

Raul Oliveira Ribeiro

**Análise de Antenas de Microfita Planares
utilizando o Método dos Momentos e Funções
Base com Condição de Borda**

Alegrete

2016

Raul Oliveira Ribeiro

**Análise de Antenas de Microfita Planares utilizando o
Método dos Momentos e Funções Base com Condição de
Borda**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Telecomunicações, da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Elétrica.

Universidade Federal do Pampa

Campus Alegrete

Orientador: Marcos Vinício Thomas Heckler

Alegrete

2016

Ficha catalográfica elaborada automaticamente com os dados fornecidos
pelo(a) autor(a) através do Módulo de Biblioteca do
Sistema GURI (Gestão Unificada de Recursos Institucionais) .

O
R484a Oliveira Ribeiro, Raul
Análise de Antenas de Microfita Planares utilizando o
Método dos Momentos e Funções Base com Condição de Borda /
Raul Oliveira Ribeiro.
82 p.

Trabalho de Conclusão de Curso(Graduação)-- Universidade
Federal do Pampa, ENGENHARIA ELÉTRICA, 2016.

"Orientação: Marcos Vinício Thomas Heckler".

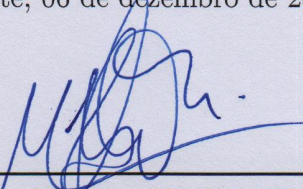
1. antenas de microfita. 2. método dos momentos. 3. funções
de Green. 4. funções base. 5. condição de borda. I. Título.

Raul Oliveira Ribeiro

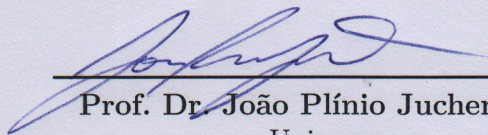
Análise de Antenas de Microfita Planares utilizando o Método dos Momentos e Funções Base com Condição de Borda

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Engenharia Elétrica, Área de Concentração em Telecomunicações, da Universidade Federal do Pampa, como requisito parcial para a obtenção do título de Bacharel em Engenharia Elétrica.

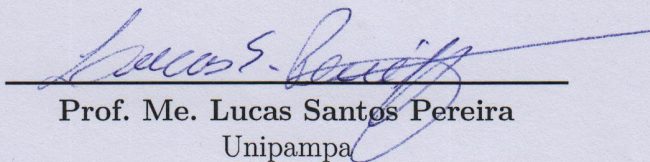
Trabalho aprovado. Alegrete, 06 de dezembro de 2016:



Prof. Dr. Marcos Vinício Thomas Heckler
Orientador



Prof. Dr. João Plínio Juchem Neto
Unipampa



Prof. Me. Lucas Santos Pereira
Unipampa

Alegrete

2016

*Dedico este trabalho à minha mãe,
por todo apoio, força e paciência.*

Agradecimentos

Agradeço à minha família, em especial à minha mãe, Janete, pelo apoio e paciência durante esses cinco anos. Meu agradecimento, também, aos meus colegas do curso e dos grupos PET e LEMA pela convivência e amizade. Minha gratidão à universidade, e a todos professores pelos conhecimentos transmitidos nesse período. Meu agradecimento especial, aos meus orientadores de iniciação científica, professor Plínio, pelos ensinamentos em matemática, e professor Heckler, pelos ensinamentos em métodos numéricos e teoria eletromagnética.

*O homem precisa saber que ele tem em si mesmo
a capacidade de descobrir,
sem revelação de ordem sobrenatural,
os meios de realizar as exigências de paz e amor.*

Mario Schenberg

*Toda a nossa ciência, comparada com a realidade,
é primitiva e infantil - e, no entanto,
é a coisa mais preciosa que temos.*

Albert Einstein

Resumo

O aumento da capacidade computacional, nas últimas décadas, tornou possível a resolução de problemas em Eletromagnetismo que não apresentam soluções analíticas. Isso levou ao desenvolvimento de um campo conhecido como Eletromagnetismo Computacional, o qual promoveu o desenvolvimento de poderosas técnicas de análise numérica. Dentro desse contexto, no presente documento, descreve-se o trabalho de conclusão de curso, que consiste na construção de uma ferramenta computacional, em ambiente Matlab[®], para análise de antenas em tecnologia de microfita. A antena em análise possui geometria retangular, uma camada dielétrica e alimentação por ponta de prova coaxial. O método numérico utilizado na implementação do algoritmo foi o Método dos Momentos. Na validação da ferramenta, primeiramente, compara-se o algoritmo com outras implementações do Método dos Momentos encontradas na literatura. Depois, realiza-se um projeto de antena de microfita em um software comercial e, com base nos parâmetros obtidos, realiza-se a prototipação da antena, cujos resultados medidos são comparados com o software comercial e a ferramenta construída. Posteriormente, realiza-se testes considerando condições de borda nas funções base. Os resultados obtidos com a análise numérica apresentaram excelente concordância com a medição da antena construída. Por fim, cabe ressaltar que a ferramenta visa analisar uma geometria simples de antena, podendo ser modificada para aplicações em estruturas mais complexas em trabalhos futuros.

Palavras-chaves: antenas de microfita. método dos momentos. funções de Green. funções base. condição de borda.

Abstract

The growth of the computational power, in the last decades, allowed solving problems in Electromagnetics that do not have analytical solutions. This led to the development of a field known as Computational Electromagnetics, which boosted the development of powerful numerical techniques. In this context, the present document describes the work developed in the frame of a bachelor thesis, which consists on the construction of a computational tool in Matlab[®] environment for the analysis of microstrip antennas. The antenna analyzed has rectangular shape, a single dielectric layer and is fed by a coaxial probe. The numerical method used in the implementation of the algorithm was the Method of Moments. In the validation of the tool, first, the algorithm is compared with other implementations of the Method of Moments found in the literature. Then, a microstrip antenna design is performed in commercial software and, based on the parameters obtained, the antenna is prototyped, whose measured results are compared with the commercial software and the developed tool. Subsequently, tests are performed considering edge conditions in the basis functions. Finally, it is worth mentioning that the tool aims to analyze a simple antenna geometry, but it can be modified for applications in more complex structures in future work.

Key-words: microstrip antennas. method of moments. Green's functions. basis functions. edge condition.

Lista de ilustrações

Figura 1	– <i>Microstrip line</i> e suas linhas de campo.	32
Figura 2	– Comprimento físico e elétrico para o <i>patch</i> de uma microfita.	33
Figura 3	– Geometria do <i>patch</i> retangular de microfita.	33
Figura 4	– Etapas para análise de antenas de microfita utilizando o MoM.	39
Figura 5	– Geometria de uma antena de microfita retangular alimentada por uma ponta de prova coaxial.	40
Figura 6	– Geometria de um dipolo elétrico horizontal e infinitesimal sobre a superfície de um substrato dielétrico aterrado.	41
Figura 7	– Caminho de integração no plano complexo β e local geométrico do polo em função da perda dielétrica.	46
Figura 8	– Exemplo para os três primeiros modos de expansão no domínio completo no <i>patch</i> de uma antena de microfita.	50
Figura 9	– Condição de borda para uma distribuição de corrente no sentido de x	51
Figura 10	– Representação da condição de borda segmentada.	52
Figura 11	– Condição de borda segmentada, com diferentes valores do parâmetro κ , para uma distribuição de corrente no sentido de x	53
Figura 12	– Etapas para a implementação do algoritmo utilizando o MoM.	59
Figura 13	– Carta de Smith com três implementações independentes do MoM.	61
Figura 14	– Convergência da resistência de entrada para a variação do limite do caminho de integração.	62
Figura 15	– Convergência da reatância de entrada para a variação do limite do caminho de integração.	62
Figura 16	– Convergência da resistência de entrada para diferentes números de modos na direção de y	63
Figura 17	– Convergência da reatância de entrada para diferentes números de modos na direção de y	63
Figura 18	– Protótipo construído da antena de microfita.	65
Figura 19	– Carta de Smith comparando os resultados medidos com o projeto do Designer e o algoritmo implementado.	66
Figura 20	– Coeficiente de reflexão comparando os resultados medidos com o projeto do Designer e o algoritmo implementado.	67
Figura 21	– Resistência de entrada comparando os resultados medidos com o projeto do Designer e o algoritmo implementado.	67
Figura 22	– Reatância de entrada comparando os resultados medidos com o projeto do Designer e o algoritmo implementado.	68
Figura 23	– Sentido dominante da corrente no <i>patch</i> da antena projetada.	68

Figura 24 – Distribuição de corrente na direção de y no <i>patch</i> da antena, obtida utilizando o MoM.	69
Figura 25 – Distribuição de corrente na direção de x no <i>patch</i> da antena, obtida utilizando o MoM.	69
Figura 26 – Comparação do coeficiente de reflexão obtido com o MoM utilizando diferentes funções base e os resultados da medição da antena.	70
Figura 27 – Comparação da resistência de entrada obtida com o MoM utilizando diferentes funções base e os resultados da medição da antena.	71
Figura 28 – Comparação da reatância de entrada obtida com o MoM utilizando diferentes funções base e os resultados da medição da antena.	71
Figura 29 – Comparação do coeficiente de reflexão obtido utilizando funções base com condição de borda segmentada com $\kappa = 0, 1$ e a medição da antena.	72
Figura 30 – Comparação da impedância de entrada obtida utilizando funções base com condição de borda segmentada com $\kappa = 0, 1$ e a medição da antena.	73
Figura 31 – Carta de Smith comparando os resultados obtidos utilizando função base com condição de borda segmentada com $\kappa = 0, 1$ e a medição da antena.	73
Figura 32 – Distribuição de corrente na direção de y no <i>patch</i> da antena, obtida utilizando o MoM com funções base com condição de borda segmentada com $\kappa = 0, 1$	74
Figura 33 – Distribuição de corrente na direção de x no <i>patch</i> da antena, obtida utilizando o MoM com funções base com condição de borda segmentada com $\kappa = 0, 1$	74
Figura 34 – Plano E do diagrama de irradiação para as distribuições de corrente obtidas utilizando o MoM com funções base com condição de borda segmentada com $\kappa = 0, 1$	75
Figura 35 – Plano H do diagrama de irradiação para as distribuições de corrente obtidas utilizando o MoM com funções base com condição de borda segmentada com $\kappa = 0, 1$	75

Lista de tabelas

Tabela 1 – Parâmetros da antena de microfita analisada em [1] e [2].	60
Tabela 2 – Impedância de entrada para três implementações independentes do MoM.	60
Tabela 3 – Parâmetros da antena de microfita projetada para operar em 2,4 <i>GHz</i> .	64

Lista de abreviaturas e siglas

CEM	Eletrromagnetismo Computacional, do inglês <i>Computational Electromagnetics</i>
FDTD	Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo, do inglês <i>Finite Difference Time Domain</i>
FEM	Método dos Elementos Finitos, do inglês <i>Finite Element Method</i>
FWEC	Circuito Equivalente de Onda Completa, do inglês <i>Full-Wave Equivalent Circuit</i>
GO	Óptica Geométrica, do inglês <i>Geometrical Optics</i>
IEEE	Instituto de Engenheiros Eletricistas e Eletrônicos, do inglês <i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>
MoM	Método dos Momentos, do inglês <i>Method of Moments</i>
MPIE	Método de Equações Integrais de Potenciais Mistos, do inglês <i>Mixed-Potential Integral Equation</i>
PO	Óptica Física, do inglês <i>Physical Optics</i>
PTD	Teoria Física da Difração, do inglês <i>Physical Theory of Diffraction</i>
RF	Radiofrequência
TE	Transversal Elétrico, do inglês <i>Transverse Electric</i>
TM	Transversal Magnético, do inglês <i>Transverse Magnetic</i>

Lista de símbolos

W	Largura da microfita
L	Comprimento da microfita
L_{ef}	Comprimento efetivo da microfita
h	Espessura do substrato dielétrico
ε_0	Permissividade elétrica no espaço livre
ε_r	Constante dielétrica
ε_{ref}	Constante dielétrica efetiva
μ_0	Permeabilidade magnética no espaço livre
η_0	Impedância característica no espaço livre
c	Velocidade da luz no espaço livre
λ_0	Comprimento de onda no espaço livre
λ_g	Comprimento de onda guiado
f_r	Frequência de ressonância
f_n	Funções base
a_n	Coefficiente desconhecidos
g	Função de excitação
K	<i>Kernel</i> de uma equação integral
G	Função de Green
\vec{E}	Vetor campo elétrico no domínio espacial
\vec{H}	Vetor campo magnético no domínio espacial
ψ	Função no domínio espacial
$\tilde{\psi}$	Função no domínio espectral
\tilde{E}_i	Componente na direção de i do campo elétrico no domínio espectral

\tilde{J}_i	Componente na direção de i da distribuição de corrente superficial no domínio espectral
\tilde{G}_{ij}	Função de Green para as componentes i e j no domínio espectral
T_e	Polo da onda TE
T_m	Polo da onda TM
k_0	Constante de propagação no espaço livre
k_i	Constante de propagação na direção de i
k_1	Constante de propagação na direção de z para o meio dielétrico
k_2	Constante de propagação na direção de z para o espaço livre
β	Módulo das constantes de propagação k_x e k_y
α	Argumento das constantes de propagação k_x e k_y
ω	Frequência angular
\bar{J}_s	Corrente superficial vetorial
\bar{J}_e	Corrente de alimentação vetorial
\bar{E}_m	Campo criado por \bar{J}_e
n	Modo da função base
m	Modo da função peso
J_{ni}	Funções base na direção de i
J_{mi}	Funções peso na direção de i
\tilde{J}_{ni}	Funções base na direção de i no domínio espectral
\tilde{J}_{mi}	Funções peso na direção de i no domínio espectral
I_{ni}	Coefficientes complexos desconhecidos na direção de i
Z_{mn}^{ij}	Matriz do método dos momentos para as componentes i e j
V_m	Vetor do método dos momentos
V_m^i	Vetor do método dos momentos para a componente i
x_p	Coordenada x da alimentação por ponta de prova

y_p	Coordenada y da alimentação por ponta de prova
J_ν	Função de Bessel de primeira espécie e ordem ν
I_ν	Função de Bessel modificada de primeira espécie e ordem ν
$h(u)$	Condição de borda segmentada
κ	Parâmetro da condição de borda segmentada
Z_{in}	Impedância de entrada
X_p	Auto-indutância de alimentação por ponta de prova coaxial
E_θ	Campo elétrico na direção de θ no domínio espacial
E_ϕ	Campo elétrico na direção de ϕ no domínio espacial
N_x	Vetor com os modos na direção de x
N_y	Vetor com os modos na direção de y

Sumário

Introdução	27
1 Revisão Bibliográfica	31
1.1 Métodos de Análise para Antenas de Microfita	31
1.1.1 Modelo de Linha de Transmissão	31
1.1.2 Modelo da Cavidade Ressonante	33
1.1.3 Modelos de Onda Completa	34
1.2 Fundamentação Matemática	35
1.2.1 Equações Integrais	35
1.2.2 Funções de Green	36
1.2.3 Método dos Momentos	37
2 Aplicação do Método dos Momentos para a Análise de Antenas de Microfita	
Planares	39
2.1 Geometria do Problema	40
2.2 Construção da Função de Green para o Campo Elétrico	40
2.3 Montagem do Sistema de Equações Integrais	43
2.4 Cálculo Numérico da Matriz de Impedâncias e do Vetor de Tensões	45
2.4.1 Primeiro Intervalo de Integração	47
2.4.2 Segundo Intervalo de Integração	47
2.4.3 Terceiro Intervalo de Integração	48
2.5 Funções Base de Domínio Completo	48
2.5.1 Funções Base sem Condição de Borda	49
2.5.2 Funções Base com Condição de Borda	50
2.5.3 Funções Base com Condição de Borda Segmentada	52
2.5.4 Análise das Indeterminações nas Funções Base	55
2.6 Impedância de Entrada	56
2.7 Diagrama de Irradiação	57
3 Validação da Ferramenta Computacional	59
3.1 Comparação com as Implementações Encontradas na Literatura	60
3.2 Projeto Prático de Antena Planar em Tecnologia de Microfita	64
3.3 Testes Realizados com Funções Base com Condição de Borda	70
Considerações Finais	77
Referências	79

Introdução

O aumento da capacidade de processamento computacional, nas últimas décadas, tornou possível a resolução de problemas em eletromagnetismo que não apresentam soluções analíticas. Isso levou ao desenvolvimento de um campo de pesquisa conhecido como eletromagnetismo computacional (CEM). Nos últimos 50 anos, muitas técnicas de análise numérica foram desenvolvidas e, com a evolução dos computadores e o aumento da eficiência dos algoritmos, é possível encontrar soluções para problemas cada vez maiores e mais complexos.

Existem vários métodos de análise numérica na literatura, cada um com suas vantagens e limitações, que devem ser escolhidos dependendo do problema a ser modelado. Pode-se dividir o eletromagnetismo computacional entre métodos baixa frequência e métodos de alta frequência [3]. Métodos de baixa frequência são aplicáveis quando o tamanho da antena for da ordem do comprimento de onda; por outro lado, os métodos de alta frequência são utilizados quando o tamanho dos objetos em análise se estenderem a muitos comprimentos de onda [4].

Os métodos de baixa frequência resolvem as equações de Maxwell sem aproximações implícitas e são tipicamente limitados a problemas de pequeno tamanho elétrico devido às limitações de tempo de processamento e memória computacional. Esses métodos podem ser subdivididos em duas classes: domínio da frequência, ou espacial, e domínio do tempo. Podem-se destacar como métodos de baixa frequência: Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD), Método dos Elementos Finitos (FEM) e o Método dos Momentos (MoM) [3, 4].

A FDTD usa o método das diferenças finitas para resolver as equações de Maxwell no domínio do tempo. O domínio da solução é discretizado em pequenos elementos retangulares ou curvilíneos. A FDTD se destaca na análise de meios não-homogêneos e não-lineares, embora necessite de uma grande quantidade de memória para a discretização do domínio, apresentando necessidade de truncamento do limite da solução. A FDTD apresenta aplicações em modelagem de guias de ondas e no estudo da propagação em meios dielétricos complexos [5, 6].

A FEM é um método usado para resolver problemas eletromagnéticos no domínio da frequência usando forma variacional. Pode ser discretizado em elementos bidimensionais e tridimensionais, permitindo alta precisão da solução. Esse método, é frequentemente usado para calcular a distribuição do campo em regiões complexas e fechadas, tais como cavidades e guias de ondas. Como no método FDTD, o domínio da FEM deve ser truncado. Para o caso de problemas de irradiação, as bordas do domínio devem possuir algum

tipo de condição de contorno absorvedora [7, 8].

O MoM é uma técnica usada para resolver problemas envolvendo equações integrais, geralmente, no domínio da frequência. Como as fontes eletromagnéticas são as quantidades de interesse, essa técnica é muito útil na solução de problemas de irradiação e dispersão. O método vem sendo amplamente explorado na literatura, podendo-se destacar na análise de estruturas de microfita [1] e [9]. Em [9], a teoria de imagem foi utilizada com a equação integral para encontrar a corrente do *patch* da antena, tratando a camada dielétrica com correntes equivalentes. Em [1], foi utilizada a função de Green para modelar a camada dielétrica, incluindo as ondas de superfície excitadas sobre o substrato no modelo numérico. A principal vantagem sobre a FDTD e FEM é o menor uso de memória RAM e velocidade de processamento.

Para problemas grandes em termos de comprimento de onda, os métodos de baixa frequência tornam-se menos atraentes, pois calcular as correntes ou campos desconhecidos requer a solução de um sistema muito grande de equações lineares ou grande malha de discretização. Para tais problemas, são mais indicados métodos de alta frequência. Esses métodos podem ser divididos em duas classes: baseado no campo e baseado na corrente. Os modelos baseados no campo utilizam o traçado de raios para contabilizar a reflexão, refração e difração de campos eletromagnéticos. Os modelos baseados na corrente começam com uma suposição básica sobre a relação entre os campos atuais e superficiais, e, então, integram sobre a corrente para obter o campo irradiado. Pode-se destacar como métodos de alta frequência: Método da Óptica Geométrica (GO), Método da Óptica Física (PO) e a Teoria Física da Difração (PTD) [4].

