

ENSINO DA FUNÇÃO QUADRÁTICA ATRAVÉS DA METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Tiago Dias Bolzan¹
Maria Lucia Pozzatti Flores²
Mara Elisângela Jappe Goi³

RESUMO

Este Trabalho apresenta os resultados de uma pesquisa que foi desenvolvida no período de setembro a dezembro de 2014 com alunos do Ensino Médio de uma escola da rede pública de Caçapava do Sul/RS, durante o Grupo de Estudos Orientados (GEO). Esta pesquisa teve como objetivos identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre Função Quadrática e investigar as potencialidades de trabalhar Função Quadrática através da metodologia de Resolução de Problemas (RP) com alunos da Educação Básica. Os referenciais teóricos abordados nesta investigação instigaram a fazer uma revisão de artigos em revistas com o objetivo de averiguar o uso das temáticas RP e Função Quadrática. A amostra é constituída por cinco periódicos da área e foram encontrados 172 artigos publicados no período compreendido entre 2005 e 2014. Para obtenção de dados utilizou-se a pesquisa qualitativa (LÜDKE; ANDRÉ, 1986). Foi utilizado como instrumento de pesquisa um diário de campo em que foram registradas observações feitas pelo acadêmico durante o processo de pesquisa, um questionário inicial e final, um bloco de problemas e gravações de áudio, para transcrições das falas dos estudantes. A partir desta pesquisa ficou evidente que os estudantes não tinham o conhecimento do conteúdo e não conheciam a metodologia de RP. Dentre as potencialidades do ensino através da metodologia de RP, observadas durante a pesquisa, está à motivação, a elaboração de estratégias e o desenvolvimento do raciocínio lógico.

Palavras - Chave: Resolução de Problemas. Função Quadrática. Educação Básica.

1 INTRODUÇÃO

A Matemática geralmente se caracteriza para os alunos como algo de difícil compreensão, sendo para eles de pouca utilidade prática, produz ideias e sentimentos que vão influenciar no desenvolvimento da aprendizagem (SANTOS; FRANÇA; SANTOS, 2007). Segundo Vitti (1999) o fracasso do ensino de Matemática e os obstáculos que os alunos apresentam em relação a essa disciplina não é uma novidade, pois vários educadores já listaram elementos que contribuem para que o ensino da Matemática seja marcado mais por fracassos do que por sucessos.

Para Francisco (2013) existem alunos com dificuldades em ouvir explicações e em visualizar o que é escrito pelo professor. Muitos alunos se revelam com problemas cognitivos,

¹ Licenciando em Ciências Exatas - Habilitação em Matemática (tgdiabolzan@gmail.com)

² Orientadora (mariaflores@unipampa.edu.br)

³ Co-orientadora (maragoi@unipampa.edu.br)

nos quais apresentam mais dificuldades que os outros para construir qualquer conhecimento. A autora complementa dizendo que o maior gerador dessa dificuldade está relacionado ao desinteresse. A falta de interesse dos alunos também ocorre pelo modo abstrato como a Matemática é ensinada, sem relação com o cotidiano.

Para sanar essas dificuldades os professores recorrem a cursos de formação continuada buscando uma metodologia que propicie um maior interesse e o aprendizado por parte dos estudantes. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) o professor deve levar em conta o espírito questionador dos estudantes, pois:

[...] estimula os alunos a buscar explicações e finalidades para as coisas, discutindo questões relativas à utilidade da Matemática, como ela foi construída, como pode construir para a solução tanto de problemas do cotidiano como de problemas ligados à investigação científica. Desse modo, o aluno pode identificar os conhecimentos matemáticos como meios que o auxiliam a compreender e atuar no mundo (BRASIL, 1998 p. 62-63).

Na intenção de estimular o espírito questionador dos alunos e com o objetivo de que os mesmos construam sua aprendizagem, foi escolhido trabalhar com a metodologia de RP, exigindo o envolvimento por parte dos alunos, e, sendo eles os atuantes na construção de mecanismos que auxiliem no raciocínio lógico viabilizando o reconhecimento das dificuldades que os inibem na compreensão dos conceitos. Desse modo, possibilita que os mesmos sejam capazes de enfrentar esses obstáculos e reconstruir relações cognitivas que promovam a compreensão dos conceitos e a reflexão de suas ações.

Backes (2008) em seu trabalho trata da aplicação da metodologia de RP como uma alternativa para o ensino de funções no Ensino Médio. Ele Apresenta uma análise de um projeto desenvolvido com alunos do Ensino Médio sobre RP e Funções na qual destaca momentos de processos criativos, de pensamento crítico, de reflexão e investiga sobre a viabilidade do uso da proposta em sala de aula. Por fim, apresenta uma seção com cem (100) problemas propostos relativos a Funções Afim, Quadrática, Exponencial e Logarítmica.

Duarte (2005) realizou o estudo da Função Polinomial do Primeiro e Segundo Grau, relacionado com a atividade pedagógica de RP. O trabalho realizado visava o entendimento das Funções por meio de situações-problema do cotidiano ou não. O estudo foi realizado com os alunos do 9º Ano do Colégio de Aplicação da Universidade do Extremo Sul Catarinense (UNESC) em outubro do ano de 2004. O trabalho foi desenvolvido com alguns temas propostos pelas educadoras, tais como: as sequências, a teoria dos fractais, área e perímetro do retângulo e algumas situações-problema do cotidiano.

Ambos trabalhos abordam a metodologia da RP para o ensino de Funções. No entanto, esta pesquisa tem como objetivos identificar os conhecimentos prévios dos alunos sobre Função Quadrática e investigar as potencialidades de trabalhar Função Quadrática através da RP com alunos da Educação Básica de uma escola pública de Caçapava do Sul/RS.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Resolução de Problemas

A pesquisa sobre RP e as iniciativas de considerá-la como metodologia de ensino da Matemática receberam atenção a partir de Polya com a publicação de um livro em 1944. Em seu trabalho, o pesquisador preocupou-se em compreender como resolver problemas e como ensinar estratégias que levassem o aluno a enxergar caminhos para resolver problemas (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Segundo BRASIL (1998, p.40), “no processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las”.

A RP fundamenta-se na apresentação de situações que exijam dos alunos empenho para buscar suas próprias respostas, seu próprio conhecimento (POZO, 1998). Propicia o desenvolvimento do raciocínio e motiva os estudantes para o estudo da Matemática. O processo ensino e aprendizagem ocorre com desafios e problemas que envolvam os alunos e que possam ser explorados e não apenas resolvidos (LUPINACCI; BOTIN, 2004).

Cavalcanti (2007) assinala que a utilização de diferentes estratégias de resolução pelos alunos, permite-lhes refletir sobre o processo e auxilia na construção da autonomia, trazendo-lhe confiança em sua capacidade de pensar matematicamente. O autor ressalta ainda que “incentivar os alunos a buscar diferentes formas de resolver problemas permite uma reflexão mais elaborada sobre os processos de resolução, sejam eles através de algoritmos convencionais, desenhos, esquemas ou até mesmo através da oralidade.”

Dante (2000) apresenta alguns objetivos para a RP, são eles: “levar o estudante a pensar produtivamente e desenvolver o raciocínio; muni-lo de estratégias para solucionar situações-problema; dar-lhe oportunidade de se envolver com aplicações da Matemática, de enfrentar situações novas e de adquirir uma boa base matemática.”

2.1.1 O que é um problema

Partindo da perspectiva que assume a RP como ponto de partida para o ensino e aprendizagem vários autores definem o que é um problema. Para Van de Walle (2009, p.57), problema é definido “como qualquer tarefa ou atividade na qual os estudantes não tenham nenhum método ou regra já receitados ou memorizados e nem haja uma percepção por parte dos estudantes de que haja um método específico de solução”.

De acordo com Polya (1995) ter um problema significa buscar conscientemente por alguma ação apropriada para atingir um objetivo claramente definido, mas não imediatamente atingível.

Para Onuchic (1999, p.215), “Problema é tudo aquilo que não se sabe fazer, mas que se está interessado em resolver.” Dante (2000, p.9), define um problema como sendo “qualquer situação que exija o pensar do indivíduo para solucioná-la.”

Lester (1983 apud ECHEVERRÍA; POZO, 1998, p.15) define Problema como “uma situação que um indivíduo ou um grupo quer ou precisa resolver e para tal não dispõe de um caminho rápido e direto que o leve a solução.”

Analisando estas afirmações nota-se que a definição de problema está na exigência cognitiva e é necessário elaborar estratégias e procedimentos a partir de seus conhecimentos e de sua experiência. No entanto, uma situação que se apresenta como um problema para um indivíduo pode ser apenas um exercício para outro, pois, o segundo pode ter um método direto para a solução da questão enquanto o primeiro não o tem. Neste sentido, um problema resolvido várias vezes acaba se tornando um exercício. Uma situação apresenta-se como um problema para alguém, somente se ela desejar ou necessitar resolvê-la.

2.1.2 Diferenças entre problemas e exercícios

Em um exercício o aluno aplica um algoritmo matemático ou um processo operatório com o objetivo de treinar habilidades já adquiridas. Enquanto que em um problema o aluno é levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é proposta e a estruturar a situação que lhe é apresentada (BRASIL, 1998).

O Quadro 1 identifica as diferenças entre exercícios e problemas reunindo características de ambos.

Quadro 1 - Características de exercícios e problemas

| Exercício | Problema |
|---|--|
| Ao ler um exercício, vê-se imediatamente em que consiste a questão e qual o meio de resolvê-la. | Diante de um problema não se sabe, à primeira vista, como atacá-lo e resolvê-lo; às vezes, nem se quer se vê |

| | |
|---|--|
| | com clareza em que consiste o problema. |
| O objetivo que o professor persegue quando propõe um exercício é que o aluno aplique de forma mecânica conhecimentos de algoritmos já adquiridos e fáceis de aplicar. | O objetivo que o professor persegue ao propor um problema é que o aluno busque, investigue, utilize a intuição, aprofunde o conjunto de conhecimentos e experiências anteriores e elabore uma estratégia de resolução. |
| Em geral, a resolução de um exercício exige pouco tempo e este pode ser previsto de antemão. | Em geral, a resolução de um problema exige um tempo que é impossível prever. |
| A resolução de um exercício não costuma envolver os afetos. | A resolução de um problema supõe um forte investimento de energia e afeto. Ao longo da resolução, é normal experimentar sentimentos de ansiedade, de confiança, de frustração, de entusiasmo, de alegria, etc. |
| Em geral, os exercícios são questões fechadas. | Os problemas estão abertos a possíveis variantes e generalizações a novos problemas. |
| Os exercícios são abundantes nos livros didáticos. | Os problemas costumam ser escassos nos livros didáticos. |

Fonte: Vila e Callejo, 2006, p. 72.

A partir das diferenças entre problemas e exercícios pode-se notar que ambos têm importância nas aulas de Matemática, mas o que acontece muitas vezes, é que os professores acabam optando apenas por exercícios para aplicação de equações e conhecimentos adquiridos. Um dos motivos dos professores utilizarem mais exercícios durante as aulas se deve ao pouco tempo de duração da aula, uma vez que os problemas exigem mais tempo para a resolução, como também mais tempo para o planejamento de situações-problema pelo educador.

2.1.3 Resolução de um problema

Polya (1995) apresenta quatro fases importantes na resolução de um problema: compreensão do problema, estabelecimento de um plano de resolução, execução do plano e Retrospecto. O Quadro 2 descreve estas fases.

