBSE3	0,000121011
BVMF3	0,001029392	HYPE3	0,005340191
RADL3	-5,86E-05	JBSS3	5,56E-05
ITUB4	0,000215728	SBSP3	0,002779363
		BRFS3	2,43E-05
		<b>Total do retorno</b>	<b>1,09%</b>

Já se a carteira fosse feita pelo excedente de retorno, o resultado do retorno dela seria mais vantajoso, como segue a tabela 10:

Tabela 10. Carteira ótima com o cálculo do excedente de retorno

Carteira ótima com excedente de retorno	$R_i$	$\frac{(R_i - R_f)}{\beta}$	$C^*$	$Z_i$	$X_i$
ABEV3	0,029245	0,091032	0,044668	14,3012	0,08817
LREN3	0,018958	0,032931	-0,011046	96,2759	0,59358
RADL3	0,0184045	0,016476	-0,010508	51,6162	0,31823

Por esse método, a carteira apresenta 3 ativos favoráveis ao investimento que são: LREN3 (Lojas RENNERT) com 60% da carteira, depois, RADL3 (Raia Drogasil) com 31% e ABEV3 (Ambev) com 9% da divisão da carteira. Sendo que o retorno

dessa carteira é de 1,969%, que descontado da Selic de 0,8418% , temos um retorno dessa pequena carteira de 1,127%, que é bem mais vantajoso que a primeira carteira, ficando acima da taxa SELIC, o método utilizado para calcular essa carteira é a do retorno da carteira de Markowitz.

### 5.3 Risco sistemático

Sendo que quanto maior o Beta, maior é o risco relativo de mercado, sendo uma eficiente medida de risco.

Os Betas dos ativos podem ser vistos na tabela 11:

Tabela 11. Beta dos ativos

<b>Ações</b>	<b>Beta = <math>Cov/Var</math></b>	<b>Ações</b>	<b>Beta = <math>Cov/Var</math></b>	<b>Ações</b>	<b>Beta = <math>Cov/Var</math></b>
<b>ABEV3</b>	0,228789449	<b>BBDC3</b>	0,810359525	<b>CIEL3</b>	-0,15690908
<b>BBDC4</b>	0,845565284	<b>VIVT4</b>	0,347714454	<b>BVMF3</b>	0,743479421
<b>PETR4</b>	1,531557741	<b>BBSE3</b>	0,495503801	<b>ITSA4</b>	0,598154468
<b>UGPA3</b>	-0,478991369	<b>ITUB4</b>	0,701366486	<b>VALE5</b>	0,726414745
<b>BRFS3</b>	0,19172693	<b>JBSS3</b>	0,284127082	<b>BBAS3</b>	1,241642387
<b>EMBR3</b>	-0,140985845	<b>CCRO3</b>	0,265876419	<b>VALE3</b>	0,726414745
<b>SBSP3</b>	0,491157318	<b>LREN3</b>	0,320077963	<b>RADL3</b>	0,606113982
<b>HYPE3</b>	0,59587583	<b>CTIP3</b>	0,425678841		

### 5.4 Taxa livre de risco

A tabela 12 representa a taxa Selic retirada do Site do Banco Central do Brasil, na qual demonstra a taxa anual e mensal da taxa SELIC de 2010 até 2016.

Tabela 12. Tabela da taxa livre de risco, a Selic, de 2010 até 2016

<b>Taxa SELIC</b>							
<b>Nº da reunião do COPOM</b>	<b>Data</b>	<b>% a.a.</b>	<b>% a.m.</b>	<b>nº</b>	<b>Data</b>	<b>% a.a.</b>	<b>% a.m.</b>
<b>197<sup>a</sup></b>	02/03/2016	14,15	1,109	<b>172<sup>a</sup></b>	16/01/2013	7,12	0,5748
<b>196<sup>a</sup></b>	20/01/2016	14,15	1,109	<b>171<sup>a</sup></b>	28/11/2012	7,14	0,5764
<b>195<sup>a</sup></b>	25/11/2015	14,15	1,109	<b>170<sup>a</sup></b>	10/10/2012	7,14	0,5764
<b>194<sup>a</sup></b>	21/10/2015	14,15	1,109	<b>169<sup>a</sup></b>	29/08/2012	7,39	0,5959
<b>193<sup>a</sup></b>	02/09/2015	14,15	1,109	<b>168<sup>a</sup></b>	11/07/2012	7,89	0,6349
<b>192<sup>a</sup></b>	29/07/2015	14,15	1,109	<b>167<sup>a</sup></b>	30/05/2012	8,39	0,6736 (continua)