A óptica geométrica, ou óptica de raio, é originalmente desenvolvida para analisar a propagação da luz em altas frequências, onde a natureza ondulatória não necessita ser considerada. A GO pode ser desenvolvida considerando o transporte de energia de um ponto para outro, sem se preocupar se o mecanismo de transporte é partícula ou onda. A óptica geométrica clássica aplica-se a meios isotrópicos sem perdas que podem não ser homogêneos [4].

A óptica física é um método baseado em equações integrais. Esse método aproxima as correntes superficiais de alta frequência, permitindo que a integração seja realizada para obter os campos. Assim como o MoM, o PO é usado para resolver equações integrais, embora o MoM calcule diretamente as correntes de superfície em vez de aproximá-las. Esse método é amplamente utilizado na análise de antenas refletoras de alta frequência e para a previsão da seção transversal de radares [3, 10].

A teoria física da difração é uma extensão da óptica física, adicionando os efeitos das correntes não uniformes e a difração na borda das estruturas em análise. O PTD é geralmente utilizado na análise das seções transversais de radares e dispersão [3].

Dentro desse contexto, o presente trabalho utiliza o método dos momentos para a construção de uma ferramenta de análise eletromagnética. Essa ferramenta visa analisar uma antena com tamanho da ordem do comprimento de onda, que possui uma geometria simples em tecnologia de microfita. A estrutura possui geometria retangular, uma camada dielétrica e alimentação por ponta de prova coaxial. A modelagem do problema é realizada usando a análise de onda completa no domínio espectral, resultando em um sistema de equações integrais. O MoM é utilizado para resolver o sistema de forma numérica.

A ferramenta computacional é construída em ambiente Matlab[®]. Para auxílio na realização das transformadas de Fourier, utilizou-se o software de matemática simbólica Wolfram[®] Mathematica.

No capítulo 1, apresenta-se uma revisão bibliográfica. Primeiramente, são apresentados os modelos de análise de antenas de microfita, modelos aproximados e os de onda completa. Posteriormente, são apresentados alguns conceitos matemáticos utilizados no trabalho, realiza-se uma síntese sobre equações integrais e funções de Green, e demonstra-se a utilização do método dos momentos para solução de problemas envolvendo equações integrais.

No capítulo 2, são apresentadas todas as etapas da modelagem da estrutura. Cabe ressaltar que, como a função de Green utilizada para descrever os campos está no domínio espectral, todo o sistema deve ser montado também nesse domínio. Como a antena em análise possui uma geometria simples, não é necessário discretizar a estrutura em segmentos. Então, utilizaram-se funções base de domínio completo. Para a integração numérica, foi usada a função *integral2* do software Matlab[®], que se baseia em um método adaptativo de quadratura.

No capítulo 3, é realizada a validação da ferramenta. Primeiramente, comparou-se o algoritmo com as demais implementações do MoM encontrados na literatura. Depois, realiza-se um projeto de antena de microfita operando a $2,4\text{ GHz}$ e compara-se os resultados com um software comercial de análise eletromagnética e com um protótipo da antena construído. Posteriormente, realizam-se testes com diferentes funções base para ver qual descreve melhor a corrente superficial no *patch* da estrutura. Nas duas primeiras etapas da validação, não foram consideradas condições de borda nas funções base. Essas condições só são incluídas na última seção do capítulo. Cabe destacar que o software comercial utilizado foi o Ansoft[®] Designer, pois esse também é baseado no MoM, embora use funções base de subdomínio.

Por fim, destacam-se as considerações finais do trabalho, bem como possíveis trabalhos futuros.

1 Revisão Bibliográfica

O presente capítulo tem por objetivo apresentar, de maneira sucinta, conceitos teóricos necessários na implementação do trabalho. Realizou-se uma descrição breve dos principais métodos de análise para antenas em tecnologia de microfita, assim como a apresentação de conceitos matemáticos necessários na construção da ferramenta computacional.

1.1 Métodos de Análise para Antenas de Microfita

Uma configuração simples de antenas de microfita consiste em um plano terra de material condutor, uma camada dielétrica e um elemento metálico irradiador, denominado *patch*. O condutor *patch* normalmente é de cobre ou ouro e pode assumir praticamente qualquer forma. Formas retangulares são mais comuns de serem utilizadas, pois facilitam a análise e a previsão do comportamento eletromagnético.

Essas antenas apresentam pequeno tamanho, perfil fino, baixo volume, podem ser facilmente integradas com circuitos de microondas e montadas sobre superfícies curvas, adequadas para aplicações aeroespaciais e móveis. No entanto, apresentam algumas limitações, como pequena largura de banda, eficiência moderada, baixa capacidade de transmissão de potência e perdas por ondas de superfície [11].

Existem numerosos métodos para análise de antenas de microfita. Os mais populares são os de linha de transmissão, cavidade ressonante e de onda completa [12]. A seguir serão apresentados os métodos de análise. Como a geometria da antena analisada no presente trabalho é a retangular, os métodos serão descritos para esse formato.

1.1.1 Modelo de Linha de Transmissão

O modelo de linha de transmissão foi a primeira técnica empregada para análise de antenas de microfita retangulares, proposta inicialmente por Munson em 1974 [13]. Nesse método, a região interna ao *patch* da antena é modelada por uma seção de linha de transmissão. Deve-se considerar o *patch* da antena constituído de largura W , comprimento L e espessura do substrato h .

Como as dimensões do *patch* são finitas em largura e comprimento, os campos da borda sofrem franjamento. Para uma linha de transmissão, Figura 1a, o campo elétrico típico é mostrado na Figura 1b. A linha é uma estrutura não-homogênea constituída de dois dielétricos, o substrato e o ar. Como se pode ver, parte do campo reside no substrato e parte no ar. Como $W/h \gg 1$ e $\epsilon_r > 1$, o campo elétrico da linha concentra-se

principalmente no substrato. Nesse caso, o efeito de borda faz com que a linha pareça eletricamente maior do que suas dimensões físicas. Como há campo eletromagnético no substrato e no ar, pode-se considerar uma constante dielétrica efetiva ϵ_{ref} para descrever o franjamento e a velocidade de propagação da onda na linha. O valor estático da constante dielétrica efetiva é dado por

$$\epsilon_{ref} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \left[1 + 12 \frac{h}{W} \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (1.1)$$

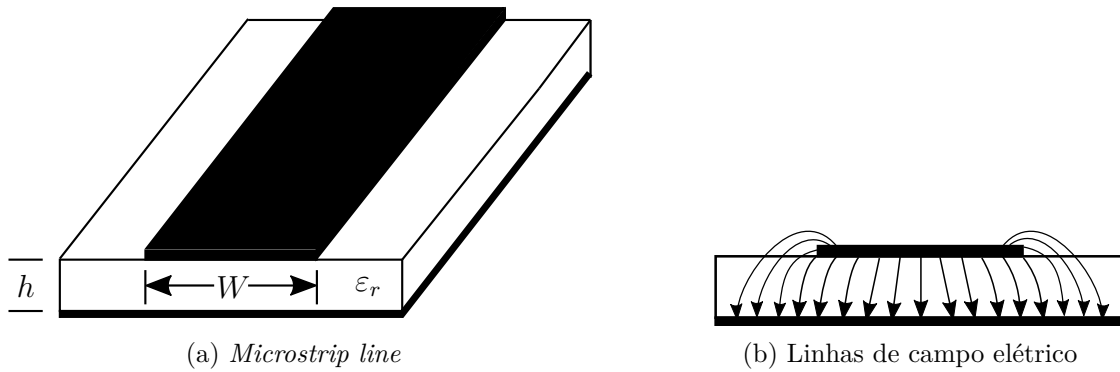


Figura 1 – *Microstrip line* e suas linhas de campo.

Fonte: Adaptado de Balanis (2005).

Por causa do efeito de borda, o comprimento elétrico do *patch* parece maior que suas dimensões físicas, conforme ilustrado na Figura 2. Esse comprimento extra ΔL pode ser escrito por

$$\Delta L = h \left[0,412 \frac{(\epsilon_{ref} + 0,3) \left(\frac{W}{h} + 0,264 \right)}{(\epsilon_{ref} - 0,258) \left(\frac{W}{h} + 0,8 \right)} \right]. \quad (1.2)$$

Assim, o comprimento físico do irradiador é dado por

$$L = L_{ef} - 2\Delta L, \quad (1.3)$$

sendo o comprimento efetivo

$$L_{ef} = \frac{c}{2f_r \sqrt{\epsilon_{ref}}} = \frac{\lambda_g}{2}, \quad (1.4)$$

onde c é a velocidade da luz no espaço livre e λ_g o comprimento de onda guiado pela linha de transmissão equivalente.

Um valor prático para a largura do elemento irradiador é dado por

$$W = \frac{c}{2f_r} \sqrt{\frac{2}{\epsilon_r + 1}}, \quad (1.5)$$

onde f_r é a frequência de ressonância da antena [12].

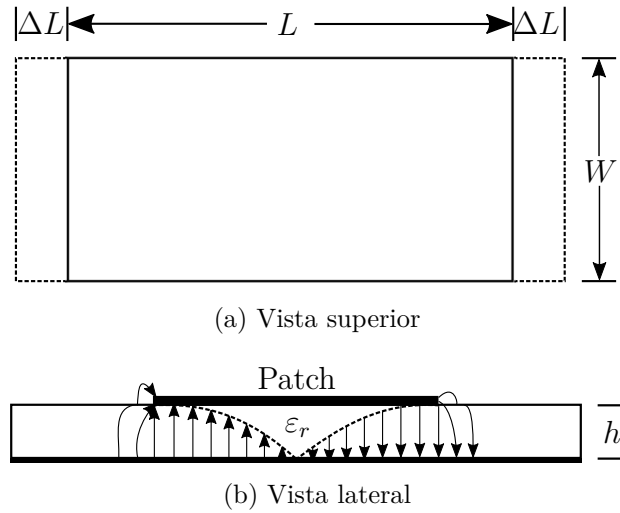


Figura 2 – Comprimento físico e elétrico para o *patch* de uma microfita.

Fonte: Adaptado de Balanis (2005).

1.1.2 Modelo da Cavidade Ressonante

No modelo de cavidade ressonante, a região interna da antena é modelada por uma cavidade delimitada por paredes elétricas na parte superior e inferior, e por paredes magnéticas nas laterais do *patch*. Nesse modelo, assume-se que a espessura do substrato é fina ($h \ll \lambda_0$). Devido à pequena espessura do substrato, o franjamento dos campos na borda do *patch* também é pequeno, sendo o campo elétrico quase normal à superfície do *patch*. Portanto, somente os modos TM descrevem o campo no interior da antena. Para a geometria do *patch* ilustrada na Figura 3, o campo elétrico possui apenas componentes no sentido de z e o campo magnético apenas componentes no sentido de x e y [11].

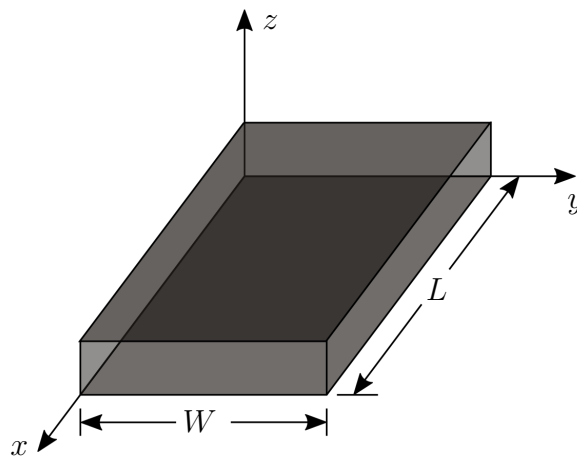


Figura 3 – Geometria do *patch* retangular de microfita.

Fonte: Adaptado de Balanis (2005).

O modo dominante na estrutura é o que possui a frequência de ressonância mais baixa. Os modos de operação são determinados pela ordem crescente das frequências de ressonância. Para antenas de microfita $h \ll L$ e $h \ll W$. Se $L > W > h$, o modo dominante é o TM_{10} e a frequência de ressonância mais baixa é dada por

$$(f_r)_{10} = \frac{c}{2L\sqrt{\epsilon_r}}, \quad (1.6)$$

onde c é a velocidade da luz no espaço livre, e L e W são as dimensões do *patch*, respectivamente, nas direções x e y [12].

1.1.3 Modelos de Onda Completa

A análise de antenas em estrutura de microfita requer métodos capazes de determinar com precisão a impedância de entrada, o acoplamento mútuo, e a irradiação dessas antenas. Modelos aproximados, como o de linhas de transmissão ou cavidade ressonante, sofrem uma série de limitações. Destacam-se, a seguir, as principais limitações dos modelos aproximados:

- São precisos para substratos finos ($h/\lambda_0 < 0,01$), porque assume-se $\partial/\partial_z \equiv 0$;
- Não são precisos para dipolos de microfita;
- Algumas configurações de alimentação, como acoplamento eletromagnético e abertura, são difíceis de ser modelados;
- Não conseguem descrever a presença de ondas de superfície no substrato dielétrico da antena.

Essas limitações podem ser superadas usando a análise de onda completa. Tais métodos mantêm maior rigor e precisão em detrimento da simplicidade numérica e do custo computacional. Podem-se destacar as seguintes características:

- Precisão - fornecem as soluções mais precisas para impedância de entrada e diagramas de irradiação;
- Completude - incluem efeitos de perdas no dielétrico, perdas no condutor, irradiação no espaço, ondas de superfície e acoplamento mútuo;
- Versatilidade - podem ser aplicados para diferentes geometrias de antenas, tipos de alimentação, múltiplas camadas dielétricas e para substratos anisotrópicos;
- Custo computacional - apresentam alto custo computacional, devido a complexidade numérica.

Entre as técnicas de onda completa, podemos citar a análise de onda completa no domínio espectral, o método das equações integrais de potenciais mistos (MPIE) e o método das diferenças finitas no domínio do tempo (FDTD). As duas primeiras, são técnicas baseadas em equações integrais e utilizam a função de Green para descrever as características da estrutura. A última é uma técnica baseada em equações diferenciais e necessita da discretização da estrutura em várias regiões com base nas propriedades do material.

A análise de onda completa no domínio espectral assume que o substrato e plano terra são infinitos nas dimensões laterais. Essa técnica usa a função de Green no domínio espectral para modelar a estrutura da antena de microfita. A função de Green é empregada para estabelecer a equação integral para o campo elétrico, satisfazendo as condições de contorno no *patch* metálico. A equação integral é resolvida no domínio espacial e, portanto, é necessário aplicar a transformada inversa de Fourier.

O MPIE possui uma abordagem computacionalmente mais eficiente do que a análise no domínio espectral. No entanto, necessita de uma abordagem fisicamente mais complexa. Essa técnica combina o potencial escalar elétrico com o potencial vetorial magnético, obedecendo o calibre de Lorentz, e assume que o potencial elétrico vetorial é zero. A função de Green é descrita a partir dos campos potenciais.

Na FDTD, as equações de Maxwell na forma diferencial são expressas sob a forma de diferenças finitas e são resolvidas no domínio do tempo. Essa técnica não usa a função de Green e é adequada para descrever os efeitos em substratos dielétrico e planos de terra finitos, podendo estes ainda serem não-homogêneos. No entanto, apresenta custo computacional maior que as duas outras técnicas de onda completa citadas [11].

1.2 Fundamentação Matemática

Na presente seção, descreve-se de forma simplificada alguns conceitos matemáticos necessários no desenvolvimento do trabalho. Realiza-se uma síntese sobre equações integrais e funções de Green, além de se demonstrar a utilização do método dos momentos para solução de problemas envolvendo equações integrais.

1.2.1 Equações Integrais

Uma *equação integral* é uma equação na qual uma função desconhecida aparece no integrando. O problema resume-se em determinar essa função. O termo equação integral é devido ao matemático francês Paul Du Reymond, que o apresentou no *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, em 1888.

Antes de ser considerada uma técnica de resolução de equações diferenciais ordi-

nárias e parciais, as equações integrais já eram aplicadas nas transformadas de Laplace e nas transformadas de Fourier. As equações integrais são classificadas em dois tipos. A equação de Abel, que apresenta a forma

$$f(x) = \int_a^x K(x, \xi)u(\xi)d\xi, \quad (1.7)$$

e a de Liouville da forma

$$u(x) = f(x) + \int_a^x K(x, \xi)u(\xi)d\xi. \quad (1.8)$$

Em ambas as equações, $f(x)$ e $K(x, \xi)$ são funções conhecidas, e $u(\xi)$ é a função a ser determinada.

A terminologia utilizada atualmente foi introduzida por David Hilbert, que classificou as equações integrais em relação a sua *espécie*. Chamou de primeira espécie a equação de Abel e de segunda espécie a equação de Liouville, além de denominar *kernel* a função $K(x, \xi)$.

O conceito de *função de Green*, também surgiu inicialmente em um trabalho de Hilbert, onde foi utilizada para resolver o problema de Sturm-Liouville com condições de fronteira homogêneas de Dirichlet. O problema é escrito em forma diferencial como

$$\frac{d}{dx} \left[\rho(x) \frac{du}{dx} \right] + f(x)u + \lambda u = 0, \quad (1.9)$$

e, na forma integral, como

$$\phi(x) - \lambda \int_a^b G(x, \xi)\phi(\xi)d\xi = 0, \quad (1.10)$$

onde $G(x, \xi)$ é a função de Green da equação (1.9).

Aplicações de equações integrais aparecem em uma grande variedade de problemas em Física e Geometria. Depois do trabalho de Hilbert, os quais mostraram a possibilidade de se converter equações diferenciais em equações integrais através da função de Green, houve um aumento considerável do uso desse método na solução de problemas físicos [14, 15].

1.2.2 Funções de Green

A função de Green é uma técnica onde a solução de uma equação diferencial é obtida usando uma fonte unitária (impulso, delta de Dirac ou Kronecker) e corresponde à solução apenas para uma carga aplicada em um ponto. A solução final do problema é dada por uma superposição de impulsos, como uma fonte delta de Dirac em diferentes localizações, que, no limite, reduz-se a uma integral. Através da função de Green, transformam-se problemas envolvendo equações diferenciais em equações integrais.

Fisicamente, a função de Green é a resposta de um sistema físico à presença de uma fonte puntual. Em outras palavras, está associada à “influência” que um ponto do espaço exerce sobre outro, podendo essa influência ser eletromagnética, gravitacional ou através das forças nucleares forte e fraca [16].

No desenvolvimento de funções de Green mais gerais, que satisfaçam equações de onda vetorial, pode-se utilizar a função diádica de Green. Nesse modelo, vetores e a diádica são usados para descrever transformações lineares dentro de um sistema de coordenadas ortogonais, o que simplifica as manipulações matemáticas em comparação com o uso de tensores. Para problemas eletromagnéticos, onde a transformação linear entre a fonte e os campos relacionados são muitas vezes necessárias, esse modelo é o mais adequado [10].

1.2.3 Método dos Momentos

O método dos momentos é um método numérico para resolução de problemas baseados em equações integrais, inicialmente apresentado por Harrington no final da década de 1960 [17, 18]. Essa técnica transforma a equação integral em uma matriz algébrica que pode ser resolvida computacionalmente. Trata-se de um método amplamente utilizado em análise eletromagnética, tendo aplicação para diferentes geometrias de antenas.