Quadro 2 - Fases da RP

| |
|--|
| <p>1ª Fase - Compreensão do problema: é necessário entender claramente o que é informado pelo problema. Para isso o autor sugere alguns questionamentos: Qual a incógnita? Quais são os dados? Qual é a condição? É possível satisfazer a condição? A condição é suficiente para determinar a incógnita? Ou é insuficiente? Ou redundante? Ou contraditória?</p> <p>2ª Fase - Estabelecimento de um plano de resolução: é preciso encontrar uma conexão entre os dados e a incógnita para se ter uma ideia da resolução, para tanto ele nos sugere novamente alguns questionamentos: Já viu o problema antes? Ou já viu o mesmo problema apresentado sob forma ligeiramente diferente? Conhece um problema relacionado com este? Conhece um problema que lhe pode ser útil? [...] É possível resolver uma parte do problema? É possível obter dos dados alguma coisa útil? Utilizou todos os dados? Utilizou toda a condicionante?</p> <p>3ª Fase - Execução do plano: é preciso executar o plano verificando cada passo. Questionamentos sugeridos pelo autor: É possível verificar claramente que o passo está correto? É possível demonstrar que ele está correto?</p> <p>4ª Fase - Retrospecto: é preciso examinar a solução obtida. Questionamentos sugeridos pelo autor: É possível verificar o resultado? É possível verificar o argumento? É possível chegar ao resultado por um caminho diferente? É possível utilizar o resultado, ou o método, em algum outro problema?</p> |
|--|

Fonte: Polya, 1995.

Na atividade de RP não é necessário começar pela primeira fase e terminar com a quarta fase. No processo de resolução é comum avançar e depois voltar para fases anteriores, fazendo novas abordagens, procurando entender melhor o problema. A capacidade de RP não é inata, muito pelo contrário, é uma competência que se desenvolve com a prática.

2.1.4 Tipos de problemas

Existem diferentes classificações quanto aos tipos de problemas. Nessa investigação foi proposto trabalhar com problemas de lápis e papel que são situações abordadas, quando se dispõe de um corpo de conhecimento suficientemente elaborado para permitir a resolução. Ou seja, a partir de princípios teóricos pesquisados, os alunos elaboraram suas estratégias para a resolução de um determinado problema. Nos livros didáticos, esses problemas são propostos como problemas de aplicação e também são conhecidos como problemas que necessitam de algoritmos matemáticos para resolvê-los (GIL et al., 1992).

Pela bibliografia estudada, pode-se verificar que há uma diversidade para os diferentes tipos de problemas, dependendo da área e da linha de pesquisa, como exemplo pode-se citar os problemas estudados por Polya que estão relacionados à área de Matemática, enquanto os trabalhos dos outros autores estão relacionados com a área de Ciências.

Polya (1995) classifica os problemas em: i) problemas auxiliares: é o caminho utilizado tentando chegar aos objetivos, ou seja, é aquele que se resolve esperando que sua solução ajude a resolver outro problema que é chamado de problema original; ii) problemas rotineiros: pode ser resolvido pela substituição de outros valores no problema genérico já resolvido anteriormente; iii) problemas de determinação: tem como objetivo determinar o valor da incógnita. Estes problemas podem ser teóricos ou práticos, abstratos ou concretos, problemas complexos ou simples enigma; iv) problemas de demonstração: tem como objetivo mostrar conclusivamente que uma certa afirmação é verdadeira ou falsa; v) problemas práticos: nesses problemas não é preciso nenhum conhecimento especial para entendê-lo. Como exemplo, pode-se citar a construção de uma ponte.

Echeverría e Pozo (1998) classificam os problemas em dedutivo e indutivo, dependendo do tipo de raciocínio que o indivíduo utiliza para a sua resolução. Também classifica em definido ou indefinido. Um problema bem definido é aquele de fácil identificação e solução; por outro lado, um indefinido é aquele cujos passos a seguir são menos claros e específicos, sendo que nesse tipo de problema pode-se chegar a várias

soluções. Os autores também dizem que não existem problemas totalmente indefinidos, a não ser que sejam problemas sem solução.

Pozo e Crespo (1998) classificam os problemas em três categorias: os problemas escolares, os problemas científicos e os problemas do cotidiano. Nos problemas escolares os procedimentos e os recursos são dados pelo professor, pertencendo ao aluno à tarefa de formar suas conclusões. Os problemas científicos são resolvidos baseados na formulação de hipóteses provenientes de modelos teóricos, na experimentação e nas medições quantitativas, são aqueles resolvidos por uma comunidade científica e os problemas do cotidiano podem ser assumidos pelos sujeitos como “seus problemas” e surgem de suas vivências.

Watts (1991) apresenta outra classificação para os problemas. Para ele, os tipos podem ser classificados em: i) aberto-fechado: um problema aberto admite várias soluções, um problema fechado permite apenas uma solução; ii) formal-informal: um problema formal foi antecipadamente pensado e, normalmente, é apresentado com uma formulação desejada. Um problema informal não tem uma formulação escrita, é pouco claro e surge a partir de contextos de discussões; iii) curricular-não curricular: os problemas curriculares são aqueles provenientes dos conteúdos escolares. Os não-curriculares não necessitam de conteúdos estabelecidos pela escola para que sejam resolvidos; iv) livre-orientado: num problema livre não ocorre nenhum tipo de ajuda nem orientação. Um problema orientado inclui auxílio, diálogo, reflexões durante a sua resolução; v) dado-apropriado: num problema dado o estudante não participa da escolha, da elaboração e nem é levado em consideração as suas concepções frente ao problema. No problema apropriado o estudante participa ativamente da sua formulação. Um problema dado pode se transformar em um apropriado, desde que haja discussão, negociação de forma que vá ao encontro das necessidades internas dos estudantes; vi) reais-artificiais: os problemas reais são aqueles relacionados com as necessidades da sociedade. Os problemas artificiais são usados ou servem para responder a interesses acadêmicos, escolares, científicos ou à curiosidade especulativa.

2.1.5 Resolução de Problemas em sala de aula

Ao propor problemas aos alunos deve-se apresentar tarefas que aceitem diversos modos de chegar a sua resolução. Em problemas com estratégias de resolução semelhantes deve-se variar os contextos, podendo manter os tipos de problemas em conteúdos diferentes. O primeiro passo para resolver um problema é compreendê-lo. Existem diferentes técnicas que contribuem para que o estudante entenda melhor o problema como, por exemplo,

questioná-lo se conhece algum problema similar; qual é a meta a ser alcançada; que dados serão usados; reformular o problema; utilizar desenhos, gráficos e diferentes situações (ECHEVERRIA, 1998).

Durante a RP em sala de aula, o professor deve adotar uma postura mais orientativa e menos diretiva como sugerem Vila e Callejo (2006, p. 150) “orientar mais que guiar por um caminho; perguntar, incitar e questionar para fazer refletir mais do que dar respostas; animar e propiciar mais que exigir; duvidar, refletir, explorar, experimentar e conjecturar mais que informar.” Segundo Pozo (1998), o professor deve estimular os alunos a tomarem decisões a respeito da resolução e refletir sobre ela, incentivar discussões sobre os modos de resolução do problema e provocar no aluno um espírito questionador de modo que ele pergunte a si mesmo o que deseja descobrir ao invés de esperar do professor respostas prontas.

Nas aulas de Matemática a RP possibilita aos alunos mobilizar conhecimentos e desenvolver a capacidade para gerenciar as informações que estão ao seu alcance, oportunizando, assim, que os alunos ampliem seus conhecimentos acerca de conceitos e procedimentos matemáticos, bem como, de ampliar a visão que têm dos problemas, da Matemática, do mundo em geral e desenvolver sua autoconfiança (BRASIL, 1998).

Os estudantes, instigados por situações-problema, aprendem a desenvolver estratégia de enfrentamento, estabelecem relações, verificam regularidades, fazem uso dos próprios erros cometidos em busca de novas alternativas. E ainda segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), os alunos:

[...] adquirem espírito de pesquisa, aprendendo a consultar, a experimentar, a organizar dados, a sistematizar resultados, a validar soluções; desenvolvem sua capacidade de raciocínio, adquirem autoconfiança e sentido de responsabilidade; e, finalmente, ampliam sua autonomia e capacidade de comunicação e de argumentação (BRASIL, 2000, p.52).

De acordo com BRASIL (1998) um problema matemático exige a realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, mas é possível construí-la. Segundo Silveira (2001), um problema matemático é qualquer situação que necessita a descoberta de informações matemáticas desconhecidas para quem tenta resolvê-lo, bem como a criação de uma demonstração de um resultado matemático dado. O essencial é que o resolvidor saiba o objetivo a alcançar, mas só estará diante de um problema se ele ainda não tem os meios para chegar a tal objetivo.

2.2 Ensino de Função Quadrática

Nas Séries Finais do Ensino Fundamental o aluno reconhecerá diferentes funções da álgebra, representando problemas por meio de equações (identificando parâmetros, variáveis e relações e tomando contato com fórmulas, equações, variáveis e incógnitas), e conhecendo a “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação (BRASIL, 1998).

O estudo da Função Quadrática pode ser motivado via problemas de aplicação, em que é preciso encontrar um certo ponto máximo, por exemplo em problemas de determinação de área máxima. O estudo dessa função deve ser realizado de forma que o aluno consiga estabelecer as relações entre o aspecto do gráfico e os coeficientes de sua expressão algébrica, evitando-se a memorização de regras. Nesse estudo, também é pertinente deduzir a fórmula que calcula os zeros da Função Quadrática e a identificação do seu gráfico com a parábola (BRASIL, 2006).

Quanto ao recurso às tecnologias da comunicação, os PCNs de Matemática dizem que “as tecnologias, em suas diferentes formas e usos, constituem um dos principais agentes de transformação da sociedade, pelas modificações que exercem nos meios de produção e por suas consequências no cotidiano das pessoas.” (BRASIL, 1998, p. 43).

O uso desses recursos evidencia para os alunos a importância do papel da linguagem gráfica e de novas formas de representação, permitindo novas estratégias de abordagem de variados problemas; possibilita o desenvolvimento, nos alunos, de um crescente interesse pela realização de projetos e atividades de investigação e exploração como parte fundamental de sua aprendizagem. Desse modo, permite que os alunos construam uma visão mais completa da verdadeira natureza da atividade matemática e desenvolvam atitudes positivas diante de seu estudo (BRASIL, 1998).

No desenvolvimento do conceito de Funções, as principais vantagens dos recursos tecnológicos são o impacto positivo na motivação dos alunos; sua eficiência como ferramenta de manipulação simbólica; no traçado de gráficos; e como instrumento facilitador nas tarefas de RP (RÊGO, 2000).

O uso de planilhas eletrônicas no ensino da Álgebra é particularmente interessante porque permite que o aluno se envolva num processo interativo de resolução ou modelação de um determinado problema. A sua utilização pode ser associada com essas abordagens metodológicas, com a RP ou com a Modelagem Matemática (ABREU et al., 2002).

2.3 Revisão da Função Quadrática e Resolução de Problemas na área de Matemática

Os referenciais teóricos abordados nesta investigação instigaram a fazer uma revisão de artigos em revistas com o objetivo de averiguar o uso das temáticas RP e Função Quadrática. A amostra é constituída por cinco periódicos da área e foram encontrados 172 artigos publicados no período compreendido entre 2005 e 2014.

Para o levantamento de dados desta pesquisa foram analisados os artigos publicados na Revista de Ensino de Ciências e Matemática (<http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta> - ISSN: 2178-7727), Educação Matemática Pesquisa (<http://revistas.pucsp.br/index.php/emp> - ISSN: 1983-3156), Revista de Educação Matemática (<http://www.fe.unicamp.br/revistas/ged/zetetiké> - ISSN: 2176-1744), no Boletim de Educação Matemática (<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema> - ISSN 1980-4415) no período de 2005-2014, e na Revista Eletrônica de Educação Matemática (<https://periodicos.ufsc.br/index.php/reveemat> - ISSN 1981-1322), no período de 2006-2014 por não possuir edições anteriores.

A busca foi realizada por palavras-chave; pelos títulos dos artigos; pela leitura dos resumos e, em alguns casos, envolveu a leitura do documento completo. Nessa primeira busca foram utilizadas as seguintes palavras-chave: Resolução de Problemas (83 artigos), Problemas (29 artigos), Solução de Problemas (6 artigos), Situação–Problema (12 artigos), Equações (10 artigos) e Funções (40 artigos). Ao todo foram encontrados 172 artigos.

2.3.1. Análise e discussão dos dados da revisão bibliográfica

No Quadro 3, tem-se uma visão geral dos periódicos que compõem a amostra e o total de artigos encontrados.