(continua) Nº da reunião do COPOM	Data	% a.a.	% a.m.	Nº	Data	% a.a.	% a.m.
<b>191<sup>a</sup></b>	03/06/2015	13,65	1,072	<b>166<sup>a</sup></b>	18/04/2012	8,9	0,713
<b>190<sup>a</sup></b>	29/04/2015	13,15	1,0349	<b>165<sup>a</sup></b>	07/03/2012	9,65	0,7706
<b>189<sup>a</sup></b>	04/03/2015	12,65	0,9976	<b>164<sup>a</sup></b>	18/01/2012	10,4	0,8279
<b>188<sup>a</sup></b>	21/01/2015	12,15	0,9601	<b>163<sup>a</sup></b>	30/11/2011	10,9	0,8659
<b>187<sup>a</sup></b>	03/12/2014	11,65	0,9226	<b>162<sup>a</sup></b>	19/10/2011	11,4	0,9037
<b>186<sup>a</sup></b>	29/10/2014	11,15	0,8848	<b>161<sup>a</sup></b>	31/08/2011	11,9	0,9414
<b>184<sup>a</sup></b>	16/07/2014	10,9	0,8659	<b>159<sup>a</sup></b>	08/06/2011	12,17	0,9616
<b>183<sup>a</sup></b>	28/05/2014	10,9	0,8659	<b>158<sup>a</sup></b>	20/04/2011	11,92	0,9429
<b>182<sup>a</sup></b>	02/04/2014	10,9	0,8659	<b>157<sup>a</sup></b>	02/03/2011	11,67	0,9241
<b>181<sup>a</sup></b>	26/02/2014	10,65	0,8469	<b>156<sup>a</sup></b>	19/01/2011	11,17	0,8863
<b>180<sup>a</sup></b>	15/01/2014	10,4	0,8279	<b>155<sup>a</sup></b>	08/12/2010	10,66	0,8477
<b>179<sup>a</sup></b>	27/11/2013	9,9	0,7898	<b>154<sup>a</sup></b>	20/10/2010	10,66	0,8477
<b>178<sup>a</sup></b>	09/10/2013	9,4	0,7515	<b>153<sup>a</sup></b>	01/09/2010	10,66	0,8477
<b>177<sup>a</sup></b>	28/08/2013	8,9	0,713	<b>152<sup>a</sup></b>	21/07/2010	10,66	0,8477
<b>176<sup>a</sup></b>	10/07/2013	8,4	0,6744	<b>151<sup>a</sup></b>	09/06/2010	10,16	0,8096
<b>175<sup>a</sup></b>	29/05/2013	7,9	0,6356	<b>150<sup>a</sup></b>	28/04/2010	9,4	0,7515
<b>174<sup>a</sup></b>	17/04/2013	7,4	0,5967	<b>149<sup>a</sup></b>	17/03/2010	8,65	0,6937
<b>173<sup>a</sup></b>	06/03/2013	7,16	0,5779	<b>148<sup>a</sup></b>	27/01/2010	8,65	0,6937

A taxa livre de risco, a SELIC, após passar pelo cálculo de conversão de taxas resultou em 0,8418%, o que garante um retorno significativo em relação a carteira formada pelo excedente de retorno que é de 1,127%, após descontada da mesma.