De acordo com [3, 12], podemos considerar o problema generalizado

$$L(f) = g, \quad (1.11)$$

onde L é um operador linear, g é uma função de excitação conhecida e f é a função resposta desconhecida. Em problemas de eletromagnetismo, L é um típico operador diferencial-integral, f representa a carga ou a corrente, e g o campo incidente. O MoM consiste na expansão de f em uma soma composta de N termos (funções base) conforme a equação abaixo

$$f \approx \sum_{n=1}^N a_n f_n. \quad (1.12)$$

Através desta expansão, a função desconhecida é aproximada por um conjunto de funções base f_n e coeficientes constantes desconhecidos a_n . Sendo L um operador linear, substituindo (1.12) em (1.11), obtém-se

$$\sum_{n=1}^N a_n L(f_n) \approx g. \quad (1.13)$$

Para encontrar os coeficientes a_n , monta-se um sistema de N equações linearmente independentes. Na forma matricial, pode-se representar por

$$[Z_{mn}] [I_n] = [V_m], \quad (1.14)$$

onde

$$Z_{mn} = L(f_n) \quad (1.15)$$

$$I_n = a_n \tag{1.16}$$

$$V_m = g_m. \tag{1.17}$$

O vetor I_n pode ser encontrado aplicando a inversão de matriz em (1.14), resultando em

$$[I_n] = [Z_{mn}]^{-1} [V_m]. \tag{1.18}$$

2 Aplicação do Método dos Momentos para a Análise de Antenas de Microfita Planares

Esse capítulo tem como objetivo apresentar as etapas para construção de uma ferramenta computacional para análise de antenas em tecnologia de microfita utilizando o método dos momentos. Entre os métodos de onda completa, o MoM necessita de um grande tratamento analítico que garanta a convergência de sua solução. Neste capítulo, será descrito o tratamento matemático necessário à implementação.

A ferramenta será utilizada, posteriormente, para o cálculo da distribuição de corrente no *patch*, impedância de entrada e do diagrama de irradiação. Na Figura 4, um fluxograma apresenta os passos para a aplicação do MoM às estruturas de microfita.

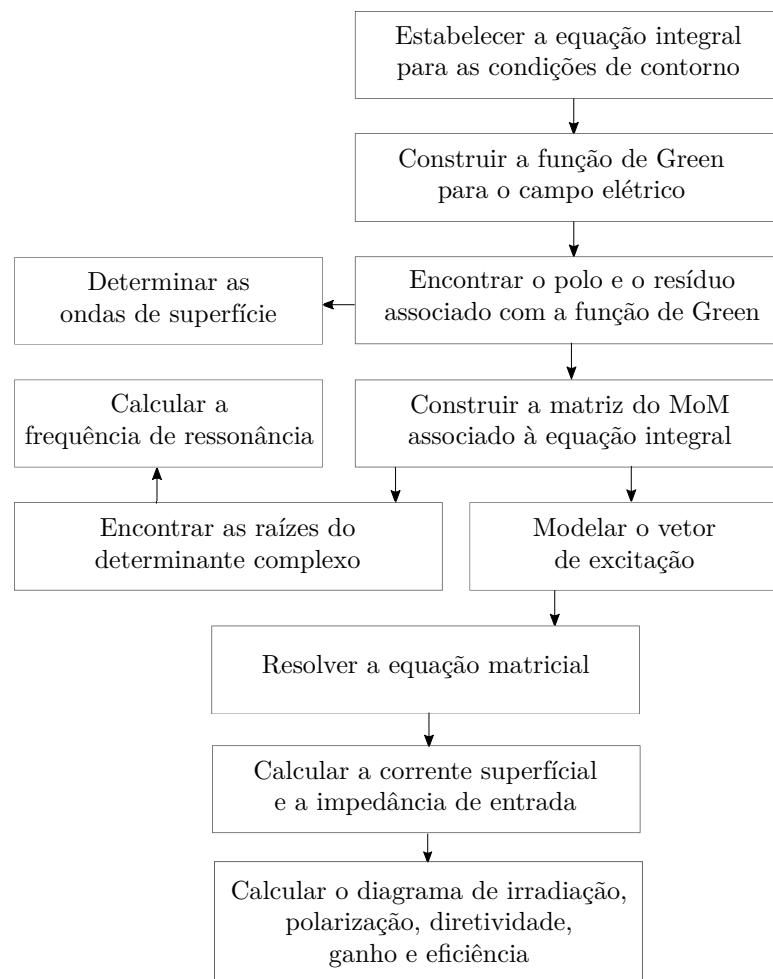


Figura 4 – Etapas para análise de antenas de microfita utilizando o MoM.

Fonte: Adaptado de Garg et al. (2001).

2.1 Geometria do Problema

A antena a ser analisada possui geometria retangular, constituída por um plano de terra, uma camada dielétrica e um elemento irradiador, denominado *patch*. A camada dielétrica possui espessura h e o *patch* metalizado dimensões L e W , respectivamente, nas direções x e y . A alimentação é feita por uma ponta de prova coaxial localizada em (x_p, y_p) . A antena está centrada em relação ao eixo z , no plano xy , com plano de terra em $z = 0$ e a interface ar-dielétrico em $z = h$. A configuração da antena está ilustrada na Figura 5. Parâmetros da antena como espessura do cobre no plano terra e no *patch* são desprezados, assim como o diâmetro da alimentação por ponta de prova coaxial.

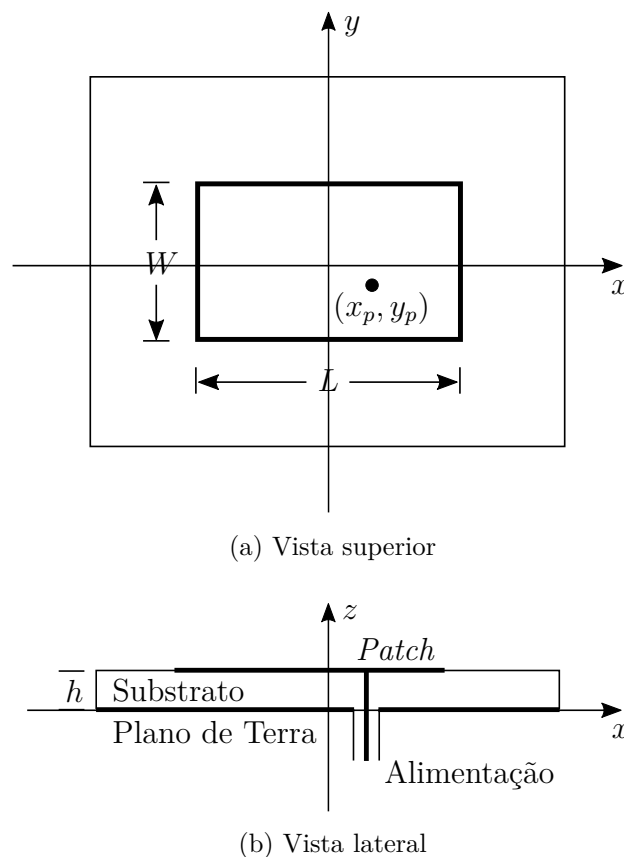


Figura 5 – Geometria de uma antena de microfita retangular alimentada por uma ponta de prova coaxial.

Fonte: Adaptado de Lee e Chen (1997).

2.2 Construção da Função de Green para o Campo Elétrico

A derivação da função de Green para o campo elétrico [11, 20], considera um dipolo hertziano de corrente elétrica, localizado na superfície do substrato, representado na Figura 6. Assume-se, inicialmente, o dielétrico sem perdas e o plano de terra composto

de um condutor perfeito. Se o dipolo estiver localizado em (x_0, y_0) , a corrente pode ser expressa como

$$J_x = \hat{x}\delta(x - x_0)\delta(y - y_0). \quad (2.1)$$

As Leis de Faraday e Ampère em meios dielétricos sem fontes de energia são dadas por

$$\nabla \times \bar{E} = -j\omega\mu_0\bar{H}, \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \bar{H} = j\omega\varepsilon_0\varepsilon_r\bar{E}. \quad (2.3)$$

O efeito da corrente J_x é considerado nas condições da interface, e as equações (2.2) e (2.3) podem ser resolvidas simultaneamente para as equações de onda homogêneas

$$\nabla^2 \bar{E} + \omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_r\bar{E} = 0 \quad (2.4)$$

$$\nabla^2 \bar{H} + \omega^2\mu_0\varepsilon_0\varepsilon_r\bar{H} = 0. \quad (2.5)$$

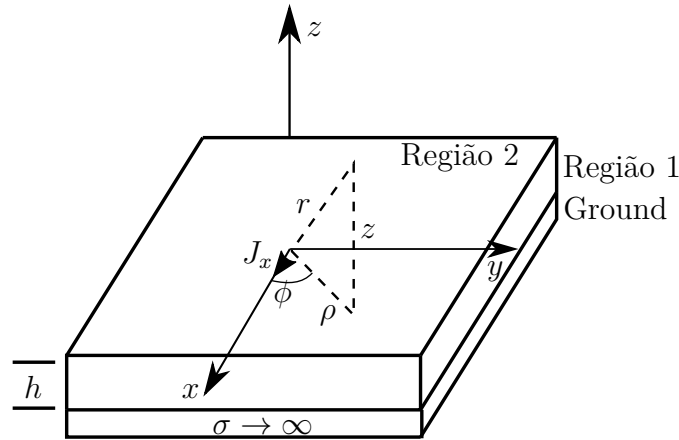


Figura 6 – Geometria de um dipolo elétrico horizontal e infinitesimal sobre a superfície de um substrato dielétrico aterrado.

Fonte: Adaptado de Garg et al. (2001).

A construção da função de Green, empregada por [11], é feita no domínio espectral como forma de facilitar as manipulações matemáticas. Então, é necessário transformar as equações do domínio espacial para o espectral, isso é feito aplicando as transformadas duplas de Fourier. O par de transformadas duplas de Fourier é definido por

$$\psi(x, y, z) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} \tilde{\psi}(k_x, k_y, z) e^{jk_x x_p} e^{jk_y y_p} dk_x dk_y \quad (2.6)$$

$$\tilde{\psi}(k_x, k_y, z) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \psi(x, y, z) e^{-jk_x x_p} e^{-jk_y y_p} dx dy. \quad (2.7)$$

A solução encontrada para o campo elétrico, a partir das equações (2.4) e (2.5), relacionam a função diádica de Green com as densidades de corrente na interface dielétrico-ar, ambas no domínio espectral. Pode-se descrever o campo elétrico no domínio espectral como

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}_x \\ \tilde{E}_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{G}_{xx} & \tilde{G}_{xy} \\ \tilde{G}_{yx} & \tilde{G}_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{J}_x \\ \tilde{J}_y \end{bmatrix}, \quad (2.8)$$

sendo as funções de Green dadas por

$$\tilde{G}_{xx} = \frac{-j}{\omega \varepsilon_0} \left[\frac{k_x^2 k_1 k_2 \text{sen}(k_1 h)}{\beta^2 T_m} + \frac{k_y^2 k_0^2 \text{sin}(k_1 h)}{\beta^2 T_e} \right] \quad (2.9)$$

$$\tilde{G}_{xy} = \frac{-j}{\omega \varepsilon_0} \left[\frac{k_x k_y k_1 k_2 \text{sen}(k_1 h)}{\beta^2 T_m} - \frac{k_x k_y k_0^2 \text{sin}(k_1 h)}{\beta^2 T_e} \right] \quad (2.10)$$

$$\tilde{G}_{yy} = \frac{-j}{\omega \varepsilon_0} \left[\frac{k_y^2 k_1 k_2 \text{sen}(k_1 h)}{\beta^2 T_m} + \frac{k_x^2 k_0^2 \text{sin}(k_1 h)}{\beta^2 T_e} \right] \quad (2.11)$$

$$\tilde{G}_{yx} = \tilde{G}_{xy}. \quad (2.12)$$

Na direção de z , a função de Green pode ser escrita como

$$\tilde{G}_{zi} = \frac{-j \eta_0 j k_i k_2 \text{sen}(k_1 h)}{k_0 k_1 h} \quad \text{para } i = x, y. \quad (2.13)$$

As constantes de propagação k_1 e k_2 na direção de z , respectivamente, para as regiões do dielétrico e do espaço-livre são dadas por

$$k_1^2 = k_z^2 = \varepsilon_r k_0^2 - \beta^2 \quad \text{para } 0 \leq z < h \quad (\text{região 1}) \quad (2.14)$$

$$k_2^2 = k_z^2 = k_0^2 - \beta^2 \quad \text{para } z > h \quad (\text{região 2}) \quad (2.15)$$

onde

$$\beta^2 = k_x^2 + k_y^2 \quad (2.16)$$

$$k_0^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0. \quad (2.17)$$

Os termos T_e e T_m representam as ondas de superfície, respectivamente, nos modos transversal elétrico (TE) e transversal magnético (TM), e são dados por

$$T_e = k_1 \cos(k_1 h) + j k_2 \sin(k_1 h) \quad (2.18)$$

$$T_m = \varepsilon_r k_2 \cos(k_1 h) + j k_1 \sin(k_1 h). \quad (2.19)$$

2.3 Montagem do Sistema de Equações Integrais

Na Figura 5, existem dois tipos de correntes: a corrente de excitação \bar{J}_e na ponta de prova e a corrente de superfície \bar{J}_s no *patch*. A condição de contorno diz que o campo elétrico total tangencial produzido pela corrente de excitação e pela corrente induzida no *patch* deve ser zero. Matematicamente,

$$\hat{z} \times [\bar{E}(\bar{J}_e) + \bar{E}(\bar{J}_s)] = 0. \quad (2.20)$$

O primeiro passo para a resolução da equação integral utilizando o método dos momentos é expandir a corrente superficial no *patch* em N modos, tal que

$$\bar{J}_s = \hat{x} \sum_{nx=1}^{N_x} I_{nx} J_{nx}(x, y) + \hat{y} \sum_{ny=1}^{N_y} I_{ny} J_{ny}(x, y), \quad (2.21)$$

onde J_{nx} e J_{ny} são as funções base conhecidas, e I_{nx} e I_{ny} são coeficientes complexos a serem determinados.

Na montagem do sistema de equações integrais, multiplica-se (2.20) pela função peso J_{ms} e integram-se os campos, onde obtém-se

$$\iint_s \bar{E}(\bar{J}_e) \cdot \bar{J}_{ms} ds + \iint_s \bar{E}(\bar{J}_s) \cdot \bar{J}_{ms} ds = 0. \quad (2.22)$$

Para montar o sistema matricial, utiliza-se o método de Galerkin, método em que as funções base e peso são idênticas. Expandindo as funções base e peso, obtém-se um sistema de equações, tal que

$$[Z]_{N \times N} [I]_{N \times 1} = [V]_{N \times 1}, \quad N = N_x + N_y. \quad (2.23)$$

Os elementos da matriz de impedância de (2.23) podem ser escritos na forma geral por

$$Z_{mn}^{ij} = - \iint_s J_{mi} E_i(J_{nj}) ds \quad i, j = x, y \quad (2.24)$$

onde $E_i(J_{nj})$ é o campo gerado por J_{nj} na direção de i . O campo \tilde{E}_i é dado pela equação (2.8), podendo ser escrito por

$$\tilde{E}_i(J_{nj}) = \tilde{G}_{ij} \tilde{J}_{nj} = \tilde{G}_{ij} F(J_{nj}), \quad (2.25)$$

sendo \tilde{G}_{ij} a função diádica de Green no domínio espectral e $F(J_{nj})$ a transformada de Fourier da expansão da corrente \bar{J}_s . Substituindo (2.25) em (2.24), pode-se escrever a matriz de impedância definida pelo método dos momentos por

$$Z_{mn}^{ij} = \iint_{-\infty}^{+\infty} F^*(J_{mi}) Q_{ij} F(J_{nj}) dk_x dk_y, \quad (2.26)$$

onde

$$Q_{ij} = \frac{-1}{4\pi^2} \tilde{G}_{ij}. \quad (2.27)$$

A matriz de impedância $[Z]$ pode ser expressa em forma de blocos de submatrizes como sendo

$$[Z] = \begin{bmatrix} [\iint F^*(J_{mx})Q_{xx}F(J_{nx})] & [\iint F^*(J_{mx})Q_{xy}F(J_{ny})] \\ [\iint F^*(J_{my})Q_{yx}F(J_{nx})] & [\iint F^*(J_{my})Q_{yy}F(J_{ny})] \end{bmatrix} dk_x dk_y. \quad (2.28)$$

O elemento para o vetor de excitação $[V]$ em (2.23), é definido por

$$V_m = \iint_s \bar{E}_e \cdot \bar{J}_m ds, \quad (2.29)$$

onde $\bar{E}_e = \bar{E}(J_e)$ é o campo elétrico gerado pela corrente na ponta de prova coaxial. Usando o teorema da reciprocidade para a fonte de excitação e o campo produzido, pode-se reescrever V_m por

$$V_m = \iiint_{\text{excitação}} \bar{J}_e \cdot \bar{E}_m dx dy dz. \quad (2.30)$$

Considerando que a ponta de prova coaxial está localizada em (x_p, y_p) , idealizando a corrente de alimentação como um filamento, escreve-se a corrente de alimentação como sendo

$$\bar{J}_e = \hat{z} \delta(x - x_p) \delta(y - y_p), \quad (2.31)$$

onde x_p e y_p são as coordenadas da ponta de prova ilustradas na Figura 5.

Por causa de J_e na direção de z , cria-se um campo E_m na mesma direção, onde m representa o modo da função peso. Reescrevendo o vetor de tensões, resulta

$$V_m^i = \iiint_{\text{prova}} \delta(x - x_p) \delta(y - y_p) E_z(J_{mi}) dx dy dz. \quad (2.32)$$

Sendo o campo na direção de z no domínio espectral $\tilde{E}_z(J_{mi}) = \tilde{G}_{zi} F(J_{mi})$, podemos reescrever o vetor $[V]$ em (2.32) como

$$V_m^i = \iint_{-\infty}^{+\infty} F(J_{mi}) Q_{zi} e^{jk_x x_p} e^{jk_y y_p} dk_x dk_y, \quad (2.33)$$

onde

$$Q_{zi} = \frac{1}{4\pi^2} \tilde{G}_{zi}. \quad (2.34)$$

Na forma matricial, pode-se escrever (2.33) por

$$[V] = \begin{bmatrix} [\iint F(J_{mx})Q_{zx}] \\ [\iint F(J_{my})Q_{zy}] \end{bmatrix} e^{jk_x x_p} e^{jk_y y_p} dk_x dk_y. \quad (2.35)$$

Montados os blocos de impedância e tensão, respectivamente, equações (2.28) e (2.35), deve-se realizar a transformada inversa de Fourier. Para isso, deve-se integrar ao longo de k_x e k_y para encontrar dos coeficientes complexos desconhecidos I_{nx} e I_{ny} , que representam a corrente superficial no *patch* da estrutura de microfita.

2.4 Cálculo Numérico da Matriz de Impedâncias e do Vetor de Tensões

O cálculo da matriz de impedância (2.28) e do vetor de tensões (2.35) envolve uma integração numérica ao longo de k_x e k_y . Essa integração representa a transformada inversa de Fourier, e os resultados obtidos estarão no domínio espacial. A integração imprópria vai de menos infinito a mais infinito, tanto para k_x quanto para k_y . Como forma de melhorar o desempenho computacional, converte-se a integral para a forma polar, aplicando uma transformação de variáveis, tal que

$$k_x = \beta \cos \alpha \quad (2.36)$$

$$k_y = \beta \sin \alpha, \quad (2.37)$$

e, portanto, $dk_x dk_y = \beta d\beta d\alpha$ em (2.6).