Quadro 3 - Periódicos pesquisados e totais de artigos encontrados (2005 -2014)

| Identificação do Periódico | Periódico | Total de artigos |
|----------------------------|--|------------------|
| Acta Scientiae | Revista de Ensino de Ciências e Matemática | 16 |
| Bolema | Boletim de Educação Matemática | 61 |
| EMP | Educação Matemática Pesquisa | 41 |
| REVEMAT | Revista Eletrônica de Educação Matemática | 31 |
| Zetetiké | Revista de Educação Matemática | 23 |
| | Total | 172 |

Fonte: quadro elaborado pelo pesquisador.

Após a busca por essas expressões os artigos selecionados foram novamente submetidos à análise por meio de agrupamentos de palavras-chave, buscando articular a Função Quadrática à RP. O processo de agrupamentos e seleção dos artigos objetivou o

refinamento da busca e gerou duas expressões fundamentais: Função Quadrática e Resolução de Problemas. A seguir o Quadro 4 apresenta o número de artigos encontrados para as palavras-chave: Funções e Resolução de Problemas.

Quadro 4 - Artigos encontrados em cada revista

| Expressões | Acta Scientiae | Bolema | EMP | REVEMAT | Zetetiké |
|--|----------------|--------|-----|---------|----------|
| Resolução de Problemas | 14 | 48 | 29 | 22 | 17 |
| Funções | 2 | 16 | 15 | 10 | 7 |
| Resolução de Problemas e Funções | - | 3 | 3 | 1 | 1 |
| Função Quadrática | - | 1 | - | 2 | 1 |
| Resolução de Problemas e Função Quadrática | - | - | - | - | - |

Fonte: quadro elaborado pelo pesquisador.

No Quadro 4, observa-se que a palavra-chave Resolução de Problemas tem uma frequência superior à ocorrência da expressão Função Quadrática. Esse fato é compreensível considerando que a metodologia de RP está sendo bastante utilizada para o ensino de conteúdos matemáticos. Foram encontrados oito (8) artigos que relacionam esta metodologia ao ensino de Equações Diferenciais, Funções Exponenciais e Logarítmicas, e ao conceito e ensino de Funções. No entanto, nas revistas analisadas, não foram encontrados artigos que relacione o ensino de Função Quadrática à Resolução de Problemas, que é o foco desta pesquisa. Sendo assim, considera-se como um campo profícuo a ser estudado.

3 METODOLOGIA E CONTEXTO DA PESQUISA

3.1 Pesquisa qualitativa

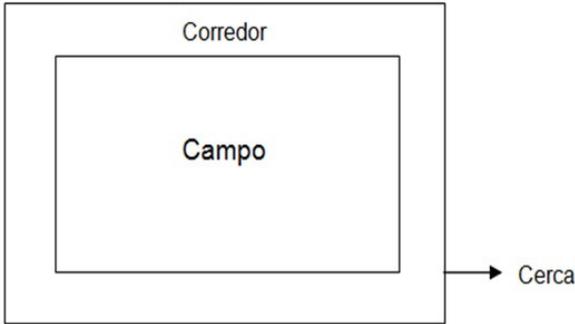
Para obtenção de dados utilizou-se nesta investigação a pesquisa qualitativa que segundo Lüdke e André, (1986) possibilita ao pesquisador participar ativamente do contexto investigativo, desempenhando o papel principal na produção dos dados. Supõe o contato direto e prolongado do pesquisador com o ambiente e a situação que está sendo investigada. Alves-Mazzotti e Gewandsznajder (2001, p.163) ressaltam que “as pesquisas qualitativas são caracteristicamente multimetodológicas, isto é, usam uma grande variedade de procedimentos e instrumentos de coleta de dados”.

A variedade de fontes de informação coletadas através de diversos instrumentos enriquece o processo de análise para a compreensão da realidade. Nas pesquisas em educação os processos podem ser realizados por meio de observações, entrevistas abertas e semi-estruturadas, questionários com questões abertas e fechadas, análise de documentos oficiais e institucionais (CORTELAZZO; ROMANOWSKI, 2007).

3.2 Instrumentos utilizados

Nessa pesquisa foram aplicados questionários com os alunos da Educação Básica (participantes do GEO). Toda a pesquisa foi registrada através de gravações de áudio e em um diário de campo. O diário de campo tem como objetivo ser um instrumento em que o investigador vai registrando as notas retiradas das suas observações no campo. Bogdan e Bilken (1994, P.150) referem que essas notas são “o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de um estudo qualitativo”. Também foi aplicado um bloco de problemas envolvendo o conteúdo de Função Quadrática (Quadro 5).

Quadro 5 - Problemas propostos aos estudantes

| Problema 1 (P1) |
|---|
| <p>O Estádio Jornalista Mário Filho, mais conhecido como Maracanã, localizado no Rio de Janeiro é o maior estádio brasileiro com capacidade para 74.738 pessoas, segundo a FIFA. O campo tem medidas oficiais de 110m x75m numa área de 186.638m². Um empresário deseja construir em Caçapava do Sul um estádio com o campo possuindo medidas de 90m x 60m. Por segurança pretende cercá-lo deixando um corredor com certa medida entre o campo e a cerca (Figura 1).</p> <p>a) Escreva a função que representa a área do campo e o corredor juntos e calcule qual deve ser essa área caso largura do corredor seja 5% da largura do campo.</p> <p>b) O empresário pretende colocar grama sintética em toda essa área. Quanto ele gastará?</p> |
| <p>Figura 1 – Esquema do Estádio</p>  <p>O diagrama mostra um retângulo interno rotulado 'Campo' dentro de um retângulo externo rotulado 'Corredor'. Uma seta aponta para a borda direita do retângulo externo, rotulada 'Cerca'.</p> |
| <p>Fonte: Figura elaborada pelo pesquisador.</p> |
| Problema 2 (P2) |
| <p>Um restaurante vende 200 kg de comida por dia a R\$ 17,00 o quilo. O consumo médio de um cliente é de 500 gramas de comida. O dono constatou que a cada variação de R\$ 1,00 para mais ou para menos no preço da comida, o restaurante perdia ou ganhava 30 clientes. Qual deve ser o preço do quilo de comida para que o restaurante tenha a maior receita possível? Escreva a função que represente o lucro do restaurante.</p> |
| Problema 3 (P3) |
| <p>Um grupo de torcedores de Caçapava do Sul contratou uma empresa de ônibus com capacidade para 45 pessoas para realizar uma viagem para o Rio de Janeiro para assistir uma partida de futebol no Maracanã. A empresa cobrou R\$ 0,05 por quilômetro rodado e R\$ 0,01 por banco vazio para cada passageiro.</p> <p>a) Para que número de passageiros a rentabilidade da empresa será máxima?</p> <p>b) Escreva a função que represente o lucro da empresa.</p> <p>c) Represente graficamente.</p> |
| Problema 4 (P4) |
| <p>Pedro, assistindo um jogo de futebol, percebeu que sempre que os jogadores chutavam a bola em direção a goleira, com um certo ângulo de inclinação em relação ao chão, ela fazia um movimento parecido e seu alcance era máximo. Numa cobrança de falta um jogador chutou a bola a gol. Pedro sabia (por pesquisa na internet) que a velocidade da bola chega a 70 km/h numa cobrança de pênalti. Usando essa velocidade, ele calculou a distância que a bola percorreu até o gol.</p> <p>a) O que vem a ser o “alcance máximo”?</p> |

- | |
|---|
| b) Qual foi a altura máxima atingida pela bola? c) Qual foi a distância que a bola percorreu? d) Quanto tempo a bola levou para percorrer essa distância? e) Construa o gráfico que represente o percurso realizado pela bola. |
|---|

Fonte: problemas elaborados pelo pesquisador.

3.3 Contexto da pesquisa

A pesquisa foi realizada em uma escola da rede pública, localizada no centro do município de Caçapava do Sul/RS. Esta escola atende cerca de mil alunos e possui em seu quadro aproximadamente cinquenta docentes. Oferta Ensino Fundamental no turno da tarde e Ensino Médio nos turnos da manhã e da noite.

A investigação foi desenvolvida no período de setembro à dezembro de 2014, durante o GEO, na disciplina de Estágio de Matemática II, componente curricular do curso de licenciatura em Ciências Exatas. Como se tratava de um projeto extraclasse foram convidados alunos do 2º e 3º Ano do Ensino Médio do turno da manhã. Os sujeitos desta pesquisa foram três alunos do 3º ano do Ensino Médio, denominados A, B e C.

3.4 Análise de conteúdo

Um método muito utilizado na análise de dados qualitativos é o de análise de conteúdo, compreendida como um conjunto de técnicas de pesquisa cujo objetivo é a busca do sentido de um documento. Ou ainda: “a análise de conteúdo é uma técnica de investigação que tem por finalidade a descrição objetiva, sistemática e recorrente do conteúdo manifesto da comunicação.” (BARDIN, 2011, p. 24).

Triviños (1987) enfatiza sobre a importância do método da análise do conteúdo na pesquisa qualitativa. Para isso explica três etapas assinaladas por Bardin (2011), como sendo básicas no trabalho com a análise de conteúdo (Quadro 6).

Quadro 6 - Etapas básicas da análise do conteúdo

| |
|--|
| <p>Pré-análise: a organização do material utilizado para a coleta dos dados, assim, como também, outros materiais que podem ajudar a entender melhor o fenômeno e fixar o que o autor define como corpus da investigação, que seria a especificação do campo no qual o pesquisador deve centrar a atenção.</p> <p>Descrição analítica: nesta etapa o material reunido que constitui o corpus da pesquisa é aprofundado, sendo orientado em princípio pelas hipóteses e pelo referencial teórico, surgindo desta análise quadros de referências, buscando sínteses coincidentes e ideias divergentes.</p> <p>Interpretação referencial: é a fase de análise, da reflexão, da intuição, com embasamento em materiais empíricos, estabelecem relações com a realidade aprofundando as conexões das ideias, chegando, se possível, à proposta básica de transformações nos limites das estruturas específicas e gerais.</p> |
|--|

Fonte: Triviños, 1987.

Nesta investigação foram construídas categorias de análise para identificar aspectos recorrentes durante a implementação da proposta de RP. As categorias analisadas foram: motivação, pesquisa, resolução e relatório.

4 DADOS E DISCUSSÕES

Primeiramente, foram analisados os questionários iniciais e finais coletados pelo pesquisador. Posteriormente, para análise dos dados coletados durante a RP foram divididos em quatro categorias de análise.

4.1 Análise dos questionários

Ao iniciar o GEO, realizou-se um questionário inicial do tipo Likert⁴ que teve por objetivo averiguar as opiniões dos alunos em relação às aulas de Matemática. Estes questionários utilizam uma escala (1=DT Discordo Totalmente, 2=D Discordo, 3 =NO Não Tenho Opinião, 4=C Concordo e 5=CP Concordo Plenamente) indicando o grau de concordância do aluno a respeito das questões. Os gráficos apresentam os escores das respostas obtidas. O valor do escore da escala Likert é calculado fazendo-se a soma de cada um do número de alunos, multiplicando pelo valor do escore (5 para CP, 4 para C, 3 para NO, 2 para D, 1 para DT) e dividindo pelo total de alunos.

A análise das respostas foi baseada no cálculo de Ranking Médio (RM), procedimento já utilizado em diferentes trabalhos da área de Educação em Ciências (BOHRER; FARIAS, 2013). No caso apresentado, atribuiu-se valores de 1 a 5 para cada opção de resposta, orientando os cálculos conforme a Figura 2. Para cada item, quanto mais o RM calculado se aproximar dos valores extremos (1 ou 5), maior será a concordância dos informantes com as ideias subjacentes representadas por tais índices.