### 5.5 Validação para avaliação do modelo

O modelo proposto por Markowitz conseguiu com sucesso ser aplicado no mercado de capitais brasileiro, apesar do modelo de Markowitz ter cortado inúmeros ativos durante o processo de otimização e corte, as ações que sobraram, mostraram ter retornos consideráveis, usando o método do excedente de retorno e o método da tabela da taxa de corte em relação a taxa Selic. Já que o portfólio do excedente de retorno mostrou-se ser mais vantajoso, pois supera a taxa SELIC no mercado.

Sendo assim, as ações selecionadas para o portfólio são: AMBV3 (Ambev), LREN3 (Lojas Renner) e RADL3 (Raia Drogasil).

O cálculo do retorno da carteira resultante é como descreve a Equação de retorno da carteira (17):



Equação 7. Equação do retorno da carteira

$$E(R_{CARTEIRA}) = 0,082xR_{AMBEV3} + 0,594xR_{LREN3} + 0,318xR_{RADL3} \quad (17)$$

Sendo o resultado esperado  $E(R_{Carteira})$  de 1,969% sendo que após o cálculo, é descontada a taxa Selic que é de 0,0842% ficando com um retorno total de 1,127% .

O cálculo do risco da variância é composto pela equação (18):

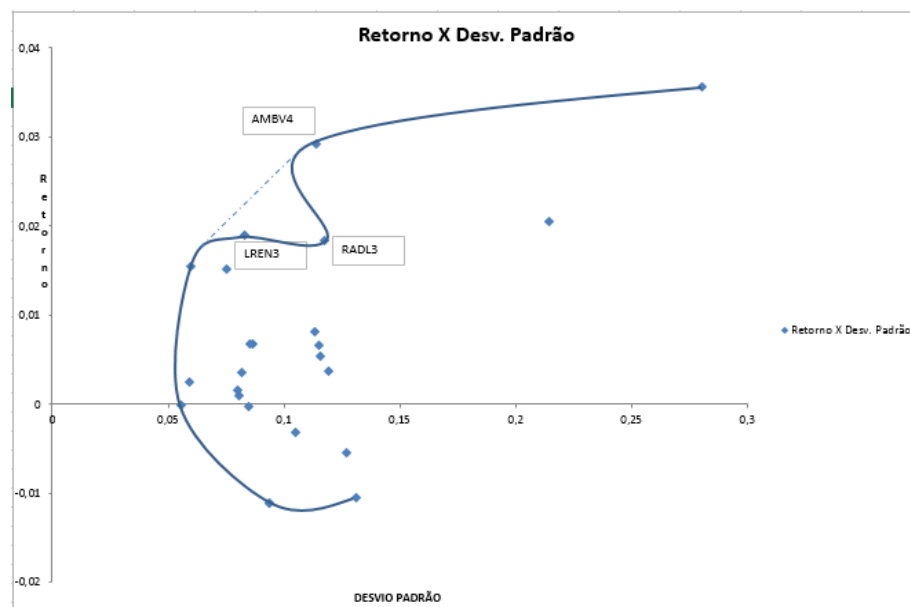
Equação 8. Equação da fórmula da Variância do risco da carteira

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 = & 0,082^2 x \sigma_{AMBEV3}^2 + 0,594^2 x \sigma_{LREN3}^2 + 0,318^2 x \sigma_{RADL3}^2 + 2x0,082x0,594x\sigma_{(AMBEV3,LREN3)} \\ & + 2x0,082x0,594x\sigma_{(AMBEV3,RADL3)} + 2x0,318x0,594x\sigma_{(LREN3,RADL3)} \end{aligned} \quad (18)$$

O risco apresentou-se menor do que o retorno, apresentando assim, uma carteira otimizada e de retorno considerável para se investir.