Os novos limites de integração são $0 \leq \beta \leq \infty$ e $0 \leq \alpha \leq 2\pi$. A matriz de impedância (2.26) e o vetor de tensões (2.33) podem ser reescritos na forma polar, respectivamente, como

$$Z_{mn}^{ij} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} F^*(J_{mi}) Q_{ij} F(J_{nj}) \beta d\beta d\alpha \quad (2.38)$$

e

$$V_m^i = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} F(J_{mi}) Q_{zi} e^{j\beta \cos \alpha x_p} e^{j\beta \sin \alpha y_p} \beta d\beta d\alpha. \quad (2.39)$$

A integração numérica (2.38) e (2.39) é extremamente custosa computacionalmente. A integração em relação a α não demanda muito tempo computacional. Entretanto, a integração em β converge muito lentamente, sendo responsável por grande parte do tempo de processamento.

O caminho de integração deve obedecer a condição de irradiação de Sommerfeld [21], de forma a garantir o sentido de propagação e que o decaimento ocorra à medida que a onda irradiada se afaste da fonte. A condição de irradiação é dada por

$$Im(k_1, k_2) < 0 \text{ e } Re(k_1, k_2) > 0. \quad (2.40)$$

Dessa forma, o caminho de integração deve ser dividido em três partes ao longo de β : $[0, k_0]$, $[k_0, k_0\sqrt{\epsilon_r}]$ e $[k_0\sqrt{\epsilon_r}, \infty]$, tal que

$$\int_0^{\infty} X(\beta, \alpha)\beta d\beta = \int_0^{k_0} X(\beta, \alpha)\beta d\beta + \int_{k_0}^{k_0\sqrt{\epsilon_r}} X(\beta, \alpha)\beta d\beta + \int_{k_0\sqrt{\epsilon_r}}^{\infty} X(\beta, \alpha)\beta d\beta, \quad (2.41)$$

onde

$$X(\beta, \alpha) = \begin{cases} F^*(J_{mi})Q_{ij}F(J_{nj}) \\ F(J_{mi})Q_{zi}e^{j\beta\cos\alpha x_p}e^{j\beta\sin\alpha y_p} \end{cases}. \quad (2.42)$$

Ao longo da integração numérica, existem singularidades no caminho β , que devem ser identificadas e localizadas. Existem polos e o plano de ramificação (do inglês, *branch cut*). Os polos de $X(\beta, \alpha)$ estão associados aos zeros de T_e e T_m no denominador de Q_{ij} . Fisicamente, os polos representam as ondas de superfície nos modos TE e TM que podem propagar-se no substrato da antena. Por causa da pequena espessura h do substrato da antena, o único modo que geralmente se propaga é o TM_0 .

Na Figura 7, está ilustrado o caminho de integração, onde o polo se encontra no segundo intervalo de integração. Se as perdas no substrato dielétrico forem consideradas, a permissividade relativa deve ser definida por $\epsilon_r(1 - j\tan\delta)$, e o polo deixa o eixo real [11, 22].

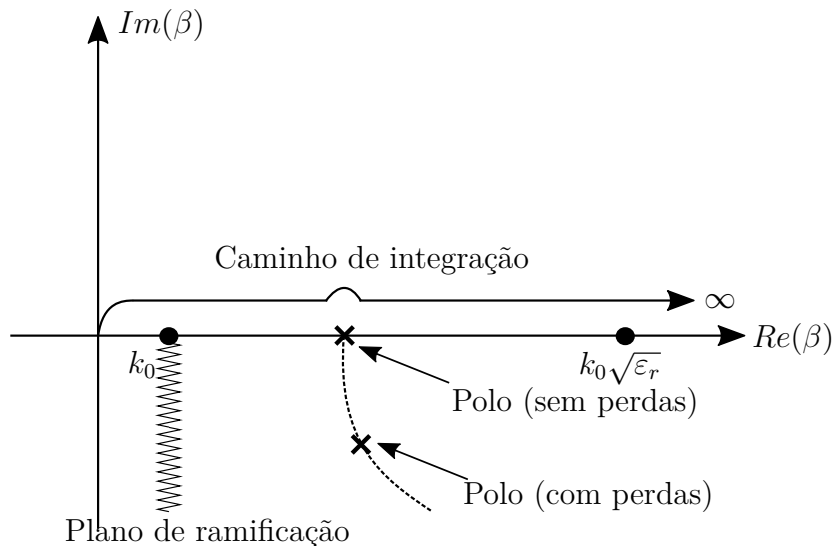


Figura 7 – Caminho de integração no plano complexo β e local geométrica do polo em função da perda dielétrica.

Fonte: Adaptado de Itoh (1989).

2.4.1 Primeiro Intervalo de Integração

O primeiro intervalo de integração é definido por $0 \leq \beta \leq k_0$. A integração pode ser realizada utilizando-se técnicas numéricas. As constantes de propagação na direção de z devem obedecer a condição de Sommerfeld, tal que

$$k_1 = \sqrt{\varepsilon_r k_0^2 - \beta^2} \text{ para } 0 < z < h \text{ (região 1),} \quad (2.43)$$

$$k_2 = \sqrt{k_0^2 - \beta^2} \text{ para } h > z \text{ (região 2).} \quad (2.44)$$

2.4.2 Segundo Intervalo de Integração

No segundo intervalo de integração, definido por $k_0 < \beta < k_0\sqrt{\varepsilon_r}$, deve-se resolver a integração de forma semi-analítica, pois existem singularidades causadas pelo polo da onda TM. As constantes de propagação, obedecendo a condição de Sommerfeld, são escritas como

$$k_1 = \sqrt{\varepsilon_r k_0^2 - \beta^2} \text{ para } 0 < z < h \text{ (região 1),} \quad (2.45)$$

$$k_2 = -\sqrt{k_0^2 - \beta^2} \text{ para } h > z \text{ (região 2).} \quad (2.46)$$

O intervalo $k_0 < \beta < k_0\sqrt{\varepsilon_r}$ deve ser subdividido em três subintervalos: $k_0 < \beta < \beta_0 - \delta$, $\beta_0 - \delta < \beta < \beta_0 + \delta$ e $\beta_0 + \delta < \beta < k_0\sqrt{\varepsilon_r}$, onde β_0 é a posição do polo, que pode ser determinada usando o método de Newton-Rhapson [23], e δ^1 é aproximadamente $0.001k_0$ [1].

Nos subintervalos $k_0 < \beta < \beta_0 - \delta$ e $\beta_0 + \delta < \beta < k_0\sqrt{\varepsilon_r}$, a integração é resolvida de forma numérica. Na proximidade do polo, subintervalo $\beta_0 - \delta < \beta < \beta_0 + \delta$, a solução da integral deve ser feita de forma analítica.

Como as ondas transversais só dependem de β , pode-se reescrever a matriz de impedância (2.38), tal que

$$f(\beta) = F^*(J_{mi})\tilde{Z}_{ij}F(J_{nj})\beta \quad (2.47)$$

$$f(\beta) = \left[\frac{g(\beta)}{T_m(\beta)} + \frac{h(\beta)}{T_e(\beta)} \right]. \quad (2.48)$$

A parcela $\frac{h(\beta)}{T_e(\beta)}$, associada à onda TE, não apresenta singularidade e pode ser integrada numericamente, desde que $h \ll \lambda$. No entanto, o termo $\frac{g(\beta)}{T_m(\beta)}$, associado à onda TM, apresenta singularidade e deve ter um tratamento analítico. De acordo com [1], expande-se T_m em série de Taylor no entorno do seu zero, conforme

$$T_m(\beta) = \cancel{T_m(\beta_0)} + (\beta - \beta_0)\overset{0}{\dot{T}_m(\beta_0)} + (\beta - \beta_0)^2\ddot{T}_m(\beta_0) + \dots \quad (2.49)$$

¹ Esta variável δ não tem relação alguma com a tangente de perdas no substrato $\tan\delta$.

truncando-se a série no primeiro termo, resulta em

$$T_m(\beta) = (\beta - \beta_0)\dot{T}_m(\beta_0). \quad (2.50)$$

Utilizando o teorema dos Resíduos de Cauchy [24], pode-se resolver a integral no entorno da singularidade. O resíduo é dado por

$$\begin{aligned} \text{Res} \left[\frac{g(\beta)}{T_m(\beta)}, \beta_0 \right] &= \lim_{\beta \rightarrow \beta_0} (\beta - \beta_0) \frac{g(\beta)}{T_m(\beta)} = \lim_{\beta \rightarrow \beta_0} \frac{g(\beta)}{\dot{T}_m(\beta_0)} \\ \text{Res} \left[\frac{g(\beta)}{T_m(\beta)}, \beta_0 \right] &= \frac{g(\beta_0)}{\dot{T}_m(\beta_0)}, \end{aligned} \quad (2.51)$$

e a integral, finalmente, é dada por

$$\int_{\beta_0 - \delta}^{\beta_0 + \delta} \frac{g(\beta)}{T_m(\beta)} d\beta = -j\pi \frac{g(\beta_0)}{\dot{T}_m(\beta_0)}. \quad (2.52)$$

A resolução da integral no segundo intervalo para o vetor de tensões (2.39) é feita de forma análoga ao caso para a matriz de impedância (2.38). Desta forma, o procedimento não será repetido.

2.4.3 Terceiro Intervalo de Integração

No terceiro intervalo, $k_0\sqrt{\varepsilon_r} \leq \beta < \infty$, também se utiliza integração numérica. As constantes de propagação são escritas como

$$k_1 = -\sqrt{\varepsilon_r k_0^2 - \beta^2} \quad \text{para } 0 < z < h \quad (\text{região 1}), \quad (2.53)$$

$$k_2 = -\sqrt{k_0^2 - \beta^2} \quad \text{para } h > z \quad (\text{região 2}). \quad (2.54)$$

Este intervalo converge muito lentamente e é responsável por aproximadamente 80% do tempo de processamento da CPU [11]. A integral possui uma convergência oscilatória. A oscilação é causada pelo comportamento das funções base no domínio espectral. À medida que a função de Green tender a sua assíntota, as oscilações tendem a se estabilizar. As equações (2.38) e (2.39) geralmente convergem com a integração até $\beta \approx 150k_0$ [1].

2.5 Funções Base de Domínio Completo

As funções base são escolhidas de acordo com o problema a ser resolvido, de forma a representar aproximadamente a função desconhecida. Podem ser divididas em duas

classes: de domínio completo, definida no mesmo domínio da função desconhecida, ou de subdomínio, definida em segmentos do domínio completo.

No presente trabalho, a antena apresenta uma geometria simples e, por isso, não é necessário discretizar a estrutura em segmentos. Então, funções base de domínio completo foram utilizadas. A função base empregada foi a senoidal, onde variam-se os modos de forma que obedecem as condições de contorno, que a corrente deve ser zero nas bordas irradiadoras do *patch*. Para as funções peso ou teste, pelo método de Galerkin, utilizam-se os mesmos modos base.

Na sequência, são descritas as funções base sem e com condição de borda, assim como suas formas no domínio espectral.

2.5.1 Funções Base sem Condição de Borda

Para funções base sem condição de borda, de acordo com [25], pode-se escrever a distribuição de corrente, respectivamente, na direção de x e y , por

$$J_{nx}(x, y) = \frac{1}{W} \text{sen} \left(\frac{n\pi}{L} (x - L/2) \right) \quad \text{para} \quad \begin{array}{l} |x| < L/2 \\ |y| < W/2 \end{array}, \quad (2.55)$$

$$J_{ny}(x, y) = \frac{1}{L} \text{sen} \left(\frac{n\pi}{W} (y - W/2) \right) \quad \text{para} \quad \begin{array}{l} |x| < L/2 \\ |y| < W/2 \end{array}, \quad (2.56)$$

onde L e W são as dimensões do *patch*, respectivamente, ao longo de x e y , e n representa a ordem do modo de propagação. Neste caso, as funções não variam na direção ortogonal ao fluxo da corrente. Na Figura 8, está representada a propagação da corrente na direção de x para diferentes modos base no domínio espacial.

Aplicando a transformada de Fourier definida em (2.7) nas funções base (2.55) e (2.56), pode-se reescrever as funções no domínio espectral, tal que

$$\tilde{J}_{nx}(k_x, k_y) = \text{sinc} \left(\frac{k_y W}{2} \right) \frac{\frac{n\pi}{L}}{k_x^2 - \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2} \left[e^{-\frac{1}{2}jk_x L} - \cos(n\pi) e^{\frac{1}{2}jk_x L} \right] \quad (2.57)$$

$$\tilde{J}_{ny}(k_x, k_y) = \text{sinc} \left(\frac{k_x L}{2} \right) \frac{\frac{n\pi}{W}}{k_y^2 - \left(\frac{n\pi}{W} \right)^2} \left[e^{-\frac{1}{2}jk_y W} - \cos(n\pi) e^{\frac{1}{2}jk_y W} \right]. \quad (2.58)$$

As funções peso no domínio espectral, dada em (2.26) e (2.33), são definidas a partir da conjugação da transformada de Fourier, tal que

$$\tilde{J}_{mx}^*(k_x, k_y) = \text{sinc} \left(\frac{k_y W}{2} \right) \frac{\frac{m\pi}{L}}{k_x^2 - \left(\frac{m\pi}{L} \right)^2} \left[e^{\frac{1}{2}jk_x L} - \cos(m\pi) e^{-\frac{1}{2}jk_x L} \right] \quad (2.59)$$

$$\tilde{J}_{my}^*(k_x, k_y) = \text{sinc} \left(\frac{k_x L}{2} \right) \frac{\frac{m\pi}{W}}{k_y^2 - \left(\frac{m\pi}{W} \right)^2} \left[e^{\frac{1}{2}jk_y W} - \cos(m\pi) e^{-\frac{1}{2}jk_y W} \right]. \quad (2.60)$$

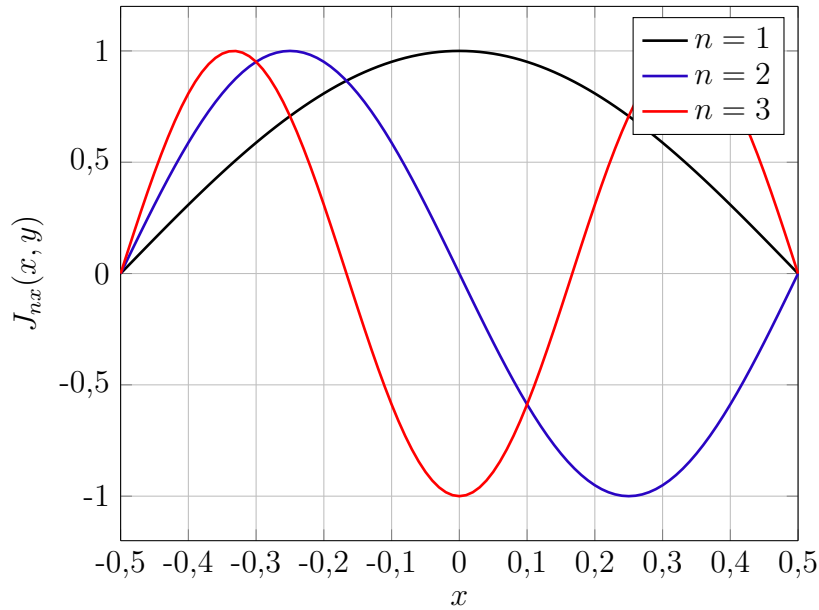


Figura 8 – Exemplo para os três primeiros modos de expansão no domínio completo no *patch* de uma antena de microfita.

A função *sinc* empregada nas funções base e peso é definida da forma $\text{sinc}(x) = \text{sen}(x)/x$.

2.5.2 Funções Base com Condição de Borda

Com objetivo de utilizar funções base mais próximas do comportamento real da distribuição de corrente no *patch* da antena, na presente seção, são estabelecidas as funções base senoidais com condição de borda, definidas em [26, 27]. Essas funções tentam representar o “acúmulo” de corrente nas bordas não irradiadoras do *patch*.

Matematicamente, as funções apresentam uma contração na direção ortogonal ao sentido de propagação da corrente e podem ser escritas no domínio espacial na forma

$$J_{nx}(x, y) = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{y}{W/2}\right)^2}} \text{sen}\left(\frac{n\pi}{L}(x - L/2)\right) \quad \text{para} \quad \begin{array}{l} |x| < L/2 \\ |y| < W/2 \end{array}, \quad (2.61)$$

$$J_{ny}(x, y) = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{x}{L/2}\right)^2}} \text{sen}\left(\frac{n\pi}{W}(y - W/2)\right) \quad \text{para} \quad \begin{array}{l} |x| < L/2 \\ |y| < W/2 \end{array}. \quad (2.62)$$

A forma utilizada para a condição de borda em (2.61) e (2.62) é a estabelecida por [27]. Na Figura 9, está representada a condição de borda na direção ortogonal ao fluxo de corrente, que se dá no sentido de x .

Aplicando a transformada de Fourier definida em (2.7), na equação (2.61), pode-se

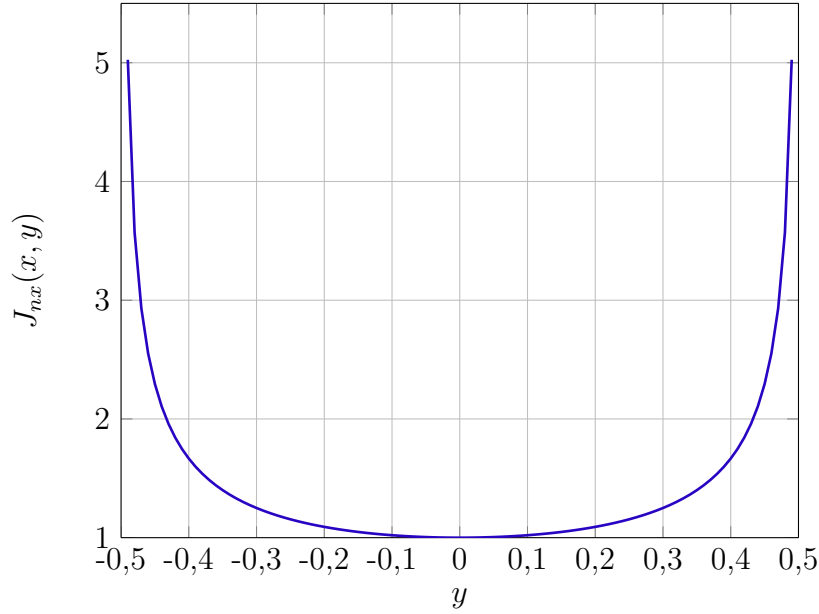


Figura 9 – Condição de borda para uma distribuição de corrente no sentido de x .

reescrever a corrente na direção de x no domínio espectral como

$$\tilde{J}_{nx}(k_x, k_y) = \frac{1}{2}\pi W I_0\left(\frac{1}{2}jWk_y\right) \frac{\frac{n\pi}{L}}{k_x^2 - \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2} \left[e^{-\frac{1}{2}jk_xL} - \cos(n\pi)e^{\frac{1}{2}jk_xL} \right], \quad (2.63)$$

onde I_0 é a função de Bessel modificada de primeira espécie e ordem zero.

Como a parcela ortogonal ao sentido da corrente é responsável pelo amortecimento da função no domínio espectral, é necessário reescrever a função de Bessel modificada, pois essa função apresenta comportamento divergente.

A função de Bessel modificada de primeira espécie é definida por

$$I_\nu(x) = j^{-\nu} J_\nu(jx) = e^{j\frac{\pi}{2}\nu} J_\nu(e^{j\frac{\pi}{2}}x), \quad (2.64)$$

onde J_ν é a função de Bessel de primeira espécie e ν representa a ordem [28]. Para ordem zero, pode-se reescrever (2.64) como

$$I_0(x) = J_0(jx). \quad (2.65)$$

Então,

$$I_0\left(\frac{1}{2}jWk_y\right) = J_0\left(-\frac{1}{2}Wk_y\right). \quad (2.66)$$

Na função base sem condição de borda, o termo responsável pelo amortecimento no domínio espectral é a função *sinc*; agora, considerando a condição de borda, o termo responsável pelo amortecimento é a função de Bessel de primeira espécie e ordem zero.