Figura 2 - Fórmula para o cálculo do Ranking Médio

| | |
|-------------------------------------|--|
| $RM = \frac{\sum(Fi \cdot Vi)}{NT}$ | <p>RM = Ranking Médio Fi = Frequência observada (por resposta e item) Vi = Valor de cada resposta NT = Número total de informantes</p> |
|-------------------------------------|--|

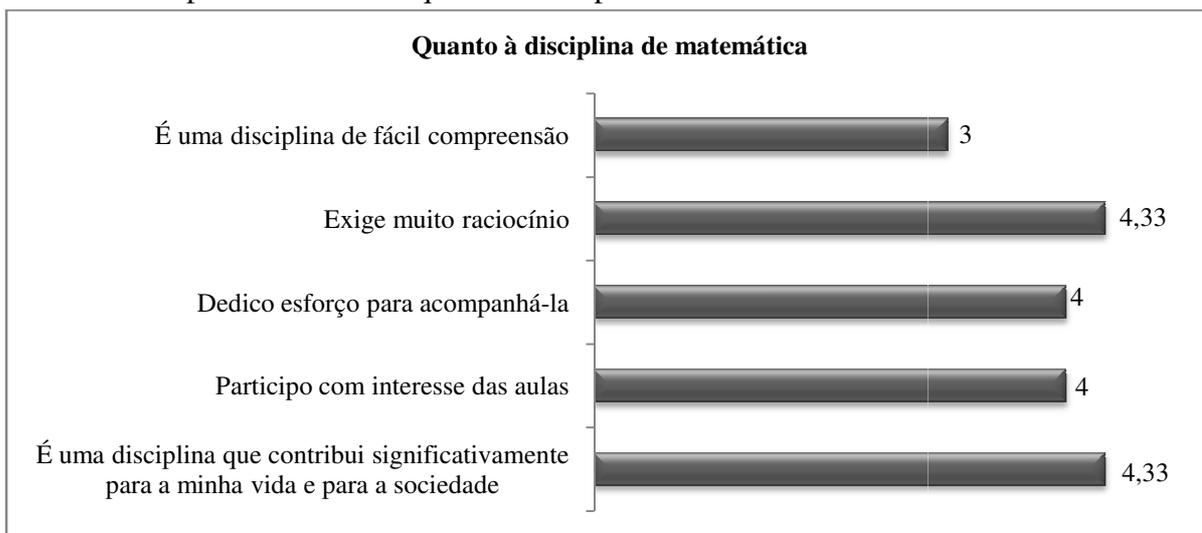
Fonte: Goi, 2014.

⁴ A Escala Likert mede atitudes e comportamentos utilizando opções de resposta que variam de um extremo a outro. Ela permite descobrir níveis de opinião dos participantes. Disponível em: <<https://pt.surveymonkey.com/mp/likert-scale/>>. Acesso em 19 jan. 2015.

4.1.1 Análise do questionário inicial

No Gráfico 1, os estudantes concordam que a disciplina de Matemática exige muito raciocínio e que contribui significativamente para a vida e para a sociedade. Os estudantes participam com interesse das aulas e se esforçam para acompanhá-la. No entanto, parecem não terem opinião se a disciplina é de fácil compreensão.

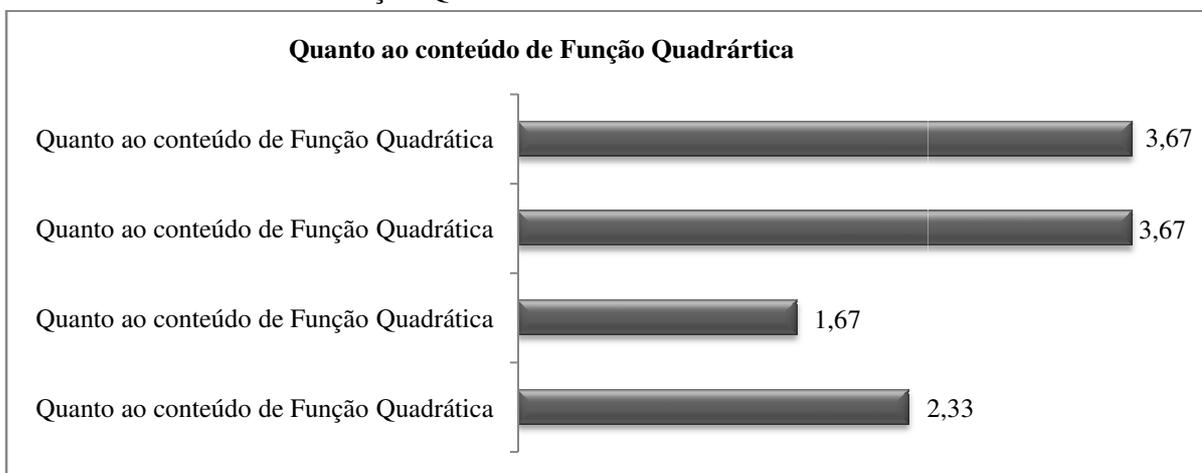
Gráfico 1 - Aspectos relevantes quanto à disciplina de Matemática



Fonte: dados coletados pelo pesquisador no questionário inicial.

Os estudantes entendem que possuem domínio do conteúdo de Função Quadrática (Gráfico 2), porém têm dificuldade na construção de gráficos. Eles admitem desconhecer a aplicação deste conteúdo no dia a dia. Com relação à construção de gráficos de Função Quadrática no Excel é possível dizer que não conseguem construí-lo (escore 2,33).

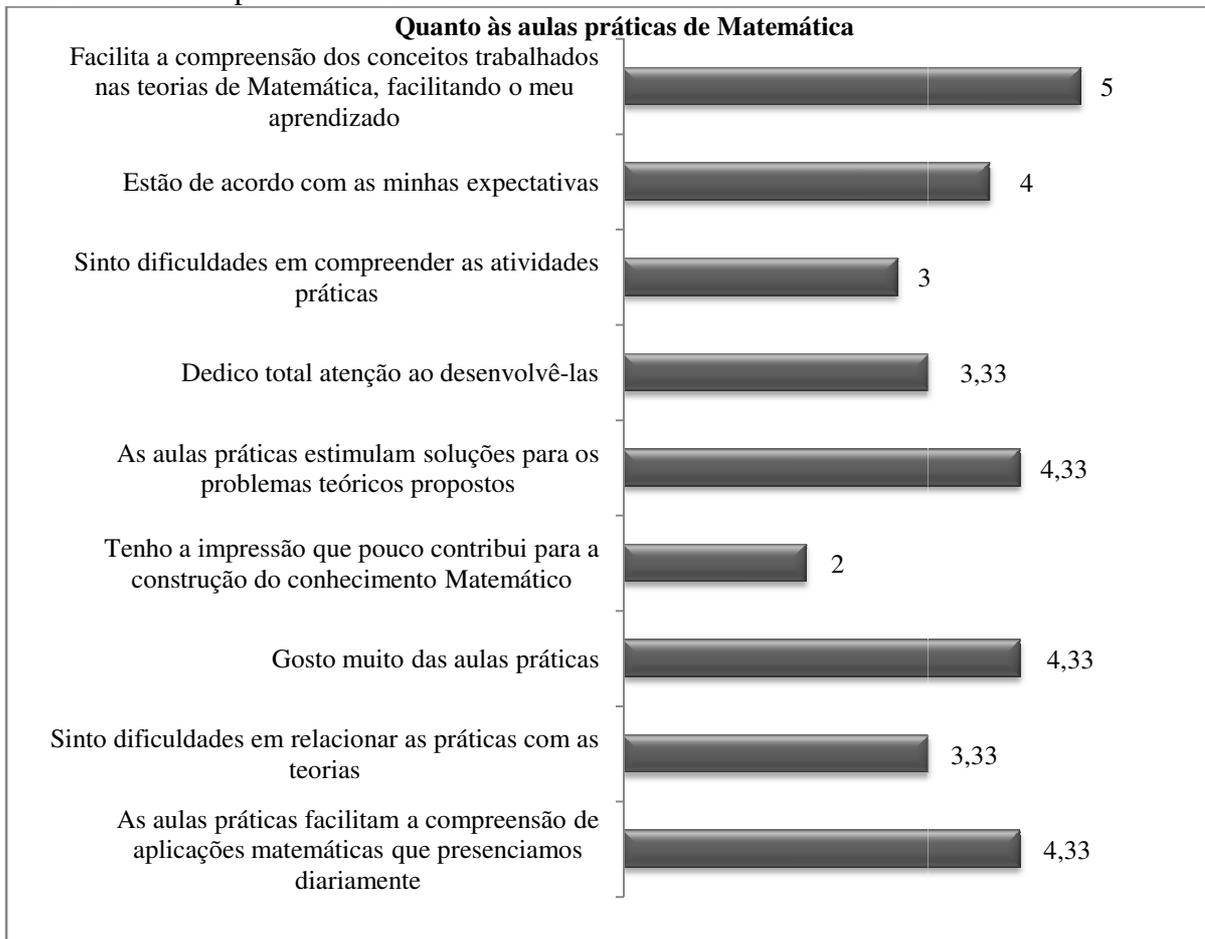
Gráfico 2 - Conteúdo de Função Quadrática



Fonte: dados coletados pelo pesquisador no questionário inicial.

Quanto às aulas práticas de Matemática (Gráfico 3), os estudantes concordam que facilitam a compreensão dos conceitos trabalhados, assim como aplicações matemáticas do dia a dia. Eles gostam das aulas práticas, que estão de acordo com suas expectativas. Concordam que estas estimulam soluções para problemas teóricos propostos e contribuem para a construção do conhecimento matemático. Os estudantes não têm opinião se possuem dificuldades em compreender as atividades práticas, se dedicam atenção para desenvolvê-las e se sentem dificuldades para relacionar teoria e prática.

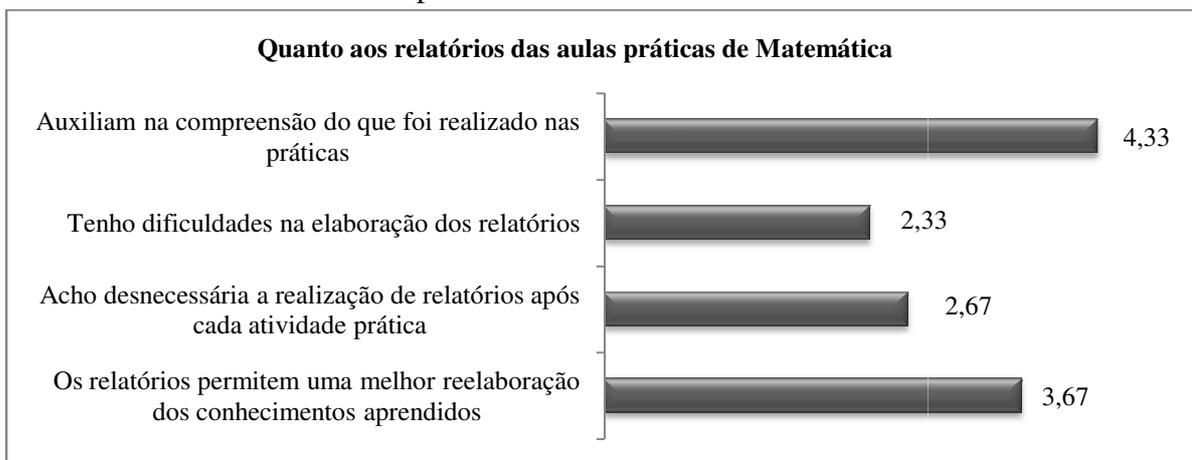
Gráfico 3 - Aulas práticas de Matemática



Fonte: dados coletados pelo pesquisador no questionário inicial.

Com relação aos relatórios das aulas práticas de Matemática (Gráfico 4) os estudantes concordam que auxiliam na compreensão do que foi realizado na prática, que permitem uma reelaboração dos conhecimentos aprendidos e que não tem dificuldades na elaboração de relatórios. Os estudantes não têm opinião sobre a necessidade da realização de relatórios após cada atividade prática.

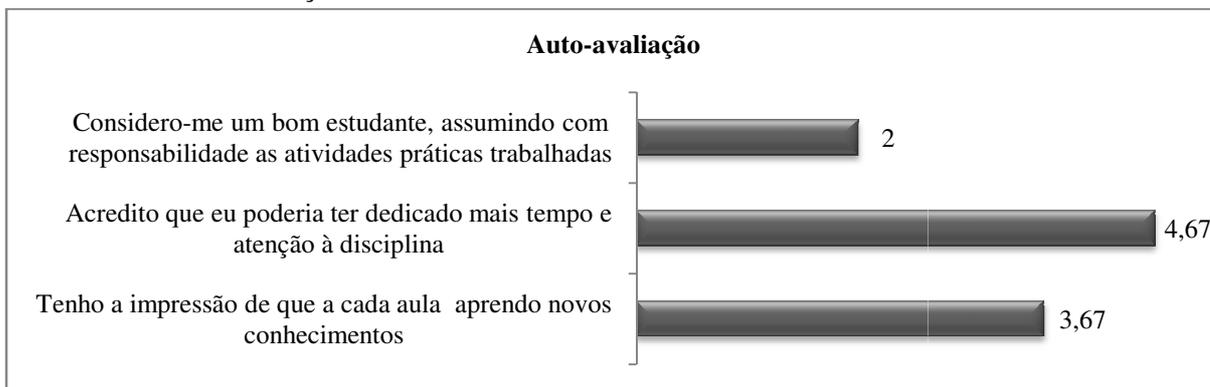
Gráfico 4 - Relatórios das aulas práticas de Matemática



Fonte: dados coletados pelo pesquisador no questionário inicial.