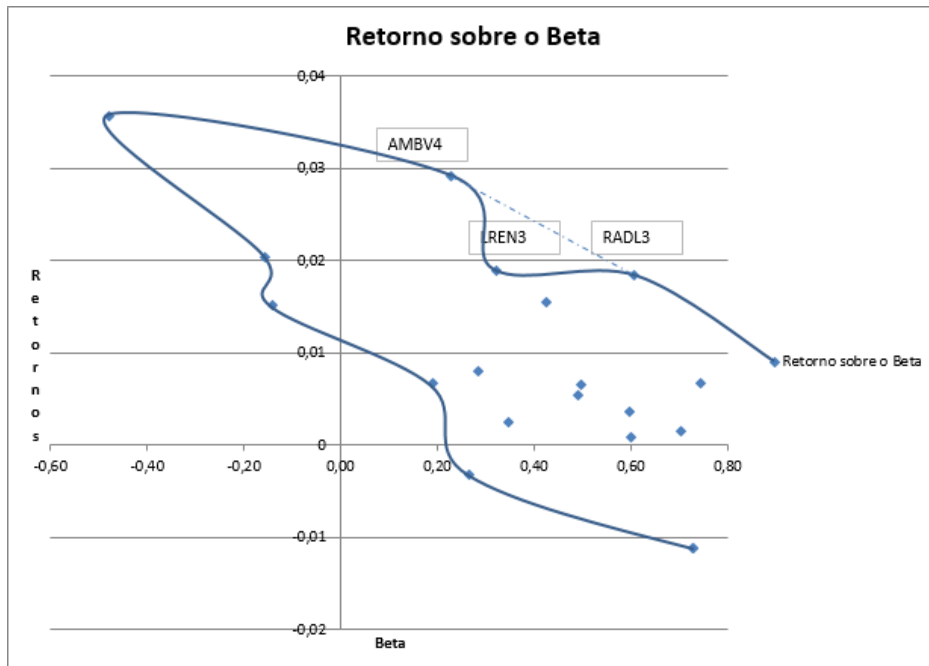
O gráfico do retorno em relação ao desvio padrão não atende a teoria das carteiras, sendo uma carteira impossível, conforme Gráfico da figura 4. No entanto, o índice único utilizado não é o desvio padrão e sim o Beta da carteira, validando os pressupostos do modelo.

Figura 4. Relação do retorno dos ativos e o seu desvio padrão.



Isso pode ser visualizado pelo Gráfico y da carteira, a seguir, sob a forma convexa, conforme descreve a literatura em Elton *et al.* (2004, p.86).

Figura 5. Relação dos retornos dos ativos em relação ao BETA.



O retorno em relação ao Beta das ações AMBV4, REN3 E ERADL3 oferecem um prêmio maior em troca de um risco menor na carteira, formando assim a fronteira eficiente na carteira, visto na figura 5.

Já o cálculo da variância da carteira com os três ativos foi de 1,0901% , sendo que o retorno da carteira otimizada dos três ativos é de 1,127% , o que supera o risco e taxa Selic.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Markowitz mudou o conceito de investimentos na sua época, sendo que até hoje sua teoria é usada por investidores, analistas e estudantes da área financeira como referências para modelos de investimentos e consulta.

O trabalho concluiu que o objetivo do uso da teoria de Markowitz, seguido do uso do modelo de índice único, conseguiu-se aplicar o modelo com sucesso, atingindo todos os objetivos iniciais propostos, apesar do índice IBrX50 ser rigoroso em seu método, nem todas as ações têm um retorno favorável, aliada a taxa SELIC, que nesse ano de 2016 se manteve na média de 14,25%, um número bem alto se comparado a períodos anteriores, tudo devido a crise econômica que assola o país atualmente, mas com esse estudo, constatou-se que mesmo com o mercado em recessão, investir em ações ainda vale a pena, contudo, deve-se estudar o mercado e suas variáveis para obter-se um resultado satisfatório.

Entre os dois modelos aplicados, o modelo do cálculo dos excedentes de retornos obteve um retorno maior do que o cálculo da taxa de corte, na qual, superou até mesmo a taxa Selic, e com o risco menor que o retorno, sendo a mais indicada a se investir nesse estudo. Sendo que os objetivos propostos do trabalho foram alcançados. Sendo que o risco sistemático identificado é o índice Beta, o risco não sistemático identificado é o excedente de retorno sobre as ações, o ponto de corte é feito a partir da taxa de corte, a mensuração do investimento dividiu-se em duas carteiras, a da taxa de corte, que na qual não rendeu o retorno esperado, e a de excedente de retorno, que foi a escolhida por causa de sua liquidez, e a variância do risco da carteira ficou em 1.0901% , sendo um retorno total da carteira de excedente de retorno de 1,127% .