Definida a função de Bessel, podem-se escrever as funções base e peso no domínio espectral, tal que

$$\tilde{J}_{nx}(k_x, k_y) = \frac{1}{2}\pi W J_0\left(-\frac{1}{2}Wk_y\right) \frac{\frac{n\pi}{L}}{k_x^2 - \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2} \left[e^{-\frac{1}{2}jk_xL} - \cos(n\pi)e^{\frac{1}{2}jk_xL} \right] \quad (2.67)$$

$$\tilde{J}_{ny}(k_x, k_y) = \frac{1}{2}\pi L J_0\left(-\frac{1}{2}Lk_x\right) \frac{\frac{n\pi}{W}}{k_y^2 - \left(\frac{n\pi}{W}\right)^2} \left[e^{-\frac{1}{2}jk_y W} - \cos(n\pi)e^{\frac{1}{2}jk_y W} \right] \quad (2.68)$$

$$\tilde{J}_{mx}^*(k_x, k_y) = \frac{1}{2}\pi W J_0\left(-\frac{1}{2}Wk_y\right) \frac{\frac{m\pi}{L}}{k_x^2 - \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2} \left[e^{\frac{1}{2}jk_x L} - \cos(m\pi)e^{-\frac{1}{2}jk_x L} \right] \quad (2.69)$$

$$\tilde{J}_{my}^*(k_x, k_y) = \frac{1}{2}\pi L J_0\left(-\frac{1}{2}Lk_x\right) \frac{\frac{m\pi}{W}}{k_y^2 - \left(\frac{m\pi}{W}\right)^2} \left[e^{\frac{1}{2}jk_y W} - \cos(m\pi)e^{-\frac{1}{2}jk_y W} \right]. \quad (2.70)$$

2.5.3 Funções Base com Condição de Borda Segmentada

As funções base com condição de borda, definidas em (2.61) e (2.62), apresentam crescimento da corrente no sentido ortogonal à propagação desde o centro do *patch*, como ilustrado na Figura 9. Para uma melhor descrição do comportamento real da distribuição de corrente, em [27] são apresentadas funções base com condição de borda segmentada, onde o crescimento da corrente ocorre mais próximo das extremidades não irradiadoras da antena.

Na Figura 10, a condição de borda segmentada está representada no sentido ortogonal ao fluxo de corrente. Nesse modelo, a função é dividida em três partes. A largura do *patch* é dada por $|u_2 - u_1|$ e a condição de borda é aplicada entre os pontos u_1 e u_{01} , e entre u_{02} e u_2 .

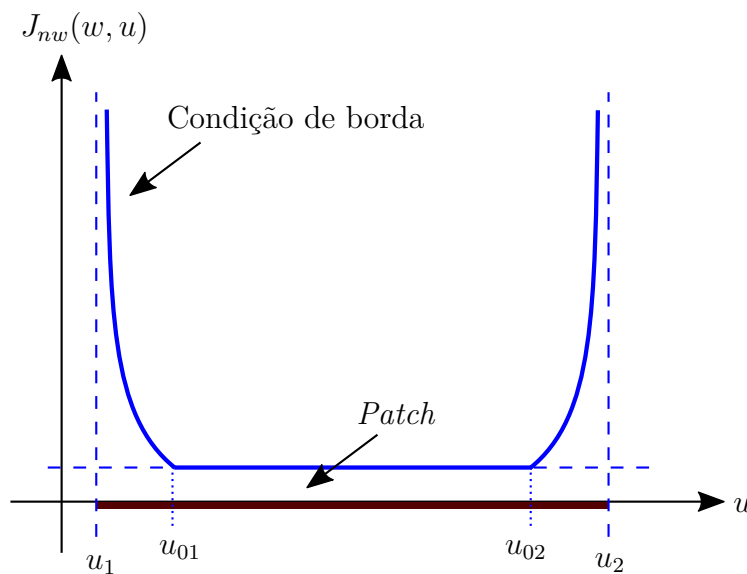


Figura 10 – Representação da condição de borda segmentada.

Fonte: Adaptado de Salazar (2011).

Matematicamente, a função de borda segmentada pode ser escrita no domínio espacial, tal que

$$h(u) = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{u-u_{01}}{u_b}\right)^2\right]^{-1/2} & \text{para } u_1 < u < u_{01} \\ 1 & \text{para } u_{01} < u < u_{02} \\ \left[1 - \left(\frac{u-u_{02}}{u_b}\right)^2\right]^{-1/2} & \text{para } u_{02} < u < u_2 \end{cases}, \quad (2.71)$$

onde $u_b = \kappa \frac{|u_2 - u_1|}{2}$, $u_{01} = u_1 + u_b$ e $u_{02} = u_2 - u_b$. O parâmetro κ representa a região onde é aplicada a condição de borda, sendo a faixa de valores possíveis entre $0 \leq \kappa \leq 1$. Para $\kappa = 0$, não há condição de borda (semelhante à função base sem condição de borda definida na seção 2.5.1) e, para $\kappa = 1$, a condição é aplicada em toda a largura do *patch* (semelhante à função base com condição de borda definida na seção 2.5.2). Na Figura 11, a condição de borda segmentada é traçada para diferentes valores de κ .

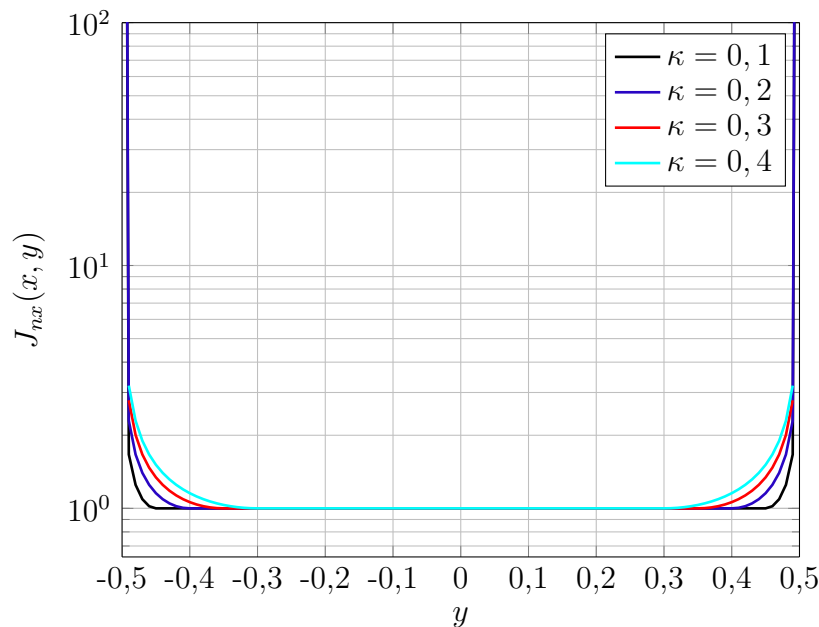


Figura 11 – Condição de borda segmentada, com diferentes valores do parâmetro κ , para uma distribuição de corrente no sentido de x .

Definidas a condição de borda segmentada, as funções base podem ser escritas no

domínio espacial na forma

$$J_{nx}(x, y) = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{y-y_{01}}{y_b}\right)^2\right]^{-1/2} \text{sen}\left(\frac{n\pi}{L}(x - L/2)\right) & \text{para } \begin{array}{l} -L/2 < x < L/2 \\ y_1 < y < y_{01} \end{array} \\ \text{sen}\left(\frac{n\pi}{L}(x - L/2)\right) & \text{para } \begin{array}{l} -L/2 < x < L/2 \\ y_{01} < y < y_{02} \end{array} \\ \left[1 - \left(\frac{y-y_{02}}{y_b}\right)^2\right]^{-1/2} \text{sen}\left(\frac{n\pi}{L}(x - L/2)\right) & \text{para } \begin{array}{l} -L/2 < x < L/2 \\ y_{02} < y < y_2 \end{array} \end{cases}, \quad (2.72)$$

$$J_{ny}(x, y) = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{x-x_{01}}{x_b}\right)^2\right]^{-1/2} \text{sen}\left(\frac{n\pi}{W}(y - W/2)\right) & \text{para } \begin{array}{l} x_1 < x < x_{01} \\ -W/2 < y < W/2 \end{array} \\ \text{sen}\left(\frac{n\pi}{W}(y - W/2)\right) & \text{para } \begin{array}{l} x_{01} < x < x_{02} \\ -W/2 < y < W/2 \end{array} \\ \left[1 - \left(\frac{x-x_{02}}{x_b}\right)^2\right]^{-1/2} \text{sen}\left(\frac{n\pi}{W}(y - W/2)\right) & \text{para } \begin{array}{l} x_{02} < x < x_2 \\ -W/2 < y < W/2 \end{array} \end{cases}, \quad (2.73)$$

sendo $y_b = \kappa \frac{W}{2}$, $y_1 = -\frac{W}{2}$, $y_2 = \frac{W}{2}$, $y_{01} = \frac{W}{2}(-1 + \kappa)$, $y_{02} = \frac{W}{2}(1 - \kappa)$, $x_b = \kappa \frac{L}{2}$, $x_1 = -\frac{L}{2}$, $x_2 = \frac{L}{2}$, $x_{01} = \frac{L}{2}(-1 + \kappa)$ e $x_{02} = \frac{L}{2}(1 - \kappa)$.

Aplicando a transformada de Fourier definida em (2.7) nas equações (2.72) e (2.73), podem-se escrever as funções base e peso no domínio espectral, tal que

$$\tilde{J}_{nx}(k_x, k_y) = \left[\kappa\pi W J_0\left(-\frac{1}{2}(1 - \kappa)Wk_y\right) + (1 - \kappa)W \text{sinc}\left(\frac{1}{2}(1 - \kappa)Wk_y\right) \right] \frac{\frac{n\pi}{L}}{k_x^2 - \left(\frac{n\pi}{L}\right)^2} \left[e^{-\frac{1}{2}jk_x L} - \cos(n\pi)e^{\frac{1}{2}jk_x L} \right] \quad (2.74)$$

$$\tilde{J}_{ny}(k_x, k_y) = \left[\kappa\pi L J_0\left(-\frac{1}{2}(1 - \kappa)Lk_x\right) + (1 - \kappa)L \text{sinc}\left(\frac{1}{2}(1 - \kappa)Lk_x\right) \right] \frac{\frac{n\pi}{W}}{k_y^2 - \left(\frac{n\pi}{W}\right)^2} \left[e^{-\frac{1}{2}jk_y W} - \cos(n\pi)e^{\frac{1}{2}jk_y W} \right] \quad (2.75)$$

$$\tilde{J}_{mx}^*(k_x, k_y) = \left[\kappa\pi W J_0\left(-\frac{1}{2}(1 - \kappa)Wk_y\right) + (1 - \kappa)W \text{sinc}\left(\frac{1}{2}(1 - \kappa)Wk_y\right) \right] \frac{\frac{m\pi}{L}}{k_x^2 - \left(\frac{m\pi}{L}\right)^2} \left[e^{\frac{1}{2}jk_x L} - \cos(m\pi)e^{-\frac{1}{2}jk_x L} \right] \quad (2.76)$$

$$\tilde{J}_{my}^*(k_x, k_y) = \left[\kappa\pi L J_0 \left(-\frac{1}{2}(1-\kappa)Lk_x \right) + (1-\kappa)L \operatorname{sinc} \left(\frac{1}{2}(1-\kappa)Lk_x \right) \right] \frac{\frac{m\pi}{W}}{k_y^2 - \left(\frac{m\pi}{W} \right)^2} \left[e^{\frac{1}{2}jk_y W} - \cos(m\pi) e^{-\frac{1}{2}jk_y W} \right], \quad (2.77)$$

onde J_0 representa a função de Bessel de primeira espécie e ordem zero.

2.5.4 Análise das Indeterminações nas Funções Base

As funções base no domínio espectral apresentam forma indeterminada do tipo $0/0$, quando $k_x \rightarrow \pm \frac{n\pi}{L}$ e $k_y \rightarrow \pm \frac{n\pi}{W}$. A análise para as funções peso é idêntica, mas utilizando m para representar o modo da função.

Para analisar o termo de indeterminação, reescreve-se (2.57) como

$$\tilde{J}(k_x) = \frac{\frac{n\pi}{L}}{k_x^2 - \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2} \left[e^{-\frac{1}{2}jk_x L} - \cos(n\pi) e^{\frac{1}{2}jk_x L} \right]. \quad (2.78)$$

Primeiramente, considera-se n par, tal que, $\cos(n\pi) = 1$. Utilizando a identidade de Euler e aplicando o limite $k_x \rightarrow \pm \frac{n\pi}{L}$, pode-se escrever (2.78), tal que

$$\lim_{k_x \rightarrow \pm \frac{n\pi}{L}} \tilde{J}(k_x) = \lim_{k_x \rightarrow \pm \frac{n\pi}{L}} \left[\frac{\frac{n\pi}{L}}{k_x^2 - \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2} \left(-2j \operatorname{sen} \left(\frac{1}{2}k_x L \right) \right) \right]. \quad (2.79)$$

A equação (2.79) apresenta forma indeterminada. Para encontrar o limite, utiliza-se a Regra de L'Hôspital [29]. Aplicando esse método, tem-se que

$$\lim_{k_x \rightarrow \pm \frac{n\pi}{L}} \tilde{J}(k_x) = \lim_{k_x \rightarrow \pm \frac{n\pi}{L}} \left[\frac{\frac{n\pi}{L}}{2k_x} \left(-2j \frac{L}{2} \cos \left(\frac{1}{2}k_x L \right) \right) \right] = \frac{\cancel{\frac{n\pi}{L}}}{2\cancel{\frac{n\pi}{L}}} \left(-jL \underbrace{\cos \left(\pm \frac{1}{2} \frac{n\pi}{\cancel{L}} \cancel{L} \right)}_{\pm 1} \right)$$

$$\lim_{k_x \rightarrow \pm \frac{n\pi}{L}} \tilde{J}(k_x) = \pm j \frac{L}{2}. \quad (2.80)$$

Para n ímpar, $\cos(n\pi) = -1$. Aplicando o limite $k_x \rightarrow \pm \frac{n\pi}{L}$ em (2.78), tem-se

$$\lim_{k_x \rightarrow \pm \frac{n\pi}{L}} \tilde{J}(k_x) = \lim_{k_x \rightarrow \pm \frac{n\pi}{L}} \left[\frac{\frac{n\pi}{L}}{k_x^2 - \left(\frac{n\pi}{L} \right)^2} \left(2 \cos \left(\frac{1}{2}k_x L \right) \right) \right], \quad (2.81)$$

que também possui forma indeterminada. Utilizando a regra de L'Hôspital, pode-se reescrever o limite na forma

$$\lim_{k_x \rightarrow \pm \frac{n\pi}{L}} \tilde{J}(k_x) = \lim_{k_x \rightarrow \pm \frac{n\pi}{L}} \left[\frac{\frac{n\pi}{L}}{2k_x} \left(2 \frac{L}{2} \operatorname{sen} \left(\frac{1}{2}k_x L \right) \right) \right] = \frac{\cancel{\frac{n\pi}{L}}}{2\cancel{\frac{n\pi}{L}}} \left(-L \underbrace{\operatorname{sen} \left(\pm \frac{1}{2} \frac{n\pi}{\cancel{L}} \cancel{L} \right)}_{\pm 1} \right)$$

$$\lim_{k_x \rightarrow \pm \frac{n\pi}{L}} \tilde{J}(k_x) = \pm \frac{L}{2}. \quad (2.82)$$

A análise do termo indeterminado nas demais funções base é análoga à aplicada em $\tilde{J}_{nx}(k_x, k_y)$, equação (2.57).

2.6 Impedância de Entrada

A impedância de entrada para uma excitação por ponta de prova coaxial é definida por

$$Z_{in} = \frac{V}{I_s} \quad (2.83)$$

onde V é a tensão RF na alimentação e I_s é a fonte de corrente. Considerando a fonte de corrente de 1 A, então

$$Z_{in} = \text{tensão na alimentação} = - \int_0^h E_z dz. \quad (2.84)$$

Aqui, E_z é o campo total generalizado na direção de z criado pela alimentação. Pode-se escrever E_z , tal que

$$E_z = \sum_{nx=1}^{N_x} I_{nx} E_{znx} + \sum_{ny=1}^{N_y} I_{ny} E_{zny}. \quad (2.85)$$

Substituindo (2.85) em (2.84), pode-se escrever a impedância de entrada como

$$Z_{in} = - [I]^t [V], \quad (2.86)$$

onde $[V]$ é o vetor de tensão e $[I]$ é a corrente superficial no *patch*, obtida utilizando-se o MoM.

A resistência de irradiação da antena pode ser determinada por

$$R_r = \text{Re}(Z_{in}), \quad (2.87)$$

e a reatância por

$$X_r = \text{Im}(Z_{in}). \quad (2.88)$$

Para considerar a auto-indutância da alimentação por ponta de prova coaxial, deve-se acrescentar a parcela jX_p na impedância de entrada, onde

$$X_p = \frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon_0}} \tan(\sqrt{\epsilon} k_0 h), \quad (2.89)$$

sendo $Z_0 = 50\Omega$ e h a altura do substrato dielétrico [1].

2.7 Diagrama de Irradiação

O diagrama da irradiação da antena pode ser determinado utilizando o método da fase estacionária [12], o qual transforma os campos em coordenadas cartesianas para coordenadas esféricas sob a condição de campo distante. Na condição de fase estacionária, as constantes de propagação podem ser reescritas como

$$k_x = k_0 \text{sen}\theta \cos\phi \quad (2.90)$$

$$k_y = k_0 \text{sen}\theta \text{sen}\phi \quad (2.91)$$

$$\beta = k_0 \text{sen}\theta. \quad (2.92)$$

A partir da transformação de coordenadas cartesianas para esféricas, dada por [30], pode-se reescrever os campos, tal que

$$E_\theta(r, \theta, \phi) = j \frac{e^{-jk_0 r}}{2\pi r} k_0 \left[\tilde{E}_x \cos\phi + \tilde{E}_y \text{sen}\phi \right] \quad (2.93)$$

$$E_\phi(r, \theta, \phi) = j \frac{e^{-jk_0 r}}{2\pi r} k_0 \left[\tilde{E}_y \cos\phi - \tilde{E}_x \text{sen}\phi \right] \cos\theta, \quad (2.94)$$

onde

$$k_1^2 = k_0^2 \varepsilon_r - \beta^2 = k_0^2 (\varepsilon_r - \text{sen}^2\theta) \quad (2.95)$$

$$k_2 = k_0 \cos\theta. \quad (2.96)$$

3 Validação da Ferramenta Computacional

No presente capítulo, será descrita a validação da ferramenta computacional construída em ambiente Matlab[®]. As etapas para a implementação do algoritmo estão representadas na Figura 12. Nos dados de entrada, f_r , N_x e N_y representam vetores. Sendo f_r a faixa de frequência na qual a antena vai ser simulada, e N_x e N_y representam os modos de operação da estrutura. Na saída do algoritmo, obtêm-se a distribuição de corrente no *patch* e a impedância de entrada para cada frequência de operação.

Na validação da ferramenta, primeiramente, compara-se o algoritmo com as demais implementações do método dos momentos encontradas na literatura. Depois, é realizado um projeto de antena em estrutura de microfita no software comercial de análise eletromagnética Ansoft[®] Designer. Com base nos parâmetros obtidos é realizada a prototipação da antena, cujos resultados medidos são comparados com o projeto no software comercial e no código baseado no MoM descrito no capítulo 2. Posteriormente, realiza-se testes considerando condição de borda nas funções base.