No Gráfico 5, pode-se observar que os alunos não se consideram bons estudantes e acreditam que poderiam ter dedicado mais tempo e atenção à disciplina. Apesar disso, acreditam que a cada aula constroem novos conhecimentos.

Gráfico 5 - Auto-avaliação



Fonte: dados coletados pelo pesquisador no questionário inicial.

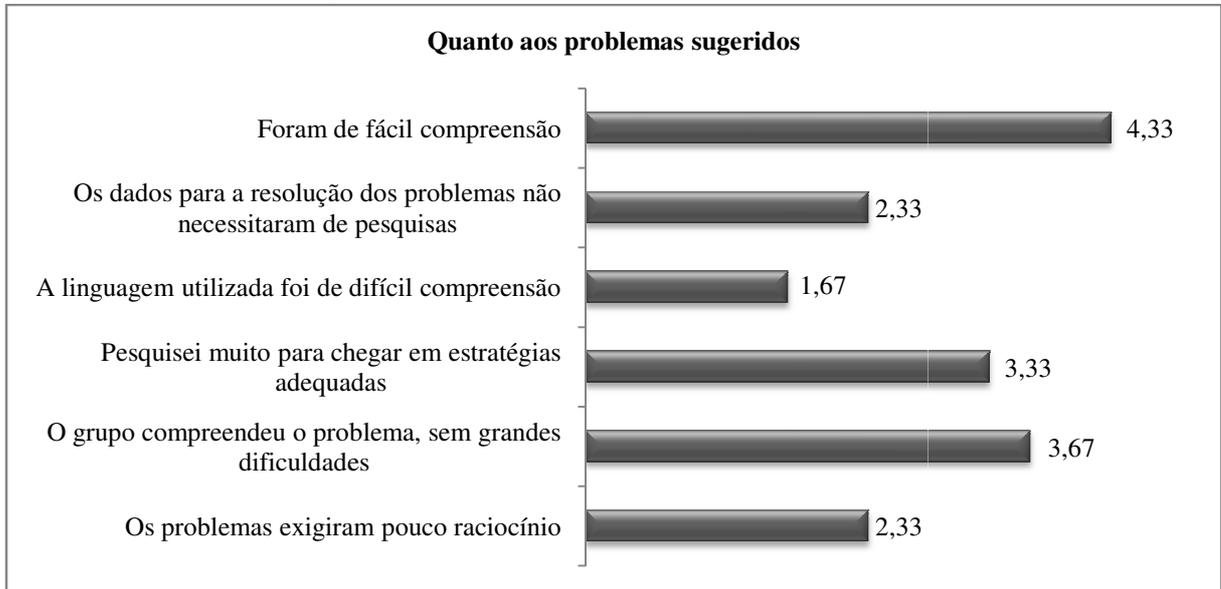
Pode-se verificar através do questionário inicial que os estudantes acreditam que a Matemática exige muito raciocínio, sendo necessário esforço para acompanhar os conteúdos. Eles afirmam ter domínio do conteúdo de Função Quadrática, porém admitem desconhecer a aplicação deste conteúdo no dia a dia, bem como, admitem ter dificuldades na construção de gráficos, tanto no papel quanto em uma planilha eletrônica - Excel.

4.1.2 Análise do questionário final

Após a aplicação e resolução do bloco de problemas foi aplicado outro questionário. Com relação aos problemas sugeridos (Gráfico 6), os alunos acreditam que foram de fácil compreensão, o grupo compreendeu os problemas sem grandes dificuldades, porém, foi

preciso muita pesquisa para chegar às estratégias adequadas. A linguagem utilizada foi de fácil compreensão. Os estudantes concordam (escore 2,33) que os problemas exigiram raciocínio.

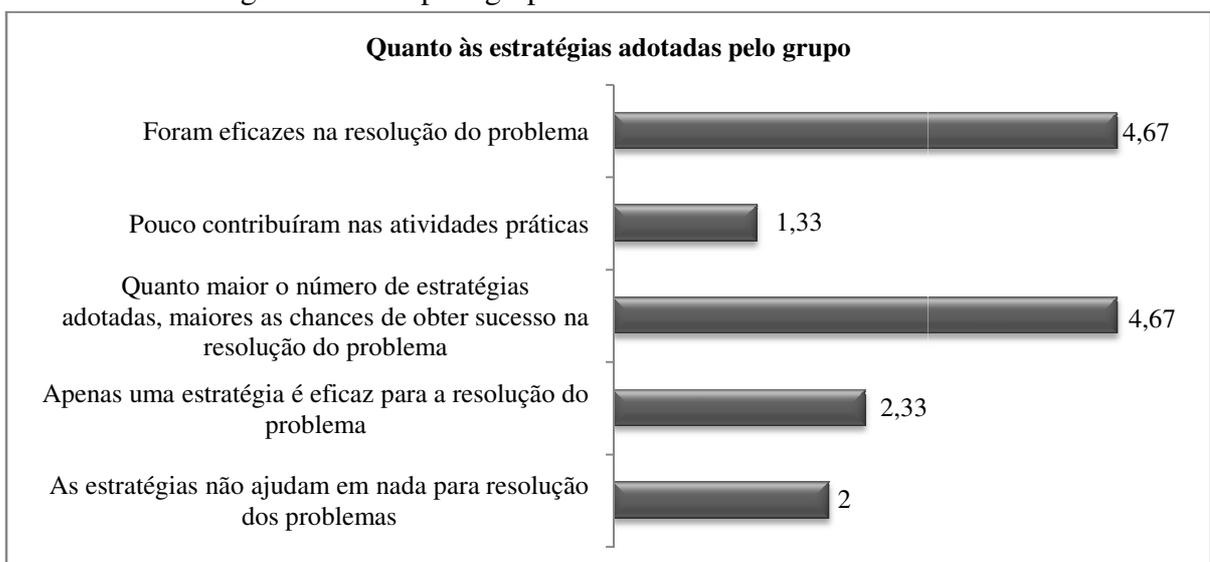
Gráfico 6 - Problemas sugeridos



Fonte: dados coletados pelo pesquisador no questionário final.

Com relação às estratégias adotadas pelo grupo (Gráfico 7), os alunos acreditam que contribuíram e foram eficazes para a resolução dos problemas. Acreditam também que apenas uma estratégia não é eficiente para a resolução do problema e, quanto maior o número de estratégias adotadas, maior as chances de obter sucesso na resolução do problema.

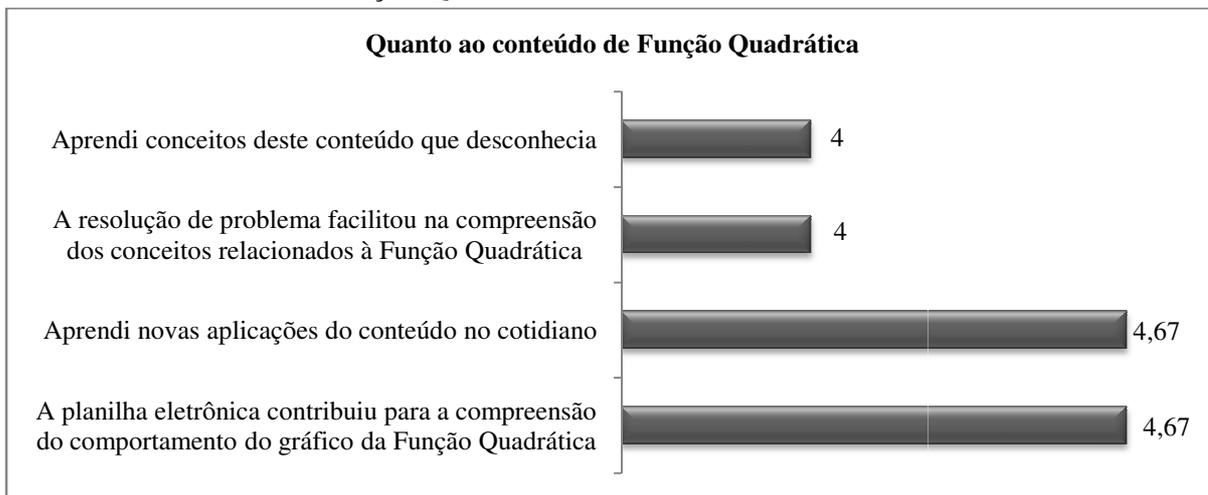
Gráfico 7 - Estratégias adotadas pelo grupo



Fonte: dados coletados pelo pesquisador no questionário final.

Quanto ao conteúdo de Função Quadrática (Gráfico 8), os estudantes concordam que aprenderam novos conceitos e aplicações deste conteúdo no cotidiano. A RP facilitou a compreensão dos conceitos relacionados à Função Quadrática. A planilha eletrônica contribuiu para a compreensão do comportamento do gráfico da Função Quadrática.

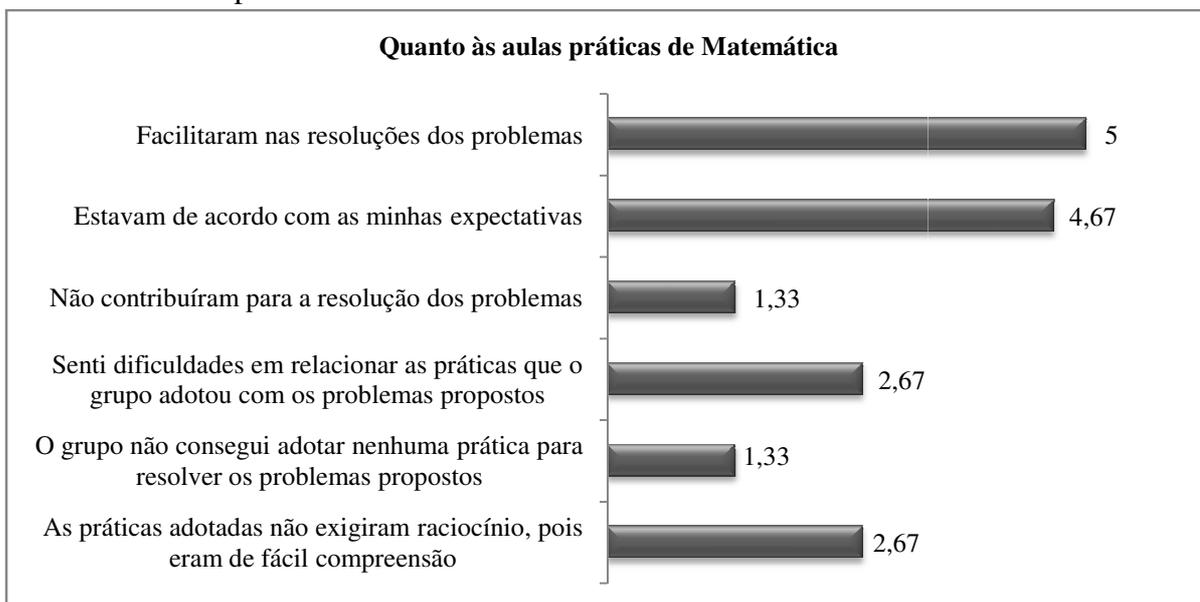
Gráfico 8 - Conteúdo de Função Quadrática



Fonte: dados coletados pelo pesquisador no questionário final.

Com relação às aulas práticas de Matemática (Gráfico 9), os estudantes acreditam que estavam de acordo com suas expectativas, que facilitam e contribuem para a resolução dos problemas. Os estudantes não têm opinião (escore 2,67) se sentiram dificuldades em relacionar as práticas adotadas pelo grupo com os problemas propostos e se elas exigiram raciocínio.