### 6.1 Autocrítica

O tratamento dos dados, apesar de complicado e trabalhoso, tornou-se gratificante, ao ver que a teoria de Markowitz e o Modelo de índice único funcionam com bastante praticidade no mercado de ações do Brasil.

O trabalho abrange o período de janeiro de 2010 até março de 2016, sendo que para outros períodos é necessário refazer os cálculos reinserindo dados correspondentes ao período desejado.

## 6.2 Sugestões para trabalhos futuros

Como sugestão para trabalhos futuros, pode-se sugerir:

- Um período maior de pesquisa entre os intervalos das ações, como por exemplo, desde a crise de 2008 até o dia atual, para ter um maior acompanhamento entre as ações tanto da IBrx50, quanto da Ibovespa.
- Utilização do Software estatístico R para uma maior precisão dos dados e fazer um comparativo entre ele e o software Excel e ver o quanto de diferença há entre os dois.
- Utilização e comparação de outros modelos de avaliação como, por exemplo: modelo de Sharpe, método CAPM, e o modelo de múltiplos índices.

## 6.3 Contribuições acadêmicas para a comunidade

A monografia apresenta um estudo sobre métodos avaliativos de ações, podendo ser usado para ajudar quem está interessado em entrar no mercado acionário, porém, não é o único método de avaliação, havendo dezenas de outros publicados em artigos, periódicos, etc.

A escolha da Teoria de Markowitz e a utilização do modelo de índice único foi pela simplicidade e ampla utilização para investidores amadores na área e para quem quer começar a investir, podendo assim, aprofundar-se.

## REFERÊNCIAS

ASSAF Neto, A., **Mercado Financeiro**. São Paulo: Atlas, 2011.

ASSAF NETO, Alexandre. **Finanças corporativas e valor**. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2010

BREALEY, R. A.; ALLEN, F.; MYERS, S. C. **Princípios de Finanças Empresariais** 8ª Edição; Lisboa: McGraw Hill, 2008.

BRITO, Osias. **Mercado Financeiro**. São Paulo: Saraiva, 2013.

CARMONA, Charles Ulisses de M. **Finanças corporativas e mercados**. São Paulo: Atlas, 2009.

CARLOS ALBERTO DEBASTIANI, FELIPE AUGUSTO RUSSO. **Avaliando Empresas, Investindo em Ações**. Novatec, 2008.

CASTELLANO, Murilo. **Gestão de riscos por meio de derivativos**. São Paulo: Atlas, 2009

CHUE SHING, HIROYUKI NAGASAWA. **Interactive decision system in stochastic multiobjective portfolio selection**. Int. J. Production Economics 60—61 (1999) 187—193

EDUARDO FORTUNA - **Mercado Financeiro** ; 18ª Edição; Editora. Qualitymark.

ELTON, EDWIN J.; GRUBER, MARTIN J.; BROWN, STEPHEN J.; GOETZMANN, WILLIAM N. (2004), **Moderna Teoria de Carteiras e Análise de Investimentos**. Atlas.

EUGENE F. FAMA AND KENNETH R. FRENCH. **The Capital Asset Pricing Model: Theory and Evidence**. *Journal of Economic Perspectives*, Volume 18, Number 3—Summer 2004—Pages 25—46.

GRAHAM, B. **O investidor inteligente**. New York: Harper Collins, 2003.

HAIM LEVY, MOSHE LEVY. **The benefits of differential variance-based constraints in portfolio optimization**. *European Journal of Operational Research*.

HAL. VARIAN. **A Portfolio of Nobel Laureates: Markowitz, Miller and Sharpe**. *Journal of Economic Perspectives—Volume 7, Number 1—Winter 1993—Pages 159–169*

MARKOWITZ, HARRY M. **Portfólio selection**, *Journal of Finance*, vol.7, Mar. 1952.