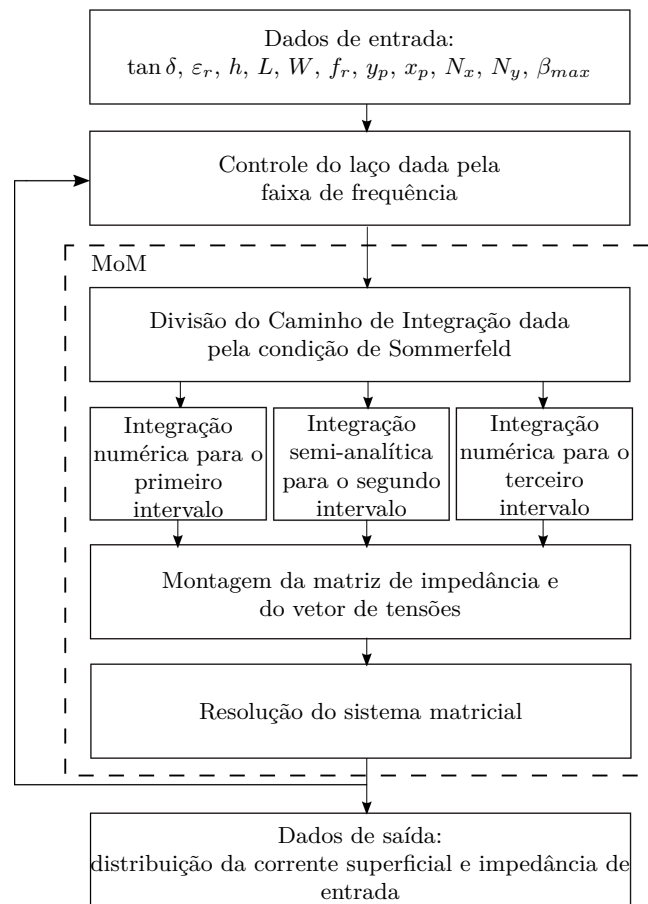


Figura 12 – Etapas para a implementação do algoritmo utilizando o MoM.

3.1 Comparação com as Implementações Encontradas na Literatura

Com o objetivo de realizar a primeira validação da ferramenta computacional, utilizaram-se os mesmos parâmetros da antena de microfita analisada em [1] e [2]. A antena segue uma configuração simples, ilustrada na Figura 5. Os parâmetros utilizados encontram-se na Tabela 1.

Tabela 1 – Parâmetros da antena de microfita analisada em [1] e [2].

Parâmetros	Descrição	Valor
L	dimensão do <i>patch</i> na direção de x	204,5 mm
W	dimensão do <i>patch</i> na direção de y	139,7 mm
h	espessura do substrato dielétrico	1,588 mm
ε_r	constante dielétrica	2,59
$\tan\delta$	tangente de perdas	0,002
$(x_p; y_p)$	coordenadas da alimentação	(0; -63,5 mm)

Cabe ressaltar que, na implementação do algoritmo, foi utilizada a mesma função diádica de Green empregada em [2] e deduzida em [11]. Em [1], a função de Green é baseada no método dos vetores potenciais. A função base usada para descrever a corrente no *patch* é a mesma apresentada em [1]. Destaca-se que nenhuma das três implementações consideraram condições de borda para as funções base.

Para comparar as implementações, utilizou-se como limite máximo de integração $\beta_{max} = 50k_0$ e apenas um modo na direção de y , tal que $N_y = 1$ como descrito em [2]. Na Tabela 2 e na Figura 13, comparam-se a impedância de entrada obtida entre as três implementações independentes do método dos momentos. Verifica-se excelente concordância entre os resultados obtidos com o código descrito neste trabalho e com as outras duas implementações.

Tabela 2 – Impedância de entrada para três implementações independentes do MoM.

	[1]	[2]	Presente trabalho
f [MHz]	Z_{in} [Ω]	Z_{in} [Ω]	Z_{in} [Ω]
640	$2,4 + j28,7$	$2,7 + j29,5$	$2,8 + j29,9$
645	$4,5 + j36,0$	$5 + j36,3$	$5,2 + j37,0$
650	$11 + j48,5$	$11,8 + j49,7$	$12,7 + j51,2$
655	$45 + j80$	$47,6 + j78,6$	$54,4 + j81,2$
660	$130 - j50$	$121,8 - j46,6$	$108,4 - j56,5$
665	$21 - j42,5$	$22,9 - j43,5$	$20,4 - j41,5$
670	$7,5 - j23$	$8 - j23,2$	$7,4 - j22,6$
675	$4 - j13,5$	$4 - j14$	$3,8 - j13,5$

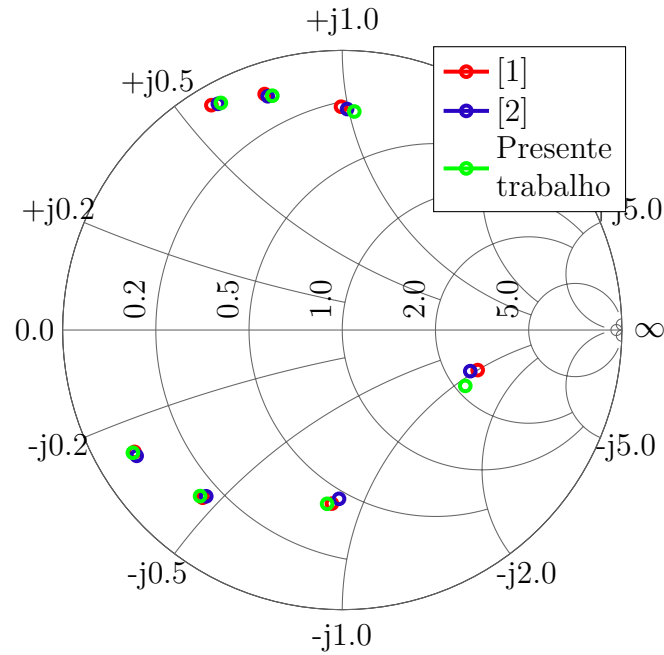


Figura 13 – Carta de Smith com três implementações independentes do MoM.

A convergência da impedância de entrada em relação à variação do limite de integração estão ilustradas nas Figuras 14 e 15, respectivamente, para a resistência e para a reatância. Para esses gráficos, fixou-se $N_y = 1$ e $N_x = 0$. Observa-se que, a partir de $150k_0$, os valores praticamente não sofrem mais alteração.

A convergência em relação aos modos de propagação na direção de y está mostrada nas Figuras 16 e 17, respectivamente, para a resistência e para a reatância. Apenas os modos em y foram variados, considerando $N_x = 0$. O valor do limite máximo de integração utilizado foi de $150k_0$. Observa-se que, acima de três modos, os valores se estabilizam.

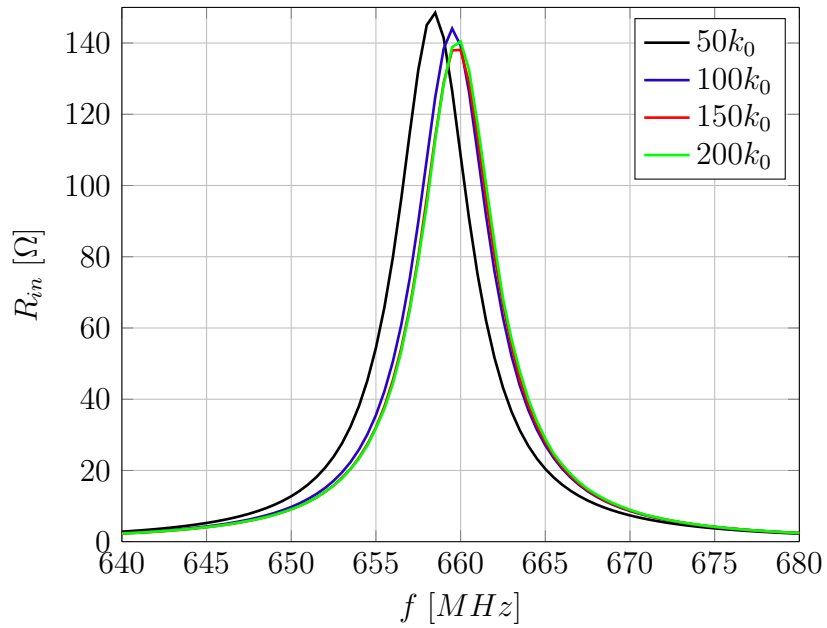


Figura 14 – Convergência da resistência de entrada para a variação do limite do caminho de integração.

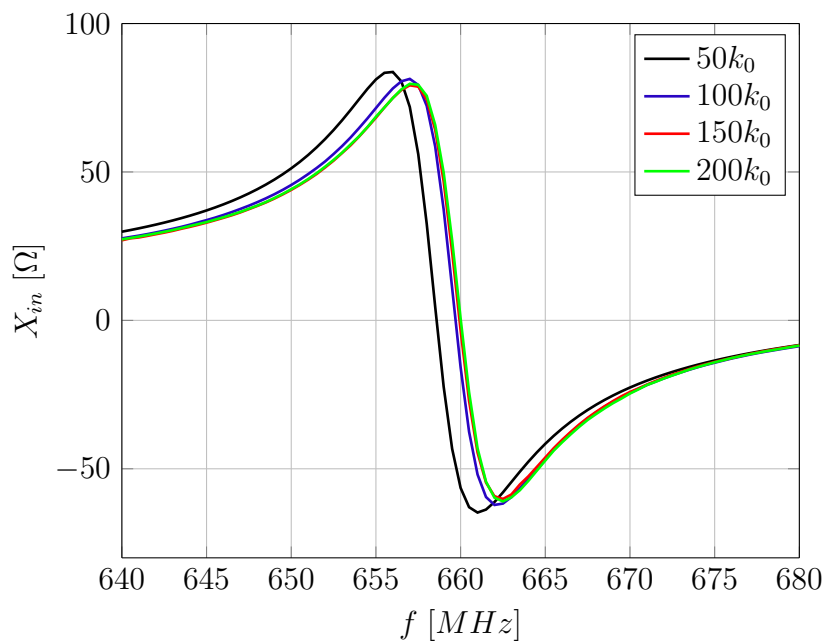


Figura 15 – Convergência da reatância de entrada para a variação do limite do caminho de integração.

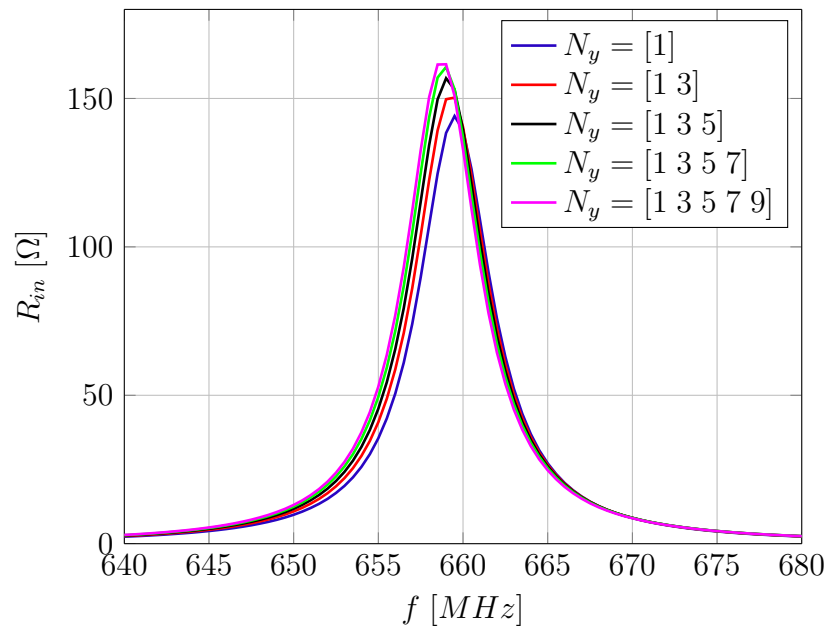


Figura 16 – Convergência da resistência de entrada para diferentes números de modos na direção de y .

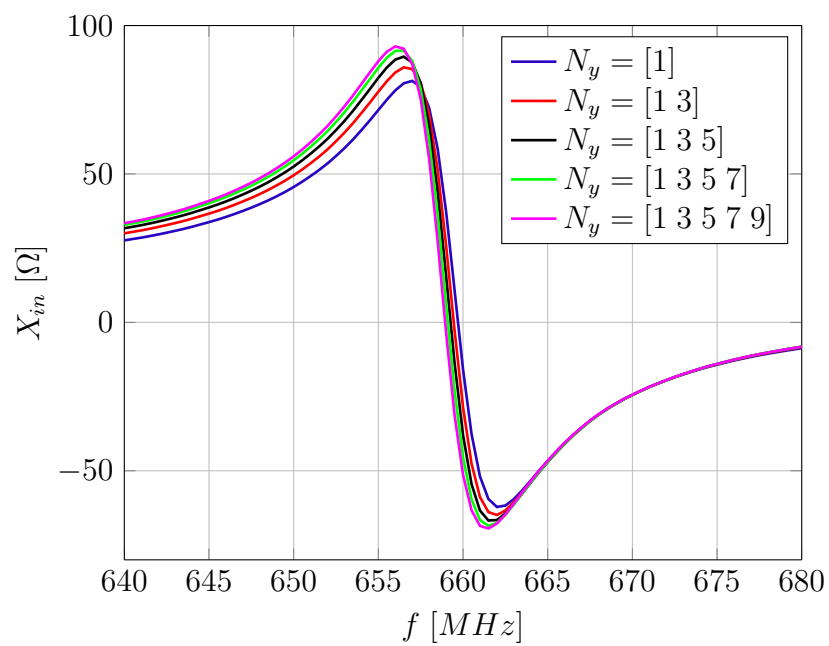


Figura 17 – Convergência da reatância de entrada para diferentes números de modos na direção de y .

3.2 Projeto Prático de Antena Planar em Tecnologia de Microfita

Para realizar a segunda validação, foi elaborado um projeto prático de uma antena de microfita planar com alimentação por ponta de prova coaxial com a geometria ilustrada na Figura 5. Objetivo é comparar os resultados da medição do protótipo com a ferramenta construída. Primeiramente, os parâmetros iniciais de projeto da antena foram obtidos utilizando o método da linha de transmissão. Após isso, foi realizado, no software comercial Ansoft[®] Designer, a otimização da antena para operação em $2,4\text{ GHz}$. O dielétrico utilizado foi o TACONIC TLC-338. Na Tabela 3, encontram-se os parâmetros da antena, e, na Figura 18, encontra-se o protótipo construído. A alimentação é realizada com um conector SMA.

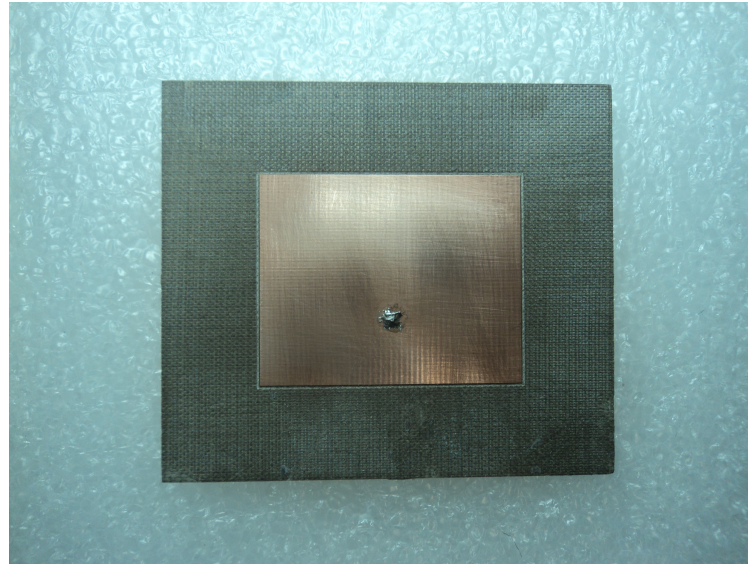
Tabela 3 – Parâmetros da antena de microfita projetada para operar em $2,4\text{ GHz}$.

Parâmetros	Descrição	Valor
L	dimensão do <i>patch</i> na direção de x	$42,21\text{ mm}$
W	dimensão do <i>patch</i> na direção de y	$33,79\text{ mm}$
h	espessura do substrato dielétrico	$1,524\text{ mm}$
ε_r	constante dielétrica	$3,38$
$\tan\delta$	tangente de perdas	$0,0034$
$(x_p; y_p)$	coordenadas da alimentação	$(0; -6,2\text{ mm})$

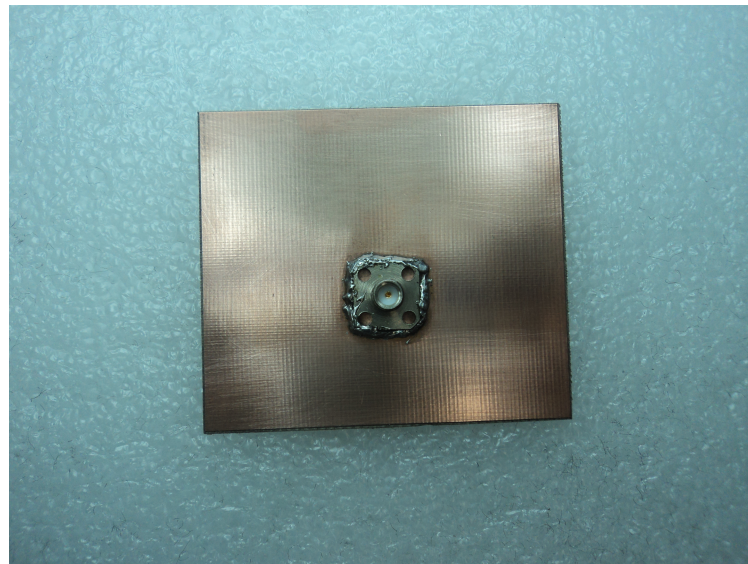
Construído o protótipo, realizou-se a medição da antena. Os resultados medidos são comparados com o MoM implementado e com o software comercial. Nas Figuras 19 e 20, encontram-se, respectivamente, a comparação da impedância de entrada na carta de Smith e do coeficiente de reflexão. Nas Figuras 21 e 22, encontram-se, respectivamente, a comparação da resistência e da reatância de entrada. No método implementado, foram utilizados os seguintes modos: $N_x = [1\ 2]$ e $N_y = [1\ 3]$. O limite de integração usado foi de $150k_0$.

Na análise dos resultados, destaca-se que o método implementado obteve valores mais próximos dos medidos em comparação ao software comercial. O desvio percentual da ferramenta construída foi de $0,76\%$ e do Designer foi de $1,35\%$. O desvio de frequência ocorrido pode ser explicado por imprecisão nos valores do dielétrico e da tangente de perdas, assim como, defeitos de construção causados pela prototipadora. Devem-se destacar, também, algumas simplificações na modelagem da estrutura, como a espessura do cobre e o diâmetro da alimentação por ponta de prova coaxial que são desprezados, e a não utilização de condição de borda nas funções base.

Na Figura 23, está ilustrado o sentido dominante da corrente para essa geometria de antena. Esse sentido pode ser comprovado a partir das distribuições de corrente superficial no *patch* obtidas utilizando o MoM. No sentido de fluxo da corrente na direção ressonante do *patch*, predomina o primeiro modo. No sentido cruzado, isto é, ao longo



(a) Vista superior



(b) Vista inferior

Figura 18 – Protótipo construído da antena de microfita.

de x , predomina o segundo. Nas Figuras 24 e 25, estão representadas as distribuições de corrente, respectivamente, nas direções de y e de x .

Cabe ressaltar que, como a antena possui uma configuração simples, apenas dois modos em cada direção já são suficientes para a expansão adequada da densidade de corrente elétrica superficial, onde, no sentido ressonante, predominam os modos ímpares e, no sentido cruzado, os modos pares.