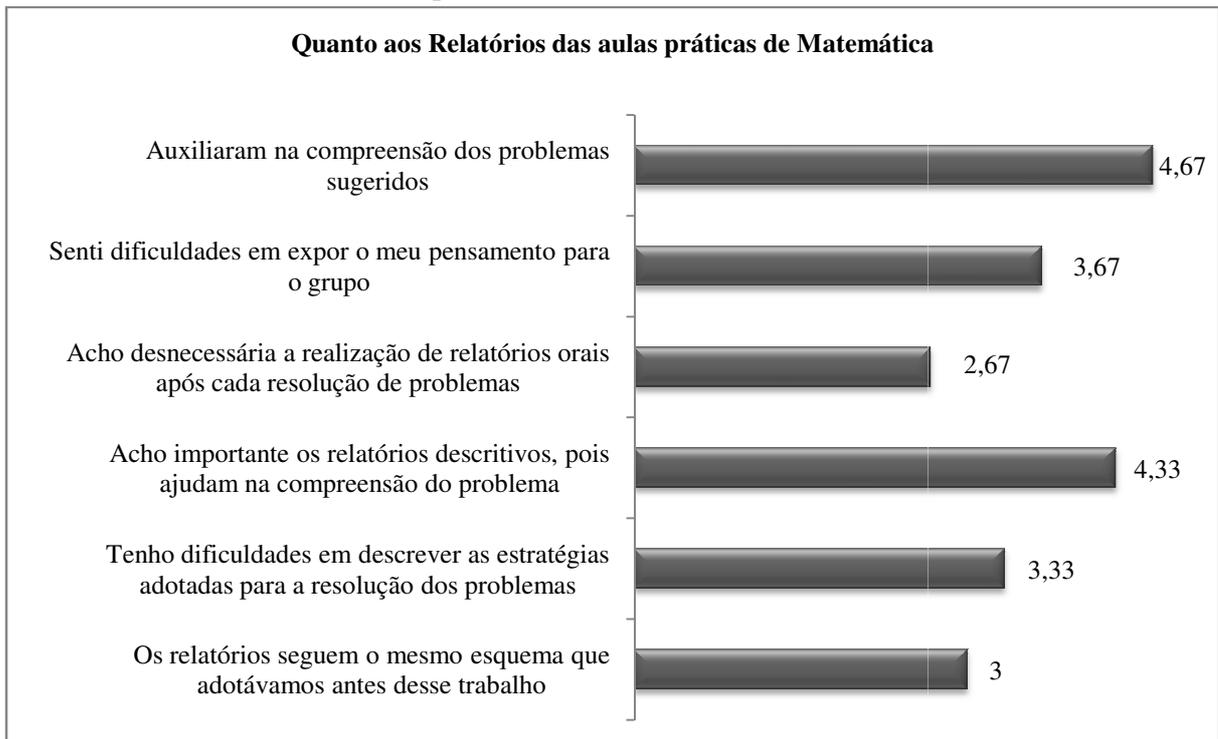
Gráfico 9 - Aulas práticas de Matemática



Fonte: dados coletados pelo pesquisador no questionário final.

Com relação aos relatórios das aulas práticas de Matemática (Gráfico 10), os estudantes concordam que os relatórios descritivos são importantes, pois ajudam na compreensão do problema. Sentiram dificuldades em expor seus pensamentos para o grupo. Os estudantes não têm opinião sobre a necessidade da realização de relatórios orais após cada resolução de problema. Também não tem opinião sobre as dificuldades em descrever as estratégias adotadas para a resolução dos problemas e se os relatórios seguem o mesmo esquema que adotavam antes deste trabalho.

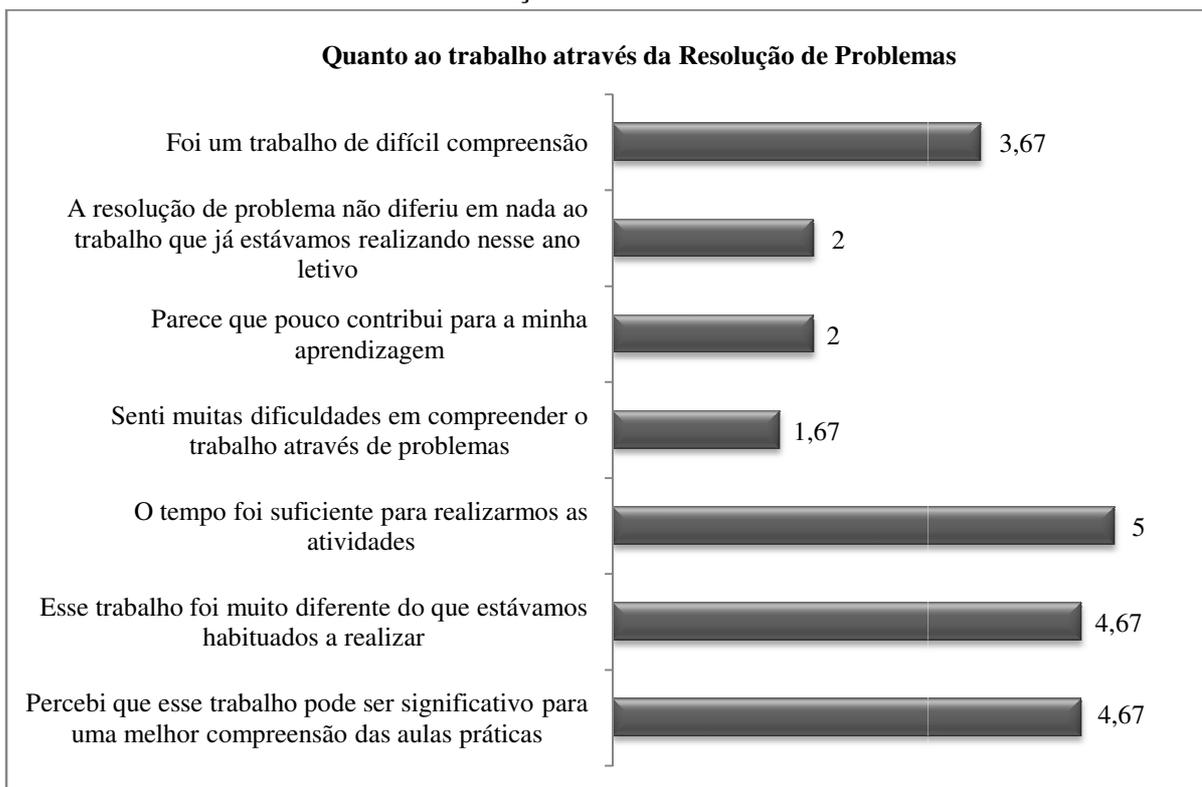
Gráfico 10 - Relatórios das aulas práticas de Matemática



Fonte: dados coletados pelo pesquisador no questionário final.

Quanto ao trabalho através da RP (Gráfico 11) foi de difícil compreensão, porém o tempo para a realização das atividades foi suficiente. Os estudantes concordam que a RP foi diferente do trabalho que já estavam realizando durante o ano e, contribuiu muito para sua aprendizagem. Eles não sentiram dificuldades em compreender o trabalho através de problemas. O trabalho foi muito diferente do que estavam habituados a realizar. Os estudantes percebem que este trabalho pode ser significativo para uma melhor compreensão das aulas práticas.

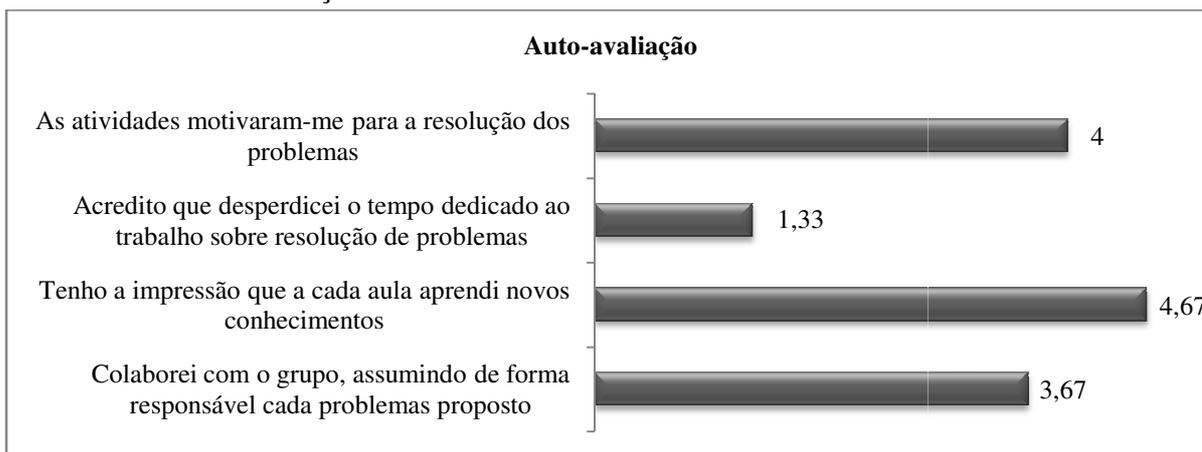
Gráfico 11 - Trabalho através da Resolução de Problemas



Fonte: dados coletados pelo pesquisador no questionário final.

No Gráfico 12, percebe-se que as atividades motivaram os estudantes para a RP. Eles acreditam que colaboraram com o grupo e que a cada aula aprenderam novos conceitos.

Gráfico 12 - Auto-avaliação



Fonte: dados coletados pelo pesquisador no questionário final.

Ao questionar os alunos se metodologia foi significativa para o aprendizado, todos acreditam que foi. Pode-se observar em um trecho retirado do questionário final:

Foi Sim Acrescentou bastante ao meu aprendizado, pois aprendi coisas que não havia aprendido antes (Depoimento descritivo do estudante A).

Foi significativa pelo motivo que esquecemos como chegar a resposta final da questão, que é importantes sabermos para provas de vestibular. (Depoimento descritivo do estudante B).

Sim, foi muito interessante descobrir novas coisas e aprender. (Depoimento descritivo do estudante C).

Com relação a este trabalho o aluno B destaca que:

Auxiliou a relembrar coisas que estudamos nos anos anteriores e não lembrávamos mais e também trouxe conhecimentos novos. Além de ser aulas divertidas (Depoimento descritivo do estudante B).

O Aluno C acrescenta que:

Nós tivemos bastante tempo para pensar coisas que não temos na aulas de Matemática na escola. (Depoimento descritivo do estudante C).

Os resultados obtidos nos questionários mostram que o trabalho através da RP facilitou na compreensão de aplicações do conteúdo no dia a dia, bem como, na construção de novos conhecimentos. A planilha eletrônica contribuiu para que os estudantes interpretassem melhor o comportamento dos gráficos das Funções Polinomiais do Segundo Grau. Os estudantes afirmam que desconheciam a RP e que essa metodologia contribuiu muito na sua aprendizagem.

4.2 Análise das etapas de implementação da metodologia de RP: categorias de análise

4.2.1 Motivação

No primeiro momento da RP, foi apresentado aos alunos um pouco da história da Função Quadrática e, aplicações práticas desta no dia a dia, como introdução ao problema 1 (P1). Os alunos se mostraram interessados a respeito das aplicações no dia a dia, no entanto, ao apresentar o P1 eles se demonstraram dificuldades. Não sabiam como começar a resolver o problema. Foi sugerido aos alunos adotarem as quatro fases de Polya (1995) para a resolução: Compreensão do problema, estabelecimento de um plano de resolução, execução do plano e retrospecto. Os alunos se mostraram interessados e bem dispostos.

No problema 3 (P3) e no problema 4 (P4) os alunos foram desafiados a construir os gráficos numa planilha eletrônica. Eles ficaram bastante entusiasmados com o desafio, por envolver a planilha eletrônica. No P3 os alunos sentiram maior dificuldade, pois não tinham muito domínio da planilha eletrônica – Excel. O gráfico P4 foi construído com mais facilidade, pois apesar de envolver outros conceitos os alunos já haviam aprendido alguns conceitos básicos, que facilitaram na construção do gráfico. De acordo com o aluno C:

A parte que trabalhamos no Excel foi muito interessante, creio que vai me acrescentar bastante (Depoimento descritivo do estudante C).