MARLING H., EMANUELSON S. **The Markowitz Portfolio Theory**, nov. 2012.

MELLAGI FILHO, A.; ISHIKAWA, S. **Mercado Financeiro e de Capitais**. 2ª ed. São Paulo: Atlas, 2012.

MESQUITA ZANINI, FRANCISCO ANTÔNIO; FIGUEIREDO, ANTONIO CARLOS. **UMA APLICAÇÃO NO MERCADO BRASILEIRO DE AÇÕES ENTRE JULHO/95 E JUNHO/2000**. *Revista de Administração Mackenzie*, vol. 6, núm. 2, 2005, pp. 38-64 Universidade Presbiteriana Mackenzie, São Paulo, Brasil.

MOTTA, RÉGIS DA ROCHA. CALÔBA, GUILHERME MARQUES. **Análise de investimentos: tomada de decisão em projetos industriais**. São Paulo: Editora Atlas, 2.002.

MOTTA JUNIOR, N.; OLIVEIRA, U. R.; GUTIERREZ, R. H. **Minimização de riscos de investimentos em carteira de ações através da pesquisa operacional**. In: IV Simpósio de Excelência em Gestão e Tecnologia - IV SEGET, 2007, Resende. *Anais do IV SEGET*, Resende: EADB, 2007.

PANOS M. PARDALOS, MATTIAS SANDSTROM ANDA COSTAS ZOPOUNIDIS. **On the Use of Optimization Models for Portfolio Selection: A Review and Some Computational Results.** *Computational Economics*. 7: 227-244, 1994.

SANTOS, T. G.; COROA, U. S. R.; BANDEIRA, A. A. **A aplicação do modelo de formação de carteira eficiente de Elton-Gruber em empresas socialmente responsáveis no mercado de ações brasileiro.** In: V Congresso Virtual Brasileiro de Administração, 2008, São Paulo. Anais do Convibra 08. São Paulo: Convibra 08, 2008. v. 1. p. 42-60.

SALAZAR, GERMAN TORRES. **Fundamentos de finanças corporativas: teoria e aplicações práticas.** São Paulo: Atlas, 2010.

SHARPE, WILLIAN F.; ALEXANDER, GORDON J.; BAILEY, JEFFERY V. **Investments.** 5 ed. New Jersey: Prentice Hall, 1995. 1058 p.

SAMANEZ, C. P. **Gestão de Investimentos e Geração de Valor;** São Paulo: Pearson/Prentice Hall, 2006.

ZOPOUNIDIS,CONSTANTIN; DOUMPOS,MICHAEL; FABOZZ,FRANK. **Preface to the Special Issue: 60 years following Harry Markowitz's contributions in portfolio theory and operations.** *Research European Journal of Operational Research* 25 October 2013.

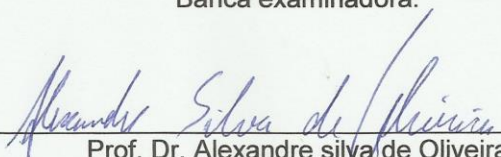
ALYSSON PEREIRA DA SILVA

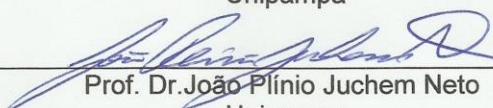
**AVALIAÇÃO DE RISCO E RETORNO DE UMA CARTEIRA  
DE AÇÕES DA IBRX50 PELA VISÃO DE MARKOWITZ E SHARPE**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado ao Curso de Engenharia  
Econômica da Universidade Federal do  
Pampa.

Trabalho de Conclusão de Curso defendido e aprovado em: 13/07/2016.

Banca examinadora:

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Alexandre Silva de Oliveira  
Orientador  
Unipampa

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. João Plínio Juchem Neto  
Unipampa

  
\_\_\_\_\_  
Prof. Dr. Fládmir Fernandes dos Santos  
Unipampa