Na análise do algoritmo implementado, destaca-se boa concordância dos resultados com a medição prática da antena. No entanto, o algoritmo apresenta um elevado custo computacional na comparação com o software comercial Designer. Utilizando os modos $N_x = [1\ 2]$ e $N_y = [1\ 3]$, faixa de frequência de $2\ GHz$ à $2,8\ GHz$ (161 pontos) e limite

máximo de integração igual a $150k_0$, o programa demorou 313,84 min para convergir. No Designer, utilizando a mesma faixa de frequência o tempo de convergência foi de 10,41 min. O algoritmo ficou aproximadamente 31 vezes mais lento do que o software comercial. Cabe ressaltar que o Designer utiliza funções base de subdomínio. Nessa simulação, foram utilizados 734 triângulos para a discretização da estrutura. As ferramentas foram comparadas em um computador com processador Intel (R) Core (TM) i7-3770, quatro núcleos, CPU de 3,40 GHz e memória RAM de 8 GB. Sistema operacional Windows 7 profissional de 64 bits.

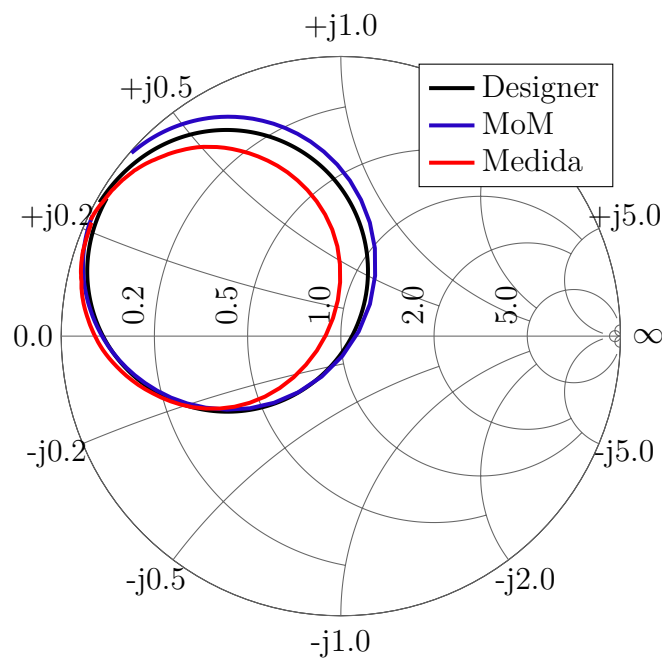


Figura 19 – Carta de Smith comparando os resultados medidos com o projeto do Designer e o algoritmo implementado.

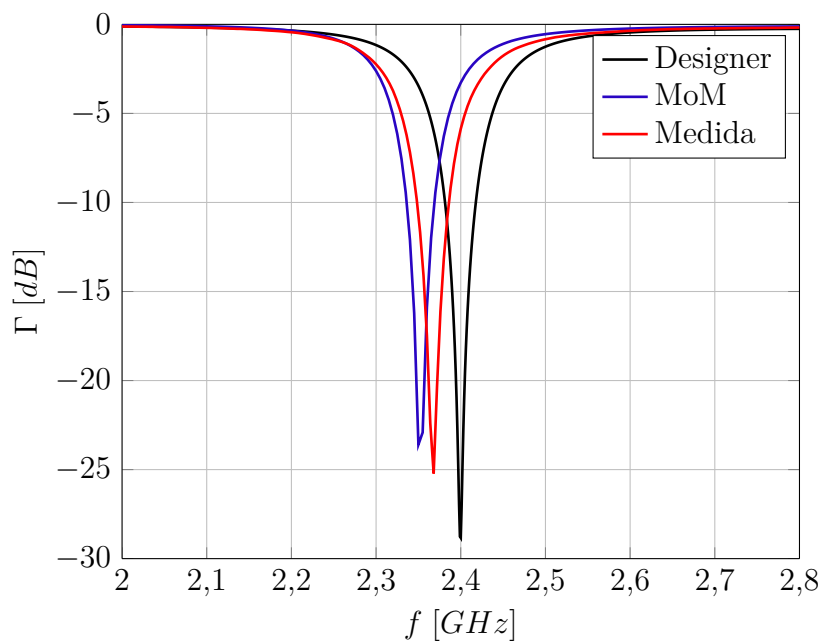


Figura 20 – Coeficiente de reflexão comparando os resultados medidos com o projeto do Designer e o algoritmo implementado.

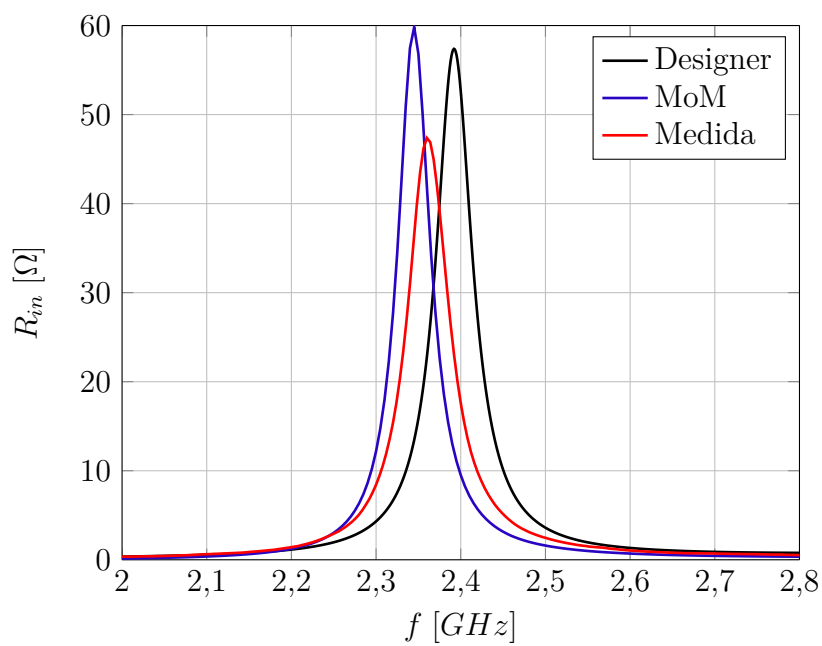


Figura 21 – Resistência de entrada comparando os resultados medidos com o projeto do Designer e o algoritmo implementado.

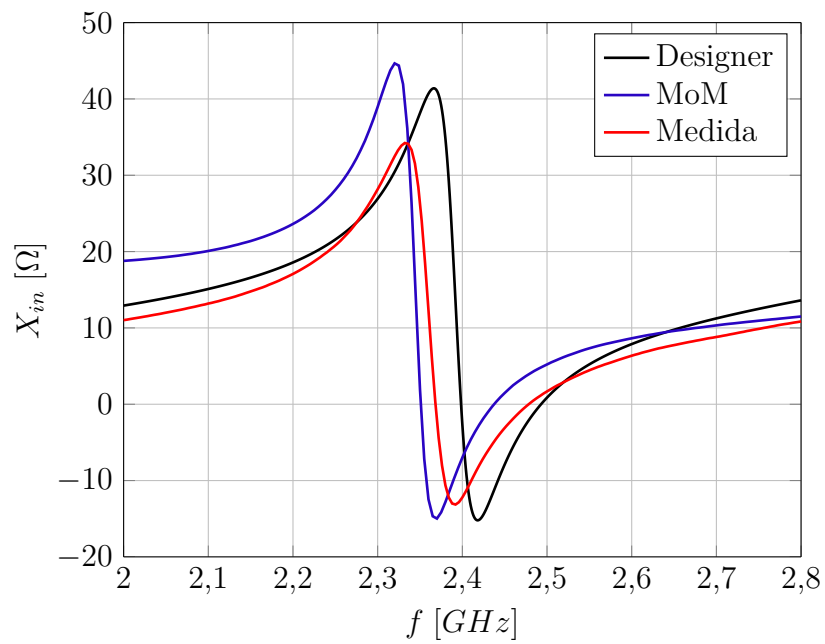


Figura 22 – Reatância de entrada comparando os resultados medidos com o projeto do Designer e o algoritmo implementado.

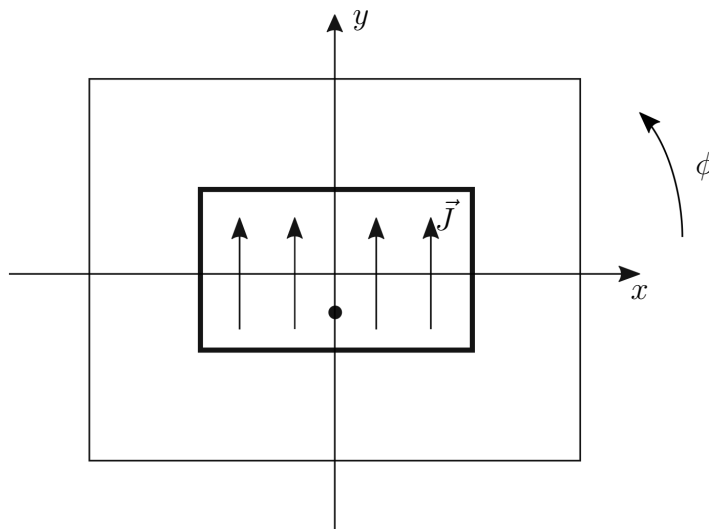


Figura 23 – Sentido dominante da corrente no *patch* da antena projetada.

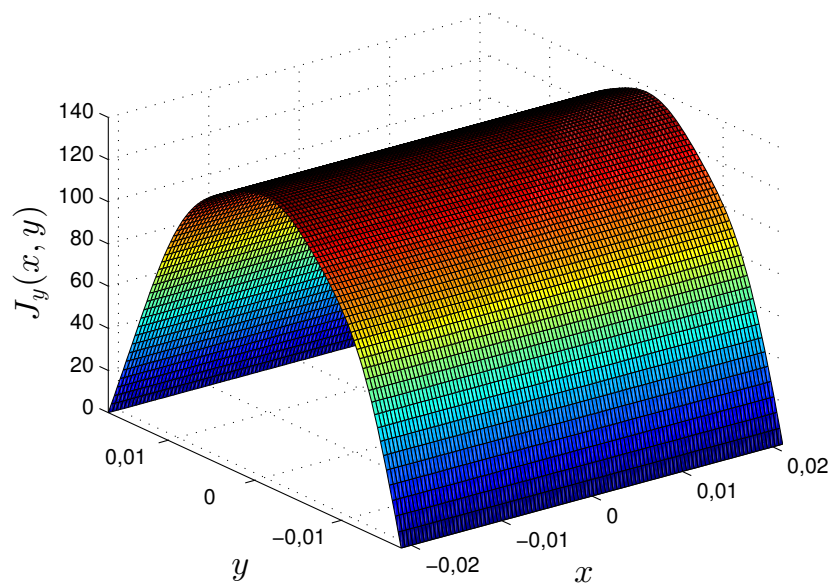


Figura 24 – Distribuição de corrente na direção de y no *patch* da antena, obtida utilizando o MoM.

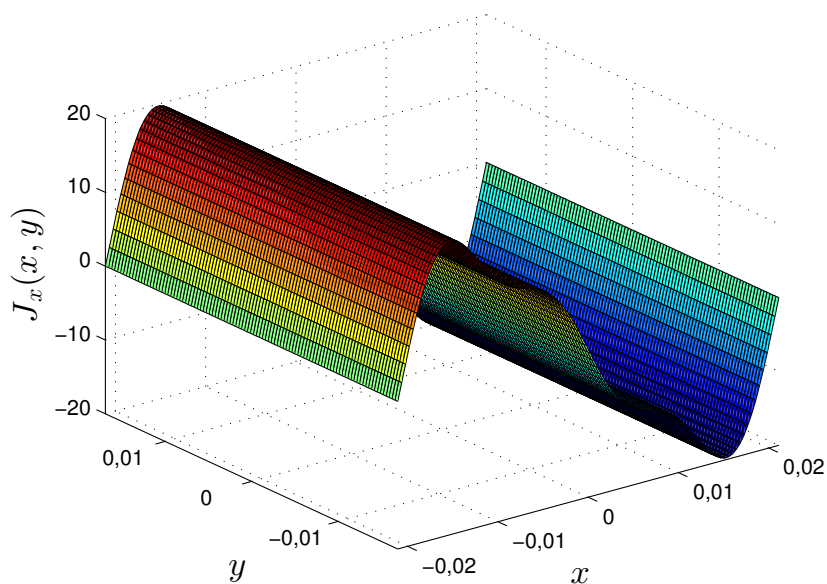


Figura 25 – Distribuição de corrente na direção de x no *patch* da antena, obtida utilizando o MoM.

3.3 Testes Realizados com Funções Base com Condição de Borda

Com o objetivo de melhorar a descrição da distribuição de corrente no *patch*, as funções base descritas pelas equações (2.61), (2.62), (2.72) e (2.73) foram implementadas. Os testes com as diferentes funções base visam, também, diminuir o desvio de frequência do modelo numérico na comparação com os dados medidos. Nas implementações, foi considerado $N_x = [1\ 2]$, $N_y = [1\ 3]$ e limite de integração de $150k_0$.

A Figura 26, apresenta resultados para diferentes configurações de condição de borda. Observa-se que a função base segmentada, utilizando o parâmetro $\kappa = 0,1$, resultou na mesma frequência de operação do protótipo, ou seja, $2,37\ GHz$. No entanto, o modelo com condição de borda simples obteve o maior desvio de frequência, sendo o pior modelo de descrição da corrente superficial.

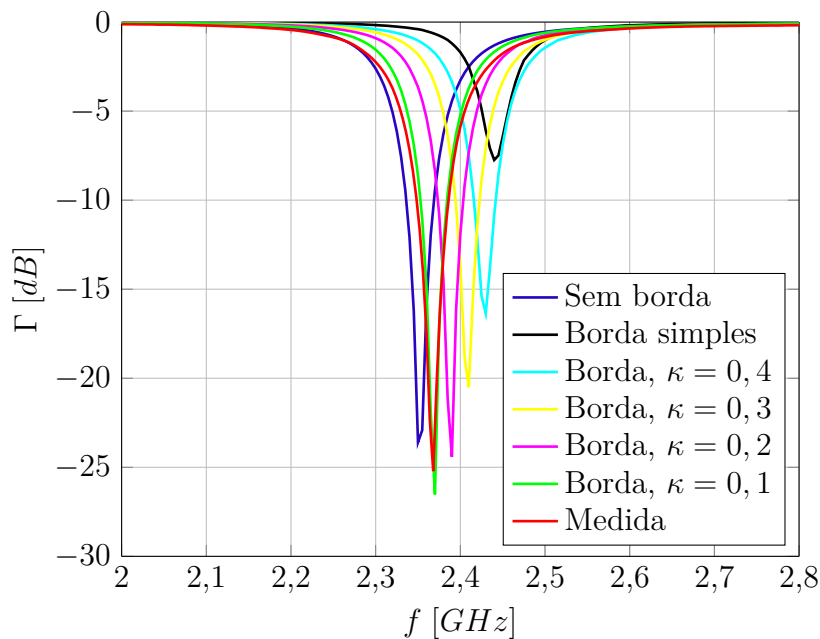


Figura 26 – Comparação do coeficiente de reflexão obtido com o MoM utilizando diferentes funções base e os resultados da medição da antena.

Nas Figuras 27 e 28, comparam-se a resistência e a reatância de entrada para diferentes funções base. Destaca-se que, em quase todos os modelos, a amplitude das impedâncias ficou maior que a medida da antena, mas para a borda segmentada com $\kappa = 0,1$ não existe mais desvio de frequência. O único modelo que obteve amplitude menor foi o com condição de borda simples, mas também, apresentou o maior desvio de frequência.

Na análise dos resultados, observa-se que o modelo com condição de borda segmentada é o que melhor descreve a corrente superficial no *patch*. Nesse modelo, o crescimento da corrente ocorre mais próximo das extremidades não irradiadoras da antena. Cabe ressaltar que, apesar do valor do parâmetro κ variar de acordo com a largura do *patch*,

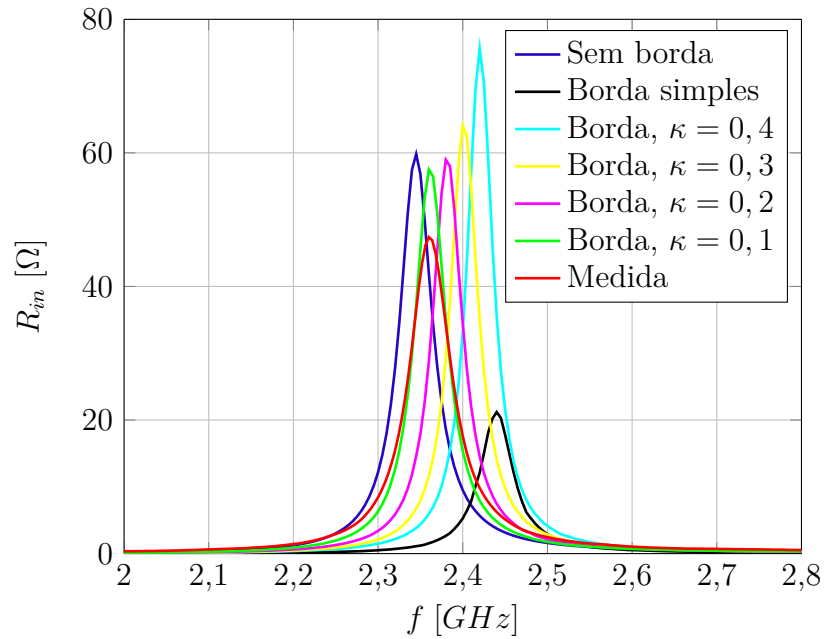


Figura 27 – Comparação da resistência de entrada obtida com o MoM utilizando diferentes funções base e os resultados da medição da antena.

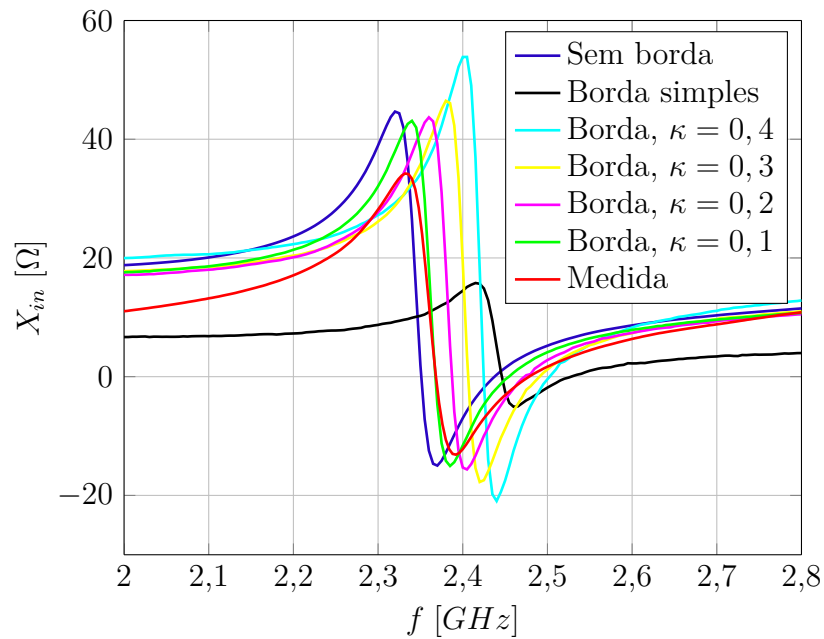


Figura 28 – Comparação da reatância de entrada obtida com o MoM utilizando diferentes funções base e os resultados da medição da antena.

valores geralmente pequenos de κ devem ser escolhidos, pois o “acúmulo” de corrente ocorre próximo aos limites da estrutura. Nas Figuras 29, 30 e 31, comparam-se apenas os resultados obtidos com $\kappa = 0,1$ e a medida da antena.