Percebe-se que o uso da planilha eletrônica - Excel - como ferramenta, motivou os alunos para a resolução dos problemas. Essa ferramenta foi importante para visualizar e analisar os gráficos do P3 e do P4 auxiliando os estudantes na compreensão dos mesmos.

4.2.2 Pesquisa

Após a apresentação de cada problema, os estudantes realizavam pesquisas em livros e em alguns casos foi necessário pesquisas na internet para encontrar alguns dados e solucionar o problema, como por exemplo, no P1 que os alunos precisavam descobrir o preço do metro quadrado da grama sintética

A pesquisa parece ter contribuído na resolução dos problemas, pois possibilitou aos alunos relembrar alguns conceitos relevantes, além de compreender novos conceitos. Percebeu-se que os alunos não estavam habituados a realizar pesquisas para resolver problemas, pois estão acostumados a resolver exercícios que não exigem pesquisas.

4.2.3 Resolução

Para a resolução do P1 os alunos precisaram rever os conceitos de áreas e porcentagem. Eles apresentaram dificuldades para interpretar e resolver o problema. Não sabiam como começar. Então o professor pesquisador releu o problema para os alunos e os questionou a respeito dos dados que eram oferecidos e o quê o problema exigia. Após a pesquisa em livros, alguns questionamentos e discussões, os alunos apresentaram a resolução do problema (Figura 3).

Figura 3 – Resolução do P1

$60 \rightarrow 400\%$
 $x \rightarrow 5\%$
 $400x = 300$
 $x = 3 \text{ m}$

$A = (90 + 2x)(60 + 2x)$ $A = c \cdot e$
 $540 + 480x + 120x + 4x^2$ $A = 96.66$
 $4x^2 + 300x + 540 = 0$ $A = 6336 \text{ m}^2$

$x = 2$ $4 \cdot 4^2 + 300 \cdot 4 + 5400 = 0$
 $4 + 300 + 5400$

$6336 \text{ m}^2 \times \text{valor do grama} = 20$

Fonte: Resolução do aluno A.

No problema 2 (P2) os alunos chegaram à resposta certa pelo método de tentativa e erro (como pode ser visto na Figura 4. Apresentaram muitas dificuldades em escrever a função que representava o lucro da empresa. Com alguns questionamentos e analisando a resolução do P1 conseguiram desenvolver melhor o raciocínio.

Figura 4 - Resolução do P2

2- 200kg - 500g R\$17
 47 R\$
 3400 - 200kg
 R\$4,00 R\$48
 30 pass 3600 - 0,485 - 0,18 R\$ = 3330
 a) R\$46
 Preço mais lucro menor - 256 - 0,200kg + 15pg
 0,20 R\$15,00 3440
 b) $P = (47 - x)(200 - 15x)$ R\$45 - 0,230 x 15
 $P = 3400 - 255x + 200x - 15x^2$ 3450
 $P = 3400 - 55x - 15x^2$ R\$44 - 0,245 x 14
 $P = -15x^2 - 55x + 3400 = 0$ 3430

Fonte: Resolução do aluno A.

O P3 era parecido com o P2, porém com maior grau de dificuldade. Os alunos utilizaram o método de tentativa novamente (Figura 5). Apresentaram mais facilidade em escrever a função que representasse o lucro do restaurante.

Figura 5 - Resolução do P3

3- 3600 x 45 x 0,05 = 8100
 3600 x 40 x 0,40 = 44400
 3600 x 35 x 0,45 = 48900
 3600 x 30 x 0,20 = 21600
 3600 x 26 x 0,24 = 22464
 3600 x 25 x 0,25 = 22500
 3600 x 24 x 0,26 = 22464
 3600 x 23 x 0,27 = 22356
 3600 x 20 x 0,30 = 21600
 3600 x 15 x 0,35 = 48900

a) Com 2,5 pessoas o lucro não mais alta

b) $3600 \times (45 - x) \cdot (0,05 + 0,01x)$
 $3600 (2,25 + 0,45x - 0,05x^2 - 0,01x^2)$
 $36x^2 + 324x - 6480 = 0$
 $3600 (2,25 - 0,40x - 0,01x^2)$
 $8100 - 4440x - 36x^2$
 $36x^2 - 4440x - 8100 = 0$

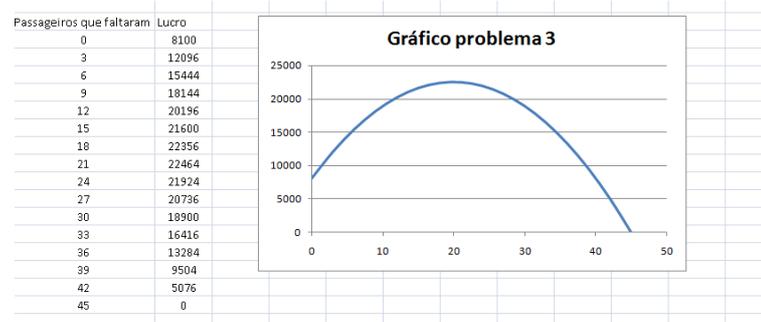
c)

| Number of People | Profit |
|------------------|--------|
| 15 | 8100 |
| 20 | 21600 |
| 25 | 22500 |
| 30 | 21600 |
| 35 | 48900 |
| 40 | 44400 |
| 45 | 8100 |

Fonte: Resolução do aluno A.

Na construção do gráfico foi necessário mais pesquisa para relembrem como deveriam construí-lo. Posteriormente, os alunos foram desafiados a construir o mesmo gráfico usando uma planilha eletrônica (Figura 6). No início apresentaram certa dificuldade, pois não estavam habituados a utilizar planilhas eletrônicas nas aulas.

Figura 6 - Gráfico elaborado pelos alunos na resolução do P3



Fonte: Resolução do aluno A.

O P4 envolveu conceitos de Física. Os alunos apresentaram dificuldades para resolver a situação, pois precisaram lembrar e aprender alguns conceitos. Para resolver este problema os alunos necessitaram de muita pesquisa, pois tinham de compreender os conceitos envolvidos e relacioná-los à Função Quadrática (Figura 7). Os alunos construíram o gráfico do P4 utilizando a ferramenta Excel (Figura 8).

Figura 7 - Resolução do P4

a) a distância máxima alcançada pelo objeto, com a artilharia usada seja de 45° .

b)

$$y = v_0 \cdot \tan^2 \theta \quad 49,125 = 9,70 \text{ m}$$

$$\frac{49,5^2 \cdot \sqrt{2}}{49,6}$$

c)

$$x = v^2 \cdot \tan^2 \theta \quad x = 49,5^2 \cdot \tan^2 \theta$$

$$x = 380,25 = 38,8$$

d)

$$T = \frac{x \cdot \cos \theta}{v_0 \cdot \cos \theta}$$

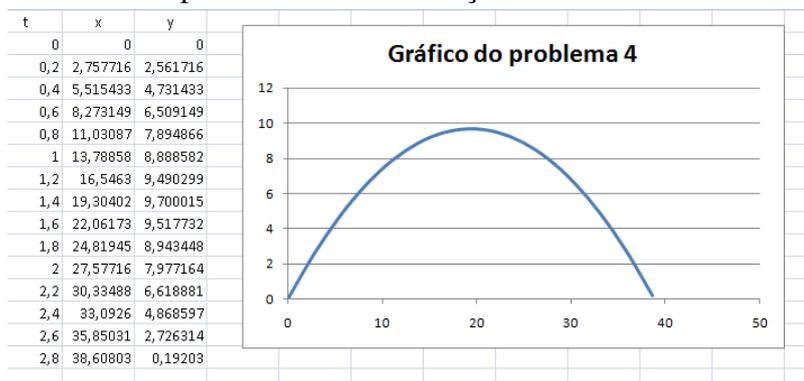
$$T = 38,8$$

$$\frac{49,5 \cdot \sqrt{2}}{19,7}$$

$$T = 2,8 \text{ s}$$

Fonte: Resolução do aluno A.

Figura 8 - Gráfico elaborado pelos alunos na resolução do P4



Fonte: Resolução do aluno A.

Durante a resolução dos problemas ficou evidente as dificuldades dos estudantes em interpretar e resolver os problemas. Esta dificuldade é compreensível uma vez que os alunos não estão habituados a RP. No decorrer da pesquisa percebeu-se uma evolução dos alunos no desenvolvimento do raciocínio lógico e nas estratégias elaboradas para a solução dos problemas propostos.

4.2.4 Relatório

Após a resolução de cada problema os estudantes fizeram um relatório oral relatando sobre a resolução dos problemas e as estratégias adotadas, como também, elaboraram um relatório descritivo sobre as dificuldades encontradas no decorrer das resoluções. Foram transcritas as opiniões dos alunos com relação ao P1:

Formamos uma função que representasse a área do campo e o corredor pra podermos calcular a largura e quanto ele gastaria. Tive dificuldade em formar a função, mas com o auxílio que tive consegui (Depoimento descritivo do estudante A).

Primeiramente pensei numa função geométrica, depois procuramos auxilio em livros para podermos resolver o problema. Tive dificuldade para montar a Função Quadrática (Depoimento descritivo do estudante B).

Eu tive dificuldades em conseguir fazer os cálculos e chegar nas respostas e também não me lembrava das fórmulas que precisava usar no problema (Depoimento descritivo do estudante C).

No P2 os alunos apresentaram maiores dificuldades de compreensão com relação ao problema anterior, como pode-se perceber nas seguintes falas:

Calculamos o lucro que o restaurante ganhava e com isso formamos uma função. Tive um pouco de dificuldade nos cálculos. O grau de dificuldade foi maior em relação ao problema anterior (Depoimento descritivo do estudante A).

Não soube resolver o problema, precisei de alguns questionamentos para conseguir resolver. Depois obtive facilidade em seguir o problema (Depoimento descritivo do estudante B).

Achei mais difícil de compreender porque eu acho gráficos mais difíceis, além de ligar os pontos é difícil entender as funções dos gráficos e compreender os

problemas e achar as respostas correta, eu não sabia por onde começar e nem sabia como interpretar os problemas (Depoimento descritivo do estudante C).

O P3 por ter uma resolução similar ao P2 foi mais fácil de ser interpretado e resolvido, porém, por ter um grau maior de exigência do conteúdo, os alunos apresentaram algumas dificuldades:

O objetivo era calcular o lucro da empresa e representar através do gráfico que tínhamos que fazer. Tive bastante dificuldade, mas consegui resolver e concluir o problema (Depoimento descritivo do estudante A).

Tive mais facilidade de resolver pela melhor visão que o outro problema exerceu. Mas continuei com dificuldade de montar a Função Quadrática (Depoimento descritivo do estudante B).

No P4 os alunos apresentaram dificuldades em momentos distintos:

Eu tive um pouco de dificuldade pra calcular quanto tempo à bola levava para percorrer a distância e construir o gráfico. No alcance máximo, no começo eu tive um pouco de dificuldade também, mas depois consegui entender e resolver (Depoimento descritivo do estudante A).

Continuei tendo facilidade para entender. Porém, com algumas dúvidas sobre pequenos detalhes. Me perdi na resolução da altura, mas concertei meu erro logo em seguida com alguns questionamentos (Depoimento descritivo do estudante B).

Os estudantes tiveram dificuldades na elaboração do relatório. Porém, este possibilitou aos alunos refletirem sobre o processo de resolução dos problemas, bem como, sobre as principais dificuldades encontradas durante a elaboração e execução de estratégias para a solução.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A metodologia de RP, do ponto de vista conceitual, não é uma metodologia nova, pois um dos grandes autores da área, Polya, tem livros publicados sobre o assunto anterior a década de 70. Porém, o que se percebeu no desenvolvimento da pesquisa foi, que os alunos não à conheciam, uma vez que afirmaram que o trabalho foi muito diferente do que estavam habituados a realizar. Do ponto de vista prático trata-se de uma metodologia nova para este grupo, evidenciando o fato de que o ensino da Matemática, neste caso, restringe-se a um ensino baseado na memorização de procedimentos, na aprendizagem de mecanismos e respostas automáticas.

Os estudantes tinham conhecimento de Função Quadrática, pois haviam visto este conteúdo no 1º Ano do Ensino Médio, porém, não lembravam mais da maior parte desse conteúdo. Por exemplo, identificar as variáveis dependentes e independentes, construir o gráfico da função e analisá-lo. Dentre as potencialidades do ensino através da metodologia de RP, observadas durante a pesquisa, está à motivação, a elaboração de estratégias e o

desenvolvimento do raciocínio lógico. A RP foi um processo metodológico eficaz nesse estudo, pois possibilitou aos alunos lembrarem alguns conceitos, construir novos conceitos, identificar as grandezas, as variáveis, estabelecer a lei da função e esboçar gráficos tanto no papel quanto na planilha eletrônica (Excel).

A RP exigiu dos alunos uma demanda cognitiva maior do que eles estavam normalmente habituados a desenvolver, como ampliação do raciocínio lógico; organização de estratégias; e pesquisa para a resolução do problema. Por não estarem acostumados com esta metodologia, os alunos apresentaram dificuldades em compreender o problema, estabelecer um plano de resolução e executá-lo, mas observou-se uma evolução dos alunos no desenvolvimento de seu raciocínio lógico.

Observou-se também, que os estudantes tiveram dificuldades na construção do relatório. Porém, este permitiu uma maior reflexão sobre o processo de solução dos problemas, assim como, sobre os principais obstáculos encontrados durante a elaboração e execução de estratégias para a solução.

A resolução de problema é um processo de ensino e aprendizagem que poderia estar presente desde as Séries Iniciais, assim, talvez os alunos conseguissem ao longo do tempo adquirir mais confiança em sua própria capacidade e, perceberiam que o ensino da Matemática não é feito apenas por regras tipo padrão, mas está em transformação. Quando o professor adota a metodologia de RP, seu papel será de incentivador, facilitador, mediador das ideias apresentadas pelos alunos, de modo que estas sejam produtivas, levando os estudantes a criarem novas alternativas de aprendizagem, bem como, a pensarem e a gerarem seus próprios conhecimentos.

Deste modo, para uma futura pesquisa de mestrado pretende-se trabalhar com a metodologia de RP em curso de formação continuada de professores de Matemática buscando um aprofundamento conceitual, pedagógico e epistemológico dessa metodologia.

6. REFERÊNCIAS

ABREU, M. A. M. [et al.]. **Metodologia do ensino de Matemática**. Florianópolis: UFSC/LED, 2002.

ALVES-MAZZOTTI, A. J.; GEWANDSZNAJDER, F. **O método nas ciências naturais e sociais: pesquisa quantitativa e qualitativa**. 2.ed. São Paulo: Pioneira Thomson Learning, 2001. Disponível em: <http://gephisnop.weebly.com/uploads/2/3/9/6/23969914/0_metodo_nas_ciencias_naturais_e_sociais_-_pesquisa_quantitativa_e_qualitativa.pdf> Acesso em: 30 dez. 2014.

BACKES, L. H. **Resolução de problemas**: uma alternativa para o ensino de funções. Porto Alegre: UFRGS, 2008. Disponível em: <http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos_publicacoes1/indicacoes_01/TCC_Problemas_Funcoes_BACKES.pdf>. Acesso em: 27 jul. 2014.

BARDIN, L. **Análise de Conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011.

BRASIL, Ministério da Educação. **Parâmetros Circulares Nacionais**: Matemática. Brasília: MEC/SEF, 1998. Disponível em: <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/matematica.pdf>> Acesso em: 31 dez. 2014.

_____, Ministério da Educação. **Parâmetros Circulares Nacionais para o Ensino Médio**, parte III: Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, Brasília, 2000. <<http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>>. Acesso em: 31 dez. 2014.

_____, Ministério da Educação, secretaria da educação básica. **Orientações Circulares para o Ensino Médio**, vol. 2. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias, Brasília, 2006. 135p. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/book_volume_02_internet.pdf>. Acesso em: 31 dez. 2014.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. **Investigação Qualitativa em Educação**, Coleção Ciências da Educação, Porto: Porto Editora, 1994.

BOHRER, T. R. J. FARIAS, M. E. As Teorias Implícitas de Aprendizagem dos estudantes/bolsistas do curso de Ciências Biológicas do Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência – PIBID. In: IX Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências, 2013, Águas de Lindóia. **Atas do IX Encontro Nacional de Pesquisa em Educação em Ciências – IX ENPEC**, Águas de Lindóia, SP – 10 a 14 de Novembro de 2013. Disponível em: <<http://www.nutes.ufrj.br/abrapec/ixenpec/atas/resumos/R1066-1.pdf>>. Acesso em: 15 jan. 2015.

BOLETIM DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Disponível em: <<http://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema>>. Acesso em: 15 dez. 2014.

CAVALCANTI, C. Diferentes formas de resolver problemas. In: SMOLE, K.S.; DINIZ, M. I.(Orgs). **Ler, escrever e resolver problemas** [recurso eletrônico]: habilidades básicas para aprender matemática. Porto Alegre: Artmed, 2007. p.121 – 173.. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=B0VshZSfjP8C&printsec=frontcover&dq=ler,+escrever+e+resolver+problemas&hl=pt-BR&sa=X&ei=VGmYVOuIHofHsQSQ44CwDA&ved=0CB4Q6AEwAA#v=onepage&q=ler%2C%20escrever%20e%20resolver%20problemas&f=false>>. Acesso em: 22 dez. 2014.

CORTELAZZO, I. B. C. e ROMANOWSKI, J. P. **Pesquisa e prática profissional**: procedimentos de pesquisa. Curitiba: ed. IBPEX, 2007.

DANTE, L. R. **Didática da Resolução de problemas de Matemática**. 12. ed. São Paulo: Ática, 2000.

DUARTE, D. M., **Resolução de problemas como proposta para o ensino-aprendizagem de função polinomial do 1º e 2º graus**. 2005. Dissertação (Especialização) - Curso de Pós-Graduação em Educação Matemática, Universidade do Extremo Sul Catarinense – UNESC, Criciúma, 2005. Disponível em: <<http://www.bib.unesc.net/biblioteca/sumario/00002D/00002D50.pdf>>. Acesso em: 11 jun. 2014.

ECHEVERRÍA, M. D. P. P.; A solução de problemas em Matemática. In: POZO, J. I. (org). **A Solução de Problemas**: Aprender a resolver, resolver para aprender. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ECHEVERRÍA, M. D. P. P.; POZO, J.I. Aprender a Resolver Problemas e Resolver Problemas para aprender. In: POZO, J. I. (org). **A Solução de Problemas: Aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA PESQUISA. Disponível em: <<http://revistas.pucsp.br/index.php/emp>>. Acesso em: 21 nov. 2014.

ESCALA LIKERT. Disponível em: <<https://pt.surveymonkey.com/mp/likert-scale/>>. Acesso em: 19 jan. 2015.

FRANCISCO, D. A. As dificuldades da matemática para os alunos: como gerar o “pensamento lógico”. In: GERARD, L. M. A.; SCADELAI, L. M.; BOLZAN, A. J. **Pesquisa em educação matemática: desafios à prática docente**. Taquaritinga: Agbook, 2013. Disponível em: <<https://books.google.com.br/books?id=Rm5RBQAAQBAJ&printsec=fro ntcover&hl=pt-BR#v=onepage&q&f=false>>. Acesso em: 31 dez. 2014.

GIL, D. [et al.] Questionando a didática de resolução de problemas: elaboração de um modelo alternativo. **Caderno Catarinense de Ensino de Física** (UFSC), Florianópolis, v.9,n.1: p.7-19, abr.1992. Disponível em: <<http://www.if.ufrrj.br/~marta/aprendizagememfisica/cadbrasens fis-v9-n1-a1.pdf>>. Acesso em: 15 jan. 2015.

GOI, M. E. J. **Formação de professores para o desenvolvimento da metodologia de Resolução de Problemas na Educação Básica**. 2014. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Faculdade de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Porto Alegre, 2014.

LÜDKE, M.; ANDRÉ, M. E. D. A. **Pesquisa em educação: abordagens qualitativas**. São Paulo: E.P.U., 1986.

LUPINACCI, M. L. V.; BOTIN, M. L. M. Resolução de problemas no ensino de matemática. In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 2004, Recife. **Anais eletrônicos**. Recife: 2004. Minicurso. Disponível em: <<http://www.sbembrasil.org.br/files/viii/pdf/02/MC1836133 1034.pdf>>. Acesso em: 28 jul. 2014.

ONUCHIC, L. R. Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, M. A. V. (Org.). **Pesquisa em educação matemática**. São Paulo: Editora UNESP, 1999.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em Resolução de Problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. **Boletim de Educação Matemática**, vol. 25, núm. 41, dezembro, 2011, p. 73-98, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho Brasil Disponível em: <<http://www.redalyc.org/pdf/2912/291223514005.pdf>>. Acesso em: 28 dez. 2014.

POLYA, G. **A arte de resolver problemas: um novo aspecto do método matemático**. Tradução e adaptação Heitor Lisboa de Araujo - 2. reimpr. Rio de Janeiro: Interciência, 1995. Digital. Disponível em: <<http://www.mat.ufmg.br/~michel/inicmat2010/livros/polya.pdf>>. Acesso em: 28 jul. 2014.

POZO, J. I. (Org). **A solução de problemas: aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

POZO, J. I.; CRESPO, M. Á. G. A Solução de Problemas nas Ciências da Natureza. In: POZO, J. I. (org). **A Solução de Problemas: Aprender a resolver, resolver para aprender**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

RÊGO, R. G. **Um estudo sobre a construção do conceito de função**. Tese (Doutorado em Educação) – Faculdade de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte - UFRN, 2000.

REVISTA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Disponível em: <<http://www.fe.unicamp.br/revistas/ged/zetetike>>. Acesso em: 24 nov. 2014.

REVISTA DE ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA. Disponível em: <<http://www.periodicos.ulbra.br/index.php/acta>>. Acesso em: 23 nov. 2014.

REVISTA ELETRÔNICA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA. Disponível em: <<https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat>>. Acesso em: 09 dez. 2014.

SANTOS, J. A.; FRANÇA, K. V.; SANTOS, L. S. B. **Dificuldades na aprendizagem da matemática**. São Paulo: Centro Universitário Adventista de São Paulo, 2007. Disponível em: <http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/MATEMATICA/Monografia_Santos.pdf>. Acesso em: 03 ago. 2014.

SILVEIRA, J. F. P. **O que é um problema matemático?** 2001. Disponível em: <<http://www.mat.ufrgs.br/~portosil/resu1.html>>. Acesso em: 28 jul. 2014.

TRIVIÑOS, A. N. S. **Introdução à pesquisa em ciências sociais: a pesquisa qualitativa em educação**. São Paulo: Atlas, 1987.

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no Ensino Fundamental: formação de professores e Aplicação em Sala de Aula**. 6ª edição. Tradução de Paulo Henrique Colonese. Editora Artmed, 2009. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?id=b5GX_3grRW8C&printsec=frontcover&dq=Matem%C3%A1tica+no+Ensino+Fundamental:+forma%C3%A7%C3%A3o+de+professores+e+Aplica%C3%A7%C3%A3o+em+Sala+de+Aula.&hl=en&sa=X&ei=WaG_VPD3OoyfgwSL_4LACg&ved=0CEgQ6AEwBg#v=onepage&q=Matem%C3%A1tica%20no%20Ensino%20Fundamental%3A%20forma%C3%A7%C3%A3o%20de%20professores%20e%20Aplica%C3%A7%C3%A3o%20em%20Sala%20de%20Aula.&f=false>. Acesso em: 28 dez. 2014.

VILA, A.; CALEJJO, M. L. **Matemática para aprender e pensar: o papel das crenças na resolução de problemas**. Tradução Ernani Rosa. Porto Alegre: Artmed, 2006.

VITTI, C. M. **Matemática com prazer, a partir da história e da geometria**. 2. ed. Piracicaba- São Paulo: ed. Unimep, 1999.

WATTS, M. **The Science of Problem Solving: A Practical Guide for Science Teachers**. London: Cassell, 1991.