As distribuições de corrente obtidas utilizando função de borda segmentada com $\kappa = 0,1$ estão representadas nas Figuras 32 e 33, respectivamente, nas direções de y e x . No sentido do fluxo da corrente na direção ressonante no *patch*, predomina o primeiro modo,

e no sentido cruzado, predomina o segundo. Nos gráficos, observa-se que o crescimento da corrente, no sentido ortogonal à propagação, ocorre apenas nas proximidades do limite da estrutura.

Nas Figuras 34 e 35, estão representados, respectivamente, os planos E e H do diagrama de irradiação para as distribuições de corrente obtidas utilizando o MoM com condição de borda segmentada com $\kappa = 0, 1$. Os planos são traçados usando as equações (2.93) e (2.94). Para o plano E, fixa-se $\phi = 90^\circ$ e, para o plano H, fixa-se $\phi = 0^\circ$. A ausência de irradiação traseira é explicada pela construção da função de Green, pois na análise de onda completa no domínio espectral considera-se um plano de terra infinito e condutor perfeito.

A implementação da condição de borda segmentada para as funções base, aumentou o tempo de processamento em torno de 60% em comparação com o modelo sem condição de borda. Utilizando o mesmo computador e as mesmas configurações das simulações anteriores, o tempo para convergir os resultados passou de 313,84 min para 503,94 min. O alto custo computacional da ferramenta está fortemente relacionada ao fato de sua execução ser realizada em ambiente Matlab[®].

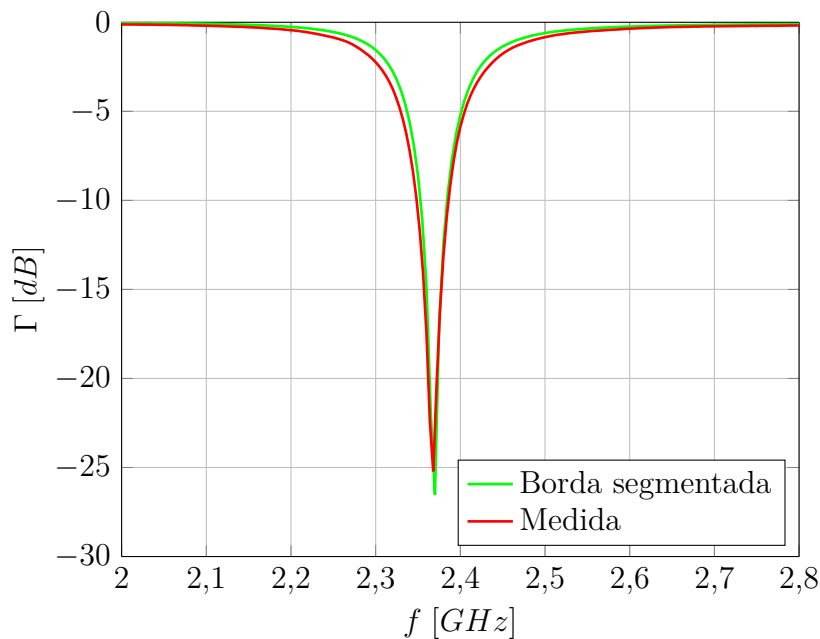


Figura 29 – Comparação do coeficiente de reflexão obtido utilizando funções base com condição de borda segmentada com $\kappa = 0, 1$ e a medição da antena.

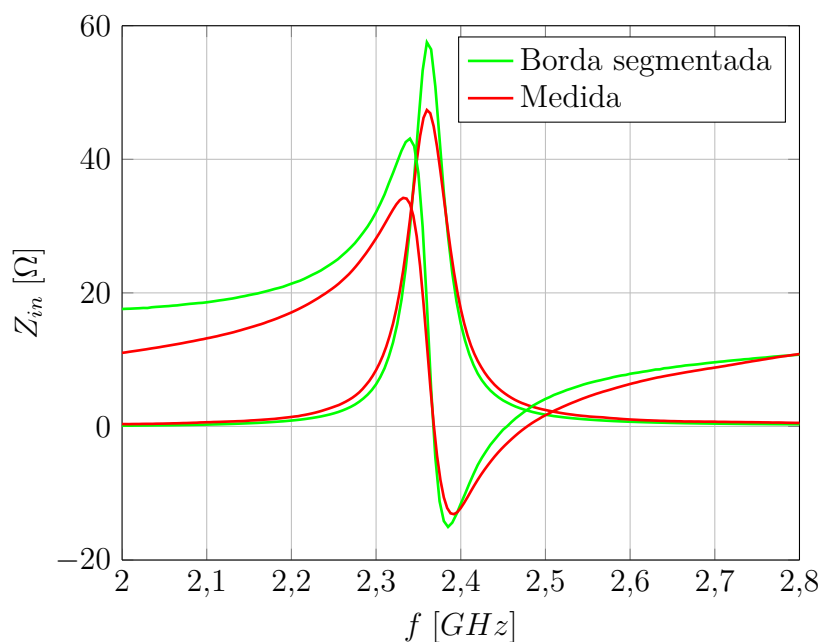


Figura 30 – Comparação da impedância de entrada obtida utilizando funções base com condição de borda segmentada com $\kappa = 0, 1$ e a medição da antena.

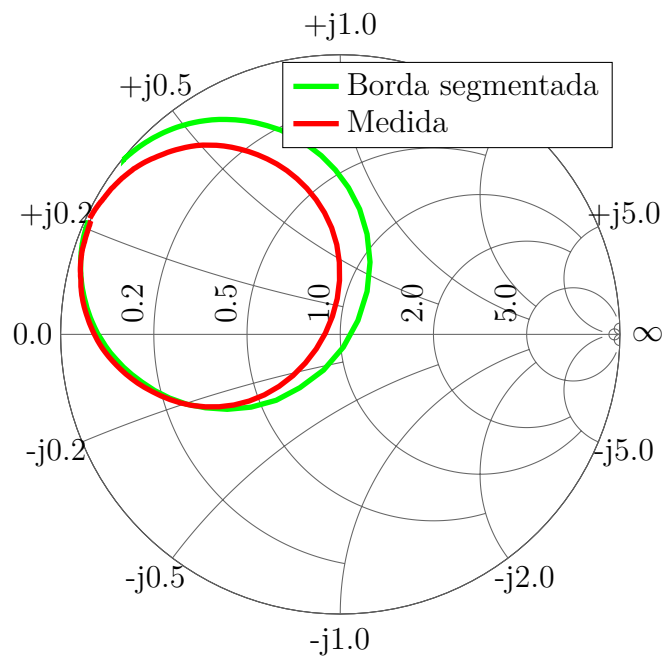


Figura 31 – Carta de Smith comparando os resultados obtidos utilizando função base com condição de borda segmentada com $\kappa = 0, 1$ e a medição da antena.

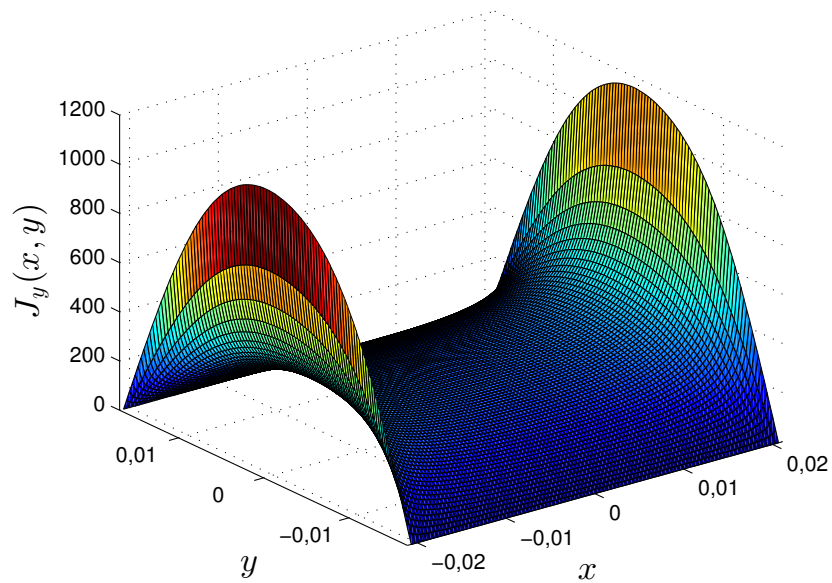


Figura 32 – Distribuição de corrente na direção de y no *patch* da antena, obtida utilizando o MoM com funções base com condição de borda segmentada com $\kappa = 0, 1$.

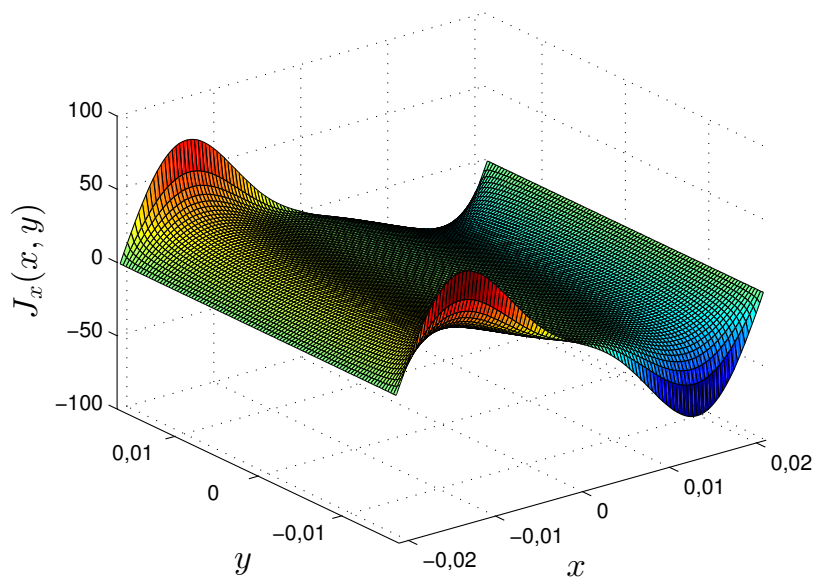


Figura 33 – Distribuição de corrente na direção de x no *patch* da antena, obtida utilizando o MoM com funções base com condição de borda segmentada com $\kappa = 0, 1$.

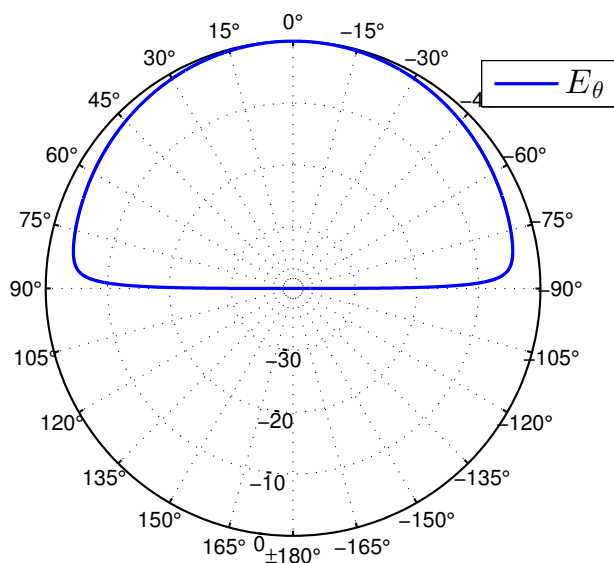


Figura 34 – Plano E do diagrama de irradiação para as distribuições de corrente obtidas utilizando o MoM com funções base com condição de borda segmentada com $\kappa = 0, 1$.

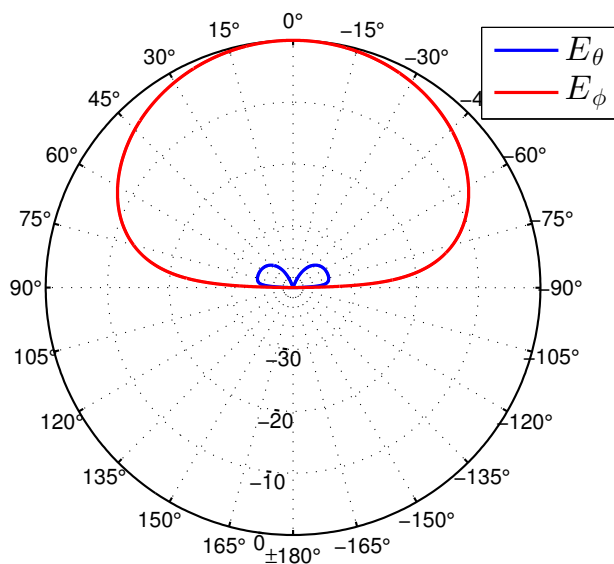


Figura 35 – Plano H do diagrama de irradiação para as distribuições de corrente obtidas utilizando o MoM com funções base com condição de borda segmentada com $\kappa = 0, 1$.

Considerações Finais

Neste trabalho, foi apresentada a construção de uma ferramenta computacional, em ambiente Matlab[®], para análise de antenas planares em tecnologia de microfita. A ferramenta fornece a impedância de entrada para cada frequência simulada e as distribuições de corrente superficial no *patch*. A partir das distribuições de corrente, também é possível plotar o diagrama de irradiação da estrutura.

Na análise dos resultados, destaca-se que o desvio de frequência entre a antena medida e os resultados numéricos podem ser superados utilizando funções base com condição de borda segmentada, pois, através da variação do parâmetro κ , a frequência de ressonância também varia. Embora o valor de κ varie de acordo com a largura do *patch*, a condição de borda deve ser aplicada a regiões estreitas sobre o contorno da estrutura; então, valores geralmente pequenos de κ devem ser escolhidos. Os resultados numéricos obtidos utilizando função base com condição de borda segmentada apresentaram excelente concordância com a medição da antena construída.

O algoritmo implementado apresentou alto custo computacional, levando muito tempo para a convergência dos resultados. O ambiente Matlab[®] não apresentou boa eficiência para integração numérica. Para um melhor desempenho, é necessário que a implementação ocorra em uma linguagem de baixo nível, como, por exemplo, FORTRAN ou C. Outra alternativa, é incorporar subrotinas compiladas nos *scripts* do Matlab[®]. Essas subrotinas seriam responsáveis pela integração numérica da ferramenta, aumentando-se, assim, a eficiência de sua execução.

Por fim, pretende-se utilizar o algoritmo implementado como base para a construção de novas ferramentas de análise eletromagnética. Para trabalhos futuros, pretende-se modificar a função de Green para que se consiga descrever estruturas com múltiplas camadas dielétricas. Para isso, a nova função de Green deverá ser obtida pela técnica do circuito equivalente de onda completa (FWEC). Pretende-se, também, mudar a forma de excitação da antena para onda plana, construindo a base de uma ferramenta para análise de espalhamento eletromagnético por um *reflectarray*.

Referências

- [1] POZAR, D. M. Input impedance and mutual coupling of rectangular microstrip antennas. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, IEEE, v. 30, n. 6, p. 1191–1196, 1982. Citado 7 vezes nas páginas 17, 28, 47, 48, 56, 60 e 61.
- [2] PRALON, M. G. *Aplicação do Método dos Momentos na Análise de Antenas Microfita*. Dissertação (Mestrado) — PUC-Rio, 2012. Citado 3 vezes nas páginas 17, 60 e 61.
- [3] GIBSON, W. *The Method of Moments in Electromagnetics*. Boca Raton, FL: Chapman & Hall/CRC, 2008. Citado 3 vezes nas páginas 27, 28 e 37.
- [4] STUTZMAN, W. L.; THIELE, G. A. *Antenna Theory and Design*. Hoboken, NJ: Wiley, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 27 e 28.
- [5] HAGNESS, S.; TAFLOVE, A. *Computational electrodynamics: The finite-difference time-domain method*. [S.l.]: Norwood, MA: Artech House, 2005. Citado na página 27.
- [6] KUNZ, K. S.; LUEBBERS, R. J. *The finite difference time domain method for electromagnetics*. [S.l.]: CRC press, 1993. Citado na página 27.
- [7] JIN, J.-M. *The finite element method in electromagnetics*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 1993. Citado na página 28.
- [8] VOLAKIS, J. L.; CHATTERJEE, A.; KEMPEL, L. C. *Finite element methods for electromagnetics: antennas, microwave circuits and scattering applications*. [S.l.]: New York: IEEE Press, 1998. Citado na página 28.
- [9] NEWMAN, E. H.; TULYATHAN, P. Analysis of microstrip antennas using moment methods. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 29, p. 47–53, 1981. Citado na página 28.
- [10] BALANIS, C. A. *Advanced Engineering Electromagnetics*. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2012. Citado 2 vezes nas páginas 28 e 37.
- [11] GARG, R. et al. *Microstrip Antenna Design Handbook*. [S.l.]: Artech House, 2001. Citado 9 vezes nas páginas 31, 33, 35, 39, 40, 41, 46, 48 e 60.
- [12] BALANIS, C. A. *Antenna Theory: Analysis and Design*. Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2005. Citado 6 vezes nas páginas 31, 32, 33, 34, 37 e 57.
- [13] MUNSON, R. Conformal microstrip antennas and microstrip phased arrays. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, v. 22, p. 74–78, 1974. Citado na página 31.
- [14] KLINE, M. *Mathematical Thought From Ancient to Modern Times*. [S.l.]: OUP USA, 1990. Citado na página 36.
- [15] BASSALO, J. M.; CATTANI, M. S. *Elementos de Física Matemática*. [S.l.]: Livraria da Física, 2012. Citado na página 36.

- [16] MACHADO, K. D. *Eletromagnetismo*. [S.l.]: Toda Palavra, 2012. Citado na página 37.
- [17] HARRINGTON, R. F. Matrix methods for field problems. *Proceedings of the IEEE*, IEEE, v. 55, n. 2, p. 136–149, 1967. Citado na página 37.
- [18] HARRINGTON, R. F. Field computation by moment method. *Proceedings of the IEEE*, IEEE, New York, 1968. Citado na página 37.
- [19] LEE, K. F.; CHEN, W. *Advances in microstrip and printed antennas*. [S.l.]: Wiley, 1997. Citado na página 40.
- [20] POZAR, D. Radiation and scattering from a microstrip patch on a uniaxial substrate. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, IEEE, v. 35, n. 6, p. 613–621, 1987. Citado na página 40.
- [21] SOMMERFELD, A. Partial differential equation in physics. *Lectures on Theoretical Physics—Pure and Applied Mathematics*, New York: Academic Press, v. 1, 1949. Citado na página 45.
- [22] ITOH, T. *Numerical techniques for microwave and millimeter-wave passive structures*. [S.l.]: Wiley-Interscience, 1989. Citado na página 46.
- [23] FRANCO, N. B. *Cálculo Numérico*. [S.l.]: Pearson, 2006. Citado na página 47.
- [24] MATHEWS, J. H.; HOWELL, R. W. *Complex analysis for mathematics and engineering*. [S.l.]: Jones & Bartlett Publishers, 2012. Citado na página 48.
- [25] POZAR, D.; VODA, S. A rigorous analysis of a microstripline fed patch antenna. *IEEE transactions on antennas and propagation*, IEEE, v. 35, n. 12, p. 1343–1350, 1987. Citado na página 49.
- [26] ITOH, T.; MENZEL, W. A full-wave analysis method for open microstrip structures. *IEEE transactions on antennas and propagation*, v. 29, p. 63–68, 1981. Citado na página 50.
- [27] SALAZAR, A. T. *Redes circunferenciais de antenas de microfita cilíndricas*. Tese (Doutorado) — Tese de Doutorado, Div. Eng. Eletrônica, Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2011. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 52.
- [28] ARFKEN, G.; WEBER, H. H. *Física-Matemática: métodos matemáticos para engenharia e física*. [S.l.]: Elsevier, 2007. Citado na página 51.
- [29] STEWART, J. *Cálculo*. [S.l.]: Cengage Learning, 2010. Citado na página 55.
- [30] COLLIN, R. E.; ZUCKER, F. J. *Antenna Theory, Part 1*. [S.l.]: Inter-University Electronics Series, 1969. Citado na página 57.